Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática

Periodicidade ∞ 5 números por ano

2008

96

Janeiro ∞ Fevereiro

Preço 5,75€

ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora Ana Paula Canavarro
Subdirectora Adelina Precatado
Redacção Ana Luísa Paiva
Alice Carvalho
António Fernandes
Cláudia Fialho
Helena Amaral
Helena Rocha
Isabel Rocha
Joana Brocardo
João Torres
Manuela Pires
Nuno Candeias
Paulo Dias

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
José Duarte Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Fevereiro 2008
Tiragem 4000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão
Etigráfe, Artes Gráficas, Lda
Rua Major Rosa Bastos, 55 A–B, Montemor
2670–502 Loures

Depósito Legal nº 72011/93
Registo no ICS nº 124051
ISSN 0871-7222

Porte Pago

Sobre a capa

Saturno e os seus anéis.
Foto: NASA, Cassini-Huygens project.

António M. Fernandes

Neste número também colaboraram

Bruno Gordinho, Carlos Miguel Ribeiro, Carla Lopes, Cláudia Canha Nunes, Dárida Maria Fernandes, Dina Ressurreição, Eduardo Veloso, Fernanda Maria da Silva Perez, Jael Andrade, Manuel Joaquim Saraiva, Margarida Boleo, Olga Mendes, Rita Bastos, Rui Feiteira, Teresa Martinho Marques.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, Nº 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Editorial

O futuro da educação matemática e a APM

Rita Bastos

A educação matemática continua a ser um assunto de atenção especial da parte dos nossos governantes, dos órgãos de comunicação social, dos políticos e da sociedade civil em geral. Ainda há pouco tempo pudemos sentir o impacto que teve nas rádios e jornais a discussão pública do reajustamento dos programas de Matemática do ensino básico e em Dezembro, no âmbito da presidência portuguesa da União Europeia, realizou-se na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa uma conferência internacional subordinado ao tema *The Future of Mathematics Education in Europe*.

Infelizmente, porque tinha compromissos na minha Escola, não pude estar presente nesta conferência que reuniu alguns nomes importantes da educação matemática, que eu gostaria de ter ouvido. O que me pareceu deveras estranho foi que em Portugal a organização tenha sido entregue a departamentos de Matemática das Universidades e que apenas uma pessoa ligada à Educação Matemática tenha sido convidada a fazer uma pequena intervenção num painel. O que significa isto? Que, tal como parece veiculado muitas vezes, de forma simplista, pelos órgãos de comunicação social, também os responsáveis pelos convites dos portugueses na Conferência acham que não é preciso ser especialista para analisar e propor soluções para os problemas da educação matemática em Portugal?

Há vinte e poucos anos, quando se fundou a APM, havia apenas um doutor em Educação Matemática em Portugal, e julgo que nenhum mestre. Mas hoje não, hoje há centros de investigação em educação e educadores matemáticos nas universidades e institutos politécnicos de todo o país. Produz-se investigação em Educação Matemática a um ritmo considerável e, associadas à formação inicial e contínua de professores, aparecem também materiais curriculares e documentos de apoio ao trabalho do professor; fazem-se encontros de professores; organizam-se actividades para alunos; desenvolvem-se projectos de vários tipos; tudo isto contribuindo para melhorar o ensino da Matemática. Quando a APM nasceu, e durante alguns anos, actividades destas eram quase exclusivamente promovidas pela associação.

Talvez seja por isso que o número de sócios começou a decrescer a partir do ano 2000. Talvez haja menos sócios a participar activamente na APM, porque participam e trabalham noutros contextos também. Talvez tenhamos que repensar o papel da APM no futuro próximo, agora que há muito mais instituições a desenvolver o mesmo tipo de actividades, com os mesmos objectivos. O que é que a APM tem de especial? Em que é que a APM se distingue dessas instituições, que justifique a sua continuação? E como é que a APM se deverá organizar face à nova realidade? Esta é uma reflexão que não tem cabimento aqui, mas que proponho que façamos no interior da Associação.

Sobre a realidade nas escolas, tenho falado com muitos colegas e o desânimo é grande. Os que mais têm investido na profissão sentem-se cansados e frustrados porque não sentem o seu trabalho reconhecido, nem pela tutela nem por alunos e encarregados de educação. O que parece ser importante é ter "resultados" visíveis e mensuráveis, sobretudo na avaliação externa. O resto — os problemas que um aluno resolveu, o trabalho de investigação que levou até ao fim, o processo de trabalho e os produtos que resultaram de um projecto, a capacidade de trabalhar com outros num clima de confiança e respeito, a curiosidade científica que foi crescendo, o entusiasmo em aprender coisas novas e a autonomia adquirida — tudo isso são resultados de aprendizagens que sempre valorizámos na APM, mas que parecem ter pouco ou nenhum valor para outros.

Quem melhor que nós, professores, para continuar a lutar por uma educação matemática de qualidade, para todos os alunos, na escola pública? Lutar na prática, no terreno, com o nosso saber-fazer, partilhando com os nossos pares os problemas e os sucessos que vamos conseguindo no dia a dia? Lutar também, junto dos decisores políticos, para que vejam para além das estatísticas de resultados, o que se passa nas nossas escolas e com os nossos alunos e decidam pelas medidas mais adequadas. Se nós continuamos a acreditar que podemos fazer a diferença na educação matemática dos nossos alunos, se queremos ter uma palavra a dizer relativamente às políticas educativas, se queremos promover autonomamente o nosso desenvolvimento profissional para nos sentirmos cada vez mais capazes, só o conseguiremos fazer organizados, e por isso a APM continua a fazer todo o sentido.

Na sua intervenção no encerramento da conferência *The Future of Mathematics Education in Europe*, Allan Schoenfeld propôs um único ponto para a agenda da Educação Matemática na Europa de hoje: tornarmo-nos *sense-makers*, "fazedores de significados", se traduzirmos à letra. Os nossos alunos precisam de compreender a Matemática, a sua natureza e o seu lugar na sociedade. Nós, professores, temos que pensar a Escola que queremos e o lugar da Matemática nessa Escola. Temos que aprender muito também, para saber cada vez mais imprimir significados às aprendizagens dos nossos alunos. Podemos fazê-lo no seio da APM, com a força que sempre lhe foi reconhecida por todos, até pelos seus críticos mais convictos, com a criatividade que o associativismo sempre potenciou e com o entusiasmo de quem acredita e gosta do que faz.

Rita Bastos
Presidente da Associação de Professores de Matemática

Pitágoras até aos nossos dias e o raciocínio visual

Jael Andrade
Manuel Joaquim Saraiva

Introdução

O Teorema de Pitágoras conta com centenas de demonstrações diferentes e as últimas são bem recentes (século XX). Trata-se de um resultado que tem apaixonado os matemáticos ao longo dos séculos até aos nossos dias.

Algumas dessas demonstrações são sem palavras, realçando-se o raciocínio visual ("o raciocínio que faz um uso essencial da informação visual" — Dreyfus, 1991).

Em cada uma delas, e para quem tem formação em Matemática, *basta* olhar… e ver que "o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

Apresentaremos algumas dessas demonstrações sem palavras, procurando realçar a sua beleza e a importância que, desde sempre, o raciocínio visual tem tido na actividade matemática — infelizmente muito desvalorizado nos dias de hoje, nomeadamente na apresentação dos resultados matemáticos.

Apresentaremos, ainda, uma demonstração da generalização do Teorema de Pitágoras para polígonos semelhantes e terminaremos com uma breve conclusão. Nesta referimos, também, as possíveis implicações da visualização no ensino

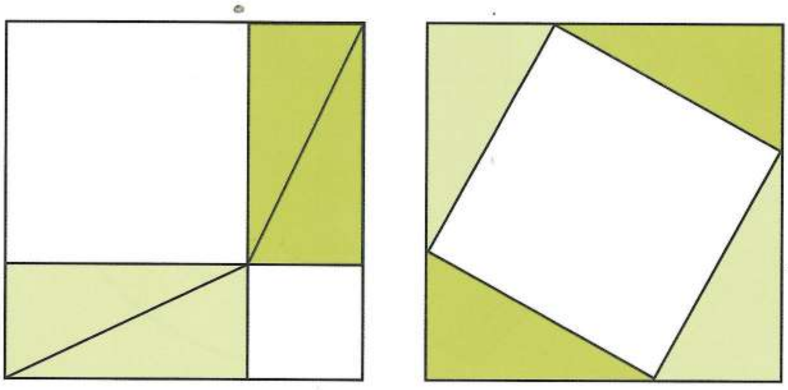


Figura 1. [Retirada de Proofs Without Words, Roger Nelsen, 1993]

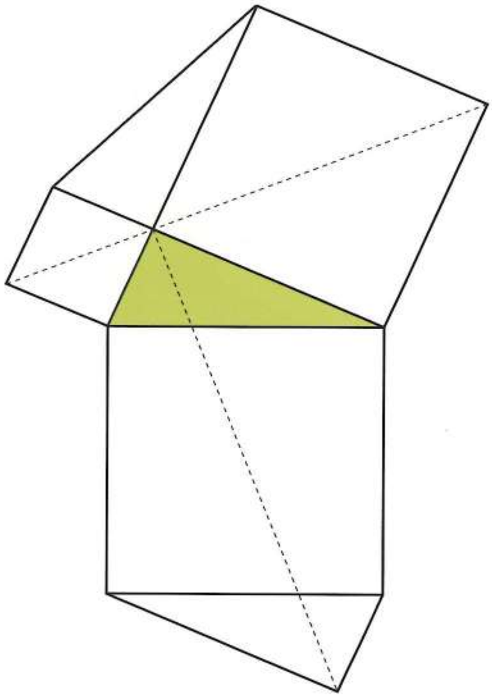


Figura 2.
[Retirada de Proofs Without Words, Roger Nelsen, 1993]

e aprendizagem da Matemática, nomeadamente a sua importância para a transição para um pensamento mais abstracto e dedutivo.

A prova de Chou pei suan... ching

Cerca de duzentos anos antes de Cristo foi elaborada a obra *Chou pei suan...ching*, onde constava a demonstração visual do Teorema de Pitágoras (ver figura 1).

Esta é feita através da construção de um quadrado de lado $(b + a)$, que se decompõe em quatro triângulos rectângulos congruentes, de catetos b e a e hipotenusa c, e num quadrado de lado c (ver o quadrado da direita da figura 1).

A ideia luminosa do autor foi considerar dois quadrados congruentes (ver figura 1) — logo, com a mesma a área — o que evidencia (que se vê!) que a soma das áreas dos polígonos em que cada um dos quadrados se decompõe também tem que ser a mesma!

Ao olhar-se para a figura 1, pode ver-se que ambos os quadrados se podem decompor em quatro triângulos com a mesma área $(b \times a)/2$ e o quadrado da esquerda contendo ainda mais dois quadrados, de lados a e b, respectivamente, e o da direita apenas um, de lado c. Ora, se os triângulos têm as mesmas áreas, então a restante área de cada um dos quadrados iniciais também tem que ser a mesma; portanto, a soma das áreas dos dois quadrados incluídos na decomposição do quadrado da esquerda é igual à área do quadrado incluído na decomposição do quadrado da direita, ou seja, $a^2 + b^2 = c^2$. É o que se quer demonstrar, pois a e b são os catetos de um triângulo rectângulo qualquer e c é a sua hipotenusa — e que é facilmente apreendido com um *simples* olhar para a figura 1.

A prova de Leonardo da Vinci

No século XVI, Leonardo da Vinci elaborou uma demonstração visual do Teorema de Pitágoras cuja beleza não deve ser desconsiderada (ver figura 2).

Esta demonstração é feita através da construção e análise de quadriláteros congruentes, e a ideia brilhante do autor

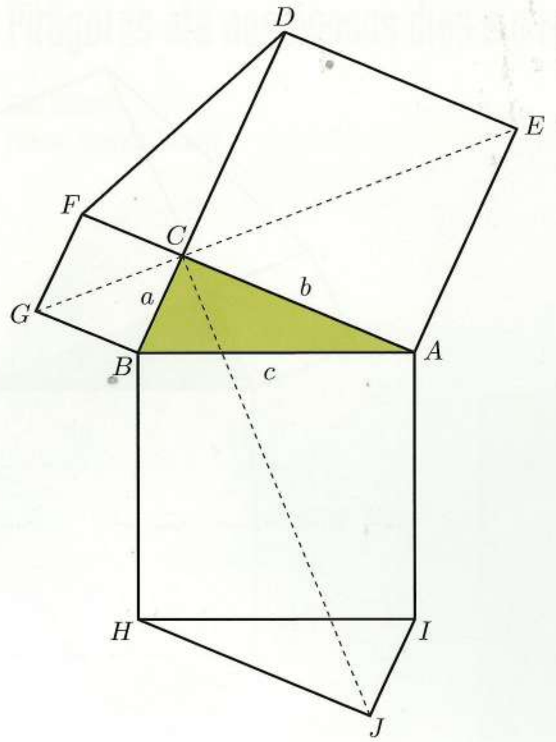


Figura 3.

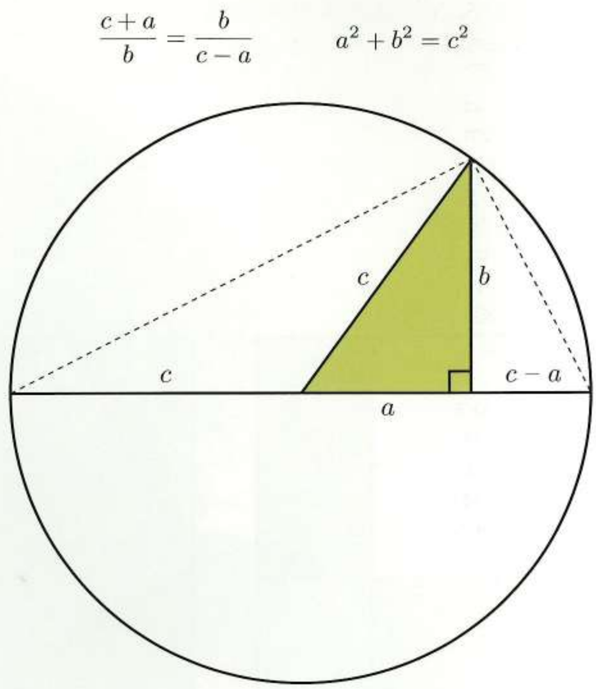


Figura 4.
[Retirada de Proofs Without Words, Roger Nelsen, 1993]

foi, presumivelmente, unir dois dos vértices dos quadrados construídos sobre os catetos — construindo um triângulo igual ao inicial — sendo suficiente, a partir daí, aplicar os seus conhecimentos sobre simetrias e rotações.

Com base na figura 3, *vê-se* que o segmento CJ divide o polígono $ACBHJI$ em dois quadriláteros congruentes e o mesmo acontece com o segmento GE, relativamente ao polígono $ABGFDE$, pois GE pertence a um eixo de simetria deste polígono. Consequentemente, as áreas dos quadriláteros $GFDE$ e $ABGE$ também são iguais.

Fazendo uma rotação de centro B e amplitude –90° do quadrilátero $ABGE$ obtém-se o quadrilátero $HBCJ$, o que implica que os quadriláteros têm todos a mesma área, ficando, assim, demonstrado o Teorema de Pitágoras.

A prova publicada por Michael Hardy

No século XX, Michael Hardy publicou uma demonstração visual do Teorema de Pitágoras cuja simplicidade mostra que, muitas vezes, uma imagem vale mais do que mil palavras (figura 4).

A partir da figura 4, o autor *vê* o triângulo rectângulo inscrito na semi-circunferência *superior*, em que um dos seus vértices coincide com o vértice do triângulo rectângulo dado que está sobre a circunferência, e *recorda-se* que num triângulo rectângulo a altura referente à hipotenusa é meio proporcional entre os segmentos que determina na hipotenusa. Daqui resulta:

$$\frac{c+a}{b} = \frac{b}{c-a}, \text{ como se pretendia.}$$

Rapidamente se chega à igualdade $c^2 = a^2 + b^2$, estando assim demonstrado o Teorema de Pitágoras.

A prova de Poo-sung Park

Há apenas uma década, Poo-sung Park, professor numa universidade da Coreia, conseguiu uma nova demonstração do Teorema de Pitágoras (ver figura 5).

A partir de um triângulo rectângulo, de catetos a e b e hipotenua c, o autor constrói um quadrado com lado de comprimento b. Traça as suas diagonais e obtém quatro tri-

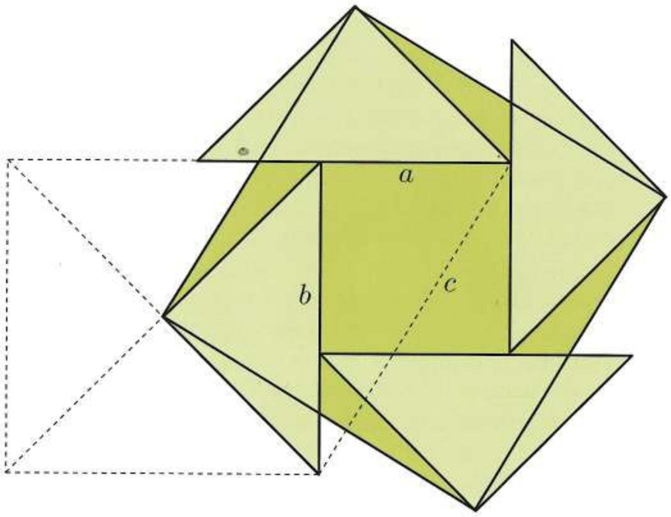


Figura 5.

[Adaptada de Proofs Without Words, Roger Nelsen, 1993]

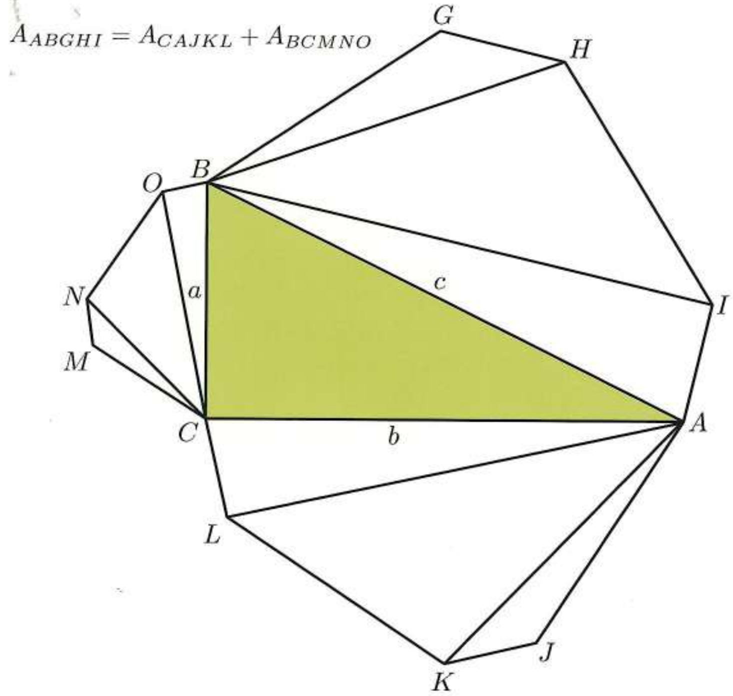


Figura 6.

ângulos rectângulos, em que a hipotenusa de cada um deles é b.

Os quatro triângulos assim obtidos são dispostos de modo a obter-se um quadrado de lado a; além disso, unindo os vértices dos quatro ângulos rectos dos triângulos obtém-se um novo quadrado — de lado c — e quatro *triângulos exteriores* a este (em que cada um deles é congruente com cada um dos quatro *triângulos interiores* ao quadrado de lado c e *exteriores* ao quadrado de lado a e aos triângulos de hipotenusa b). Agora *vê-se* claramente que a área do quadrado de lado c é igual à soma da área do quadrado de lado a com a área do quadrado de lado b.

Uma das grandes curiosidades desta demonstração está no facto da figura 5 nos fazer lembrar a vela de um moinho de vento.

Generalização do Teorema de Pitágoras para polígonos semelhantes

Partindo de um triângulo rectângulo, constroem-se sobre os seus lados três polígonos semelhantes quaisquer. Demonstra-se que a área do polígono construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos polígonos construídos sobre os catetos, recorrendo, para tal, à decomposição dos polígonos em triângulos, como mostra a figura 6.

Sabendo que qualquer polígono pode ser decomposto em triângulos e que dois polígonos semelhantes podem ser decompostos no mesmo número de triângulos semelhantes, cada um a cada um, e semelhantemente dispostos, a figura 6 evidencia como se pode decompor cada um dos polígonos $AJKLC$ e $BCMNO$ em triângulos semelhantes aos triângulos que compõem o polígono $ABGHI$ (e em igual número).

Por outro lado, a razão das áreas de dois polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, o que nos permite escrever

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{c}{b}\right)^2.$$

Assim,

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{c^2}{b^2},$$

e, consequentemente,

$$A_1 = A_2 \times \frac{c^2}{b^2},$$

sendo A_1 a área do triângulo ABI e A_2 a área de ACL.

Seguindo o mesmo raciocínio para o polígono de menor área, vem

$$A_3 = A_2 \times \frac{a^2}{b^2},$$

sendo A_3 a área do triângulo BCO.

Resta mostrar que $A_1 - A_2 = A_3$:

$$A_1 - A_2 = A_2 \times \frac{c^2}{b^2} - A_2 = A_2\left(\frac{c^2}{b^2} - 1\right) =$$

$$= A_2\left(\frac{c^2}{b^2} - \frac{b^2}{b^2}\right) = A_2\frac{c^2 - b^2}{b^2}$$

Pelo Teorema de Pitágoras, $a^2 + b^2 = c^2 \Leftrightarrow c^2 - b^2 = a^2$, logo,

$$A_1 - A_2 = A_2\frac{c^2 - b^2}{b^2} = A_2 \times \frac{a^2}{b^2} = A_3.$$

Repetindo este raciocínio para os restantes triângulos semelhantes podemos afirmar que

$$A_{ABGHI} = A_{CAJKL} + A_{BCMNO},$$

como queríamos provar.

Deixamos aqui o seguinte desafio: E se em vez de polígonos tivéssemos três figuras não poligonais semelhantes? Como relacionar as suas áreas?

Conclusão

Vários indicadores apontam para o facto de que muitos matemáticos, no seu trabalho criativo, confiam fortemente no raciocínio visual; no entanto, com raras excepções, esses mesmos matemáticos fazem esconder esse facto.

Hadamard (1945) reconhece que na sua actividade matemática usa imagens vagas que, muitas vezes, são de uma natureza geométrica. Afirma, ainda, que as palavras e a linguagem, escrita ou oral, parecem não desempenhar qualquer papel no seu pensamento. Os constructos psicológicos que são os elementos do pensamento apresentam-se como sendo "certos sinais ou figuras, mais ou menos claras, que podem ser reproduzidas e combinadas em liberdade" (p. 82). Ainda segundo este autor, o próprio Euler, para explicar a uma princesa sueca as propriedades do silogismo, representou as ideias principais através de círculos.

O raciocínio visual não significa ser apenas o suporte para a descoberta de novos resultados e de novas vias para os fornecer, mas deverá ser desenvolvido de forma total — ser aceitável e aceite como raciocínio. São muitos os matemáticos que defendem que o raciocínio visual não está por baixo, nem por cima do algébrico ou do verbal. É necessário promover a sua integração.

As críticas ao reforço do raciocínio visual no ensino e aprendizagem da Matemática vão muito no sentido de que isso pode provocar uma prisão a aspectos visuais dos objectos geométricos e, eventualmente, tornar-se um obstáculo ao progresso em direcção ao conhecimento geométrico, que exige um pensamento mais abstracto e dedutivo. Trata-se de uma preocupação justa. Porém, vários estudos, por exemplo o de Razel e Eylon, 1990, têm mostrado que os alunos do ensino básico que tiveram possibilidade de trabalhar matemática com materiais didácticos visuais desenvolveram uma capacidade para identificar conceitos visuais em contextos complexos, bem como aplicar estes conceitos em situações visualmente complexas. Eles mostraram ainda a importância do treino visual como um antecedente para a aprendizagem da geometria na escola secundária.

Deste modo, é urgente dar ao raciocínio visual um estatuto e uma atenção de acordo com a sua importância — educacional e matemática.

Referências

Dreyfus, T. (1991). On the status of visual reasoning in mathematics and mathematics education. *Proceedings Fifteenth PME Conference*, pp. 33–48, Assis.

Hadamard, J. (1945). *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*. Princeton University Press.

Nelsen, R. (1993). *Proofs without words*. Washington: The Mathematical Association of America.

Nelsen, R. (2000). *Proofs without words II*. Washington: The Mathematical Association of America.

Razel e Eylon (1990). Development of visual cognition: Transfer effects of the Agam program. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *11*, 459–484.

Jael Andrade
Departamento de Matemática da Universidade da Beira Interior

Manuel Joaquim Saraiva
Departamento de Matemática da Universidade da Beira Interior e CIEFCUL

Construindo o conceito de centena

Olga Mendes
Carlos Miguel Ribeiro

Os Princípios Orientadores do Programa do 1.° Ciclo referem que "a construção progressiva do conceito de número, a compreensão do sistema de numeração decimal (...) constituem um dos aspectos mais importantes da aprendizagem da matemática no 1.° Ciclo". Nesse sentido, foi preparado um conjunto de tarefas envolvendo estes conceitos, bem como a utilização do ábaco e a comunicação oral, quer dos processos quer das conclusões.

