Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática

Periodicidade ∞ 5 números por ano

2006

86

Janeiro ∞ Fevereiro

Preço 5,50€

ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora Ana Paula Canavarro
Subdirectora Adelina Precatado
Redacção Ana Luísa Paiva
Alice Carvalho
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Joana Brocardo
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
Branca Silveira Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Fevereiro 2006
Tiragem 4000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão
Etigráfe, Artes Gráficas Lda.
Montemor — 2670-502 Loures

Depósito Legal n° 72011/93
Registo no ICS n° 124051
Porte Pago

Sobre a capa

A capa deste número é alusiva ao ano temático Matemática e Tempo.

António M. Fernandes

Neste número também colaboraram

Alexandra Gomes, Conceição Rodrigues, Edda Curi, Elfrida Ralha, Helder Pinto, João Correia de Freitas, Manuel Lagido, Raimundo Leong, Rita Bastos, Sílvia Machado, Sónia Figueirinhas.

Estatuto Editorial da Educação e Matemática

A *Educação e Matemática* (EM) é uma publicação da Associação de Professores de Matemática (APM). É uma publicação periódica, sai cinco vezes por ano e um dos seus números anuais é temático. A revista aborda questões relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. Dirige-se aos professores de Matemática, de todos os níveis de ensino, em especial aos sócios da APM, constituindo um meio de comunicação privilegiado da Associação, em Portugal e no estrangeiro.

Os principais objectivos da *Educação e Matemática* são:

- Promover a troca de ideias e experiências entre professores;
- Estimular a reflexão sobre problemas e desafios da educação matemática;
- Discutir temas actuais e importantes da educação matemática e da educação em geral;
- Fornecer elementos de trabalho para as práticas dos professores;
- Divulgar informação relevante para os professores.

A *Educação e Matemática* publica textos de natureza diversa. Vive muito da contribuição dos sócios, que são autores da maior parte dos artigos. Estas contribuições passam por ideias, pontos de vista, comentários, relatos de experiências, artigos de opinião, recensões de livros, resolução de problemas, notícias … . A EM tem um conjunto de secções de natureza diversificada, algumas das quais com carácter permanente.

A revista tem uma equipa redactorial a quem compete desenvolver todo o trabalho de recepção e revisão de artigos, bem como organizar a própria revista.

À semelhança das outras revistas informativas, a *Educação e Matemática* assegura o respeito pelos princípios deontológicos e pela ética profissional dos jornalistas, assim como pela boa fé dos leitores.

A Directora da Educação e Matemática

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Editorial

20 anos depois

Gabinete dos 20 anos

Quem se lembra de como era há 20 anos?

Os anos 80 em Portugal não foram fáceis para os professores, começando-se a acentuar os factores de mau estar profissional. É nesta década que se criam associações profissionais ligadas a quase todas as disciplinas que integram os currículos escolares. Este movimento partiu, em geral, de professores do ensino básico e secundário, em diversos casos envolvendo também professores do ensino superior ligados à formação de professores, por sentirem que as sociedades ou associações científicas existentes estavam mais vocacionadas para intervir no ensino superior e no campo da investigação em Matemática (no caso que nos diz respeito) do que nos outros níveis de ensino ou no campo da investigação em Educação Matemática. Isto era mais notório ainda, no caso da educação de infância e do 1° ciclo, onde o professor, sendo generalista, também é professor de Matemática. Esta situação e a grande e muito generalizada insatisfação sentida pelos professores relativamente aos programas de Matemática da altura, tendo em conta que a última grande reforma tinha ocorrido em meados dos anos sessenta, com a introdução da chamada *Matemática Moderna*, eram factores de preocupação e de mobilização.

Os professores queriam que algo mudasse nos programas e no ensino da Matemática e sentiam-se com o direito e o dever de intervir no processo da sua renovação. Para além disso, era também muito generalizado, entre os professores, o sentimento da importância e urgência em contrariar o seu tradicional isolamento e o das escolas e criar condições para que se pudessem encontrar, confrontar ideias, partilhar experiências.

Esta situação e a dinâmica que gerou entre professores, de diversos graus de ensino e de diferentes pontos do país, viria a conduzir à criação da Associação de Professores de Matemática em Setembro de 1986 no ProfMat de Portalegre, à grande expansão e desenvolvimento associativo nos anos que se seguiram.

Há 20 anos, havia poucas publicações em português relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. Alguns professores, muito poucos, conheciam as revistas de associações estrangeiras. Não existia a revista *Educação e Matemática* (este é o número 86). Com ela os professores passaram a dispor de espaço para trocar ideias, experiências, materiais… Faz em 2007, 20 anos que o primeiro número da revista *Educação e Matemática* foi publicado. Hoje, na APM, os professores podem encontrar recursos diversos, desde publicações temáticas e actas de Encontros até à série *teses* de mestrado e de doutoramento.

Há 20 anos não existiam Grupos de trabalho (hoje são 10), Núcleos regionais (hoje são 17) ou Centro de Formação. O envolvimento de professores em projectos nas escolas era limitado, havia poucos encontros que constituíssem oportunidades de formação, de desenvolvimento profissional. Desde há 20 anos que se realiza anualmente o ProfMat permitindo o encontro, o debate, a apresentação e a mobilização de novas ideias e experiências de um modo activo e empenhado.

Com a criação e desenvolvimento da APM os professores de Matemática foram construindo um espaço de expressão e interacção, de partilha de recursos e de experiências que é preciso manter, alargar e aprofundar, desenvolver.

Hoje estamos a passar novamente por tempos difíceis. Sabemos que há, igualmente, uma grande insatisfação, entre os professores e na sociedade, com muitos aspectos relacionados com o ensino da Matemática e em particular com a aprendizagem dos nossos alunos.

Sabemos também que há muitos professores que querem e trabalham para melhorar esse ensino e essa aprendizagem.

Acreditamos que hoje, como há 20 anos, a APM representa uma *Esperança*, e certamente também um *Desafio*, neste empreendimento — a melhoria que é preciso continuar a perseguir.

Gabinete dos 20 anos

"Comemorar significa trazer à memória, recordar, celebrar. E, se o queremos fazer, é porque pensamos que valeu a pena, que vale a pena. Comemorando, damos importância a um passado, a uma história, pequena ainda, mas que já se pode contar. Valorizamos uma experiência colectiva que se quer prosseguir, desenvolver, aperfeiçoar. Por isso, se comemoração é momento de celebração e gratificação mútua, é também pretexto para reflexão e balanço sobre o percurso realizado e consideração de novas perspectivas, formas de actuar e actividades a desenvolver.".

[Henrique M. Guimarães, *Educação e Matemática* 37, p. 21, a propósito dos 10 anos da APM]

Turmas diferentes para alunos com insucesso escolar

De acordo com uma notícia publicada no Diário de Notícias de 8 de Janeiro 2006. "Os alunos do ensino básico sem sucesso escolar ou com problemas de adaptação vão ter turmas com currículos próprios e definidos pelas suas escolas já a partir do próximo ano lectivo, uma medida do Ministério da Educação para combater o abandono escolar". "Os próprios conteúdos serão determinados em função de diagnósticos aos alunos, necessidades e interesses dos estudantes" e "aos alunos que completarem estes currículos alternativos será dada a possibilidade de entrar na vida activa, depois de concluído o 9° ano, ou de prosseguir para o ensino secundário, realizando os exames nacionais"

A primeira reacção é pensar que o actual insucesso e o abandono escolar não podem continuar e que, por isso, medidas para os combater são sempre de louvar...

Mas, uma leitura mais atenta do Despacho N° 1/2006 que originou a notícia leva-nos a colocar questões à escola que temos, à que queremos e aos caminhos que desejamos percorrer para ultrapassar as insuficiências e os insucessos que constatamos.

De acordo com o despacho "os percursos curriculares alternativos destinam-se a alunos até 15 anos que se encontrem numa das seguintes situações:

a) Ocorrência de insucesso escolar repetido;
b) Existência de problemas de integração na comunidade escolar;
c) Ameaça de risco de marginalização, de exclusão social ou abandono escolar;
d) Registo de dificuldades condicionantes da aprendizagem, nomeadamente: forte desmotivação, elevado índice de abstenção, baixa auto-estima e falta de expectativas relativamente à aprendizagem e ao futuro, bem como o desencontro entre a cultura escolar e a sua cultura de origem."

Com o normativo do despacho, os percursos alternativos fazem-se em turmas criadas com um mínimo de 10 alunos (não se referindo o limite máximo) todos eles com insucessos repetidos, todos eles desencontrados com a cultura da Escola, todos eles *rejeitados* pela Escola, a Escola dos outros. Mas poderá essa Escola (a dos outros), que deveria ser de todos, que deveria garantir a todos o acesso a uma cultura comum, que deveria garantir a todos a continuidade de percursos, que não deveria ser nunca, ela própria, factor de exclusão social ..., poderá essa Escola aceitar que, aos poucos, se vá construindo, em paralelo, a escola dos *alternativos*? a dos excluídos da primeira, que por acaso (... e não há coincidências!) são também os excluídos da sociedade? Não haverá alternativas?

A frequência dos alunos em turmas do mesmo nível etário origina uma problemática complexa de integração, de diversificação de estratégias de aprendizagem e de gestão adaptada do currículo. As vantagens da integração exigem um esforço redobrado da escola nem sempre com os resultados esperados. Mas, se a nossa convicção continua a ser a de que todos têm direito à educação, como poderemos aceitar o facto de colocar alguns em percursos alternativos logo desde os primeiros anos? Não estaremos a desistir da Escola como serviço público de qualidade que permita a todos uma formação básica?

Refere ainda a notícia do DN que para o secretário de Estado da Educação, Valter Lemos, trata-se de "dar liberdade às escolas para propor a adaptação dos currículos do ensino básico aos alunos e aos recursos existentes". Quando se pensará antes em dotar a escola com os recursos (humanos e materiais) de forma que consiga desempenhar o seu papel de uma forma mais justa?

Em vez de construir uma turma de pelo menos 10 alternativos porque não mobilizar os meios e os apoios necessários para que a diversidade de alunos, que sabemos existir, possa encontrar respostas (diversas) na mesma *Escola de Todos*?

Não estaremos a encaminhar desde muito cedo estes alunos para cursos de educação formação, retirando-lhes algumas, das já poucas oportunidades de prosseguirem estudos?

Será que as turmas de currículos alternativos são a solução para combater o insucesso e o abandono? Com que custos? Para quem?

É caso para perguntar: o que significará "o direito a uma justa e efectiva igualdade de oportunidades no acesso e sucesso escolares" de que fala a lei de bases?

Adelina Precatado
Helena Amaral

Turmas diferentes para alunos com insucesso escolar

Arquivo DN-Leonardo Negrão

Os alunos do ensino básico sem sucesso escolar ou com problemas de adaptação vão ter turmas com currículos próprios e definidos pelas suas escolas já a partir do próximo ano lectivo, uma medida do Ministério da Educação para combater o ab...

Aos alunos que completarem estes currículos alternativos será dada a possibilidade de entrar na vida activa, depois de concluído o 9.° ano, ou de prosseguir para o ensino secundário, realizando os exames nacionais.

... ticos aos alunos, necess... interesses dos estudante... como o meio em que se ins..., e articulação entre o prog... e outras actividades de "en...quecimento curricular". Aos ...unos que completarem estes currículos alternativos será ...

Estes currículos destinam-se a grupos específicos – com um mínimo de dez elementos – de alunos até aos 15 anos, que configurem casos de insucesso escolar repetido.

... das às outras seis a sete di... – como história ou ciên... poderão ter a sua carga ho... reduzida, para dar espaço ...tras actividades práticas.

Estes currículos destinam-se a grupos específicos – com um mínimo de dez elementos – de alunos até aos 15 anos, que configurem casos de insucesso escolar repetido. Também poderão ser incluídos estudantes com "problemas de integração na comunidade escolar", ... próprios, definidos pelas escolas ... futuro, bem como o desencontro entre a cultura escolar e a cultura de origem".

Para o secretário de Estado da ... manter-se na escola e concluir o básico", afirmou à Agência Lusa. Os currículos alternativos serão propostos pelas escolas às direcções regionais de educação, para aprovação.

De acordo com o modelo definido pelo ministério, os alunos que atinjam os 15 anos sem concluir a escolaridade obrigatória serão encaminhados para os cursos de educação e formação, que já estão em funcionamento.

In Diário de Notícias, 8 de Janeiro de 2006.

A APM faz 20 anos em 2006 e a data merece ser devidamente assinalada. A Direcção e o Conselho Nacional da APM tomaram, em 2004, a iniciativa de iniciar a reflexão acerca da forma de assinalar este acontecimento, reflexão que prosseguiu numa reunião com os ex-presidentes da APM em 2005. Foi então decidido considerar um ciclo comemorativo dos 20 anos e constituir um gabinete dos 20 anos com o objectivo de coordenar as iniciativas integradas nesse ciclo, iniciativas essas que tanto podem ser realizações de âmbito mais geral (ProfMat, Ano Temático, Exposição, ...), como podem ser realizações próprias de um grupo de trabalho ou núcleo.

É dentro deste espírito que a revista Educação e Matemática tomou a iniciativa de criar uma secção dedicada aos 20 anos, a ser publicada em todos os números da revista referentes a 2006 e solicitou a colaboração do gabinete dos 20 anos na coordenação desta secção.

Com esta secção pretende-se dar destaque às iniciativas que são desenvolvidas dentro do ciclo comemorativo e também relembrar factos, acontecimentos relevantes na vida da APM ao longo destes anos. Este ciclo comemorativo iniciou-se no ProfMat de Évora, com uma sessão especial, da qual se dá notícia neste número.

Um dos princípios orientadores deste ciclo é privilegiar a reflexão interna, onde é importante o envolvimento dos Núcleos e dos Grupos de Trabalho num processo de reflexão sobre a sua natureza, propósitos, modos de funcionamento, ... que conduza à identificação de linhas de acção e realizações futuras, ao nível da APM, dos professores de Matemática, da educação matemática. Assim, alguns grupos e núcleos já iniciaram essa reflexão, pelo que nesta secção irão sendo divulgados os seus resultados.

Neste ciclo comemorativo pretendemos o envolvimento de todos, por isso gostaríamos que os leitores da Educação e Matemática apresentassem a sua opinião sobre o que gostariam de ver reforçado e/ou melhorado na APM, ou o testemunho sobre o significado e papel que a APM tem desempenhado na sua vida profissional. A colaboração pode revestir a forma de um artigo de opinião, do relato de uma experiência gratificante ou de um episódio marcante que ao longo destes anos tenha tido especial significado para cada um dos leitores.

O Gabinete dos 20 anos

Os 20 anos da APM na Educação e Matemática

Vinte anos depois, em que ponto estamos? Para onde vamos?

Rita Bastos e Sónia Figueirinhas

Na qualidade de elementos do Grupo de Trabalho de Geometria (GTG) estivemos na sessão especial *20 anos da APM*, no ProfMat 2005, em Évora, organizada pelo Gabinete dos 20 anos, com o objectivo de participar na reflexão conjunta que aí iria ter lugar. O Gabinete já tinha pedido, há algum tempo, aos núcleos regionais e aos grupos de trabalho, que promovessem esta reflexão internamente, com base num guião que foi fornecido. Ficou combinado que dois grupos de trabalho e dois núcleos apresentariam o resultado da reflexão já realizada, na sessão especial do ProfMat 2005.

Não havia muitos sócios na sessão, embora também não estivesse vazia. De certo modo, é compreensível, dado haver outras sessões em paralelo e ter acontecido já no fim de um dia de trabalhos. Muitos terão ido ao hotel descansar um pouco, a tempo de participar do programa cultural. Mas é provável, também, que muitos sócios achem que estes assuntos não lhes dizem respeito — talvez pensem que é à Direcção, ao Conselho Nacional e às outras estruturas da APM que compete debruçar-se sobre estes assuntos. Mas será assim? A verdade é que muitas pessoas têm opiniões sobre a vida da APM, mas manifestam-nas apenas junto dos amigos, fora destes contextos mais formais. A reflexão lançada pelo Gabinete dos 20 anos deveria alargar-se a todos os sócios e não ficar restrita àqueles que já participam normalmente nas estruturas da APM. Deveríamos também incluir aqueles que se encontram mais longe ou que se sentem mais solitários na sua profissão, porque é também através da APM que essa solidão pode ser atenuada. Deveríamos perceber porque é que não há mais sócios a participar nos trabalhos dos núcleos regionais e nas actividades dos grupos de trabalho, a integrar a Direcção, o Conselho Fiscal e a Mesa da Assembleia, ou a participar nos processos que levam à sua eleição. Em nosso entender, a mobilização de mais sócios que participem activamente na vida associativa ao longo do ano — e não só nos ProfMats e outros encontros — é um objectivo para o qual todos deveríamos contribuir.

