Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática

Periodicidade ∞ 5 números por ano

2006

90

Novembro ∞ Dezembro

Preço 5,50€

ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora	Ana Paula Canavarro
Subdirectora	Adelina Precatado
Redacção	Ana Luísa Paiva
	Alice Carvalho
	António Fernandes
	Fátima Guimarães
	Helena Amaral
	Helena Rocha
	Isabel Rocha
	Joana Brocardo
	Lina Brunheira
	Manuela Pires
	Maria José Boia

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
Branca Silveira Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Dezembro 2006
Tiragem 6500 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

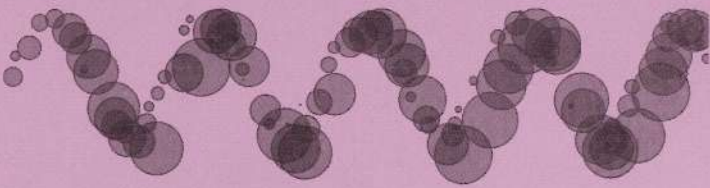
Impressão
Etigráfe, Artes Gráficas Lda.
Montemor — 2670-502 Loures

Depósito Legal n° 72011/93
Registo no ICS n° 124051

Porte Pago

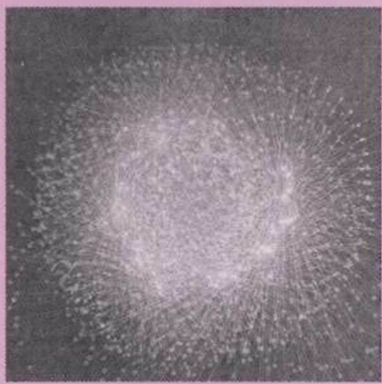
Sobre a capa

A capa deste número, o último deste ano, é de certo modo a última comemoração dos 20 anos da APM. Trata-se de uma composição gráfica que utiliza a palavra APM que é depois reproduzida e transformada, usando transformações geométricas, através de um processo automático e aleatório, conseguido através de um *script* na linguagem de programação *Python*. Para que se possa ter uma ideia, o *script* abaixo, dá origem à seguinte imagem:



```
size(600,600)
from math import *
fill(0.2,0.2,.0.3,0.5)
stroke(0.2,0.2,0.5)
for i in range(100):
    k=random(50)
    oval(6*i,300+50*sin(6*i),k,k)
```

As possibilidades são, contudo, quase infinitas, sendo possível obter imagens mais complexas como a seguinte figura:



António M. Fernandes

Neste número também colaboraram

Aldina Correia, Ana Paula Figueiredo Silva, Branca Silveira, Cecília Monteiro, Cristina Lopes, Eduardo Veloso, Fernando Nunes, Henrique Manuel Guimarães, Isabel Viana, Joana Baptista, José Luiz Pastore Mello, Margarida Belchior, Maria da Conceição Cipriano dos Santos, Maria Helena Martinho, Mónica Ferreira, Manuel B. Reis, Paula Nunes, Paulo Afonso, Sónia Figueirinhas.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Uma conversa sobre Educação Matemática ...

Cecília Monteiro

Um dia destes, uma amiga, em tempos professora de matemática e que deixou o ensino há bastante tempo por razões da sua vida pessoal, pediu-me para lhe explicar o que se está a passar com a matemática nas escolas. Ouvia na rádio, via na televisão, lia nos jornais que as coisas não estavam bem, que o insucesso é muito, mas o que mais a intrigava, nem era isso, (também no seu tempo havia muitos alunos a abandonar a escola e a reprovarem), era a polémica em torno do que se deve ensinar nas escolas em matemática e *como*. Ouvia uns dizerem que a matemática devia ser ensinada como antigamente, que os alunos agora não sabem a tabuada, nem cálculo e perdem tempo a investigar. Que o facto de se centrar o ensino em problemas e na descoberta, por parte dos alunos, das fórmulas e dos algoritmos era a causa dos fracos resultados nas provas nacionais e internacionais. Continuou traçando o quadro que nós, professores de matemática, temos ouvido dalguns a quem é dado tanto protagonismo nos media (pergunto, porquê?), que arrasam, sem conhecimento nem estudo, ideias de psicólogos, filósofos da educação, investigadores e educadores respeitados no mundo inteiro; esses, sim, fazedores de conhecimento. Por outro lado, dizia ela (e aí concordava com as outras opini-ões) impingir uma matemática sem sentido com a justificação de que mais tarde as crianças vão ter de se socorrer dessas ferramentas, era fazer com que os alunos desgostassem de uma disciplina tão importante para o desenvolvimento de competências várias e impedir o desenvolvimento de conhecimentos base para a continuação dos estudos.

Ouvia-a e pensava, aqui está: uma polémica sem razão de ser, mas que vai minando a opinião pública, vai desacreditando professores e investigadores que honestamente fazem um trabalho de qualidade e cujos resultados podem não se fazer sentir ainda, talvez porque *uma boa parte de professores* continua a ensinar tal e qual como preconizam os "tais críticos". Na conversa que se seguiu, onde tentei dar-lhe a minha opinião relativamente à situação actual do ensino da matemática, falei-lhe na construção social de significados e da importância do desenvolvimento de conceitos e das representações, mais importantes do que informações que os alunos têm de reter para reproduzir em testes e de modelos que imitam sem perceberem a sua utilidade noutras situações. Falei-lhe, em especial, da importância dos alunos terem espaços para falar do modo como pensam ao resolverem uma situação matemática e de perceberem a relação da matemática à vida. Referi que a interiorização de processos, a aquisição de técnicas de cálculo fazem parte de uma *trajectória de aprendizagem* (designação que os educadores da Matemática Realista usam e que considero muitíssimo elucidativa). A maioria dos educadores matemáticos não recusa as fórmulas, os algoritmos e os métodos formais de resolução de problemas, antes pelo contrário, consideram-nos como um marco no caminho percorrido pelo aluno, onde o formal vai substituindo estratégias mais ou menos informais (mas entendidas, porque pessoais e partilhadas). Por outro lado, esse *formalismo compreendido*, constitui uma base fundamental para a continuação do estudo da matemática. O pensamento matemático permite ao aluno fazê-lo compreender o mundo que nos rodeia e perceber quando deve utilizar este ou aquele modelo matemático. Continuámos a conversa durante muito tempo. Fui ilustrando com produções de alunos que, nas nossas escolas vão aprendendo matemática, envolvendo-se cognitiva e afectivamente em raciocínios e tarefas, por vezes bastante complicadas, explicando aos colegas e a ao professor o seu pensamento, os seus procedimentos mais ou menos intuitivos, argumentando e, mais importante de tudo, criando autoconfiança nas suas capacidades. Falei-lhe ainda da minha convicção profunda de que todos os alunos podem aprender e gostar de Matemática. A certa altura, a conversa foi ter à democracia e ao papel da Educação Matemática no seu desenvolvimento em crianças e jovens. Não foi por acaso. Se queremos, hoje, numa sociedade democrática, desenvolver nos alunos a capacidade de avaliar, de ser crítico, de ser criativo, não podemos impingir sistematicamente uma matemática obscura, instrumental, decorada, ainda por cima com o argumento de que "mais tarde há-de ser útil".

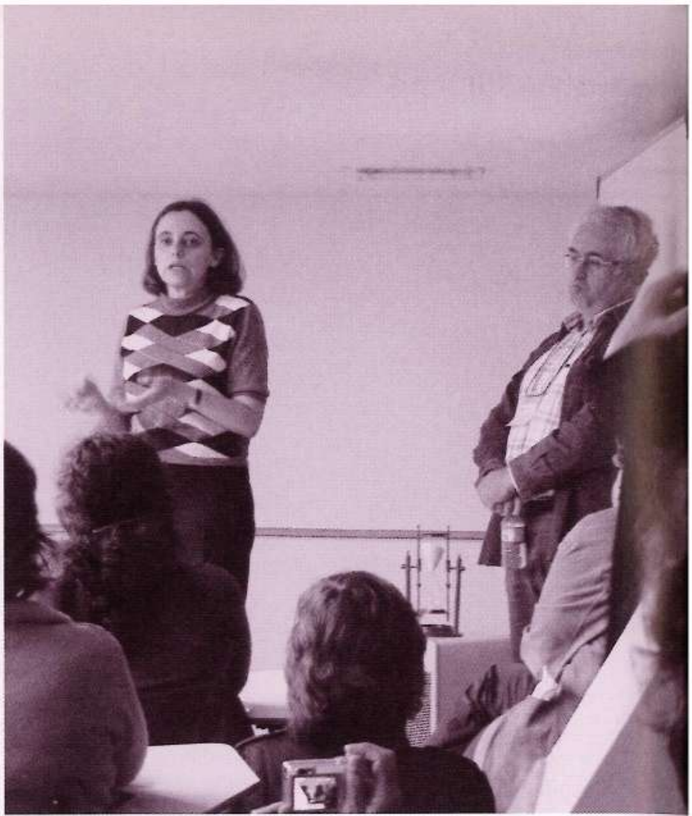
Mas então a vivência da democracia pode ser adiada? E falar em democracia é lembrar a prevalência do direito ao saber e ao pensamento crítico e criativo. Vale a pena recordar Bento de Jesus Caraça. Presidente da direcção da Sociedade Portuguesa de Matemática, em 1943, autor da obra *Conceitos Fundamentais de Matemática*(1). Ele é um defensor da Matemática humanista e da cultura integral do indivíduo. Repare-se na subtileza do autor, quando afirma "... sem dúvida que a Matemática possui problemas próprios que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os fundamentos mergulham, tanto como os de outro qualquer ramo da ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre"(2). Bento de Jesus Caraça defendia a prevalência do saber, do conhecimento global, da articulação entre as vertentes Matemática e filosófica da cultura, com vista à verdadeira sociedade do conhecimento, que também não se poderá adiar ...

Notas

(1) Publicado pela Editora Cosmos em 1941.
(2) In *Conceitos Fundamentais de Matemática*, Prefácio.

Cecília Monteiro, ESE de Lisboa

O Profmat já não é o que era?



Do programa do Profmat 2006 constavam três *Conferências Plenárias*, um *Painel Plenário*, três *Conferências Debate*, 22 *Conferências*, seis *Painéis*, dez *Grupos de Discussão*, 38 *Comunicações*, 31 *Sessões Práticas*, cinco *Apresentações de Projecto*, uma *Apresentação de Materiais*, cinco *Sessões Especiais* e três *Prós e Contras*. Os números valem o que valem, mas ter mais de uma centena de propostas em três dias para os participantes daquele que foi o 22° Encontro Nacional de Professores de Matemática, a mim, como sempre, parece-me obra. Realizaram-se exposições para o evento, pensou-se num programa cultural e noutro de acompanhantes, decorreu mais uma Assembleia Geral de sócios, houve eleições para a Direcção da APM e o já habitual jantar. Acrescente-se isto ao facto de, nos dois dias anteriores ao início do Encontro, terem funcionado 13 cursos de formação e já se fica com um panorama razoável da iniciativa. Quanto ao trabalho, empenho, entusiasmo, profissionalismo, imaginação e generosidade com que tanta gente contribuiu para a sua realização, não há como contabilizar... e essa é, quanto a mim, uma das maiores riquezas que caracteriza e continua a nortear a acção da Associação de Professores de Matemática.

Quando o programa chegou a casa senti, uma vez mais, o frémito de antecipação que sempre me provoca. Também não foi a primeira vez que senti o gosto agridoce de haver tanta coisa a que gostaria de assistir e ver-me impossibilitada de fazê-lo, por haver sessões simultâneas. Não quero ser mal interpretada: na minha opinião, é assim mesmo que deve ser. Muito triste fico quando não encontro nada que me interesse ouvir ou discutir, num qualquer período do Profmat. Porém, é inevitável um certo sentimento de contrariedade e de indecisão.

Para mim, este tempo começou na 2ª feira, 13 de Novembro. Nesse dia e no seguinte participei no curso *Funções e Cálculo Diferencial com o GSP*, com António Bernardes como formador. A ele devo o entusiasmo e a dor de cabeça que me acompanharam desde as 9.30 da manhã e que não me abandonavam às 17.30 quando, a caminho de Lisboa, eu e a Sofia Trindade ainda discutíamos como "fabricar" no GSP um relógio que desse correctamente as horas...

O Profmat em si, esse, iniciou-se no dia 14, no final da tarde, ao som do piano de Mário Laginha. Que maravilha, se exceptuarmos alguma fúria fotográfica dos espectadores! Felizmente, nem os flashes em cima do pianista perturbaram o seu óptimo desempenho.

A sessão de abertura fez-me saber que temos um "problema de resultados escolares" e que esse "é o único problema que merece que lhe dediquem atenção", porque "todos os outros desaguam nesse". As palavras são de Valter Lemos; os sublinhados meus para, de algum modo, marcar o espanto que senti ao ouvi-las. Por vezes, como dizia o poeta, há em mim um cansaço. Cansaço de lutar todos os dias por uma melhor escola e um melhor ensino e, em todos eles, tropeçar nos que, sem a legitimidade devida, não se coíbem de dar uma lição aos professores, ou uns conselhos e (porque não?) fazer umas críticas.

Sigamos, para a primeira conferência plenária, de Lurdes Figueiral. *Com memória e esperança*, guiados pela voz da conferencista, revisitámos o passado, caracterizámos o presente e começámos a projectar o futuro. Vinte anos de APM. De facto, eis-nos chegados à idade adulta. Numa intervenção recheada de história da Associação, com fotografias das caras de gente que contribuiu para a sua criação e afirmação, onde a poesia nunca faltou, transmitiu-me determinação, confiança e esperança. Determinação para enfrentar os desafios, confiança por saber-me acompanhada neste projecto e esperança por ver que a APM e os professores já venceram muitos obstáculos e fizeram vingar boas ideias.

A conferência debate a que assisti a seguir, *Problemáticas curriculares na disciplina de Matemática: um confronto entre os programas para o 3° ciclo do ensino básico de cinco países europeus*, foi da responsabilidade de Henrique Guimarães. O estudo comparou Portugal, Espanha, França, Irlanda e Suécia, com base em documentos oficiais de incidência curricular. Fiquei com muitas ideias em mente e uma delas partilho convosco, à semelhança do que o conferencista fez na altura. Diz-se que Portugal recebe mais dinheiro para a educação que os outros países e é verdade. Mas... há quantos anos? Como bem relembrou o Henrique, "a escolaridade obrigatória em Portugal tem 20 anos. Na Suécia tem 200. É uma ilusão pensar que não se precisa de tanto dinheiro."

À tarde participei na sessão prática em que me tinha inscrito, *A dimensão transversal da língua de ensino: o Português e as outras disciplinas*. A dinamização foi de Luísa Solla, trabalhei com entusiasmo e só fiquei triste por verificar que houve vários inscritos que não compareceram.

Ainda houve tempo para uma visita às bancas e dar um salto à sessão especial da *Educação e Matemática*, intitulada *Matemática e Tempo: Número temático de 2006*. Nesta altura não vale a pena dizer quão bonito ficou este número, porque já o receberam em vossas casas e tiveram ocasião de verificar isso mesmo com os próprios olhos. Quem sabe se vos deu alento para enviar um artigo para a revista ou de desafiar os alunos a trabalhar o tema do Tempo, num projecto com matemática?

A 5ª feira começou com a conferência plenária de Isabel Alarcão, *Nós, professores, e a nossa envolvente sócio-político-cultural*, donde segui para o grupo de discussão *Manuais escolares: São mesmo importantes?*, determinada a lançar algumas ideias revolucionárias na sessão de Manuel Vara Pires. Abstenho-me de escrever aqui a minha posição quanto aos manuais, mas podem-na encontrar clicando em "Fórum" na página de internet inicial da APM, onde eu e o Eduardo Veloso dinamizámos, em tempos, uma discussão.

Não almocei, para poder assistir ao segundo *Prós e Contras*. Ana Vieira e Jaime Carvalho Silva iniciaram e provocaram na assistência o debate sobre a mesma matemática para todos os alunos ou matemáticas diferentes. Admirei o formato e penso que resultou muito bem. Até a ampulheta ajudou a compor o cenário.

Bem tentei, uma vez mais, resistir mas confesso que não fui capaz. Obediente à atracção fatídica, foi com passo acelerado que me dirigi ao anfiteatro onde decorreu a conferência *Divagações Matemáticas*. Quem ainda não descobriu quem foi o conferencista, terá de satisfazer a curiosidade no programa. Só adianto que ainda oiço o aplauso estrondoso de uma sala cheia até às costuras...

Fiz uma pausa para lanchar e ir ao hotel pôr a boina: é dia de assembleia. Discutiu-se, sobretudo, a preparação e duração do ano temático e futuras datas de Profmat.

A noite foi de festa. Ao jantar, juntou-se música ao convívio. Os criadores do novo hino da APM cantaram-no a plenos pulmões e poucos resistiram a juntar-se ao coro da ESE de Setúbal, no refrão. A alegria, a energia e a criatividade deles são indizíveis. Tal como a emoção que senti ao ouvi-los.

Chegada a 6ª feira, foi a vez de assistir à conferência plenária de Susana Carreira, *Do castelo de Marvão à cidade do Sado: Trilhos e caminhos da Matemática na Escola*. O painel seguinte, *A carreira docente e a mudança de regime*, até começou com boa disposição, que senti abandonar-me à medida que ouvia o que contrapunha Odete João, deputada pelo PS, ao que defendiam quer Fernando Nunes quer José Matias Alves.

Antes do encerramento do encontro, ouvi Adelina Precatado, Elisabete Caramelo e Henrique Neto intervirem, num painel plenário, sobre *A escola de hoje: dificuldades, sucessos, representações e desafios*. Talvez um pouco injustamente, a minha memória recorda sobretudo o toque insistente do telemóvel do empresário, que não se coibiu de atendê-lo por duas vezes. Pareceu-me adequado, dadas as críticas que estava a tecer à educação dos jovens de hoje.

Chegou ao fim. Ainda por cima sem o consolo habitual: a certeza de participar no próximo encontro, que se realiza em Novembro de 2007, nos Açores, na ilha Terceira. Se o Profmat ainda é o que era, não sei, mas cada vez será mais difícil defender a sua realização em tempo lectivo. Felizmente, para mim, que deixarei de ficar dividida entre a vontade de ir e a de ficar a trabalhar com os meus alunos.

Sónia Figueirinhas
EB 2, 3 Roque Gameiro

XVII SIEM

O Grupo de Trabalho de Investigação da APM (GTI) e o grupo de matemática da Escola Superior de Educação de Lisboa, organizaram o XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática que decorreu na Escola Superior de Educação de Setúbal entre 13 e 14 de Novembro de 2006. O principal objectivo destes seminários tem sido a criação de um espaço de divulgação e discussão em torno da investigação em educação matemática realizada em Portugal.

A estrutura do seminário, à semelhança de anos anteriores, foi constituída por 3 conferências, sendo uma com um convidado estrangeiro, comunicações, o espaço do GTI e ainda um painel. Tal como em 2005, contou com vários simpósios temáticos que agruparam as comunicações submetidas. Entre os cerca de 130 participantes, muitos foram os que partilharam as suas investigações em curso ou que relataram conclusões de investigações apontando caminhos para o futuro.

A primeira conferência, logo na manhã de 13, contou pela primeira vez com um convidado da América Latina, Ricardo Cantoral, investigador titular do Civestav IPN Mexicano. Apresentou um *Enfoque sócio-epistemológico da investigação em matemática educativa*. Para Cantoral, nesta abordagem importa analisar como aprende e como pensa a sociedade, e não apenas o indivíduo, e a sua relevância para a construção social do pensamento matemático avançado. O enfoque sócio-epistemológico analisa, em particular, as práticas sociais que favorecem a construção do conhecimento matemático. Sustenta que a actividade social antecede o conhecimento e o saber. Aponta para a importância da definição dos conceitos, na sua posição institucional e sólida, frente às imagens pessoais que transportam muita fragilidade e não comportam o lado social. Ricardo Cantoral refere, em particular, a definição de limite D'Alembert apresentada em 1748 num concurso proposto pela Academia de Ciências de Paris em resposta à questão: "Que significa a palavra limite em matemática?". A sua definição tem-se perpetuado e surge em muitos manuais por todos os cantos do mundo. No entanto, Cantoral acrescenta que apesar de ser largamente utilizada ninguém mostrou até hoje que se trata da melhor forma de ensinar a noção de limite.

António Domingos proferiu uma conferência intitulada *Teorias cognitivas e aprendizagem de conceitos matemáticos*. Após uma apresentação de diferentes perspectivas sobre o pensamento matemático avançado, em particular de Tall, de Dreyfus e de Resnick, sublinhou a importância da criação de tarefas cognitivas que levem o aluno a recorrer à definição dos conceitos e não limitar-se a trabalhar sobre a imagem que cria desses mesmos conceitos. Caracterizou, de seguida, um percurso na aprendizagem dos conceitos: procedimento — onde se aprendem procedimentos matemáticos; processo — onde tem lugar a realização matemática de forma flexível e eficiente; proceito — um neologismo que designa o acto de pensar matemática simbolicamente. Por fim sublinhou a necessidade de a matemática avançada, sendo uma matemática em que os processos são complexos, poder e dever estar presente em todos os níveis de ensino.

Manuel Vara Pires, numa conferência intitulada *Construção do conhecimento profissional: Um estudo com três professores* apresentou uma contribuição para uma melhor compreensão do professor. Enumerou os diferentes aspectos que compõem o conhecimento profissional do professor, fazendo sobressair a exigência e dimensão desse conhecimento. Falou do conhecimento profissional dentro do contexto educativo, pedagógico e da matemática. Sublinhou a importância do conhecimento didáctico que envolve o conhecimento: da matemática escolar, dos alunos (dificuldades e concepções), do currículo e programas, dos materiais curriculares (materiais manipuláveis, materiais tecnológicos e materiais de escrita), e ainda do processo instrucional (preparação, condução, avaliação do próprio trabalho). Através de três estudos de caso contribuiu assim para um melhor conhecimento e compreensão da exigência e abrangência do conhecimento profissional.

O espaço GTI comportou uma entrevista a dois professores, em Educação Matemática, sobre o seu percurso profissional. A experiência do mestrado, a participação e integração em grupos da APM, bem como, de uma forma abrangente, todo o percurso profissional destes professores constituíram elementos de partilha na entrevista. Este momento foi mais um complemento para o conhecimento e compreensão do professor.

Por fim, o painel centrou-se na *Formação de Professores de Matemática*. Diferentes intervenientes apresentaram preocupações diversificadas: as vertentes da formação contínua apresentada por Ana Paula Canavarro, a relação entre formação contínua e inicial numa experiência brasileira, relatada por Cristina Oliveira, as preocupações com o multiculturalismo na formação de professores, proposta por Darlinda Moreira, e a preocupação com a formação de formadores defendida por João Pedro da Ponte. Seguiu-se um debate animado. Deste painel sobressaíram alguns desafios para o futuro em termos de abrangência e de exigência. Quanto à abrangência, foi bastante sublinhada a pertinência da integração da escola no processo formativo dos professores, incluindo o desenvolvimento de projectos de escola em que a responsabilização pela formação dos professores esteja presente. Foi também destacada a necessidade de uma crescente exigência na reflexão e investigação sobre a própria prática, abrangendo nesta tarefa professores e formadores, todos desempenhando aí o papel de investigadores.

Quanto às comunicações apresentadas, importa destacar o importante papel desempenhado pela organização no seu agrupamento por simpósios, potenciando discussões mais animadas e maior oportunidade de aprofundamento temático. Os temas dos simpósios foram: S1 — Matemática no ensino superior, S2 — Ensino da Álgebra, S3 — Pensamento algébrico, S4 — O papel das tarefas na aprendizagem da matemática, S5 — Estratégias para o sucesso dos alunos, S6 — Formação contínua e práticas profissionais, e S7 — Formação inicial dos professores.

Importa ainda destacar os diversos projectos em curso e que constituíram elementos de discussão, revelando assim a importância que estes seminários têm como espaços de discussão, aprendizagem, partilha e impulso para trabalho futuro. Globalmente, o seminário incidiu prioritariamente no aluno como foco de investigação e menos no professor ou futuro professor. A investigação sobre a própria prática teve lugar entre investigações realizadas por professores excepto no caso da comunicação C16 que foi realizada por uma formadora de professores. Este elemento acentua o desafio colocado no painel relativo à necessidade de se dinamizar a investigação nesta área. A álgebra teve um papel de destaque entre os tópicos de matemática abordados. Importa também destacar a importância reconhecida às tarefas propostas aos alunos, com particular destaque para as investigações na sala de aula, mas também nas explorações e na resolução de problemas. Por último importa salientar comunicações que contribuíram no campo da história da educação e do ensino da matemática, sendo três delas originárias de projectos realizados no Brasil.

Maria Helena Martinho
DME-CIEO, Instituto de Educação e Psicologia, Universidade do Minho

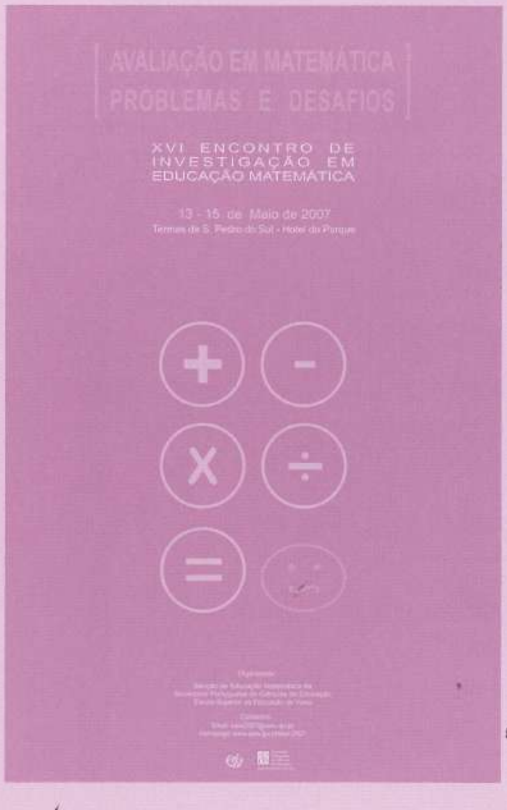
XVI EIEM, Encontro de Investigação em Educação Matemática

Nos dias 12 e 13 de Maio de 2007 realizar-se-á nas Termas de S. Pedro do Sul, no Hotel do Parque, o encontro anual de investigação em educação matemática promovido pela Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. O tema escolhido é a *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios*.

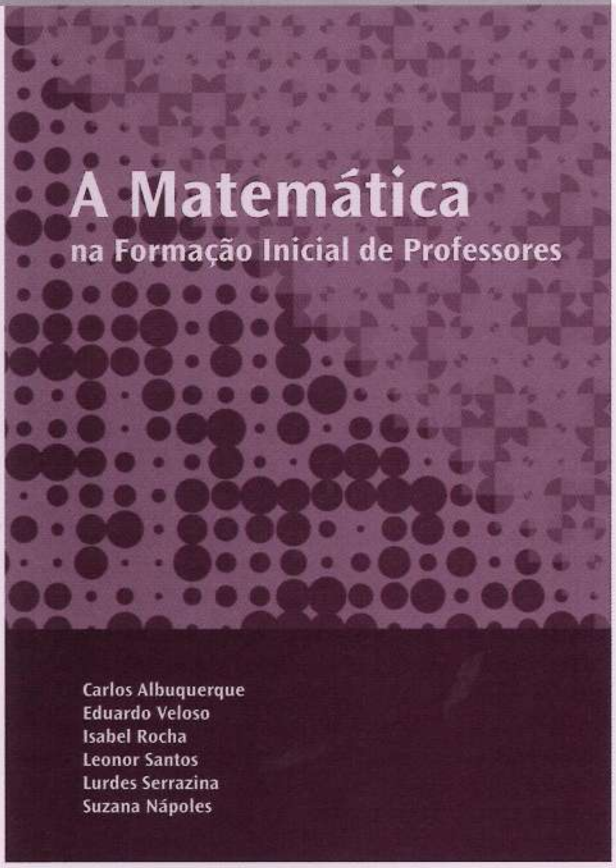
Contamos que, tal como habitualmente, este encontro constitua um espaço de reflexão e discussão em torno do tema escolhido. Para além da oportunidade de ouvirmos e contactarmos com especialistas estrangeiros, estão previstos três grupos de discussão, que dizem respeito respectivamente à avaliação das aprendizagens, à avaliação de manuais escolares e à avaliação na formação de professores.

Para obter mais informações sobre o encontro e poder se inscrever, aceda à página

`http://www.esev.ipv.pt/eiem2007/`



Publicações APM



A Matemática na Formação Inicial de Professores

Autores Carlos Albuquerque, Eduardo Veloso, Isabel Rocha, Lurdes Serrazina e Suzana Nápoles
51 pp., 2006
Sócio 4,00€ | *PVP* 6,00€

A formação inicial dos futuros educadores de infância e professores de Matemática dos ensinos básico e secundário, em particular no que respeita à sua componente matemática, tem uma importância determinante na qualidade da formação matemática dos jovens. Neste livro estão reunidas recomendações gerais para a formação matemática dos futuros professores.