Estas tarefas foram preparadas tendo por base a preocupação de que os alunos conseguissem construir progressivamente o conceito de número/centena, e também compreender o sistema de numeração decimal, fazendo estimativas e contagens (até às centenas), efectuando diferentes representações das mesmas quantidades e comunicando as suas estratégias de contagem e a sistematização de conhecimentos.

As actividades foram realizadas com uma turma de vinte e quatro alunos do 2.° ano de escolaridade, numa das aulas supervisionadas, no âmbito do Programa de Formação Contínua de Matemática durante a qual o formador solicita com frequência que os alunos lhe expliquem e clarifiquem o seu raciocínio.

Preparação e material utilizado

Com vista à execução das tarefas, foram preparados os seguintes materiais: cento e trinta e uma tampas de plástico, cento e vinte e quatro feijões, cento e onze berlindes, cento e duas folhas de papel A4, um pano de cozinha, fios vermelhos e verdes com, aproximadamente, 15 cm de comprimento, um garrafão de plástico com o topo cortado, copos de plástico (onze copos transparentes e um copo de café, mais pequeno que os anteriores), alguns clipes, uma esponja para arranjos florais e três barras de metal.

Elaborou-se, também, uma ficha de trabalho, para cada grupo de alunos, composta por duas tabelas: a primeira dividida em três colunas, onde constam, respectivamente, a estimativa, o resultado depois da contagem e a diferença entre estimativa e valor real; a segunda tabela não tem divisões, é um rectângulo que ocupa toda a parte inferior da folha A4 e destina-se ao registo, por parte dos alunos, das estratégias de cálculo utilizadas pelo respectivo grupo.

A actividade foi desenvolvida em grupos de seis alunos, colocados em redor de uma única mesa rectangular, pois deste modo o material ficava acessível, de igual modo, a todos os elementos do grupo. Após a escolha do porta-voz, efectuada pelos elementos do grupo, foi distribuído o material, ficando o grupo A com as tampas, o grupo B com os feijões, o grupo C com os berlindes e o grupo D com as folhas de papel A4. O pano de cozinha foi entregue ao grupo C, para evitar que os berlindes andassem a rolar pela sala o que provocaria alguma confusão e dispersão.

Desenvolvimento da actividade

A primeira tarefa consistiu em efectuar a estimativa do número de objectos que cada grupo tinha em cima da mesa.

Professora: — *Em cada um dos grupos, quantas tampas, feijões, berlindes e folhas de papel é que acham que estão em cima da mesa?*

Miguel: — *É difícil! É contar...*

Professora — *Não. Sem contar... o que têm de fazer é a estimativa... tentar adivinhar a quantidade de objectos sem os contar.*

Os alunos dos quatro grupos efectuaram a estimativa do número de objectos que tinham e registaram-na na primeira coluna da primeira tabela da ficha de trabalho.

Apesar de os grupos serem compostos por seis elementos, dois dos grupos optaram por registar apenas três valores: agruparam os nomes dos elementos do grupo que efectuaram estimativas iguais, numa demonstração clara da plena interiorização das noções de conjunto e agrupamento segundo certas propriedades.

Em apenas um dos grupos, os alunos chegaram a um acordo sobre o valor da estimativa a registar na ficha de trabalho. Apesar de terem apresentado apenas um valor para a estimativa, os elementos do grupo, num primeiro momento, não estavam todos de acordo; porém, através do diálogo e da argumentação, entre eles, conseguiram que se chegasse a um valor único que representasse a vontade do grupo.

No grupo A, o das tampas, apesar de os alunos registarem vários valores para a estimativa, a sua foi a que mais se aproximou do valor real, em oposição ao grupo D, o das folhas, onde a diferença foi a maior. Esta decisão talvez se deva ao facto de as tampas serem, de entre os objectos distribuídos, os que maior volume ocupam, sugerindo assim a ideia de maior quantidade.

De modo a permitir aos alunos uma tomada de consciência sobre terem, ou não, aproximado as estimativas ao valor real, pediu-se-lhes que contassem, efectivamente, os objectos. Como suporte para a contagem foi distribuído algum material. Assim, aos grupos A e B foram entregues os fios vermelhos e verdes. Os copos e o garrafão foram entregues ao grupo C, o dos berlindes, e ao grupo D, o das folhas, foram entregues alguns clipes. Apesar de se ter como objectivo que os alunos efectuassem agrupamentos de dez, não foram dadas quaisquer indicações nesse sentido: apenas foi referido que deveriam arranjar uma estratégia, que permitisse identificar facilmente o número de objectos.

Estratégias utilizadas e construções efectuadas

Observaram-se claramente dois tipos distintos de estratégias utilizadas pelos alunos para efectuar a contagem: correspondência termo a termo (grupo A) e agrupamentos. A escolha destas estratégias pode indiciar diferentes estágios de compreensão quer quanto ao sentido do número quer quanto às potencialidades/vantagens de realizarem agrupamentos como um modo facilitador de contagem.

Os grupos A e B, com maior ou menor dificuldade, recorrendo aos fios facultados, formaram conjuntos de dez elementos, o que facilitou a contagem.

No grupo C, o dos berlindes, e uma vez que os alunos não estavam a utilizar o garrafão e o copo mais pequeno (efectuavam agrupamentos mas pelo número de berlindes que cabia dentro dos copos transparentes), a professora sentiu necessidade de efectuar uma pequena intervenção de modo a desencadear o raciocínio dos alunos.

Professora: — *Os copos são todos iguais?*

Francisco: — *Não!*

Professora: — *Então para que serve o copo mais pequeno?*

Rita: — *É para colocar as unidades que sobram...*

Professora: — *Então pensem lá um bocadinho como podem apresentar a contagem.*

Este pequeno diálogo permitiu que os alunos distribuíssem os cento e onze berlindes pelos copos, efectuando agrupamentos de dez. Apresentaram, e representaram por meio de desenho, na ficha, tal como era pretendido, o garrafão com dez copos no interior (cada copo com dez berlindes), um copo transparente com dez berlindes fora do garrafão e ainda um copo pequeno com um berlinde (figura 1).

O grupo D agrupou as 102 folhas de papel A4 em grupos de dez, presos com clipes, ficando com duas folhas soltas. Nesta actividade apenas o colocar do clipe para diferenciar os grupos de dez foi problemático.

Formador: — *Então quantas folhas têm vocês aí?*

Marta (pega nos grupos): — *Dez, vinte, ..., noventa, cem, cem dois.*

Djamila: – *Mas ainda não demos o cem...*

Os alunos efectuam com facilidade contagens de dez em dez o que evidencia terem-se apropriado das propriedades da dezena e, apesar de não se expressarem correctamente, têm já presente o valor da quantidade cento e dois.

Após terem efectuado a contagem dos objectos, os grupos efectuaram o seu registo, na ficha de trabalho, determinando também a diferença entre o valor estimado e o valor real. O grupo C, o dos berlindes, apresentou o registo da figura 2.

A discussão efectuada entre os alunos deste grupo e o formador aconteceu assim...

Formador: — *Então, quem é que me pode explicar como determinaram esta diferença?*

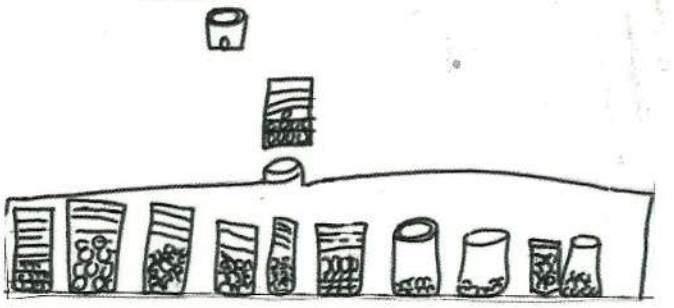


Figura 1. Resultado da contagem — Estratégias utilizadas.

Estimativa	Resultado depois da contagem	Diferença entre estimativa e resultado
Migel-99 Luís-99 Francisco-20 Rita-99 Margarida-60 Carolina-99	111	99+) 1=111 30+81=111 60+51=111

Figura 2.

Miguel: — *Então, foi fácil. Fomos ver quanto faltava à nossa estimativa para chegar ao valor correcto. Foi só contar!*

Formador (indica a última situação): — *Mas como é que contaram? Explica-me lá como fizeram para chegar ao sessenta.*

Miguel: — *Então, fomos somando. Sessenta mais dez dá setenta, mais dez dá oitenta, mais dez, ..., mais um dá cento e onze.*

Curioso é o facto de a maioria dos grupos ter determinado esta diferença, utilizando a operação inversa: resolveram, assim, o problema aplicando as propriedades e conhecimentos adquiridos sobre a adição que é, para os alunos, muito mais natural que a subtracção (Kammi, C., Lewis, B., Kirkland, L., 2001).

Enquanto explicava o seu raciocínio, o aluno apercebeu-se do erro que tinham cometido na *diferença* entre o noventa e nove e o valor real. Este erro, revelado pelo questionamento efectuado, reconhecido e compreendido pelo aluno, transformou-se, assim, num instrumento ao serviço das aprendizagens.

A comunicação dos processos, resultados e conclusões

Efectuados os registos, seguiu-se o tempo de explicar à turma o trabalho desenvolvido por cada grupo, relatando todo o processo desde as estratégias utilizadas à obtenção dos resultados, esclarecendo, também, as conclusões obtidas. Para o efeito, o porta-voz de cada grupo explica à turma como procedeu o seu grupo. O porta-voz do grupo C, o dos berlindes, explicou aos colegas o processo utilizado para a contagem.

Professora: — *Que estratégia utilizaram para contar os berlindes?*

Miguel: — *Em dez copos colocámos dez berlindes em cada e fizemos uma centena; então, pusemos os dez copos dentro do garrafão e sobrou um copo com dez berlindes, que é uma dezena, e um copo com um berlinde que é uma unidade.*

Professora: — *Puseram os copos dentro do garrafão, porquê?*

Miguel: — *Porque dez copos com dez berlindes faz uma centena.*

Professora: — *Se olharmos para o copo médio temos dez berlindes que são ...?*

Alunos: — *Uma dezena.*

Professora: — *Então juntaram dez dezenas no garrafão e obtiveram o quê?*

Miguel: — *Uma centena.*

Professora: — *Então temos cem (levanta o garrafão) mais dez (mostra o copo transparente) mais um (mostra o copo pequeno).*

Miguel: — *Sim, cento e onze.*

Deste diálogo fica claro que os alunos interiorizaram perfeitamente o conceito de centena bem como as relações existentes entre esta, a dezena e a unidade. Por serem alunos apenas do 2° ano, a comunicação oral teve como suporte fundamental o diálogo interactivo com a professora, o qual tem por fim último criar ambiente para que os alunos se expressem com clareza e fluência, quer a nível de discurso, quer a nível de conteúdo, tentando também que, desta forma, os alunos partilhem diversas estratégias para a obtenção de um resultado sempre que na sua busca forem percorridos caminhos diferentes. Deste modo, a turma pode interagir e organizar melhor o pensamento e reforçar as argumentações e discussões ocorridas em cada um dos grupos.

A representação da centena no ábaco

Com o objectivo de que os alunos se vão apropriando do sentido de posição do sistema decimal, foi utilizada esta mesma actividade também para representar, no ábaco, os números resultantes das contagens anteriormente efectuadas. Com a esponja para arranjos florais e as três barras de metal construiu-se um ábaco utilizando tampas de plástico para representar as diferentes ordens (verdes para as unidades, azuis para as dezenas e vermelhas para as centenas).

Num primeiro momento, a professora mostrou aos alunos o ábaco, apenas com as duas ordens que eles já conheciam.

Professora: — *Alguém sabe o que é isto?*

Carolina: — *São barras.*

Professora: — *Sim, mas têm um nome especial!*

Diogo: — *É um ábaco.*

Professora: — *E lembram-se como funciona?*

Pedro: — *Sim, a professora costumava desenhar no quadro, mas agora inventou um ábaco para nós trabalharmos, porque na escola não há nenhum.*

Os alunos estavam muito admirados por nesta aula a professora ter *inventado* o ábaco e já o poderem manusear efectivamente.

Professora: — *Alguém do grupo A sabe representar o número de tampas que está em cima da mesa?*

(Todos os alunos querem ir representar.)

Professora: — *Então vem cá o Diogo.*

Professora: — *Quantas unidades tens?*

Diogo: — *Três.*

Professora: — *E quantas dezenas?*

Diogo: — *Três.*

Professora: — *Quantas tens em cima da mesa?*

Diogo: — *Três.*

Professora: — *Estão de acordo com o Diogo? Todos acham que ele tem três dezenas em cima da mesa?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *Então quantas tem?*

Alunos: — *Treze.*

Professora: — *Então vamos lá pô-las no ábaco.*

Diogo: — *Um, dois, três...*

Neste momento, o aluno apercebe-se que não consegue representar as treze dezenas no ábaco que tem à sua frente — apenas com as duas ordens. A professora continua, então, com o diálogo.

Professora: — *Então, quantas dezenas nos faltam representar?*

Diogo: — *Temos que pôr mais dez.*

Professora: — *Mas era assim que fazíamos antes?*

Diogo: — *Não...*

Professora: — *Então como era? Como fazíamos?*

Diogo: — *Colocamos mais um pauzinho para as centenas e fazemos um, três, um. As unidades são a esquina, as dezenas o quadro e as centenas a janela...*

Esta situação possibilitou aos alunos reforçar a sua construção de sentido de posição e, pelo seu comentário, o Diogo demonstra a capacidade de efectuar analogias e fornecer exemplos válidos, relacionando o trabalho desenvolvido no ábaco com o ambiente de sala de aula, o que indica também que esta se tornou uma actividade significativa.

Breves Conclusões

No momento da preparação das tarefas, foi considerado, como um dos objectivos primordiais, que fossem os alunos a construir a sua representação de centena bem como das relações existentes entre as diferentes posições do sistema decimal. Os diferentes materiais manipuláveis foram os meios utilizados para facilitar essa construção, despertando nos alunos curiosidade e expectativa em saber o que se ía fazer na sala, estratégia que se revelou com um elevado potencial facilitador das suas aprendizagens. Por outro lado, a manipulação do ábaco permitiu que os alunos adquirissem um tipo de destrezas e práticas, que não seriam possíveis se consideradas apenas as suas representações no quadro e/ou no caderno.

O desenrolar das actividades desta aula reforça-nos a convicção de que fornecendo aos nossos alunos a oportunidade de vivenciarem experiências diversificadas de aprendizagem (no caso concreto, de contagem), utilizando múltiplas estratégias, quer sejam informais, intuitivas ou estruturadas, os conceitos são solidamente adquiridos, ou seja, facilitamos-lhes a oportunidade de irem construindo os pilares da sua formação matemática de modo bem fundamentado.

Referências

Departamento de Educação Básica (1991). *Organização Curricular e Programas — Ensino Básico — 1º Ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

Departamento de Educação Básica (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico — Competências Essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação.

National Council Teachers of Mathematics. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática.* Lisboa: APM, IIE.

Kammi, C., Lewis, B. e Kirkland, L. (2001). Fluency in subtraction compared with addition. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 33–42.

Olga Mendes. EB1 Armação de Pêra

Carlos Miguel Ribeiro. Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve

A formação e o ensino da Matemática: Do 1º ao 3º ciclo

Fernanda Maria da Silva Perez

Introdução

A melhoria das condições de ensino e aprendizagem da Matemática e a valorização das competências dos professores nesta disciplina constitui uma das grandes finalidades do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1° e 2° ciclos do ensino básico, no qual sou formadora há 2 anos e no âmbito do qual surge esta reflexão.

Como professora do 3° ciclo e ensino secundário, sei que uma das principais razões que nós, professores, apresentamos como impeditivas da progressão por parte dos nossos alunos é a falta de pre-requisitos ao nível dos conhecimentos matemáticos adquiridos nos primeiros anos de escolaridade. Aquilo a que habitualmente chamamos *falta de bases*, tornou-se quase um lugar comum nas justificações que pais e professores encontram para o insucesso na Matemática, remetendo a responsabilidade para o que deveria ter sido feito e não foi. Se com base neste argumento o diagnóstico é fácil, o prognóstico não o é menos, e traz invariavelmente associada a ideia de fatalismo irreversível. Revelador de uma concepção da Matemática como uma ciência em que os conhecimentos se encadeiam e dependem uns dos outros de uma forma quase hierárquica, este prognóstico é limitador, deixando pouca margem para uma intervenção com vista à resolução do problema. As soluções passam quase sempre por propor os alunos para aulas de apoio educativo, nas quais, com as melhores intenções, os professores insistem em ensinar-lhes os conteúdos em que revelam dificuldades, sem no entanto conseguirem actuar ao nível das verdadeiras lacunas.

Eu, professora há uns 13 anos, revejo-me mais do que gostaria no que acabei de expor. Foi por essa razão que decidi reflectir sobre os benefícios que esta experiência de formação, concretamente no 1° ciclo de escolaridade, me trouxe no que se refere à valorização das minhas competências enquanto professora de Matemática do 3° ciclo e, portanto, no que espero que sejam as aprendizagens dos meus futuros alunos. O tema sobre o qual me debruço é a *Álgebra* e o meu objectivo é tentar perceber de que forma a minha experiência enquanto formadora de professores do 1° ciclo me pode ajudar, quando voltar para a escola, a resolver o eterno problema da *falta de bases* dos alunos, concretamente no tópico *Equações*.

Numa primeira secção, tentarei identificar requisitos do conhecimento matemático que considero fundamentais para o desenvolvimento de alguns aspectos das competências específicas relacionadas com a resolução de equações. Numa segunda secção, incidirei a minha análise na proposta de formação da Escola Superior de Setúbal, *Calcular em cadeia*, tentando mostrar de que forma as cadeias numéricas podem constituir uma mais-valia no desenvolvimento dos aspectos da competência matemática identificados na secção anterior. Por fim, a terceira secção, pretende ser uma súmula conclusiva da análise feita, à luz da reflexão que faço sobre o papel que esta experiência de formação pode ter no meu percurso enquanto professora, nomeadamente, do 3° ciclo do ensino básico.

Aprendizagens fundamentais nas Equações

Escolhi o tópico *Equações* por ser uma das temáticas que mais dificuldades levantam aos alunos. As considerações que teço assentam fundamentalmente na minha experiência enquanto professora.

No *Currículo Nacional do Ensino Básico* (2002) pode ler-se que a competência matemática inclui "a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais" e que deve ser dada "primazia" aos processos matemáticos "em relação aos tópicos específicos vistos isoladamente" (p. 59).

Implícito na chamada de atenção para a necessidade de integrar estes aspectos, o documento aponta para a (co)existência de saberes de distinta natureza que importa considerar: saberes relacionados com os processos matemáticos e saberes relacionados com os tópicos matemáticos específicos.

De facto, da minha experiência de professora de Matemática, nomeadamente no 3° ciclo, ressaltam dificuldades que trespassam ambas as vertentes. Por um lado, são facilmente identificadas lacunas ao nível dos conhecimentos matemáticos específicos, por outro lado, elas estão quase sempre associadas a insuficiências relacionadas com os hábitos de pensamento, tais como a falta de predisposição para raciocinar matematicamente[1], a falta de aptidão para discutir e comunicar descobertas e ideias matemáticas, entre outras.

No tópico *Equações* os alunos com dificuldades podem separar-se em dois grupos. Num primeiro grupo incluem-se os alunos que não são capazes de resolver equações e que apresentam dificuldades de vária ordem; o segundo grupo é composto por alunos que, apesar de serem capazes de resolver equações, fazem-no por mecanização dos procedimentos mas manifestam uma total incompreensão dos conceitos matemáticos em jogo. Por exemplo, perante a equação $2x + 1 = 7$, um aluno do primeiro grupo poderá fazer erros como os apresentados na figura 1:

Erros comuns na resolução de equações

$2x + 1 = 7$	$2x + 1 = 7$
$2x = 7 + 1$	$2x + 1 - 7 = 0$
$2x = 8$	$2x + 6 = 0$
	$x = 6 - 2$
A solução é 8.	A solução é 4.

Figura 1

Já um aluno do segundo grupo resolverá correctamente a equação dizendo qualquer coisa do tipo "o 1 *passa para o outro lado com menos*; o 2 *passa para o outro lado a dividir*". Esta descrição dos procedimentos quando é acompanhada por compreensão não tem mal por si só, no entanto, estes alunos, por não dominarem os conhecimentos matemáticos em jogo, invariavelmente cometem erros como os da figura 2:

Erros comuns na resolução de equações

$-2x + 1 = 7$	$-2x - 1 = 5 - 2x$
$-2x = 7 - 1$	$-2x + 2x = 5 + 1$
$x = 6 + 2$	$0x = 6$
$x = 8$	$x = 6/0$
	$x = 0$

Figura 2

O erro da primeira coluna resulta do facto dos procedimentos estarem memorizados como se de uma lenga-lenga se tratasse. *O menos passa a mais e o vezes passa a dividir*, sem compreensão associada, faz com que o aluno fique sem saber, no "$-2x$", qual o *sinal que deve mudar*, se o *menos* ou se o *vezes*, por isso, trata o "-2"como se estivesse a adicionar "$+2$" a ambos os membros sem sequer se aperceber da aplicação deste princípio de equivalência. Outras vezes, acerta.

O segundo erro é de natureza diferente mas igualmente revelador de falta de compreensão. O aluno realiza os procedimentos correctos, mas indica o zero como resultado da divisão de seis por zero. Neste caso, para além do problema do cálculo de uma divisão em que o divisor é zero, não é claro para o aluno que o valor encontrado para o "x" é a solução para todas as igualdades equivalentes que levam à identificação desse valor.

É claro que estes são apenas alguns exemplos, de entre muitos outros, dos erros que habitualmente os alunos cometem. Existem ainda dificuldades relacionadas com a falta de hábitos de pensamento e com a interpretação dos contextos. Por exemplo, quando certas equações surgem em problemas com contextos de medida, é muito comum ver os alunos considerarem medidas inferiores a zero como soluções possíveis.

Um diagnóstico adequado pode trazer vantagens também no desenvolvimento de desempenhos melhorados.

Consideremos as seguintes equações:

a) $4t^2 - 16 = 0$ b) $b^2 - 1 = 8$ c) $5p^2 = 45$

Para as resolver correctamente, o aluno pode aplicar os casos notáveis e a Lei do anulamento do produto, mas, para poder aplicar com sucesso esses conhecimentos, ele deve ser capaz de reconhecer, de imediato, que 4 é o quadrado de 2 e 16 é o quadrado de 4 — alínea a) —, que lhe convém juntar o 8 com o 1 para obter outro quadrado perfeito — alínea b) — e que tanto o 5 como o 45 são múltiplos de 5, sendo essa a melhor estratégia para a resolução que pretende seguir.

Mesmo optando por isolar a incógnita no 1° membro da equação e aplicar, de seguida, a raiz quadrada ao 2° membro, é fundamental que o (re)conhecimento dos números quadrados perfeitos esteja devidamente automatizado — automatismos de cálculo.

Consideremos agora as seguintes equações:

d) $x^2 + 7x = 10x - 3x$ e) $5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$,

No caso da alínea d), um aluno que tenha o conhecimento de que $7 + 3 = 10$ automatizado, pode perceber de imediato que os termos em x se anulam, pelo que chega à solução da equação apenas em dois passos ($x^2 = 0$; $x = 0$). Um aluno com menos sensibilidade para os números, isto é, que não tenha desenvolvido referências numéricas de suporte ao cálculo, tardará um pouco mais em chegar à solução.

Já a equação da alínea e) é facilmente resolúvel se o aluno identificar a presença do "x^2-1" como factor comum e aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

$$5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$$
$$6(x^2-1) = 0$$
$$\ldots$$

As soluções são 1 e -1.

Se apenas seguir os procedimentos mecanizados sem *olhar* para os números e para as operações em jogo, precisará de mais tempo e aumentará a sua probabilidade de erro:

$$5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$$
$$5x^2-5 + (x^2-1) = 0$$
$$5x^2 + x^2-5-1 = 0$$
$$6x^2-6 = 0$$
$$6(x^2-1) = 0$$
$$\ldots$$

As soluções são 1 e -1.

O desenvolvimento dos aspectos da competência matemática no tópico *Equações*, traz subjacentes muitos factores: perceber o significado de uma incógnita, bem como o seu papel; entender as características de uma igualdade algébrica, assim como as relações de equivalência e suas condicionantes; recorrer à mecanização de procedimentos e técnicas como instrumento para intervir em contexto e não como um objectivo por si só; relacionar os vários passos da resolução de uma equação, interpretando as soluções, caso existam; aplicar a resolução de equações na resolução de problemas; formular uma equação como estratégia para resolver um problema;...