A sessão começou com a apresentação, pela nossa presidente, Isabel Rocha, de todo o processo que levou à formação do Gabinete dos 20 anos, das intenções para o ciclo comemorativo que se iniciou neste ProfMat — vinte anos de ProfMat em 2005, vinte anos da APM em 2006 e vinte anos da revista *Educação e Matemática* em 2007 — e das grandes iniciativas que se estão a preparar para as comemorações: um ano temático, *Matemática e Tempo*, a cargo dos núcleos de Castelo Branco e Beja; o ProfMat 2006, que vai realizar-se em Setúbal, na Escola Superior de Educação; uma Exposição, e um seminário ou encontro, em 2007, que reúna, simultaneamente, características do seminário de Vila Nova de Milfontes, realizado em 1988, e do projecto Matemática 2001 e que possa vir a produzir documentos orientadores da acção da APM no futuro. Finalmente, a presidente da APM — também membro do Gabinete dos 20 anos — enfatizou a reflexão interna que já se tinha iniciado nos grupos de trabalho e nos núcleos regionais no sentido de conduzir à identificação de linhas de acção e realizações futuras.

O Grupo de Trabalho de Investigação apresentou um historial do que tem sido a sua actividade e o resultado da reflexão que promoveu internamente, que está publicado num outro artigo deste número.

Também o núcleo de Vila Real mostrou o que tem sido o seu trabalho, identificando alguns sucessos mas também alguns problemas. Ficou-nos sobretudo a ideia de que os elementos do núcleo continuam a sentir a distância (à sede e à capital) como um factor negativo, que resulta em falta de apoios.

O núcleo de Viseu, falou do trabalho que tem desenvolvido e também identificou alguns problemas na sua relação com a sede, nomeadamente no que respeita a apoios. A tónica foi posta naquilo que tem sido a principal preocupação, que é a de *manter a chama acesa*, isto é, de poder continuar a contar com a disponibilidade dos sócios para desenvolver actividades e projectos a nível regional.

Finalmente, o GTG recordou os objectivos com que foi criado e que considera manterem-se actuais ao fim de 10 anos de actividade, reconhecendo que não tem conseguido realizar todos os projectos que tem tido. Este grupo gostaria de ter mais visibilidade, nomeadamente apoiando os sócios em questões relacionadas com o ensino da Geometria, apoiando a Direcção e outras estruturas com a emissão de pareceres e orientações e divulgando o resultado das suas reflexões através da escrita de artigos no boletim informativo ou nas revistas da APM. Manifestou ainda a sua posição de que, na reflexão interna agora desencadeada, cada uma das estruturas da APM deveria pronunciar-se sobre as outras, questionando e reforçando o papel de todas, no sentido de conferir mais força e unidade à associação.

Desta sessão, que constituiu apenas o início de uma reflexão que se quer muito mais alargada — no tempo e na própria associação — ficaram algumas questões que gostaríamos de destacar, lançando-as assim para a discussão:

Temos constatado que, nalgumas situações, a associação não tem assumido posições claras e fortes quanto às políticas educativas (sobre currículos, exames, ou manuais escolares, por exemplo). É verdade que, por um lado, a associação é composta por uma pluralidade de sócios, com posicionamentos muito diversos relativamente a estas questões e, por conseguinte, será difícil, senão impossível, encontrar consensos. Mas, por outro lado, é necessário e urgente que essas posições existam, para que possamos ser parceiros intervenientes na definição das políticas nacionais, em vez de esperar que outros tomem as decisões sobre os assuntos que nos dizem respeito. Não podem nem devem ser apenas a Direcção e o Conselho Nacional a trabalhar para a definição dessas posições. Qual o papel que os núcleos regionais e os grupos de trabalho podem ter neste âmbito? Como é que podemos organizar-nos de forma a contribuir para que a Associação assuma publicamente posições que retratem as nossas preocupações profissionais colectivas?

Uma segunda questão é a que já referimos e que tem sido apontada pelos núcleos, recorrentemente, no que diz respeito ao seu financiamento. Como podemos melhorar a articulação entre os núcleos e a sede, sem perder a autonomia dos núcleos e, ao mesmo tempo, sem abrir mão da unidade nacional que é conferida pela existência de uma gestão global e central?

Finalmente, sentimos que a APM precisa de ser reforçada — na sua dinâmica, na mobilização dos sócios, na participação de todos nós. É verdade que os professores estão a atravessar uma fase da sua vida profissional que conduz, muitas vezes, ao desânimo; e que muitos de nós estão envolvidos em vários projectos e trabalhos — nas escolas, individualmente ou noutras instituições — e que nem sempre temos disponibilidade ou tempo para mais. Contudo, às vezes é só uma questão de criatividade, de articular bem as coisas — muito do trabalho que desenvolvemos individualmente poderia ser partilhado com outros na associação. E há muitas maneiras de participar, que não se limitam ao pagamento atempado das quotas e que se traduzem numa mais-valia para ambas as partes.

Rita Bastos, Escola António Arroio
Sónia Figueirinhas, INETE

Proposta de guião orientador da reflexão nos Grupos de Trabalho

No âmbito das comemorações dos 20 Anos da APM foi decidido que um dos aspectos a ter em conta nestas comemorações seria a promoção de uma "reflexão interna e a identificação de orientações/linhas de acção e realizações — ao nível da APM, dos professores de Matemática, da educação matemática — tendo presente a necessidade de intervenções para o *exterior* visando a informação, divulgação, esclarecimento do que é a APM e das ideias e posições que sustenta. Uma reflexão aprofundada e uma acção consistente e sustentada no *interior* da APM é condição para uma maior credibilidade de uma intervenção externa"[1].

No sentido de potenciar a reflexão nos Grupos de Trabalho foi elaborada a presente proposta de guião que mais não é que um levantamento de questões que poderão servir de base comum à reflexão a realizar em todos os Grupos.

Início da actividade

— quando foi criado e por quem (níveis de ensino dos elementos do grupo);
— com que objectivos / problemas / preocupações;
— a sua origem está relacionada com algum *acontecimento* importante?
— como se procedeu (ou organizou) para constituir o grupo;
— os intervenientes do grupo aderiram *prontamente* ou houve algum esforço para constituir o grupo?

Desenvolvimento do trabalho

— periodicidade e duração aproximada das reuniões;
— metodologias de trabalho utilizadas;
— como tem sido o contacto com a associação, com outros grupos de trabalho e com a comunidade em geral?
— que formas de divulgação do trabalho têm sido usadas?
— quais as actividades mais relevantes do grupo;
— ligações do grupo com o exterior;
— modos de integração de novos elementos;
— evolução histórica com indicação dos momentos marcantes quer no trabalho perspectivado / realizado quer na consolidação e alargamento do grupo.

Reflexão (apreciação crítica)

— indicação da avaliação que o grupo faz do trabalho que tem realizado (com a indicação dos principais aspectos positivos e negativos bem como das razões encontradas);
— avaliação da dinâmica criada com o trabalho desenvolvido;
— indicar hábitos de avaliação do desenvolvimento do trabalho;
— dificuldades sentidas pelo grupo;
— planos/projectos não realizados.

Perspectivas futuras

— como é que o grupo vê a sua continuidade;
— perspectivas de mudança significativa quer nas metodologias, nos objectivos e nos conteúdos de trabalho quer nos produtos desejados e sua divulgação,
— contributos que o grupo pensa poder dar para um maior campo de intervenção e para o desenvolvimento da APM.

Nota

1 Documento de Henrique Guimarães apresentado à reunião dos ex-Presidentes da APM.

O Grupo de Trabalho de Investigação: reflexões e orientações futuras

Este documento surge no âmbito das comemorações dos 20 anos da APM. O Gabinete criado para o efeito convidou os núcleos e os grupos de trabalho da associação a fazerem uma apresentação das suas reflexões e linhas de acção para os próximos anos numa sessão especial do ProfMat 2005. O Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) foi um dos grupos que se disponibilizou para essa divulgação.

Pensamos que para essa reflexão seria necessário reconstituir a história do GTI, analisar as actividades que foram desenvolvidas em confronto com os objectivos e as preocupações do grupo no contexto da APM e, por fim, repensar acções futuras tendo como pano de fundo as finalidades com que foi criado o GTI. Neste sentido, o texto que a seguir se apresenta descreve o trabalho que foi realizado ao longo da existência do GTI e perspectiva linhas de actuação para o futuro, mantendo a ordem da apresentação feita na sessão especial *Os 20 anos da APM* realizada no dia 9 de Novembro, no ProfMat 2005.

Quem somos

O GTI é um grupo de trabalho da APM que reúne sócios interessados em investigação em educação matemática. Existe desde o ano lectivo 1991/1992 e qualquer sócio pode pertencer-lhe. O GTI integra dois tipos de membros: regulares e associados. Os primeiros são os elementos do grupo envolvidos numa das actividades regulares do GTI e os segundos são todos os sócios da APM que manifestem interesse pelas actividades do GTI, através do preenchimento do formulário de inscrição. Em 2001, os estatutos foram reformulados e podem ser consultados na página da APM.

As actividades do grupo são coordenadas por uma comissão que presentemente é constituída por: Isolina Oliveira (coordenadora), Ana Maria Boavida, Cláudia Canha Nunes, Henrique Manuel Guimarães, Irene Segurado, João Pedro da Ponte e Lurdes Serrazina.

Como surgiu

Destacam-se aqui os momentos decisivos na criação do GTI:

- 1989, ProfMat 89, Viana do Castelo — Lançamento do seminário anual dedicado à investigação em Educação Matemática.
- 1990, Caldas da Rainha — Realização do 1° seminário de investigação em educação matemática (SIEM I).
- 1991 — Proposta à direcção da APM da constituição de um grupo de trabalho sobre investigação em Educação Matemática. O SIEM II realiza-se nos dois dias que antecedem o ProfMat no Porto e anuncia-se a criação do GTI.
- 1992 — Constituição de um grupo inicial, formado por João Pedro da Ponte, José Manuel Matos e Henrique Manuel Guimarães, que preparou um documento de lançamento do grupo de trabalho de investigação em Educação Matemática, onde são enunciados os objectivos e algumas linhas orientadoras para a sua organização e desenvolvimento de actividades.
- 1992, Viseu, SIEM III — Aprovação do documento e criação do GTI.

Objectivos

Desde a sua fundação que o GTI mantém dois objectivos:

- Constituir um espaço de expressão e comunicação da comunidade investigativa no campo da educação matemática para divulgação, comunicação, confronto e discussão de ideias e trabalhos realizados.
- Promover a articulação entre a investigação nesta área e o ensino da Matemática.

Actividades do GTI

O GTI desenvolve um leque de actividades, no quadro dos objectivos e orientações da associação, coordenadas por uma comissão constituída pelos elementos acima citados. As principais actividades que se têm vindo a desenvolver desde o início relacionam-se com a organização dos seminários de investigação, com a publicação da revista Quadrante, e com a edição da colecção de teses e de monografias de investigação.

A partir de 1998, o grupo de estudos *O professor como investigador*, emergindo como resultado da discussão em torno da relação entre os professores e a investigação, passa a constituir outra das actividades relevantes do GTI.

Seminários de investigação em educação matemática

Os seminários de investigação realizam-se anualmente, desde 1990, associados ao ProfMat e nos dois dias que o antecedem. Participam habitualmente cerca de cento e cinquenta pessoas, com uma presença significativa de professores do ensino básico e do ensino secundário. Os locais a seguir apresentados são aqueles onde os seminários se têm realizado ao longo dos anos: 1990 — Caldas da Rainha, 1991 — Porto, 1992 — Viseu, 1993 — Ponta Delgada, 1994 — Leiria, 1995 — Évora, 1996 — Almada, 1997 — Figueira da Foz, 1998 — Guimarães, 1999 — Portimão, 2000 — Funchal, 2001 — Vila Real, 2002 — Viseu, 2003 — Santarém, 2004 — Covilhã, 2005 — Évora.

Pretende-se com os seminários manter um espaço de divulgação e de reflexão sobre trabalhos realizados no campo da investigação em educação matemática e proporcionar um fórum de discussão e de aprofundamento de ideias originárias de estudos de mestrado e doutoramento e também de projectos e trabalhos em desenvolvimento.

Os trabalhos do seminário decorrem em sessões plenárias, comunicações, painéis de discussão e comunicações em cartaz. Em 2005 foi criada nova dinâmica, resultante do crescimento da investigação em Educação Matemática, através da realização de simpósios organizados com o objectivo de proporcionar uma discussão alargada e aprofundada de ideias. Neste ano cada simpósio agrupou três comunicações dentro das seguintes temáticas:

— Matemática e sociedade
— História e ensino da Matemática
— Resolução de problemas, investigações e aprendizagem de Matemática.
— Formação inicial de professores: o caso do estágio.
— O professor: saberes, práticas e desenvolvimento profissional
— Avaliação e aprendizagem
— Tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática.
— A Aprendizagem da Matemática no Ensino Superior.

Revista Quadrante

A *Quadrante* é uma revista vocacionada para estimular o intercâmbio de ideias e experiências, divulgando trabalhos relacionados com a investigação em ensino e aprendizagem da Matemática. Publica dois números por ano, sendo, regularmente, um deles temático com artigos respeitantes a um domínio específico de investigação. Conta com colaboração nacional e internacional, sendo os artigos publicados sujeitos a um processo de revisão.

A *Quadrante* é editada desde 1992 e tem cerca de quinhentos assinantes. Possui um conselho consultivo e um conselho editorial, sendo a sua equipa directiva actual constituída por Hélia Oliveira, Darlinda Moreira e Henrique Guimarães (director).

Números Temáticos publicados: O professor de Matemática (1994), Aspectos sociais e culturais da aula de Matemática (1996), Investigações matemáticas na sala de aula (1998), Conhecimento e desenvolvimento profissional do professor (1999), Ensino e aprendizagem da Estatística (2001), Educação Matemática e Cidadania (2002), Avaliação Pedagógica em Matemática (2002) e Formação Inicial de professores de Matemática (2004).

Colecção Teses

Com a colecção Teses, pretende-se contribuir para a divulgação de trabalhos de investigação realizados ao nível de provas de mestrado e de doutoramento por autores de língua portuguesa.

A colecção foi iniciada em 1992 e conta hoje em dia com cerca de 180 títulos que podem ser adquiridos e consultados na sede da APM.

Grupo de Estudos

O grupo de estudos *O professor como investigador* iniciou as suas actividades no ano lectivo de 1999/2000. O 1° ciclo deste grupo prolonga-se até 2002, ano a que se dá início ao 2° ciclo que termina em 2005. Em Setembro de 2005 começa o 3° ciclo.

Com o grupo de estudos pretende-se reflectir sobre os vários temas, problemas e questões associados à ideia do professor como investigador e, simultaneamente, contribuir para a divulgação da perspectiva de que a investigação sobre a prática é uma componente importante da actividade profissional do professor.

O grupo de estudos constituido por professores de diversos níveis de ensino, reúne regularmente para a realização de seminários onde são analisados e discutidos textos sobre o tema em discussão, elaborados por elementos do grupo ou por autores consagrados.

O grupo de estudos tem divulgado os seus trabalhos nos ProfMats através de sessões práticas, comunicações, grupos temáticos e de discussão e painéis. Nos seminários através de comunicações e em 2005 no V CIBEM foram apresentadas comunicações nos grupos de discussão.

O 1° ciclo do GTI terminou em 2002 com a publicação do livro *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional*.

O 2° ciclo do GTI terminou em 2005 com a publicação do livro *O professor e o desenvolvimento curricular*.

Apesar de ainda estar em estudo, prevê-se que o tema para o 3° ciclo do GTI seja — *Culturas de escola*.

Outras actividades

A divulgação de informação sobre a investigação em educação matemática em Portugal tem constituído uma das preocupações do GTI. Neste sentido, desde 1995 este grupo tem realizado intervenções no ProfMat promovendo grupos temáticos sobre o tema *Reflectindo sobre a prática*, numa procura de intensificação da articulação entre a investigação e o ensino da matemática.

O GTI tem também participado em encontros internacionais (PME 94, ICME 96) para divulgação das suas actividades e da investigação portuguesa. Mantém protocolos de colaboração com a Secção de Educação Matemática da SPCE, desde 1993 e com a Sociedade Espanhola de Investigação em Educação Matemática.

Mantém uma página na Internet integrada na página da APM (`www.apm.pt/gt/gti`).

No futuro

Tendo em conta os objectivos enunciados aquando da criação do Grupo de Trabalho de Investigação em 1992 a comissão coordenadora considera que se mantêm apropriados e pertinentes na realidade actual e no futuro próximo. Por outro lado, a análise e apreciação feita em reunião expressa para tal privilegia momentos que se traduziram em tomadas de decisão e que marcam o percurso do GTI. Assim, o tipo de actividades desenvolvidas pelo GTI ao longo destes treze anos estão consolidadas, embora alguns aspectos tenham vindo a ser aperfeiçoados, tendo em vista uma melhor articulação e divulgação de ideias entre a investigação e o ensino, o que remete para a própria ampliação do grupo e da APM. Deste modo, destaca-se a criação do Grupo de Estudos *O professor como investigador* resultante da reflexão do grupo sobre a sua actividade que terá de ser vista como estando inserida na Associação dos Professores de Matemática.