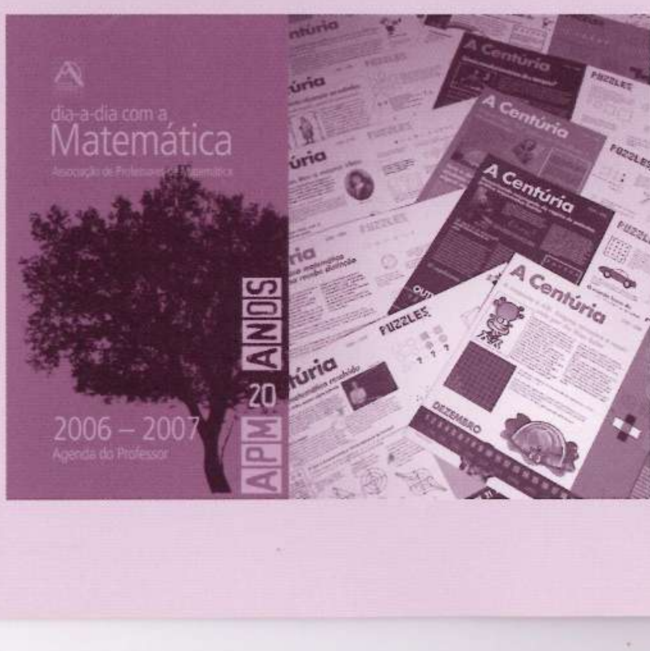
Promoção

Colecção Tempo

- Relógio comemorativo dos 20 anos da APM;
- Agenda do Professor 2006/2007, comemorativa dos 20 anos da APM, organizada por Anabela Gaio, Idália Pesquita e Ilda Rafael;
- Colecção 12 Calendários A *Centúria*.

Preço do conjunto sem promoção
Sócio 36,50€ | *PVP* 54,35€

Preço da promoção
Sócio 30,00€ | *PVP* 45,00€



Sobre as definições [I]

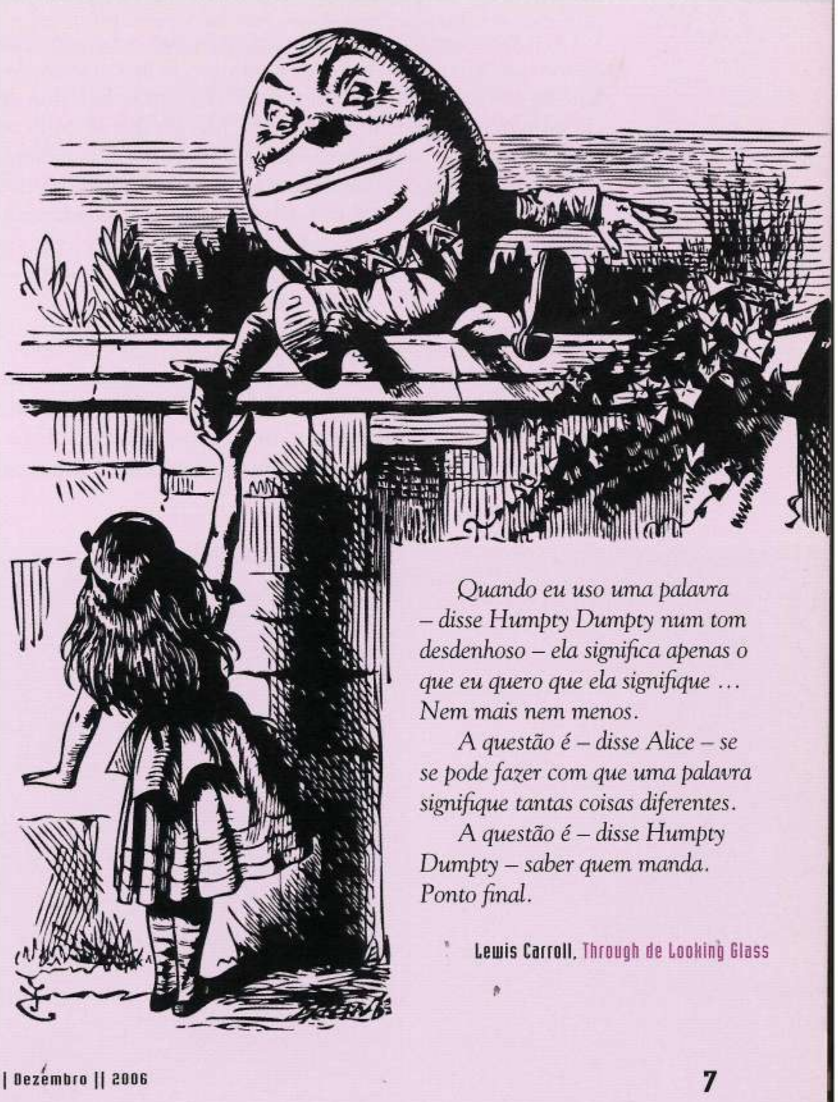
Eduardo Veloso, GTG

Este diálogo entre Alice e Humpty Dumpty tem sido invocado inúmeras vezes quando alguém pretende chamar a atenção para a verdadeira natureza das definições em matemática. No ProfMat 2005 o GTG organizou um grupo de discussão sobre este tema, dada a importância que ele tem no ensino da geometria. No espírito destas notas, vou apresentar algumas observações sobre esta questão, mas elas não pretendem de modo nenhum esgotá-la, e certamente outras notas virão dar mais achegas. Por outro lado, embora reflicta alguma coisa do que se passou nesse grupo de discussão, também não é um relato do mesmo.

O papel das definições, a sua natureza e o modo como devem ser abordadas no ensino básico e secundário dizem respeito à educação matemática em geral, mas o seu relevo no ensino da geometria resulta do facto de durante centenas de anos ter existido o objectivo de usar a geometria, e em particular versões mais ou menos completas dos *Elementos* de Euclides, para fazer compreender aos jovens o carácter hipotético-dedutivo das teorias matemáticas. Esse objectivo foi atingido com maior ou menor êxito ao longo dos séculos, mas em meados do último, vozes tão divergentes como as de Freudenthal[1] e de Dieudonné[2] mostraram como tal pretensão estava votada ao fracasso. Dieudonné chegou mesmo a classificar de *escroquerie* esse modo de ensinar a geometria.

Ora Euclides começa exactamente por apresentar, no primeiro volume dos Elementos, além dos postulados e dos axiomas, 23 "definições". Na realidade, muitas destas definições não definem nada (dão talvez uma vaga ideia do que se pretende estar a falar...). Por exemplo, *um ponto é aquilo que não tem parte*, *e uma* linha *é um comprimento sem espessura*... Apesar de toda a revisão de Euclides que foi feita no fim do século XIX e princípio do séc. XX, e apesar de muitos professores entre nós terem já interiorizado que é realmente uma *escroquerie* levar os alunos a repetir vacuidades deste tipo, quantas vezes, por exemplo, não ouvimos nós dizer aos alunos, ou não vimos escrito em manuais escolares, que *um poliedro é um sólido geométrico limitado por faces planas?* Dando por adquirido que o autor do manual tenha definido anteriormente o que é um *sólido*, e o que em particular faz dele um *sólido geométrico*, ou o que são *faces* de um tal ente misterioso (o que evidentemente não acontece nunca...), esse mesmo autor reagiria negativamente a um aluno que lhe apresentasse como exemplo o objecto representado na figura 1. Talvez, num rebate de consciência e num assomo de inspiração, dissesse que se tinha esquecido de dizer que faltava uma condição para que a noção de poliedro ficasse bem definida: *não era possível passar de uma face para outra a não ser atravessando uma aresta, mas sem ser numa das suas extremidades* ...

Se outro aluno em seguida lhe apresentasse o objecto da figura 2, a nossa esperança é que o tal autor de manuais desistisse de o ser ... A filosofia do Humpty Dumpty aplica-se aqui completamente: um poliedro é aquilo que eu quiser que seja, mas eu tenho que saber aquilo que quero!!! e esse é o



Quando eu uso uma palavra – disse Humpty Dumpty num tom desdenhoso – ela significa apenas o que eu quero que ela signifique ... Nem mais nem menos.

A questão é – disse Alice – se se pode fazer com que uma palavra signifique tantas coisas diferentes.

A questão é – disse Humpty Dumpty – saber quem manda. Ponto final.

Lewis Carroll, *Through de Looking Glass*

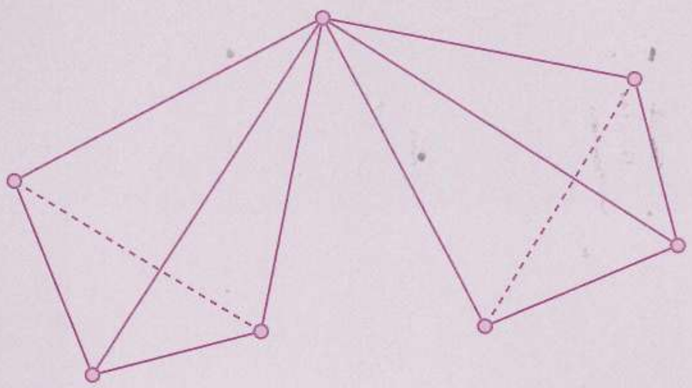


Figura 1.

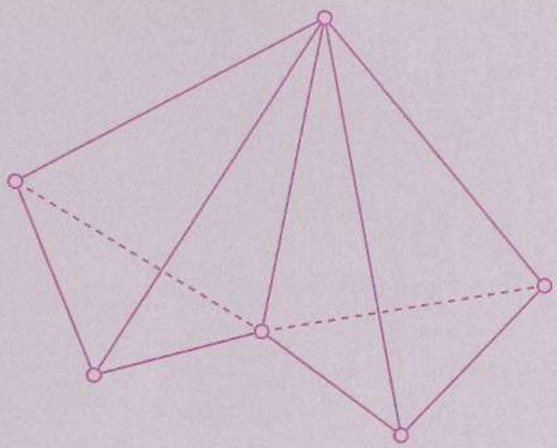


Figura 2.

problema deste autor e de todos nós que somos professores. Mas não podemos fugir dele, como este autor tentou fazer. Somos nós que mandamos, mas temos que saber mandar ...

Noções primitivas e noções derivadas

Com a sua cristalina clareza, foi o seguinte texto de Sebastião e Silva que mostrou a muitos de nós, seus alunos, o ponto de partida para compreender o que é uma definição em matemática:

[...] as noções que nós possuímos efectivamente sobre um dado assunto são em número *finito*, de modo que, se procurarmos definir logicamente umas noções a partir das outras, havemos de chegar automaticamente a *um fim* (a não ser que se volte ao ponto de partida, caindo num ciclo vicioso). Por conseguinte, haverá sempre noções que devemos renunciar a definir e que temos portanto de admitir como dadas *a priori*, intuitivamente: tais são as chamadas noções primitivas. *O necessário é fixar, em cada teoria dedutiva, quais as noções aí consideradas primitivas — de contrário toda a definição deixará de ter sentido.*[3]

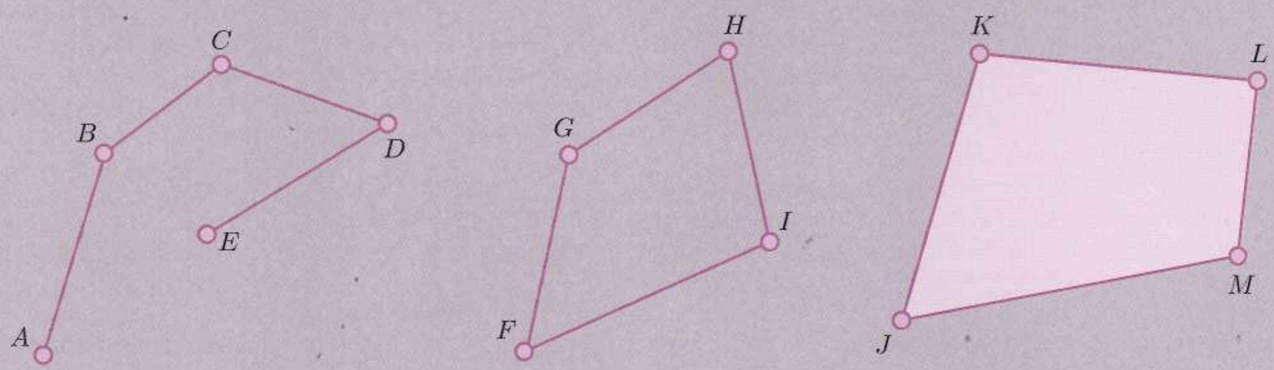
Uma teoria matemática, como por exemplo a geometria euclidiana, pode admitir diversas formulações como sistema axiomático. Assim, as noções de *ponto*, *recta*, *plano*, *situado entre* e *congruência*, são primitivas da geometria euclidiana, na construção axiomática apresentada por Hilbert nos *Fundamentos da Geometria*[4]. Mas na chamada construção axiomática por via métrica — seguida por alguns autores[5] — a noção de *distância* é primitiva.

Todas as noções não primitivas de uma dada teoria — as chamadas *noções derivadas* — devem ser definidas logicamente, utilizando exclusivamente noções primitivas ou outras derivadas que já tenham sido definidas anteriormente. No entanto, a matemática não é uma ciência morta nem sequer "congelada": está em cada momento a crescer, através do desenvolvimento de novos conceitos e obtendo resultados em teorias já existentes, ou mesmo pela criação de novas teorias. Por outro lado, toda a pessoa que trabalha em matemática — por exemplo um professor ou um autor de um artigo científico ou de divulgação — não está preso ao significado que outros já deram dos termos que quer utilizar. Esta liberdade, que deve ser evidentemente usada com bom senso e responsavelmente, é ainda dificilmente aceite por muitos de nós, professores. Vejamos um exemplo.

O que é um polígono?

Se nos mostram uma figura desenhada num papel, e nos perguntam se é um polígono, a melhor resposta a dar é ... *depende*. Depende da definição que estamos a adoptar. Mas a definição de polígono, uma noção tão antiga, que já vem do tempo de Euclides, não está já consolidada... ainda pode

Figura 3.



haver dúvidas? Para constatarmos que concretamente, mesmo entre os professores de matemática, existem diferentes concepções do que é um polígono, basta esboçar numa folha de papel seis figuras (ver figura 3) e fazer a pergunta: destas, quais são polígonos?

Muito provavelmente, as respostas obtidas seriam aproximadamente as seguintes (para simplificar, designamos as figuras pela lista dos vértices):

- todos afirmariam que $ABCDE$ e XW não são polígonos; isto porque duas convicções fortes em relação aos polígonos são as seguintes: têm que ser figuras fechadas... (seja lá o que isto quer dizer...) e os "lados" não podem ser curvos...

Relativamente às outras figuras,

- a maioria não aceitaria as figuras $NPQO$ e TUV (sobretudo esta última) como polígonos
- as figuras $FGHI$ e $JKLM$ seriam aceites, apareceria no entanto alguma hesitação relativamente à aceitação das duas ou apenas da segunda.

Na realidade, se considerarmos que na figura $JKLM$ o interior faz parte do polígono (o que a cor quer dar a entender) e na figura $FGHI$ apenas os segmentos fazem parte do polígono, então a maioria das respostas dirão que o único polígono "verdadeiro" é $JKLM$. Na sessão de discussão do Profmat que referi, praticamente todos os colegas presentes viam um polígono como contendo o interior mas quando se pedia para desenharem um polígono não assinalavam esse facto, e faziam figuras do tipo $FGHI$.

Verdadeiramente, e em teoria, nada nos impede de adoptar definições de polígono em que cada uma das figuras apresentadas se enquadre como exemplo. No entanto, a definição mais habitual no ensino elementar é a que corresponde à figura $JKLM$. A definição mais corrente em matemática é a que corresponde à figura $FGHI$, logo seguida daquela que aceita figuras como $NOQP$. Mas porque não uma definição em que ainda caiba o *dígono*, um polígono formado por dois segmentos, TU e UV, coincidentes ...

Em matemática, se estamos a escrever um livro em que vamos apresentar resultados sobre polígonos, devemos ter o cuidado de dizer qual é a definição de polígono que adoptamos. Mas até é possível adoptar definições diferentes ao longo do mesmo livro! No grupo de discussão a que nos temos referido, o nível de aceitação das ideias propostas pelo GTG aumentou consideravelmente quando mostrámos o seguinte texto de Coxeter, extraído da página 1 do livro *Regular Polytopes*[6]:

Definimos polígono [plano] de n lados como uma cadeia de n segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1, unindo pares consecutivos de pontos $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Os segmentos e pontos dizem-se *lados* e *vértices* do polígono. Até ao início do Capítulo VI, insistiremos que os lados não se intersectam uns aos outros.

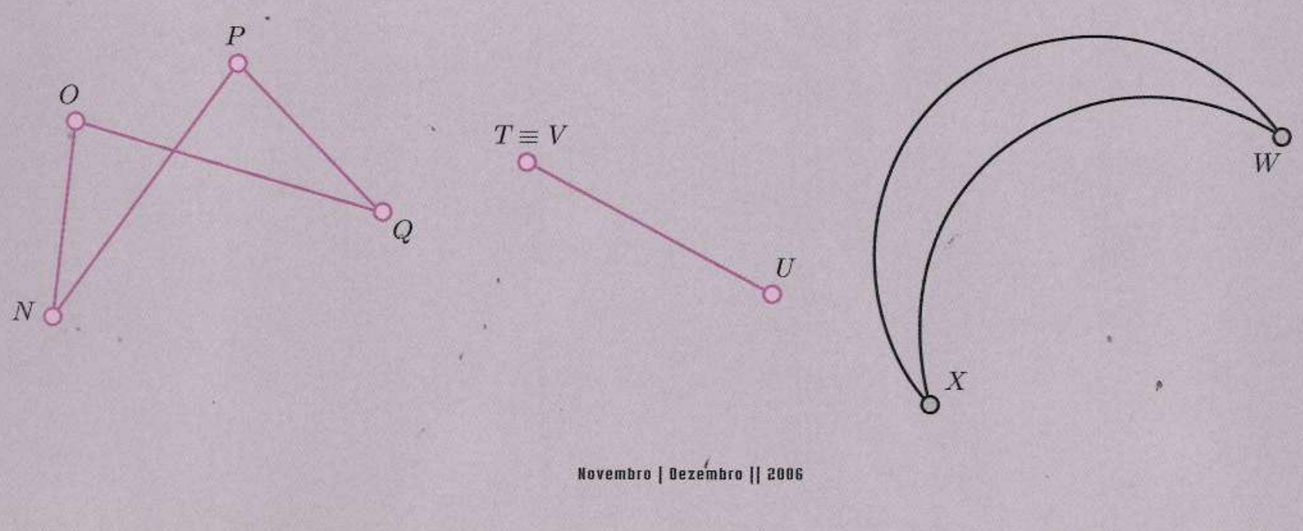
Ou seja, até ao capítulo VI a figura $NOQP$ não é um polígono, depois já o é. Ou seja, *depende*...

Naturalmente, os pontos de vista aqui expostos têm consequências no ensino da geometria, como veremos numa nota seguinte.

Notas

1. Ver o capítulo XVI, The Case of Geometry, no livro *Mathematics as an Educational Task*, de Hans Freudenthal. Dordrecht, Holanda: D. Reidel Publishing Company, 1973.
2. Intervenção no Seminário de Royaumont, em 1959, onde foi lançado o movimento da Matemática Moderna na Europa: *Mathématiques Nouvelles*, ed. OECE.
3. Ver pág. 200 do vol. I dos *Textos Didácticos* de J, Sebastião e Silva, Ed. Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
4. *Fundamentos da Geometria*, de David Hilbert. Trad. de A. J. Franco de Oliveira, ed. Gradiva, 2003.
5. Por exemplo, no livro *Geometria Euclidana* de A. J. Franco de Oliveira, ed. Universidade Aberta.
6. *Regular Polytopes*, de H.S.M. Coxeter. Ed. Dover, 1973.

Eduardo Veloso, Grupo de Trabalho de Geometria da APM



A Matemática e a arte de dançar ...

Mónica Ferreira

Uma vez mais o insucesso da Matemática é assunto do dia, devido aos maus resultados dos exames nacionais do 9º ano... Os nossos alunos parecem continuar com aversão à Matemática e o mito da disciplina temível continua. Contudo, o meu objectivo aqui não é discutir o que falhou uma vez mais, mas, pelo contrário, apresentar uma outra faceta da matemática mais atraente aos olhos dos nossos alunos, mostrando-lhes não só a sua importância como também a sua aplicabilidade em áreas do seu interesse.

Tantas vezes afirmámos nas nossas aulas que a matemática está cada vez mais presente na actualidade, mas os nossos alunos continuam a questionar *"Para que serve isto stora?"*. Apesar do nosso esforço, os exemplos que lhes apresentamos nem sempre os convencem a mudar de opinião, talvez por não serem os mais aliciantes. Então por que não mostrar-lhes a relação da Matemática com algo que seja do seu interesse, como o desporto, a natureza ou a dança? O cruzamento das diferentes áreas do saber poderá ser uma mais-valia para todos.

O que se segue são breves referências a exemplos relacionados com a expressão corporal, cujo intuito é apenas despertar curiosidade para novas pesquisas que possam contribuir para um ensino mais atractivo.

Na natureza muitas são as relações que podemos estabelecer com a matemática, entre elas a "dança" das abelhas. O cientista alemão Karl Von Frisch[1] descobriu e definiu o sistema de comunicação utilizado pelas abelhas para transmitir a localização da fonte de alimento. Observou que as abelhas executam rituais, vulgarmente conhecidos por danças, de três tipos: dança em círculo, dança trepidante ou em forma de oito e dança da foice. Quando a fonte de néctar e pólen está localizada até 25 metros da colmeia, a obreira realiza a "dança em círculo", girando várias vezes no sentido horário e anti-horário descrevendo, em cada 15 segundos, 8 a 10 círculos. Para distâncias entre 25 e 100 metros, são realizadas as danças intermediárias ou em foice. Porém, se o alimento se localiza a mais de 100 metros da colmeia, a obreira executa a dança em oito, na qual percorre uma curta distância rectilínea ao mesmo tempo que vai trepidando o abdómen. Nesta dança, gira para um lado fazendo um semicírculo, anda em linha recta sacudindo o seu abdómen, e depois, gira para o outro lado fazendo outro semicírculo, trajecto que se assemelha a um 8 e que é repetido várias vezes. A repetição, a rapidez do percurso, e os movimentos trepidantes indicam a abundância e a distância a que o alimento se encontra (quanto mais intensas forem as danças, maior será a abundância e proximidade do alimento). Com esta dança, a abelha indica não só a distância do alimento, como também a sua direcção em relação à posição da colmeia e do sol.

As abelhas são dotadas de um processo de concentração excepcional, tendo como referencial o Sol[2]. Na dança em oito, as abelhas vão trepidando o abdómen para os lados e esta inclinação do abdómen forma um ângulo com o percurso rectilíneo, que tem a mesma amplitude do ângulo formado pelas rectas que vão da colmeia ao Sol (r) e da colmeia à fonte de alimento (s). Se as trepidações do abdómen são dirigidas para cima, o alimento está localizado na direcção do Sol (figura 1).

No mundo animal, muitos são os que se comunicam através da expressão corporal, as abelhas são apenas um exemplo. Quem sabe que outras relações com a matemática poderemos encontrar se nos debruçarmos sobre o assunto?

Mas a dança não está presente apenas no mundo das abelhas... muito pelo contrário! Ela faz parte da cultura de um povo, como dança sagrada ou como dança folclórica — o que as diferencia é a consciência com que se dança. Em particular, está presente na vida dos nossos alunos, constituindo para muitos uma área de grande interesse.

Através da análise da linguagem artística da dança temos a oportunidade de vislumbrar um encontro com a matemática, facto que só pude constatar há bem pouco tempo. Há cerca de um ano que venho a observar as aulas de *Danças Desportivas*[3] do prof. Yuriy Tsikotsky[4]. Daqui a ideia de escrever uma pequena nota sobre o assunto e partilhar a minha experiência.

A dança oferece-nos, na própria estrutura da sua linguagem, um destaque às dimensões temporais, espaciais e cinéticas, pertinentes aos conhecimentos artístico e matemático. O uso da espacialidade do palco, em diferentes planos e marcações pelo bailarino; a harmonia de formas que exploram o espaço; o corpo que evolui em voz, tempo e movimento; o desejo de equilíbrio na busca da equidade e da simetria fruto da necessidade de produzir algo aprazível ao ver e ao sentir e a assimetria, que dão dinamicidade à coreografia, redimensionando a expressão corporal, na sua relação com o público, são alguns exemplos que marcam a presença da estética artística e matemática nesta área.

O recurso à linguagem matemática é muito comum, em particular, no ensino/aprendizagem da parte técnica. São muitos os conceitos matemáticos usados, vejamos alguns exemplos. Para aprender a dançar é essencial ter-se noções de localização e distinguir as direcções do movimento (frente, trás, lateralidade, diagonal), bem como os níveis do movimento (baixo, médio, alto). Na movimentação dos pares é importante ter presente o noção de linha recta ou diagonal (existentes em todas as danças clássicas) e a noção de perpendicularidade. Esta noção é também importante para a descrição de determinadas posturas, como no caso do *Tango* das *Danças Desportivas*, em que a dançarina deverá manter uma postura de modo a que os ombros e os calcanhares formem uma linha recta perpendicular ao chão.

Através do movimento são também muitas vezes criadas figuras geométricas, em especial o círculo, muito usado em todas as partes do mundo, sobretudo nas danças folclóricas. No caso da *Dança do Ventre* para além dos movimentos rectilíneos em que a cabeça desliza de um lado para o outro, também se podem observar determinados tipos de movimentos com os ombros e o tronco, que quando feitos, unem-se formando figuras como quadrados ou triângulos. A *Dança do Ventre* possui também movimentos curvilíneos em

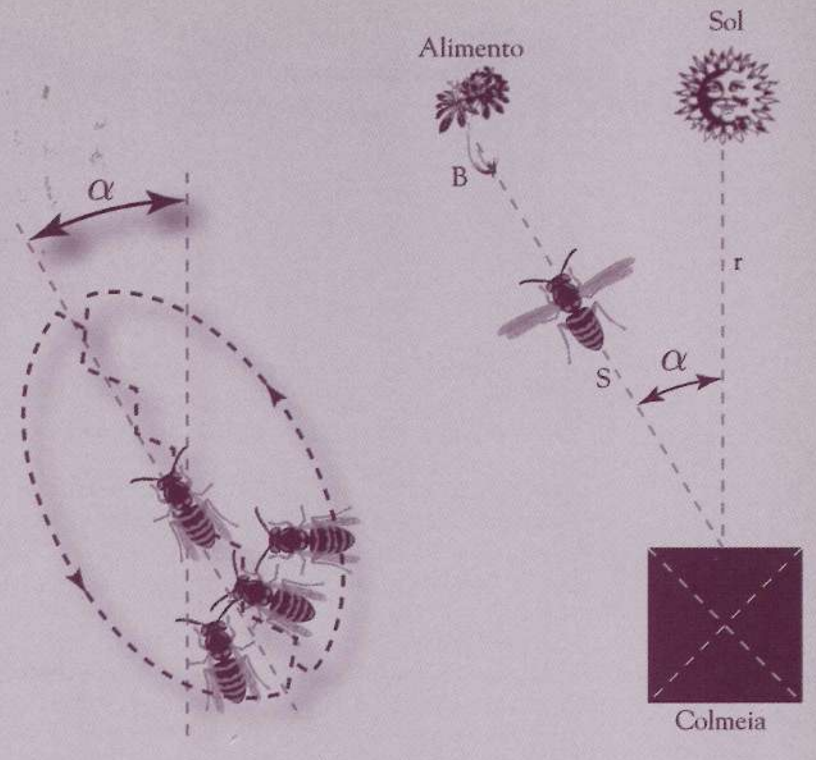


Figura 1.

que os braços imitam serpentes e os quadris movimentam-se para baixo e para cima, para frente e para trás ou diagonalmente, formando o círculo e o símbolo do infinito. Nas *Danças Desportivas*, nas quais se centrou a minha observação, para além dos círculos, também os semicírculos, 1/4 de círculos ou quadrados são figuras geométricas muito presentes nas suas coreografias. A própria linha de dança é muitas vezes circular ou elíptica.

Relativamente aos pés, nas danças em geral, existem 6 posições que são numeradas de modo a facilitar a sua identificação. As imagens da figura 2 dizem respeito às cinco posições usadas também no Ballet.