À medida que se vai avançando no ano de escolaridade, a complexidade dos erros vai aumentando e o seu diagnóstico exige, naturalmente, uma maior profundidade de análise. O tipo de erro deverá ser, similarmente, objecto de análise, já que existem erros de natureza muito distinta. Alguns têm a ver com uma capacidade de abstracção ainda pouco desenvolvida, outros têm a sua origem em deficiências de cálculo como sejam insuficiente desenvolvimento do sentido do número, ausência de referências numéricas de suporte ao cálculo; deficiente domínio das operações adição, subtracção, multiplicação e divisão, bem como ausência de apropriação das relações entre elas e das suas propriedades.

São estes aspectos do cálculo que identifico como alguns dos requisitos essenciais para uma bem sucedida aprendizagem das equações.

As cadeias numéricas e as Equações

O diagnóstico dos erros é valioso, mas tornar-se-á inútil se não for acompanhado da definição de estratégias de actuação concretas, que ajudem a ultrapassá-los. A atitude do professor é, assim, determinante e as tarefas que propõe aos seus alunos podem assumir um importante papel.

Silva *et al.* (1999), defendem que a perspectiva adoptada no interior de cada tema do programa curricular deve ser progressivamente alterada:

> (...) As técnicas e as rotinas de cálculo devem estar inteiramente subordinadas à realização das actividades e nunca treinadas intensamente com vista a obter uma proficiência eventualmente necessária num futuro longínquo; (...)
>
> Os alunos irão, ao longo da escolaridade, tomando consciência das ideias e processos matemáticos, cabendo ao professor, na reflexão que deverá fazer com os alunos relativamente às actividades realizadas, avaliar o grau de explicitação que a maturidade dos alunos lhe permitirá fazer dessas ideias e processos. (p. 84)

Esta perspectiva pressupõe que o trabalho a realizar com os alunos vá sendo delineado tendo em conta, nomeadamente, os diferentes ritmos de progressão dos alunos e o seu particular nível de maturidade intelectual, conduzindo assim a uma diversidade de abordagens e aprofundamento dos temas e dos processos dentro da mesma escola ou até dentro da mesma turma.

De facto, é ao professor que cabe decidir o que fazer, em particular face a um diagnóstico de dificuldades. Tendo em conta a especificidade da análise que faz, deve definir uma trajectória de aprendizagem para o(s) aluno(s) em questão, de modo a possibilitar a sua evolução. Como referem Ponte et al. (1999),

Estes [Os professores] devem: (a) perspectivar a Matemática não como uma actividade em que se memorizam definições e obtêm as respostas correctas, mas em que acções de questionar, pensar, corrigir, confirmar são características essenciais; (...); (d) desenvolver a sua criatividade curricular a fim de conceber e adaptar tarefas adequadas para os alunos; (e) assumir uma perspectiva da aprendizagem dos alunos baseada na actividade, na interacção e na reflexão; (...). (pp. 148–149)

Calcular em cadeia (Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1° ciclo, Escola Superior de Educação de Setúbal, 2006/2007) foi uma das propostas desta formação que se revelou com mais potencialidades na promoção de um "desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes" (CNEB, 2002, p. 58), no que respeita às competências de cálculo:

Calcular em cadeia tem como grande finalidade desenvolver nos alunos um cálculo mental eficiente. A ideia é o professor dar um conjunto de exercícios, relacionados entre si e que pretendem evidenciar determinadas estratégias de cálculo associadas a propriedades dos números e das operações.

Assim, cada cadeia procura construir um sistema de relações numéricas que assentam no cálculo realizado na(s) linha(s) anterior(es) da cadeia. Para elaborar cadeias o professor deve ter conhecimento das estratégias de cálculo fundamentais relacionadas com as diferentes operações.

Na sala de aula, pode ser destinado um pequeno período de tempo, dez, quinze minutos por dia, para trabalhar algumas cadeias.

Por exemplo, se a ideia for trabalhar a adição usando saltos de 10 ou saltos de 10 com compensação pode ser proposta a seguinte cadeia:

$$\begin{aligned} 23 + 20 &= \\ 23 + 19 &= \\ 23 + 29 &= \\ 33 + 19 &= \end{aligned}$$

Pode começar-se por apresentar 23 + 20 e dar tempo aos alunos para resolverem, pedindo-lhes para explicarem as estratégias usadas, que vão sendo registadas no quadro. Em seguida apresenta-se o segundo exercício da cadeia, procedendo da mesma forma, e assim sucessivamente até serem propostos todos os exercícios da cadeia.

Embora possam aparecer diferentes estratégias é importante discutir com os alunos qual a estratégia mais "eficaz", ou seja, aquela ou aquelas que decorrem de uma compreensão do valor dos números envolvidos e das relações em que se podem apoiar.

Por exemplo:

23 + 20	pode ser calculado fazendo 23 + 10 e adicionar novamente 10.
23 + 19	pode ser calculado sabendo que 23 + 20 = 43, logo basta subtrair 1 (adicionar múltiplos de 10 e compensar).
23 + 29	basta adicionar 10 a 23 + 19 ou então adicionar 23 + 30 e subtrair 1 (adicionar múltiplos de 10 e compensar).
33 + 19	basta adicionar 10 a 23 + 19.

(*Calcular em cadeia*, Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1° ciclo, Escola Superior de Educação de Setúbal, 2006/2007)

No ensino das *Equações* avançamos, muitas vezes prematuramente, para a aquisição e aplicação das regras de resolução, sem antes desenvolvermos um trabalho preparatório que deveria incidir precisamente em aspectos do cálculo mental. Se durante um tempo razoável os alunos não utilizarem as referidas regras mas forem forçados a efectuar raciocínios do tipo *Estou à procura do número que multiplicado por dois e adicionado de 4 unidades vai dar 20*, são as competências de cálculo mental que estão fortemente presentes nestes raciocínios. Quando os alunos passam a resolver as equações utilizando as regras, rapidamente deixam de precisar do cálculo mental, pois os cálculos são faseados (em oposição a relacionados) e muito simples. As cadeias numéricas podem assumir, portanto, um relevante papel neste processo.

Um primeiro aspecto em que, julgo, este tipo de tarefa pode ajudar é exactamente na compreensão do que são expressões numéricas equivalentes — acredito que essa compreensão será transferida para as expressões algébricas, com relativa facilidade. Ao discutir as diferentes estratégias usadas pelos alunos para calcular 23 + 20 (ou outra), vão necessariamente surgir expressões equivalentes. Por exemplo, 23 + 19 = 42 *porque fiz* 20 + 20 *e mais* 3, *e depois tirei* 1 *ou* 23 + 19 = 42 *porque* 20 + 10 *é* 30, 30 + 9 *é* 39 *e mais* 3 *dá* 42 ou, relacionando com o primeiro exercício da cadeia, 23 + 19 = 42 *porque* 23 + 20 *é* 43 *e é só tirar* 1.

De facto, os alunos convivem naturalmente com a equivalência entre as seguintes expressões numéricas:

$$\begin{aligned} &23 + 19 \\ &20 + 20 + 3 - 1 \\ &20 + 10 + 9 + 3 \\ &43 - 1 \\ &42 \end{aligned}$$

Os alunos vão simultaneamente apropriando-se de diferentes relações entre os números e de algumas propriedades das operações. Ao compor e decompor os números de modo a associá-los para facilitar o cálculo, o aluno não só relaciona os números entre si, 23 + 19 = 23 + 20–1 porque 19 é 20–1, mas também usa, mesmo sem saber, propriedades como a propriedade associativa da adição e a propriedade comutativa da adição: $23 + 19 = (20 + 3) + (10 + 9) = (20 + 10) + 9 + 3$. Outras cadeias numéricas podem ter como principal intenção trabalhar, por exemplo, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição que está, afinal, na base da adição de monómios semelhantes, cuja aprendizagem deve, durante muito tempo, recorrer a essa propriedade. A mesma propriedade, tal como as propriedades comutativas da adição e a da multiplicação, também se aplicam nas operações com polinómios.

Outra mais valia sucede quando o aluno percebe que pode relacionar os exercícios de uma mesma cadeia. Por um lado, vai ganhando referências numéricas — no caso deste exemplo, ele percebe que tendo o número múltiplo de 10 como referência, para cálculos com números próximos basta contar para a frente ou para trás a partir desse número — e criando automatismos de cálculo — o aluno depressa automatiza o efeito que os saltos de 10 provocam no algarismo das dezenas no caso deste exemplo. Por outro lado, vai consolidando a noção da relação da parte com o todo, isto é, se parte da relação $23 + 20 = 43$, ao retirar 1 unidade à quantidade expressa por $23 + 20$, o resultado sofre necessariamente a mesma alteração, isto é, diminui também 1 unidade. A pouco e pouco apreenderá que se duplicar um dos membros dessa relação, para que ela se mantenha terá de duplicar o outro membro; se reduzir para metade, a relação entre os dois membros só se manterá inalterável se a redução suceder nos dois, e por aí fora.

Parece-me que o caminho fica aberto para uma compreensão efectiva dos princípios de equivalência no caso das equações: se adicionarmos ou subtrairmos a mesma quantidade a ambos os membros de uma igualdade (de uma equação), a igualdade (a equação) que se obtém continua verdadeira (é equivalente àquela de onde partimos); se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma igualdade (equação) pela mesma quantidade, a igualdade (a equação) que se obtém é, também ela, uma igualdade verdadeira (equivalente à anterior).

A procura de "padrões e regularidades", bem como a formulação de "generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos", e a "aptidão para construir (...) regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como passar de umas formas de representação para outras (...)" (CNEB, 2002, p. 66), são aspectos da competência matemática que vêm referidos no Currículo Nacional do Ensino Básico, no domínio da Álgebra e que estão constantemente presentes nas actividades realizadas nas cadeias numéricas.

Decidir, de entre uma panóplia de conhecimentos bem consolidados, qual o que mais convém usar para tornar o cálculo mais eficiente ou como estratégia para alcançar um determinado objectivo, pode ser encarado como uma atitude e é outro dos aspectos que as cadeias numéricas podem ajudar a desenvolver.

Por fim, "a aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados" (M.E., CNEB, 2002, p. 60) é, igualmente, um aspecto em que as cadeias numéricas podem enriquecer as aprendizagens e um dos aspectos da competência matemática a desenvolver por todos os alunos no domínio dos números e cálculo, tal como preconiza o Currículo Nacional do ensino Básico.

Calcular qualquer um dos exercícios propostos na cadeia usada como exemplo, no texto transcrito (ou quaisquer outros até mais complexos) pode não ser problema para os alunos, contudo, relacioná-los entre si é uma tarefa com a qual não estão familiarizados e que se pode tornar potente do ponto de vista das aprendizagens. Fazendo um paralelismo com as equações, calcular o quadrado de 4 (ou de qualquer outro número) não constitui dificuldade para nenhum aluno no 3° ciclo do ensino básico, basta saber que calcular o quadrado é multiplicar o número por si próprio; não obstante, são muitos os que não aplicam os casos notáveis — quadrado de uma soma ou de uma diferença e diferença de quadrados — embora até possam saber reproduzir as respectivas *fórmulas*. Saber coisas é fácil, o difícil é saber relacioná-las como mais convém.

Termino com a apresentação de algumas outras cadeias numéricas que, em minha opinião, ajudariam a dar resposta aos aspectos que salientei e que constavam nos respectivos materiais de formação da Escola Superior de Educação de Setúbal para os 1° e 2° ciclos do ensino básico, ainda que muitas outras se possam considerar:

$25 + 25 =$ $25 + 26 =$ $25 + 24 =$ $25 + 28 =$	$30 + 30 =$ $29 + 31 =$ $28 + 30 =$ $29 + 29 =$	$63 + 10 =$ $43 + 10 =$ $123 + 10 =$ $143 + 100 =$	$143 + 107 =$ $138 + 20 =$ $138 + 23 =$ $138 + 123 =$

$40 - 20 =$ $40 - 21 =$ $40 - 19 =$ $41 - 19 =$	$50 - 25 =$ $52 - 25 =$ $70 - 35 =$ $72 - 35 =$	$143 - 3 =$ $143 - 23 =$ $143 - 24 =$ $164 - 25 =$ $182 - 43 =$

$2 \times 24 =$ $4 \times 24 =$ $8 \times 24 =$ $8 \times 12 =$ $4 \times 12 =$	$5 \times 6 =$ $30 \times 6 =$ $35 \times 6 =$ $2 \times 7 =$ $40 \times 7 =$ $42 \times 7 =$	$10 \times 6 =$ $3 \times 6 =$ $30 \times 6 =$	$10 \times 13 =$ $11 \times 13 =$ $20 \times 45 =$ $21 \times 45 =$

Conclusão

As cadeias numéricas são apenas uma, entre muitas, das tarefas que se podem propor para desenvolver certos aspectos fundamentais da competência matemática no tema *Álgebra*. As *Equações* são, igualmente, apenas um tópico entre muitos os que levantam problemas do ponto de vista dos pre-requisitos necessários à progressão das aprendizagens.

Tenho consciência de que a análise que aqui apresento é muito insuficiente e está longe de apontar saídas para o problema sobre o qual me propus reflectir. Apesar de tudo, serviu-me como pontapé de saída para a procura de pistas que possam ajudar a solucionar uma preocupação que há muito me vem assaltando. Durante estes dois anos de formação, dei por mim, muitas vezes, a pensar sobre a minha própria prática, a fazer analogias e, principalmente, a perceber como deveria ter feito com os meus alunos mas nunca soube fazer. No trabalho diário com os professores do 1° ciclo, as questões vinham a lume e era preciso dar-lhes respostas, já não era possível remeter a responsabilidade para as aprendizagens que já deveriam estar consolidadas e não o estavam. Questões como *Ele não consegue contar, o que é que eu faço? Ela não entende que se trata de um contexto subtractivo, o que fazer? Os meus alunos não sabem dividir, porquê?*, remetiam-me variadas vezes para outras semelhantes: *Não sabes dividir uma certa quantidade por 1? Dividir por zero dá zero? Não conheces a propriedade distributiva?* entre muitas outras, por vezes até mais significativas. Enfim, imensas as perguntas difíceis, intensa a procura de respostas...

Nas *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (NCTM, 1994) pode ler-se que

> Para melhorar o ensino da Matemática, os professores devem constantemente analisar aquilo que eles e os seus alunos fazem e de que modo isso afecta a aprendizagem dos alunos. Ao usar uma variedade de estratégias, os professores devem orientar constantemente a capacidade e tendência dos alunos para a análise de situações, para o enquadramento e resolução de problemas e para dar sentido aos conceitos e processos matemáticos. Os professores devem usar tais informações não só para avaliar como estão progredindo os seus alunos, mas também para apreciar até que ponto as actividades, o discurso e o ambiente favorecem em comum o poder matemático dos alunos e para adaptar, em consequência, o seu ensino. (p. 69)

No meu futuro enquanto professora do 3° ciclo (e secundário), espero conseguir pôr em prática tudo quanto aprendi e defendi no trabalho com os professores do 1° ciclo. Afinal, aprender não é um acto com um princípio e um fim, mas um processo continuado, com avanços e recuos, mas que deve ser, tem de ser, muito gratificante. Para alunos, professores e... formadores.

Nota

1 Ver desenvolvimento do significado do termo "raciocinar matematicamente" no CNEB, 2002, p. 57.

Bibliografia

Fosnot, C & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Conscructing multiplication and division*. Heinemann.: Portsmouth.

Fosnot, C & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Conscructing fractions, decimals, and percents*. Heinemann: Portsmouth.

Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas — 3° ciclo do ensino básico* (volume I). Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação (1991b). *Matemática: programa — 3° ciclo do ensino básico* (volume II). Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação — DEB.

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (tradução portuguesa da edição original de 1991). Lisboa: APM e IIE.

Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., & Varandas, J. (1999). Investigando as aulas de investigações matemáticas. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133–151). Lisboa: APM.

Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J., & Abrantes, P. (1999). O currículo de Matemática e as actividades de investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 69–85). Lisboa: APM.

Fernanda Maria da Silva Perez

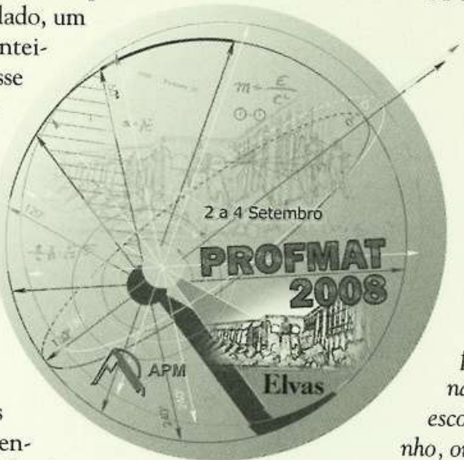
Formadora do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1° e 2° ciclos na equipa da ESE de Setúbal

ProfMat 2008

De 2 a 4 de Setembro em Elvas

O encontro anual de professores de Matemática regressa em 2008 ao Alentejo. Depois de Portalegre e Évora será agora Elvas a acolher o *ProfMat* 2008, nos dias 2, 3 e 4 de Setembro.

Um acontecimento como o *ProfMat* a realizar-se entre o final de férias e o arranque de mais um ano lectivo, por razões que são de todos conhecidas, pode ser o grande acontecimento mobilizador que marcará o início do próximo ano lectivo em Portugal. Por outro lado, um *ProfMat* que se realiza numa cidade fronteira com Espanha pode tirar partido desse facto, nomeadamente criando condições para aprofundarmos o conhecimento e a relação com a comunidade de professores de Matemática do país vizinho.



Muitas são as áreas de trabalho que poderão constituir o programa do *ProfMat* 2008. A organização escolar e curricular, os processos de inovação e de investigação em Matemática para fazer face aos velhos e novos desafios que se colocam no processo de ensino e aprendizagem da nossa área de conhecimento estão sempre em aberto. Mas também é verdade que temos novos temas a merecerem de todos nós a maior atenção. Os novos programas de Matemática do Ensino Básico, a formação inicial e contínua de professores, a avaliação de instituições, de professores e das aprendizagens dos alunos em Matemática, os manuais escolares, a Matemática no ensino profissional e em todos os campos de educação de adultos (nomeadamente no quadro do desenvolvimento dos CNO e dos cursos EFA) são, na nossa opinião, novos pontos de entrada e novos problemas da Educação Matemática. E que cultura profissional temos para enfrentar colectiva e colaborativamente estes desafios?

A APM vai dedicar ao seu *ProfMat* a atenção de sempre, mobilizando, até lá, as sinergias necessárias para fazer do *ProfMat* 2008 um grande acontecimento de Educação Matemática, fruto de um grande investimento de todos nós, os seus sócios. Fica o desafio de um *ProfMat* de professores para professores, no estilo e na cultura da APM. Um *ProfMat* com *salero!*

Ah, no meu núcleo, no meu grupo de trabalho, no meu departamento, na minha sala de professores, na minha escola, na minha mesa de trabalho, sozinho, ou com colegas e amigos, pode ter início o nosso ProfMat. Transmita e transmita-nos as suas ideias, agende e prepare o ProfMat, contacte a organização através do endereço electrónico `profmat2008@apm.pt`

A Comissão Organizadora do ProfMat 2008

XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM)

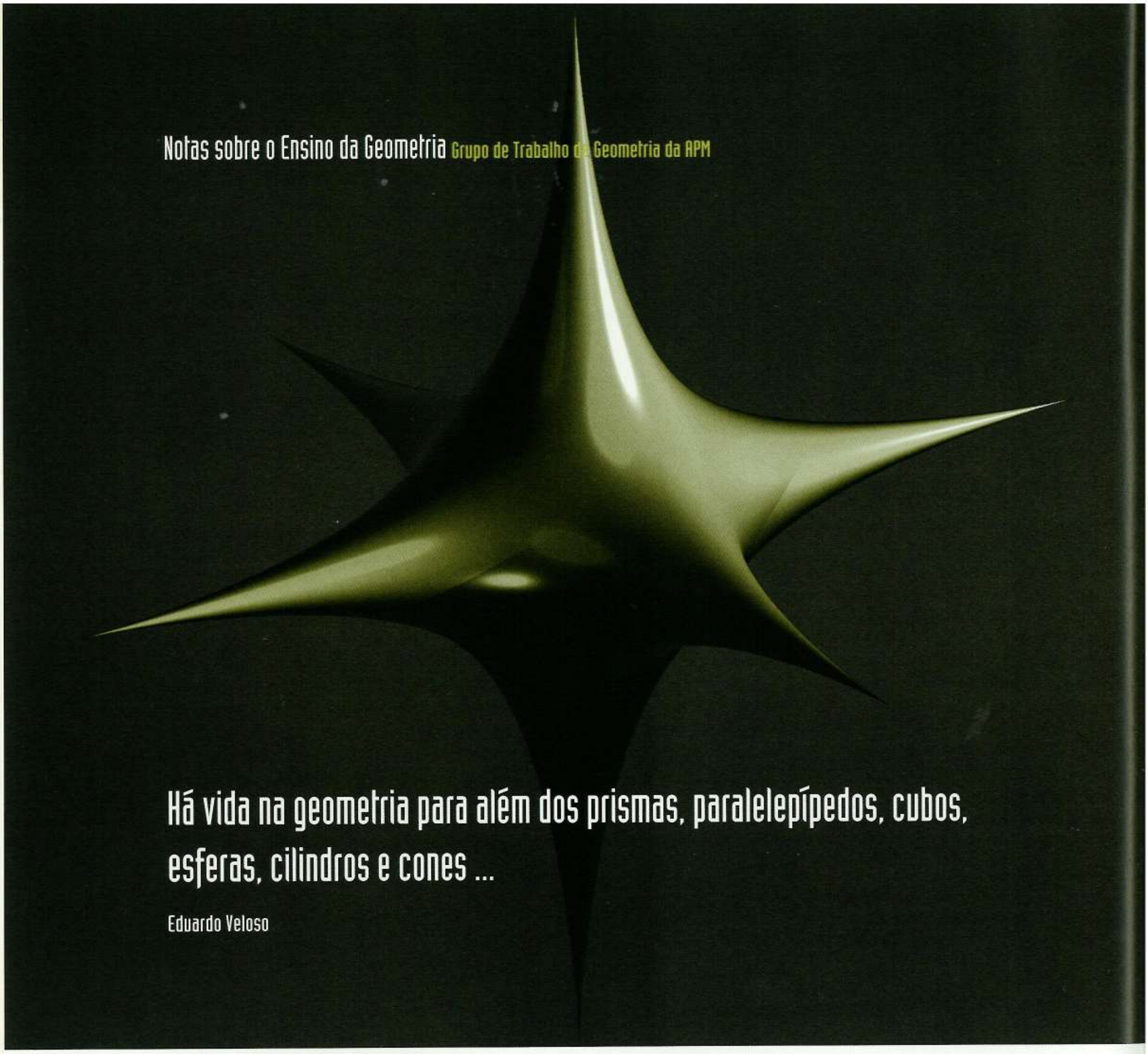
O habitual Seminário de Investigação do Grupo de Trabalho de Investigação da APM que tem precedido o ProfMat estará este ano integrado num encontro conjunto luso-espanhol sobre educação matemática.

Três organizações ibéricas de investigação sobre o ensino e aprendizagem da matemática resolveram unir esforços e realizar um encontro científico. O Grupo de Trabalho sobre Investigação da Associação de Professores de Matemática, a Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação e a Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática organizam entre 4 e 6 de Setembro de 2008 em Badajoz um seminário conjunto.

Formalmente serão três encontros com um programa comum: o *XIX Seminário de Investigação em Educação Matemática*, o *XVIII Encontro de Investigação em Educação Matemática* e o *XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.

Durante os três dias prevêem-se conferências sobre a investigação nos dois países, bem como a apresentação de comunicações sobre estudos empíricos ou ensaios teóricos, históricos ou epistemológicos. Haverá ainda espaço para cada uma das organizações efectuar as suas reuniões de trabalho internas. Estão ainda em preparação algumas actividades conjuntas com o ProfMat de Elvas.

As inscrições deverão ser efectuadas até 21 de Junho de 2008 e os interessados deverão ter prontos os textos das comunicações até 15 de Abril. Estarão disponíveis informações mais detalhadas nos portais das três organizações (`www.apm.pt`, `www.spce.org.pt/sem`, `www.seiem.es`).



Há vida na geometria para além dos prismas, paralelepípedos, cubos, esferas, cilindros e cones ...

Eduardo Veloso

Eu diria que toda a gente está de acordo que a ida para a escola deveria constituir para as crianças uma abertura a amplos horizontes e novos mundos, inacessíveis nos ambientes familiares habituais. No entanto, no caso da geometria, uma tradição persistente limita as experiências dos jovens, durante muitos anos — porventura todo o ensino básico e portanto toda a vida para quase todos — a meia dúzia de figuras planas e a meia dúzia dos chamados "sólidos geométricos". Seria de desejar que o novo programa de Matemática do Ensino Básico, recentemente homologado, fosse uma lufada de ar fresco no panorama bolorento de sólidos cobertos de pó dos baús da escola dos nossos avós! Mas não, lá está a inevitável lista (pág. 37): prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera.

Alguns dirão: crítica injusta e radical, o programa não proíbe a utilização de outros tipos de sólidos...