Resta acrescentar que o GTI se propõe no futuro continuar nesta linha de orientação e actuação, procurando integrar novas ideias vindas da análise e reflexão dos seus membros e do que recolhem das várias participações no conjunto das suas actividades, em particular do seminário de investigação em educação matemática e do grupo de estudos.

Comissão Coordenadora do GTI

Sabia que? ...

Em Fevereiro, de 1987, deslocou-se ao 15º Cartório Notarial de Lisboa, uma representação da APM para realização da respectiva escritura. Na fotografia do grupo, podem ver-se todos os elementos da APM presentes, Leonor Moreira, Henrique M. Guimarães, da Direcção da APM, Cecília Monteiro, e a Presidente Leonor Filipe, bem como a notária que realizou a escritura.

ASSOCIAÇÃO

No dia dois de Fevereiro de mil novecentos e oitenta e sete, no Décimo Quinto Cartório Notarial de Lisboa, perante mim, Notária, Licenciada em Direito, Amélia Josefina de Queirôz Lopes, compareceram como outorgantes:

PRIMEIRO: Drª. MARIA CECÍLIA SOARES DE MORAIS MONTEIRO, divorciada, natural de Alcobaça e residente na Rua António Stromp, nº.6-1º.-Esqº. nesta cidade;

SEGUNDO: Drª. MARIA LEONOR REBELO LOPES MOREIRA, solteira, maior, natural de Leiria e residente na Avª Gaspar Corte-Real, nº.64-4º.-D em Cascais;

TERCEIRO: Drª. MARIA LEONOR DE PAIVA FILIPE, divorciada, natural da freguesia de Vila Cova de Alva, concelho de Arganil e residente na Rua Pública Hortênsia de Castro, nº.3-6º-A, nesta cidade.

E disseram por minuta exibida:

Que constituem uma associação privada, sem fins lucrativos, da qual são fundadores, que se regerá pelos estatutos constantes do documento complementar elaborado nos termos do número dois do artigo setenta e oito do Código do Notariado, que faz parte integrante desta escritura e expressamente declaram conhecer e aceitar.

A associação adopta a denominação de "ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA", tem a sua sede em Lisboa na Rua Pública Hortênsia de Castro, número três, sexto A, freguesia de

Carnide, e durará por tempo indeterminado, contando-se o seu início a partir de hoje e tem por objecto:

a) Promover o desenvolvimento do ensino da Matemática a todos os níveis;

b) Estimular o intercâmbio de idéias e de experiências entre as pessoas que se interêssam pelos problemas de aprendizagem desta disciplina;

c) Apoiar e divulgar actividades relevantes para a aprendizagem da Matemática;

d) Promover a participação activa dos Professores de matemática de todos os graus de ensino na discussão e implementação de novas práticas pedagógicas.

Esclareci os outorgantes de que este acto é ineficaz em relação a terceiros, enquanto não fôr publicado.

Exibiram:

O certificado de admissibilidade de denominação, emitido pelo Registo Nacional de Pessoas Colectivas, datado de trinta e um de Outubro do ano findo.

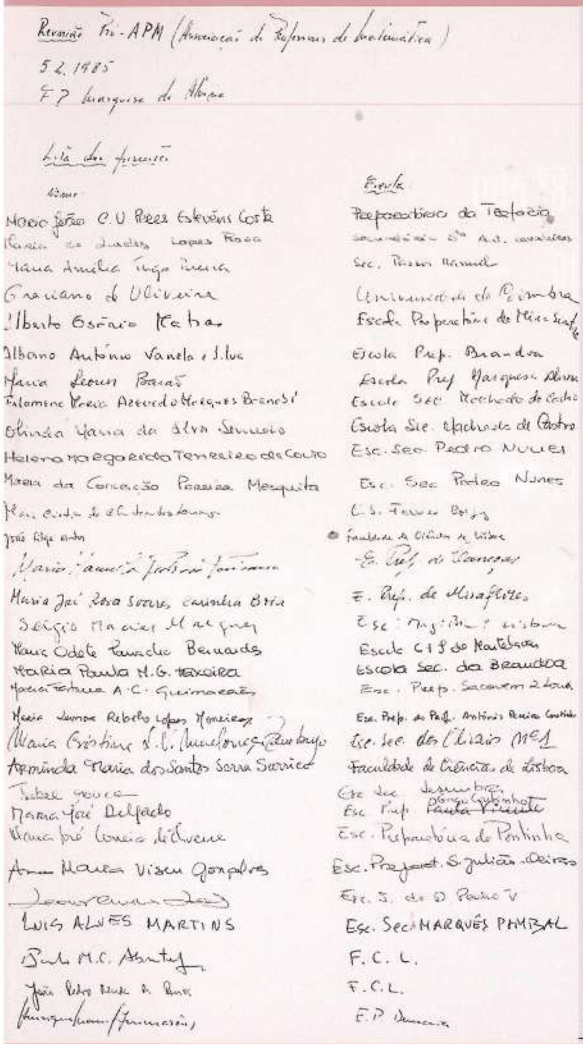
Verifiquei a identidade dos outorgantes pelos seus bilhetes com os números 645.751 de 12 de Fevereiro de 1985; 1.579.998 de 31 de Dezembro de 1986 e 2.492.941 de 3 de Janeiro de 1980, todos emitidos pelo Arquivo de Identificação de Lisboa.

Esta escritura foi lida e explicado o seu conteúdo às outorgantes em voz alta, na presença simultânea de todos.

Raquel Gaspar Corte-Real, Pública Hortênsia, "Pública Hortênsia",
Maria Cecília Soares de Morais Monteiro
Maria Leonor Rebelo Lopes Moreira
Maria Leonor de Paiva Filipe
Notária
Amélia Josefina de Queiroz Lopes

Confª. e Regª sob o nº. 6

Em Setembro de 1986, realizou-se em Portalegre o segundo ProfMat. Nele participarám cerca de duas centenas de professores de Matemática de todos os níveis de ensino. Esta fotografia tirada por João Pedro da Ponte, diz respeito à sessão de abertura do encontro. Na mesa podem ver-se, Mário Ceia, membro da comissão organizadora do encontro, Natércio Afonso, orador da primeira sessão plenária, e Fátima Cerqueira, todos professores na ESE de Portalegre, e ainda Leonor Moreira. Foi numa assembleia deste ProfMat que, por unanimidade e aclamação, que se decidiu criar a APM e foi eleita a sua primeira Direcção.



Reunião Pró-APM (Associação de Professores de Matemática)
5.2.1985
E.P. Marquesa de Alorna

Lista das presenças

Nome | Escola

INFLEXÃO

Nº 8 MARÇO 1986

folha informativa sobre o ensino da Matemática

PROFESSORES DE MATEMATICA
Novos passos para a criação duma Associação

Realizou-se no passado dia 5 de Fevereiro, na Escola Preparatória Marquesa de Alorna, uma reunião para debater a oportunidade de se constituir uma Associação de Professores de Matemática (APM).

Esta reunião surgiu na sequência da discussão que sobre este assunto se travou na sessão de encerramento do PROFMAT85 e dos resultados do inquérito então iniciado (ver Inflexão 7).Estiveram presentes 31 professores de vários níveis de ensino (preparatório, secundário e universitário) que se debruçaram sobre os passos a dar para a criação da referida Associação.

Foi manifestado por diversos participantes que não se deseja uma organização pesada, centralizada, com propensões burocráticas e que reduza a sua intervenção à realização periódica de encontros ou outras actividades mais ou menos "grandiosas" que conduzem à participação efectiva de poucos e à contemplação de muitos. Pretende-se, isso sim, uma APM consistente, viva, verdadeira, o que se pensou só ser possível se na sua base estiverem grupos de pessoas que, pelo seu entusiasmo, empenhamento, capacidade de organização e dinamização, sejam capazes de dar corpo a actividades que, pela sua relevância e qualidade, consigam congregar os interesses e promover a participação activa dos professores de Matemática na discussão e problematização das questões mais importantes relacionadas com o ensino e a aprendizagem desta disciplina. A APM será, de facto, o que estes grupos forem capazes de ser.

Foram sugeridos os seguintes objectivos e acções prioritárias para a APM:

- promover a participação activa dos professores de Matemática de todos os níveis de

-3-

ensino na discussão e implementação de novas orientações curriculares;

- fomentar o seu crescente interesse e participação em projectos de investigação (ou para-investigação) pedagógica;

- contribuir para quebrar o isolamento a que estão tradicionalmente sujeitos, procurando criar melhores condições para o trabalho colectivo e para a troca de experiências;

isto no que diz respeito aos objectivos e,

- manter uma publicação regular de comunicação entre os professores de Matemática;

- realizar periodicamente um encontro inteiramente dedicado aos problemas do ensino e da aprendizagem da Matemática;

- organizar acções de formação para professores, quer de carácter geral quer de carácter mais específico;

-incentivar e divulgar iniciativas nos domínios da investigação e do desenvolvimento curricular;

-apoiar e divulgar actividades relevantes para a aprendizagem da Matemática destinadas directamente a alunos do Ensino não-Superior, de que são exemplo os Clubes de Matemática de escolas preparatórias e/ou secundárias; isto no que diz respeito às acções prioritárias.

Foram então constituídos grupos de trabalho em torno de temas sugeridos pelas pessoas presentes (ver artigo neste número do Inflexão). Alguns destes grupos começaram já a funcionar, podendo os professores interessados em integrar-se em algum desses grupos contactar com as pessoas indicadas.

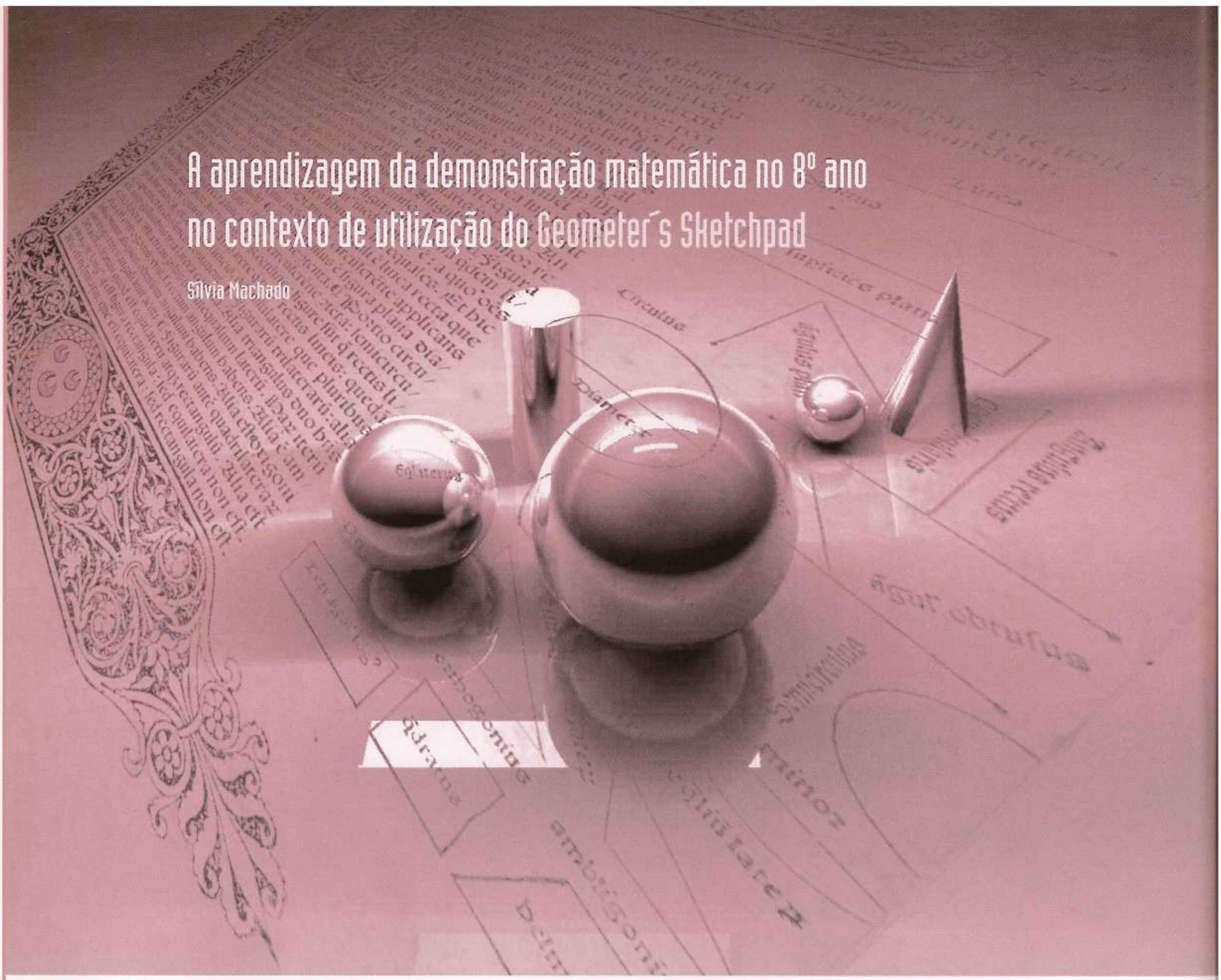
Vem aí o PROFMAT86. A APM está mais perto.

Henrique Guimarães

No dia 5 de Fevereiro de 1986, realizou-se na Escola Preparatória Marquesa de Alorna em Lisboa uma reunião cujo primeiro ponto da ordem de trabalhos foi *Passos a dar para a criação da APM*. Estiveram presentes 31 professores representantes de todos os níveis de ensino e, na mesa Paulo Abrantes e Henrique M. Guimarães.

O Seminário de Vila Nova de Mil Fontes foi uma das primeiras realizações da APM que ficou na história pela sua importância e influência nomeadamente no que se refere ao processo de renovação curricular do ensino da Matemática. Esta fotografia (da autoria de Henrique M. Guimarães) é de uma das sessões de trabalho do Seminário, e vêem-se nela Lurdes Figueiral, *anfitriã* do Seminário e professora no Colégio Nossa Senhora da Graça, onde ele se realizou, Paulo Abrantes, um dos organizadores do Seminário e Franco de Oliveira, que com os outros coordenou esta sessão de trabalho.

Em Janeiro de 1987, foi publicado o primeiro número da revista Educação e Matemática, que nos tem acompanhado ao longo dos anos, sendo o actual o seu 86 número. Era directora Leonor Moreira e integravam a sua redacção Conceição Mesquita, Henrique M. Guimarães, J. Manuel Duarte e Paulo Abrantes. Com uma tiragem de 1000 exemplares, esta primeira revista anunciou o ProfMat de 87 em Bragança.



A aprendizagem da demonstração matemática no 8º ano no contexto de utilização do Geometer´s Sketchpad

Sílvia Machado

Introdução

O ensino e aprendizagem da demonstração matemática têm-se realizado de formas diversas, dependendo de factores temporais e locais: umas mais teóricas, outras mais práticas; umas partindo de teoremas apresentados pelo professor, outras partindo de conjecturas formuladas pelos alunos. Actualmente, a educação matemática dispõe de novas ferramentas, nomeadamente do computador e de *software* específico para a aprendizagem da matemática, que penso poderem trazer benefícios ao ensino e à aprendizagem da demonstração envolvendo a formulação e teste de conjecturas. Foi neste âmbito e a propósito da realização da minha tese de Mestrado (Machado, 2005) que procurei compreender de que forma os alunos do 8° ano de escolaridade desenvolvem a capacidade de demonstração matemática num contexto de utilização do *software Geometer´s Sketchpad* (GSP). Neste estudo, eu era também a professora da turma participante e é nessa qualidade que vou apresentar algum do trabalho desenvolvido pelos alunos com uma das tarefas. Porém apresentarei uma breve descrição do contexto em que este trabalho se inseriu e tecerei algumas considerações teóricas que considero importantes para compreender os resultados apresentados.