Na 1ª posição os pés devem estar unidos e virados para fora e os calcanhares juntos, formando uma linha recta. Na 2ª posição os pés devem estar afastados, mas também em linha recta. A 3ª posição consiste em cruzar os pés, colocando um no meio e em frente ao outro, formando um ângulo de 90°. Nas posições 4 e 5 os pés têm que estar paralelos. A 6ª posição, que não é usada no Ballet mas é muito usada nas Danças Desportivas, é uma posição na qual os pés são colocados sempre paralelamente.

Outro aspecto muito importante na dança é o tempo. Para a aprendizagem da técnica é necessário recorrer-se a medidas de marcação de tempo, que originam contagens específicas em cada estilo e ritmo de dança. Os exemplos que se seguem mostram alguns dos tipos de medida de marcação do tempo de uma música, que são chamados compassos: binário 12 12 12 12; ternário 123 123 123 e quaternário 1234 1234 1234. Estas formas de contagem constituem sequências de números. Consequentemente, os sons agrupam-se em células, que associadas formam frases. No caso da Valsa Vienense, cada frase é composta por 8 ternários. Como tal, pude observar que uma das sequências usadas na contagem

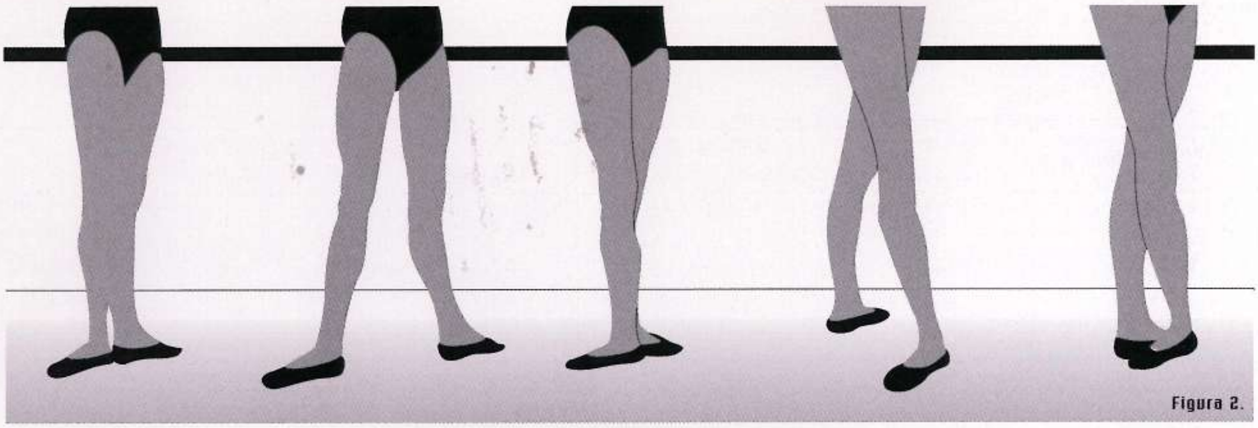


Figura 2.

foi: 123 223 323 423 523 623 723 823. Este é apenas um exemplo de uma sequência usada como estratégia para facilitar a contagem e a aprendizagem da coreografia.

A amplitude dos ângulos faz também parte da linguagem matemática usada nas aulas de dança. Os alunos recebem, em algumas situações, instruções para rodar o corpo segundo 90°, 180°, 270° ou 360°. Por exemplo: no passo Promenade, os corpos dos bailarinos deverão formar um ângulo de 90°.

A simetria é igualmente um conceito importante nesta área. A dança transporta o conceito de simetria para movimentos corporais repetitivos que são executados num palco vazio. Pode-se observar o uso desta transformação geométrica não só nas coreografias como nos gestos estruturados dos bailarinos, tanto em danças clássicas como em danças latinas. Nas coreografias, os alunos poderão observar também rotações e translações. Aliás, uma bailarina que, rodando sobre si mesma, anda em volta de um ponto do palco executa simultaneamente rotações e translações, um movimento comparado ao que a Terra descreve em torno do Sol. Situação também análoga ao movimento executado por um par a dançar Valsa Vienense, por exemplo.

Muito mais haveria a dizer. Contudo, o que me interessa neste momento em particular é, por um lado. oferecer mais uma oportunidade aos alunos de lançarem um novo olhar sobre o nosso tempo e sobre as nossas práticas, descobrindo novas relações entre o quotidiano e a matemática; e por outro lado, apresentar uma sugestão de trabalho para promover a transversalidade na escola.

Através de uma prévia planificação, a dança em geral (desde a clássica à moderna) poderá ser um excelente utensílio de trabalho (a partir do pré-escolar) para a consolidação de conceitos matemáticos, permitindo ao aluno uma forma de visualização no espaço, que abandona o lápis e o papel e que passa a utilizar o corpo. Atendendo a que a dança é uma das áreas de interesse de muitos jovens, por que não aproveitá-la para levá-los a identificar, de forma lúdica, o uso de relações e conceitos matemáticos?

Todavia, a multiculturalidade da dança também não pode ser esquecida. Numa sociedade cada vez mais heterogénea, em que estão presentes na sala de aula alunos de origens e culturas diversas, a partilha de experiências e conhecimentos entre eles será uma boa forma de facilitar a integração das crianças, diminuir estereótipos e preconceitos. A dança poderá também ser proveitosa em termos de socialização e, consequentemente, evitar confrontos, podendo contribuir assim para uma diminuição da indisciplina.

À escola cabe oferecer oportunidades para que os alunos experimentem actividades contextualizadas e com significado, objectivando o alcance das múltiplas relações existentes entre a vida deles, os seus objectivos, e as práticas desenvolvidas na escola. A Educação ficará a ganhar se a escola promover práticas interdisciplinares e transdisciplinares que abordem diferentes linguagens e áreas de conhecimento, de forma integrada dinâmica e interactiva, fazendo reconhecer o quanto são ténues as fronteiras existentes entre as descobertas científicas, as invenções matemáticas e tecnológicas e as produções artísticas de nosso tempo.

Notas

1 Ganhou em 1973 o Prémio Nobel pela sua pesquisa (realizada ao longo de 50 anos) sobre o comportamento das abelhas.

2 As abelhas possuem a rara propriedade de ver a luz do sol mesmo nos dias nublados e encobertos, graças à sua sensibilidade à radiação ultravioleta emitida por ele.

3 Danças clássicas: Foxtrot, Quikstep, Tango, Valsa Inglesa e Valsa Vienense. Danças latinas: Rumba, Passo Doble, Jive, Samba e Chachachá.

4 A leccionar na ilha da Madeira.

Referências Bibliográficas

Cicco, L. (n.d.) *Comunicação e a Orientação das Abelhas*. [On-line]. Disponível em http://www.saudeanimal.com.br/abelha7.htm. Acedido em 12 de Dezembro de 2005

Lisboa, L.(n.d.) *Feromônios, comunicação e forrageamento*. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa. [On-line]. Disponível em http://www.ufv.br/dbg/bee/feromonio.htm. Acedido em 12 de Dezembro de 2005

Pinto, M. A. L. (n.d.) História da Dança. Em *Psicopedagogia online Educação e saúde mental*. [On-line]. Disponível em http://www.psicopedagogia.com.br/artes_divertimentos/historiadanca.shtml. Acedido em 12 de Dezembro de 2005

Ratton, M. (n.d.) *Música e Matemática — A relação harmoniosa entre sons e números* [On-line]. Disponível em http://www.tvebrasil.com.br/salto/cronograma2003/ame/ametxt5.htm. Acedido em 17 de Junho de 2005

Vilela, S., Camargo, R., Lopes, M., Pereira, F. (2003) *Organização e estrutura da colmeia* [On-line]. Disponível em http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Mel/SPMel/organizacao.htm. Acedido em 12 de Dezembro de 2005

Mónica Ferreira
EB 2,3 do Estreito de Câmara de Lobos

Matemática na [Casa da] Música e Música na Matemática

Isabel Viana

Foi na Casa da Música do Porto, nos dias 6 e 7 de Outubro que se realizou um singular encontro entre músicos e matemáticos, aberto a todos os interessados, por iniciativa da Faculdade de Ciências. E não houve *propina* de inscrição, o que nos tempos que correm não deixa de ser uma agradável surpresa.

Deste congresso transpareceu nitidamente a ligação de muitos séculos existente entre a Música e a Matemática.

Basicamente houve duas espécies de conferências, conforme o tipo de dinamizador: matemáticos por um lado, compositores e musicólogos por outro. Juntaram-se matemáticos que falaram dum ponto de vista artístico e músicos que se expõem quanto à forma de compor e ver a música, analisando-a matematicamente.

As conferências (programação disponível em `http://www.fc.up.pt/cmup/musmat`) pautaram pela diversidade e qualidade, quer pelos conteúdos matemáticos envolvidos e pela profundidade da análise musical, quer pelo realce dado à relação música–matemática.

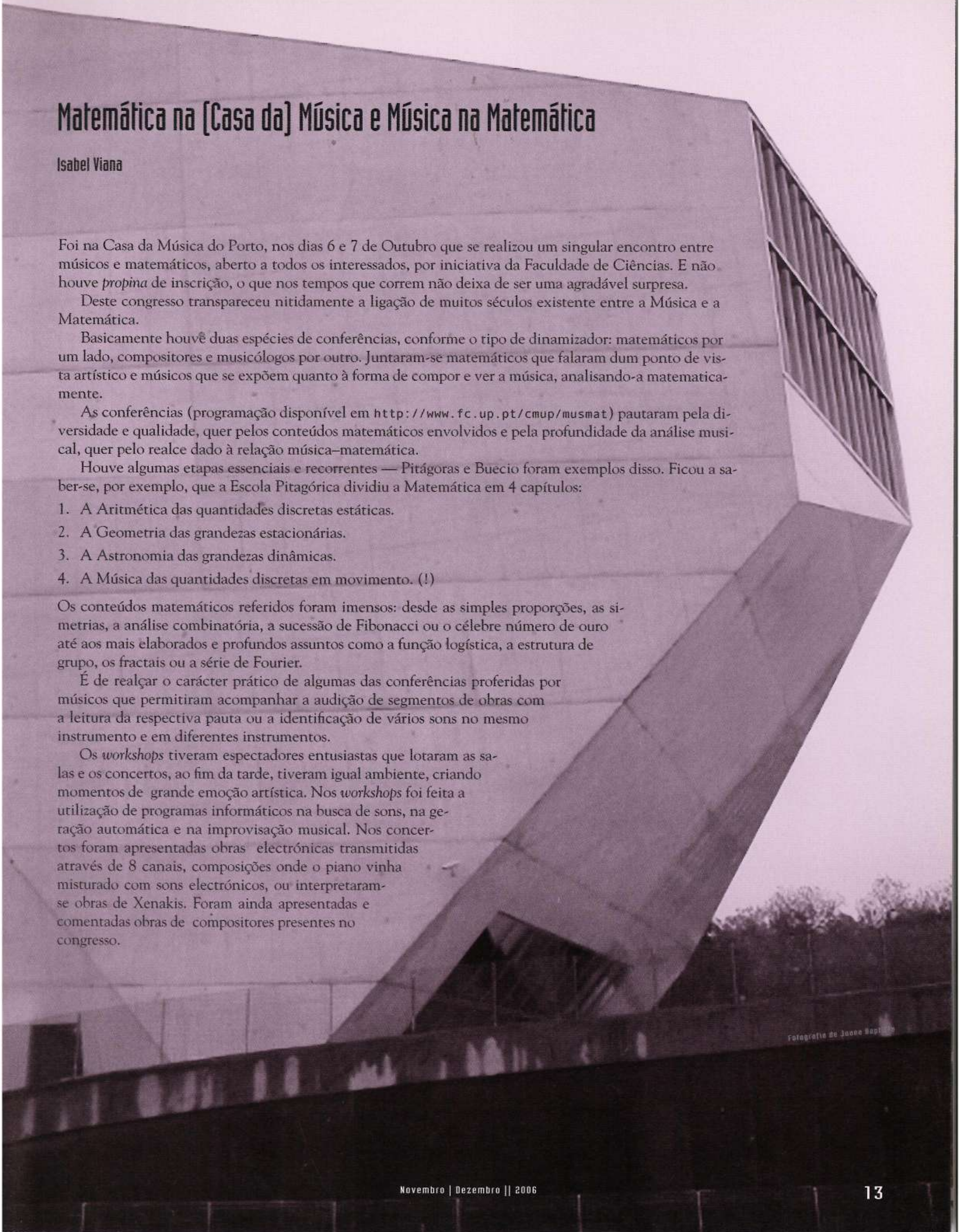
Houve algumas etapas essenciais e recorrentes — Pitágoras e Buecio foram exemplos disso. Ficou a saber-se, por exemplo, que a Escola Pitagórica dividiu a Matemática em 4 capítulos:

1. A Aritmética das quantidades discretas estáticas.
2. A Geometria das grandezas estacionárias.
3. A Astronomia das grandezas dinâmicas.
4. A Música das quantidades discretas em movimento. (!)

Os conteúdos matemáticos referidos foram imensos: desde as simples proporções, as simetrias, a análise combinatória, a sucessão de Fibonacci ou o célebre número de ouro até aos mais elaborados e profundos assuntos como a função logística, a estrutura de grupo, os fractais ou a série de Fourier.

É de realçar o carácter prático de algumas das conferências proferidas por músicos que permitiram acompanhar a audição de segmentos de obras com a leitura da respectiva pauta ou a identificação de vários sons no mesmo instrumento e em diferentes instrumentos.

Os *workshops* tiveram espectadores entusiastas que lotaram as salas e os concertos, ao fim da tarde, tiveram igual ambiente, criando momentos de grande emoção artística. Nos *workshops* foi feita a utilização de programas informáticos na busca de sons, na geração automática e na improvisação musical. Nos concertos foram apresentadas obras electrónicas transmitidas através de 8 canais, composições onde o piano vinha misturado com sons electrónicos, ou interpretaram-se obras de Xenakis. Foram ainda apresentadas e comentadas obras de compositores presentes no congresso.



Fotografia de Joana Baptista

Tendo tudo isto em conta, apenas resta referir algumas das frases que marcaram este encontro:

"A Música é um exercício oculto de aritmética de uma alma inconsciente que lida com números", Leibniz (1646–1716).

"Todo o céu é música e harmonia", Joannes Kepler (1571–1630).

" Há relações íntimas entre temperamentos e fracções contínuas", António Machiavelo (Professor de Matemática);

"A Música está assombrada pela Matemática", Samuel Lopes (Professor de Matemática Pura).

"A Matemática e a Música são dois subconjuntos dum universo tocante", Isabel Quinta (Professora de Matemática).

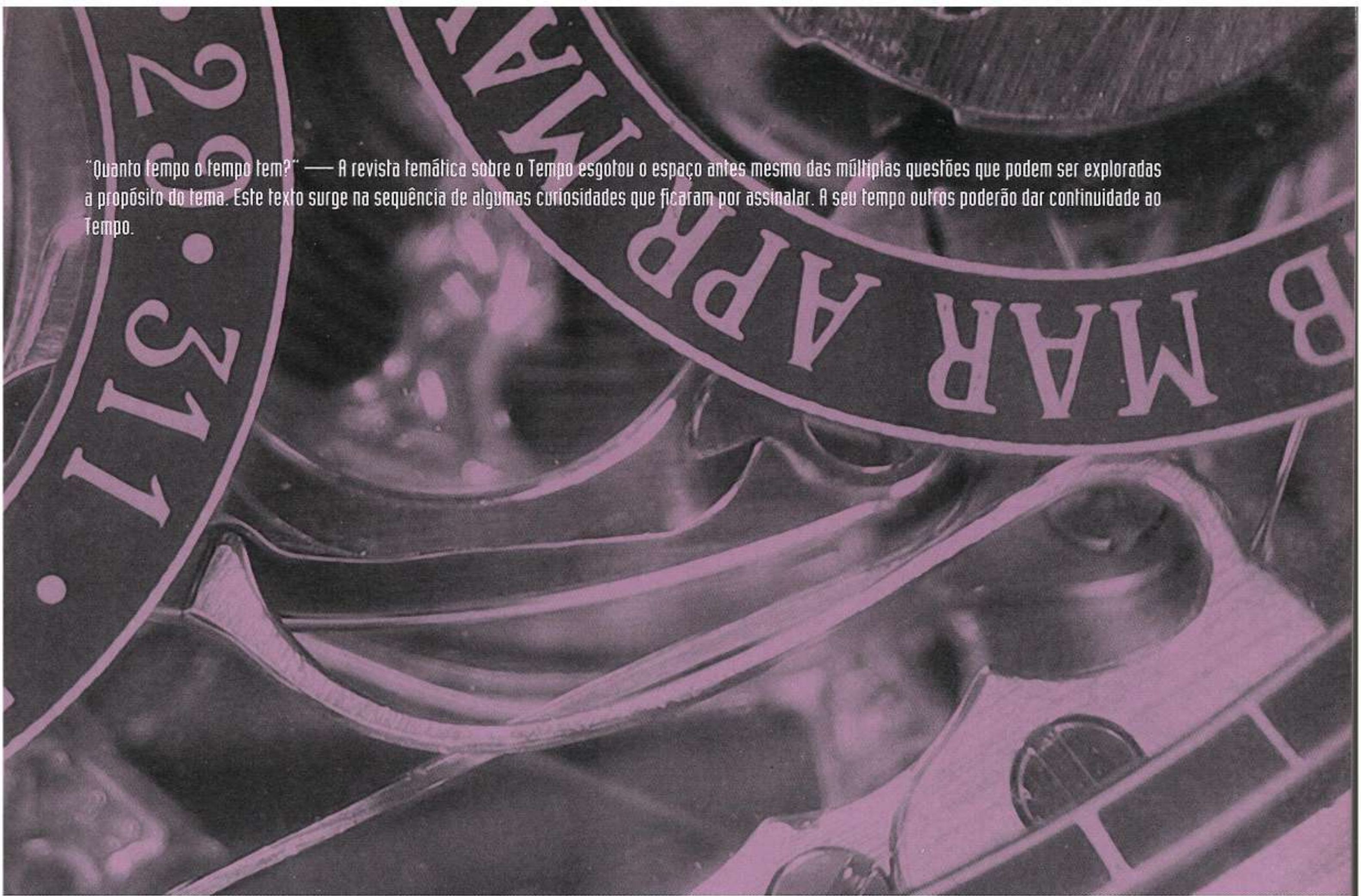
"A Matemática e a Música, duas irmãs gémeas que nasceram na e da contemplação das estrelas", Isa Monteiro (Professora de Matemática).

"É preciso introduzir perturbações nos sistemas!" e "Nada é dado, tudo é construído", Compositor António Sousa Dias.

"Há temas que são intrínsecos à natureza humana e que fazem diluir as divergências políticas e adormecer a arrogância. Excelentes exemplos são a Música e a Matemática." Do entusiasmo suscitado por este primeiro encontro nasceu a esperança de que, num futuro próximo, se possa regressar ao tema do cruzamento entre a Matemática e a Música e das suas raízes comuns, fazendo então realçar o Jazz como forma musical intimamente ligada a certos capítulos recentemente explorados na Matemática.

Isabel Viana
Escola Secundária Infante D. Henrique, Porto

Fotografia de Joana Baptista



"Quanto tempo o tempo tem?" — A revista temática sobre o Tempo esgotou o espaço antes mesmo das múltiplas questões que podem ser exploradas a propósito do tema. Este texto surge na sequência de algumas curiosidades que ficaram por assinalar. A seu tempo outros poderão dar continuidade ao Tempo.

Da inevitabilidade da sexta-feira 13

Fernando Nunes

O nosso calendário está cheio de dias *especiais*, festas religiosas ou laicas, acontecimentos astronómicos marcantes ou datas associadas a crenças populares. Um dos melhores exemplos desta última categoria é a aziaga "sexta-feira, 13" o dia de todos os azares. Ainda há bem pouco tempo, no passado Outubro, vivemos mais uma vez a provação de ter de aguentar um dia desses. Apesar de sabermos que não é coisa de todos os dias, poderemos determinar com que frequência é que as sextas-feiras 13 aparecem no calendário? Haverá anos que não têm essa combinação?

Enquanto as sextas-feiras se repetem com uma precisão notável, de sete em sete dias, o décimo terceiro dia do mês é muito mais irregular. De facto, o dia 13 seguinte pode ser daí a 31 dias, ou a 30 ou a 29 ou a 28 e, além desta diversidade, é difícil arranjar uma lei funcional para a sucessão do número de dias dos meses. Por exemplo, a seguir a uma diferença de 31 dias pode vir outra qualquer, das quatro possíveis. Tudo parece indicar que se estivermos interessado em saber se há alguma sexta-feira 13, ou mesmo algumas, o mais prático será consultar o calendário.

O calendário de um ano tem normalmente a sucessão de dias organizada em sete colunas, correspondentes aos dias da semana, e agrupadas por meses. Os meses estão habitualmente separados em tabelas diferentes mas podemos colocar logo a seguir ao último dia de um mês, o primeiro dia do mês seguinte. Cada coluna corresponde a um dia da semana e a coluna que tem o dia 1 de Janeiro será a que corresponde ao dia de semana em que o primeiro dia do ano aconteceu.

Para o ano de 2006, que começou a um domingo, teremos: (ver tabela 1).

Vemos então que 2006 teve duas sextas feiras 13, em Janeiro e em Outubro. Podemos também concluir que todos os anos comuns têm uma, duas ou mesmo três sextas-feiras 13. De facto, na segunda coluna está representado 3 vezes o 13 e se o ano começar a uma quinta-feira, implicando que a primeira coluna corresponde a estes dias de semana, a segunda coluna é a das sextas-feiras.

Para seguirmos o mesmo raciocínio para os anos bissextos, basta fazer um tabela idêntica com a introdução do dia 29 de Fevereiro. Chegaremos às mesmas conclusões sobre a

Dom.	2ª f.	3ª f.	4ª f.	5ª f.	6ª f.	Sáb.
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29
30	31	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Tabela 1.

Dia de semana	Nº de dias 13
domingo	687
2ª feira	685
3ª feira	685
4ª feira	687
5ª feira	684
6ª feira	688
sábado	684

Tabela 2.

inevitável existência de pelo menos uma sexta-feira 13, podendo ser no máximo 3 anuais. Curiosamente também podemos concluir, pelas mesmas razões, que em todos os anos, o dia 13 percorre todos os dias da semana, variando apenas o número para cada dia.

Como existem anos com um número diferente de sextas-feiras 13, acontecendo exactamente o mesmo para outro qualquer dia de semana, existirá diferença entre a probabilidade de um dia 13 calhar a uma sexta-feira ou, por exemplo, a um sábado?

O calendário gregoriano tem um período de 400 anos e nesse período há 4800 meses e, portanto, dias 13. O número de dias desses 400 anos é 146097 [100 (3x365+366)-3][1]. Este número é múltiplo de 7, implicando que existem exactamente 20871 semanas completas, e cada dia da semana tem 20871 ocorrências durante os 400 anos. Na tabela 2 estão os números de dias 13 que cada dia semanal apresenta nesse período.

A partir destes dados, podemos calcular a probabilidade de um dia 13 ser uma sexta-feira e compará-la com a relativa ao sábado:

$$688 / 4800 = 0{,}1433\ldots > 684 / 4800 = 0{,}1425$$

De notar que o valor de $1/7=0{,}142857\ldots$, correspondente à existência de probabilidades iguais, está compreendida entre os dois valores apresentados.

Portanto, podemos afirmar que além de aparecer pelo menos uma vez por ano, a sexta feira 13 acontece com mais frequência do que a conjunção de qualquer outro dia da semana com o décimo terceiro dia do mês. É preciso ter azar!

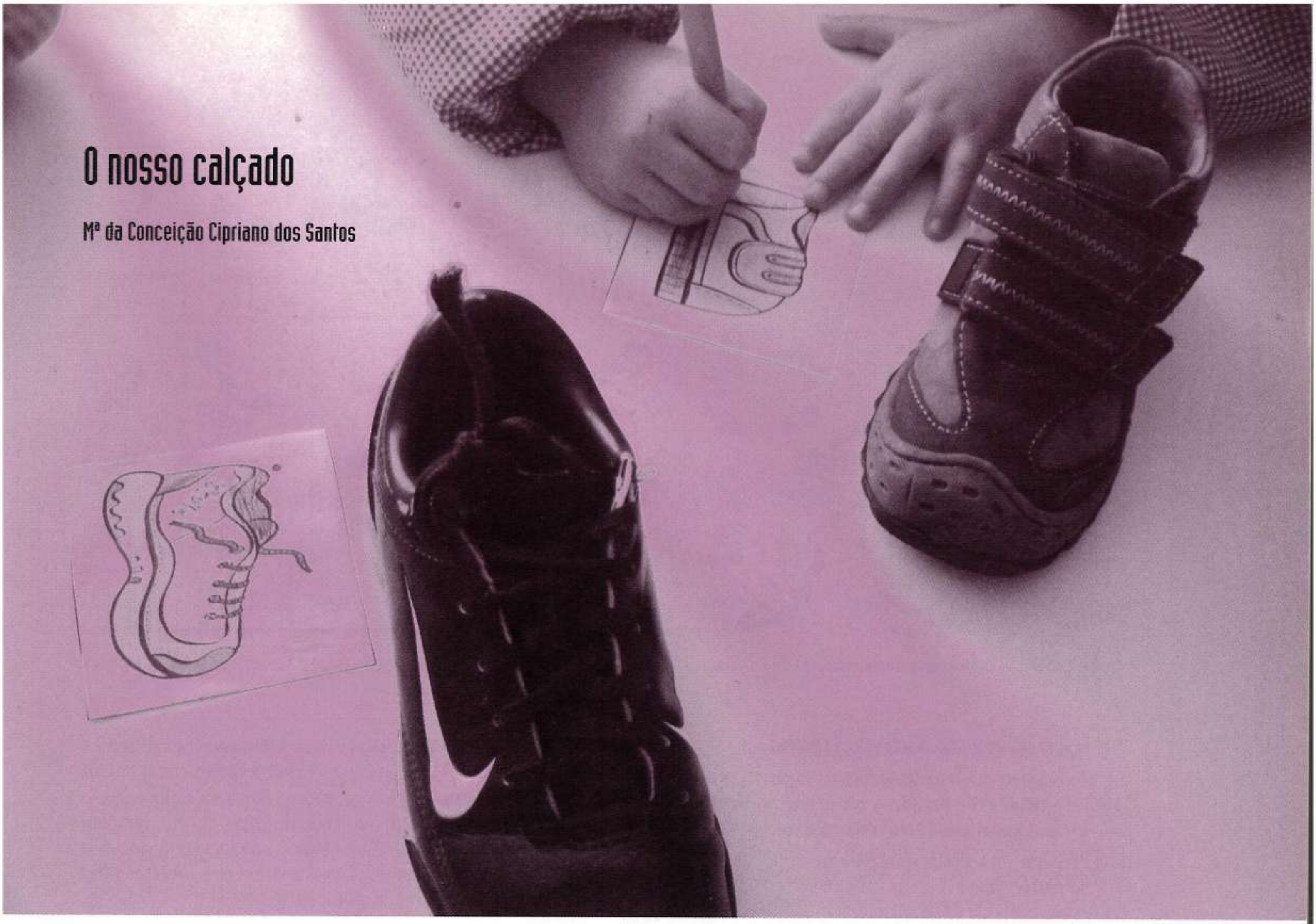
Nota

1 A regularidade de 3 anos comuns e um bissexto é interrompida quando o ano múltiplo de 100 não é múltiplo de 400 e esse ano é considerado com 365 dias. Em quatro centenas, existem 4 múltiplos de 100 e apenas um deles também é de 400. Os outros três não são considerados bissextos.

Fernando Nunes
Escola EB 2,3 de Fitares

O nosso calçado

Mª da Conceição Cipriano dos Santos



Actividades para os primeiros anos ...

As competências matemáticas devem ser desenvolvidas logo que a criança nasce. Através do sorriso do filho e dos cuidados rotineiros que incluem a muda da fralda, o banho, o vestir ... são trabalhadas habilidades matemáticas; quando a mãe se aproxima do filho e diz " que grande sorriso", quando o pai prepara o banho "com água fria e depois quente, fria e quente ...", quando a educadora abre o casaco do bebé e conta os botões ou quando diz "que bebé tão pesado!"... À medida que a criança cresce as experiências tornam-se mais interactivas e com mais potencialidades. Através de experiências ricas e diversificadas a educadora e os familiares ajudam a criança a iniciar a sua alfabetização matemática.

No Jardim-de-infância, a educadora deve explorar as experiências diárias de modo a contribuir para a construção do conhecimento matemático das crianças. As crianças vão construindo os conceitos matemáticos na sua vivência do dia-a-dia, cabendo à educadora de infância o papel de transformar as situações diárias em fontes de aprendizagem da matemática.

A actividade que aqui se apresenta pretende mostrar que as crianças podem comunicar ideias matemáticas, resolver problemas, raciocinar matematicamente partindo de situações rotineiras, neste caso a partir da actividade de calçar os sapatos.