E eu respondo que sim, que não proíbe expressamente mas indirectamente. E vou demonstrar de duas maneiras, pois é assim que nos entendemos na nossa profissão:

- quando no texto do programa se identifica poliedro com um sólido com todas as faces planas, como na frase "Promover a observação de modelos de sólidos geométricos, separando, por exemplo, os que têm todas as superfícies planas (poliedros) [...]" (pág. 22), está-se implicitamente a supor que os alunos não encontrarão nas suas experiências um modelo de *stella octangula* (figura 1), que tem as "superfícies todas planas" e não é um poliedro, de acordo com a definição usual;
- quando no tópico "Sólidos geométricos" é sugerido em nota "Encontrar experimentalmente a relação de Euler."

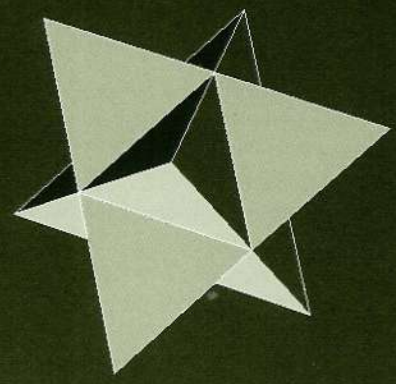


Figura 1.

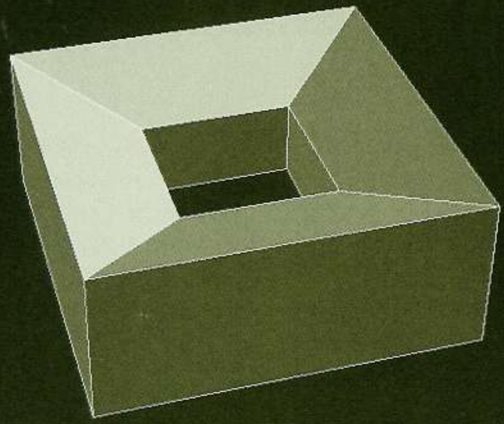


Figura 2

é do mesmo modo pressuposto que os alunos não têm diante deles o sólido geométrico da figura 2, pois aí, por mais que procurem, não encontrarão tal relação... [1]

Mas os programas mudam, e não se deve, na minha opinião (nem na opinião dos autores deste programa, não tenho dúvidas disso) deixar por esta razão de propor aos alunos inúmeras experiências de visualização e representação, utilizando os mais variados tipos de figuras tridimensionais, poliedros ou não. Está claro que os crónicos "prisma, cubo, ..." devem aparecer, mas também todos os outros clássicos objectos da geometria, como os poliedros regulares e arquimedianos. Preocupemo-nos pouco ou nada (certamente nada nos primeiros anos) com a nomenclatura, mas sim com a variedade e a riqueza das experiências realizadas pelos alunos.

Numa conferência sobre a Conjectura de Poincaré que realizou na Gulbenkian, o matemático brasileiro Marcelo Viana explicou que do ponto de vista topológico, uma esfera é equivalente a um cubo, dizendo de forma intuitiva (cito de memória, a expressão pode não ter sido exactamente esta):

— se for habilidoso, consigo dar umas pancadas nos vértices de um cubo e transformá-lo numa esfera!; o mesmo para um cone ou para um cilindro...

Uns alunos do secundário que estavam a assistir estranharam estas afirmações, e Marcelo Viana aproveitou para dizer que os alunos fazem toda a escolaridade *vendo* apenas, do ponto de vista topológico, esferas; e que nem sequer uma bóia de nadar (matematicamente, um toro) lhes é mostrada, pois aí sim teriam um exemplo de uma figura que por mais *pancadas* que lhe dessem nunca podiam transformá-la numa esfera.

A pobreza dos objectos usados em geometria também se aplica às figuras planas. Há muito mais curvas que a circunferência ou os arcos de circunferência. De que serve estudar as propriedades da circunferência (quais propriedades?) se é a única curva que parece existir? Se procurarem no texto do programa verão que "elipse" não existe... A trajectória do planeta onde vivemos... Como dizia Coolidge, nós vemos na nossa vida muito mais elipses do que circunferências! Por exemplo, quando nos cruzamos durante o dia com centenas de automóveis e de rodas circulares, para nós são sempre elipses, pois os nossos olhos nunca estão na boa posição para as vermos como circunferências... Como é possível andar durante 9 anos a olhar para cilindros e cones sem nunca imaginarmos cortá-los por um plano e ver o que dá?!!

Estamos na altura de acabar com a habitual pobreza da geometria escolar e de dar a todos os nossos alunos a possibilidade de fazer experiências com muitas outras curvas notáveis para além da circunferência, como as cónicas, as ciclóides, as hipociclóides (de que existem até pequenas maquinetas à venda que as traçam), as conchóides, eu sei lá...

Em futuras notas, tentaremos mostrar (através de propostas concretas) como há vida muito interessante, na geometria, para além da circunferência e dos prismas, pirâmides, cubos, esferas, cilindros e cones...

Nota

1 As figuras 1 e 2 foram retiradas (com autorização) do *site*

`http://www.atractor.pt`

O Atractor é uma associação (de que a APM é um dos fundadores) dedicada à divulgação da matemática. Neste *site* encontrará muita informação e diversos materiais interactivos (em português) utilíssimos na aprendizagem da geometria e da matemática em geral. A informação sobre a relação de Euler está no endereço

`http://www.atractor.pt/simetria/matematica/docs/Euler.html`

Eduardo Veloso

A Calculadora: SIM ou NÃO no 1º ciclo do ensino básico?

Esta interrogação de âmbito pedagógico encerra naturalmente dúvidas, mas também provoca sérias reflexões com um sentido amplo de cidadania.

Algumas questões prévias conceptuais e instrumentais surgem:

O que é uma calculadora? Será uma máquina programada para fazer cálculos? Se sim em que forma pode aparecer? De facto, desde a régua de cálculo, cujo uso foi apenas vulgarizado no século XIX, à máquina mecânica existiram vários modelos...

Outra questão emerge: pode a calculadora funcionar sozinha, sem que ninguém carregue numa tecla? Não. De facto é necessário olhar, observar e seleccionar o algarismo pretendido e na ordem correcta para realizar o que se pretende. Este facto é, por si só positivo, mas não se esgota apenas nesta possibilidade. Seria até desoladamente insuficiente! Todavia esta simples circunstância faz com que se possa disponibilizar mais uma ferramenta, que sendo bem utilizada, pode constituir uma mais valia na aprendizagem matemática. Mas não esqueçamos a singularidade da simplicidade: de facto há calculadoras falantes que são uma preciosa ajuda para os invisuais que, pelo facto, de carregarem nas teclas certas ouvem o som correspondente indicando se as opções estão correctas e os resultados obtidos são os desejados. Assim, no caso das crianças invisuais este instrumento é uma preciosa ajuda funcional e de desenvolvimento da pessoa. Será que os que rejeitam liminarmente a utilização das calculadoras no 1º ciclo do ensino básico querem retirar a possibilidade deste instrumento estar ao alcance destas crianças? Será pura ignorância ou insensibilidade total? Nestas circunstâncias prefiro, sem relutância alguma, optar pela primeira...

Não começará já aqui a falta de cultura matemática sobre este tema ao quererem defender, sem argumentação plausível, a ausência indiscriminada da calculadora no 1º ciclo do ensino básico? Onde está a vontade de intervir no desenvolvimento harmonioso do ser humano, previsto na lei de bases, quando se quer retirar um instrumento de trabalho que pode viabilizar a competência funcional em matemática? Como poderá alguém querer rejeitar a dádiva de uma cadeira de rodas a uma pessoa que precisa de recorrer a este equipamento para se deslocar e abraçar o mundo? Não será esta uma situação idêntica, mas no quadro intelectual e funcional da matemática? As defesas autoritárias e académicas de vendedores de opinião, sem conhecimento ou experiência podem coarctar esta possibilidade de desenvolvimento...

Retomemos agora uma questão fundamental relacionada com a utilização de materiais na aprendizagem da matemática no ensino básico. Em primeiro lugar refira-se que a matemática não se pode reduzir, nos primeiros anos de escolaridade, à ciência do saber fazer contas. Seria desastroso na sociedade actual. Na triologia da lei de bases: ler, escrever e contar, desengane-se quem pensa que a matemática deve ficar apenas associada ao terceiro verbo e à acção incluída neste. NÃO. A matemática tem também a ver com as acções do saber ler e escrever, em questões relacionadas com a leitura e escrita de números, observação de figuras geométricas, relação entre os dados, numa situação mais ampla orienta-se para a comunicação matemática e também, naturalmente, para o carácter instrumental e técnico da realização de algoritmos ou contas.

Assim, esta triologia passa naturalmente com o simples acto de ver, seleccionar, observar os símbolos, a apresentação dos mesmos num quadro devidamente organizado, com os sinais de operações e a análise crítica dos resultados. São estes procedimentos que numa primeira fase as crianças têm de fazer ao olhar e usar a calculadora.

Por outro lado, pode-se perguntar: onde está a calculadora? A calculadora está perto de nós, nos bolsos das crianças, nas nossas casas, em vários formatos e apresentações, como nos telemóveis, nos computadores, nos tamanhos usuais, etc... E se está no bolso da criança como agir? Ignorá-la, ou proibi-la? Em casa e na Escola? Não é recomendável que se meta a cabeça na areia como a avestruz... Na Escola defendemos uma base formativa e sensata da utilização da calculadora, com a responsabilidade acrescida do professor, com uma planificação adequada aos objectivos que se propõem desenvolver com a criança. Não será que a simples proibição do uso da calculadora poderá aguçar o apetite de a usar sem critérios? Certamente que poderão existir diversas situações escolhidas de forma responsável ou não pelas crianças: umas que a rejeitam liminarmente, pois acreditam que sem a utilização deste instrumento desenvolvem-se mais e podem aprender melhor a fazer contas, outras utilizam-na de forma indiscriminada e ainda outros que a usam, apenas às vezes. Mas em qualquer dos casos a solidão do uso da calculadora não será a melhor opção!

Nestas reflexões uma história me ocorre: quando fui à terra natal de Miguel Torga relembro uma frase dita pelo presidente da Junta que tinha tido o privilégio de privar com este grande poeta e médico: "dêem ao povo o que ele precisa e não aquilo que ele quer". Por analogia com esta situação da calculadora, o professor é que sabe se deve ou não utilizar este instrumento de trabalho e quando o deve utilizar. Se a sociedade continuar a dar ouvidos aos fazedores de opinião que fazem ruído, sem nunca terem estudado o assunto, revelando uma falta de *literacia* pedagógica e até científica, e que continuam a fazer juz aos velhos do Restelo de várias épocas, não avançaremos neste mundo de mudança rápida, profundamente dinâmico e competitivo. Lembro em particular a época do grande Pedagogo Pestalozi que também nesse tempo alguns pensadores criticavam o uso do lápis, quando foi descoberta a grafite, argumentando que era melhor continuarem a usar as penas, pois o movimento da mão ao segurar a pena e ao molhá-la no tinteiro provocava uma maior coordenação motora, o que não acontecia com o novo instrumento de escrita: o lápis.

Situação idêntica aconteceu no século onze e doze, quando no tempo de Fibonnaci os defensores do ábaco e os defensores do uso dos algarismos tiveram grandes disputas. O que seria de nós se estes últimos não tivessem vencido? E por que não experimentam os fazedores de opinião iletrados neste assunto não usar o computador, continuando a fazer os textos à mão ou deixar o carro na esquina para irem a pé de uma cidade para a outra... Estas formas de actuar e o êxito associado dependem fundamentalmente de como somos capazes de usar o instrumento que esteja ao nosso alcance, seja este uma bola, um simples berlinde, um lápis, um brinquedo, uma folha de papel, um automóvel, uma calculadora, um computador...

De facto, a evolução tecnológica da sociedade desafia os professores mais atentos no campo educativo e pedagógico ao pensarem utilizar, de forma inteligente e responsável, estes novos instrumentos, ao descobrirem novas formas de serem disponibilizados no apoio à aprendizagem da matemática, uma disciplina tão mal amada dos portugueses.

A questão *não é de utilizar a calculadora*, aliás, como qualquer outro instrumento ao serviço do homem, mas sim *como a utilizar*, mas para isso temos de dar a palavra a quem a usa e porquê. Nunca serão os velhos do Restelo a dar o contributo significativo para fazer progredir o mundo... Estes quererão algo que implicitamente está presente nos seus gestos e palavras, mas que as crianças desta sociedade e as famílias atentas e com cultura matemática não lhes agradecerão.

Para concluir refira-se que existe esta primeira certeza: a calculadora está no bolso das crianças e faz parte do nosso dia a dia. Uma segunda certeza: este instrumento deve ser utilizado no 1° ciclo do ensino básico sempre que o professor o considere conveniente e de maneira formativa, reconhecendo-se uma mais valia para o processo da aprendizagem e ensino da Matemática.

O bom professor é alguém que usa diferentes instrumentos para provocar a aprendizagem matemática, motivando o gosto por aprender esta disciplina e o desenvolvimento ao mais alto nível do jovem, pois reconhece que a calculadora ajuda a desenvolver:

— o raciocínio indutivo
— a análise crítica dos resultados
— a validação experimental de conjecturas
— a capacidade de resolver problemas mais complexos
— o gosto de aprender matemática

Para cada um dos itens anteriores existem experiências de aprendizagem matemática que surpreenderão os mais cépticos. Se desejarem conhecê-las contactem-nos. Nós estamos ao dispor.

Dárida Maria Fernandes
Escola Superior de Educação do I. P. Porto

1000 itens

Enquanto professora de Matemática do 3.° ciclo, acredito que o *Projecto 1000 Itens* tenha trazido a alunos e professores uma boa parte "daquilo que faltava".

Na minha opinião, este projecto veio inovar, dado que ultrapassa o tradicional e até um certo mecanicismo que é frequente observarmos nos nossos alunos.

Os itens disponibilizados a alunos, pais e professores são, na sua globalidade, extremamente completos, dado que solicitam o domínio e a aplicação de conceitos e de procedimentos matemáticos, e que, para além disso, promovem o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, de comunicação (interpretação, expressão e espírito crítico) e de resolução de problemas.

Agradou-me, acima de tudo, a presença do carácter pedagógico nesta iniciativa, pois para além de serem exercícios que passam pela Matemática, os itens transmitem informações interessantes, actuais e úteis, ensinam e educam não só os jovens como, através dos mesmos, as suas famílias, nas mais diversas áreas do conhecimento, percorrendo a saúde, a física, o lazer, a segurança, a alimentação, a economia, o ambiente, o desporto, o consumo e o alcoolismo, entre outros.

Felicito a equipa que trabalha no projecto pela sua preocupação relativamente à diversificação dos temas abordados, bem como pela formação e apoio dos nossos jovens. Recordo-me do exercício que resolvi recentemente acerca do Índice de Massa Corporal e que me fez pensar em tantos jovens que sofrem de anorexia e de falta de autoestima... este item iria certamente fazê-los sentirem-se mais seguros!

Ainda não tive oportunidade de analisar todos os itens, mas já utilizei alguns deles no meu trabalho desenvolvido com os alunos do 9.° ano, na sala de aula. O resultado tem sido positivo, pois para além de considerarem que são "problemas diferentes, interessantes", começaram finalmente a perceber que, de facto, a Matemática está presente no nosso quotidiano.

Durante estes dias de interrupção das actividades lectivas preparei várias fichas de trabalho para as minhas turmas do 7.° e do 9.° ano contendo exclusivamente itens deste projecto (só é pena que tenhamos um programa tão extenso para cumprir e que a escassez de tempo seja um obstáculo à concretização desta ideia). A maioria dos problemas que vou resolvendo sozinha, enquanto selecciono aqueles que pretendo dar aos alunos (e não tem sido fácil fazer essa selecção) tem sido assunto de conversa à mesa do jantar com a minha família. Quem sabe se o mesmo vai acontecer com alguns dos meus alunos?

Mais uma vez, parabéns à equipa pelo excelente trabalho de pesquisa realizado na elaboração de cada item e muito obrigada pelo apoio que estão a dar aos professores.

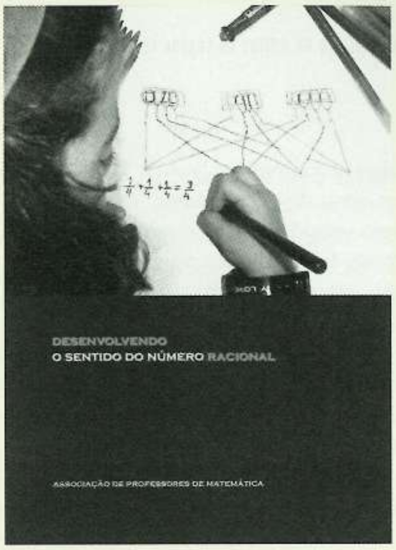
Acrescento apenas que gostaria que fossem disponibilizadas aos professores os diferentes processos de resolução de cada item.

Carla Lopes
Escola EB2,3 Vasco Santana, Ramada

Desenvolvendo o Sentido do Número: perspectivas e exigências curriculares, Volume II

Edição APM, 2007
Sócio 7,50€ | *PVP* 11,25€

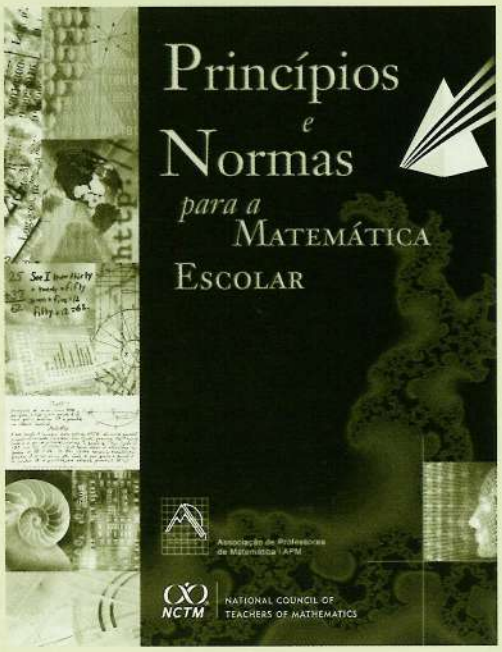
Esta brochura, destinada a professores do 1º ciclo, segue-se a uma primeira em que foram abordados aspectos iniciais relativos ao sentido do número e à abordagem da adição e subtracção. Aqui são apresentadas cadeias de tarefas experimentadas na sala de aula que dizem respeito especificamente à adição e multiplicação, à multiplicação (três cadeias), à divisão e ao trabalho com decimais. Antecedendo a apresentação destas cadeias de tarefas apresenta-se um texto que contextualiza e fundamenta a construção de tarefas.



Desenvolvendo o Sentido do Número Racional

Edição APM, 2007
Sócio 6,00€ | *PVP* 9,00€

Nesta brochura estão apresentadas várias tarefas cujo objectivo principal é proporcionar aos professores um recurso para o ensino dos números fraccionários positivos. Este conjunto de tarefas não pretendendo ser exaustivo, faz no entanto uma abordagem a vários aspectos fundamentais a ter em conta no ensino destes números, tais como diferentes formas de representação (fracção, numeral misto, numeral decimal), diferentes tipos de unidade (contínua e discreta) apresentando diversos contextos onde as fracções podem ter diferentes significados.



Princípios e Normas para a Matemática Escolar

Edição APM, 2007
Sócio 18,00€ | *PVP* 27,00€

Na continuidade das orientações e propostas curriculares para o ensino da Matemática que tem vindo a elaborar nas décadas recentes, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) publicam os *Principles and Standards for School Mathematics*, agora editados pela APM. Os Princípios descrevem características de uma educação matemática de elevada qualidade; as Normas descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender. Em conjunto, os Princípios e Normas constituem uma perspectiva orientadora dos educadores que lutam pelo contínuo desenvolvimento da educação matemática nas salas de aula, escolas e sistemas educativos.

O papel dos encarregados de educação no contrato de avaliação[1]

Cláudia Canha Nunes

A escola é um mundo complexo constituído por pessoas, todas elas com um papel importante a desempenhar. Para o seu sucesso é fundamental que professores, alunos e encarregados de educação acreditem nela e no seu trabalho. Deste modo, torna-se imperativo que o processo de ensino-aprendizagem decorra num clima de partilha e reflexão e que a avaliação seja encarada como parte integrante desse processo. Isto significa privilegiar a função formativa e reguladora da avaliação, de modo a que os seus principais intervenientes — professor e aluno — a encarem de forma natural e significativa.

Para mim, definir um sistema de avaliação, balizado por critérios de avaliação bem definidos e pô-lo em prática de modo cuidadoso e reflectido, é uma das tarefas mais importantes que o professor tem que realizar no início do ano lectivo. O seu lançamento implica alguns cuidados — os critérios e processos têm que ser dados a conhecer e explicados aos alunos e encarregados de educação, garantindo a transparência e clareza da avaliação. A sua aplicação exige do professor uma forte coerência de comportamento, sendo necessário que a avaliação das aprendizagens seja um reflexo das práticas de ensino-aprendizagem.

Considero que se os encarregados de educação compreenderem e colaborarem em todo o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais fácil atingir, com sucesso, os objectivos propostos em Matemática. Por isso, apresento aqui uma experiência de trabalho que vivi no decorrer do ano lectivo de 2002/03 com os encarregados de educação de uma turma de 7.º ano de escolaridade.

	Forma escrita	Forma escrita/oral	Forma oral
Individual	*Portfolio* Teste em duas fases Síntese da matéria		Auto-avaliação oral
Grupo		Relatório de tarefas de investigação Trabalho de projecto	

Quadro 1.

O contrato de avaliação

Uma vez que o meu trabalho com a turma só teve início no 2.° período, marquei uma reunião com a professora que me iria substituir durante o 1.° período no sentido de articular os conteúdos a serem leccionados por uma e por outra, perceber quais as formas e instrumentos de avaliação que ela iria utilizar e qual a sua metodologia de trabalho. Decidi, ainda, assistir à reunião de avaliação do final do 1.° período. Nesta reunião fiquei a saber que:

- O desempenho dos alunos durante o 1.° período foi pouco satisfatório, não só a Matemática, mas também às restantes áreas curriculares, disciplinares e não disciplinares;
- Houve problemas de ordem disciplinar com a professora de Matemática e não foram resolvidos;
- Foram diagnosticadas dificuldades nesta turma, essencialmente ao nível da escrita e da capacidade de argumentação;
- As formas e instrumentos de avaliação utilizados pela minha colega foram dois testes escritos e cinco questões que eram resolvidas como trabalho de casa, cuja cotação seguia uma escala de zero a cinco pontos a serem adicionados à nota resultante da média aritmética dos testes;
- Os alunos tiveram essencialmente dois tipos de aulas — expositivas e de resolução de exercícios do manual adoptado.

Com base nestas informações decidi que no primeiro dia de aulas do 2.° período, iria apresentar aos alunos a minha proposta de formas e instrumentos de avaliação a usar até ao final do ano lectivo, assim como a metodologia de trabalho. O quadro 1 apresenta de forma organizada as formas e instrumentos de avaliação a propor aos alunos.

Ao reflectir sobre a minha proposta de trabalho, verifiquei que, comparativamente ao 1.° período, iria accionar mudanças significativas na metodologia de trabalho e avaliação. Os alunos iam viver novos tipos de experiências de ensino-aprendizagem, onde são considerados aspectos curriculares transversais, como o raciocínio, a comunicação, a formulação e verificação de conjecturas e a apresentação de resultados. No que concerne à avaliação, considerei que as alterações iriam ser mais profundas e revolucionárias, comparando com o que tinha acontecido no 1.° período e nos anos anteriores, não só em Matemática, mas também nas restantes disciplinas.

Logo no primeiro dia de aulas, quando apresentei a minha proposta, as reacções dos alunos não demoraram a surgir: "Só vamos fazer mais dois testes até ao final do ano? Então, se tivermos negativa num dos testes estamos chumbados!" Reacção idêntica tiveram os encarregados de educação, quando os seus educandos lhe transmitiram a minha proposta. De tal modo que na reunião que a directora de turma realizou na segunda semana de aulas do 2.° período para entregar as avaliações do 1.° período, os encarregados de educação manifestaram preocupação quanto às minhas opções, e consequentemente, quanto ao aproveitamento dos seus educandos em Matemática, uma vez que o cenário anterior já não era nada bom. Estava instaurado o *caos!*

Sem dúvida que este é um tema complexo e que provoca grande impacto em todos os elementos envolvidos no processo de avaliação. Afinal, o uso do teste como a única forma e instrumento de avaliação dos alunos é prática corrente, quer na disciplina de Matemática quer nas restantes áreas curriculares da escola. Assim, tornou-se evidente a necessidade de reunir com os encarregados de educação para clarificar a minha proposta e envolvê-los no processo de ensino-aprendizagem e de avaliação.

Actividades realizadas com os encarregados de educação

A implementação e sucesso de uma proposta de modos e instrumentos de avaliação como a que foi anteriormente apresentada envolve, para além do professor e dos alunos, outros intervenientes, não menos importantes, que são os encarregados de educação. Assim, com as reacções geradas e o clima de ansiedade e incertezas estabelecido, decidi realizar pelo menos duas reuniões com os encarregados de educação, uma logo na terceira semana de aulas do segundo período, em resposta à *confusão* instaurada, e outra no final do 3.° período, para balanço das actividades.