Demonstrar na aula de Matemática: porquê, para quê e como

Nas orientações curriculares portuguesas é possível identificar a importância atribuída à demonstração. Com efeito, o Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001) apresenta como uma das suas duas principais finalidades, "proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza" (p. 58). Mais à frente este documento descreve algumas particularidades que distinguem as ideias e métodos da matemática dos utilizados pelas outras ciências:

a matemática distingue-se de todas as outras ciências, em especial no modo como encara a generalização e a *demonstração e como combina o trabalho experimental com os raciocínios indutivo e dedutivo*, oferecendo um contributo único como meio de pensar, de aceder ao conhecimento e de comunicar. (p. 59, itálico acrescentado)

Assim, parece indispensável que os alunos demonstrem para que, como refere o Currículo Nacional, contactem com um dos "métodos fundamentais da matemática" e possam apreciar a "natureza" desta ciência, ideia também sublinhada por Veloso (1998). Este autor apresenta duas razões para a demonstração matemática estar presente na sala de aula: (a) aprender a raciocinar e (b) compreender a natureza da matemática, considerando esta a mais importante. De facto, Veloso (1998) reconhece que trabalhar a demonstração na aula de Matemática, quer no contexto de realização de investigações, quer analisando certas demonstrações nos últimos anos do ensino secundário, contribui para que os alunos aprendam a raciocinar, mas não é indispensável. Os alunos não precisam de fazer demonstrações na aula de Matemática para criar estruturas básicas de raciocínio e desenvolvê-las. No entanto, não conseguirão interiorizar, compreender e apreciar a natureza da matemática se a demonstração não estiver aí presente. Assim, Veloso (1998) considera que "os alunos devem chegar ao secundário com uma experiência já considerável de actividades de investigação em matemática, durante a qual tiveram numerosas ocasiões para argumentar e demonstrar, e reflectir com a ajuda do professor sobre essa experiência matemática" (p. 362).

Uma vez presente na aula de Matemática, que funções pode a demonstração desempenhar? Uma demonstração pode cumprir várias funções simultaneamente. Todas elas podem estar presentes na sala de aula, mas parece-me que as mais pertinentes são as funções de verificação/convencimento e explicação. No entanto, para alguns alunos, a demonstração também pode constituir um desafio intelectual e serve certamente para comunicar em matemática. Donde, serão analisadas estas quatro funções da demonstração — verificação/convencimento, explicação, desafio intelectual e comunicação — com mais pormenor, no contexto da sala de aula.

Tendo em conta o que Veloso (1998) refere como a principal razão para a demonstração estar presente na aula de Matemática — compreender a natureza da matemática —, os alunos têm que compreender a função da demonstração como processo de verificação[1], pois, esta é inerente ao próprio conceito de demonstração. No que diz respeito ao convencimento, ele pode ser entendido de duas formas distintas, conforme o sujeito que se tome: convencer-se a si próprio ou convencer os outros. Várias vezes, a demonstração é procurada quando já se está convencido. Nestes casos, a procura da demonstração não tem como fim o convencimento do próprio, mas sim o convencimento dos outros, com o objectivo de validar um resultado junto de uma comunidade.

Diversos autores referem, no contexto da educação matemática, que uma boa demonstração é aquela que além de convencer, clarifica porque é que uma relação funciona ou não, ou seja, estabelece a verdade do resultado e contribui para a sua compreensão (Boavida, 2001; De Villiers, 2002).

A existência de uma demonstração matemática pressupõe a sua comunicação a uma comunidade. No contexto da sala de aula é igualmente pertinente que os alunos comuniquem uns aos outros e ao professor as conjecturas que formulam, e que partilhem o seu processo de refutação ou demonstração. Yackel e Cobb (citados por Garnica, 1996) sugerem que as provas desenvolvidas na sala de aula devem "levar os alunos a compartilhar métodos de solução, respostas, pensamentos e caminhos por eles encontrados em exposições orais perante a sala" (p. 45).

O desafio intelectual pode ser um dos motivos pelo qual existem, em diversos casos, várias demonstrações para um mesmo teorema. Esse desafio pode estar relacionado com as outras funções da demonstração, por exemplo o desafio para compreender ou para verificar (no caso de ainda não existir uma demonstração), ou simplesmente o desafio de encontrar uma demonstração mais bela. De Villiers (2002) compara o desafio que a demonstração constitui para os matemáticos com o desafio que os puzzles ou outro tipo de esforços constituem para outras pessoas. Para os alunos, dependendo da forma como possa surgir junto destes e das características pessoais de cada um, a demonstração também pode constituir um desafio.

Penso que a demonstração deve aparecer aos alunos como algo que, independentemente do maior ou menor formalismo que apresente, se expressa através de um *raciocínio lógico* que mostra a verdade ou falsidade de uma determinada conjectura e é aceite por todos os membros da comunidade sala de aula. A forma como Boavida (2001) descreve uma demonstração realizada por um grupo de alunos ilustra o significado que atribuo a raciocínio lógico:

apresentaram argumentos, matematicamente válidos, para cada uma das afirmações que enunciaram, usaram factos conhecidos e anteriormente aceites como verdadeiros para bases das suas justificações (...), encadearam os argumentos uns nos outros de tal modo que uma ideia fluía da anterior sem deixarem "pontas soltas" ou contradições e deduziram, logicamente, uma conclusão. (p. 13)

Não há dúvida que toda a demonstração matemática envolve raciocínio matemático, no entanto, levantam-se algumas questões: poder-se-á afirmar que a presença da demonstração matemática na sala de aula permite aos alunos "contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza"? (DEB, 2001, p. 57); a sua presença na sala de aula desenvolve a predisposição dos alunos para raciocinar matematicamente e a sua concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior? Contribui, por exemplo, para a compreensão da noção de conjectura? Aspectos estes que fazem parte das competências a desenvolver pelos alunos ao longo do ensino básico (DEB, 2001). Não me parece que se os alunos se limitarem a seguir ou a repetir as demonstrações realizadas pelo professor depois da apresentação de um teorema desenvolvam a predisposição para raciocinar matematicamente. Além disso, dá uma visão redutora do que é a matemática, não sendo possibilitado ao aluno vislumbrar e muito menos apreciar algumas das ideias e métodos fundamentais da matemática. Efectivamente, de acordo com Sebastião e Silva (1977) "na investigação matemática, a *intuição* precede normalmente a *lógica*, isto é, começa-se por ter o *pressentimento* dos factos e só depois este pressentimento (ou intuição) é confirmado ou confirmado por *demonstração*" (p. 132). Uma das formas da demonstração surgir na aula de Matemática pode ser a partir de experiências de aprendizagem com o *GSP*. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) destacam as potencialidades deste tipo de *software* para a realização de investigações, em particular investigações geométricas, sobre relações que permanecem invariantes:

O desenho, a manipulação e a construção no computador de objectos geométricos permitem a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal. Actualmente, ferramentas computacionais, designadas por ambientes geométricos dinâmicos (*Cabri Géomètre*, *Geometer's Sketchpad*,...) são geradoras de uma nova abordagem no ensino e aprendizagem da geometria. (p. 60)

Nas palavras de Parks (2003) também é perceptível o potencial do *GSP* para a formulação de conjecturas, surgindo a sua justificação como algo natural:

O uso de *software* de geometria dinâmica encoraja-os [os alunos] a estruturar o pensamento matemático e a descobrir padrões através de exemplos. Isto leva-os a fazer conjecturas sobre os resultados e podem, em seguida, prosseguir na descoberta das justificações matemáticas que estão por trás desses resultados. (p. 119)

A realização das tarefas: episódios de sala de aula

No âmbito do estudo que realizei, trabalhei com os meus alunos quatro tarefas, pela ordem apresentada a seguir: *Uma ilha nos mares do sul*[2], *Propriedades dos paralelogramos*, *Quadriláteros, pontos médios e vértices* e *O quadrilátero de Varignon*. Escolhi a tarefa *Uma ilha nos mares do sul* porque a solução do problema aí apresentado é, à primeira vista, surpreendente. Este facto poderia despertar a curiosidade dos alunos para o porquê da solução encontrada com o *GSP*, motivando-os desta forma para a procura de uma demonstração com o objectivo de perceber o porquê das suas observações. Com a tarefa *Propriedades dos paralelogramos*, que tem uma formulação aberta, eu previa que os alunos formulassem várias conjecturas que posteriormente poderiam ser organizadas de forma a que vissem uma pequena organização local da matemática, e assim percebessem que, ao demonstrarem um resultado podiam, imediatamente, usá-lo para demonstrar outro. A escolha da última tarefa deveu-se a permitir a formulação de um elevado número de conjecturas, seu teste e demonstração. Além disso, poderia permitir-me, de alguma forma, revisitar as conjecturas formuladas aquando da tarefa *Propriedades do paralelogramo*, pois o quadrilátero de *Varignon* é um paralelogramo.

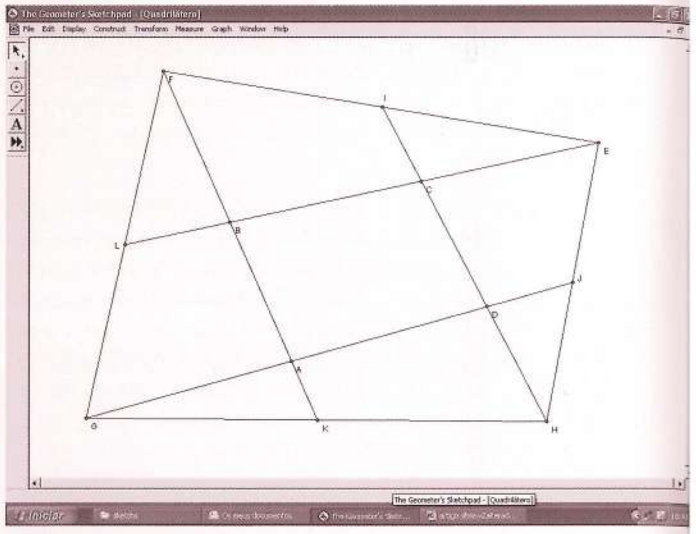


Figura 1.

A tarefa *Quadriláteros, pontos médios e vértices*[3] é uma tarefa com uma formulação mais fechada, quando comparada com as outras, uma vez que era explicitada claramente qual a relação a investigar. A razão que presidiu à escolha desta tarefa foi mostrar aos alunos que não se pode considerar como certa uma relação só porque é observada com o *GSP*. Além disso, pretendia clarificar alguns conceitos, nomeadamente o de conjectura e o de contra-exemplo. Pretendia que eles formulassem uma única conjectura[4] que se viria a revelar falsa. Considero também que esta tarefa só faz sentido quando inserida numa proposta pedagógica que inclua outras tarefas que envolvam a demonstração da veracidade de conjecturas formuladas pelos alunos. A tarefa realizou-se em duas aulas de 45 minutos cada.

Na primeira aula os alunos trabalharam aos pares com o *GSP*. Em qualquer um dos turnos[5], iniciei a aula com a entrega do enunciado da tarefa e informei os alunos que teriam de realizar um relatório individual. O *sketch* onde os alunos iriam trabalhar consistia num quadrilátero nas condições do enunciado da tarefa como ilustra a figura 1.

O nível de solicitação por parte dos alunos foi reduzido, contudo, eu circulava junto dos grupos numa tentativa de os orientar para o que era pedido na ficha, uma vez que pretendia discutir a tarefa toda nessa aula. Faria um ponto da situação na aula seguinte e tentaria demonstrar, com os alunos, algumas das conjecturas que haviam ficado por demonstrar na tarefa *Propriedades do paralelogramo*. A conjectura que se esperava que os alunos formulassem resistiria aos vários testes que eles realizariam, quando o *GSP* apresentava os seus cálculos arredondados às décimas, mas falharia assim que as definições do programa fossem alteradas de modo a permitir a visualização de mais casas decimais. Durante o trabalho com o *GSP*, de uma maneira geral os alunos não se restringiram ao que foi pedido na tarefa, tendo realizado outras explorações, pelo que não cheguei a discutir a tarefa nesta aula. No final da aula imprimi para cada aluno o trabalho realizado. Na segunda aula, nenhum aluno foi ao quadro e eu assumi um protagonismo maior do que o habitual. Discutiu-se no grupo turma o trabalho realizado com o *GSP*. Apresento a seguir alguns episódios de sala de aula ocorridos durante a realização da tarefa e sua discussão, assim como algumas transcrições dos relatórios dos alunos, com particular destaque para a aula no *GSP*.

Episódios de formulação e teste de conjecturas

Observei a tendência por parte de alguns alunos para, à primeira observação, formular uma conjectura. A seguinte transcrição da aula ilustra esta situação, sendo perceptível que as alunas mudaram a definição do programa e obtiveram o mesmo resultado. Perante esta observação afirmam que dá o mesmo sem manipularem o quadrilátero:

Rute: Dá stôra.

Professora: Dá o mesmo?

Rute: Dá. Dá o mesmo porque aqui ...

Professora: Dá para esse que aí têm. E se experimentarem para mais quadriláteros, têm que ver. Quer dizer vocês fazem para um e ficam satisfeitas?

Rute: Não, não dá.

Na aula de discussão recordo esta situação para destacar como se formula uma conjectura:

Professora: (...) E quando nós formulamos uma conjectura, Rute, por exemplo, fazia algum sentido fazer o quociente entre a área do mais pequeno e a área do maior, dá 0,2. E tu de repente formulares a conjectura que vai dar sempre 0,2. Porquê? Até só fez um exemplo.

Rute: Tenho de verificar se dá para mais.

Professora: Pois no mínimo tenho de fazer mais alguns exemplos para formular a minha conjectura. Não é? Com um exemplo, quer dizer, aquilo é apenas um resultado. Dá 0,2. A partir do momento que eu vou experimentar para outros quadriláteros e mantém a relação é que eu começo a desconfiar que isto é válido e formulo a minha conjectura. Não é? Desconfio que é válido para todos naquelas condições. Perceberam? Não é só fazer apenas um quociente, isso é apenas um resultado. Estão a perceber como é que se formulam as conjecturas? Sim?

Porém a maioria dos alunos formulava as suas conjecturas após a realização de várias observações como é visível na resposta de um aluno à minha questão, que é elucidativa de que ele já percebeu que deve fazer mais do que uma experiência para formular uma conjectura:

Professora: Isso é uma conjectura?

Alberto: É uma conjectura, que a gente já experimentou com vários.

Também, o modo como a Tânia descreve no seu relatório o processo de formulação de conjecturas revela a forma como a maioria dos alunos o fazia:

À medida que fomos fazendo as experiências formulámos algumas conjecturas. Primeiro achámos as áreas do quadrilátero menor e maior, e fomos fazer a divisão da área do quadrilátero menor pela área do maior, tal como a professora nos pediu. Observámos que o resultado, arredondado às dezenas [sic] e mesmo mexendo qualquer ponto, era sempre igual. Com isto formulámos a primeira conjectura.

Surgiu uma conjectura que eu não havia formulado aquando da preparação desta aula, nada sabendo acerca da sua veracidade. O episódio seguinte mostra a situação em que a Sofia e a Beatriz formularam esta conjectura:

Beatriz: Stôra, nós somámos estas coisas todas e foi dar o quadrilátero.

Professora: E o que é que achas? É estranho? Ah, não o que é que aconteceu? Somaste o quê?

Beatriz: Os triângulos todos e deu-me a área do quadrilátero mais pequeno.

Professora: Ah, então regista. E se mexeres dá à mesma?

Beatriz: Dá.

Professora: Ah ... Está a dar.

Beatriz: Muda o quadrilátero pequeno e os triângulos.

Professora: Registem. É uma conjectura.

Certifiquei-me que as alunas já haviam manipulado a figura e observei-as a movimentarem o quadrilátero, confirmando a relação que já me tinham comunicado. As alunas observaram que as áreas dos triângulos e a do quadrilátero mudavam, mas a soma das áreas dos triângulos mantinha-se igual à área do quadrilátero pequeno. Ou seja, as alunas observaram algo invariante. No seu relatório a Sofia refere ter testado esta conjectura após ter alterado a definição do programa: "Pudemos também verificar com mais precisão a conjectura b), que mesmo com 5 décimas [sic] à direita da vírgula o resultado não se alterou; é claro que só experimentámos isto para várias situações".

Episódios de satisfação e persistência na formulação de conjecturas

Todos os alunos manifestavam satisfação pela formulação de conjecturas. No seguinte extracto da aula e do relatório, tal é evidente:

Lara: Dá cá, Cátia, Cátia!

Cátia: Estou a experimentar ...

Lara: Esta área é igual a esta.

Cátia: Agora faz esta mais esta.

Lara: É o que estou a fazer. Eh, Eh conseguimos.

Cátia: Experimenta agora a ver se dá para todos.

Lara: Conseguimos!!

"Ficámos contentes com esta descoberta. Deu-nos ânimo para continuarmos a procurar novas conjecturas" (Relatório da Lara).

A reacção de outro aluno, o Alberto, à observação dos valores das medições efectuadas com mais casas decimais também mostra que este não fica satisfeito por rejeitar conjecturas: "Afinal isto agora vai mudar tudo o que a gente tinha pensado. Stôra só está a complicar tudo". E ao meu pedido de reacções sobre o que estavam a observar o Alberto respondeu: "Stôra, é duro". Este aluno continua avidamente a tentar formular conjecturas e no final comunica-me uma conjectura.

Episódios relativos ao porquê e para quê demonstrar

Durante o trabalho no *GSP*, algumas alunas observaram a relação, que lhes era pedido que investigassem, para vários quadriláteros e manifestaram-se insatisfeitas por não perceberem por que é que esta se verificava, o que levava a que sentissem necessidade da demonstração:

Professora: Então e aquela que eu vos pedi em concreto, na ficha. Para dividir o menor pelo maior? E o que é que se passa em relação a essa relação?