Ambiente

Sala de jardim-de-infância, casa.

Idade

4-6 anos

Organização

Grupo com toda a classe. Grupo de 4 crianças.

Objectivo

Proporcionar, às crianças, experiências significativas que as ajudem a construir o conhecimento matemático a partir de situações geradas no contexto do dia-a-dia.

Promover a exploração de actividades de modo a que as crianças desenvolvam a sua capacidade de resolver problemas, fazer conjecturas, chegar a descobertas que lhes permitam fazer conexões, chegar a conclusões e que o façam comunicando oralmente, com desenhos, gráficos e com materiais concretos.

Material Necessário

Papel de cenário, tesouras de ponta redonda, cola, cubos de encaixe (5 cores diferentes), cordões (atacadores) para calçado, cópias dos diferentes tipos de calçado (calçado com "velcro", calçado com atacadores, calçado com fecho, calçado de enfiar, calçado com fivela), tiras de papel (podem ser rolos de máquinas de calcular).

Figura 1. Material fotocopiável [ampliar].

Figura 2. Exemplo de papel cenário.

Preparação da actividade [Educadora de Infância e Auxiliar]

— Fotocopiar os quadrados com os vários tipos de calçado, recortando-os de modo a ter figuras individuais (figura 1). Colocar numa caixa transparente.

— Preparar uma caixa transparente com cubos de encaixe de várias cores.

— Colar, na parede, uma porção de papel de cenário, onde escreve um título do género: "O nosso calçado".

— Dividir o papel de cenário em cinco partes identificando-as com uma cor. Em cada secção deverá escrever: Velcro, Atacador, Fecho, Enfiar, Fivela e cada uma deverá ser identificada com a figura do calçado a que se refere.

Desenvolvimento da actividade

Aproveitando uma actividade onde será necessário calçar os sapatos que tinham descalçado, a educadora e as crianças fazem uma roda e sentam-se no chão, com os sapatos no meio. Antes de se calçarem a educadora inicia um diálogo sobre a importância do calçado, por exemplo cuidados a ter ... funções ... Posteriormente, pede para uma criança colocar um par de sapatos em frente de cada colega. Cada criança vai descrever o calçado que tem à sua frente e adivinhar a quem pertence. Depois, outra criança vai entregar os sapatos aos seus donos. A educadora sugere que procurem semelhanças e diferenças entre o seu calçado e o dos colegas. As crianças farão as suas comparações e conclusões. Poderão ser levantadas questões como "qual o tipo de sapato mais usado?" "Porque será?" "Qual o calçado que ninguém tem? Porque será?" (Exemplo de uma possível resposta: porque estamos no Inverno e está frio), "E se fosse Verão, qual seria o calçado mais usado? Porquê?"

A educadora pede para cinco crianças, com diferente tipo de calçado, demonstrarem e descreverem como se calçam os seus "sapatos". Em pé, cada criança vai colocar-se ao lado da criança que tem o calçado do "tipo" do seu. Formam grupos conforme o "tipo" de calçado e começam a calçar-se ajudando-se mutuamente. Devem conversar sobre as diferentes maneiras de calçar os sapatos.

Exploração da actividade

— A educadora forma, novamente, uma roda e senta-se no chão com as crianças. Mostra uma figura com um tipo de calçado e pede para as crianças levantarem o braço quando ela estiver a mostrar um calçado que é do mesmo tipo do seu (criança).

— A educadora coloca, numa caixa, vários quadrados onde estão representados diferentes tipos de calçado. A caixa vai circular pelas crianças e cada uma tira a figura correspondente ao seu tipo de calçado.

— A educadora mostra uma outra caixa com cubos de encaixe, de cores diferentes. Dando as seguintes instruções: "Quem tem calçado com "velcro" deve retirar um cubo amarelo, quem tem calçado com atacador tira um cubo azul, quem tem calçado com fecho tira um cubo rosa, quem tem calçado de enfiar tira um cubo verde e quem tem calçado de fivela tira um cubo laranja". As crianças vão encaixar os cubos da mesma cor.

— Agora a educadora pede para cada criança colar a sua figura no papel cenário que está na parede da sala.

— A educadora cola na parede, os cubos de encaixe (com "goma elástica") formando um gráfico de barras.

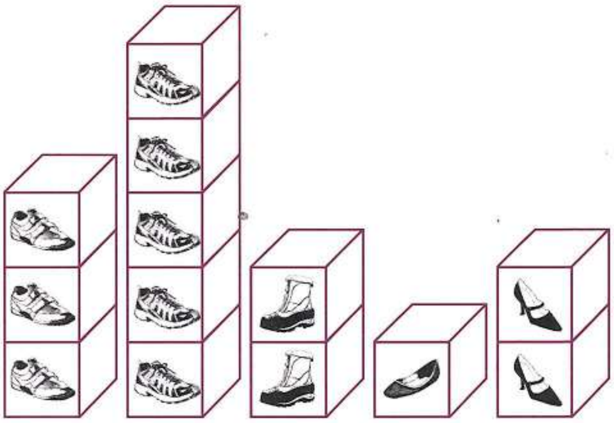


Figura 3. Exemplo de Gráfico de barras com cubos de encaixe.

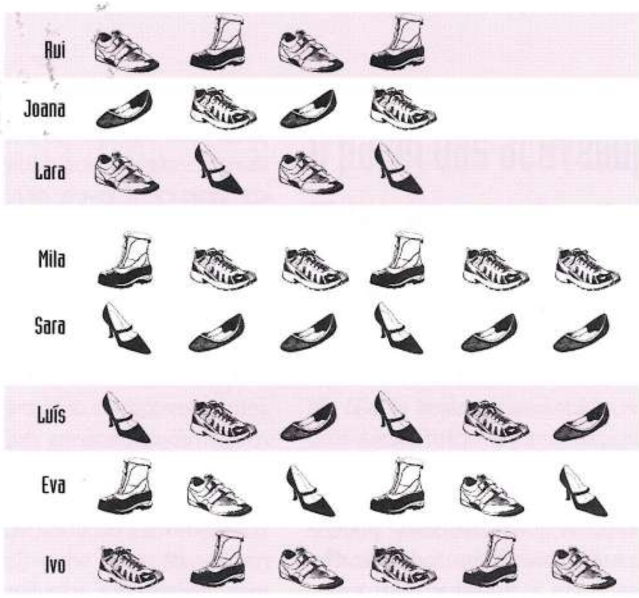


Figura 4. Exemplo de criações com padrões.

Possíveis questões a colocar na exploração do gráfico e do papel cenário

— Quantos meninos têm sapatos com fecho? Qual o tipo de sapato que existe em maior quantidade, nesta sala?- Qual o tipo de calçado que existe em menor número? Qual o tipo de sapato que esta turma não tem calçado?

— Quantos meninos teriam que usar calçado de fivela para termos a mesma quantidade que o calçado de "velcro"? Que tipo de calçado existe em igual número?

Extensão da actividade

A educadora forma grupos heterogéneos e pergunta se alguém sabe fazer um laço nos atacadores dos sapatos.

Partindo do contexto gerado, a educadora entrega dois atacadores a cada criança e ensina-lhes a dar um laço. As crianças começam por trabalhar em pares fazendo laços com material didáctico apropriado, por exemplo sapatos de plástico com furos e atacadores.

Comunicação Escola-Família

Pedir para os pais deixarem os seus filhos calçarem os sapatos sozinhos. Explorar os diferentes tipos de sapatos que têm em casa (contando com os da família toda), ver quais as diferenças entre os sapatos de criança e os de adulto, as diferenças e semelhanças entre os sapatos da mãe e do pai, da avó e da tia.

As experiências de casa devem ser valorizadas e comunicadas na sala de Jardim de Infância.

Actividade para o dia seguinte (Padrões)

Esta actividade pressupõe que a criança já esteja habituada a trabalhar com padrões.

A educadora coloca em cima da mesa várias figuras dos diferentes tipos de calçado e entrega, a cada criança, duas tiras de papel de diferente comprimento. Solicita-se que escolham o calçado que querem colar na tira curta de modo a identificarem o padrão que vai ser utilizado. As crianças mostram as suas unidades a toda a classe e falam sobre elas. Reforça-se a ideia que os desenhos colados nas tiras pequenas são as unidades básicas para criar um padrão linear. Posteriormente, as crianças vão repetir, na tira mais comprida a composição criada na tira pequena. A educadora explora, com as crianças, as várias representações dos padrões por elas criados. Deve ser dado tempo para as crianças produzirem e partilharem produtos com os seus padrões, por exemplo com as tiras formam uma moldura, fitas para a cabeça, papel de embrulho, uma canção ... Estas actividades devem ser incluídas no Portfolio da criança.

Devem ser dadas oportunidades para a criança explorar padrões, através de diferentes meios. Na sala deve existir um local onde as crianças podem fazer essas explorações durante todo o ano.

Avaliação

Registar quais as crianças que sabem identificar os diferentes tipos de calçado, quais as crianças que sabem mostrar como se calçam, evolução da criança a calçar os seus sapatos, comunicação da criança a explicar aos outros como é o seu sapato e as funções do calçado.

Bibliografia consultada

Edwards, S. (2001). *Solving Problems*. London: Scholastic.

Associação de Professores de Matemática (1998). *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar*. Tradução de NCTM, Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades K6. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Maria da Conceição Cipriano dos Santos, ESE de Faro

"Eduquês"?

Alguém sabe ou conhece este conceito?
e . . . ainda a propósito . . .

Há professores que passam a vida na escola a dar o seu melhor para fazer com que os seus alunos aprendam — são de uma dedicação e de um profissionalismo sem par. São esses que sabem que a Escola não é um remédio para resolver todos os males de que a sociedade padece e mesmo assim, continuam todos os dias, persistentemente, a trabalhar, com todos os seus alunos, para que estes aprendam e o façam de forma significativa. Mas, como em todas as profissões, há bons e piores profissionais. Há aqueles que pretendem dar um sentido social ao que fazem, procuram envolver e responsabilizar os alunos pelo seu próprio processo de aprendizagem, de forma a que estes consciencializem os seus sucessos e as suas limitações e tentam ainda, ajudá-los a encontrar a melhor forma de ultrapassar os seus obstáculos. Estes professores gostam do que fazem, têm uma relação pessoal com os seus alunos e são capazes de lhes transmitir o gosto pela sua área do conhecimento, a importância que ela teve para eles como pessoas mais realizadas, quer em termos individuais, quer em termos sociais, isto é, sabem transmitir aos mais novos o gosto pelo que ensinam e reconhecem o lugar da sua disciplina e do seu conhecimento no mundo actual. Habitualmente, são pessoas empenhadas social e culturalmente que participam em actividades associativas diversas e com uma visão alargada da vida, da sociedade e do conhecimento.

Na minha óptica, só se "aprende" reconhecendo o gosto e o prazer dos outros, mais velhos, ou não, naquilo que fazem. Ninguém "aprende" de forma descontextualizada e para o exame!

Ter esta consciência, significa uma maior exigência em termos profissionais, seja qual for o grau de ensino em que exercem, isto é, em que procuram fazer os seus alunos aprender. Exige o desenvolvimento de competências relacionais [a percepção da importância da forma como se relaciona com os outros — dilema da comunidade (Nóvoa, 2002): saber relacionar e o saber relacionar-se], competências específicas e próprias da sua área do conhecimento [as próprias de um físico, para a Física; as de um historiador, para a História; as de um matemático, para a Matemática, relacionando-as com a pertinência actual dessa área do conhecimento; dilema do conhecimento (Nóvoa, 2002): saber analisar e analisar-se], competências estas que resultarão, necessariamente, em competências de consolidação e de afirmação de uma identidade profissional mais abrangente social e culturalmente, logo mais consistente e menos corporativista [associadas ao dilema da autonomia (Nóvoa, 2002): saber organizar e saber organizar-se].

Estes professores interessam-se especialmente pelo crescimento e progresso dos seus alunos e trabalham arduamente para isso, independentemente de todos os constrangimentos sociais e organizacionais da escola em que exercem. Habitualmente não têm problemas em relatar os seus sucessos, nem os seus fracassos. E, dos mais de 40 anos que já levo, quer como professora, quer como aluna/estudante, tenho-me cruzado com eles em todos os níveis de ensino, do pré-escolar ao ensino superior.

Mas, há também os outros, aqueles para quem a culpa dos insucessos dos seus alunos (ou seja, dos seus insucessos) está sempre nos outros, nos que os antecederam, na sociedade, nas condições da escola, etc, etc. …

Nunca chegam a questionar-se sobre as suas próprias práticas docentes nem sobre os insucessos e maus resultados dos seus alunos. Chega-lhes apontar injustamente o dedo aos outros, ignorando que tudo à sua volta está a mudar e que o mundo já não é o que era, nem que o conhecimento já não se encontra inacessível numa recôndita torre de marfim! …

Este é um discurso escrito em "eduquês"? Desculpem, sou professora há 27 anos e nunca ouvi falar nesse termo nos fóruns do conhecimento que tenho frequentado por força do meu aperfeiçoamento profissional.

Alguém sabe ou conhece o que é o "mediquês"? o "advoquês"? ou o "comuniquês"?

Margarida Belchior
Professora do 1º CEB

"Por que falha o ensino da Matemática"

Discussão proposta por João Carvalho na Revista "Educação e Matemática" de Maio-Junho de 2006, pp. 42-43

1. Antes de mais, convém saber o que significa o verbo "falhar" aplicado, neste caso, ao ensino da Matemática. Sendo, creio eu, sinónimo de "insucesso", importa precisar o seu alcance tendo em conta, nomeadamente, questões do tipo: A partir de que indicadores se fala de "insucesso"? Qual o número de alunos com negativa a Matemática ou qual o valor da taxa de abandono escolar, para se dizer que o ensino "falhou"? Que significa "os alunos não aprendem"?

A precisão dos conceitos é, como sabemos, fundamental em todas as ciências e mais ainda em Matemática. Em Junho de 2006, ouvi um Secretário de Estado dizer o seguinte: "os dados revelam que a taxa de abandono escolar é catastrófica" e, pouco depois: "temos um conhecimento muito reduzido das escolas: não sabemos sequer o número de alunos nem o número de professores". Em que ficamos? Os dados relativos aos vários problemas da educação são ou não fiáveis? Por que razão uns serão mais fiáveis que outros? Sou levado a relativizar as afirmações radicais, sejam elas em relação ao insucesso seja em relação ao sucesso.

2. Suponhamos que os indicadores dos relatórios internacionais como o PISA mostram que Portugal está colocado nos lugares mais baixos da literacia matemática na Europa e no Mundo. O que é que é que podemos e devemos fazer?

— Os professores de Matemática devem reflectir sobre os programas, os métodos de trabalho, os manuais e os instrumentos de avaliação;

— Os órgãos de Administração, Gestão e Orientação Pedagógica das escolas devem verificar se os métodos de ensino, aprendizagem e avaliação são devidamente aplicados pelos professores;

— O Ministério da Educação deve acompanhar e inspeccionar os programas, o trabalho dos professores nas escolas, os manuais, os instrumentos de avaliação dos professores e os exames nacionais.

3. É isto que se passa? Tendo a pensar que o Ministério é o que menos tem feito.

— A Inspecção Educativa já foi a alguma escola avaliar o trabalho dos professores? — Não.

— A Inspecção já foi a alguma escola verificar se os Órgãos Pedagógicos estavam a acompanhar o trabalho dos professores? — Não. O Ministério limita-se a organizar os exames e a divulgar os resultados. Só em 2006, estabeleceu uma Comissão de Certificação da Qualidade dos Manuais. Veremos quando começa esta Comissão a trabalhar.

— Os Conselhos Pedagógicos acompanham *de perto* o trabalho dos professores? — Não. Porquê? — Principalmente porque o Ministério nem sequer o solicita.

— Os professores reflectem sobre os aspectos acima referidos? — Estou em crer que sim, mas no que respeita aos instrumentos de avaliação há muito por fazer. (Permito-me remeter para as perguntas que apresentei no texto da Revista *Educação e Matemática*, Maio-Junho de 2006, p. 43).

4. João Carvalho só vê uma alternativa para colmatar as "falhas" e os factores negativos: "fazer os jovens trabalhar na escola, mas sobretudo na sala de aula". Para isso, diz que é preciso, em primeiro lugar, "reduzir ao mínimo a exposição oral do professor".

Todos estarão de acordo com a necessidade de trabalho na escola e na sala de aula mas tenho dúvidas no que respeita à redução da exposição oral. Para apresentar um conceito matemático não é preciso começar por sugerir ou mostrar a necessidade da sua definição a partir de contextos (das outras ciências, da vida quotidiana, das teorias matemáticas, etc.), defini-lo (intuitiva e rigorosamente), dar exemplos que verificam as definições e exemplos que não as verificam e resolver alguns problemas, antes de dar aos alunos "uma lista de tarefas"? Como reduzir estas tarefas "ao mínimo"? E os alunos não podem ter e apresentar dúvidas, logo nessa exposição inicial? E o professor não tem que "dar muita matéria"?

As 3 etapas indicadas por João Carvalho são aceitáveis, em geral, mas na prática os programas e as rotinas das aulas não dão margem de manobra.

5. João Carvalho diz ainda duas coisas: "O professor deve assumir um papel de liderança que é fundamental para tornar a aula produtiva e interessante" e mais adiante: "As aulas deverão decorrer com alguma informalidade". Estas afirmações não se referem a situações dificilmente compatíveis? "Liderar" não significa "conduzir com objectivos" e "informalidade" não significa "improvisação", "espontaneidade"? Como é?

6. Do meu ponto de vista, é importante o seguinte:

— O Ministério deve definir as tarefas do trabalho lectivo do professor e dos Órgãos Pedagógicos e acompanhar a sua realização através da Inspecção;

— Um dos aspectos mais importantes, na actividade lectiva é a avaliação. Se eu mandasse, definia como obrigatório que cada questão, em cada teste realizado, tivesse a cotação e a respectiva correcção trouxesse escrita a cotação atribuída (Ver sugestão do ponto 3)

— Os Órgãos Pedagógicos devem acompanhar de perto a actividade lectiva do professor de forma a detectar os factores negativos e a encontrar estratégias de superação.

Manuel B. Reis

O papel das actividades lúdicas no ensino da Matemática

Na Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão (ESEIG), a preocupação principal é a de formar pessoas, que se distingam pelo seu profissionalismo. Nesse sentido, procuram-se continuamente alternativas às tradicionais metodologias de ensino. Destacam-se os casos das disciplinas de Matemática e Física, duas disciplinas base na formação dos alunos, particularmente dos alunos de engenharia. Da iniciativa dos docentes de Física, surgiram vários projectos, agregados sob a designação Viva@, que visam a divulgação da ciência, de forma lúdica.

No âmbito deste projecto, é de realçar a realização da exposição , relativa aos projectos Viva@Física e Viva@Matemática — Uma forma diferente de aprender Matemática, que decorreu na semana aberta da ESEIG.

Dado as actividades propostas serem desafios, enigmas, jogos, experiências, etc., os visitantes da exposição divertiram-se e aprenderam mesmo sem darem por isso, porque, como seria de esperar, todas as actividades eram acompanhadas da respectiva explicação Matemática ou Física, consoante o caso.

A exposição foi visitada tanto por alunos da ESEIG, como por alunos de outras instituições, por docentes e outras pessoas. As opiniões foram unânimes ao afirmar que se divertiram e que assim valia a pena aprender.

A nós cabe-nos falar do projecto Viva@Matemática, porque somos as responsáveis pela sua execução.

Constituído por um conjunto de actividades engraçadas e que despertam a curiosidade, tais como curiosidades numéricas, truques de magia, enigmas, jogos, curiosidades geométricas, etc., tem como finalidade o desenvolvimento do gosto por esta ciência.

A exposição Viva@Matemática foi a Évora participar no ProfMat 2005.

O Viva@Matemática não se esgotou com a exposição, houve oportunidade de fazer divulgação da Matemática nos locais mais diversos, como corredores, elevadores, casas de banho, etc. Para esta divulgação foram escolhidos cartazes com anedotas e "bocas" engraçadas da "maldita" Matemática, de acordo com os locais escolhidos. Esta divulgação serviu também para publicitar a exposição patente na nossa escola e convidar os transeuntes a uma visita.

O sucesso das iniciativas implementadas, levou-nos a partilhar com outros colegas a experiência e mostrar que não é difícil captar atenções para a Matemática, participando no ProfMat2005 que se realizou em Évora de 9 a 12 de Novembro.

A exposição Viva@Matemática foi a Évora e fez sucesso. Talvez motivados pelos divertidos cartazes de divulgação (recriação dos que já tinham estado na ESEIG), a exposição foi visitada por imensos professores tornando esta participação muito gratificante.

A simplicidade dos materiais usados, construídos na íntegra na ESEIG, a partir de uma recolha em livros, Internet e mesmo na colectânea de curiosidades que fomos juntando ao longo da nossa carreira docente, criou a vontade de fazer algo semelhante nas suas escolas e a vontade de adquirir os materiais.

Ainda não é possível satisfazer esse desejo, uma vez que a colectânea de materiais usados teve apenas publicação interna, mas pretende-se que brevemente isso seja viável.

Continuamos a trabalhar nesse sentido. A exposição realizada, já tem previstas deslocações a algumas escolas.

Estes materiais são adequados a qualquer nível de ensino, obviamente vistos de maneiras diferentes e são ainda passíveis de serem apreciados pela comunidade em geral.

Pretendemos continuar com o projecto e com o nosso pequeno contributo na divulgação da Matemática, na sua forma mais subtil e divertida; esperamos não estar sozinhas ...

Aldina Correia, Cristina Lopes e Paula Nunes
Escola Superior de Estudos Industriais e de Gestão

Já sei contar até três![1]

"Tenho três irmãos, o André, o Ernesto e Eu"[2].

Quando terá sido que o contado se separou do contador?

Como todas as crianças, eu me espantei perante o mundo das coisas, dos objectos e das pessoas, mas não foi assim tão de repente que aprendi a contar até três.

Quando apenas tinha o Um da unidade tudo era simples, calmo e tranquilo. Estava esse Um no centro da minha boca, no centro do meu olhar ou no centro de um qualquer lugar do meu corpo, de tal modo que a organização unitária do mundo feita a partir de mim não constituía qualquer problema.

Num certo momento, apareceu-me o número 2. Não é que o tenha desejado, mas ele apareceu, como um irmão mais novo que nos rouba o colo da mãe antes do tempo.

Isso do 2, enquanto resultante de mais um que se acrescenta ao um e não resultante da velha divisão engendrante[3] do Um[4], colocou-me muitos problemas.

Em primeiro lugar, obrigou-me a sair de mim e, em segundo lugar, a ter que admitir que para lá de mim estava um outro semelhante a mim mesmo. No início resisti vigorosamente. Depois, lá me arranjei com isso. O outro passou a ser uma projecção, um pedaço de mim, um reflexo do meu ser, um eco da minha voz e, desse modo, encantado como Narciso[5] junto à fonte do seu suplício, vivia com um outro que era ainda eu mesmo.

Mas, por mais que eu o quisesse igual a mim, esse outro havia de me surpreender sempre. Ele não era tão igual a mim como eu desejava. Se eu tinha uma coisa ele queria-a também, se eu fazia um risco no chão, ele apagava-o, se eu dava um salto de 30 centímetros ele dava-o de 40. Já não sabia o que fazer. Será que só me restaria o duelo, já que nessa relação de dois apenas existe um lugar, o do mesmo? Será que é necessário entrar nessa relação guerreira, eliminando esse outro impertinente para obter a paz?

Essa saída do duelo ou da relação guerreira não me parecia uma verdadeira saída, mas conviver com as diferenças de um outro que não era igual a mim, era mesmo insuportável.

De todo o modo, fui admitindo que eu era um e o outro era outro. O número dois permitiu-me esse primeiro nível de separação, mas debaixo de um grande conflito e instabilidade. Nunca conseguia estar sossegado, pois o outro poderia surpreender-me com as suas impertinências em cada esquina, em cada lugar, mas também não me parecia bem matá-lo ou reduzi-lo ao mesmo, isto é, à identidade de mim próprio.

É então que aparece na minha vida o número 3. Mal o encontrei e compreendi, o mundo abriu-se espantosamente. Foi difícil atingir o 3. Estava eu e o outro, pensando que o mundo apenas tinha 2. De repente apareceu no mundo alguém, um lugar, uma entidade, sei lá, o número 3, através do qual compreendi que sou eu e também é o outro e que ambos podemos ser diferentes e iguais através da magia desse número 3. Foi então que a cooperação conseguiu um lugar e a competição integrou um novo sentido.

Curiosamente, no mesmo tempo, também aprendi a separar o eu, o tu e o ele, sendo um bonito jogo, esse da conjugação gramatical dos verbos, que, como diz Paul Ricoeur, definem a liberdade em primeira pessoa, em segunda pessoa e em terceira pessoa[6].

O número 3 ampliou-me o mundo de maneira imprevisível. A partir desse salto para o número 3 consegui ver-me a mim no um e ao outro no dois. Consegui separar o contado do contador, o Eu que é contado e o Eu que contava. A partir daí já conseguia distinguir o *ter* do *ser*: somos 3 irmãos é igual a ter 2 irmãos. O que parecia uma perda irreparável, afinal podia transformar-se num ganho, num maior poder sobre o mundo e as coisas.

Pelos vistos o contador estava no contado, mas não conseguia soltar-se da estrutura.

Mal consegui isso, a partir desse lugar terceiro, foi-me possível permutar o 1 para o lugar do 2 e o 2 para o lugar do um, isto é, eu podia brincar de outro e o outro poderia brincar de eu. Espectáculo! O jogo nunca mais acabava. Deu-me um gozo formidável ter encontrado o número 3. No próprio jogo da *macaca*, quando a jogava com mais 2 amigos, fui capaz de compreender que se perdia eu depois tinha que dar a vez ao António, depois ao João e só depois é que podia jogar eu novamente. Antes, com as limitações do número 2, não conseguia compreender por que razão é que se tinha que esperar tanto tempo sem jogar. Do mesmo modo, parecia-me mais lógico que em vez de existir uma bola para duas equipas de futebol, poderia muito bem existir uma para cada equipa, ou, até mesmo, uma para cada jogador. Compreendi, finalmente, a falta que me fazia o número 3 para aceder às múltiplas dimensões do mundo que nos cerca.

Curiosamente, foi só depois de ter encontrado o número 3 e a ele ter acedido, que compreendi aquela seca dos professores de matemática quando dizem que se a é igual a b e b igual a c, então o a é igual a c. Quer dizer, agora até é tão simples, essa da transitividade. Se joguei eu, depois jogou o b, depois jogou o c, então depois já posso jogar eu. Interessante, foi o número 3 que me permitiu meter o Outro entre mim e o outro[7] e acabar com o desespero da espera. Matematicamente, o Outro não pode então ser igual ao outro. Foi também o número 3 que me permitiu a igualdade moral de achar que o outro é igual a mim e também diferente. Pelos vistos, sem a estrutura do número 3, jamais poderia aceder ao que designam de cidadania.

Até agora suponho que ainda não perdi a doce magia do três. Que modificações o meu mundo trará quando aprender a contar até quatro? Talvez fique para uma próxima.

Notas

1 Texto escrito para as Comemorações do Ano Internacional da Matemática na Escola Superior de Educação de Bragança, em 2000, mas nunca foi publicado. O autor utilizou-o para trabalhar com alunos de diferentes níveis de ensino, sobre a problemática da triangulação, da descentração, da cidadania, etc.. Decidiu reformulá-lo em Setembro de 2003.

2 Cf. Seminário XI, ditado em 1963-64. J. Lacan, *Le Séminaire, Livre XI, Les quatre concepts fondamentaux de la Psychanalyse*. Paris, Ed. du Seuil, 1973, pp26 e ss..

3 Referimos divisão engendrante por similitude com a divisão da amiba, ser unicelular, que se reproduz por cissiparidade, onde a célula pai ou mãe se transforma em duas células filhas e estas farão depois o mesmo. Esta forma de engendramento de novos seres é um fenómeno em que não há filhos nem pais. É como se o 2 resultasse da divisão do 1 e não da soma algébrica de 1 + 1, tal como o concebia a velha Escola Pitagórica (500 A.C.).

4 Para os pitagóricos, sec.V a.C., o dois resultava da divisão da unidade e não de mais um acrescentado à unidade. O número pitagórico tinha um estatuto simultaneamente qualitativo e quantitativo. A aritmética moderna fez do número pitagórico uma redução ao quantitativo, fazendo-lhe perder essa magia inicial dos números, enquanto entidades substanciais, com qualidades boas e más.