A primeira reunião realizou-se a 22 de Janeiro de 2003 com a presença de dezassete encarregados de educação. A forte presença dos encarregados de educação, foi para mim o sinal do impacto da proposta que apresentei aos alunos. Por momentos senti uma mistura de sensações: ansiedade, determinação, medo, calor e frio. Mas, seguindo as minhas convicções, apresentei-me e comecei por explicar que o motivo porque tinha convocado a reunião era o esclarecimento dos critérios e instrumentos de avaliação que estavam a ser utilizados na disciplina de Matemática.

Informei os encarregados de educação dos critérios de avaliação aprovados pelo grupo de Matemática e expliquei cada um dos instrumentos e o modo como eram usados, salientando que no *portfolio* dos alunos existiam documentos que indicavam como seria feita a avaliação de cada um dos instrumentos de avaliação utilizados. Pedi a colaboração dos encarregados de educação e corresponsabilizei-os na realização de todo este processo, sugerindo que fizessem, também eles, uma apreciação periódica do trabalho dos seus educandos, salientando a respectiva importância na evolução das aprendizagens dos alunos. Referi ainda que todo este trabalho é parte integrante do estudo da minha tese de mestrado e que os dados recolhidos foram analisados na tese. Para além disso, informei que iria realizar duas entrevistas e fazer um questionário aos alunos. O pedido de autorização foi entregue aos alunos a fim de ser assinado pelos seus encarregados de educação.

Ansiosa pelas reacções à minha intervenção, dei a palavra aos presentes para colocarem dúvidas e manifestarem as suas opiniões e receios. Por exemplo, o encarregado de educação de Francisco afirmou:

Ouvi a professora com muita atenção e devo dizer que fico contente com o entusiasmo e a energia que demonstrou durante a sua explicação. Eu concordo com toda a proposta de avaliação que fez e acho que é importante mudar e fazer algo diferente. Está mais do que provado que os métodos tradicionais (avaliação por testes) não resultam. A prova está nos resultados que os nossos filhos tiveram e no panorama geral de aversão à Matemática. Mas, enquanto pai, tenho uma preocupação forte que é: E para o ano que vem? Este trabalho vai continuar? Voltamos para trás, ao sistema que até agora tem sido utilizado? E o trabalho e o esforço dos alunos para se integrarem neste novo processo?

Compreendi perfeitamente a preocupação deste encarregado de educação e respondi-lhe que apenas poderia assegurar o trabalho por este ano lectivo. Acrescentei, no entanto, que muito do trabalho que eu me propunha desenvolver com as turmas neste ano podia ser desenvolvido pelos alunos no futuro, independentemente de quem venha a ser o seu professor. Por exemplo, os alunos poderiam continuar a construir o seu portfolio e a reflectir sobre o seu desenvolvimento e evolução. Salientei que os encarregados de educação tinham aqui um papel muito importante e podiam ajudar os alunos neste processo.

A encarregada de educação de Tomás pediu para intervir com o objectivo de completar o meu raciocínio e mostrar a sua posição. No entanto, a sua intervenção provocou um ruído geral de troca de impressões entre os presentes e manifestações de apoio à sua intervenção:

Eu concordo com a professora. E nós enquanto pais também podemos sugerir que alguns destes "elementos" de avaliação sejam implementados e aproveitados no futuro. É pena nas outras disciplinas não estar a ser implementado este mesmo processo de avaliação.

Após esta primeira reunião senti que havia possibilidades para um trabalho conjunto, professor-aluno-encarregados de educação. O primeiro efeito desta parceria foi notório na primeira aula após a reunião, uma vez que todos os alunos cujos encarregados de educação estiveram presentes trouxeram o seu *portfolio* para eu avaliar. Fiquei bastante satisfeita com esta surpresa porque significa que a minha mensagem tinha sido entendida e o seu objectivo inicial atingido.

Devo confessar, que inicialmente, quando reuni com os encarregados de educação e os envolvi no processo de construção deste instrumento, não tinha consciência de todos os benefícios que este envolvimento poderia originar. De facto, os encarregados de educação ficaram agradados por terem um veículo de comunicação entre eles e a professora, ilustrativo da diversidade de tarefas realizadas e da evolução das aprendizagens dos alunos. No entanto, ao longo do processo de construção deste instrumento, apenas os encarregados de educação de uma aluna fizeram comentários escritos. Porém, durante os seis meses de trabalho com os alunos foi possível perceber que os *hábitos* de trabalho e a sua *visão* da Matemática foram sofrendo mutações e evoluindo. É o que se evidencia das palavras de Francisco:

Não estudei menos mas também não me esforcei muito para os testes e para as tarefas de investigação de Matemática. [...] Peguei nos TPC's e no *portfolio* para melhorar. [...] Fazer as sínteses da matéria foi mais copiar pelo caderno! [...] Mas mesmo a fazer a cópia estava a estudar Matemática e a aprender. [...] Fui habituado a fazer exercícios para o teste e só fazíamos teste, praticamente era o que contava em Matemática, porque o resto era tudo exercícios, mais exercícios; depois era dar matéria, passar para o caderno e estudar para os testes. Mas, este ano com o *portfolio* foi um bocado diferente. [...] Também houve outras coisas: tarefas de investigação.

Para isso, contribuíram os meus comentários, que ajudaram os alunos a perceber os pontos fortes e fracos do trabalho que foram desenvolvendo, e consequentemente, ajudaram a melhorar o seu trabalho e as suas aprendizagens através das sugestões que fui fazendo. Como refere a aluna Sara: "quando a stora diz alguma coisa eu tento melhorar [...] e tento corresponder aos seus comentários".

Sem dúvida que os alunos se esforçaram por corresponder às minhas expectativas e foi também perceptível que estavam a ser apoiados por parte dos seus encarregados de educação, como relata Francisco:

Tenho muito que fazer, ir para o computador e escrever a auto-avaliação, o que é pedido, para fazermos isso tudo. [...] é um sistema mais exigente. [...] Sinto que diariamente estou a ser avaliado. [...] e os meus pais estão sempre a perguntar como vai o meu trabalho em Matemática, se há novidades, até virou tema de conversa ao jantar.

A segunda reunião realizou-se a 11 de Junho de 2003 com a presença de vinte encarregados de educação. Desta vez, o meu estado de espírito foi completamente diferente — a ainda maior participação dos encarregados de educação fez-me sentir bem e feliz. Para mim, esta mobilização era o reflexo do trabalho desenvolvido com os alunos e do acompanhamento que os encarregados de educação foram fazendo dos seus educandos nos últimos seis meses e da comunicação estabelecida, embora informalmente. Esta reunião serviu para fazer um balanço do trabalho desenvolvido e da evolução das aprendizagens dos alunos. Comecei por fazer um breve resumo de como foi evoluindo todo o processo: a forma como os alunos se envolveram e reagiram às diferentes tarefas propostas e à forma como estas foram avaliadas; as dificuldades sentidas por ambas as partes (professora e alunos) e o modo como foram ultrapassadas; a importância do meu *feedback* sobre a evolução das aprendizagens e o trabalho realizado pelos alunos, que os ajudou a perceber os pontos fortes e fracos do seu trabalho, permitindo assim a evolução das suas aprendizagens; a influência positiva nos alunos do acompanhamento de todo este processo por parte dos seus encarregados de educação, embora tendo sido, na maioria dos casos, feita informalmente e sem grandes contactos presenciais; e a satisfação dos alunos pelos modos e instrumentos de avaliação utilizados.

Houve unanimidade por parte dos encarregados de educação em manifestarem satisfação pela implementação desta proposta de trabalho e avaliação e pelos resultados obtidos. Neste sentido, os encarregados de educação formularam o desejo deste processo de avaliação ser alargado a todas as disciplinas da escola. Manifestaram também, de forma unânime, insatisfação pelo facto de no próximo ano lectivo eu não assegurar a continuidade desse mesmo trabalho, uma vez que tinha sido colocada no Quadro de Zona Pedagógica de Lisboa.

Aproveitei, mais uma vez, para agradecer e chamar a atenção da importância do papel dos encarregados de educação no sucesso deste trabalho, não só pelo interesse manifestado, mas também pelo trabalho de *bastidores* que desenvolveram com os seus educandos.

Reflexões finais

O desenvolvimento deste projecto revelou-se uma excelente oportunidade para eu aprender. Fazer a gestão do currículo e utilizar a avaliação como forma de aprendizagem foi-me muito enriquecedor e gratificante, em particular, pelas aprendizagens que realizei e pela evolução das aprendizagens dos meus alunos. Porém, não foi tarefa fácil pensar e seleccionar as diferentes tarefas e propostas de trabalho e fazer, em tempo útil, as necessárias adaptações, como resultado de reflexões conjuntas e/ou individuais com os alunos, num processo de regulação das aprendizagens; dar resposta às diferentes solicitações dos alunos; avaliar e dar *feedback* aos alunos sobre a evolução das suas aprendizagens; comentar o trabalho dos alunos; operacionalizar e gerir o volume de informação resultante da utilização dos diferentes modos e instrumentos de avaliação; reflectir e escrever sobre as minhas práticas e daí tomar decisões ao nível da gestão do currículo e da avaliação. Contudo, aprendi muito, sobre os alunos e as suas aprendizagens, nos múltiplos momentos de interacção professora-aluno.

Por outro lado, quero salientar que mais importante do que a utilização dos seis modos e instrumentos de avaliação, este estudo evidencia a importância de uma cultura e uma prática de avaliação consistente, diversificada e transparente, em que é real e activa a intervenção dos diversos actores do processo de avaliação. Por isso, considero que a parceria que estabeleci com os encarregados de educação foi fundamental e superou as minhas expectativas iniciais. Sem dúvida que, para tal, contribuiu a comunicação que se estabeleceu, não só entre mim e os alunos, como entre mim e os encarregados de educação, mas também entre os alunos e encarregados de educação.

Os resultados desta experiência poderão motivar os professores a utilizar um ou mais modos e instrumentos de avaliação, contribuindo para a diversificação das suas práticas de avaliação. Também poderão servir de mote para um maior envolvimento dos alunos e dos respectivos encarregados de educação no processo de avaliação, levando à constituição de uma nova cultura de avaliação, tendo a comunicação informal entre professor e aluno como instrumento basilar.

Nota

1 Parte substancial deste trabalho foi retirado de C. C. Nunes (2004). A avaliação como regulação do processo de ensino-aprendizagem da Matemática: Um estudo com alunos do 3.º ciclo do ensino básico (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Cláudia Canha Nunes
Escola Básica 2/3 dos Olivais, Lisboa

Materiais para a aula de Matemática

O material aqui apresentado faz parte de um conjunto de actividades elaboradas e aplicadas, em 2006/2007, na Escola Secundária Marquês de Pombal, na área de Matemática para a Vida, no âmbito do Centro de Novas Oportunidades e no Curso de Educação e Formação de Adultos. Com estas actividades pretendeu-se relacionar a matemática com as outras áreas de competências chave.

Dina Ressurreição
Escola Secundária D. Luísa de Gusmão

Matemática para a vida: a taxa de desemprego em Portugal

Analisa a informação disponibilizada no documento *Estatísticas do Emprego, Indicadores de População*, do Instituto Nacional de Estatística e responde às questões colocadas.

População Total: Num determinado momento, a população total de um país compreende o conjunto das pessoas, nacionais ou estrangeiras, estabelecidas de forma permanente no território económico do país, mesmo que se encontrem temporariamente ausentes.

População Activa: Conjunto de indivíduos com idade mínima de 15 anos que, no período de referência, constituíam a mão-de-obra disponível para a produção de bens e serviços que entram no circuito económico (empregados e desempregados).

Taxa de actividade: Taxa que permite definir o peso da população activa sobre o total da população.

Taxa de desemprego: Taxa que permite definir o peso da população desempregada sobre o total da população activa.

Estatísticas do Emprego — Indicadores de População em Portugal

	1.° T — 2007 Unidade: (10^3)
População total	**10 595,6**
Homens	5 128,8
Mulheres	5 466,8
População activa	5 605,6
Homens	2 985,3
Mulheres	2 620,3
População empregada	5 135,7
Homens	2 774,7
Mulheres	2 361,0
População desempregada	469,9
Homens	210,6
Mulheres	259,2

Fonte: INE.

1. Qual é a taxa de actividade, em Portugal, no 1.° trimestre de 2007?

2. Quantas pessoas desempregadas existiam em Portugal, no 1° trimestre de 2007.

3. Qual é a Taxa de Desemprego, em Portugal, no 1° trimestre de 2007?

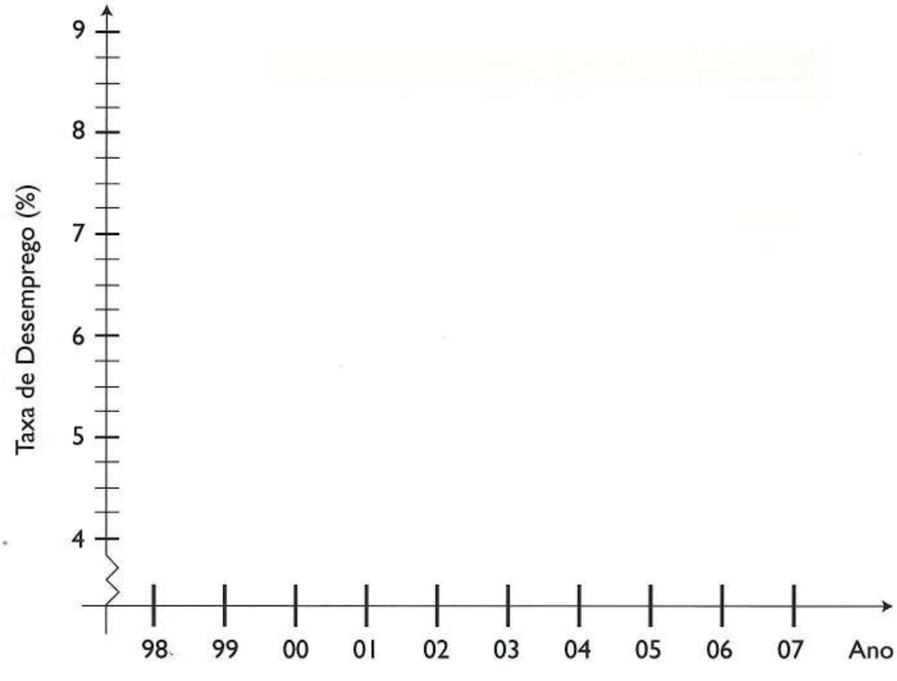
4. Em Portugal, no 1° trimestre de 2007 existe uma maior taxa de desemprego nos homens ou nas mulheres? Justifica.

5. Considera os dados da tabela.

Taxa de Desemprego

	1° Trimestre									
Ano	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Taxa de desemprego (%)	4,5	4,7	4,4	4,1	4,4	6,3	6,4	7,5	7,7	8,4

5.1. Desenha um polígono de frequências que traduza a evolução da Taxa de Desemprego no período considerado.



5.2. Analisa a evolução da Taxa de Desemprego em Portugal de 1998 a 2007.

5.3. Indica alguns factores que, em tua opinião, tenham conduzido a estes dados.

Alguns Métodos Eleitorais através do Excel

Rui Feiteira

Considerações iniciais

Os sistemas eleitorais estão na base de qualquer sistema político, pois é através deles, que a democracia prevalece nas sociedades. No módulo inicial de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, estudam-se alguns métodos eleitorais dando-se destaque aos sistemas maioritários e aos sistemas de representação proporcional. Neste artigo, pretendemos dar testemunho de uma aula onde abordámos alguns sistemas eleitorais utilizando o *Excel*, dando especial destaque às limitações do Sistema Maioritário de Uma Volta e do método de Borda. Explorámos ainda uma das principais características do método de Hondt: a formação de coligações.

Os sistemas trabalhados

No Sistema Maioritário de Uma Volta, o candidato eleito é aquele que obtiver o maior número de votos, independentemente de atingir a maioria absoluta ou maioria relativa. Este método usa-se frequentemente quando se pretende eleger o delegado de uma turma.

O Método de Borda, apesar não ter uma definição *oficial* (visto poder usar-se qualquer sistema de ponderação), a seguinte explicação reúne o consenso geral: suponhamos que n candidatos se apresentam a uma eleição, cada eleitor vota em todos os candidatos, definindo a ordem de preferência. Atribui-se a cada candidato uma pontuação conforme a posição que estes ocupam nas listas de preferências. Assim, o candidato que ocupar a primeira posição obtém $n-1$ pontos, o candidato que ocupar a segunda posição obtém $n-2$ pontos, e assim sucessivamente.

O Método de Hondt é o método que se usa em Portugal, para apurar o número de deputados eleitos para a Assembleia da República e Assembleias Autárquicas e também para o Parlamento Europeu. Neste método, o número de votos de cada candidato é dividido por 1, 2, 3, ..., até se atingir o número limite de deputados por círculo eleitoral, e de seguida ordenam-se os quocientes por ordem decrescente até obtermos o número de deputados a eleger, em caso de empate de quocientes atribui-se o mandato à lista menos votada.

Justificação e oportunidade do trabalho realizado

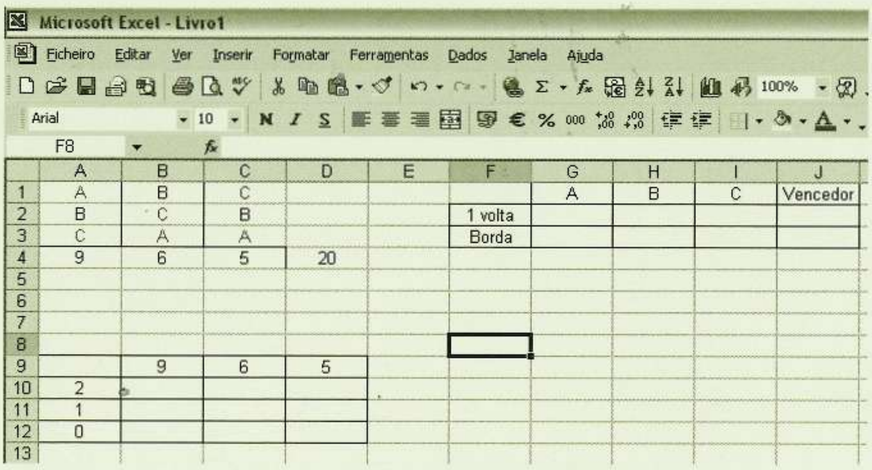
No 3.º Ciclo do Ensino Básico os alunos frequentam a disciplina de Tecnologias de Informação e Informação onde, entre outros programas, aprendem a trabalhar com o *Excel*. Assim, esta ferramenta torna-se parceira ideal no estudo dos sistemas eleitorais pois permite evitar todo o trabalho moroso, e por vezes desmotivante, com que os alunos se confrontam quando aplicam, por exemplo o método de Hondt.

Com este trabalho pretendíamos mostrar que:

- métodos de eleição diferentes, usados numa mesma eleição, podem conduzir a diferentes resultados;
- pequenas alterações num sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados eleitorais.

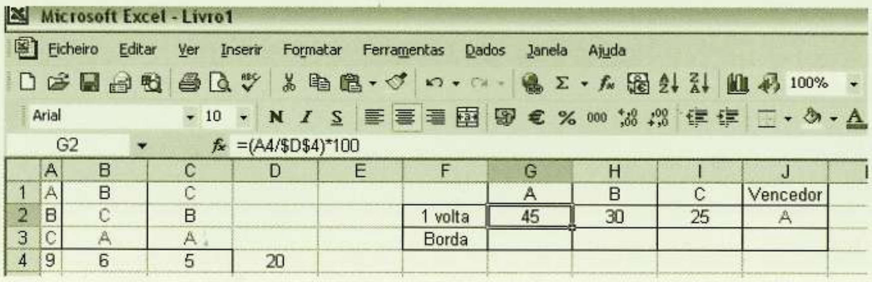
Como a turma, em questão, já sabia trabalhar com o *Excel*, todo o trabalho se desenvolveu de uma forma bastante autónoma, sendo que o nosso papel se reduziu a resolver pequenos problemas técnicos com o *Excel* e a marcar o ritmo de

Figura 1.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A	B	C				A	B	C	Vencedor
2	B	C	B			1 volta				
3	C	A	A			Borda				
4	9	6	5	20						
5										
6										
7										
8										
9		9	6	5						
10	2									
11	1									
12	0									
13										

Figura 2.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A	B	C				A	B	C	Vencedor
2	B	C	B			1 volta	45	30	25	A
3	C	A	A			Borda				
4	9	6	5	20						

Figura 3.

	A	B	C	D
1	A	B	C	
2	B	C	B	
3	C	A	A	
4	9	6	5	20
5				
6				
7				
8				
9		9	6	5
10	2	18	12	10
11	1	9	6	5
12	0	0	0	0
13				

trabalho para que todos os grupos atingissem os objectivos propostos. Assim o trabalho dividiu-se em 3 fases distintas: 1) comparação de resultados, para uma mesma eleição, entre o Sistema Maioritário de Uma Volta e o Método de Borda; 2) comparação de resultados, usando sistemas de ponderação diferentes, para o Método de Borda; 3) simulação de coligações com o método de Hondt.

A aula

Cada computador ficou entregue a dois alunos. Quando estes chegaram aos computadores foi-lhes pedido que abrissem um determinado ficheiro, com o qual se trabalhou toda a aula. A figura 1 mostra a folha inicial.

A tabela de preferências, que se situa no canto superior esquerdo da figura anterior, representa a escolha de 20 indivíduos numa eleição. Assim, suponha que 9 das 20 pessoas preferiam A a B, e ao mesmo tempo, preferiam B a C; 6 pessoas preferiam B a C e C a A; 5 pessoas preferiam C a B, e preferiam B a A. Observando as primeiras preferências, facilmente verificamos que, apesar do candidato A vencer com maioria relativa (figura 2), este vence com uma margem confortável sobre o 2.º classificado (B).

Mas, numa análise mais atenta da tabela, observamos que 55% dos eleitores, caso pudessem hierarquizar os candidatos, colocariam A na última preferência, logo este não pode ser o candidato que a maioria prefere. Podemos concluir, então, que este método não é o mais justo, pois pode produzir um vencedor que a maioria não prefere. Historicamente este facto ficou conhecido como o paradoxo de Borda. Para superar este problema, Borda propôs o método de Borda (já descrito na segunda secção do presente texto).

Voltando à aula, os alunos deveriam usar o método de Borda para apurar o vencedor, e para isso, deveriam começar por preencher a tabela do canto inferior esquerdo da figura 1. Nesta tabela, os alunos deveriam usar o sistema de ponderação (2,1,0). Apesar dos cálculos serem fáceis de se fazer, os alunos deveriam recorrer sempre a fórmulas do *Excel* para calcular o que se pedia (figura 3). Optámos por usar cores diferentes para facilitar identificação, por parte dos alunos, dos pontos que cada candidato tinha obtido (figura 4).

Chegados a este ponto os alunos deveriam concluir que o candidato mais votado pelo sistema maioritário de 1 volta (A) não vence as eleições pelo método de Borda (pois fica na segunda posição com este método). No método de Borda vence o candidato B que, curiosamente, ficava na segunda posição usando Sistema Maioritário de Uma Volta. Sendo assim, o sistema maioritário de uma volta, que é um sistema amplamente usado, produz um vencedor que a maioria não prefere, enquanto que o vencedor do método de Borda reúne mais consenso, pois os votos retêm a informação da

Microsoft Excel - Livro1

H3 f_x =B11+C10+D11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A	B	C				A	B	C	Vencedor
2	B	C	B			1 volta	45	30	25	A
3	C	A	A			Borda	18	26	17	B
4	9	6	5	20						

Figura 4.

hierarquização dos candidatos. Embora à primeira vista este seja o melhor método, o método de Borda também apresenta alguns problemas.[1]

Neste ponto dava-se início à segunda parte do trabalho. Para ilustrar um dos problemas deste último método os alunos deveriam considerar duas variações ao método de Borda. Na variação 1 o sistema de pontuação a ser usado era (6, 5, 0), enquanto que para a variação 2 o sistema de pontuação obedecia a (5, 1, 0). Refira-se que a tabela de preferências era logicamente a mesma para as variações consideradas. De uma forma análoga à experiência anterior, os alunos deveriam preencher as tabelas que a figura 5 apresenta.

Estas tabelas deveriam ser preenchidas usando um processo análogo aquele que se utilizou nas figuras 3 e 4. Obtiveram-se os resultados apresentados na figura 6.

Depois de preenchidas as tabelas anteriores, os alunos deveriam construir um gráfico de barras onde se pudesse facilmente comparar os resultados das duas variações (ver figura 7).

Os alunos concluíram então que numa mesma eleição se o sistema de pontos mudar, o vencedor poderá ser outro. Portanto, o vencedor poderá depender dos pesos que se fixem para a eleição, permitindo assim graus de arbitrariedade. Embora esta fosse a conclusão que estava estabelecida *a priori*, houve grupos que ainda retiraram as seguintes conclusões: o primeiro sistema de pontuação (6,5,0) é melhor, na medida que, o candidato menos preferido (A) fica em último lugar. O outro sistema beneficia mais o candidato A, já que com este sistema de este candidato vence, pois este sistema de ponderação beneficia claramente quem fica na 1ª posição das preferências. Um sistema de 3 candidatos onde exista um grande diferença entre as pontuações atribuídas aos 1ª e 2ª posições pode não traduzir da melhor forma, a vontade de todos os eleitores. Portanto, pequenas alterações

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					Variação 1				
2									
3		5	4	3	12				
4	6	A	B	C					
5	5	C	C	B			Borda1	Borda2	
6	0	B	A	A		A			
7						B			
8						C			
9									
10		5	4	3					
11	6	30							
12	5	25							
13	0	0							
14									
15									
16					Variação 2				
17									
18		5	4	3	12				
19	5	A	B	C					
20	1	C	C	B					
21	0	B	A	A					
22									
23									
24		5	4	3					
25	5								
26	1								
27	0								
28									

Figura 5.