Ilda: Dá sempre 0,2.

Professora: Dá sempre. Já experimentaram para vários?

(As alunas estão a mover o quadrilátero)

Professora: O que é que se passa?

Ilda: Fica sempre na mesma.

Professora: Dá sempre 0,2. E isso leva-vos a formular alguma conjectura?

Rute: Está bem. Agora porquê é que a gente não sabe.

Esta era uma das funções que os alunos atribuíam às demonstrações: explicar por que é que uma dada relação se verificava. Porém os alunos também consideravam que uma demonstração servia para validar as suas conjecturas, como é visível no seguinte extracto de um relatório de uma aluna a propósito da conjectura inesperada e que não se conseguiu refutar:

Esta conjectura nós não conseguimos abandonar. Estivemos a experimentar mas a conjectura era sempre verdadeira. No dia 20/04/2004 dissemo-la à professora e esta disse-nos que ia averiguar. Reparámos também que não tínhamos sido o único grupo a formulá-la por isso é possível que seja verdadeira temos é que o demonstrar. (Cátia)

Esta tarefa parece ter contribuído para reduzir o número de alunos que consideravam que as experiências realizadas no *GSP* eram demonstrações. Por exemplo, uma aluna de outro grupo, a Sofia, que em relatórios anteriores afirmara ter demonstrado conjecturas no *GSP*, a propósito da mesma conjectura afirmou ter tentado demonstrar, mas não ter conseguido:

Tentámos demonstrar a conjectura b), mas não conseguimos, apesar de termos estado a reflectir durante bastante tempo sobre ela e não encontrámos explicação possível para a justificarmos, pois chegámos a essa conjectura através de vários cálculos para ver se achávamos algumas relações entre elas e somente achámos aquela.

Por exemplo a Sofia no seu relatório identificou apenas como demonstração a rejeição da conjectura, ou seja a demonstração da sua falsidade, afirma que esta serviu para termos espírito crítico: "As demonstrações que foram feitas serviram para nós aprendermos a ter espírito crítico e não aceitarmos aquilo que ainda não foi comprovado e não nos rendermos logo àquilo que parece evidente, antes de tentarmos demonstrá-lo".

Após os alunos terem respondido que, apesar de ficarem muito convencidos, não podiam afirmar que uma conjectura era verdadeira, mesmo que a tivessem verificado para muitos casos no *GSP*, alguns alunos afirmaram que só o podiam fazer para os casos que observavam. Eu chamo-lhes à atenção para que, mesmo nos casos que eles observam no *GSP*, não têm a garantia de que seja verdade. A última fala da aluna revela que esta tem consciência de que o facto de não conseguir encontrar um contra-exemplo não ser garantia de que este não exista:

Professora: Ah esperem. Há aqui duas coisas em causa. Não é? Uma delas é: nós acreditarmos que mesmo que para aqueles que nós estivemos a observar era verdade. Por exemplo esta conjectura era verdade para aqueles que nós estávamos a observar?

Alunos: Não.

Professora: Nem para aqueles que estávamos a observar. Quanto mais para todos. Não é. Estão a ver o que eu quero dizer? Quem é que me garante. Vocês estão-me a dizer que para aqueles todos que estavam a observar que era verdade. Quem é que me garante que se eu conseguisse pôr ainda mais uma casa decimal do que aquelas que o computador mostra que não mudaria nessa outra casa decimal a seguir?

Irina: Ou que noutro que a gente não experimentou fosse diferente?

O que a outra aluna, a Joana, refere no seu relatório, reafirma a ideia de que por mais que a evidência experimental confirme uma conjectura, a única forma desta poder ser considerada verdadeira é através da demonstração:

Com a realização deste trabalho consolidei que uma conjectura não se torna verdadeira sem uma demonstração, por mais que esta nos pareça verdadeira, ao verificarmos muitos casos possíveis *nas mesmas condições*. Podemos então dizer que nem tudo o que nos parece é mesmo verdadeiro, pois neste caso até mesmo os casos que verificámos, grande parte eram falsos. (Itálico acrescentado)

A Joana utiliza aqui pela primeira vez a expressão "nas mesmas condições" o que pode dever-se ao facto de, na aula de discussão desta tarefa, eu ter reforçado que um contra-exemplo tem de estar nas condições iniciais da conjectura.

Episódios de rejeição de conjecturas

Nesta tarefa não se demonstrou a veracidade de nenhuma conjectura, mas mostrou-se a falsidade de algumas, nomeadamente com recurso a contra-exemplos. Na seguinte transcrição apresento a forma como duas alunas rejeitaram a conjectura principal. Este foi o único grupo em que esta conjectura foi rejeitada sem ser necessário alterar as definições do *GSP*:

Iva: Este quociente mantém e este não.

Professora: Ah, e então?

Iva: Não sei o que aconteceu.

Professora: E pode acontecer um manter-se e o outro não se manter?

Iva: Não.

Bruna: Não pode. Se está a dividir este com este e este com este não. É a mesma divisão.

Professora: É a mesma divisão em sentido contrário.

Iva: Porque um está a dividir o menor pelo maior e o outro o maior pelo menor.

Professora: Pois se uma é constante a outra também devia ser, não era?

Iva: É.

Professora: Então o que é que isto vos leva a fazer?

Bruna: Então quer dizer que a conjectura é falsa.

Não expliquei a estas alunas como se mudava a definição do programa, pois elas foram fazer o quociente inverso e este alterava-se. Tal levou-as, em interacção comigo a constatarem que o outro quociente também tinha que se alterar e por isso rejeitaram a conjectura. A forma como foi rejeitada pelos restantes alunos esteve próximo do relatado pela Sofia, no seu relatório:

Rejeitámos a conjectura a) quando a professora foi ao nosso computador e foi ao Edit; Preferences e pôs Hundread Thusandth [sic] (portanto pôs o resultado com 5 décimas à direita da vírgula); com isso pudemos verificar que o resultado era mais preciso e não arredondava.

Porém, ainda não havia sido realçado em nenhuma aula as características a que deveria obedecer um contra-exemplo, até porque até aqui os contra-exemplos apresentados pelos alunos eram mesmo contra-exemplos. Contudo, nesta tarefa, dois alunos, o Telmo e o Lino, foram testar a sua conjectura medindo a área de um outro quadrilátero que tinham na figura. Aproveitei para reforçar a necessidade das condições em que as conjecturas são formuladas terem de ser as mesmas dos exemplos que as contrariam:

Telmo: Oh, stôra não. Quando a gente mexeu ficou 0,1.

Professora: Há um que não deu? Não, mas espera lá. Não, não, eu estou a dizer sempre o mais pequeno pelo maior. Que quadrilátero é este? Não é aquele. Não eu estou a dizer o mais pequeno pelo maior.

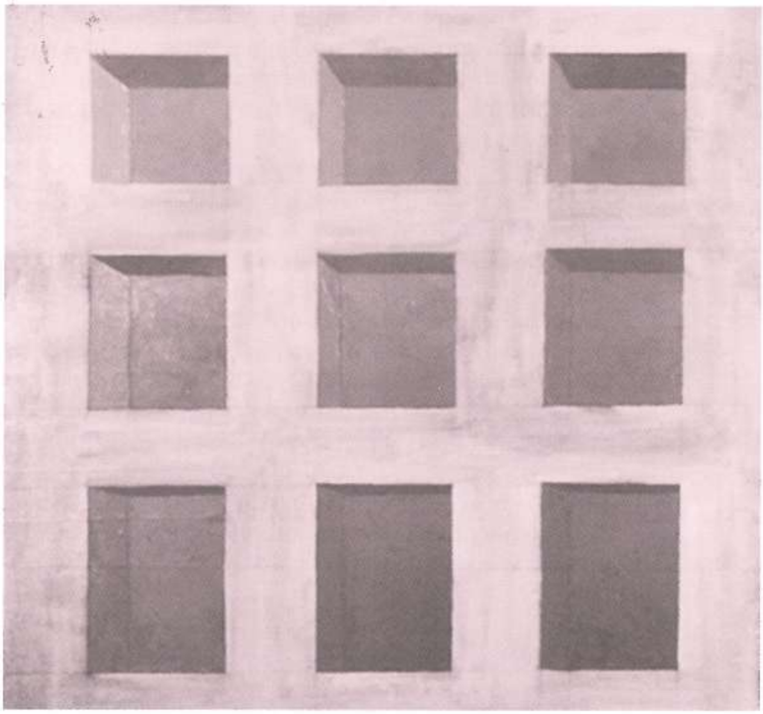
Telmo: Este aqui é o maior.

Professora: Não, isto é o mais pequeno pelo maior, dá 0,2. Isso aqui já são outros quadriláteros. Espera lá. Vamos lá conversar um bocadinho que é para vocês terem a percepção que quando arrastam um ponto vocês estão a ver ...

Alberto: Vários outros quadriláteros.

Professora: Outro quadrilátero, nas mesmas condições. À mesma com os pontos médios, porque eu construí assim. Mas é outro quadrilátero com outro lá no meio. Estão a perceber? Telmo, Lino. Não têm que ir medir mais nada. Está bem? Se forem medir outros quadriláteros, são outros, noutras condições. Percebem o que eu quero dizer? Estão a perceber o que eu quero dizer?

Aparentemente o Telmo percebeu a que tinham de obedecer os contra-exemplos, pois no seu relatório escreveu o seguinte:



Quando eu decidi medir [sic] a área $LCGA$ pelo quadrado maior $FGHE$, dava outro resultado, e aí eu pensei que tinha arranjado um contra exemplo. Falei com a prof. e ela disse-me que o que fiz não era válido, só era válido para os quadriláteros que estivessem na mesma perspectiva que os iniciais. Estive quase a rejeitar a conjectura mas vi que estava errado.

Depois, este aluno explica como foi realmente rejeitada a conjectura e conclui "Logo, esta é uma conjectura rejeitada por mim".

Considerações finais

A demonstração não pode ser vista como um fim, mas sim como um meio muito rico de aprendizagem. A sua presença na sala de aula deve contribuir para o desenvolvimento da capacidade de demonstração matemática, que entendo como algo mais abrangente do que a produção de demonstrações matemáticas. Falar da capacidade de demonstrar em matemática como a capacidade de, para um teorema, desenvolver um raciocínio lógico, partindo de premissas verdadeiras e usando resultados já provados para deduzir uma determinada conclusão é, no contexto do estudo que realizei, considerado limitado. Esta capacidade inclui também a compreensão do que é uma demonstração, dos conceitos de conjectura e teorema e não pode ser separada do processo de descoberta e de formulação de conjecturas. Foi desta forma que tentei introduzir a demonstração na sala de aula.

A demonstração matemática, mesmo para os alunos, deve fazer uso de raciocínios gerais que se devem socorrer de afirmações previamente aceites como verdadeiras — axiomas, definições, teoremas. Além disso, deve convencer a comunidade da sala de aula onde se insere e da qual fazem parte os alunos e o professor. Obviamente, que isto só pode acontecer num contexto em que os alunos expressem as suas ideias sem receio de as verem diminuídas, aprendam a ouvir os outros, questionem o conhecimento apresentado, entre outros aspectos que devem ser negociados e renegociados na sala de aula. Quanto ao seu grau de formalismo, tal como acontece com os matemáticos, depende das exigências da própria comunidade. Contudo, concordo com o que Garnica (1996) diz ser a opinião dos autores por si consultados: "uma prova deve explicar, convencer, permitir o reconhecimento do fazer em matemática, enriquecer nossa intuição, conquistar e permitir que sejam conquistados novos objectos e, final e sinteticamente, ampliar os horizontes dos conceitos e práticas matemáticos" (p. 41).

Considero que a demonstração matemática, tal como a entendo, está bem viva e continua a ter uma presença pertinente na sala de aula, não sendo de forma alguma incompatível com as novas ferramentas que existem actualmente, antes pelo contrário estas podem enriquecer experiências de aprendizagem em que se queira a demonstração presente.

Notas

1 É aqui utilizado este termo porque foi o utilizado pelos autores que listaram estas funções, contudo considero mais adequado o termo validação.

2 Adaptada de Veloso, E. & Viana, J. P. (1992). *Desafios 2*. Porto: Edições afrontamento.

3 Tarefa apresentada na secção *Materiais para a sala de aula*.

4 Para um quadrilátero nas condições da figura, o quociente entre a área do quadrilátero $[ABCD]$ e o quadrilátero $[GHEF]$ é 0,2.

5 A turma estava dividida ao meio 45 minutos por semana.

Referências

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação. (Retirado de http://www.deb.min_edu.pt/curriculo/Reorganizacao_Curricular/reorgcurricular_publicacoes.asp, em 10/5/2001)

Boavida, A. (2001). Um olhar sobre o ensino da demonstração em Matemática. *Educação e Matemática*, 63, 11–15.

DEB (2001a). *Currículo Nacional do Ensino Básico — Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação. (Retirado de http://www.deb.min_edu.pt/curriculo/Reorganizacao_Curricular/reorgcurricular_publicacoes.asp, em 10/05/2002)

De Villiers, M. (2002). Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração no ensino em geometria dinâmica. *Actas do ProfMat 2002* (pp. 65–72). Lisboa: APM.

Garnica, A. V. (1996). Da literatura sobre a prova rigorosa em educação matemática: Um levantamento. *Quadrante*, 5(1), 29–60.

Machado, S. (2005). *A demonstração matemática no 8° ano no contexto de utilização do Geometer's Sketchpad* (tese de mestrado, Universidade de Lisboa).

Parks, J. M. (2003). Identificar transformações pelas suas órbitas. In E. Veloso e N. Candeias (Orgs.), *Geometria dinâmica, selecção de textos do livro Geometry Turned On!* (pp. 115-119). Lisboa: APM.

Sebastião e Silva, J. (1977). *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática* (2° e 3° volumes). Lisboa: Edição Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Investigação Científica.

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais*. Lisboa: IIE.

Sílvia Machado
ESE de Setúbal

Materiais para a aula de Matemática

Esta tarefa foi realizada por alunos de uma turma do 8° ano no âmbito da tese de mestrado a que se refere o artigo anterior "A aprendizagem da demonstração matemática no 8° ano no contexto de utilização do *Geometer's Sketchpad*". Porém pensa-se que esta pode igualmente ser realizada em qualquer nível de ensino superior ao 8° ano. O principal objectivo desta tarefa foi mostrar aos alunos que o facto de verificarem, para muitos exemplos, uma determinada relação com o *GSP*, não significa que esta seja verdadeira. Para tal, pretendia-se que os alunos formulassem uma única conjectura que se viria a revelar falsa. Considera-se, também, que a presente tarefa só faz sentido quando integrada numa proposta pedagógica que inclua outras tarefas relativas à demonstração da veracidade de conjecturas formuladas pelos alunos.

Sílvia Machado
ESE de Setúbal

Quadriláteros, pontos médios e vértices

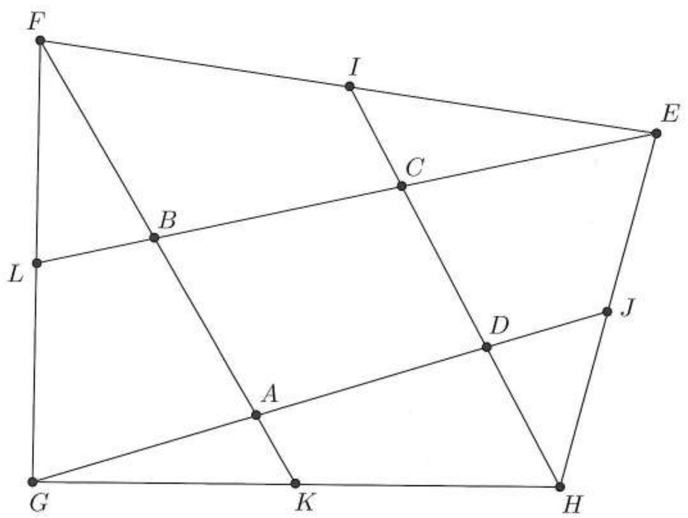
1. No ambiente de trabalho abram o *sketch* quadrilátero.

   Os pontos I, L, K e J são os pontos médios dos lados do quadrilátero $[GHEF]$. Obteve-se o quadrilátero $[ABCD]$ unindo os pontos médios dos lados do quadrilátero $[GHEF]$ aos seus vértices, conforme mostra a figura.

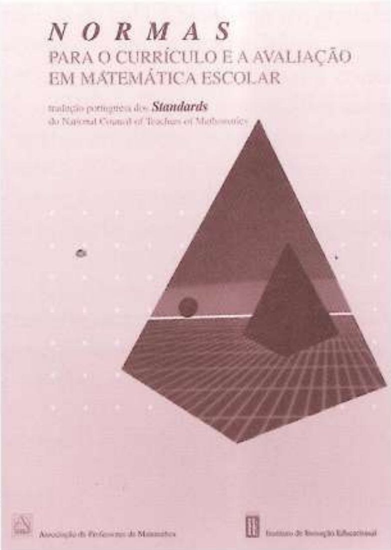
   Investiguem o que se passa quando efectuam a divisão da área do quadrilátero menor pela área do quadrilátero maior.