5 Narciso, herói da mitologia grega, de que deriva o conceito de narcisismo, equivalente de egocentrismo, era um "jovem famoso pela sua beleza, filho do rio da Beócia, Céfiso e da ninfa Liríope. A sua história, tal como é narrada por Ovídio nas *Metamorfoses*, é a de alguém insensível ao amor, punido por Nemésis pelo rigor com que tratou a ninfa Eco, que a paixão não correspondida reduziu a uma simples voz. Um dia que se debruça numa fonte, Narciso vê a sua imagem reflectida na água e, doravante, apenas interessado por esta imagem consome-se no amor de si próprio, até ser transformado na flor que tem o seu nome". (Oliveira Pulquério. Enciclopédia Luso-Brasileira de Cultura, Vol. 13, p. 1689).

6 Cf. Paul Ricoeur: "Antes da Lei Moral: a Ética".

7 Referência à terminologia lacaniana, que distingue o grande Outro, designado pelo operador *A(Authre)* e que significa o código, a linguagem, o lugar terceiro da Lei, etc.; o pequeno outro, com minúscula, designado pelo operador *a (authre)*, que corresponde à imagem especular do eu, a um outro que não integra ainda a verdadeira alteridade.

José Manuel Rodrigues Alves

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de forma a tornar possível a sua inclusão na Revista.

Os números nas moedas

A Rute colocou um autocolante redondo em cada uma das faces de três moedas. Depois escreveu um número em cada autocolante. Os seis números que escolheu eram inteiros e consecutivos. Lançou as três moedas ao ar e saíram as faces com os números 5, 6 e 7, cuja soma é 18. Repetiu isto mais três vezes e as somas obtidas foram 20, 14 e 13.

Que números estão em cada uma das moedas?

(Respostas até 28 de Fevereiro)

Na carruagem do comboio

O problema proposto no número 88 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Outro dia fui de Lisboa ao Porto de comboio numa carruagem de 100 lugares. Tinha como companheiros vários homens e várias mulheres. O comboio fez quatro paragens e fui reparando em quem entrava e saía. Em Santarém desceram um terço dos passageiros e entraram dois homens. No Entroncamento, saíram novamente um terço dos presentes e entraram mais dois homens. Em Coimbra, também ficaram um terço dos passageiros e entraram dois homens. Finalmente, em Aveiro desceram um terço dos viajantes e entraram dois homens. Olhei à volta e, contando comigo, já só havia homens na carruagem. Quantos eram eles?

Recebemos 16 respostas: Ana Luísa Correia, Augusto Taveira (Faro), Eduardo Veloso (Lisboa), Francisco Branco (Ovar), Francisco Estorninho (Lisboa), Francisco Martins (Charneca da Caparica), Graça Braga da Cruz (Ovar), Helena Cunha (Viseu), João Barata (Castelo Branco), José Paulo Coelho, Pedro Macias Marques, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Rita Bastos (Lisboa), Sónia Abrantes (Elvas), a turma de Didáctica da Matemática da UBI (Covilhã) e os Professores da Esc. Sec. Gil Eanes, de Lagos, que resolveram juntar-se periodicamente para resolver os problemas da revista *Educação e Matemática*.

Como sempre, apareceram resoluções variadas.

1) Com folha de cálculo, por dois processos

No primeiro (o mais usado), coloca-se na primeira coluna (passageiros à saída de Lisboa) os múltiplos de 3 e nas colunas seguintes o número de pessoas no comboio à chegada a cada estação (que são 2/3 do número anterior mais 2). Depois basta ver em que casos na chegada ao Porto se obtém um número inteiro.

No segundo processo, começando pelo fim e em que na primeira coluna se põe os possíveis números correspondentes à chegada ao Porto ("no mínimo 3, o narrador e os dois homens que entraram em Aveiro", diz a turma de Didáctica).

2) Com o programa Geometer's Sketchpad

Nunca imaginámos que tal fosse possível mas alguns elementos do Grupo de Trabalho de Geometria da APM resolveram utilizar todas as potencialidades do programa. Como diz a Rita, "até os problemas de números nós resolvemos como se de geometria fossem!". O Eduardo comenta as diferentes abordagens: "A solução mais bonita e a única geométrica é a da Rita, a seguir a tentativa do Pedro pode dar-nos ideias para muitas coisas" e lembrou a questão do ponto fixo. "As nossas numéricas valem o que valem, mas acho que é interessante ver o GSP a entrar no campo dos números."

3) Com papel e lápis

Foi a mais "popular". Uma das possibilidades era admitir que havia N pessoas à saída de Lisboa. Então, o número de passageiros à partida das restantes estações vai ser:

Santarém: $2N/3 + 2$ ou $(2N + 6)/3$

Entroncamento: $2/3 \times (2N + 6)/3 + 2$ ou $(4N + 30)/9$

Coimbra: $2/3 \times (4N + 30)/9 + 2$ ou $(8N + 114)/27$

Aveiro: $2/3 \times (8N + 114)/27 + 2$ ou $(16N + 390)/381$

Falta agora descobrir (por tentativas?) o valor de N. Se introduzirmos esta última expressão como função numa calculadora gráfica e pedirmos uma tabela para os valores da variável que são múltiplos de 3, procuramos os que dão valores inteiros. Encontramos duas soluções: $N = 87$ e chegam 22 passageiros ao Porto; $N = 6$ e chegam 6 passageiros, "sendo constante e igual a 6 o número de passageiros na carruagem ao longo da viagem" (Francisco Branco). Resposta: "Eles (homens, excluindo o autor) eram 5 ou 21" (José Paulo).

O facto de não haver uma solução única provocou vários comentários: "Parece haver duas soluções mas na verdade a CP estaria falida se numa viagem de Lisboa ao Porto uma carruagem de 100 lugares transportasse apenas 6 passageiros." (Ana Luísa); "Todos estávamos à espera que aquela informação dos passageiros serem homens eliminasse uma das duas soluções! Mas (...) verificámos que essa informação era irrelevante e que as duas soluções funcionavam igualmente quer se tratasse de homens ou de mulheres!" (Grupo de Trabalho de Geometria); O Francisco Estorninho interroga-se: "Qual é a relevância da informação *entraram dois homens*? Não bastaria dizer *entraram dois passageiros*?"

Finalmente, a turma de Didáctica leva um pouco mais longe o problema, investigando o número de homens e mulheres à partida: "Se tomarmos 6 homens como resposta final, qualquer que seja o número de mulheres à partida (no máximo 4 pois há vários homens — e para, nós, dois já são vários), é sempre possível que elas desçam durante as paragens até ao Porto. Se tomarmos 22 homens como resposta final (isto é, 87 passageiros iniciais), a resposta só satisfaz as condições do problema se tiverem partido de Lisboa pelo menos 14 homens; isto é, se o número de homens for inferior a 14 não há possibilidade das mulheres descerem todas nas paragens até ao Porto."

O Problema do ProfMat 2006

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2006 de Setúbal consistiu na resolução do problema *Contra-revolução no Principado*:

Após uma revolta popular num minúsculo principado, todos os seus 66 cidadãos, incluindo o príncipe, passaram a ter o mesmo salário: um dinar. O príncipe perdeu o seu direito de voto mas mantém o privilégio de poder pôr à votação novas propostas de redistribuição dos salários. As propostas serão aprovadas por maioria simples (mais votos a favor do que contra). Contudo, o total da verba destinada aos salários deve continuar a ser de 66 dinares e o salário de cada cidadão tem de ser um número inteiro. O príncipe apercebeu-se que, dada uma proposta, a decisão de cada pessoa seria: votar a favor se com isso aumentasse o seu próprio salário, votar contra se diminuisse, abster-se caso o seu salário não se alterasse.

Se o príncipe for inteligente e egoísta, qual será o salário máximo que conseguirá que seja aprovado para si próprio? E qual é o mínimo de propostas que é necessário levar a votação para que isso aconteça?

Apareceram diversas resoluções mostrando que vão ser precisas 7 votações para, no final, o príncipe ficar a ganhar 63 dinares. Nas melhores, os salários intermédios do príncipe são também os maiores possíveis.

O Eduardo Cunha faz algumas considerações estratégicas antes de começar:

— Para uma proposta ser aprovada, terá de aumentar o salário a mais um cidadão do que aqueles a quem diminuir.

— Para aprovar a primeira proposta, o príncipe terá de prescindir do seu salário.

— Em cada proposta, o número de cidadãos com salário nulo será o maior possível e os que votarem a favor terão o mínimo de salário necessário para tal.

Eis agora, com algumas simplificações, a solução mais apresentada:

1ª Votação
33 cidadãos passam a ganhar 2 dinares, 32 cidadãos e o príncipe deixam de ter salário. Aprovada com 33 votos a favor e 32 contra.

2ª Votação
Dos 33 cidadãos com 2 dinares de salário, 17 passam a ganhar 3 dinares e os outros 16 perdem o salário. O príncipe fica com 15 dinares. Aprovada com 17 votos a favor e 16 contra.

3ª Votação
Dos 17 cidadãos com salário, 9 passam a ganhar 4 dinares e os outros 8 perdem o salário. O príncipe passa a receber 30 dinares. Aprovada com 9 votos a favor e 8 contra.

4ª Votação
Dos 9 cidadãos com salário, 5 passam a ganhar 5 dinares e os outros 4 perdem o salário. O príncipe passa a receber 41 dinares. Aprovada com 5 votos a favor e 4 contra.

5ª Votação
Dos 5 cidadãos com salário, 3 passam a ganhar 6 dinares e os outros 2 perdem o salário. O príncipe passa a receber 48 dinares. Aprovada com 3 votos a favor e 2 contra.

6ª Votação
Dos 3 cidadãos com salário, 2 passam a ganhar 7 dinares e o outro perde o salário. O príncipe passa a receber 52 dinares. Aprovada com 2 votos a favor e 1 contra.

7ª Votação
Os dois cidadãos com salário deixam de o ganhar e 3 que não tinham salário passam a receber 1 dinar. O príncipe passa a ganhar 63 dinares. Aprovada com 3 votos a favor e 2 contra.

O Eduardo Cunha e o Francisco Estorninho demonstram que o salário máximo do príncipe é 63 através da análise exaustiva dos casos de salário superior.

A Sara Cravo apresenta a sua resposta na forma de notícia no jornal *Correio do Príncipe*.

Um dos motivos por que gostamos deste problema é que, dadas as suas implicações sociais e políticas, suscita uma série de comentários:

[É preciso] uma contra-contra-revolução que dê direito de voto ao príncipe e lhe retire o direito a apresentar propostas. (Darcília Machado)

E viveu feliz quase para sempre... (até o povo descobrir uma forma de virar a situação). (Ana Paulino)

E viveu feliz quase para sempre... bem... não é bem assim, porque um mês depois o povo expulsou-o. (Francisco Estorninho)

Neste problema se nota como a estupidez do conformismo dos cidadãos leva à sua desgraça! (Isabel Viana)

[Muita gente] só opta por ir votar quando dessa votação pode resultar um benefício ou um prejuizo para o próprio. Caso contrário, abstém-se, por o problema ser dos outros. (...) Quando nos tiram tudo ficamos contra mas, se depois nos derem uma migalha daquilo que já foi nosso, ficamos a favor. Há também os que não se importam que tirem tudo aos outros desde que lhe dêem algo a si. (Iva & Nuno Angelino)

O Francisco Estorninho sugere que as três pessoas que ficaram com salário foram *o matemático [que ajudou o príncipe nas propostas], o contabilista do saco azul e o cabeleireiro/manicure/pedicure*.

José Paulo Viana, Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Lista de participantes

Individuais: Ana Paulino, Darcília Machado, Eduardo Cunha, Fernando Manuel Pessoa, Francisco Estorninho, João Manuel Nogueira, Isabel Viana, Manuel Atalaia, Mária Correia de Almeida, Nuno Nascimento, Sara Cravo, Tânia Reis, Vanda Coelho.

Em equipa: Daniel Castanho e Sandra Neves, Iva & Nuno Angelino.

Premiados e prémios

1°. Francisco Estorninho, *Calculadora Gráfica TI84 PSE + TI Smartview*, oferta Texas Instruments

2°. Nuno Nascimento, *Calculadora Casio VI-9850GB P com Interface TV*, oferta Beltrão Coelho

3°. Tânia Reis, *Calculadora Gráfica Casio fx-9860G*, oferta Beltrão Coelho

4°. Isabel Viana, Jogo *DIS X*, oferta AFR

5°. Eduardo Cunha, Livro *e: História de um Número*, de Eli Maor, oferta Gradiva

6°. Iva & Nuno Angelino, Livro *Desastre no Ensino da Matemática*, oferta Gradiva

Atenção: Os prémios devem ser levantados até 30 de Julho de 2007. Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.

Materiais para a aula de Matemática

A actividade que a seguir se apresenta, com outra formulação, foi concebida inicialmente como uma actividade para ser explorada com alunos do 11° Ano de Métodos Quantitativos da Escola Secundária António Arroio, no ano lectivo de 2000-2001. No entanto, ela poderá ser utilizada com alunos do 9° ano pois apenas requer conhecimentos básicos de trigonometria.

Quais os tamanhos da Terra, Sol e Lua? Quais as distâncias da Terra ao Sol e à Lua? Poucos sabem hoje como eram feitos esses cálculos na antiguidade. O objectivo desta tarefa, *Qual o astro mais distante da Terra: O Sol ou a Lua?*, é relacionar aspectos da História da Matemática com conteúdos fundamentais da Geometria e Trigonometria, privilegiando a interdisciplinaridade.

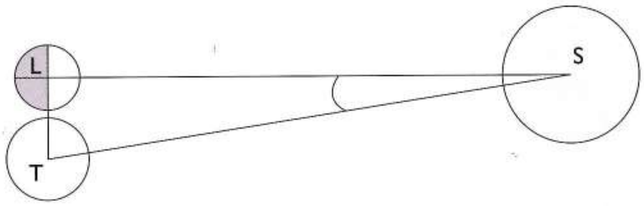
Ana Paula Figueiredo Silva, Escola Secundária da Amora

Qual o astro mais distante da Terra: O Sol ou a Lua?

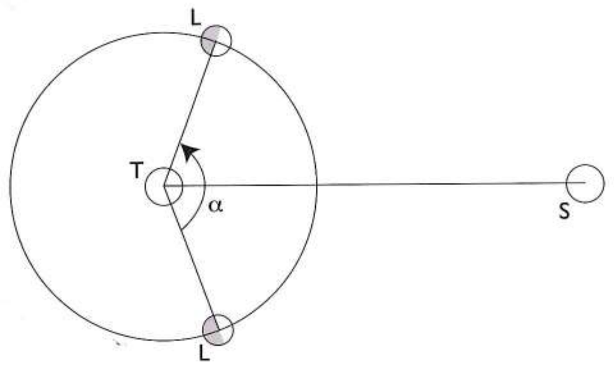
Sabes que há mais de 2200 anos o Homem já sabia responder à interrogação *Qual o astro mais distante da Terra: O Sol ou a Lua?*

Mas, afinal, quantas vezes, está o Sol mais distante da Terra do que a Lua? A resposta a esta questão foi objecto de pesquisa para Aristarco de Samos, um sábio grego, do século IIII a.C. Para tal, Aristarco relacionou as medidas dos ângulos e dos lados do triângulo formado pelo Sol, pela Terra e pela Lua. As medições astronómicas necessárias foram efectuadas no momento em que o disco lunar se apresenta, para um observador terrestre, com uma metade iluminada e a outra metade escura, isto é, quando a Lua se apresenta em Quarto Crescente ou em Quarto Minguante.

1. O esquema representa o Sol (S), a Terra (T) e a Lua (L) na situação descrita. Tal como Aristarco, observa que o triângulo TLS é rectângulo e indica qual é o ângulo recto.



2. Quanto achas que medirá o ângulo LTS? Será grande ou pequeno? Indica uma estimativa, em graus, para esta medida.
3. Os instrumentos de medição que Aristarco dispunha não eram muito precisos, sendo difícil determinar com exactidão o ângulo LTS.
   Aristarco sabia, no entanto, que o tempo gasto pela Lua, quando esta se deslocava, para completar uma volta em torno da Terra (o ciclo lunar) era 29,5 dias e que o tempo que a Lua demorava a passar de Quarto Minguante a Quarto Crescente era de 14,25 dias.
   Com estes dados, admitindo que a Lua se move a uma velocidade uniforme na sua órbita, e que os ângulos (α) descritos pelo raio TL são directamente proporcionais aos tempos gastos nos deslocamentos correspondentes, encontra o valor de Aristarco para a medida do ângulo STL. Compara o valor encontrado com a tua estimativa.



4. Aristarco verificou que o valor da razão TS/TL estava compreendido entre 19 e 20, ou seja que a distância da Terra ao Sol seria cerca de dezanove vezes a distância da Terra à Lua. Com a ajuda da trigonometria e do valor do ângulo STL encontrado (87°) comprova os cálculos efectuados por Aristarco.
5. Como já foi referido, os instrumentos de medição que Aristarco dispunha eram rudimentares. O valor que obteve para o ângulo STL, 87°, provocou um erro enorme visto que a distância da Terra ao Sol é cerca de 382 vezes a distância da Terra à Lua, em vez de 19. Mas o raciocínio e o processo de cálculo estavam correctos. A partir destes dados, confirma que o ângulo STL está, na realidade, próximo de 89,85°, isto é, 89°51'.

Aulas de substituição . . . porque não?

Recentemente, os jornais e a televisão não se cansaram de mostrar manifestações de desagrado dos nossos alunos, em vários pontos do país, pela existência das aulas de substituição nas suas escolas. Em Lisboa, concentraram-se em frente do Ministério da Educação e, entre insultos e apupos à Ministra da Educação, deram largas à sua revolta. Junto ao Ministério da Educação, no mesmo dia, os professores faziam uma vigília, também ela manifestação de descontentamento, pelo decurso das negociações sobre o estatuto da carreira docente.

O aparente reforço dado pelos alunos ao descontentamento dos professores em nada os ajudou. Na verdade, a primeira pergunta que esta polémica suscita, é se há assim tantos professores que faltam para haver necessidade de tantas aulas de substituição. Também, se os alunos contestam tanto o conteúdo destas aulas, referindo-se a elas como inúteis, põem em causa a qualidade do trabalho desenvolvido, neste domínio, pelos professores.

Por outro lado, é conhecido também o desagrado de alguns professores em relação a esta medida, defendendo que os alunos precisam de tempos de lazer, que têm um currículo muito apertado, que passam muitas horas na sala de aula, o que justifica a irrequietude, a desconcentração e a hiperactividade de alguns e que, portanto, estes "furos" lhes seriam benéficos. Mas esta solução, também não nos parece uma solução do problema. Se o problema é o currículo apertado dos alunos, ataque-se o currículo.

Se concordarmos que faz parte dos deveres da escola preocupar-se com os tempos vazios dos seus alunos, quando deviam estar em tempo de aulas, os professores que nela trabalham têm de oferecer alternativas para cobrir as suas eventuais faltas e as dos seus colegas. Trata-se da partilha de uma dinâmica de responsabilidade que deve ser transmitida aos alunos e à comunidade e que passa por uma organização interna da escola.

Porém, o desconforto de alguns professores ao terem de assumir estas aulas tem justificações compreensíveis que têm de ser tidas em conta. A má vontade que alguns alunos manifestam na ocupação dos seus "furos", traduzida, muitas vezes, numa indisciplina difícil de controlar e na recusa sistemática das tarefas propostas, aliada ao facto de o professor poder ter uma especialidade diferente da do colega que faltou, tornam esta parte da componente não lectiva difícil de gerir. Mas estas dificuldades não podem justificar que se ocupem os alunos com tarefas de entretenimento, como jogos de cartas, ou outras sem objectivos educativos claros.

Se, por razões várias, a aula de substituição não puder dar continuidade ao trabalho do professor que falta, ela pode ser sempre um espaço onde se desenvolvem competências de estudo e de formação cívica ao alcance de qualquer professor.

Pensamos que é necessário ter flexibilidade para dar espaço aos alunos que quiserem, por exemplo, estudar em conjunto, realizar trabalhos em curso, pesquisar temas ou tirar dúvidas uns com os outros. Deste modo, poder-se-á alargar a concepção da escola a um local onde as "stôras" não têm como única função "dar as matérias", nem os alunos a única função de as receber.

As aulas de substituição, sendo um recurso com cariz esporádico, têm que ser sentidas pelos alunos, e também pelos professores, como um espaço de trabalho em que todos se devem empenhar, num sentido de co-responsabilização, para que sejam tempos úteis.

Mª José Bóia
Alice Carvalho

Alunos saem à rua num protesto convocado por SMS e Net contra aulas de substituição

JS diz que Fenprof esteve por trás da manifestação em Lisboa

DANIEL ROCHA

Algumas centenas de jovens concentraram-se ontem em frente ao Ministério da Educação

A mensagem foi sobretudo passada por sms (mensagem escrita de telemóvel) e por messenger (sistema de conversação na Internet). Apelava à greve às aulas de substituição, tornadas obrigatórias este ano também no ensino secundário, com o objectivo de pôr fim aos furos escolares, e pedia a quem a recebesse que a reenviasse aos colegas.

"Passa este sms a todos estudantes k conheces. vams fazr com k est sms paxe por Portugal inteiro...", lia-se no telemóvel de Pedro, um dos cerca de 400 alunos que ontem de manhã se concentraram em frente ao Ministério da Educação (ME), em Lisboa. Entre insultos e palavras de ordem contra a ministra da Educação, Maria de Lurdes Rodrigues, davam conta da sua revolta contra as aulas de substituição, em que "não se faz nada", "joga-se à forca e aos países" e onde os "'stôres' estão contra vontade".

Em várias cidades do país, mais algumas centenas de alunos responderam ao apelo, faltando às aulas e manifestando-se nas ruas. Na região de Lisboa, pelo menos duas escolas – Fonseca Benevides e Secundária da Pontinha – foram fechadas a cadeado pelos alunos. Na escola básica dos 2.º e 3.º ciclos Gonçalves Crespo, também na Pontinha, os estudantes impediram a entrada dos professores e a polícia teve de intervir, relata a Lusa. Um estudante de 15 anos agrediu a pontapé um agente da PSP.

"É tempo que podíamos aproveitar para estudar na biblioteca em vez de estarmos com uma 'stôra' que não sabe nada da matéria que devíamos estar a dar", explicavam duas alunas que participavam pela primeira vez numa manifestação em frente ao ME. "Estamos no secundário, não no infantário", lia-se num cartaz.

'Tentativa de perturbação'

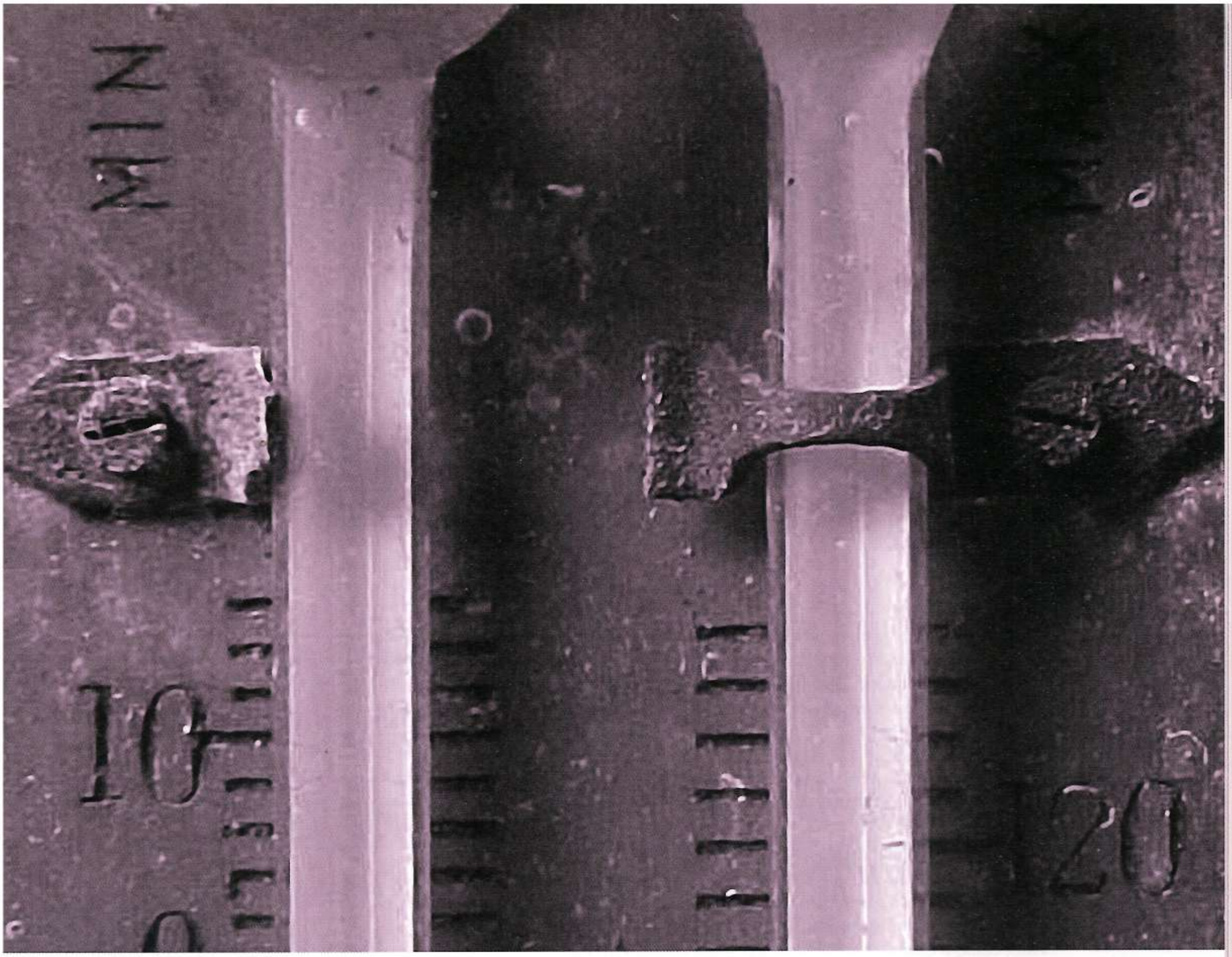
Os exemplos do que consideram uma situação sem "qualquer fundamento" sucediam-se. "No outro dia a professora de Matemática foi substituída por uma de francês. E nós não temos francês!", continua Filipe Torrão, aluno do 12.º da Secundária Ferreira Dias, no Cacém. "Outras vezes são substituídos por professores do 7.º e do 8.º ano. Uma disse no outro dia que não fazia sentido nenhum estar ali. Que apenas se estava a desgastar. A culpa nem é deles [professores]. É da ministra, que tomou esta medida sem arranjar condições", defendia Susana, 17 anos.

Em declarações à Lusa, o secretário de Estado Adjunto e da Educação, Jorge Pedreira, estranhou "a coincidência óbvia" entre os protestos dos alunos e o arranque da negociação suplementar relativa ao Estatuto da Carreira Docente (ECD). "Queria registar, e ao mesmo tempo lamentar, que haja esta tentativa de perturbação da vida normal das escolas, por coincidência no mesmo dia em que retomamos a negociação sobre o ECD."

Sem ambiguidades e em comunicado, a Juventude Socialista acusou a Fenprof de "tentar compensar o fracasso da vigília dos professores em frente ao ME com uma manifestação de estudantes do ensino secundário".

Jorge Pedreira aconselhou ainda os alunos a apresentarem as suas queixas junto dos conselhos executivos. A tutela "dará todo o apoio para a resolução desses problemas", garantiu. ■ ISABEL LEIRIA

In Público, 17 de Novembro de 2006.



Função modular e escalas termométricas uma proposta de interdisciplinaridade

José Luiz Pastore Mello

Introdução

A relação entre a temperatura na escala termométrica Fahrenheit (T_F) e a temperatura na escala Celsius (T_C) é a dada pela função afim

$$T_C = \frac{T_F - 32}{1,8}.$$

Essa função pode ser facilmente deduzida a partir dos pares ordenados (T_F,T_C) correspondentes às temperaturas de fusão do gelo e de ebulição da água à pressão normal. Esses pares são, respectivamente, (32,0) e (212,100), sendo que a unidade da escala Celsius é representada por °C, e a da escala Fahrenheit por °F.

Devido ao fato da escala Fahrenheit se encontrar em uso corrente nos EUA, e aparecer nas especificações e características de muitos equipamentos, a fórmula de conversão Celsius-Fahrenheit é utilizada com alguma freqüência.

Se por um lado essa fórmula garante uma conversão precisa entre as escalas, por outro ela não é nada prática de ser manipulada através do cálculo mental, o que acaba dificultando a vida de quem viaja para países que utilizam a escala Fahrenheit. Até que o viajante perceba que a melhor estratégia para incorporar o padrão Fahrenheit é simplesmente abandonar sua memória recente da escala Celsius, muitas e muitas contas de conversão acabam sendo feitas.