G6 f_x =B11+C13+D13

	F	G	H	I	J
5		Borda1	Borda2		
6	A	30	25		
7	B	39	23		
8	C	63	24		

Figura 6.

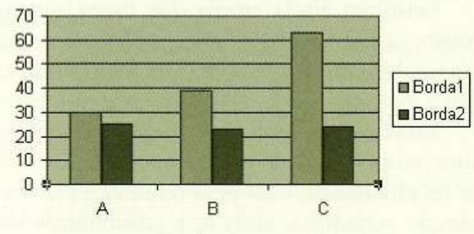


Figura 7.

Figura 8.

1. No dia 9 de Outubro de 2005, realizam-se eleições autárquicas em Portugal.

Os dados apresentados no quadro seguintem dizem respeito às eleições para a Câmara Municipal de um certo concelho.

Total de eleitores inscritos: 141 360
Número de mandatos: 11
Partidos concorrentes: A, B, C, D, E e F

Os resultados provisórios das eleições para a Câmara Municipal desse concelho, divulgados pelo Secretariados Técnco dos Assuntos para o Processo Eleitorial (STAPE), pouco tempo depois do encerramento das urnas, foram os seguintes:

Número de votos brancos: 2225
Número de votos nulos: 1550

Partidos	A	B	C	D	E	F
Número de votos	28 799	17 437	11 959	4785	948	340

1.2. No dia 11 de Outubro, um jornal diário, referindo-se às eleições para a mesma Câmara Municipal, publicou uma notícia, na qual se podia ler:

Os dados apresentados no quadro seguintem dizem respeito às eleições para a Câmara Municipal de um certo concelho.

O partido D vai exigir a recontagem dos votos, por considerar que persistem dúvidas quanto ao resultado oficial divulgado na noite de domingo. Por apenas 15 votos (...), o partido D não elegeu o seu cabeça-de-lista como vereador. (...] A eleição de um vereador do partido D alteraria a relação de forças no executivo dessa Câmara. (...) «Era fundamental que o partido D estivesse representado, não só pela força que já tem, mas também porque obrigaria o presidente a dialogar com a oposição e a aprofundar a democracia e a pluraliade de ideias», frisou o cabeça-de-lista do partido D.

Tendo em conta os resultados eleitorais, elabore uma composição na qual comente esta notícia. Na sua composição, deve:

- determinar o número de mandatos obtidos por cada força política, aplicando o método de Hondt (apresenta os quocientes arredondados às décimas);
- explicar por que razão foi por 15 votos que o partido D não elegeu nenhum vereador e qual o partido que perderia um mandato se o partido D tivesse tido mais 15 votos (admitindo que os restantes partidos mantinham a sua votação);
- explicar o sentido da frase (acima sublinhada) do cabeça-de-lista do partido D, relacionando-a com o tipo de maioria (simples ou absoluta) obtida pela força vencedora e com o que teria acontecido, caso ele tivesse sido eleito.

num sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados eleitorais.

Entrávamos agora na terceira e última fase deste trabalho. Tendo como ponto de partida a questão 1 do exame da 1.ª fase, do Exame Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Os alunos começaram por resolver a questão 1.2 do exame, que passamos a recordar (ver figura 8).

Depois de fazerem a primeira distribuição dos 8 mandatos (a cinzento na figura 9) e responderem à questão do exame os alunos deveriam investigar, com base nos resultados iniciais, a possibilidade da coligação B+C+F vencer o partido A.

Rapidamente os alunos adaptaram a tabela inicial e obtiveram a distribuição apresentada na figura 10.

Existiram ainda grupos que investigaram, voluntariamente, a distribuição de mandatos com outras coligações, nomeadamente a coligação entre os 3 partidos menos votados e, numa outra situação uma coligação entre C e D.

Para finalizar a aula, discutiram-se os resultados desta última proposta. Foi referido que além do partido vencedor se ter modificado, caso estes resultados pertencessem a uma eleição autárquica, abria-se a possibilidade do diálogo entre os partidos da coligação e o partido A, devido ao equilíbrio de forças, pois ambos elegeram o mesmo número de deputados.

Quanto à avaliação esta também se dividiu em duas fases. Numa primeira fase, a avaliação traduziu-se pela observação das dinâmicas que cada grupo desenvolveu. Numa segunda fase, cada grupo teve de entregar um relatório de toda a actividade desenvolvida. Saliente-se que desde o princípio do ano lectivo foi definida a estrutura de todos os relatórios a entregar ao longo do ano. Assim, o relatório deveria conter: introdução; breve contextualização da experiência, conceitos envolvidos, descrição da experiência, conclusões, anexos. Neste caso específico, cada grupo deveria entregar como anexos uma cópia resolvida (com gráficos de barras) do ficheiro de *Excel*.

Considerações Finais

Embora este trabalho pudesse ser desenvolvido com uma calculadora gráfica, optámos por usar o Excel, pois este programa permite que se faça com grande rapidez os cálculos necessários e, na mesma folha de cálculo, podemos construir gráficos de barras que permitem fazer comparações imediatas. Com o uso deste programa também evitaria os cálculos repetitivos inerentes a cada um dos métodos, já que aqui definimos uma fórmula e depois basta actualizá-la em cada momento, e desta forma evitar-se-iam momentos mortos, e desmotivantes. Esta actividade permitiu que os alunos da turma assistissem a uma aplicação das matérias leccionadas nas aulas, com recurso a conhecimentos de outra disciplina.

Foi muito gratificante desenvolver esta actividade já que a maioria dos alunos aderiu a ela com entusiasmo e quase todos os grupos atingiram com relativa rapidez os objectivos antes propostos. De certa forma, ao utilizar o computa-

Figura 9.

B3 =$B$2/$A3

	A	B	C	D	E	F	G
1		A	B	C	D	E	F
2		28799	17437	11959	4785	948	340
3	1	28799,0	17437,0	11959,0	4785,0	948,0	340,0
4	2	14399,5	8718,5	5979,5	2392,5	474,0	170,0
5	3	9599,7	5812,3	3986,3	1595,0	316,0	113,3
6	4	7199,8	4359,3	2989,8	1196,3	237,0	85,0
7	5	5759,8	3487,4	2391,8	957,0	189,6	68,0
8	6	4799,8	2906,2	1993,2	797,5	158,0	56,7

Figura 10.

B3 =$B$2/$A3

	A	B	C	D	E
1		A	B/C/F	D	E
2		28799	29736,0	4785	948
3	1	28799,0	29736,0	4785,0	948,0
4	2	14399,5	14868,0	2392,5	474,0
5	3	9599,7	9912,0	1595,0	316,0
6	4	7199,8	7434,0	1196,3	237,0
7	5	5759,8	5947,2	957,0	189,6
8	6	4799,8	4956,0	797,5	158,0
9	7	4114,1	4248,0	683,6	135,4
10	8	3599,9	3717,0	598,1	118,5

dor para resolver esta actividade, este permitiu um grau de motivação alto por parte dos alunos. Antes de terminarmos acrescentamos ainda a importância do relatório. Com a entrega do relatório tornou-se claro que todos os objectivos a que nos tínhamos proposto foram atingidos. Apresentamos de seguida algumas frases retiradas dos relatórios dos alunos que ilustram isso mesmo.

"Esta experiência foi produtiva para a nossa aprendizagem pois pudemos experimentar como funcionam os diferentes métodos de eleição e não sabe-los apenas em teoria, verificámos também que nem sempre a vontade dos eleitores é a expressa nos resultados finais das eleições."

"Penso que visivelmente os nossos objectivos foram alcançados pois conseguimos analisar e interpretar os resultados obtidos nesta experiência, e aprendemos como fazer estas operações de forma simples e rápida."

"Na nossa opinião esta experiência foi muito enriquecedora para os nossos conhecimentos matemáticos e culturais, pois nós nunca tínhamos realizado tal trabalho."

"No Método de Borda há uma vantagem muito grande, que é facto de atribuirmos pontos aos candidatos, de acordo com a nossa preferência (aliás é esta a sua principal característica), mas depois, e também através da experiência, vimos que se a pontuação variar o resultado das eleições também varia, assim o candidato que não seja preferido pode assumir o cargo. Não é justo!"

Assim o relatório veio a confirmar quase todas as impressões com que tinha ficado na aula provando ser um instrumento poderoso ao fornecer um feedback valioso acerca da actividade que propuséramos.

Nota

1 Para este método são conhecidos três problemas para além daquele que estamos a focar. Problema do voto táctico — aqui se os eleitores dispersarem suficientemente os votos o candidato mais forte, poderá não ganhar; problema voto não sincero — os eleitores podem ordenar os candidatos de forma a penalizarem o candidato mais forte; problema das escolhas irrelevantes — a introdução de uma escolha irrelevante entre as opções iniciais pode modificar o vencedor.

Referências Bibliográficas

Buescu, J.(2001), *O Mistério do Bilhete de identidade e Outras Histórias, crónicas das Fronteiras das ciências*, Lisboa: Gradiva.

Crato, N., *Paradoxos eleitorais*, Revista do Semanário Expresso do dia 13 de Fevereiro de 2002.

Neves, M., Rocha, A. (2004), *Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, Porto: Porto Editora.

Feiteira, R. (a publicar), O que têm em comum a eleição de um delegado de turma e as eleições legislativas?, *Gazeta da Matemática*, Lisboa: SPM.

www.gave.pt

Rui Feiteira, Escola Secundária Manuel Teixeira Gomes

Números incríveis

A Graça diz que arranjou dois números tais que: se os somar, se os multiplicar ou se dividir um pelo outro, os resultados são sempre iguais. Quais são esses números?

(Respostas até 31 de Dezembro)

Regresso às aulas

O problema proposto no número 94 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Na campanha de promoções do regresso às aulas, uma papelaria anunciava: "Um lápis, uma borracha e uma esferográfica, tudo por apenas 1 euro".

O Francisco reparou que:

— *Uma esferográfica é mais cara que dois lápis,*
— *três lápis custam mais que quatro borrachas,*
— *paga-se mais por três borrachas que por uma esferográfica.*

Quais são os preços de cada lápis, borracha e esferográfica?

O problema foi publicado com uma gralha: fatava o "que" na frase *três lápis custam mais que quatro borrachas*, o que dificultava a interpretação do enunciado. Mesmo assim, houve quem não se atrapalhasse e recebemos 12 respostas: Ana Machado (Guimarães), Ana Belisa Oliveira (Guimarães), Anabela Alves (Guimarães), Francisco Estorninho (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), Iola Ribeiro e Isabel Trindade (Faro), João Costa (Guimarães), Luís Mota (Lisboa), Maria Silva (Guimarães), Patrícia Fernandes (Guimarães), Paula Gomes (Vieira do Minho) e Susana Antunes (Guimarães).

Se considerarmos os preços em cêntimos, trabalharemos apenas com números inteiros. Sejam: *L* o preço de um lápis, *B* o preço de uma borracha, *E* o preço de uma esferográfica.

As condições impostas são:

$L + B + E = 100$	(1)
$E > 2L$	(2)
$3L > 4B$	(3)
$3B > E$	(4)

A partir daqui, apareceram três processos de resolução:

— o velho método das aproximações por tentativa e erro,
— começar por relacionar as condições para enquadrar uma das variáveis e depois, se necessário, experimentar os poucos valores possíveis, ou
— eliminar uma das variáveis e resolver graficamente.

O primeiro método permite-nos, com algum trabalho, encontrar uma solução mas normalmente não nos garante que não existam mais soluções.

Pelo segundo método, associando as respostas da Iola e da Isabel e do Luís, vemos que: de (3) vem $B < (3/4)L$. De (3) e (4) vem $E < (9/4)L$. Substituindo estes resultados em (1) temos: $L + (3/4)L + (9/4)L > 100$ ou $L > 25$.

Como L é inteiro, vem $L \geq 26$. Então:

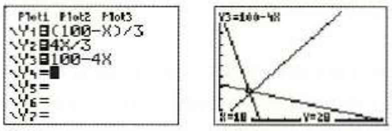
$$B<(3/4)L < (3 \times 26)/4 \leq 19{,}5.$$

De (2) e (4) vem $L < (3/2)B$. Substituindo este resultado e (3) em (1): $(3/2)B + B + 3B > 100$ ou $B > (200/11) > 18{,}1$. Portanto, B tem de ser maior que 18,1 e menor que 19,5. Como é inteiro, só pode ser $B = 19$. Encontrado B, facilmente se chega a L e E.

O terceiro método foi usado pela Graça, pelo Francisco e pela Paula. Como diz a Ana Machado, é "necessário evidenciar uma das incógnitas" e eliminarmos outra.

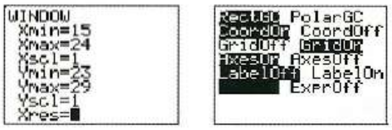
Se resolvermos em ordem a L e em função de B, temos: de (1) e (2), $L < (100 - B)/3$. De (3), $L < (4/3)B$. De (1) e (4), $L > 100 - 4B$.

Agora é fácil se, por exemplo, usarmos a calculadora gráfica. Introduzimos as funções relacionadas com estas três inequações e, como L e B poderão estar entre 0 e 100, escolhemos uma janela com $X \in [0, 100]$ e $Y \in [0, 100]$.

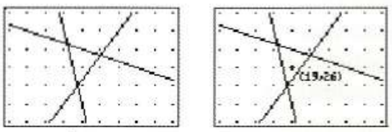


Fazendo TRACE vemos que a solução estará perto de X=18 e Y=28.

Vamos fazer um gráfico ampliado e, para visualizar a solução, usamos um artifício. Escolhemos uma janela perto destes valores, com Xscl e Yscl iguais a 1, e em FORMAT seleccionamos GridOn.



Com isto vamos fazer com que apareça uma grelha com os pontos em que as coordenadas de X e Y são números inteiros. As soluções do problema estarão contidas no triângulo formado pelas três rectas.



Um único ponto da grelha aparece no interior do triângulo. Existe portanto uma única solução com números inteiros: X=19 e Y=26.

Resposta: um lápis custa €0,26, uma borracha €0,19 e uma esferográfica €0,55.

O Problema do ProfMat 2007

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2007 de Angra do Heroísmo consistiu na resolução do problema *Almoçando em Praga*:

Fui com mais quatro amigos passar uns dias de férias à República Checa. No primeiro dia em Praga fomos almoçar a um restaurante pequeno e com ar simpático que encontrámos perto do rio. A ementa estava escrito apenas em checo e tinha 11 pratos. Claro que nenhum de nós percebia nada da língua e por isso escolhemos cinco pratos diferentes ao acaso. Como a refeição ficou barata e a comida era excelente, decidimos voltar lá nos dias seguintes. Além disso, resolvemos descobrir, sem ajuda de ninguém, qual era o prato que correspondia a cada nome na ementa. E conseguimo-lo no mínimo de tempo possível.

Como foram organizados os pedidos em cada almoço e quantos dias foram precisos?

Foram entregues 20 respostas: 11 individuais e 9 colectivas. As mais claras começaram por dar nomes aos onze pratos, por exemplo: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J e K. Depois, indicavam em cada dia os pratos escolhidos e, se fosse caso disso, que pratos tinham sido identificados.

A partir daqui podemos dividir as resoluções em dois tipos principais.

Tipo 1 — Soluções com pratos diferentes em todas as refeições. Por exemplo, o Emanuel, o Francisco, a Tânia, a Sheila e a Iva & Nuno apresentam, com variantes, esta metodologia. Será, por exemplo:

1° almoço: A – B – C – D – E
2° almoço: D – E – F – G – H
3° almoço: A – D – F – I – J

Identificam-se: D que foi pedido nos três dias, A que foi pedido no 1° e 3° dias, E que foi pedido no 1° e 2° dias, F que foi pedido no 2° e 3° dias.

4° almoço: B – D – G – I – K

Identificam-se: B que foi pedido no 1° e 4° dias, G que foi pedido no 2° e 4° dias, I que foi pedido no 3° e 4° dias, K que só foi pedido no 4° dia.

Por exclusão, identificam-se ainda: C que só foi pedido no 1° dia, H que só foi pedido no 2° dia, J que só foi pedido no 3° dia.

Tipo 2 — Soluções com pratos repetidos na mesma refeição. O José Duarte e a Manuela Diogo seguem este processo:

1° almoço: A – B – C – D – E
2° almoço: A – B – F – F – G

Identificam-se o F (duas doses no 2° dia) e o G (o novo em dose única do 2° dia).

3° almoço: A – C – H – H – I

Identificam-se: o H (duas doses neste dia) e o I (o novo em dose única deste dia), o A (foi comido nos três dias), o B (pedido nos 1° e 2° dias), C (pedido no 1° dia e hoje).

4° almoço: D – D – J – J – K

Identificam-se: o J (o novo em dose dupla), o K (novo em dose única), D (em dose dupla mas já comido no 1° dia) e, por exclusão, o E (provado apenas no 1° dia).

E agora algumas curiosidades. A resolução mais longa tem 22 páginas A4, as mais curtas apenas uma página A5. Diz a Manuela Diogo que, para se resolver isto, seria preciso um "bloco de notas e a disposição para a aventura de provar o que se desconhece".

A Sandra & Daniel fizeram uma apresentação em PowerPoint. O José Cascalho contou com a colaboração dos filhos Tiago e Francisco, de 9 e 10 anos.

O Francisco apresentou a ementa em checo, incluindo os preços em coroas, e depois duas resoluções, uma detalhada e outra sintética. Finalmente acrescentou a demonstração de que não era possível identificar todos os pratos em 3 refeições, fazendo a análise de todos os casos possíveis.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Lista de participantes

Individuais: Ana Paula Jardim; Emanuel Cabral; Francisco Estorninho; Iolanda Peneque; José Artur Pinto; José Manuel Duarte; Mafalda Oliveira; Manuela Diogo; Manuela Simões: Sheila Hit; Tânia Reis.

Em equipa: Ana Martins & Sónia Figueirinhas; Ana Borrego & Sofia Nunes; António Guerreiro & Carlos Ribeiro; Emília Santos & José Manuel Martins; Fernanda Graça & João Cavaleiro; Iva & Nuno Angelino; José, Francisco & Tiago Cascalho; Rosa Azevedo & Manuela Salgado; Sandra Neves & Daniel Castanho.

Premiados e Prémios

1°. Tânia Reis (*Unidade TI-nSpire, oferta Texas Instruments*)
2°. José Manuel Duarte (*Calculadora Gráfica Casio ClassPad 300, oferta Beltrão Coelho*)
3°. Sheila Hit (*Calculadora Gráfica Casio CFX9850, oferta Beltrão Coelho*)
4°. Ana Paula Jardim (*2 Livros de divulgação matemática, oferta APM*)
5°. Emanuel Cabral (*1 Livro de divulgação matemática, oferta APM*)
6°. Iva & Nuno Angelino (*1 Livro de divulgação matemática, oferta APM*)
7°. Francisco Estorninho — CD-ROM Prepara os exames, oferta Porto Editora

Atenção: Os prémios devem ser levantados até 30 de Julho de 2008. Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.

A Matemática e a Música: construindo padrões no jardim-de-infância

Margarida Boleo
Carlos Miguel Ribeiro

Um dos objectivos pedagógicos da educação pré-escolar, tal como vem referido nas Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997), é o de "desenvolver a expressão e a comunicação através da utilização de linguagens múltiplas como meios de relação, de informação, de sensibilização estética e de compreensão do mundo" (p.15). Este objectivo é contemplado nas áreas Expressão e Comunicação e Conhecimento do Mundo.

Neste artigo apresentamos um relato de uma actividade desenvolvida com um pequeno grupo de crianças de 5 e 6 anos que pretende relacionar os domínios da matemática e das expressões, mais concretamente o estudo dos padrões e da música, para, de uma forma lúdica e divertida, estimular e apoiar o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático das crianças, permitir/incentivar a criação de relações, ligações, generalizações e previsões sobre o mundo que as rodeia.

A matemática, assim como a música, são áreas consideradas *difíceis*, pelo que nos cabe, a nós, o papel de proporcionar às crianças vivências que, de algum modo, contribuam para alterar esse estereótipo. Uma vez que no Pré-Escolar, mais ainda que nos outros níveis de ensino, se pretende que as actividades estejam o mais interligadas possível, as tarefas aqui apresentadas têm o intuito de proporcionar aos alunos a oportunidade de tomarem contacto com conceitos e conteúdos da música e da matemática, de uma forma quase espontânea, de modo a despertar nas crianças a predisposição para procurar regularidades.

A ligação destes dois domínios permite que as crianças não se limitem apenas a prolongar determinado padrão, possibilitando-lhes também a aquisição da capacidade de aprender a fazer generalizações bem como a reconhecer padrões em contextos mais amplos, que não apenas os escolares.

As actividades com padrões (e não só) devem surgir, sempre que possível, do meio envolvente e das experiências/vivências das crianças (ainda mais no Jardim-de-Infância). Nos diálogos e histórias com os alunos, devemos salientar o facto de os padrões fazerem parte do mundo que nos rodeia e da nossa vida. As estações do ano repetem-se sucessivamente, muitas das árvores todos os anos florescem, dão

Figura 1.

frutos e despem-se de folhas... e podem também ser por nós construídos e/ou representados nos nossos comportamentos: quando nos levantamos de manhã, cada um de nós tem a sua rotina ou padrão de comportamento — acordamos, lavamo-nos, comemos, ...

Grande parte das actividades desenvolvidas com as crianças no Jardim-de-Infância são realizadas no âmbito do domínio das expressões. Uma das suas vertentes é a expressão musical. Nela formamos padrões, mais ou menos elaborados, que se podem apresentar de um modo simples, repetitivo ou altamente elaborado, em extensão.

Tendo consciência de que a matemática é a base para um raciocínio lógico e que a capacidade de reconhecer e utilizar padrões desenvolve o pensamento matemático e ajuda as crianças a adquirir a capacidade de resolver problemas e a pensarem de uma forma abstracta, consideramos que se devem criar situações, o mais precocemente possível, que visem, entre outras coisas, o reconhecimento da regularidade ou repetição no movimento, na cor, na posição e quantidade, no som, etc.

O material utilizado e sua justificação

De modo a que os alunos pudessem realizar as actividades, foram preparados atempadamente, os seguintes materiais: um xilofone, 12 conjuntos de cartões quadrangulares contendo 7 símbolos diferentes (quadrado, triângulo, círculo, hexágono, estrela e outros, num total de 84 cartões) e um painel quadriculado para colar os cartões quadrangulares. A cada um dos cartões quadrangulares foi colado, no verso, uma tira de velcro, o mesmo acontecendo em cada um dos quadrados do painel, para que os alunos aí pudessem colar os cartões.

Foram utilizados sete símbolos, pois pretendia-se que as crianças associassem um símbolo a cada uma das sete notas musicais. Uma vez que a cor é um dos atributos mais importantes para a percepção dos objectos pela criança, foi também atribuída uma cor diferente a cada um deles.

Desenvolvimento da actividade

Inicialmente, as crianças tiveram oportunidade de contactar com o xilofone, ouvindo e tocando os sons, distinguindo os mais agudos dos mais graves, verificando a sua sequência, experimentando as possibilidades de criar outras sequências, ...

Esta actividade inicial teve por objectivo uma familiarização com o instrumento de modo a ambientar os alunos à sonoridade do xilofone, permitindo que eles próprios inventassem as suas melodias.

Uma vez que eram apenas seis alunos, com relativa facilidade, através do diálogo e argumentação, chegou-se a um consenso sobre que símbolo (de entre os sete diferentes) associar a cada nota musical. As crianças aprenderam, assim, que cada som tem um nome e estabeleceram uma correspondência, termo a termo, entre os elementos do conjunto das notas musicais e os dos símbolos disponíveis. Ao facultarmos a hipótese de serem as crianças a efectuar e justificar as suas escolhas trabalhamos também a oralidade, efectuando deste modo uma abordagem transversal da língua portuguesa, valorizando-a como matriz de identidade e como suporte de aquisições múltiplas, tal como é salientado nas Orientações Curriculares (1997, p. 66) que deva ocorrer (figura 1).

Após terem reproduzido em papel as correspondências, cada criança, utilizando os símbolos, criou a sua sequência e tocou a sua música, tendo em atenção que teriam de tocar no xilofone o padrão cujos elementos geradores haviam escolhido. É de salientar que inicialmente apenas foram considerados conjuntos de três notas musicais, e consequentemente três símbolos, sendo progressivamente introduzidas as restantes notas até se completar a escala.

De modo a avaliar até que ponto as crianças haviam compreendido e interiorizado as correspondências efectuadas, utilizando o painel quadriculado, iam colocando os cartões com os símbolos correspondentes às notas musicais tocadas por um dos colegas no xilofone, identificando assim a sequência musical criada e associando-a aos símbolos correspondentes. A realização desta versão da actividade mostrou-se bastante significativa para as crianças, pois afirmavam continuamente que agora era a sua vez de escrever para que os colegas tocassem.