   Registem todas as conjecturas que formularem.

2. As conjecturas que formularam são válidas para todos os quadriláteros nas condições acima descritas? Porquê?



Publicações APM



Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar

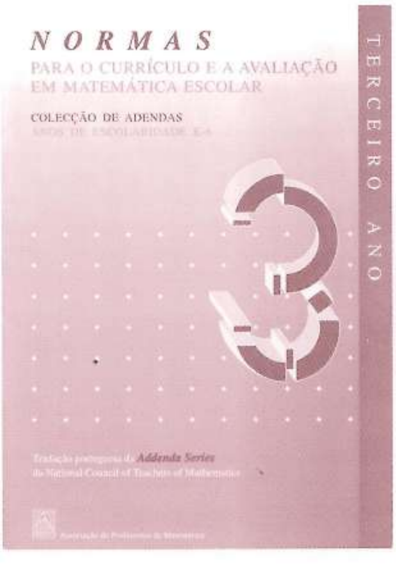
Edição APM | IIE
304 pp., Outubro de 1991
Sócio 10,50€ | *PVP* 15,75€

Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar
Adenda Primeiro Ano

Edição APM
26 pp., Maio de 1998
Sócio 3,75€ | *PVP* 5,63€

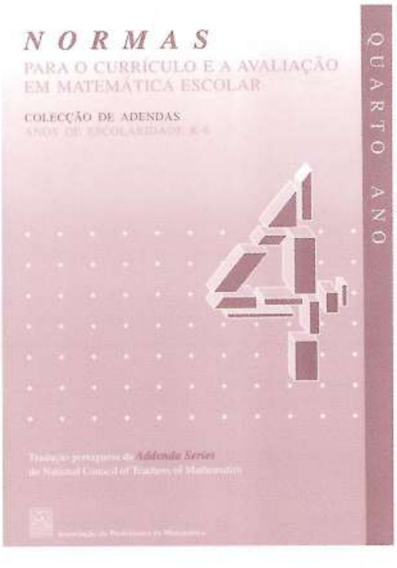
Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar
Adenda Segundo Ano

Edição APM
34 pp., Setembro de 1998
Sócio 3,75€ | *PVP* 5,63€



Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar
Adenda Terceiro Ano

Edição APM
34 pp., Outubro de 2000
Sócio 3,75€ | *PVP* 5,63€



Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar
Adenda Quarto Ano

Edição APM
34 pp., Outubro de 2001
Sócio 3,75€ | *PVP* 5,63€

Sistemas de identificação com algarismos de controlo[1]

Helder Pinto

Os algarismos de controlo servem, essencialmente, para detectar erros quando se lida com números compostos por muitos algarismos. Estes algarismos aparecem nos mais diversos sistemas de identificação como, por exemplo, no Bilhete de Identidade, nos códigos de barras, nas notas de Euro, no Cartão Visa e no NIB (Número de Identificação Bancária).

Estes mecanismos, apesar de passarem a maioria das vezes despercebidos, são extremamente úteis para evitar enganos. Já viu os aborrecimentos que teria se um simples engano na escrita do seu NIB, fizesse com que estivesse a transferir dinheiro para uma pessoa desconhecida? E se um erro semelhante na leitura do Código de Barras, o fizesse pagar uma lata de atum ao preço de uma televisão? São estes algarismos de controlo que permitem que este tipo de erros seja facilmente detectável.

Bilhete de identidade

O algarismo de controlo que mais tem dado que falar é o existente no Bilhete de Identidade, num pequeno quadrado à direita do respectivo número de identificação (figura 1).

As histórias que circulam à volta deste algarismo têm sido várias, sendo a mais comum dizer-se que este algarismo indica o número de pessoas com o mesmo nome da pessoa titular do respectivo BI. De facto, tal não é verdade. Este algarismo é apenas e só um algarismo de controlo, calculado a partir do número de BI e que permite detectar erros na transcrição destes números. Como é óbvio, este sistema apenas será útil se for aplicado com recurso à tecnologia. A solução ideal seria escrever o número do BI num computador (algarismo de controlo incluído) e este verificar se o número de BI com aquele algarismo de controlo é válido ou não. Se não for, ou houve engano a escrever o número ou o BI em questão é falso.

O algarismo de controlo do BI é calculado a partir do número de identificação resolvendo a equação:

$$9x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 6x_4 + 5x_5 +$$
$$+ 4x_6 + 3x_7 + 2x_8 + C \equiv 0 \pmod{11}$$

onde C é o algarismo de controlo, x_1 é o primeiro algarismo mais à esquerda do número de BI, x_2 é o segundo e assim sucessivamente. Aos números de BI que tiverem menos de oito algarismos, deverão ser acrescentados os zeros necessários à esquerda do número, até este perfazer os oito algarismos. Por exemplo, o número 123456 deve ser encarado como 00123456.

Como é fácil verificar, este algarismo de controlo pode tomar 11 valores distintos (0, 1, 2, ..., 10), mas o que seria realmente prático era usar apenas um caracter para identificar cada um deles. E assim, para atingir este objectivo, o que se fez foi substituir o algarismo de controlo dez por zero. Nada mais simples, pois não? Provavelmente não, só que assim perdeu-se a eficácia deste sistema de controlo, uma vez que é impossível distinguir o algarismo de controlo dez do algarismo zero.

Mas existiam muitas outras soluções como, por exemplo, a utilizada pelo ISBN — número de identificação de cada livro e que usa um sistema semelhante ao do BI — onde se substitui o dez pela letra X (a lembrar a numeração romana). Assim temos onze caracteres distintos $(0, 1, 2, \ldots, 9, X)$ para os onze possíveis valores do algarismo de controlo.

Outra questão importante quando se concebem sistemas de identificação é a determinação do tipo de erros que estes detectam. Os erros que são cometidos com mais frequência são os denominados erros singulares (engano em apenas um algarismo) e, portanto, para que um sistema de controlo seja realmente útil deverá ter uma eficácia de 100% neste tipo de erros.

Vejamos o exemplo do BI apresentado na figura 1. O algarismo de controlo é zero. E se em vez de 11866607, tivéssemos escrito 11866601? O ideal seria que estes dois nú-

Figura 1. O algarismo de controlo no bilhete de identidade.

Figura 2. Nota de 10 euros.

meros tivessem algarismos de controlo diferentes, mas tal não acontece pois ambos têm como algarismo de controlo o zero. Esta situação surge do facto de se ter substituído o controlo dez pelo zero. De facto, mostra-se que, se tivesse sido escolhido uma letra ou um símbolo para substituir o dez como algarismo de controlo, este erro seria facilmente detectado bem como todos os outros erros singulares. Mostra-se igualmente que, se este sistema tivesse sido correctamente concebido, também todas as transposições consecutivas (troca de dois algarismos consecutivos) seriam detectadas. Como estes dois tipos de erro são os mais frequentes, teríamos um bom sistema de controlo.

Notas de euro

Um dos mecanismos de segurança das notas de Euro mais desconhecidos é o da formação do número de série, que obedece a certas regras (figura 2).

O número de série que podemos encontrar numa qualquer nota (verdadeira) de Euro é composto por uma letra seguida de onze algarismos. A letra representa o país do qual é proveniente a nota; os dez algarismos seguintes servem para numerar a nota enquanto que o último é um algarismo de controlo semelhante ao do BI.

Letra	País	Valor
L	Finlândia	4
M	**Portugal**	5
N	Áustria	6
P	Holanda	8
R	Luxemburgo	1
S	Itália	2
T	Irlanda	3
U	França	4
V	Espanha	5
X	Alemanha	7
Y	Grécia	8
Z	Bélgica	9

Vejamos então como determinar este algarismo de controlo. Em primeiro lugar, cada letra que representa um determinado país é conotada com um valor numérico (ver tabela) e, de seguida, somam-se a esse valor todos os seguintes dez algarismos que compõem o número de série. O algarismo de controlo vai ser o algarismo (1, 2, 3, ... ou 9) que somado ao número anterior, dá origem a um número divisível por nove. Em linguagem matemática, corresponde à solução da seguinte equação:

$$L + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + \\ + x_8 + x_9 + x_{10} + C \equiv 0 \pmod 9$$

onde L é o valor representado pela letra, x_1 o 1° algarismo, x_2 o 2° algarismo, ... e C o algarismo de controlo. Que tipos de erro são detectados por este sistema? Em primeiro lugar, nenhuma transposição de dois (ou mais) algarismos é detectada devido à propriedade comutativa da adição (modular) e mesmo os erros singulares não são todos detectados. Se trocarmos um zero por um nove (ou vice-versa) o número de controlo mantém-se inalterado.

Código de barras

O algarismo de controlo existente no código de barras é o algarismo que se situa mais à direita e é calculado a partir dos restantes doze algarismos do seguinte modo:

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + x_5 + 3x_6 + x_7 + 3x_8 + \\ + x_9 + 3x_{10} + x_{11} + 3x_{12} + C \equiv 0 \pmod{10}$$

onde C é o algarismo de controlo, x_1 é o 1° algarismo mais à esquerda do código de barras, x_2 é o 2°, x_3 é o 3° e assim sucessivamente (figura 3).

Este sistema, apesar de detectar todos os erros singulares, também não é capaz de detectar todas as transposições consecutivas de dois algarismos. Vejamos o caso em que trocamos apenas os dois primeiros algarismos do Código de Bar-

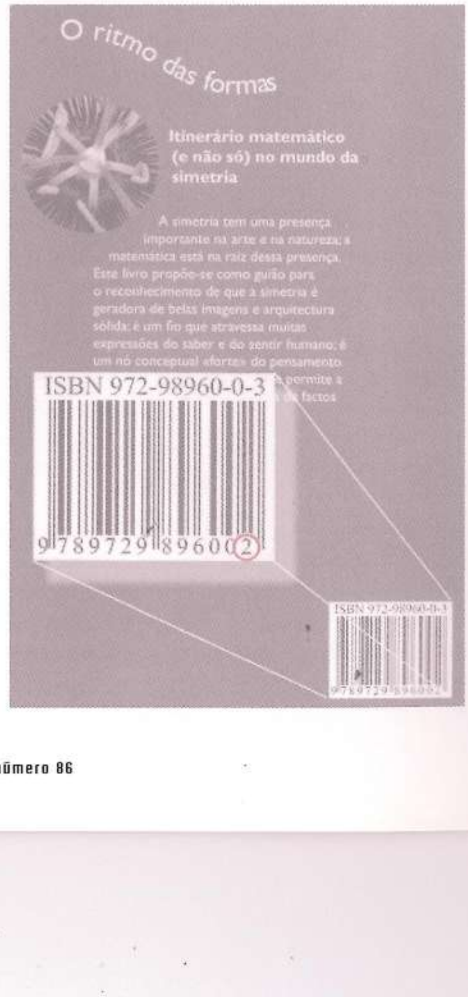


Figura 3.

ras. Na tabela seguinte, podemos ver o valor da soma das parcelas correspondentes a x_1 e a x_2 (em módulo 10), bem como a soma que se obteria se estes dois primeiros algarismos fossem trocados (em baixo):

		x_2									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	0	00	31	62	93	24	55	86	17	48	79
	1	13	44	75	06	37	68	99	20	51	82
	2	26	57	88	19	40	71	02	33	64	95
	3	39	60	91	22	53	84	15	46	77	08
	4	42	73	04	35	66	97	28	59	80	11
	5	55	86	17	48	79	00	31	62	93	24
	6	68	99	20	51	82	13	44	75	06	37
	7	71	02	33	64	95	26	57	88	19	40
	8	84	15	46	77	08	39	60	91	22	53
	9	97	28	59	80	11	42	73	04	35	66

Como se pode reparar, neste sistema existem várias transposições consecutivas que não são detectadas: a troca de 05 por 50, a troca de 16 por 61, a troca 27 por 72, a troca 38 por 83, a troca 49 por 94 e os seus recíprocos.

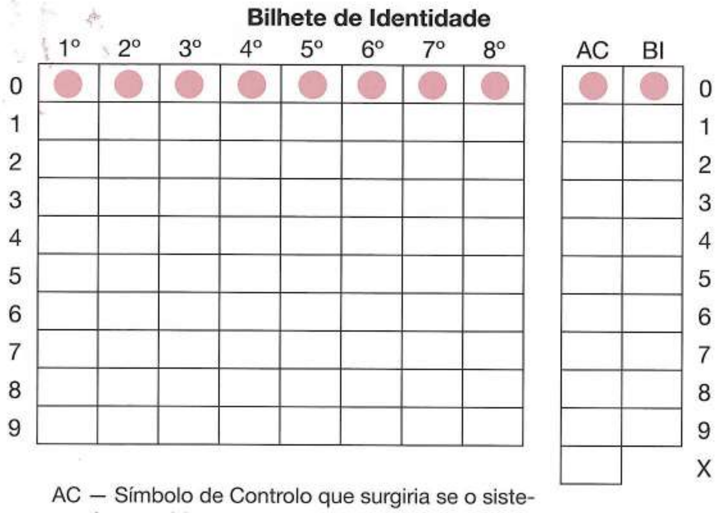
Outros sistemas

A maioria dos sistemas de identificação com algarismos de controlo é baseado na aritmética modular. Apesar de existirem sistemas melhores que os três apresentados (como, por exemplo, o do NIB onde se usam dois algarismos de controlo em vez de um), mostra-se que em qualquer sistema baseado nesta aritmética nunca se vai poder verificar simultaneamente as seguintes condições:

— detectar todos os erros singulares e todas as transposições de algarismos adjacentes;

— usar somente os algarismos 0, 1, 2, ..., 9, sem a necessidade de símbolos extra e que, por uma questão de economia, trabalhem somente com um algarismo de controlo.

Mas o que fazer então para resolver o nosso problema? Em 1969, o matemático holandês J. Verhoeff encontrou um sistema que verifica as condições acima indicadas. A base do sistema criado por Verhoeff é a Teoria dos Grupos (e, em particular, o grupo Diedral D_5), que envolve conceitos matemáticos "mais sofisticados" que os utilizados na aritmética modular. Apesar das vantagens evidentes na aplicação do sistema idealizado por Verhoeff, a sua utilização é quase nula. Um dos raros exemplos era o sistema implementado nas notas de marco alemãs, o que torna ainda mais incompreensível o facto de o Euro ter adoptado um sistema de controlo tão fraco (note-se que a sede do Banco Central Europeu é na Alemanha).



AC — Símbolo de Controlo que surgiria se o sistema tivesse sido correctamente concebido

BI — Algarismo de Controlo que surge no Bilhete de Identidade Português

Figura 4.

Na página da internet

www.atractor.pt/mat/alg_controlo/

podem-se encontrar mais informações sobre estes e outros sistemas de identificação. Neste mesmo endereço, é possível ainda verificar experimentalmente os tipos de erros que estes sistemas detectam e confirmar se o algarismo de controlo, por exemplo, do seu BI ou das suas notas de Euro estão correctos ou não.

Por exemplo, no BI da figura apresentada anteriormente, verifica-se facilmente que este tem o algarismo de controlo zero devido à simplificação considerada em relação ao controlo dez (figura 4).

Quem não conhece ou não está familiarizado com a aritmética modular, poderá igualmente encontrar, no referido endereço, informação bastante acessível sobre esta temática.

Notas

1 Este trabalho foi realizado sob a orientação do professor Jorge Picado da Universidade de Coimbra, no âmbito de uma Bolsa atribuída pela Fundação Calouste Gulbenkian para desenvolver um projecto de divulgação da Matemática no Atractor.

Bibliografia

[1] J. Picado, *A álgebra dos sistemas de identificação*, *in* Boletim da SPM, nº 44, Abril de 2001, pp.39–73.

[2] J. Buescu, *O Mistério do Bilhete de Identidade e Outras Histórias*, 9ª ed, gradiva, Lisboa, 2004.

[3] J. Buescu, *Da Falsificação dos Euros aos Pequenos Mundos*, 2ª ed, gradiva, Lisboa, 2003.

[4] J. Kirtland, *Identification Numbers and Check Digit Schemes*, The Matematical Association of America, 2001

Helder Pinto
Associação Atractor, CCVO

De novo o problema do pentágono ...

E se fosse um hexágono?

Raimundo Leong

Meses atrás, houve uma aula livre de Geometria na Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto dada por Prof. Eduardo Veloso, cujo tema era o problema de determinação de um pentágono dados os cinco pontos médios dos seus lados. Esta questão do pentágono já tinha sido tratada num artigo publicado no n° 79 desta revista (*Cinco pontos, um problema e cinco soluções* de António Bernardes, Cristina Loureiro, Eduardo Veloso, Florinda Costa, José Paulo Viana, Maria Dedò e Rita Bastos). O Prof. Eduardo Veloso deixou como desafio a questão: "E se fosse um hexágono? E um heptágono?". Decidi então começar por abordar primeiro o problema do hexágono.