A proposta deste artigo é a de analisar três fórmulas de conversão entre T_F e T_C que, ao favorecerem o cálculo men-

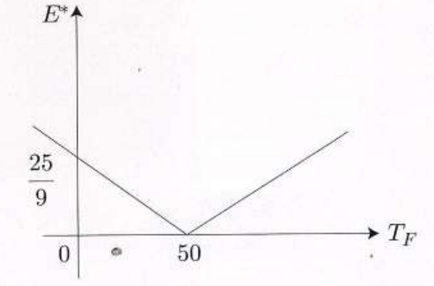


Figura 1.

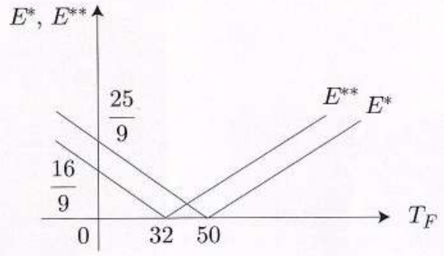


Figura 2.

tal, dispensam o recurso de uma conta armada ou da calculadora. É claro que esse benefício será conquistado ao custo de assumirmos pequenos erros em relação à conversão correta. Avaliaremos esses erros com auxílio do estudo da função modular.

Primeira fórmula:

$$T_C^* = \frac{T_F - 30}{2}$$

Essa fórmula favorece o cálculo mental porque temos apenas que subtrair 30, que é um múltiplo de 10, de T_F e, em seguida, pegar a metade do resultado. Por exemplo, para $T_F = 77$, concluímos rapidamente que $T_C^* = 23{,}5$. Nesse caso, como o cálculo correto seria $T_C = 25$, cometemos um erro de $-1{,}5$°C. Para $T_F = 35{,}6$, temos $T_C^* = 2{,}8$ e $T_C = 2$, o que indica um erro de $+0{,}8$°C.

Uma vez que erros de superestimativa ou de subestimativa da temperatura são desvios da diferença $T_C - T_C^*$ em relação a zero, seja a diferença positiva ou negativa, então é mais adequado que olhemos para o erro absoluto $|T_C - T_C^*|$. Comparando o erro absoluto nos exemplos anteriores, percebemos que a fórmula T_C^* comete um erro menor para a temperatura 35,6°F do que para 77°F. O comportamento do erro absoluto, que chamaremos de E^*, em função de T_F, pode ser assim deduzido:

$$E^* = \left|\frac{T_F - 32}{1,8} - \frac{T_F - 30}{2}\right| \to E^* = \left|\frac{-10 + 0,2T_F}{3,6}\right|,$$

cujo gráfico está indicado na figura 1.

Para a temperatura de 50°F, que equivale à 10°C, não cometeremos erro algum ao usar T_C^* no lugar de T_C e, para temperaturas próximas desse valor, o erro cometido será pequeno.

Segunda fórmula:

$$T_C^{**} = \frac{T_F - 32}{2}$$

Essa fórmula também favorece o cálculo mental porque trabalha com a divisão por 2, em vez de 1,8, que seria o correto na fórmula T_C. O erro E^{**} cometido por essa nova fórmula é dado por:

$$E^{**} = \left|\frac{T_F - 32}{1,8} - \frac{T_F - 32}{2}\right| \to E^{**} = \left|\frac{-6,4 + 0,2T_F}{3,6}\right|$$

A figura 2 indica os gráficos de E^* e E^{**} em um mesmo plano cartesiano.

Os gráficos das funções E^* e E^{**} diferem apenas por uma translação.

Observe que E^{**} é zero para $T_F = 32$ (equivalente a 0°C), e pequeno para temperaturas próximas a 32°F.

Além de comparar E^* com E^{**} através dos gráficos, podemos trabalhar também com equações e inequações modulares associadas à situações com significado concreto, como por exemplo:

a) Qual é a temperatura, em Fahrenheit, em que ambas as fórmulas cometem o mesmo erro? (resolve-se a equação modular $E^* = E^{**}$)

b) Quando a primeira fórmula comete um erro menor do que a segunda? (resolve-se a inequação modular $E^* < E^{**}$)

c) Determine a condição para que a primeira fórmula não cometa erros superiores a 1°C. (resolve-se a inequação modular $E^* \leq 1$)

d) Determine os erros que cometeríamos com cada uma das fórmulas no estado de zero absoluto (o zero absoluto é a temperatura mais baixa que se pode atingir, correspondendo ao estado térmico em que as moléculas estão em repouso: aproximadamente -273°C).

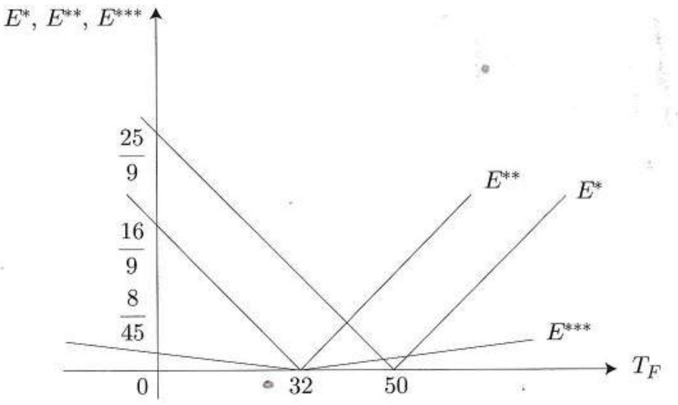


Figura 3.

Sabendo que $E^* < E^{**}$ para $T_F > 41$ (ou $T_C > 5$), e que $E^* > E^{**}$ para $T_F < 41$ (ou $T_C < 5$), sugerimos a seguinte estratégia de escolha entre essas fórmulas em viagens para países de clima temperado que usem a escala Fahrenheit, como por exemplo os EUA: T_C^* é mais adequada na primavera e no verão, onde as temperaturas provavelmente são superiores a 5°C, ao passo que T_C^{**} é mais adequada no outono e no inverno, quando as temperaturas são inferiores a 5°C.

Terceira fórmula:

$$T_C^{***} = \frac{T_F - 32}{2} + 10\% \text{ de } \frac{T_F - 32}{2}$$

A terceira fórmula difere da segunda pelo acréscimo de 10%, o que não compromete significativamente o cálculo mental, já que essa é uma porcentagem simples de calcular.

Apesar de menos prática do que as duas anteriores, a terceira fórmula sempre apresenta aproximação melhor ou igual àquela obtidas por T_C^{**}. Comparando-a com T_C^*, as aproximações obtidas por T_C^{***} só comentem erros maiores em um pequeno intervalo numérico nos arredores de 50°F.

O erro E^{***}, associado ao cálculo de T_C^{***} no lugar de T_C, será dado por:

$$E^{***} = \left| \frac{T_F - 32}{1,8} - 1,1 \cdot \left(\frac{T_F - 32}{2} \right) \right| \rightarrow$$

$$\rightarrow E^{***} = \left| \frac{-0,64 + 0,02T_f}{3,6} \right|.$$

A figura 3 indica os gráficos das funções modulares E^*, E^{**} e E^{***}.

Uma justificativa bastante simples para o fato de T_C^{***} ser uma excelente aproximação para T_C pode ser dada através da seguinte manipulação algébrica:

$$T_C^{***} = 1,1 \cdot \frac{T_F - 32}{2} \rightarrow T_C^{***} = \frac{T_F - 32}{\frac{2}{1,1}} \rightarrow$$

$$\rightarrow T_C^{***} = \frac{T_F - 32}{1,8181\ldots} \approx T_C = \frac{T_F - 32}{1,8}$$

Observando os gráficos da figura 3, e resolvendo a equação modular $E^{***} = E^*$, é fácil verificar que $E^{***} \leq E^{**}$ para qualquer valor de T_F, e que teremos $E^{***} > E^*$ apenas para

$$\frac{532}{11} < T_F < 52,$$

o que corresponde, aproximadamente, ao intervalo entre as temperaturas 9,1°C e 11,1°C. Em relação à esse intervalo, deixo por conta do leitor a verificação de que E^{***} será muito pequeno, variando entre 1/11°C e 1/9°C, e de que o maior erro cometido por E^{***} em relação a E^* será de 0,1°C.

Conclusão

Em viagens para os EUA, se você quiser evitar a fórmula prática T_C^{***} para não ter que calcular porcentagens mentalmente, então use as fórmulas práticas T_C^* na primavera e no verão, e T_C^{**} no outono e no inverno.

Se o cálculo mental com uma porcentagem de 10% não lhe incomoda, então, utilize sempre a fórmula T_C^{***}. Além dela cometer um erro menor ou igual ao cometido por T_C^{**}, só cometerá erros maiores do que os cometidos por T_C^* para temperaturas em torno de 9,1°C à 11,1°C. Nesse intervalo, a maior diferença $E^{***} - E^*$ será de 0,1°C, o que não compromete o uso de T_C^{***} no lugar de T_C^*.

José Luiz Pastore Mello, Colégio Santa Cruz, Brasil

O Moodle

Neste momento o que está na ordem do dia, em termos de tecnologias é a utilização de plataformas no ensino. Encontram-se plataformas de todos os tipos, umas mais potentes do que outras, umas de utilização mais simples do que outras mas quase todas com o mesmo tipo de funcionalidades disponíveis. O Moodle foi a plataforma *eleita* pela CRIE-Ministério da Educação. Os motivos são vários mas creio que os principais têm a ver com o facto de ser bastante amigável e de não ter custos. A CRIE está a promover a sua utilização e, como tal, todas as actividades que dinamiza *passam* por essa plataforma.

O grande impulso foi dado com a realização das oficinas de Formação.

Este ano a formação na área das Tecnologias foi da responsabilidade da CRIE e traduziu-se na realização de Oficinas de Formação de formadores maioritariamente nos Centros de Competência e de Oficinas de Formação de professores realizadas nos Centros de Formação e abrangendo quatro áreas de intervenção:

- Animação e dinamização de projectos TIC nas Escolas
- A utilização das TIC nos processos de ensino e aprendizagem
- Factores de liderança na integração das TIC nas escolas
- Utilização das TIC em contextos inter e transdisciplinares

Toda esta formação teve suporte no Moodle e consequentemente os professores começaram a utilizá-lo nas suas disciplinas. Os Centros de Competência continuam a disponibilizar instalações para as Escolas e Agrupamentos que assim o solicitem.

Muitas das escolas que concorreram à Iniciativa Escolas, Professores e Computadores Portáteis têm nos seus objectivos recorrer a esta plataforma para implementação dos projectos.

Alguns colegas mais afastados desta *onda* várias vezes me perguntam o que é isso do Moodle, para que serve, porque é que agora nas escolas só se fala disso.

No *site* da Comunidade Moodle Portuguesa diz-se que: *O Moodle é um software para produzir e gerir actividades educacionais baseadas na Internet e/ou em redes locais. É um projecto de desenvolvimento contínuo projectado para apoiar o social-construtivismo educacional. Conjuga um sistema de administração de actividades educacionais com um pacote de software desenhado para ajudar os educadores a obter um alto padrão de qualidade nas actividades educacionais on-line que desenvolvem.*

Os professores recorrem à plataforma para fazerem a gestão das suas turmas, para colocarem *on-line* notícias, materiais e recursos para as suas aulas e para organizarem foruns de discussão com temas específicos.

Como qualquer plataforma normalmente é gerida por um administrador, o trabalho organiza-se com as chamadas *disciplinas* que podem estar acessíveis a todos ou apenas a utilizadores registados. É possível definir vários níveis de acesso.

É uma plataforma de *e-learning* que pode ser utilizada não só no ensino a distância como para apoio a sessões presenciais.

Existem na Internet inúmeros *sites* sobre o Moodle com documentação interessante e útil para quem quer iniciar o trabalho com esta plataforma.

Parece-me um ponto positivo da parte da CRIE tentar incentivar a utilização de uma plataforma comum nas escolas, para maior facilidade de troca de materiais, experiências e contactos. Depois de algumas tentativas mais ou menos falhadas com outras plataformas, parece que o Moodle será para as Escolas a plataforma, não direi do futuro, nunca se pode dizer isso em tecnologia, mas pelo menos destes tempos mais próximos.

Navegando na Internet

moodle

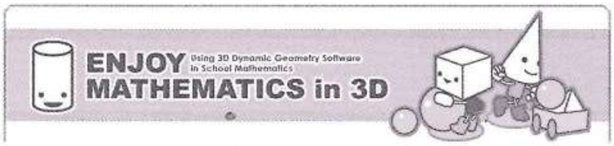
`http://moodle.org/`

Este é o *site* oficial do Moodle. A partir daí pode fazer o *download* da plataforma. Encontra muita documentação para quem pretende a iniciar-se neste trabalho e se quiser pode integrar a comunidade Moodle que já tem mais de 150.000 utilizadores registados em mais de 160 países.

Existe naturalmente a comunidade Moodle portuguesa cujo *site* se encontra em

`http://web.educom.pt/moodlept/`

Também pode fazer a sua iniciação ao Moodle a partir desta página. Tem muito material escrito de uma forma simples e acessível que lhe permitirá dar os primeiros passos neste assunto.



http://www.schoolmath3d.org/e/index.htm
Para quem trabalha com geometria no espaço este *site* japonês apresenta muitas ideias de trabalho. Os pequenos textos dos vídeos estão em japonês, mas tudo o resto está em inglês. Tem uma entrada para professores, com actividades, planos de aula, folhas de trabalho, sugestões e o que se espera dos alunos e uma outra dedicada aos alunos com as actividades acompanhadas de ficheiros em Cabri 3D e em flash.

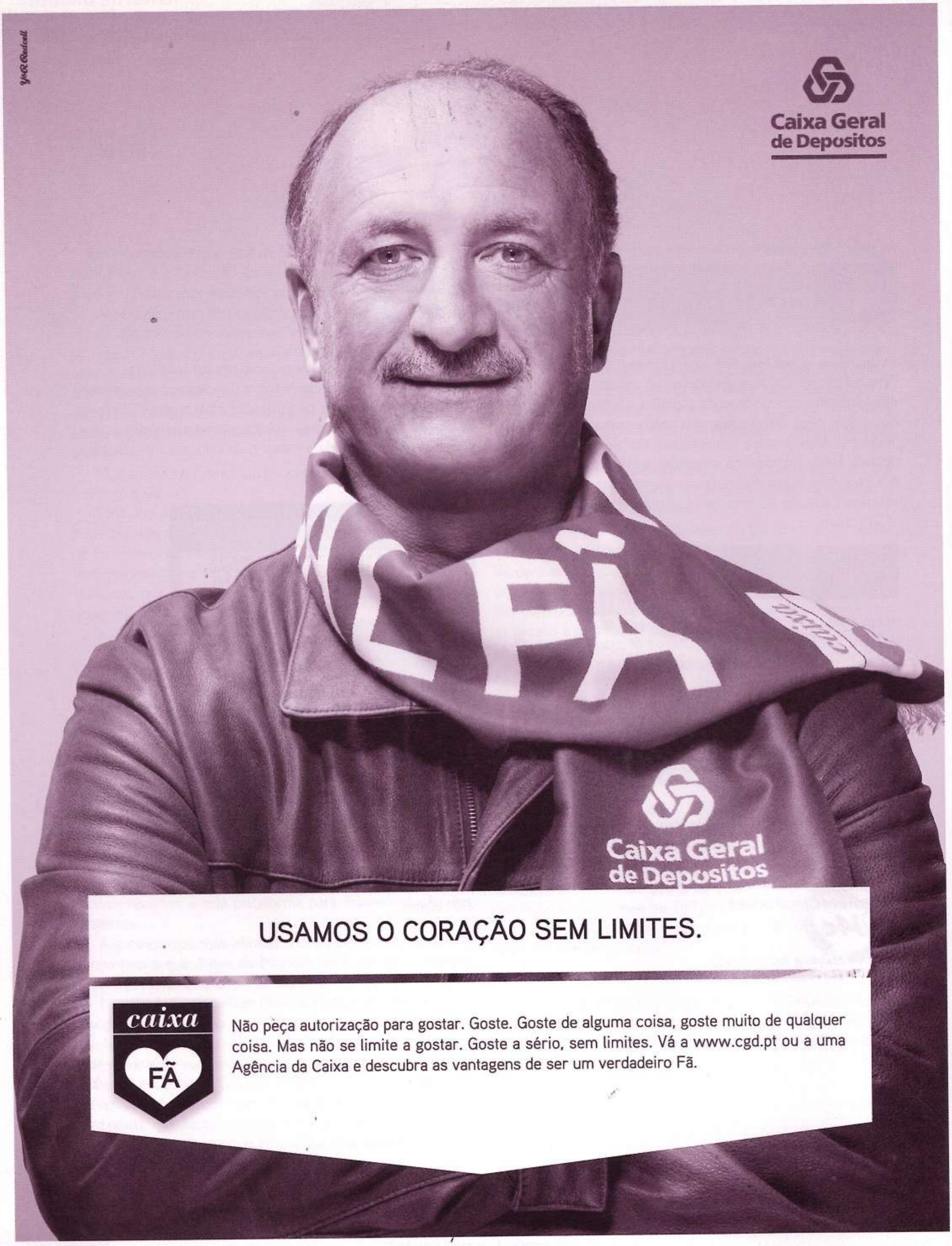
http://www.fractalartcontests.com/2006/
Imagens fantásticas do concurso *Benoit Mandelbrot Fractal Art*, realizado no International Congress of Mathematics 2006 que este ano teve lugar em Madrid.

http://ajudasticeb1.do.sapo.pt/
Actividades simples especialmente dedicadas ao 1° Ciclo.

http://www.internet4classrooms.com/math.htm
Porta de entrada para imensos *sites* com actividades para realizar *on-line* para diferentes níveis de ensino.

http://www.matematicahoje.com.br/default.asp
Site bastante completo de Antonio J. Lopes que é professor-pesquisador do Centro de Educação Matemática (CEM) no Brasil. No *site* encontram-se artigos, actividades, entrevistas e recursos na área da Matemática e da Educação Matemática, não esquecendo a história.

http://web.ukonline.co.uk/home52365/bcalc.htm
Tem necessidade de efectuar cálculos com grande precisão? Então visite este *site* e encontrará uma calculadora *on-line* que efectua operações com resultados que podem ir até aos 5000 dígitos.

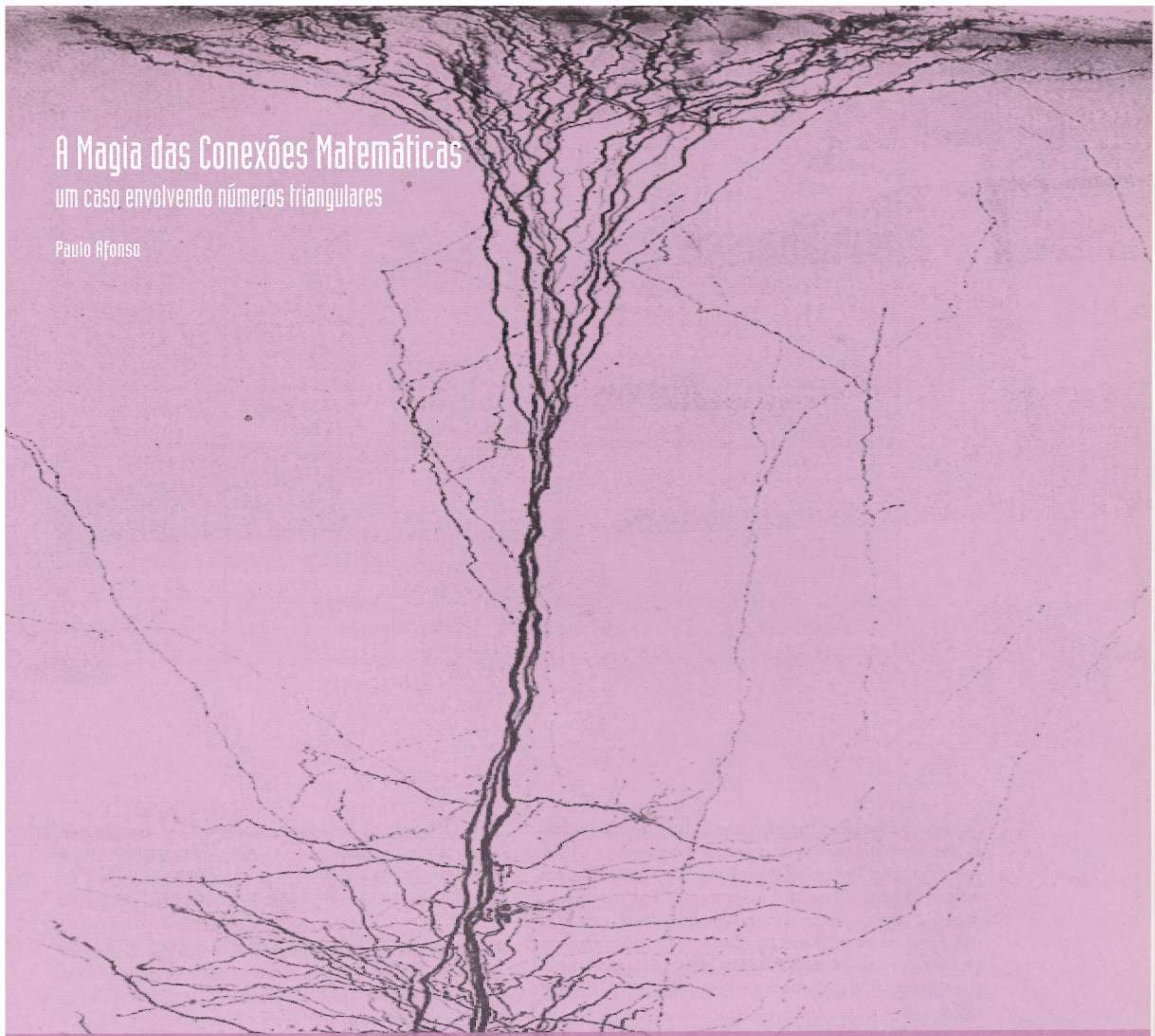


Caixa Geral de Depositos
FÃ
caixa
Caixa Geral de Depositos
USAMOS O CORAÇÃO SEM LIMITES.
caixa
FÃ
Não peça autorização para gostar. Goste. Goste de alguma coisa, goste muito de qualquer coisa. Mas não se limite a gostar. Goste a sério, sem limites. Vá a www.cgd.pt ou a uma Agência da Caixa e descubra as vantagens de ser um verdadeiro Fã.

A Magia das Conexões Matemáticas

um caso envolvendo números triangulares

Paulo Afonso



Relevância das conexões matemáticas

O tema das conexões matemáticas é explicitamente assinalado pelo documento americano *Standards* do *National Council of Teachers of Mathematics*, traduzido para língua portuguesa pela APM e IIE em 1991. Para cada conjunto de ciclos de escolaridade (K-4, 5-8 e 9-12), esta associação de professores encara este tema como sendo uma das mais de dez normas básicas consideradas para o ensino e aprendizagem da Matemática. A sua justificação assenta no pressuposto de que se o ensino-aprendizagem da Matemática enfatizar a inter-relação das ideias matemáticas, leva a que os alunos não aprendam somente Matemática, mas aprendam, também, a reconhecer o seu sentido útil (NCTM, 2000). Assim, na Matemática dever-se-iam estabelecer ligações entre os aspectos conceptual e processual, bem como entre os diferentes tópicos programáticos a considerar, para além da ligação da Matemática a outras áreas do currículo ou a vários aspectos da vida quotidiana dos alunos.

Esta associação americana salienta que "só um vasto contacto com tópicos integrados poderá proporcionar uma melhor retenção dos conceitos e destrezas ensinados" (APM e IIE, 1991, p. 42). Trata-se, pois, de uma visão contrária à concepção da Matemática como sendo um mero somatório de matérias avulsas, planeadas para serem ensinadas em momentos perfeitamente delimitados no tempo e sem ligação entre si.

Como verdadeiros agentes do currículo, os professores deveriam fazer um esforço para não ficarem reféns da estruturação segmentada do programa veiculado pelos manuais

<table>
<tr><th>Caixas vendidas</th><th>Total de mangas para vender</th><th>Total de mangas para cada grupo</th><th>Caixas de mangas do Brasil</th><th>Caixas de mangas do México</th></tr>
<tr><td rowspan="7">1 + 10</td><td rowspan="7">45</td><td rowspan="7">3 + 42
6 + 39
9 + 36
12 + 33
15 + 30
18 + 27
21 + 24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td>21 + 6 + 3</td></tr>
<tr><td>15 + 3</td><td>21 + 6</td></tr>
<tr><td>21</td><td>15 + 6 + 3</td></tr>
</table>

Tabela 1.

escolares adoptados. Tirando partido da sua visão holística do currículo, entenda-se programa da disciplina, e numa verdadeira gestão flexível do mesmo, os professores deveriam evidenciar o lado útil e abrangente dos conteúdos a trabalhar com os alunos. Aos professores caberá, pois, a tarefa de envolver os alunos na resolução de tarefas que impliquem o estabelecer de relações entre os conceitos e os procedimentos matemáticos (APM e IIE, 1994; NCTM, 2000).

Nesta tarefa, a temática da resolução de problemas pode assumir uma importância considerável. Para além da motivação inicial que consegue impor, consubstancia-se num contexto de aprendizagem desafiador, propício a que a Matemática possa ser encarada como sendo um tipo de actividade mental, onde a construção do conhecimento social implica conjecturas, provas e refutações e em que a validade dos resultados carece de avaliação (Thompson, 1992).

Exploração de várias conexões matemáticas a partir de uma simples situação do quotidiano que tira partido dos primeiros valores da sequência de números triangulares

"Imagine-se que na secção de frutas de uma grande superfície comercial existiam caixas contendo mangas, sendo algumas provenientes do Brasil e outras provenientes do México. Se se contarem as mangas existentes em cada caixa, o cenário é o seguinte: numa caixa há apenas 1 manga; noutra caixa há 3 mangas; numa terceira caixa há 6 mangas; outra contém 10 mangas; numa quinta caixa há 15 mangas e, por fim, noutra caixa há 21 mangas."

Face à situação exposta, o número de frutos envolvidos permite que se desafiem os alunos com um conjunto de questões que os pode envolver na realização de pequenas investigações matemáticas:

1 — Pode-se dizer que há tantas mangas de um país como do outro. Será verdade?

2 — Se se vender uma caixa de mangas, as restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica que já não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida?

3 — Se se venderem duas caixas de mangas, as restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica, uma vez mais, que não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida? Será que há mais do que uma possibilidade de resposta?

4 — Se se venderem três das seis caixas de mangas, as

Caixas vendidas	Total de mangas para vender	Total de mangas para cada grupo	Caixas de mangas do Brasil	Caixas de mangas do México
1 + 3	52	25 + 27	15 + 10	21 + 6
1 + 6	49			
1 + 10	45			
1 + 15	40	19 + 21	10 + 6 + 3	21
1 + 21	34	16 + 18	10 + 6	15 + 3
3 + 6	47			
3 + 10	43			
3 + 15	38	18 + 20		
3 + 21	32	15 + 17	15	10 + 6 + 1
6 + 10	40	19 + 21	15 + 3 + 1	21
6 + 15	35			
6 + 21	29			
10 + 15	31			
10 + 21	25			
15 + 21	20	9 + 11	6 + 3	10 + 1

Tabela 2.

restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica, uma vez mais, que não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida?

5 — Se se vender uma única caixa de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais uma manga que o outro. Qual a caixa a ser vendida? Quantas são as possibilidades de resposta?

6 — Que reflexão pode ser feita acerca das mangas que restam, se se vender a caixa que contém as dez mangas? Poder-se-ão obter dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais duas mangas do que o outro? As caixas de mangas não vendidas poderão proporcionar mais do que um tipo de agrupamentos para se obter resposta a esta situação?

7 — Será que a caixa de dez mangas é a única que possibilita, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro?

8 — Haverá alguma caixa que possibilite, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais três mangas do que o outro?

9 — Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de sete? Haverá mais do que uma resposta?

10 — Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de três? Haverá mais do que uma resposta?

11 — Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro? Quantas possibilidades de resposta existem?

12 — Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, sendo ambos dois números quadrados? Quantas possibilidades de resposta existem?

13 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais uma manga que o outro. Quais as caixas a serem vendidas? Quantas são as possibilidades de resposta?

14 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais duas mangas que o outro. Quais as caixas a serem vendidas? Quantas são as possibilidades de resposta?

15 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes

mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles é a quarta parte do outro. Quais as caixas a serem vendidas?

16 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas, sendo ambos múltiplos de três e, ao mesmo tempo, também são potências de base três. Quais as caixas a serem vendidas?

Explorando dois dos casos

Dado que a resolução de todas as propostas de investigação implicaria tornar este artigo muito extenso, limito-me a expor a resolução de apenas duas delas. Por outro lado, a não inclusão das demais resoluções também pode contribuir para aumentar o desejo do leitor para tentar, por si mesmo, as suas resoluções, que poderão não coincidir exactamente com as que eu viesse a expor neste texto.