Ainda com recurso ao xilofone, e com o objectivo de, ainda e sempre, realizar as actividades de forma integradora, foram executados exercícios de movimento corporal, com o intuito de desenvolver também a motricidade. As crianças deveriam reagir de modo diferente a diferentes alterações de sons, trabalhando não só os padrões, mas também os conceitos de antecedente e consequente. Estas diferentes formas de reacção foram acordadas entre todos: ao ouvirem um som mais grave que o anterior as crianças teriam de baixar os braços, enquanto que se o som fosse mais agudo teriam de os levantar, se o som fosse o mesmo não executariam qualquer tipo de movimento, mantendo os braços na posição em que se encontravam.

À medida que o exercício decorria, o nível de complexidade ia aumentando, acrescentando batimentos de pés e mãos, sempre que o som era mais grave ou agudo que o an-

terior, respectivamente, não perdendo nunca de vista o objectivo principal: a criação de padrões.

Este tipo de actividade permite mais uma vez realizar uma ligação com as competências gerais pretendidas para o Ensino Pré-Escolar e Básico, pois a dança apresenta uma vocação interdisciplinar, possuindo uma relação ancestral com a música, a qual propõe contactos com o ritmo, a dinâmica e a matemática.

Um outro tipo de actividade possível que não foi explorado nesta altura, mas que certamente ocorrerá mais tarde, será o de permitir às crianças construir e tocar padrões, utilizando instrumentos musicais construídos por si. Estes podem ser elaborados recorrendo a materiais recicláveis tais como caricas, copos de iogurte, latas de bebidas, entre outros, ou ainda recorrendo a produtos da natureza.

Esta actividade de construção dos seus próprios instrumentos permitir-nos-á despertar/incrementar nos alunos o gosto pela música bem como desenvolver o gosto pela matemática.

Para concluir

Apesar de a escolaridade obrigatória se iniciar apenas no 1.° ciclo temos a obrigação de proporcionar a todas as nossas crianças/alunos o mais vasto e rico conjunto de experiências que lhes permita uma continuidade educativa em todos os domínios e, desde cedo, despertar-lhes uma predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, explorar situações problemáticas e procurar regularidades, pensar de maneira lógica, entre outras competências matemáticas que são consideradas fundamentais no ensino básico.

Nesta actividade, as crianças tiveram de memorizar sons, cores, formas e ainda de estabelecer correspondências, formar conjuntos e construir padrões. Neste processo construtivo desenvolveram as capacidades de atenção, de observação, de comunicação, de negociação, aprenderam a saber respeitar as opiniões dos outros e a saber expressar-se para comunicar as suas, bem como apuraram/desenvolveram a sua capacidade de identificação das diferentes notas musicais (de salientar que nem todas as crianças tiveram a mesma facilidade em fazê-lo, o que por si gerou alguma discussão e construção de conhecimentos, quer musicais quer de correspondências matemáticas).

Ao proporcionarmos a realização destas actividades, estamos a facultar às crianças uma oportunidade de desenvolverem a criatividade e motricidade fina, quando criavam e registavam na tabela os padrões que posteriormente tocavam, ou ouviam (sendo também uma forma de iniciação à escrita e à leitura) bem como de aquisição de noções espacio-temporais, através dos jogos corporais, de conceitos matemáticos, tais como a correspondência termo a termo, propriedades dos padrões, conceitos de antecedente, consequente e igual, ...

Com esta actividade observámos, uma vez mais, que ao trabalharmos os conceitos matemáticos com crianças de tenra idade estas vão construindo e cimentando, ao seu ritmo, os seus próprios conhecimentos matemáticos. Esta será uma forma natural de motivar os alunos para a matemática, despertando-lhes o interesse para descobrir a cada dia a sua presença nas suas vidas.

Margarida Boleo
JI Coca Maravilhas, Portimão

Carlos Miguel Ribeiro
Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve

Está aí, o novo programa de Matemática

O novo programa de Matemática do ensino básico está aí. Recentemente homologado (28 de Dezembro de 2007), está disponível na secção Matemática da página da DGIDC

http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Paginas/

Correspondendo a uma das medidas previstas pelo Plano de Acção para a Matemática, este novo programa resulta do reajustamento dos ainda em vigor programas de Matemática de 1990/91, cuja revisão estava há muito anunciada, nomeadamente no Currículo Nacional do Ensino Básico (2000).

A escrita deste novo programa esteve a cargo de uma equipa de especialistas e investigadores das áreas da Matemática e da Educação Matemática, coordenada por João Pedro da Ponte e Lurdes Serrazina.

O documento foi sujeito a discussão pública, que decorreu entre 20 de Junho e 4 de Outubro de 2007. Durante este período foram recebidos, segundo informação recolhida no site da DGIDC, 91 contributos de instituições de Ensino Superior, de Sociedades Científicas nas áreas da Matemática e da Educação Matemática, da Associação de Professores de Matemática, professores, agrupamentos de escolas, escolas e encarregados de educação.

O novo programa de Matemática assume a forma de documento único para os três ciclos do ensino básico, apresentando finalidades e objectivos gerais que são comuns a todos os ciclos. Do mesmo modo estão pensados os temas matemáticos e as capacidades tranversais, que são desenvolvidos com mais detalhe, por ciclo, em cerca de 50 das 73 páginas do documento. Os primeiros são no essencial semelhantes aos indicados pelo Currículo Nacional, distinguindo-se em aspectos fundamentais dos programas anteriores: É dada uma maior ênfase à Organização e Tratamento de Dados, que começa a ser estudada desde o 1.º ciclo; a Álgebra é valorizada, surgindo associada ao desenvolvimento do pensamento algébrico; os Números e operações adquirem uma nova perspectiva, associada ao desenvolvimento do sentido do número; a Geometria surge associada ao desenvolvimento do sentido espacial, com relevo para a visualização e as transformações geométricas. Quanto às capacidades transversais, com igual estatuto aos temas matemáticos, são eleitas três: a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

O documento apresenta também em paralelo orientações metodológicas gerais, e indicações sobre a gestão curricular e sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos.

Prevê-se que este programa possa entrar em vigor em 2009/10. Até lá, estão já previstas algumas medidas que pretendem apoiar a sua apropriação gradual por parte dos professores, em particular sessões de divulgação e acções de formação, algumas a decorrer já em 2008.

Este novo programa irá certamente constituir um grande desafio, em especial para os professores de Matemática de quem se espera que o ponham em prática. O facto de ser formulado por ciclo e não apresentar um roteiro por ano de escolaridade colocará muitas interrogações a quem faz diariamente a gestão curricular, a quem planifica e lecciona. Constitui por isso uma excelente oportunidade para que os professores exerçam o seu protagonismo curricular nas escolas, ponderado em sintonia entre colegas, com espaços de flexibilidade para acolher as necessárias diferenças.

Ana Paula Canavarro
João Torres

A importância que a Matemática assume como entrada na profissão "das tecnologias da informação e comunicação"

Bruno Gordinho

O ano 2000 foi declarado como o ano mundial da Matemática pela organização não governamental — União Internacional Matemática — com o beneplácito da UNESCO. Esta iniciativa tinha como principais objectivos promover o debate em torno dos grandes desafios com que a Matemática se confrontaria no século XXI, a importância da Matemática como chave para o desenvolvimento económico e social no caminho para a Sociedade da Informação e a melhoria da imagem que a disciplina tem nos vários quadrantes da vida social. A decisão de organizar eventos com esta envergadura e desta natureza é um sinal de que existem problemas que continuam a merecer uma reflexão e consciencialização social das causas e das respectivas consequências. Certamente que já ouvimos falar do *mito da matemática* associado ao insucesso escolar dos alunos, aos maus resultados nos testes e exames, às notas negativas que vão tendo ao longo dos seus percursos escolares e aos vários sentimentos que nutrem por esta disciplina. O que acontece é que isto não é, ou não deveria de ser novidade para ninguém, o insucesso da matemática tem uma historicidade que caminha a par e passo com o sistema de ensino e educação português (Ponte, 2003). O papel social que a Matemática assume no desenvolvimento de uma cultura científica e tecnológica, enquanto instrumento utilizado por Cientistas, Engenheiros e Técnicos nas suas respectivas actividades profissionais mas também na própria construção formativa, faz da Matemática uma disciplina que promove a diferenciação e a exclusão social. A determinação com que assume um carácter de selectividade de indivíduos à entrada de cursos no ensino superior é um factor de enorme importância e que deve ser estudado e foi isso que se pretendeu fazer ao colocar a Matemática entre as competências e as qualificações num jogo de soma não nula.

As baixas classificações das disciplinas base da Engenharia

E por que não começar desde já com uma análise globalmente descritiva dos resultados nos últimos anos nas famosas provas de Matemática, Física e Química que têm vindo a apresentar valores dos mais baixos a nível nacional chegando mesmo a atingir durante vários anos valores negativos. O caso da Matemática talvez seja aquele mais flagrante e problemático atingindo em 1999 o valor mais baixo com 6,6 valores em termos de média geral nacional e o melhor valor em 2007 de 9,4 valores. Mas não é uma problemática isolada de outras disciplinas também elas vitais para uma adequada formação nas várias especialidades da Engenharia. A disciplina de Física em 2007 registou o mais baixo valor com cerca de 6,6 e em 2002 um valor positivo de 10 valores. A disciplina de Química é a que apresenta melhores resultados, no entanto, no ano de 2006 a média geral foi de 6,9 (ver gráfico 1).

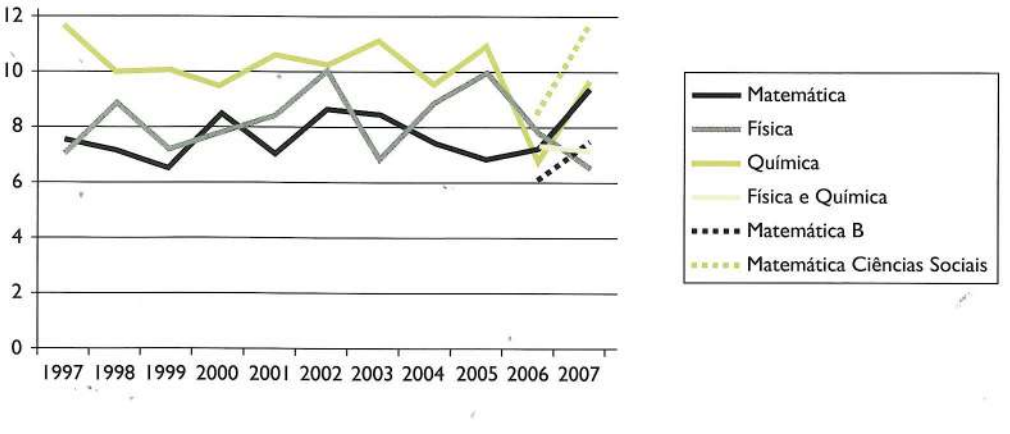


Gráfico 1. Média Geral das classificações de exame nacional nas disciplinas de Matemática, Física e Química no período 1997—2007.
Fonte: D.G.I.D.C —— Ministério da Educação, Júri Nacional de Exames.

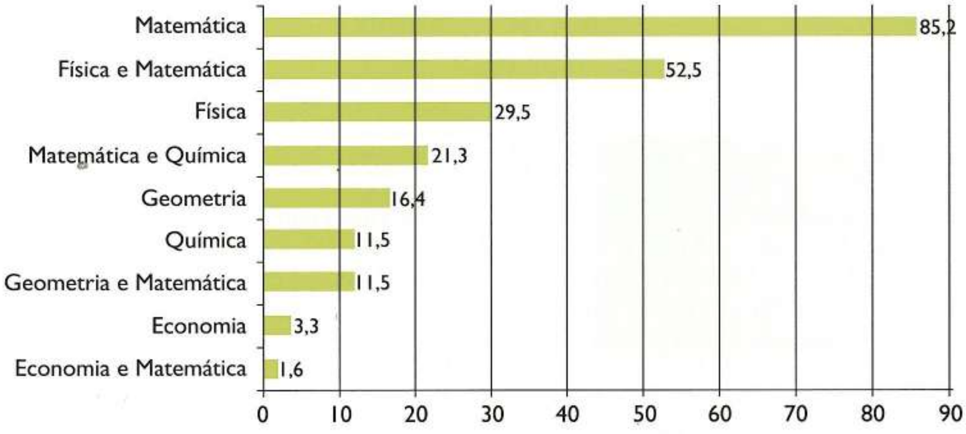


Gráfico 2. Representatividade das Provas de Ingresso ao ensino superior nas especialidades de Engenharia Informática e Engenharia Electrotécnica no ano lectivo 2006/2007. Fonte: Guia de Acesso ao Ensino Superior Público 2006/2007. Direcção-Geral do Ensino Superior.

Considerando mais uma vez que estas disciplinas representam a base da estrutura formativa da profissão de Engenheiro, o papel que assumem no plano dos saberes e competências é vital para a sua cultura e identidade (Barros, 2003). Esta foi também a opinião da maior parte dos Coordenadores de alguns cursos de Licenciatura e Mestrado em Engenharia Informática e Electrotécnica com quem estabelecemos diálogo e alguns representantes dos Colégios da especialidade.

"O que acontece é que não há alunos que estejam a sair do ensino secundário em que é principalmente o problema da Matemática, porque há muitos jovens que acham que têm vocação para a informática mas que depois são fracos a Matemática" [Entrevistado do Colégio de Engenharia Informática da Ordem dos Engenheiros]

"A Física é o drama maior que existe. É que é pior que a Matemática (...) então para Engenharia Electrotécnica é para esquecer, Electrotécnica sem Física é impossível." [Entrevistado do Colégio de Engenharia Electrotécnica da Ordem dos Engenheiros]

"Esse é um problema gravíssimo a nível nacional que é o completo rejeitar das Matemáticas, das Físicas, das Químicas (...) eu acho que para uma formação é imprescindível. Para uma formação em Engenharia é obvio por demais que é imprescindível, (...) numa sociedade cada vez mais tecnológica" [Entrevistado A. Coordenador de Curso de Engenharia Informática (Universidade Pública) — Curso Acreditado pela Ordem]

Se a importância destas disciplinas é para todos os alunos independentemente da área de formação, visto que a absorção de conhecimento traduzido em competências produz bom desempenho profissional para todos, para outros alunos o seu carácter selectivo está de tal maneira envolto num fechamento à entrada no Ensino Superior que provoca um fechamento profissional, ou seja, as provas de ingresso ao ensino superior neste tipo de cursos — e estamos a falar apenas das Especialidades de Engenharia Informática e Engenharia Electrotécnica — têm uma representatividade de tal maneira que faz com que a possibilidade de escolha seja bastante reduzida, principalmente para aqueles alunos que até têm vocação para áreas como as Tecnologias da Informação e Comunicação e que por terem resultados insuficientes não lhes permite ter iguais oportunidades. O investimento neste tipo de áreas estratégicas é uma questão chave a ser levantada, sobretudo se considerarmos a conciliação entre qualidade de ensino e socialização profissional e ao mesmo tempo abrir o leque opcional para todos. Por um lado fala-se de escassez de recursos humanos e por outro lado não flexibilizamos o seu acesso ao sistema de ensino. Como conciliar neste caso as duas dimensões: a económica e a social nos dois mercados? Certamente que os debates em torno das competências e das qualificações para o desenvolvimento de recursos humanos e a centralidade que a educação e formação assumem na performance económica está a ser constantemente reequacionada neste caminho para a sociedade da informação e do conhecimento uma vez que a obtenção de recursos pode *aparentemente* designar mais oportunidades.[1]

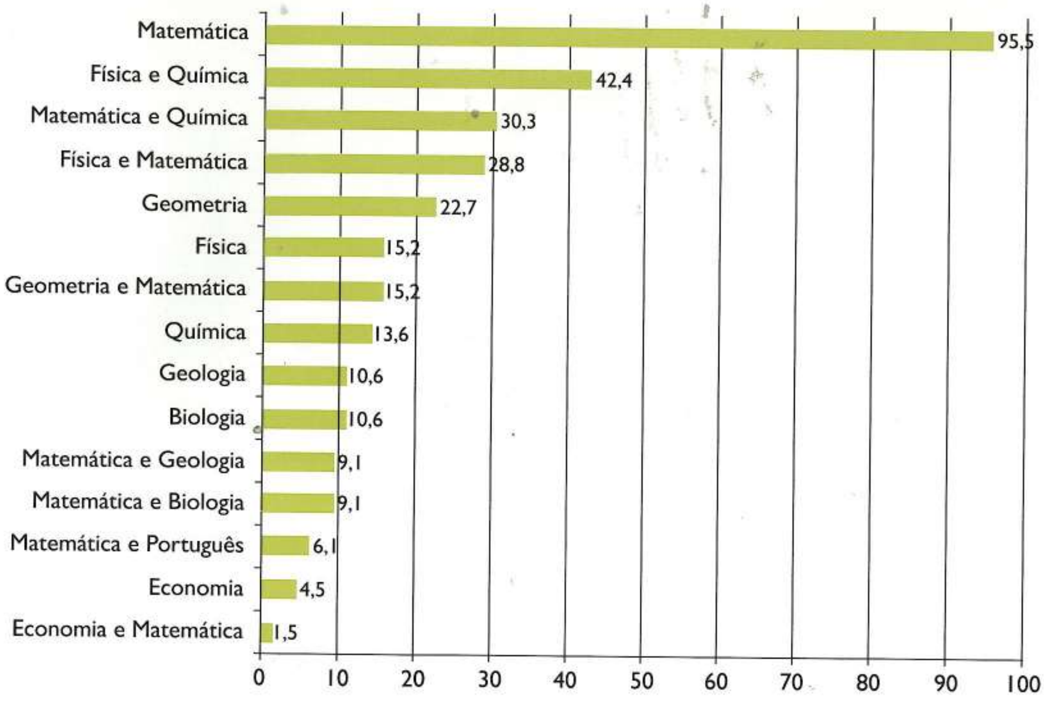


Gráfico 3. Representatividade das Provas de Ingresso ao ensino superior nas especialidades de Engenharia Informática e Engenharia Electrotécnica no ano lectivo 2007/2008. Fonte: Guia de Acesso ao Ensino Superior Público 2007/2008. Direcção-Geral do Ensino Superior.

As Provas de Ingresso nos cursos do Ensino Superior de Engenharia Electrotécnica e Engenharia Informática

Como já anteriormente referi a representatividade da Matemática como prova específica de ingresso nestes cursos de Engenharia Informática e Engenharia Electrotécnica é brutal representando cerca de 85,2%; a Física e a Matemática conjuntamente em 52,5%; a Física isoladamente 29,5%; a Matemática e a Química em 21,3%; Geometria Descritiva 16,4%; a Química 11,5%; Geometria e Matemática 11,5%; (ver gráfico 2).[2]

A importância que a Matemática assume à entrada neste cursos e consequentemente à entrada na profissão, fica mais vincada quando comparamos o pedido destas disciplinas como prova de ingresso nos dois últimos anos lectivos. No ano lectivo de 2007/2008 a representatividade da Matemática passa para os 95,5%; Física e Química 42,4%; Matemática e Química 30,3%; Física e Matemática 28,8% (Gráfico 3). É certo que a diversidade de disciplinas também é maior, mas o peso da Matemática é significativamente brutal, já para não falar do poder, e nas implicações que isso traduz no desenvolvimento e no cativar de novos públicos para estas áreas de formação, áreas com componentes ligadas às Tecnologias da Informação e Comunicação e ao desenvolvimento da uma tão esperada e anunciada Sociedade de Informação que pelos vistos se encontra em constante formação, desformação e reformulação.

Notas

1 Ver Suleman, Fátima (2004), "Formação e Mercado de Trabalho: Recursos e Competências" em Isabel Salavisa Lança, Fátima Suleman e Maria de Fátima Ferreiro (org.) *Portugal e a Sociedade do Conhecimento, Dinâmicas Mundiais, Competitividade e Emprego*, Oeiras, Celta Editora.

2 A construção deste gráfico foi feita através de um tratamento qualitativo de análise de conteúdo das provas de ingresso (no guia de acesso ao ensino superior público) nos cursos da especialidade de Engenharia Informática e Engenharia Electrotécnica. É importante referir que as opções em vários cursos são múltiplas, ou seja, em um curso podemos ter o pedido de várias provas de ingresso. Seguiu-se a construção de uma base de dados no programa SPSS de modo a transformar os dados qualitativos em quantitativos.

Bibliografia

Barros, António Salgado de (2003), "A Formação e o Exercício da Profissão de Engenheiro", em *Comunicação apresentada em Colóquio da Formação ao Mercado de Trabalho: perspectiva das Ordens Profissionais*, Lisboa, CNAVES.

Ponte, João Pedro (2003), "O Ensino da Matemática em Portugal: Uma Prioridade Educativa?", em *O Ensino da Matemática, situação e perspectivas*, Lisboa, Conselho Nacional de Educação http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(CNE).pdf.

Suleman, Fátima (2004), "Formação e Mercado de Trabalho: Recursos e Competências" em Isabel Salavisa Lança, Fátima Suleman e Maria de Fátima Ferreiro (org.) *Portugal e a Sociedade do Conhecimento, Dinâmicas Mundiais, Competitividade e Emprego*, Oeiras, Celta Editora.

Bruno Gordinho
Sociólogo, CIES/ISCTE

O Scratch dá que falar
Dos usos domésticos aos usos na escola

No seu livro *Mindstorms — Children, Computers and Powerful Ideas*, Seymour Papert escrevia há 27 anos:

"Na minha perspectiva, é a criança que deve programar o computador e, ao fazê-lo, ela adquire um sentimento de domínio sobre um dos mais modernos e poderosos equipamentos tecnológicos e estabelece um contacto íntimo com algumas das ideias mais profundas da ciência, da matemática e da arte de construir modelos intelectuais".

A propósito dos usos domésticos que as crianças e jovens dão aos computadores, entre os quais este educador matemático refere ter encontrado os melhores exemplos do uso criativo das tecnologias, fomos falar com o André Torres, que tem 13 anos de idade e frequenta a Escola Secundária com 3° ciclo do Pinhal Novo.

Em Outubro de 2007 conheceu o Scratch, por informação do pai que é professor de Matemática e a partir daí tem experimentado, em casa, algumas das suas potencialidades e já realizou com ele alguns projectos que estão publicados na Web, em `http://scatch.mit.edu/users/AGT`.

Começámos por procurar saber o que tinha para ele de especial o Scratch, que tanto o entusiasmava.

"O que me agrada mais é poder *programar* apenas arrastando objectos e depois partilhar o meu projecto na comunidade, descarregar trabalhos de outras pessoas e poder aprender com eles".

Quando lhe perguntámos se o *Scratch* era para ele um jogo e qual o seu grau de dificuldade, respondeu:

"Não considero o *Scratch* um jogo, pois num jogo eu tenho objectivos pré-definidos e no *Scratch* posso fazer o que me apetecer. E é extremamente fácil porque é só arrastar objectos. No entanto, é tão viciante como um jogo e também me divirto com ele".

Finalmente concluímos a nossa curta entrevista com uma pergunta final: aprendemos na escola, com os pais, com os amigos, com os computadores, etc. O que achas que aprendes com o *Scratch*? Que tipo de conhecimentos tens precisado para resolver as dificuldades que enfrentas nos projectos que queres realizar?

"Ao trabalhar com o *Scratch* percebi o que é uma variável e que as coisas só são complicadas se as complicarmos".

Como comentário final, acrescentou: "Acho que o *Scratch* é um programa simples que pode ser facilmente usado por pessoas de todas as idades".

Desta troca de palavras com um jovem que é utilizador regular da tecnologia, para trabalhos e para jogos, encontramos algumas ideias que podem ajudar-nos a reflectir sobre o papel e o lugar da tecnologia:

- a ideia de liberdade de criar, associada a programas *abertos* e sem limitações do *software*;
- a ideia de comunicação e partilha, associada à aprendizagem, facilitada hoje pelas ferramentas *Web* que permitem a publicação directa;
- a ideia de que pode haver lugar à aprendizagem de conceitos escolares, embora partindo de projectos livres e não escolarizados.

Pensar, Criar, Comunicar e Aprender — Regresso ao futuro, desafio pedagógico ou um novo Logo volta a atacar?

A Teresa Martinho Marques é professora do QND da Escola Básica 2, 3 de Azeitão. Escreve desde que se lembra e tem publicadas algumas poesias nos livros *Provérbios Despenteados*, *Provérbios Repenteados* e *Das Palavras* (recentemente reeditado e que consta na lista de sugestões do Plano Nacional de Leitura).

A partir de meados dos anos 80, recém chegada à profissão, acompanhou o movimento de *militantes* e *simpatizantes* da linguagem Logo e escreveu, em conjunto com outra colega, a publicação *Logo, Matemática* e *Currículo*, então editada pelo Núcleo do Projecto MINERVA da ESE de Setúbal, baseada numa experiência que desenvolveu com alunos do 2° ciclo da E. P. Luísa Todi, em Setúbal.