Entrámos em contacto várias vezes para falar sobre este problema. Numa primeira tentativa, usando uma resolução análoga da do pentágono *dividido* (usada por António Bernardes e Cristina Loureiro), cheguei à conclusão de que, diferente do pentágono, os pontos considerados pontos médios de um hexágono não podem ser escolhidos aleatoriamente. Sobre as condições de escolha desses seis pontos, inicialmente vi-as desta maneira:

1. Consideramos o hexágono da solução [PQRSTU] e o hexágono formado pelos pontos médios dos seus lados [ABCDEF] (figura 1). Vamos separar o hexágono [PQRSTU] em dois quadriláteros: [PQTU] e [QRST]. Os quadriláteros formados pelos seus pontos médios são, portanto, paralelogramos. Neste caso: [AMEF] e [BCDM], tendo em comum o ponto M. Portanto, escolhendo ao acaso 6 pontos, para que sejam pontos médios de um hexágono, têm de formar dois paralelogramos com um ponto comum (ponto M).

Suponhamos então que são dados seis pontos que verificam essa condição dos dois paralelogramos terem em comum o ponto M. Para qualquer segmento [QT] cujo ponto médio é M podemos construir os dois quadriláteros [PQTU] e [QRST]. Como [QT] pode ocupar uma infinidade de posições, podemos concluir que existem infinitas soluções.

Analisei também as condições vectorialmente.

2. Considerando os mesmos hexágonos de 1. e os triângulos [PQR], [RST] e [TUP] (figura 2). A, B, C, D, E, F são pontos médios de dois dos lados de cada um desses triângulos, como indica na figura. Então o comprimento do segmento PR é o dobro de AB e esses dois segmentos são paralelos entre si. Verifica-se o mesmo entre [RT] e [CD], como entre [TP] e [EF]. Como a soma dos vectores PR, RT e TP é nula, então a soma dos vectores AB, CD e EF também é nula. E isto também se verifica nos segmentos [BC], [DE] e [FA]. Como não tem nenhuma condição para a posição do triângulo [PRT] ou [QSU], podem ocupar infinitas posições, portanto, há infinitas soluções.

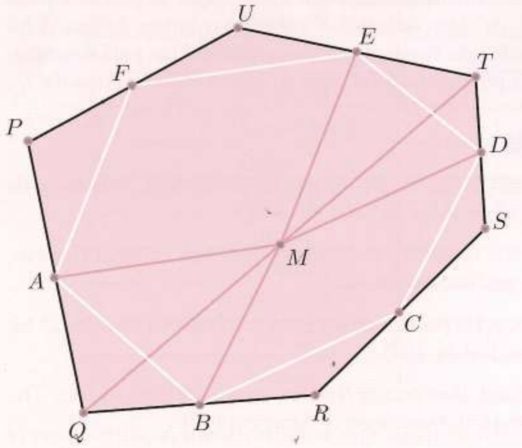


Figura 1.

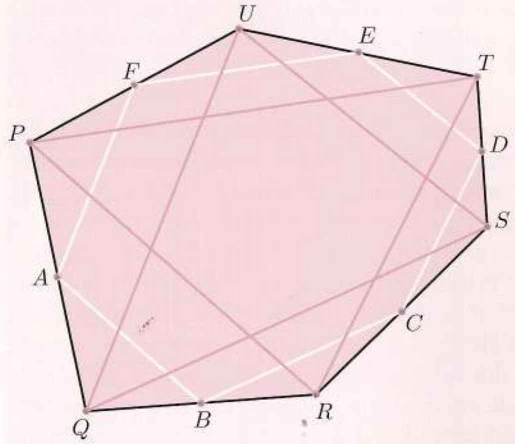


Figura 2.

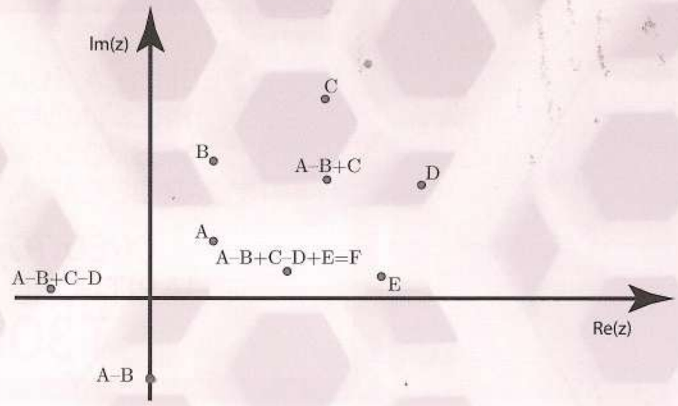


Figura 3.

A resolução seguinte é análoga à do "poder geométrico dos números complexos" na resolução no caso do pentágono.

3. Nesse ponto de vista:

$$A = (P+Q)/2 \qquad B = (Q+R)/2$$
$$C = (R+S)/2 \qquad D = (S+T)/2$$
$$E = (T+U)/2 \qquad F = (U+P)/2$$

Resolvendo A–B+C–D+E–F, o resultado é 0. Esta é a condição necessária para que haja solução. Consequentemente, os seis pontos não podem ser escolhidos arbitrariamente: a posição de um dos pontos depende dos outros cinco. Por exemplo: F=A–B+C–D+E (figura 3). Depois de ter determinado os seis pontos, para qualquer ponto P, determina-se Q à custa de P, R à custa de Q, e assim sucessivamente. Deste modo constrói-se uma solução. Mas como não há condição para a posição de P, existem infinitas soluções.

Isto tudo seria justificado com "o poder das transformações geométricas", usado por Maria Dedò na resolução do pentágono.

4. Consideremos as seis meias-voltas cujo centro são os pontos médios dos lados. Verifica-se que estas transformam P em si mesmo (figura 4.1). Então, P é um ponto fixo destas seis meias-voltas ou, portanto, das três translações compostas por estas: t_1, t_2 e t_3 (figura 4.2). O produto de três translações é uma translação. Como uma translação cujo vector tem módulo diferente de zero não tem ponto fixo, para que haja solução, o produto das três translações tem de ser igual a zero.

Então, dados seis pontos A, B, C, D, E e F que satisfaçam a condição referida acima, para qualquer P, é possível construir os outros cinco vértices do hexágono. Conclui-se então que existe uma infinidade de soluções.

Depois de ter resolvido o problema do hexágono, fiz várias experiências com os outros polígonos usando resoluções análogas. Verifiquei que as propriedades da inexistência de condições para os pontos médios e a existência de uma única solução na situação do pentágono aplicam-se a todos os polígonos com um número ímpar de lados. Analogamente, as do hexágono aplicam-se, do mesmo modo, a todos os polígonos com um número par de lados.

Raimundo Leong
Estudante de Matemática da FCUP

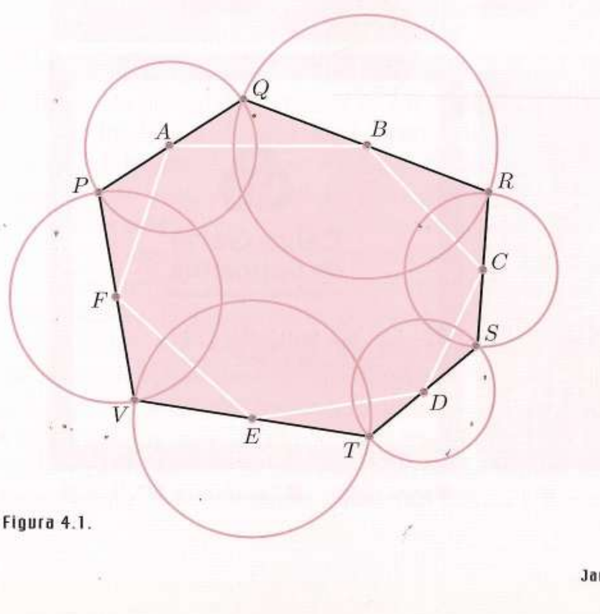


Figura 4.1.

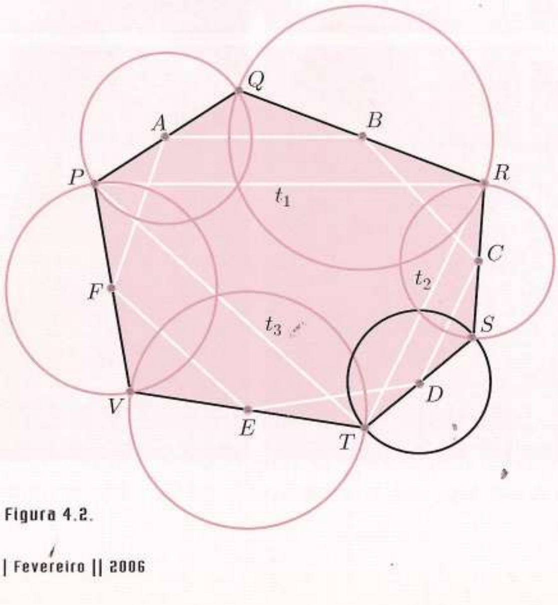
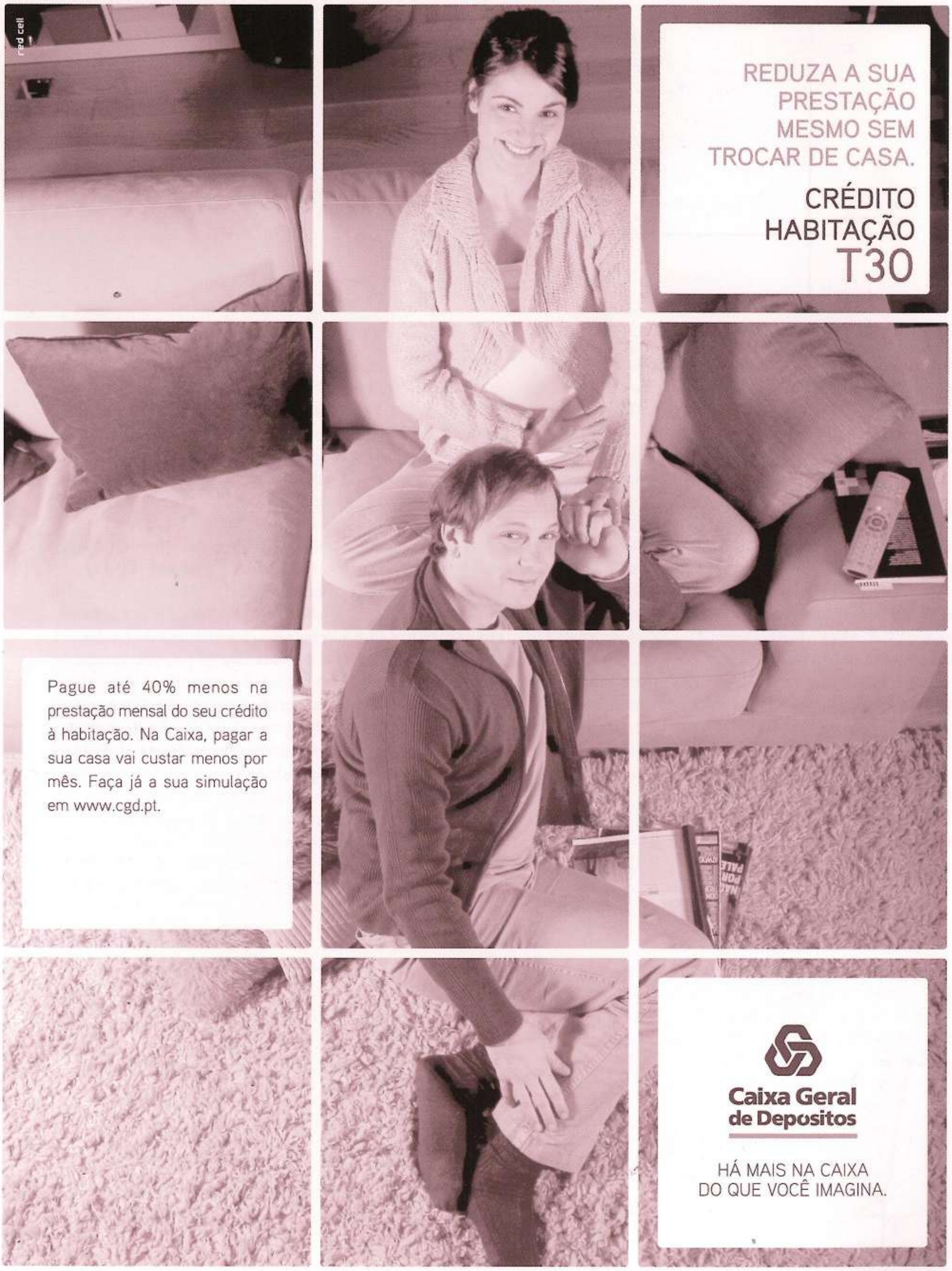


Figura 4.2.



www.cgd.pt Caixadirecta: 707 24 24 24

Évora — Lisboa, uma viagem sob escuta

Conceição Rodrigues e Lina Brunheira

— Então, tudo pronto? Podemos partir?

— Espera, estão os sacos, tenho a carteira, o telemóvel ... sim, está tudo, podes seguir. Agora vê lá se não te enganas com a saída como foi à chegada!

— Ok. Está mesmo na altura de partir, até vai chover!

— Não faz mal. Eu gosto de Évora com chuva ou com sol. Foi tão bom este ProfMat no Alentejo!

— Então diz lá. O que achaste deste ProfMat?

— Eu gosto sempre. Eu sou como os nossos alunos — gostam da escola, podem é não gostar muito das aulas! Mas por acaso, este ano assisti a sessões bem interessantes e gostei do ambiente que eu acho sempre muito importante nos ProfMats.

— Eu também gostei de algumas sessões. O que é que gostaste mais?

— Da conferência do Zé Paulo, claro! E tu?

— Bom, isso já nem devia contar ... Mas realmente acho que desta foi demais. A ideia dos 2,5 papas por m^2 no Vaticano foi hilariante!!! Mas de resto, achei estas sessões de Sábado muito boas, a organização pensou bem em fazer o sábado forte para as pessoas não partirem mais cedo. O painel dos rankings foi muito interessante e acho que as pessoas que tinham diferentes perspectivas apresentaram argumentos sólidos. Nomeadamente, o José Manuel Fernandes do *Público*, que tem uma posição que não é a minha, penso que defendeu as suas ideias de uma forma interessante. Tive pena que não se tivesse respondido à questão da Leonor, muito pertinente, relacionada com as consequências para as escolas e para os alunos. Lembrei-me aí da minha reunião de departamento onde se discutiu a diferença entre o CIF e a nota de exame e onde se constatou que uma maneira óbvia e fácil de aproximá-las é reprovar mais alunos. Os melhores vão a exame, a média passa a ser melhor, mas a verdade é que a qualidade das aprendizagens se manteve ou piorou! Felizmente, decidimos não ir por aí ...

— Também gostei do painel, mas ainda voltando à conferência do Zé Paulo, sabes que, quando chego à minha escola, costumo contar sempre a colegas de várias áreas algumas questões que ele levanta nas conferências e todos acham muito interessante. Desta matemática todos gostam, até os alunos! Não há aulas de probabilidades ou de estatística sem exemplos dados pelo Zé Paulo.

— Olha e mais coisas? Ainda falando de avaliação, eu também fui ver a comunicação do Domingos Fernandes sobre avaliação formativa. Foi giro, acho que é algo sobre o qual a maioria de nós tem uma noção, acha importante, mas não sabe muito bem como pôr em prática. É algo que, no meu caso, devia aprofundar.

— Também eu. Mas por acaso não fui ver isso. Não dá para ver tudo e acabamos por escolher os temas que nos são mais próximos. Sabes, uma coisa que me impressionou foi o facto de na conferência do João Janeiro, sobre manuais escolares, que é um tema sempre tão discutido, haver tão pouco gente a assistir. Acho que é importante o trabalho que ele fez. Um dos resultados do estudo que me deixou a pensar foi que, por um lado, os professores afirmam que têm pouco tempo para analisar um grande número de manuais e que só ficam a conhecê-los bem depois de trabalhar com eles mas, por outro lado, apenas uma minoria considera que o seu período de vigência deveria ser inferior. Não achas contraditório?

— Realmente, se não gostarem deles têm de os usar por muito tempo ... Mas olha, estavas a dizer que havia pouca gente. Isso deu-se em muitos casos. Por exemplo, fui ver uma conferência de um grupo que se constituiu para indicar um conjunto de recomendações sobre a formação matemática na formação inicial de professores e onde estavam a Leonor Santos, o Eduardo Veloso, o Carlos Albuquerque, a Susana Nápoles, a Lurdes Serrazina e a Isabel Rocha. Gostei muito. A ideia de ter matemáticos e educadores matemáticos a trabalhar conjuntamente é algo que achava quase utópico, mas que afinal pode ser realizado. Por que é que temos de andar de costas voltadas se no fundo pretendemos o mesmo — que os alunos aprendam matemática! Mas, ainda sobre o número de pessoas, ao contrário do que imaginava, a sessão não estava lotada. Onde estariam as pessoas?