Sendo assim, começarei por debruçar-me sobre a proposta n° 10:

"Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de três? Haverá mais do que uma resposta?"

Uma eventual boa conjectura inicial para se tentar resolver esta proposta de investigação é a de procurarmos um valor de mangas sobrante que também seja múltiplo de três, por ser a soma de dois múltiplos de três. Ora, isso só ocorre se as caixas a vender forem a de uma e de dez mangas. Resultaria um total de quarenta e cinco mangas para serem vendidas, o que permitia obter três respostas válidas: (a) 15 + 30, (b) 18 + 27 e, (c) 21 + 24, e excluir os quatro primeiros casos, como evidencia a tabela 1.

Explorando agora a proposta n° 11:

"Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro? Quantas possibilidades de resposta existem?"

Uma primeira abordagem a esta proposta de investigação poderia ser por via da estratégia da tentativa e erro. Contudo, usando-se um procedimento mais sistemático, devemos ter em conta que as duas caixas a vender terão que ser tais que permitam que, subtraindo o valor 2 ao total de mangas por vender, se obtenha um número par. Isto implica que apliquemos a expressão: "$x + (x + 2)$" ou "$2x + 2$" a cada valor par sobrante (ver tabela 2).

Esta proposta de investigação possibilita, pois, seis respostas válidas, pois poder-se-iam vender as caixas contendo: (a) 1 e 3 mangas; (b) 1 e 15 mangas; (c) 1 e 21 mangas; (d) 3 e 21 mangas, (e) 6 e 10 mangas ou, (f) 15 e 21 mangas.

Estes são apenas duas possíveis resoluções para estas duas propostas de investigação. Dada a riqueza das múltiplas resoluções que cada uma das restantes também permite, estou certo que após a resolução de cada um destes dezasseis desafios, os alunos terão contactado com vários conceitos matemáticos, como sejam: (a) múltiplos de um número; (b) números racionais representados sob a forma de fracção; (c) expressões numéricas; (d) equações; (e) potências; (f) números triangulares e, (g) números quadrados. Tratar-se-á, pois, de uma verdadeira aventura pelo mundo das conexões matemáticas!

A título de conclusão, gostaria de destacar que o caso que explanei a partir desta situação quotidiana, não é mais do que um exemplo ilustrativo, entre muitos outros, de como a Matemática pode ser vista como sendo um todo harmonioso, em que os conceitos podem ter interligação entre si. Aliás, a partir destes mesmos números triangulares poder-se-ia entrar numa nova conexão matemática, que seria com o triângulo de Pascal. Certamente que outras "magias matemáticas" poderiam ser exploradas!

É, pois, com exemplos como este que se conseguirá evidenciar que a Matemática pode desafiar o interesse e a curiosidade dos alunos, pois, quando trabalhada com ligação ao real e com os conceitos interligados entre si, ela não fica desprovida de sentido.

Bibliografia

APM e IIE (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics*. Lisboa: Autor.

APM e IIE (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática. Tradução portuguesa dos Professional Standards do National Council of Teachers of Mathematics*. Lisboa: Autor.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: Autor.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nova Iorque: Macmillan.

Paulo Afonso

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco

Os 20 anos da APM na Educação e Matemática

Manter a chama acesa

No âmbito das comemorações dos 20 anos da APM, fomos todos convidados a fazer uma reflexão sobre o que tem sido a APM e o que tem sido o seu trabalho, nos seus variados aspectos, nesta vida já recheada de muitas experiências.

Também nós, Núcleo de Viseu e na medida em que somos um dos núcleos mais velhinhos (já passaram quinze anos desde a nossa criação), gostaríamos de dar o nosso contributo, reflectindo essencialmente sobre o que tem sido o papel dos núcleos regionais e questionando também a importância dos encontros regionais para a vida associativa e para os professores de Matemática sócios ou não da APM.

Qual o papel dos núcleos da APM?

Sobre o que tem sido e o que poderá ser o papel dos núcleos da APM, nós entendemo-lo em três vertentes, todas com grande importância:

— Dinamização dos sócios e escolas da região

— Divulgação das ideias APM

— Participação na vida associativa

Quanto à dinamização de sócios e escolas da região, destacamos o seguinte conjunto de iniciativas em que nos temos envolvido nestes quinze anos: i) a realização de encontros regionais; ii) a formação de professores de curta e de longa duração (com o apoio do Centro de Formação da APM); iii) a criação de grupos de trabalho de desenvolvimento curricular; iv) a dinamização de iniciativas dirigidas às escolas e aos alunos; v) a participação em encontros, projectos e grupos de trabalho nacionais.

Durante estes anos, já desenvolvemos iniciativas em todas estas áreas, nunca todas em simultâneo, sendo algumas mais importantes do que outras, conforme as épocas, dependendo, de certa forma, do interesse e do envolvimento que vão despertando nos sócios mais activos da região. Por exemplo, a realização de encontros regionais foi decisiva para a criação do núcleo e para os primeiros passos do trabalho associativo na região, não tendo actualmente um grande peso na nossa actividade.

Noutros momentos, a criação de grupos de trabalho de desenvolvimento curricular, nomeadamente sobre Geometria no Espaço, Calculadoras Gráficas, construção de baús tendo por base materiais manipuláveis, tiveram também um papel muito importante, agregando um razoável número de sócios em torno da associação, discutindo e reflectindo sobre as suas práticas lectivas e construindo tarefas de aprendizagem para utilizar em sala de aula e para dar a conhecer a outros professores nos encontros regionais e nacionais.

Hoje em dia, temos dado uma grande importância à formação de professores de curta e de longa duração, em colaboração com o Centro de Formação da APM, tendo oferecido, todos os anos, aos professores de Matemática do nosso distrito e de todos os graus de ensino, desde o Ensino Pré-Escolar ao Ensino Superior, um conjunto razoável de acções de formação que tem sido do agrado de um grande número de participantes.

Nestes últimos anos temos, também, investido bastante na participação em encontros, projectos e grupos de trabalho nacionais. Muito do nosso esforço na APM tem passado pela participação no ProfMat e em Encontros Regionais de outras regiões, dinamizando, sessões práticas, comunicações, conferências e cursos. Envolvemo-nos também na Organização do ProfMat2002 e no Matemática e Jogo em 2004, com a exposição e a brochura Jogos do Mundo. Temos ainda participado activamente, em parceria com outras instituições, na organização do Campeonato Nacional de Jogos e temos elementos do núcleo, ou já tivemos, em quase todos os grupos de trabalho nacionais da APM.

Apesar de termos consciência de que o tempo não tem dado para implementarmos vários outros projectos que gostaríamos de desenvolver, pensamos que este conjunto de iniciativas justifica plenamente a importância dos núcleos regionais na vida da Associação e pode dar ideias e entusiasmar os sócios de outras regiões a associarem-se e a desenvolverem trabalho à volta da APM, como aconteceu, aliás, recentemente com o Núcleo de Tomar.

No que se refere à divulgação das ideias APM, muito do nosso trabalho tem tido a ver com a dinamização da nossa sede. A Câmara Municipal de Viseu cedeu-nos uma escola básica do 1° Ciclo desactivada, que tem sido muito importante para o desenvolvimento das nossas iniciativas. Para além da formação de professores que lá desenvolvemos, disponibilizamos, a todos os professores do distrito, as publicações e os materiais da APM, tanto para venda, como para empréstimo. O nosso Centro de Recursos está apetrechado com um conjunto bastante diversificado e completo de publicações, de materiais e de jogos, que pode ser (e tem sido muito) requisitado pelos professores e pelas escolas da nossa região, nas horas de permanência que, voluntária e rotativamente, vamos disponibilizando. Do Centro de Recursos destacamos, em especial, as três exposições de materiais manipulativos que andam sempre a rodar pelas escolas e que obrigam a um trabalho contínuo de manutenção nas nossas (poucas) horas vagas.

Em termos de divulgação, é também importante referir a nossa página na Internet `http://www.apm.pt/nucleos/viseu/`, sempre bastante actualizada, bem como a lista *info.apmviseu,* na qual fazemos a divulgação de todos os eventos que consideramos interessantes para os professores do distrito, havendo ainda a acrescentar as notícias no APMinformação e o nosso Boletim do Núcleo que tem saído com a regularidade possível.

Como se pode perceber, muito do nosso trabalho é também desenvolvido à volta das questões de divulgação da APM. É um trabalho que tem exigido grande empenho e persistência, uma vez que, para que alguns destes *serviços* funcionem com alguma qualidade e regularidade, dependemos, em exclusivo, do trabalho voluntário dos sócios mais activos da região.

Em termos da participação na vida associativa, há a destacar que vários elementos do nosso núcleo já pertenceram às várias estruturas associativas da APM, desde a Direcção da Associação à Mesa da Assembleia Geral. Actualmente, há também um elemento do núcleo que faz parte da Comissão Pedagógica do Centro de Formação da APM.

Ainda no que se refere à vida associativa, há a salientar o trabalho que é necessário desenvolver para conseguir a independência económica do núcleo, recorrendo a pedidos de subsídios locais ou nacionais e esforçando-nos por conseguir uma gestão equilibrada dos nossos recursos, nomeadamente através da contenção das despesas e de alguma imaginação, de modo a que surjam algumas receitas na nossa sede.

Há ainda a referir o trabalho que temos desenvolvido no que se refere à angariação de novos sócios e actualização das quotizações, embora tenhamos consciência que este tem sido um aspecto pouco conseguido, pelo que pensamos ser uma área a melhorar e a aprender com outros sectores ou núcleos da APM.

Encontros Regionais, para quê?

Os Encontros Regionais da APM constituem, sem dúvida, momentos privilegiados para, por um lado, promover a divulgação da Associação e, por outro, dar visibilidade ao trabalho desenvolvido pelos respectivos núcleos.

Para os professores que não vão ao ProfMat, é indiscutível que os Encontros Regionais são um espaço importantíssimo para o contacto com ideias novas em Educação Matemática, através dos variados oradores e dinamizadores das conferências e das sessões práticas. É de referir também que é nos encontros, que os professores tomam conhecimento com as publicações mais recentes, na banca da APM e através das bancas das editoras que muitas vezes se fazem representar.

Do ponto de vista económico, possivelmente não o mais importante, os Encontros Regionais são a principal regalia do sócio que não vai ao ProfMat, podendo ser considerados uma forte motivação para os sócios terem o pagamento das quotas actualizado. No entanto, também constatamos que, nos Encontros que realizámos até ao momento, foram poucos os professores que aproveitaram essa oportunidade para pagarem as suas quotas de modo a regularizarem a sua situação como sócios.

Ainda do ponto de vista económico, a realização dos Encontros Regionais é uma fonte de receita importante para os núcleos, permitindo-lhes a sua subsistência económica durante o resto do ano, custeando todas as outras actividades que desenvolvem.

No entanto, há algumas questões que se podem levantar sobre os Encontros Regionais e sobre a sua importância para os professores que neles participam: Terão realmente algum impacto nas suas práticas lectivas? Fomentarão o trabalho colaborativo entre os professores? Serão somente um momento de convívio? Terão algum reflexo na vida associativa?

É difícil dar resposta a estas questões com segurança, mas podemos reflectir sobre elas e tentar encontrar alternativas aos Encontros que temos realizado, pensando noutros formatos, talvez noutras datas, ou então conjugados com outras iniciativas, mais mobilizadoras, que possam ter realmente o impacto que desejamos no modo como os professores ensinam Matemática.

Ideias para o futuro ...

Pensamos que estas linhas que escrevemos sugerem algumas ideias daquilo que poderá ser o trabalho de um núcleo regional e de qual o seu papel na vida da APM.

Parece-nos poder afirmar que há já uma larga (e rica) experiência, de uma quinzena de anos, com um leque de ideias bastante diversificadas, percorrendo muito do que se pode fazer nas regiões, em articulação com todo o trabalho que se vai desenvolvendo na Associação, a nível nacional.

Será que o que estamos a precisar nos núcleos é de novas ideias, ou seja, de receber *uma lufada de ar fresco* para renovar práticas gastas e que já provocaram o cansaço dos associados?

Ou será que a grande dificuldade é conseguir (e preservar) uma grande vitalidade nos núcleos e manter o interesse e o entusiasmo em tantas iniciativas, tendo por base o trabalho voluntário dos associados?

Claro que ideias novas são sempre bem-vindas e sócios jovens também mas, na realidade, o que consideramos difícil é manter a chama acesa em tantas iniciativas, de forma continuada e com grande persistência, durante muitos anos.

Núcleo de Viseu da APM

APM — mudanças . . . até de século

Os anos em que tive a honra de ser presidente da APM foram anos muito movimentados e bastante complicados a vários níveis.

No que se refere à Matemática e ao ensino de um modo mais geral, nessa altura discutia-se a reorganização curricular do ensino básico e a revisão curricular do ensino secundário. A APM através da sua direcção foi constantemente solicitada para dar pareceres sobre os documentos que iam surgindo e para apresentar a sua posição relativamente a muitos outros.

A APM foi sempre considerada como uma voz a ouvir e como tal as solicitações chegavam de todo o lado, quer das Direcções Gerais, quer de outras Instituições oficiais como por exemplo o INAFOP (Instituto Nacional de Acreditação da Formação de Professores) que tinha iniciado nessa época a sua acção e ainda da comunicação social.

Já disse numa entrevista à Revista que parece que naqueles dois anos tudo aconteceu.

Com toda as mudanças que estavam a surgir que davam origem a toda essa solicitação externa, a APM ainda foi confrontada com uma situação totalmente inesperada: deixar as instalações que ocupava na ESE de Lisboa e consequentemente procurar um novo espaço para a Sede. Decidiu-se em Assembleia Geral a compra da actual sede. Houve que proceder à mudança, à reorganização de espaços e funções. Constituiu-se formalmente o Gabinete de Edição e consolidou-se a contabilidade.

Nessa altura houve também uma nova alteração dos estatutos.

Aconteceu o Ano Mundial da Matemática, com todas as comemorações em que a APM foi chamada a participar e aconteceu aquela fantástica aventura que foi o *Poliedro na Escola*. O impacto desta iniciativa fez pensar em futuras realizações a nível nacional e logo no ano seguinte tiveram início os anos temáticos que ainda continuam.

Atravessamos uma fase de tempos difíceis para as escolas, para os professores e para o ensino mas estou confiante que a APM saberá enfrentar, como sempre o fez, os desafios que lhe são propostos.

Branca Silveira, Presidente da APM 2000/2002

Estabilidade e mudança

Pode-se dizer que os anos de 2001 a 2004 corresponderam ao chegar a uma maturidade da APM, com o consolidar de aspectos que se podiam considerar já tradicionais, como sejam os encontros nacionais — ProfMat e Seminário de Investigação, a que se tinha juntado o Encontro do 1° Ciclo e a normal actividade dos Núcleos Regionais e dos Grupos de Trabalho. Continuou também o investimento na Internet e continuou a iniciativa dos anos temáticos (Matemática e Profissões, Matemática e Tecnologia, Matemática e Jogo), assim como prosseguiu a participação oficial da Associação a nível institucional (Secretariado Inter Associações de Professores, Instituto de Acreditação da Formação de Professores) e a resposta a solicitações, consubstanciadas por vezes na assinatura de protocolos de colaboração com departamentos do Ministério da Educação ou com entidades privadas (a participação em comissões de acompanhamento, o projecto T3, etc.). As publicações periódicas (Educação e Matemática, Quadrante e APM*informação*) continuaram a ocupar um lugar importante na vida associativa, enquanto que a edição de outras publicações continuou a oferecer aos sócios uma série de recursos considerados valiosos. Os sócios viram crescer os materiais que podiam utilizar, fosse na sede ou por requisição, como foi o caso das exposições (Matemática e Tecnologia e Matemática e Jogo), enquanto o Centro de Formação da Asssociação continuava a sua actividade normal.

Foi notório o aumento da visibilidade das problemáticas relativas ao ensino e aprendizagem da matemática, a nível da comunicação social, sendo que a Associação foi considerada um interlocutor reconhecido. Alimentando este aspecto, vieram juntar-se às classificações dos exames do 12° ano, os resultados das provas de aferição, nos três ciclos do ensino básico e as serrações nacionais do estudo internacional PISA. Foi também neste período que se começou o trabalho de preparar dois encontros internacionais que se realizaram já em 2005, o Encontro de Homenagem a Paulo Abrantes e o V Congresso Ibero-

Americano de Educação Matemática.

No último quarto de 2001, vivia-se um período de mudanças anunciadas e que tinham sido discutidas com a participação dos professores. Algumas dessas mudanças davam os difíceis primeiros passos de implantação generalizada, como era o caso da reorganização curricular do ensino básico. Depois do lançamento do movimento de flexibilização curricular, da experimentação em escolas e da discussão alargada, foi publicado o Currículo Nacional do Ensino Básico. No ensino secundário, estavam também pensadas alterações consubstanciadas em diploma legal saído no início de 2001 e que resultou de um trabalho de acompanhamento participado, onde estiveram envolvidos muitos professores.

A participação directa da APM em comissões institucionais foi decrescendo a partir da mudança de governo, resultante de eleições realizadas entretanto. Como já tinha acontecido por mais de uma vez, a nova equipa responsável pelo Ministério da Educação decidiu alterar o rumo da política educativa. Neste caso, depois de suspensa a reforma do ensino secundário foi elaborada e posteriormente implantada uma nova proposta, reduziu-se o apoio à reorganização curricular do ensino básico, foram extintos organismos e reorganizados departamentos do Ministério da Educação e foi criada a Comissão para a Melhoria do Ensino da Matemática e das Ciências que, significativamente, não integrou representantes da APM.

A APM não ficou indiferente a toda a conjuntura e, além de continuar a desenvolver a sua actividade habitual nos diversos e tradicionais domínios, elaborou vários pareceres e tomou posição, juntamente com outras associações profissionais ou isoladamente, em relação ao evoluir dos acontecimentos e a aspectos específicos, como lhe competia.

Durante o período em que estive na Direcção, tive o privilégio de ter sido acompanhado e de ter colaborado com muitos colegas, nomeadamente os que integraram as várias equipas directivas ou que representaram oficialmente a APM, além de todos os responsáveis e sócios activos de norte a sul do país. Foi um enorme desafio e uma aprendizagem muito rica.

Estamos numa outra época de mudanças, talvez mais drásticas e geradoras de maior celeuma. Tudo indica que a APM continuará a ser um fórum de discussão, um interveniente crítico e construtivo e um espaço de cooperação para todos os que defendem o direito universal de se aprender matemática.

Fernando Nunes, Presidente da APM 2002/2004

Sabia Que? ...

A APM e a renovação curricular em Matemática

A lei de bases do sistema educativo que alargou até aos nove anos a escolaridade *obrigatória* e *gratuita* para todos os alunos foi publicada em 1986, justamente no ano em que a APM foi fundada. Nessa época, sopravam já ventos de reforma e desde há muitos anos o desagrado com os programas que estavam então em vigor era grande e muito generalizado. A necessidade e urgência de uma reforma curricular e de uma mudança dos programas era algo que unia os professores de Matemática e foi desde a primeira hora uma das 'bandeiras' da APM.

Era preciso renovar o ensino da Matemática e para isso era importante que os programas mudassem incorporando orientações curriculares — a resolução de problemas, as aplicações e a modelação matemáticas, a utilização da calculadora e do computador ... — que se acreditava poderem contribuir para mudar as práticas em aula, melhorando as aprendizagens dos alunos na disciplina. Havia contudo a consciência que o processo de renovação pretendido não teria sucesso se não contasse "com um forte envolvimento dos professores", como assumia a Direcção da APM na sua primeira proclamação pública, divulgada no nº 1 da revista *Educação e Matemática*.

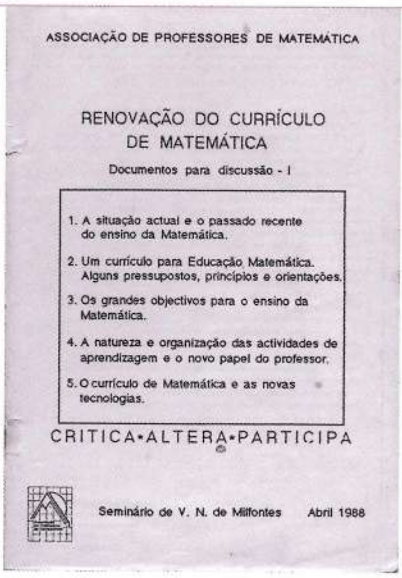
O *Seminário de Milfontes* e o projecto *Matemática 2001*, o ProfMat, a *Educação e Matemática* e outras publicações da APM, os *pareceres e posições* públicas da Associação são eventos e o 'palco' onde podemos ver muito do que a este respeito tem sido a acção da APM e dos professores de Matemática seus associados.

O Seminário de Milfontes

"Durante quatro dias, de manhã à noite, 25 professores e investigadores discutiram alguns dos problemas essenciais da renovação do currículo de Matemática dos ensinos básico e secundário. Correspondendo a um convite da Associação de Professores de Matemática, reuniram-se num seminário que decorreu entre 5 e 8 de Abril nas instalações do Colégio de Nossa Senhora da Graça em Vila Nova de Milfontes".

Estas são as primeiras linhas da introdução do *livrinho amarelo* "Renovação do currículo de Matemática" elaborado na sequência do referido seminário onde se reuniram os textos aí apresentados, discutidos e trabalhados. Inicialmente divulgado sob o epíteto "Documentos para discussão — I", e com a menção "texto para discussão" no rodapé de todas as suas páginas, o livro teve a sua primeira edição em Maio de 1988 — 500 exemplares — seguindo-se-lhe várias edições nos anos subsequentes. Ainda em 1988, viria a ser também publicado pela Comissão da Reforma Educativa, numa edição do Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação, esta de 2000 exemplares.

O Seminário de Milfontes — como ainda hoje é conhecido — começou a ser preparado em 1987 logo depois do ProfMat de Bragança. Durante os meses finais desse ano e nos primeiros de 1988, uma comissão constituída por Eduar-



ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

RENOVAÇÃO DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

Documentos para discussão - I

1. A situação actual e o passado recente do ensino da Matemática.
2. Um currículo para Educação Matemática. Alguns pressupostos, princípios e orientações.
3. Os grandes objectivos para o ensino da Matemática.
4. A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor.
5. O currículo de Matemática e as novas tecnologias.

CRITICA•ALTERA•PARTICIPA

Seminário de V. N. de Milfontes Abril 1988

1ª edição do livrinho amarelo.

Trabalho em plenário no Seminário de Milfontes [foto de H. M. Guimarães].

do Veloso, Henrique Manuel Guimarães, João Pedro da Ponte e Paulo Abrantes, para além da definição da organização e funcionamento do seminário, encarregou-se da redacção dos textos que iriam servir de base a todo o trabalho do seminário, cuja incidência foi delimitada a quatro temas: 1) Os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o ensino da Matemática; 2) A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor; 3) Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática; e, 4) O estilo e a organização desejáveis para o currículo de Matemática nos vários níveis. Os textos elaborados — Lurdes Serrazina viria também a participar na redacção de um deles — foram sujeitos a discussão prévia nessa comissão e enviados com antecedência a todos os que iriam participar no seminário, e que foram convidados de forma a cobrir os vários níveis de escolaridade e diferentes sectores da comunidade educativa: matemáticos, professores de Matemática, investigadores em educação e elementos do Ministérios da Educação, professores do ensino básico, do ensino secundário e do ensino superior.

Em Milfontes, Lurdes Figueiral, na altura professora do colégio onde o seminário decorreu, foi quem garantiu a boa recepção e acomodação de todos os intervenientes e o apoio conveniente ao desenvolvimento dos trabalhos que começavam cedo, logo depois do pequeno almoço servido no refeitório do colégio. Eduardo Veloso — zeloso — fazia soar a sineta junto aos quartos de quem na véspera o pedira, assegurando a tempo o despertar dos que preferiam o som singular do sininho ao de uma campainha qualquer do despertador.

O seminário, como se disse, ocupou quatro dias, cada dia com um tema trabalhado com base no texto respectivo. Desse trabalho resultaram os textos com os quais foi elaborada a publicação que, com o seminário, está ainda hoje entre as realizações mais relevantes e emblemáticas da APM.

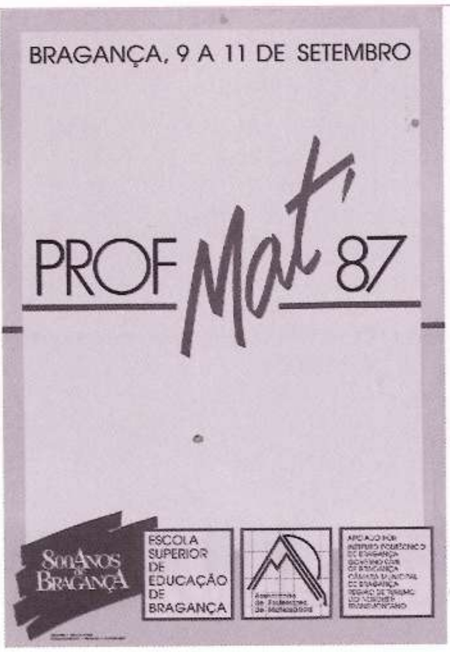
Nos ProfMat

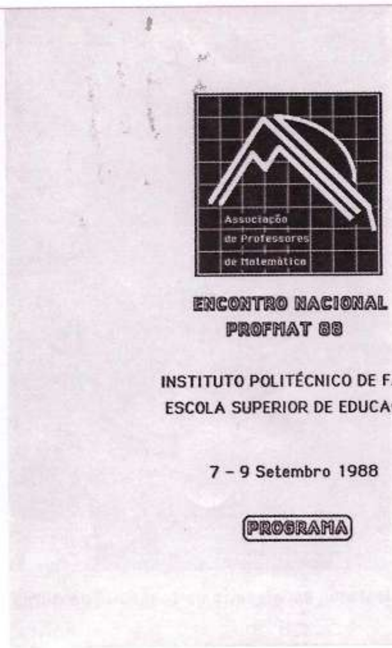
Em 1987, na declaração que anunciava o primeiro ProfMat da era APM que se iria realizar em Bragança, a comissão organizadora definia assim a incidência principal do encontro: "Educação Matemática no virar da década de oitenta — que realidades? que mudanças?". Estava dado o mote e nesse ProfMat foi muito sensível o desejo de mudança do ensino da Matemática e na sua sessão final, pela voz de Paulo Abrantes, o tema da renovação do currículo foi anunciado como o principal tema de trabalho na APM para o ano lectivo que estava a começar. Alguns meses depois tinha lugar o seminário de Vila Nova de Milfontes.

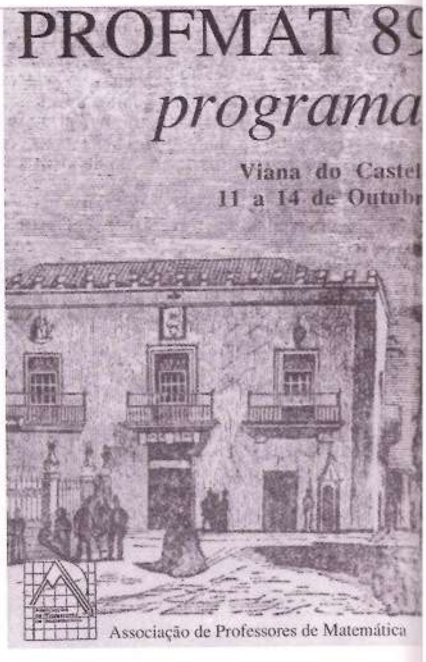
Em 1988, o ProfMat realizou-se em Faro e se alguma coisa pode caracterizar este encontro é a grande atenção que deu às questões da renovação do currículo de Matemática. Ocorrendo numa altura em que se iniciara a discussão pública das orientações para a reforma educativa, a comissão organizadora prevê no programa "um amplo espaço para a discussão das linhas orientadoras dos futuros currículos". Em particular, os participantes foram convidados "a reflectir sobre diferentes vertentes da reforma curricular em Matemática" com base nos documentos produzidos no seminário de Milfontes, então já editados em livro pela APM, e que foram usados como "texto base" de grupos de discussão previstos para esse ano.

1989: "Num ano em que se aguarda com expectativa o desenvolvimento dos novos programas e, segundo tudo indica e todos esperam, se inicia, em turmas de escolas seleccionadas, a sua experimentação do primeiro ano de escolaridade, o ProfMat 89 não podia deixar de ter este facto como uma das suas temáticas principais". É com estas palavras na nota de abertura do programa do encontro desse ano que a comissão organizadora justifica a inclusão de uma sessão plenária e de quatro sessões de trabalho, uma para cada ciclo de ensino, esperando assim contribuir "para um maior conhecimento, discussão e reflexão em torno dos novos programas de Matemática e aspectos relacionados com a sua implementação".