Sempre muito envolvida com os seus alunos em jogos, desafios e aventuras pedagógicas, nomeadamente integrando as Tecnologias de Informação e Comunicação, abraçou recentemente as experiências com ferramentas da Web 2.0., nomeadamente os blogues, sendo responsável (também em partilha com os seus alunos) pelos blogues Tempo de Teia, Muito mais, Mat teia, GT Scratch, Turbêturma entre outros.

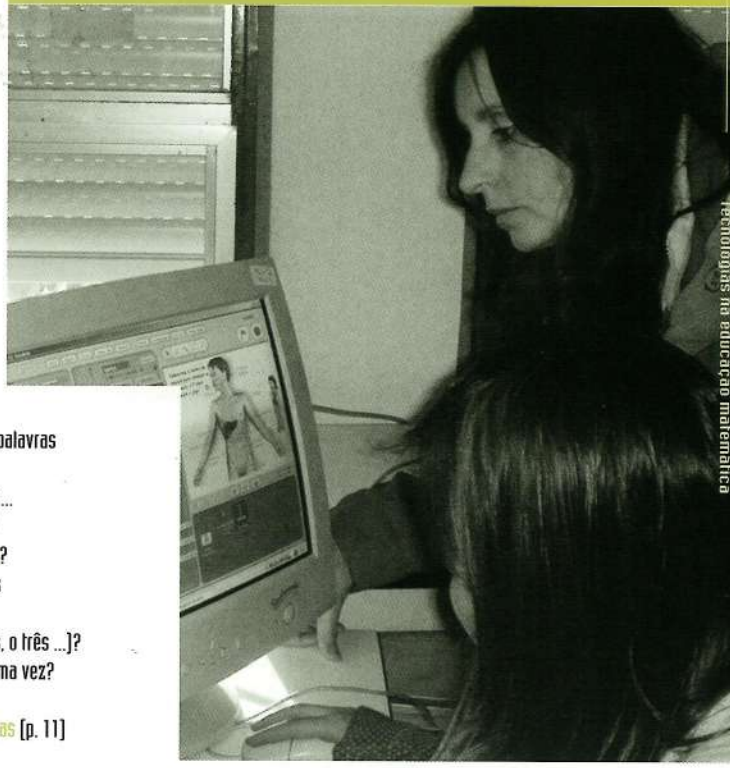
Neste momento encontra-se a desenvolver uma investigação centrada no uso do Scratch (ver apresentação breve do programa na Revista *Educação e Matemática* nº 94) com os seus alunos do 5º ano e por acordo estabelecido com a equipa do *Scratch* de Mitchel Resnick, responsável pelo Projecto *Lifelong KinderGarten* do *Massachussets Institute of Technology* (MIT), está a traduzir recursos e materiais de apoio e criou já a secção portuguesa na página dos recursos do *site Scratch* (em `http://scratch.mit.edu/pages/languages`), que irá ser continuada com a colaboração articulada de várias instituições de formação.

O testemunho que a seguir apresentamos, através das palavras da própria Teresa, sugere uma aposta no desenvolvimento nos alunos de competências de aprendizagem para o séc. XXI, fundamentais para ter sucesso no futuro: "pensar criativamente, comunicar com clareza, analisar de forma sistemática, colaborar eficazmente, conceber iterativamente (*designing iteratively*), aprender de forma permanente e contínua no tempo" (`http://scratch.mit.edu/files/Learning-with-Scratch.pdf`).

Antes *das palavras*, deixamos algum do seu sabor

O sabor das palavras
chega
devagarinho ...
Sabe a ave?
Sabe a ninho?
Sabe a letras
algarismos
(o um, o dois, o três ...)?
Sabe a era uma vez?

In Das Palavras (p. 11)



Scratch...?

O *Scratch* foi partilhado com o mundo, pela primeira vez, em 15 de Maio de 2007 (`http://scratch.mit.edu`). O texto que se segue só pode, pois, oferecer uma abordagem modesta às janelas de oportunidade aparentemente abertas por esta ferramenta. Não será mais do que uma partilha de alguns primeiros passos na busca de outras formas de olhar para a utilização das tecnologias em educação, recuperando para o espaço da escola as actividades de programação iniciadas com a linguagem *Logo*, que não chegaram a generalizar-se de forma consistente. É com estas limitações, decorrentes do pouco tempo de experimentação, que apresento:

- uma breve descrição da ferramenta;
- pedaços do curto caminho já partilhado com alunos;
- alguns pensamentos dispersos;
- sugestão de recursos e apelo ao seu enriquecimento.

O que nos oferece o Scratch?

O *Scratch* é uma nova linguagem gráfica de programação inspirada nas linguagens *Logo* e *Squeak (Etoys)*, mas que pretende ser mais simples, fácil de utilizar e mais intuitiva. Possibilita a criação de histórias interactivas, animações, jogos, músicas e a partilha dessas criações na internet. Foi concebido por uma equipa de investigação no *Media Laboratory do Massachusetts Institute of Technology* (MIT), com a intenção de ajudar os jovens (desde os oito anos) a desenvolver *competências de aprendizagem para o século XXI* (`http://www.21stcenturyskills.org/`). Os seus criadores acreditam que, desenvolvendo projectos Scratch, podem aprender-se ideias matemáticas e informáticas importantes, aprofundando, simultaneamente, o conhecimento e compreensão do processo de concepção/criação (*design*) e a sensibilidade crítica para os vários tipos de media que nos rodeiam.

A designação *Scratch* vem da técnica de *scratching* usada pelos DJs (*disc jockeys*) do *hip-hop*, que giram os discos de vinil para trás e para diante com as mãos, para misturar músicas de forma original. Podemos fazer algo semelhante com o *Scratch*, porque nos permite controlar acções e interacções entre diferentes tipos de *media*, misturando-os de forma criativa. Os aspectos-chave inovadores do Scratch incluem:

- *Programação com blocos-de-construção (building-blocks)* — Para escrever programas em *Scratch*, encaixam-se blocos gráficos uns nos outros, formando empilhamentos ordenados (*stacks*). Os blocos são concebidos para se poderem encaixar apenas de forma que faça sentido sintacticamente, não ocorrendo, assim, erros de sintaxe. As sequências de instruções podem ser modificadas, mesmo com o programa a correr, o que facilita a experimentação simples de novas ideias.

Figura 1.

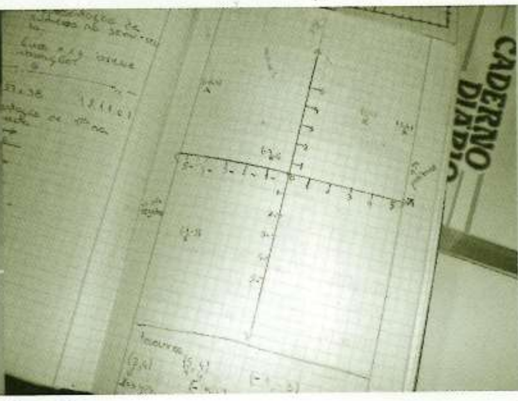


Figura 2.

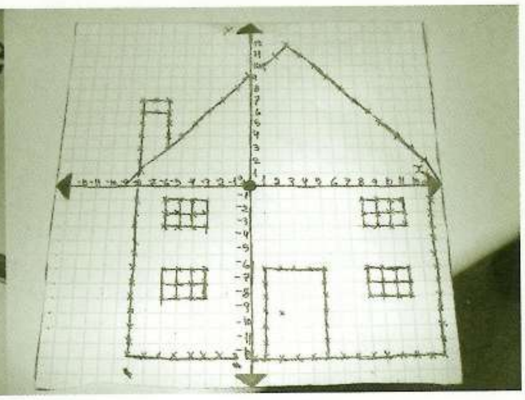


Figura 3.

- *Manipulação de media* — O *Scratch* permite a construção de programas que controlam e misturam gráficos, animação, texto, música e som. Amplia as actividades de manipulação de *media* que são populares na cultura actual.
- *Partilha e colaboração* — A página de *internet* do *Scratch* fornece inspiração e audiência: podemos experimentar os projectos de outros, reutilizar e adaptar as suas imagens e *scripts*, e divulgar os nossos próprios projectos. A meta final é desenvolver uma comunidade e uma cultura de partilha em torno do *Scratch*.
- *Integração no mundo físico* — O *Scratch* pode interagir com objectos exteriores de vários tipos.
- *Opção de múltiplas línguas* — Pretende promover a criação de uma cultura Scratch na comunidade internacional.

Pedaços de um caminho ainda curto...

Turma do 6º ano
[Matemática, Ciências da Natureza e Estudo Acompanhado]

Já decidida a colocar o *Scratch* como objecto central da tese de mestrado, partilhei a ferramenta com uma turma do 6º ano em Setembro de 2007, sondando reacções, tentando averiguar possibilidades, remetendo o trabalho principal de exploração para casa. Fui perguntando quem instalava (cerca de metade dos alunos, até ao momento), quem ia avançando, o que iam fazendo, pequeninas conversas... sugestões... dúvidas partilhadas em pequenos momentos das aulas. Sugeri que, a par da exploração mais livre, utilizassem o programa direccionando os projectos para a construção de actividades que reforçassem as aprendizagens das aulas. Pequenas demonstrações, actividades interactivas... Fiz desafios. Foram surgindo projectos simples, até ser surpreendida com esta produção e a nota escrita depois pela aluna T. para o blogue da turma.

`http://scratch.mit.edu/projects/telle/54060`

O meu primeiro trabalho

(...) Comecei por pôr uma imagem do corpo humano (do sistema digestivo), depois encontrei um script em forma de bola que servia exactamente de bolo alimentar. E comecei a procurar a melhor forma de o pôr a cumprir o trajecto percorrido na vida real. Para descobrir como fazer para que o bolo alimentar descesse, foi muito difícil. Pus-me a pensar e lá cheguei à conclusão de que teria que usar o "x" e o "y" (matéria de matemática que ainda não aprendi). Primeiro comecei por comparar com a própria página do *Scratch* e ver se ao andar para o lado direito ou esquerdo dava negativo ou positivo e o mesmo para cima e para baixo. Foi um trabalho giro de fazer, mas muito complicado. Outra das minhas dificuldades, foi a parte interactiva das perguntas e saber como é que o bolo alimentar chegava à parte inicial. O problema das perguntas, consegui resolver facilmente até perceber como poderiam aparecer e as pessoas poderem dar as respostas. Mas primeiro que conseguisse fazer com que o bolo alimentar voltasse ao sítio foi uma grande trabalheira. Mas com a ajuda do meu pai, só aqui nesta dúvida, lá consegui fazer o que queria. (...) T.

Depois foi o F. que um dia chegou, entusiasmado, desejando partilhar.

Oh professora, pensei no desafio que nos fez e construí o meu relógio com o *Scratch*.

Como fizeste?

Bem, eu fiz o relógio e o ponteiro dos segundos (eram dois sprites) e pensei que o ponteiro depois de rodar tinha de esperar um segundo, claro. Mas depois o ângulo é que demorou mais a descobrir!

Conta lá!

Quando o *Scratch* começa tem sempre 15 graus na instrução de rodar, mas achei que era muito e mudei para 10. Experimentei mas não deu. Depois experimentei um grau por cada segundo. Era pouco e não dava. Fui experimentando e acabei por chegar a seis graus que é o valor certo.

Então porquê? (... o potencial da ferramenta a desenhar-se à minha frente) Vamos lá pensar juntos. Os ponteiros desenham o quê no seu movimento de rotação?

Um círculo...

Sim... e uma volta completa... quantos graus?

Mãos e cabeça do F. a trabalhar... ia dizendo em voz alta, fazendo os gestos com a mão...

Ora assim é 90 graus, depois fica 180... E?

... Ao todo 360 graus...

Então... Quantos segundos numa volta completa?

São 60... Ah!!! Dividia-se 360 por 60! A descoberta...

Por isso é que me deu 6 graus. 6 x 60 dá 360! Era mais fácil! (Era, mas também é importante a tentativa, a exploração, a procura do sentido pessoal na tarefa.)

Oh professora, ainda não consegui foi fazer o ponteiro das horas... Vou pensar.

`http://scratch.mit.edu/projects/Bagija/57678`

Que aventuras se seguirão?

Turma do 5º ano
[Matemática, Ciências da Natureza e Estudo Acompanhado]

Nesta turma, onde a actividade principal de investigação irá decorrer, falei do *Scratch* apenas no princípio de Dezembro de 2007. Antes, decidi abordar de forma muito genérica a questão das coordenadas no plano, mantendo algum mistério sobre as minhas intenções, mas deixando um fio de *suspense* preso ao futuro que não revelei...

... x e y, números negativos no 5° ano? Um pequeno grande desvio depois de andarmos a descobrir como escrever números em semi-rectas...

Entusiasmo grande. Usámos o chão (figura 1), a metáfora do mapa do tesouro. Pares de coordenadas, números negativos, algumas questões ficaram já lançadas e mais tarde terão ocasião de as aprofundar. Muitos alunos, em casa, resolveram registar no caderno (figura 2) o que aconteceu na aula, embora eu não o tenha pedido (numa das fotos podem ainda encontrar-se erros antes de terem sido corrigidos).

E o momento chegou: finalmente falei no *Scratch*! Levaram para casa umas dicas sobre como o descobrir na *internet* e o instalar. Decidimos que era boa ideia construir um blogue para divulgar as aventuras. Os alunos escolheram e aprovaram o nome, os códigos necessários ... Blogue construído (`www.gtscratch.blogspot.com`), deixei umas pistas para abrir o apetite e outros mimos. Alguns alunos instalaram-no autonomamente e com rapidez, alguns pediram ajuda a familiares, outros levaram mais tempo a organizar-se.

Outra vez o *Scratch*! Desta vez aula centrada em informação necessária (a conta de correio electrónico, o blogue, dúvidas...). Recorremos a um projector de vídeo (com quadro interactivo móvel) para facilitar a partilha. Aproveitámos para esclarecer algumas questões genéricas sobre o *Scratch*. Foi a primeira vez que alguns alunos viram o programa aberto. *Vamos pôr o gato a andar 10 passos!* Ele andou, muito rápido.... *Mas só andou um passo! Depende do tamanho de cada passo...* provoquei, mas não avancei... mais tarde lá regressaremos... Pediram também para rodar o gato, sugeriram valores. Teceram considerações, fundamentando, sobre quantos graus teriam de escrever para dar a volta completa... *300? 400? 350? 355?* A ideia ficou no ar... pedi que pensassem... experimentassem... (Figura 3)

No início da aula seguinte o C. comunicou-me que havia experimentado e que eram 355° certos para o gato dar a volta completa. *Como fizeste? Vi. Viste? Sim... ele fica direito outra vez. Na mesma posição? De certeza? Preciso de provas matemáticas...*

45 minutos apenas... última semana de aulas. Alunos agitados, pouco material. Consigo dois transferidores. *Juntem-se à minha volta!* Num papel exploramos os ângulos. Começo pelos rectos, que já conhecem. Aos poucos vão percebendo que a abertura se mantém a mesma, que a medida da amplitude dos dois ângulos rectos, aparentemente diferentes, é 90° não importando a ilusão do tamanho. Desenhamos mais alguns, experimentamos usar o transferidor (aprofundaremos depois a utilização deste instrumento). Começam a entusiasmar-se e a estabelecer a ligação com o gato do *Scratch* (problema da aula anterior). Querem explicar, mas ainda não deixo para evitar que a resposta de uns iniba o pensamento de outros... *Olhem bem para o ângulo recto e descobrem o mistério da volta completa do gato!* Estão prestes a explodir. Chegou a hora. *Vá, tudo para o lugar. Numa folhinha vão colocar individualmente a vossa resposta e explicação: quantos graus roda o gato para dar a volta completa e porquê?* O resultado foi animador. Todas as respostas são estruturadas de forma criativa e diferente. Dos 19, apenas dois alunos responderam 180° (distracção) por pensarem (segundo me disseram depois) que o objectivo era colocar o gato de pernas para o ar (figura 4).

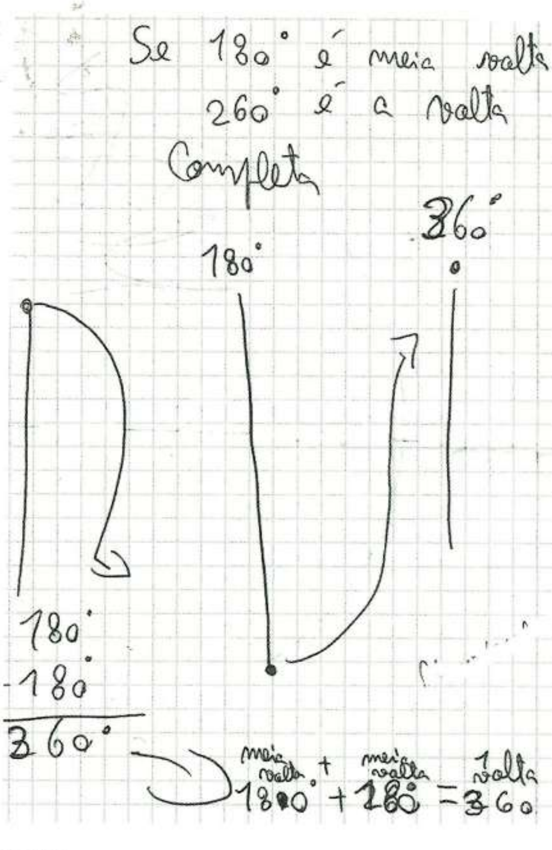


Figura 4.

Dois alunos fizeram o raciocínio correcto mas enganaram-se nos cálculos (180+180=260 ou 90+90+90+90=450). Detectam-se problemas na indicação de algoritmos ou na utilização do símbolo de *grau* (foram corrigidos), mas a questão essencial está compreendida. Foi uma abordagem ainda superficial, claro, que irá ser continuada com outros desafios.

Última aula do 1° Período: fomos finalmente para a sala de informática (dois alunos por computador). Todos aprenderam a instalar o *Scratch*... e, enquanto esperavam, exploraram galerias e jogos, ensaiaram tentativas para criar contas na galeria *Scratch*, aproveitaram para escrever no seu diário de campo, colocar uma entrada no blogue... A certa altura... surpresa! Um projecto de matemática do B. feito em casa (não esperava ter projectos antes das férias de Natal, pois só lhes falei do Scratch nos primeiros dias de Dezembro). Nesse projecto usou a aprendizagem sobre coordenadas, trabalhada na aula a que já fiz referência, e recorreu também a conteúdos de geometria abordados no início do ano lectivo. Aprendemos algo importante com ele – é possível e fácil gravar directamente a voz nos projectos Scratch. Não houve tempo para todos se apoderarem da descoberta. Foram para casa curiosos... e a curiosidade também aguça o engenho.

`http://scratch.mit.edu/projects/bocas/66193`

Pensar em voz alta...

Recordo, à distância (anos 80), o trabalho que tive oportunidade de desenvolver com a linguagem *Logo*, em contexto de aula, na sequência de uma acção de formação da Escola Superior de Educação de Setúbal. Inevitáveis as comparações. Até ao momento, parecem confirmar-se algumas das potencialidades prometidas e anunciadas: mais simples e intuitiva a utilização desta nova linguagem, inexistência de erros de sintaxe e possibilidade de muito rapidamente se obterem resultados interessantes.

Motivante? Aparentemente sim. O contágio parece ser rápido...

Terreno fértil para a formulação de problemas diversos, matemáticos e não só? Estou ainda a começar... Permite, isso já parece claro, uma abordagem transversal e integradora de conteúdos de diversas áreas disciplinares. Essa versatilidade/flexibilidade parece ser uma das maiores vantagens que oferece e uma das suas características mais cativantes.

Afigura-se estimulante e acessível para alunos com tradição de dificuldades em matemática mas, também, desafiadora, permitindo actividades de desenvolvimento diferenciadas aos alunos com bons desempenhos. Pode ser utilizado por pessoas de várias idades, com diferentes interesses e características.

Estaremos, então, perante uma ferramenta integradora que promove o encontro e a partilha, até entre diferentes gerações?

Que recursos?

Para além dos recursos disponibilizados na página da *internet* do *Scratch*, o Centro de Competência CRIE da FCUL deu já os primeiros passos no sentido de divulgar e colocar em contacto os interessados nesta nova ferramenta, através da criação de um grupo de trabalho:

`http://nonio.fc.ul.pt/recursos/scratch/index.htm`

No contexto da tese de mestrado, que naturalmente implicou a tradução de documentos diversos, decidi contactar a equipa do *Scratch* no MIT para sugerir a criação da secção (na internet) com materiais em língua portuguesa, na altura inexistente. Aceitaram a sugestão e os materiais que lhes enviei: `http://scratch.mit.edu/pages/languages`. Propus, ainda, um envolvimento institucional nesta tarefa. A FCUL e a FPCEUL (onde me encontro a frequentar o mestrado) já manifestaram disponibilidade para o trabalho conjunto na continuação do enriquecimento destes recursos, ao qual se podem e devem associar outras instituições de formação e entidades responsáveis pela educação matemática. Será importante, neste processo, aperfeiçoar a tradução de alguns dos comandos do *Scratch* (na versão portuguesa já existente).

Fica lançado o desafio.

Em Julho de 2008 vai realizar-se a primeira conferência sobre o *Scratch*: *Scratch@MIT — the first conference focused on the ideas, applications, and joys of Scratch*. `http://scratch.mit.edu/conference/`

Apetite aberto?

Referências

Resnick, M. (2002). Rethinking Learning in the Digital Age. In *The Global Information Technology Report: Readiness for the Networked World*, edited by G. Kirkman. Oxford University Press. `http://llk.media.mit.edu/papers/mres-wef.pdf`

Resnick, M., Kafai, Y., Maloney, J., Rusk, N., Burd, L., & Silverman, B. (2003). *A Networked, Media-Rich Programming Environment to Enhance Technological Fluency at After-School Centers in Economically-Disadvantaged Communities*. Proposal to National Science Foundation. `http://web.media.mit.edu/~mres/papers/scratch-proposal.pdf`

Maloney, J., Burd, L., Kafai, Y., Rusk, N., Silverman, B., and Resnick, M. (2004). *Scratch: A Sneak Preview*. Second International Conference on Creating, Connecting, and Collaborating through Computing. Kyoto, Japan, pp. 104–109. `http://llk.media.mit.edu/projects/scratch/ScratchSneakPreview.pdf`

Resnick, M., Maloney, J., & Rusk, N. (2006). *Scratch and technological fluency* `http://scratch.mit.edu/files/Scratch-Overview-Slide.ppt`

Creating with Scratch — `http://scratch.mit.edu/files/Creating-with-Scratch.pdf`
Learning with Scratch — `http://scratch.mit.edu/files/Learning-with-Scratch.pdf`
Programming with Scratch — `http://scratch.mit.edu/files/Programming-with-Scratch.pdf`
21st Century learning Skills (Natalie Rusk, Mitchel Resnick e John Maloney) `http://llk.media.mit.edu/projects/scratch/papers/Scratch-21stCenturySkills.pdf`

Teresa Martinho Marques
Escola Básica 2,3 de Azeitão

Modalidades de associado, preços de quotas e de assinaturas das revistas

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição de utilidade pública, sem fins lucrativos, ligada ao ensino da Matemática, de todos os níveis de escolaridade. Um dos objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais.

Modalidades de associado e seus direitos

Publicações periódicas

Todos os associados têm direito aos cinco números anuais da revista *Educação e Matemática* e ao boletim informativo APM*informação*. Os @-sócios só poderão aceder aos ficheiros em formato PDF destas publicações no nosso portal, todos os outros terão direito também a receber pelo correio as edições impressas. Todos os associados poderão usufruir de preço especial na assinatura da revista *Quadrante*.

Preços especiais na loja

Todos os associados usufruem de um desconto entre 15 e 25% na aquisição de artigos na loja, quer seja na sede ou *on-line*.

Requisição de materiais, exposições ou outros recursos

Todos os associados poderão ainda requisitar materiais, publicações, exposições ou outros do Centro de Recursos.

Outros direitos dos associados individuais

Os associados individuais terão ainda acesso aos conteúdos privados do portal da APM na Internet, beneficiar de descontos em encontros da APM ou de outras instituições com as quais a APM tem protocolos (Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, Associações da Federação Iberoamericana das Sociedades de Educação Matemática, e outras) ou noutros eventos em que a APM venha a colaborar, participar da vida da associação através dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais ou por outras formas e divulgar o seu trabalho através da APM.

Associados institucionais

Os associados institucionais terão ainda direito a um exemplar das actas do ProfMat.

Preço da quota anual em 2008

Modalidades de associado individual	
Professor	50,00 €
Estudante s/vencimento	35,00 €
Aposentado	38,50 €
@-sócio	38,50 €
Residente no estrangeito	53,50 €

Modalidade de associado institucional	
Modalidade 1 [1 exemplar EeM]	50,00 €
Modalidade 2 [2 exemplares EeM]	70,70 €
Modalidade 1 + *Quadrante*	65,50 €
Modalidade 2 + *Quadrante*	86,20 €

Para efectuar a sua inscrição, ou da sua escola, como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `http://www.apm.pt`

Assinaturas das revistas para 2008

		Educação e Matemática (inclui actas ProfMat)	*Quadrante*
Sócio individual	Portugal		11,50 €
	Estrangeiro		14,70 €
Instituições	Portugal	38,00 €	22,30 €
	Estrangeiro		26,70 €

índice

Editorial

Artigos

Secções