1987, 1988, 1989, os três primeiros anos da APM, os três primeiros ProfMat organizados após a sua criação. Em todos eles o tema da renovação do currículo de Matemática teve







grande presença e visibilidade. Assim foi muitas outras vezes nos ProfMat que se seguiram, já depois do início da generalização da reforma educativa, como por exemplo no encontro de Leiria onde algumas das questões essenciais relativas aos novos programas têm expressão significativa em inúmeros grupos temáticos, sessões práticas, painéis e relatos de experiências vividas no âmbito da implementação dos novos programas dos vários ciclos de escolaridade. E também foi assim nos encontros regionais e em outros encontros promovidos pela Associação, onde as questões relacionadas com a renovação e desenvolvimento curriculares têm estado sempre muito presentes, quer por iniciativa das diversas comissões organizadoras em sessões expressamente previstas para o seu tratamento, quer por iniciativa dos participantes apresentando e discutindo ideias, trabalhos e experiências em aula, nas escolas ou em projectos.

Na Educação e Matemática

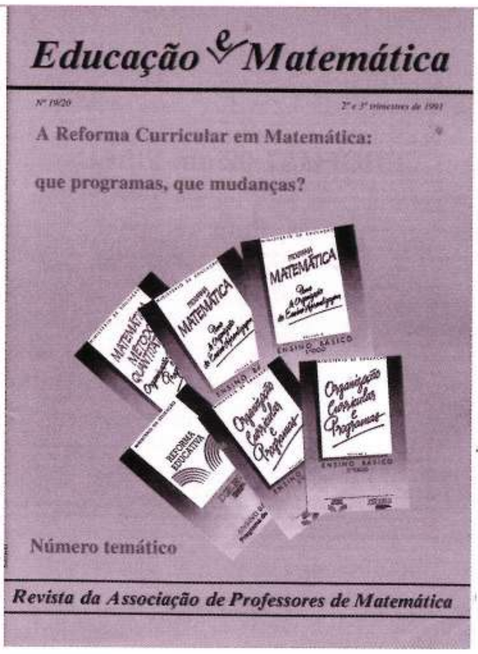
Como no ProfMat, na *Educação e Matemática*, directa ou indirectamente, incidindo sobre questões gerais ou específicas, tratando do ensino de determinado tópico matemático ou da utilização em aula de determinados materiais didácticos, tarefas ou propostas de trabalho para os alunos, as questões da renovação e do desenvolvimento curriculares estiveram sempre na ordem do dia, e desde o primeiro número. Para dar uma ideia, atente-se que dos noventa números da revista, quase metade possui artigos (por vezes mais do que um) em cujo título existe uma referência explícita ao currículo e desenvolvimento curricular, programas ou reforma.

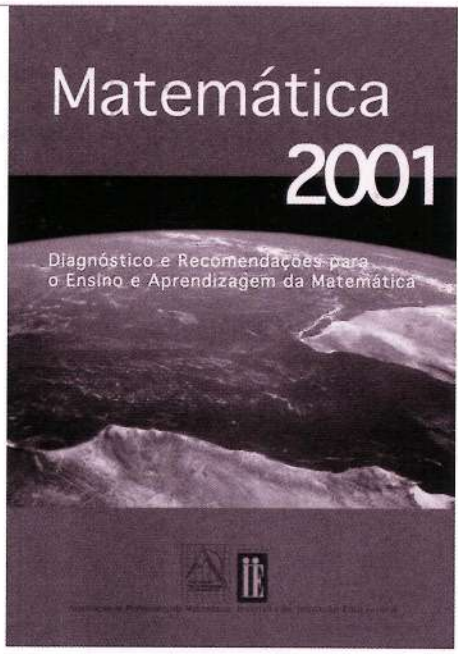
De facto, esta temática é, podemos dizer, a incidência de grande parte dos artigos publicados e de muitos dos editoriais, alguns deles incidindo explicitamente sobre a a reforma ou renovação dos programas — por exemplo, "A pretexto da Reforma" (1991), "Ainda a pretexto da Reforma" (1992), "O terceiro período da Reforma" (1993), "Reforma, mentiras e professores" (1994) "10° ano: um novo desafio?" (1997), "Revisão do Secundário: Adiar para quê?" (2002), "Reforma? Não, obrigado" (2003) — outros sobre aspectos particulares.

Vale a pena dizer que o número da revista que inaugurou a série dos números temáticos anuais que ainda hoje se mantém foi justamente sobre a reforma curricular e particularmente sobre 'novos' programas de Matemática. Foi o único número duplo até hoje publicado — 19/20 — referente aos dois últimos trimestres de 1991, embora apenas distribuído no início de 1992. O seu editorial abre com a frase: "Finalmente os programas antigos vão acabar!", dizendo a certa altura: "Não podemos deixar de sentir satisfação ao constatar que ideias e perspectivas há muito defendidas, sobretudo ao nível das opções metodológicas, estão finalmente expressas, preto no branco, na letra dos novos programas: a resolução de problemas, a observação, exploração e experimentação associadas aos aspectos intuitivos da Matemática, a utilização da calculadora e do computador, a utilização de materiais, o papel da Matemática na interpretação do mundo real", acrescentando-se no entanto que são "precisamente estes aspectos que nem sempre os programas integram da melhor maneira", em especial no caso do Ensino Secundário.

Neste número da revista, os novos programas são apresentados por uma das suas autoras, existe um quadro comparativo destes programas com os antigos e uma cronologia factos mais relevantes da reforma curricular. Isto para além de textos com descrições de experiências e materiais utilizados já no âmbito dos novos programas, opiniões de professores experimentadores e diversos artigos de opinião de formadores de professores, do sector dos matemáticos e dos investigadores em Educação Matemática.

Vale igualmente a pena dizer que, mais recentemente, em 1999, a revista dedica outro número temático ao "Currículo" e, nos primeiros números no novo século, dá atenção considerável ao documento *Currículo Nacional do ensino Básico*.





O projecto Matemática 2001

Uma outra forma em que a APM procurou intervir no processo de renovação curricular em Matemática e na melhoria do ensino desta disciplina foi através do projecto *Matemática 2001 — diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Em 1996, por proposta de Paulo Abrantes, a direcção da APM constituiu um grupo de trabalho para levar a cabo um projecto de âmbito nacional que realizasse um diagnóstico da situação do ensino da Matemática nas escolas portuguesas e propusesse um conjunto de recomendações tendo em vista a sua melhoria.

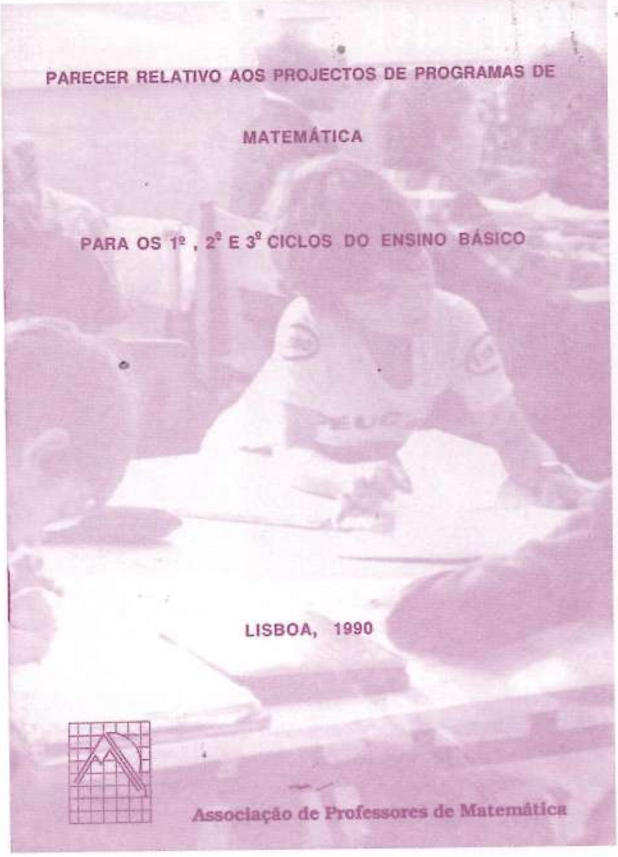
O projecto teve apoio do Instituto de Inovação Educacional e envolveu uma equipa numerosa de sócios que concebeu e conduziu um estudo que teve uma duração de cerca de dois anos, centrado em três aspectos principais: as práticas pedagógicas no ensino da Matemática; as necessidades de formação e desenvolvimento profissional dos professores; e, as condições de apoio ao ensino e à aprendizagem. Realizaram-se reuniões em escolas de diversas regiões do país e dos diferentes ciclos de escolaridade e o inquérito foi enviado a mais de mil professores (1070), tendo sido recebidas 443 respostas — 161 do 2° ciclo, 128 do 3° ciclo e 154 do secundário — cobrindo escolas de 125 concelhos.

O projecto *Matemática 2001* iniciou os trabalhos no ano em que a APM comemorava os seus dez anos e foi apresentado em Novembro de 1996, na sessão plenária de abertura do ProfMat de Almada, conduzida por Ana Vieira Lopes, presidente da Direcção da Associação, e Paulo Abrantes, coordenador do projecto. Neste ProfMat funcionaram ainda dois grupos de temáticos — "Como se trabalha em Matemática nas nossas escolas e nas nossas aulas" e "Perguntas difíceis sobre a situação do ensino da matemática" — para analisar e discutir questões e documentos de trabalho do projecto. Um ano depois, no ProfMat da Figueira da Foz e igualmente na sessão que abriu o encontro, foram apresentados os primeiros resultados da análise já efectuada, resultados que foram também objecto de análise em quatro grupos temáticos orientados por elementos do projecto sob o mote *Matemática 2001* e... "Formação de professores", "Gestão curricular", "Avaliação", "Repensando o currículo".

O relatório preliminar do projecto foi divulgado em Março de 1998, seguindo-se uma discussão, alargada tendo sido organizadas várias sessões com essa finalidade em diversas escolas do país e em encontros promovidos pelos núcleos regionais. O relatório final foi publicado em Outubro de 1998 e a sua introdução fecha com o seguinte voto: "Desejamos (...) que o relatório do Matemática 2001 seja um instrumento de trabalho útil às estruturas nacionais e regionais da APM na sua tarefa de planeamento das acções a desenvolver num futuro próximo e, de um modo mais geral, que ele contribua para dinamizar a reflexão e o debate entre os professores de Matemática sobre o que há a fazer para a melhoria do ensino da nossa disciplina". Neste ano o projecto teve a sua terceira presença no ProfMat, desta vez realizado em Guimarães onde motivou dois grupos de discussão para debater alguns dos seus resultados — relativos às "Práticas lectivas" e às "Práticas profissionais" dos professores — e uma sessão plenária — "Depois do Matemática 2001" —na qual foram apresentadas perspectivas de trabalho sobre o currículo a avaliação e os professores exprimindo a necessidade de a APM "se implicar fortemente na passagem à prática de algumas das recomendações [do projecto]".

Nos pareceres e posições da APM

Com o passar do tempo, fruto da sua crescente maturidade, são cada vez mais frequentes as tomadas de posição públicas da APM. Porém desde sempre a Associação se envolveu na reflexão de questões relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática em geral, mas também do desenvolvimento do currículo da Matemática. De facto, a discussão da



problemática curricular tem estado presente, ao longo dos anos, em muitos dos Conselhos Nacionais realizados. A conjuntura vivida em1998/99, fez com que este órgão ao longo do anos dedicasse em todas as suas sessões um tempo a essa reflexão. É assim que, no ano seguinte, 1990, vêm a público o Parecer relativo aos projectos de programas de Matemática para os 1°, 2° e 3° ciclos do ensino básico.

A via privilegiada para dar conhecimento a todos os sócios das reflexões que se iam fazendo foi, nos primeiros anos, a revista *Educação e Matemática* e, a exemplo disso, na revista nº 9 é divulgado precisamente este parecer da Direcção da APM. Aqui pode ler-se: "A APM tem promovido o debate sobre a renovação curricular em Matemática através de diversas formas, entre as quais se destacam o seminário que deu origem ao livro "renovação do Currículo de Matemática" (Abril, 1988), vários artigos publicados na sua Revista (desde 1987), e as discussões realizadas em diferentes pontos do pais e em Encontros Nacionais e regionais. Esse debate, embora evidenciando a complexidade das questões em jogo, foi revelando um conjunto de aspectos que os membros da APM, bem como outros professores de Matemática, consideram essenciais na nenovação em curso".

São, no entanto, inúmeros os pareceres que a Associação vem publicando relativamente a aspectos curriculares e programáticos, usando para a sua divulgação outros veículos para além da revista *Educação e Matemática*, nomeadamente, o APM*informação* e as suas páginas da internet. (`http://www.apm.pt/apm/pareceres_posicoes/posicoes.htm`)

Aqui podem consultar-se todos pareceres elaborados a partir de 1999, como por exemplo, o Parecer da Associação de Professores de Matemática sobre o processo de Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico, sobre a Gestão Flexível do Currículo, sobre o Reajustamento dos Programas de Matemática do Ensino Secundário e sobre a Proposta de revisão curricular do Ensino Secundário (1999).

Entre os documento que foram sujeitos a um alargado e profundo debate, salienta-se a brochura Matemática — Competências Essenciais que esteve na base do documento hoje conhecido como Currículo Nacional do Ensino Básico — Competências essenciais.

Do Parecer que a APM elaborou sobre a brochura Matemática – Competências Essenciais, a seguinte citação evidencia importância que é dada à participação dos diversos órgãos e opinião dos sócios nas reflexões que, ao longo do tempo, se iam fazendo.

"Na reunião do Conselho Nacional da Associação dos Professores de Matemática realizada no dia 30 de Janeiro procedeu-se à discussão das questões levantadas pelo documento do Departamento do Ensino Básico relativamente à brochura *Matemática — Competências Essenciais*, e sua relação com a intitulada *Ensino Básico — Competências Gerais e Transversais*.

Os documentos e a proposta de trabalho para a discussão dos referidos documentos foram inicialmente enviados aos núcleos para que fossem debatidos e recolhidas opiniões a integrar no parecer que a APM posteriormente elaborasse. Após a reunião do Conselho Nacional um grupo de sócios organizou o documento que foi remetido aos núcleos tendo, entretanto, recebido algumas sugestões de alteração. Apesar disto não considerámos este documento como final, uma vez que continua em discussão no próximo Conselho Nacional a realizar em 1 de Abril."

Sabia que? errou!

Na "Cronologia APM" publicada no nº 87 (p. 47) diz a última entrada relativa ao ano de 1985: "Em 5 de Fevereiro, tem lugar na Escola Preparatória Marquesa de Alorna de Lisboa uma reunião pró-associação ...". Esta entrada devia ser a primeira relativa ao ano seguinte. A reunião referida realizou-se de facto no dia e mês mencionados, mas ... de 1986. Aproveitamos para chamar a atenção que o fac-símile publicado no 'Sabia que?' da revista anterior (p. 9) com a lista dos participantes nessa reunião, tem também o ano errado na data. O lapso foi cometido no momento da realização da reunião que aconteceu depois do ProfMat 85, como indica a notícia da Inflexão reproduzida ao lado do fac-símile onde a mesma reunião também é mencionada já com a data correcta.

2001

- Depois da comemoração do Ano Mundial da Matemática, em 2000, os Núcleos Regionais da APM propõem a continuação anual dessa ideia, assumindo os núcleos de Bragança e Vila Real a dinamização das iniciativas relativas ao tema Matemática e Natureza.
- Em sintonia com o tema escolhido para o ano, a revista *Educação e Matemática* dedica o seu número temático à Matemática e Natureza.
- No centenário do nascimento de Bento de Jesus Caraça, a APM associa-se às comemorações, e, tanto a revista *Educação e Matemática* como o ProfMat homenageiam este matemático, professor e cidadão.
- Neste ano, o Gabinete de Edição, criado em 2000, passa assumir, em pleno, não só o arranjo gráfico, paginação e edição do APM*informação*, *Quadrante* e publicações da APM em geral, como também da revista *Educação e Matemática*. António Fernandes que coordena este Gabinete, é também o autor das capas da revista, desde o número 57.
- São publicados mais dois números temáticos da revista *Quadrante*, "O ensino da Estatística" e "A Matemática e a cidadania".
- Realiza-se, mais um encontro nacional de professores do 1° ciclo, desta vez em Évora, na Escola Severino Faria, juntando cerca de 200 participantes.
- Dando continuidade às actividades que o SIAP, Secretariado Inter-Associações de Professores, se propõe desenvolver na Fundação Calouste Gulbenkian decorreu o seu VI encontro nacional cujo tema foi (Re)organizar a escola. Neste evento foi divulgado o Relatório de avaliação externa do Projecto de Gestão Flexível do Currículo lançado em 1999.
- O local virtual da APM continua a crescer. É criado um fórum no sítio da APM destinado a fomentar o debate de questões relacionadas com o ensino básico bem como o Fórum Pedro Nunes com as vertentes Actividades e recursos, Investiga e Partilha e Pergunta Agora. Também é editado um Boletim Informativo *online*, que embora idêntico ao de papel, inclui mais informação e imagens.
- A exposição Matemática Viva, organizada pelo Atractor e aberta ao público em 2000, continua a ter uma forte presença de professores de Matemática e alunos do ensino básico e secundário.
- A APM toma posição sobre o relatório elaborado pelo DEB sobre os resultados obtidos nas provas de aferição nacionais do 4° ano de escolaridade e sobre a prova modelo do exame nacional, da disciplina de Matemática e ainda sobre o programa de matemática aplicada às Ciências Sociais.
- Dando continuidade à política editorial da Associação, surgem novas publicações, nomeadamente Materiais para a aula de Matemática, Adenda 4° ano, Adenda Estatística 2° e 3° ciclos e Adenda Geometria 3° ciclo.
- No ano em que o número de sócios reais da APM é o mais elevado de sempre, rondando os 5000, os núcleos regionais continuam a investir na realização de encontros regionais. O núcleo de Algarve, Açores, Aveiro, Bragança, Beja, Leiria, Viseu, Coimbra e Braga e Viana organizam os seus encontros anuais.
- Vila Real recebe o primeiro ProfMat do século XXI, onde estiveram presentes 1100 participantes. Para este evento, os CTT aprovaram a emissão de um carimbo comemorativo.
- Neste ano, também em Vila Real, e como habitualmente nos dois dias antes do ProfMat, decorre o VII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM).

2002

- Os núcleos de Seixal e da Madeira responsabilizam-se por coordenar e dinamizar conjuntamente as iniciativas sobre o tema anual lançado: Matemática e Profissões.
- A APM celebra um contrato com a Dislivro para a distribuição das publicações da Associação no circuito comercial, visando alcançar um público mais vasto interessado na educação matemática.
- Em Fevereiro, na Escola Superior de Educação de Setúbal, realizou-se mais um Encontro Nacional de professores do 1° ciclo, que contou com a presença de cerca de 260 participantes.
- Prosseguem os encontros regionais organizados pelos núcleos de diversas regiões: Algarve, Açores, Almada-Seixal, Bragança, Beja, Covilhã, Castelo Branco e Évora.
- A revista *Educação e Matemática* faz sair um número temático dedicado à literacia matemática.
- Também a revista *Quadrante* dedica o número temático à Educação e cidadania.
- É cada vez maior o número de exposições itenerantes interactivas para todos os níveis de ensino que a APM dispõe para serem requisitadas pelas escolas: A Matemática é de todos (1° ciclo), A festa da água (1°, 2° e 3° ciclos), Aventura no Pais da Matemática (2° e 3° ciclos e secundário), Geometria (secundário), M. C. Escher, Arte e Matemática (3° ciclo e secundário), Matemática e Natureza.
- Procurando-se, tal como nos ProfMat, diversificar o local de realização, decorre em Setúbal, o Encontro Nacional de professores do 1° ciclo, com a presença de cerca de 260 participantes.
- Dez anos passados, o ProfMat revisita Viseu, depois de ter passado por 17 cidades diferentes. Este encontro realiza-se na Escola Superior de Tecnologia contando com a presença de cerca de 1200 participantes. Pela primeira vez, as actas são exclusivamente editadas em CD.
- O SIEM, seminário que se dirige-se a todos os professores interessados na investigação sobre os problemas do ensino e aprendizagem da Matemática, tem este ano a sua 16ª edição.
- A APM foi subscritora do parecer das Associações de Professores sobre o Programa de educação do XV Governo Constitucional.

2003

- Pelo terceiro ano consecutivo a APM lança um tema anual, enquadrado pela iniciativa Matemática e ... O tema escolhido é Matemática e Tecnologia e são dois os núcleos regionais que decidem coordená-lo: Coimbra e Leiria.
- No Algarve, Faro foi o local escolhido para a realização do VI Encontro Nacional de professores do 1° ciclo que, contando com cerca de 200 participantes, mais uma vez constituiu um importante momento de reflexão e permuta de conhecimentos e experiências relacionadas com o ensino e aprendizagem neste nível de escolaridade.
- Por proposta do Conselho nacional, são criados os fóruns de discussão, on-line, sobre os temas Manuais escolares, Formação e Currículo, Programas e avaliação.
- O número temático deste ano da Educação e Matemática é dedicado ao tema Avaliação, mas com ele pretendeu-se igualmente homenagear Paulo Abrantes que pertenceu à redacção da revista desde o primeiro número, foi seu director de 1994 a Abril de 1998 e que com as suas ideias, iniciativas e artigos desempenhou um papel decisivo, tanto na criação como no desenvolvimento da Revista.
- Desta vez, é Santarém que acolhe o ProfMat2003 que este ano é marcado pela homenagem aos colegas Paulo Abrantes (sócio n° 2) e Raul Carvalho (sócio n° 17).
- A Direcção da APM divulga o seu parecer sobre a proposta de Reforma do Ensino Secundário, sobre o Projecto de programa de Tecnologias de Informação e Comunicação, sobre o documento orientador da reforma do ensino artístico especializado e sobre o documento orientador da revisão curricular do ensino profissional.

2004

- A Associação continua a promover iniciativas temáticas anuais. O tema escolhido para o ano de 2004 ano é a Matemática e Jogo.
- Neste ano, o número temático da revista *Educação e Matemática* lança um olhar sobre o ensino da Matemática em Portugal.
- A revista *Quadrante* faz sair mais um número temático dedicado, desta vez à Formação inicial de professores de Matemática.
- Teve lugar em Torres Novas o VII Encontro Nacional de professores do 1° ciclo, na Escola Superior de Educação, em que se optou pela designação "Matemática para todos" em vez de "A Matemática no 1° Ciclo" e onde estiveram presentes cerca de 200 participantes
- Com o apoio da APM, a comissão organizadora de jogos matemáticos organizou o 1° campeonato nacional de jogos matemáticos, no pavilhão do conhecimento em Lisboa, contando com a participação de 202 escolas e 963 alunos.
- Na Covilhã, em Setembro, decorreu o ProfMat 2004. Na Universidade da Beira Interior, juntaram-se para assistir a este encontro cerca de 900 participantes. Foi aberta ao público a exposição *Jogos do Mundo*, cuja realização foi da responsabilidade dos núcleos do Porto e de Viseu.
- Nos dois dias que antecederam o ProfMat, realiza-se o XV Seminário de Investigação em Educação Matemática.
- A APM torna pública a sua posição relativa ao Projecto de Despacho Normativo que regula a avaliação dos alunos do ensino básico bem como à alteração Decreto-Lei n° 6/2001 que introduz a realização de exames nacionais no 9° ano nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Em discussão estão também os projectos da nova Lei de bases da Educação, debruçando se sobre eles a direcção da APM, em Outubro deste ano.

2005

- A Associação solicita a sua adesão à Federação Iberoamericana de Sociedades de Educação Matemática (FISEM), tornando-se membro de pleno direito.
- Pela oitava vez, realizou-se na EB2 Frei António Brandão na Benedita, com a presença de cerca de 300 professores o Encontro Nacional de professores do 1° ciclo, que passou a designar-se por "A Matemática nos Primeiros Anos".
- Com o apoio da APM, realiza-se em Lisboa, na Faculdade de Ciências, o encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes, "Educação matemática: caminhos e encruzilhadas", onde se analisou a situação e se discutiu as perspectivas futuras da educação matemática, adoptando como temas de análise e discussão, as principais linhas de orientação do trabalho desenvolvido por Paulo Abrantes.
- No Ano Internacional da Física, a APM decidiu programar algumas iniciativas no âmbito da Física e da Matemática, nomeadamente na revista *Educação e Matemática* onde foi incluída, em cada um dos cinco números anuais, uma secção "Ano Internacional da Física".
- A revista *Educação e Matemática* é colocada *on-line*, podendo os sócios aceder não só ao seu número temático, este ano dedicado à Álgebra e números, mas a todos os artigos das revistas, a partir do número 70 .
- Realiza-se no Porto, no Departamento de Matemática da faculdade de Ciências, o V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática, organizado pela APM onde estiveram presentes cerca de 400 participantes de variadas nacionalidades.
- Realiza-se, mais uma vez com a colaboração da APM, o 2° campeonato nacional de jogos, desta vez na Universidade de Aveiro
- Decorre, na Amadora, o Encontro Nacional de professores do 1° ciclo, contando com a participação de cerca de 400 participantes.
- É Évora que, dez anos depois, vai acolher o ProfMat, desta vez durante quatro dias. As comemorações dos vinte anos deste encontro nacional, onde participam 900 participantes, iniciaram-se na primeira sessão plenária que incidiu precisamente sobre esse tema. Integradas nas comemorações, os professores puderam visitar duas exposições, Rostos do ProfMat e 20 anos de Encontro.
- Também, como habitualmente, decorreu nesta cidade alentejana o XVI SIEM.

Fátima Guimarães e Henrique Manuel Guimarães

Junte-se à APM em 2007

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição ligada ao Ensino da Matemática, abrangendo todos os níveis de escolaridade. Um dos seus objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na vida política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais. Descrevem-se, de seguida, as condições de adesão à APM ou de actualização da quota.

Quadro 1

<table>
<tr><th>Sócio</th><th>Sócio residente no estrangeiro</th><th>Sócio Estudante</th><th>Sócio Aposentado</th><th>@-Sócio*</th></tr>
<tr><td>47,50€</td><td>51,60€</td><td>33,50€</td><td>37,00€</td><td>37,00€</td></tr>
<tr><td colspan="4">Revista Educação e Matemática impressa e on-line (saem 5 números por ano e uma delas é temática)</td><td>Revista Educação e Matemática on-line</td></tr>
<tr><td colspan="4">APMinformação impresso e on-line (4 números por ano)</td><td>APMinformação on-line</td></tr>
<tr><td colspan="5">Opção de assinatura da revista Quadrante impressa (2 números por ano — 11,00 €)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Acesso à zona on-line para sócios</td></tr>
<tr><td colspan="5">Beneficiar de desconto nas inscrições para os Encontros promovidos pela APM (30 a 40%)</td></tr>
<tr><td colspan="5">Usufruir de desconto na aquisição das edições APM: 50% sobre o preço de capa
Usufruir de desconto na aquisição de publicações de outras editoras ou em materiais: 15% sobre o preço de venda ao público</td></tr>
<tr><td colspan="5">Beneficiar dos acordos resultantes dos protocolos da APM com outras instituições</td></tr>
<tr><td colspan="5">Ter acesso prioritário a todo o material do Centro de Recursos de acordo com o seu regulamento</td></tr>
<tr><td colspan="5">Poder recorrer à APM para divulgação de iniciativas no âmbito da Educação Matemática, através de propostas enviadas à Direcção</td></tr>
</table>

* O estatuto de @-sócio oferece muitos benefícios, mas não inclui acesso à **informação impressa**.

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `www2.apm.pt/portal/index.php?id=20017`

Instituições

Quadro 2

<table>
<tr><th colspan="3">Opções</th><th>Valor</th></tr>
<tr><td>Opção 1</td><td colspan="2">Assinatura anual da revista Educação e Matemática (5 números)</td><td>36,50€</td></tr>
<tr><td>Opção 2</td><td colspan="2">Assinatura anual da revista Quadrante (2 números)</td><td>21€</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Opção 3</td><td>A</td><td>Assinatura anual da revista Educação e Matemática (5 números); APMinformação (4 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)</td><td>47,50€</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Assinatura anual da revista Quadrante (2 números)</td><td>15,50€</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Opção 4</td><td>A</td><td>Assinatura anual da revista Educação e Matemática — 2 exemplares de cada número (5 números); APMinformação (4 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)</td><td>68€</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Assinatura anual da revista Quadrante (2 números)</td><td>15,50€</td></tr>
</table>

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `www2.apm.pt/portal/index.php?id=20017`

Loja APM on-line

Na loja virtual (`http://www.apm.pt`) pode encomendar publicações e outros materiais editados pela APM e ainda por outras editoras com as quais a APM tem protocolos. Visite-a, consulte o catálogo de produtos e as formas de pagamento, que incluem o Multibanco. A sua encomenda ser-lhe-á enviada pelo correio.

índice

Editorial

Artigos

Secções