— Pois ... Nós também não podemos falar muito ... Aqui que ninguém nos ouve, também demos uma escapadela à Feira do vinho e da vinha em Borba! Ai aqueles pezinhos de coentrada! ...

— Eu sei! Não estou a criticar! Estou a constatar que as pessoas vivem hoje o ProfMat de uma forma diferente daquela que viviam há 10 anos.

— Isso é verdade. Eu sempre achei que o ProfMat é mais do que o seu programa. É também o convívio, as conversas de corredor e por que não aproveitar para conhecer um pouco da região?

— Sim, e se Évora convida a isso ... Mas o que dizes também vale para o passado. E, na verdade, já não vemos sessões com pessoas até à porta ou penduradas nos candeeiros como há algum tempo atrás ... Acho que várias coisas mudaram ...

— Pois mudaram! Em 20 anos muita coisa acontece e acho que isso ficou bem visível na conferência de abertura do Henrique. Lembras-te da percentagem de pessoas comuns a este ProfMat e ao de há 10 anos?

— Não era apenas 10%? Fiquei com a ideia de que seriam poucas. Mas realmente acho que há várias explicações para a menor adesão dos professores: acho que as pessoas estão mais desmotivadas e há um número significativo de presenças que se perderam e que corresponde aos recém licenciados. Eu lembro-me do meu entusiasmo quando comecei a vir ao ProfMat — ia a todas as sessões que podia, no final da semana estava exausta. Hoje já não faço isso e os recém licenciados estão no desemprego, não vêm ao ProfMat. E também me parece que não há nada verdadeiramente inovador e tão *chamativo* como foi o caso das calculadoras gráficas há uns anos, depois a Internet ... O que está na ordem do dia é outra coisa ...

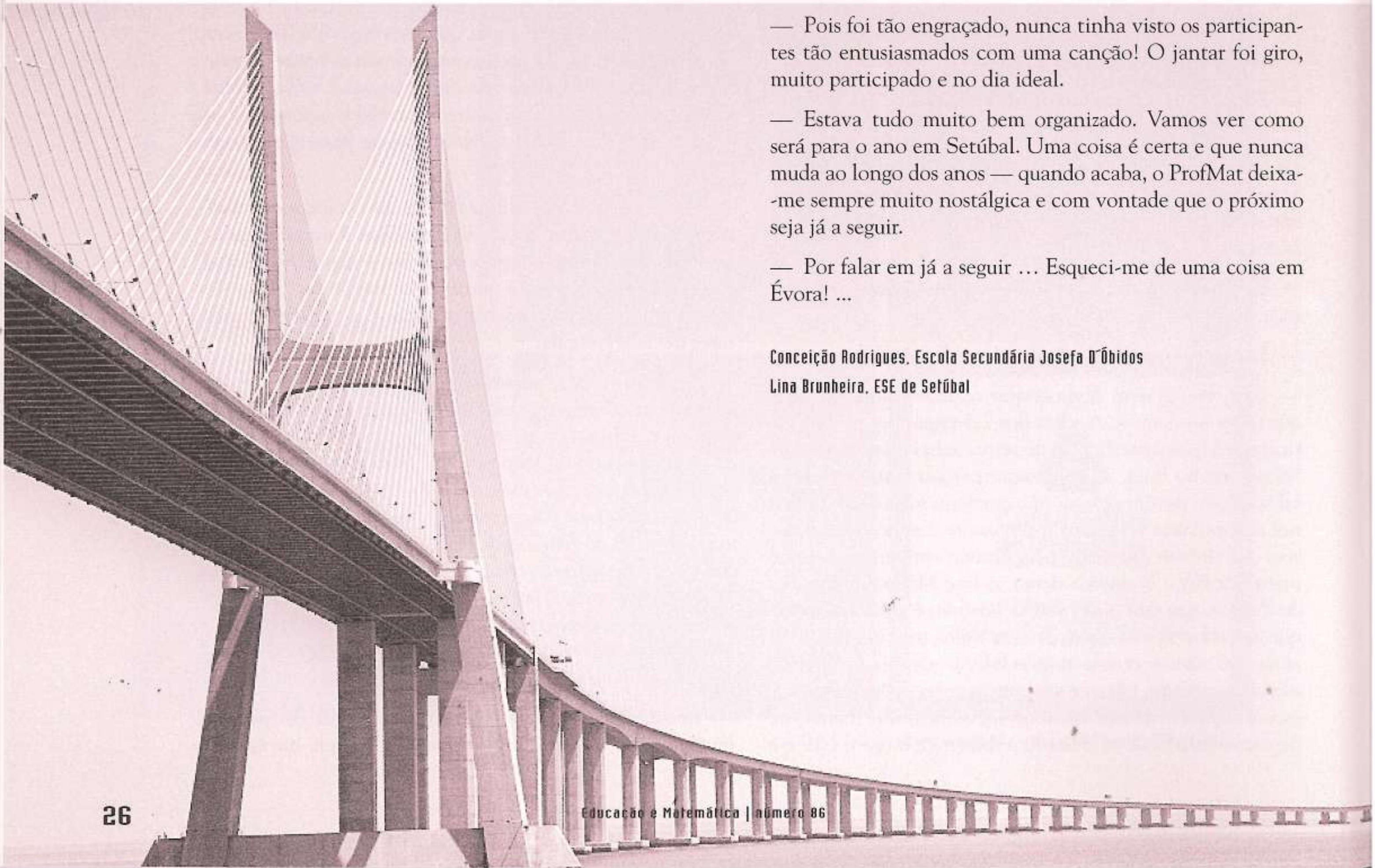
— As conversas agora são sobre a componente não lectiva de estabelecimento e as aulas de substituição. A desmotivação é algo de bem real nos nossos dias. O que salvou isto foi o nosso José Duarte com a sua nova versão *Maria de Lurdes, como foste nessa de inventar essa hora não lectiva* no jantar do ProfMat!

— Pois foi tão engraçado, nunca tinha visto os participantes tão entusiasmados com uma canção! O jantar foi giro, muito participado e no dia ideal.

— Estava tudo muito bem organizado. Vamos ver como será para o ano em Setúbal. Uma coisa é certa e que nunca muda ao longo dos anos — quando acaba, o ProfMat deixa-me sempre muito nostálgica e com vontade que o próximo seja já a seguir.

— Por falar em já a seguir ... Esqueci-me de uma coisa em Évora! ...

Conceição Rodrigues, Escola Secundária Josefa D'Óbidos
Lina Brunheira, ESE de Setúbal



O problema da formação matemática dos professores do 1° ciclo

Que soluções?

Alexandra Gomes e Elfrida Ralha

Todos os anos, salta para a primeira página dos jornais e para a abertura dos telejornais, o problema do insucesso em Matemática associado ao fraco desempenho dos alunos nos testes nacionais e especialmente nos estudos comparativos internacionais (como por exemplo, PISA 2000, 2003). Portugal surge, nestes testes, nos últimos lugares da lista de países, no que respeita à competência matemática demonstrada pelos nossos jovens. Apesar das dúvidas existentes sobre a forma de interpretar credivelmente os resultados, esta situação gera um clima de preocupação geral que atravessa os mais diversos sectores da sociedade portuguesa.

Este ano, e perante uma necessidade, que se afigurou urgente, de actuar no sentido de alterar esta situação, o Ministério da Educação decidiu adoptar um conjunto de medidas concretas. Foi deste modo que assistimos à criação do *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.° Ciclo do Ensino Básico* que tem como finalidades últimas a melhoria das aprendizagens dos alunos do 1° ciclo na área da Matemática e o desenvolvimento de uma atitude positiva face a esta área do saber. Pretende-se, entre outras coisas, promover um aprofundamento do conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores do 1° ciclo.

Aparentemente, ninguém questiona o facto de que qualquer professor que tenha que ensinar Matemática necessite de obter uma adequada formação matemática.

> "Afinal, se ensinar implica ajudar outros a aprender, então, compreender o que se tem que ensinar é um requisito central para ensinar." (Ball e McDiarmid, 1990, p. 437)

No caso dos professores do 1° ciclo, essa formação é crucial visto serem eles que dão inicio a um período (mais ou menos) longo de aprendizagem matemática e lidam com a introdução de conceitos básicos da Matemática. Ora reconhecendo-se a natureza cumulativa do currículo de Matemática, em que cada etapa está dependente das etapas anteriores, parece-nos óbvio que o modo como estes professores ensinam a Matemática condicionará, bem ou mal, as aprendizagens matemáticas posteriores.

Apesar desta evidente importância, o certo é que durante muito tempo, em Portugal, a formação matemática dos professores do 1° ciclo foi negligenciada, não só pelos órgãos de gestão mas também pela comunidade científica. Essa falta de preocupação poderá dever-se ao facto de os professores deste nível serem entendidos como professores não especialistas em Matemática não sendo por isso relevantes um estudo ou uma análise aprofundados sobre o assunto; uma outra justificação possível pode ter a ver com a crença generalizada de que a Matemática elementar é simples e por conseguinte fácil de ensinar, independentemente da preparação do professor. Ora a ideia de que esta Matemática é simples tem sido refutada por diversos investigadores como, por exemplo, Ball (1990) ou Ma (1999).

Neste contexto, parecem-nos louváveis as recentes medidas tomadas pelo Ministério da Educação no sentido de proporcionar aos professores do 1° ciclo do Ensino Básico, uma formação continuada em Matemática.

No entanto, e apesar da enorme importância desta formação e do reconhecimento público do relevante papel desempenhado pelos professores do 1° ciclo, parece-nos essencial que se complemente este trabalho de formação contínua com uma aposta séria na reformulação da formação inicial dos professores. Com efeito, se de futuro quisermos evitar situações como a que actualmente vivemos e que todos reconhecemos como deficiente, então parece-nos que o único caminho sensato a seguir é, ao mesmo tempo que se promove a formação contínua em Matemática, repensar seriamente a formação inicial que estamos a oferecer aos futuros professores.

Os exercícios meritórios de avaliação dos cursos de formação de professores do 1° ciclo oferecidos pelas Instituições de Ensino Superior (IES) em Portugal deixam no ar, pelo menos de forma implícita, sérias dúvidas sobre a homogeneidade de oferta destas instituições. Analisando com algum detalhe a situação, no que diz respeito à formação Matemática oferecida por estas instituições formadoras, sobressai a enorme disparidade do tipo de formação oferecida (quer a nível de conteúdos tratados quer a nível de horas dedicadas à matemática). De facto, relativamente aos conteúdos abordados, ainda que se assista a uma aposta em que a formação dos futuros professores verse sobre os conteúdos que eles terão de ensinar, verifica-se que há uma grande diversidade de conteúdos tratados. Por outro lado, relativamente ao número de horas destinadas ao estudo da Matemática, constata-se que pode variar entre 2,5% e 14,4% do total de horas de formação (assumindo-se um total de 2400 horas por curso).

Ficam ainda claras, nesta análise, muitas das deficiências ao nível desta formação (para mais informação ver, por exemplo, Gomes e Ralha, 2005).

Deste modo, verifica-se que a formação inicial destes professores pode ser substancialmente diferente de uma instituição para outra, apesar de o actual sistema nacional de contratação de professores admitir como equivalentes todas estas formações.

Num estudo sobre o conhecimento matemático, realizado em Portugal (Gomes, 2003), envolvendo estudantes universitários (a frequentar uma licenciatura em Ensino Básico do 1° Ciclo) e também professores experientes desse ciclo de ensino, concluiu-se, entre outras coisas, que:

- Os participantes parecem não gostar da Matemática e assumem-se, sem complexos, como tendo muitas dificuldades em aprender Matemática e poucas *bases* na disciplina. No entanto, quase todos partilham a ideia de que a Matemática elementar (do 1° ciclo) é simples e por conseguinte, assumem que o seu ensino é (ou irá ser) fácil; isto é, assumem-se bons professores.
- Os participantes revelam um desconhecimento preocupante a nível dos conteúdos científicos. Esta ignorância reflecte-se, de modo negativo, na sua prática profissional, impedindo a promoção de um ensino significativo/conceptual. No entanto, os participantes não parecem ter consciência da sua própria preparação científica nem da influência que ela poderá ter na formação científica dos seus alunos;

Já Ponte, Matos e Abrantes (1998), referindo-se à investigação realizada em Portugal sobre o conhecimento matemático dos professores, concluem que:

"os elementos que ela [investigação] proporciona sugerem que o conhecimento matemático dos futuros professores é inadequado, surgindo mesmo, em alguns casos, como fortemente deficiente. O conhecimento matemático dos professores do 1° ciclo parece de um modo geral deixar muito a desejar" (pp. 218–219) ·

- As principais preocupações reveladas pelos participantes não se prendem com a Matemática que vão ter que ensinar (conteúdos) mas sim com a forma como o vão fazer (métodos); Parece existir uma confusão generalizada entre os aspectos verdadeiramente essenciais e as questões acessórias, estando os participantes aparentemente convictos que as finalidades propostas para o ensino da Matemática serão alcançadas apenas com a mudança de alguns aspectos estéticos (como a organização da sala de aula ou a utilização de materiais).

No estudo comparativo realizado por Liping Ma (1999) envolvendo professores norte-americanos e chineses, a investigadora verificou que, mesmo quando as salas de aula parecem as *ideais* (com os alunos a trabalhar em grupo, materiais disponíveis, calculadoras acessíveis, etc.), tal não tem resultados na aprendizagem matemática se os professores não conseguirem proporcionar um entendimento claro e diversificado dos conceitos matemáticos.

- A prestação dos participantes parece ainda indiciar um processo de construção do conhecimento que, em cada fase, não se integra no conhecimento previamente adquirido mas que se sobrepõe.

Ora este processo está não só em discordância com a evolução histórica de desenvolvimento de conceitos matemáticos mas sobretudo com a estrutura de aprendizagem patente nos programas actuais da disciplina de Matemática.

Perante este cenário, parece-nos não só que a formação que está a ser oferecida nas nossas IES aos futuros professores do 1° ciclo está desajustada face aos enormes desafios que se colocam hoje em dia a estes profissionais no exercício da sua actividade, como também poderá a curto prazo condicionar os resultados obtidos com as experiências agora iniciadas ao nível da formação contínua em matemática para os professores do 1° ciclo.

Assim, afigura-se-nos imprescindível repensar seriamente a formação inicial que estamos a oferecer a estes futuros profissionais de forma a resolver as discrepâncias entre aquilo que lhes proporcionamos, como formação, e aquilo que lhes exigimos, em termos da sua prática lectiva. Talvez então estejamos preparados para começar a pensar seriamente na avaliação das competências matemáticas das nossas crianças e se justifiquem comparações internacionais como as que as temos vindo a sujeitar.

Bibliografia

Ball, D. L. (1990). The mathematical understanding that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90, 449–466.

Ball, D. L. e McDiarmid, G. W. (1990). The subject-matter preparation of teachers. In W. Robert Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 437–449), New York: Macmillan Publishing Company.

Gomes, A. (2003). *Um estudo sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.° ciclo. O problema dos conceitos fundamentais em geometria* (tese de doutoramento). Braga: Universidade do Minho.

Gomes, A. e Ralha, E. (2005). Sobre o ensino superior da matemática: a geometria e os professores do 1.° ciclo: "Novos Desafios, Velhas Deficiências". *Boletim da SPM*, 52, Maio 2005, pp. 1–25.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: IIE.

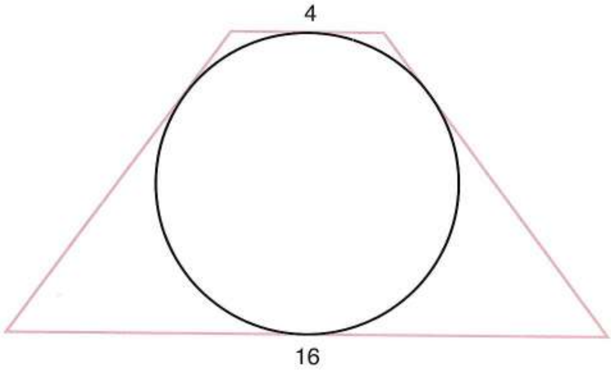
Alexandra Gomes e Elfrida Ralha
Universidade do Minho

Uma circunferência no trapézio

Uma circunferência é tangente aos quatro lados de um trapézio isósceles. As bases do trapézio medem 4 e 16 cm. Qual é a medida do raio da circunferência?

Investigação suplementar para os mais entusiastas: Que aconteceria se o trapézio não fosse isósceles?

(Respostas até 1 de Maio)



Ai, tantos testes para corrigir

O problema proposto no número 84 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O Pedrosa tinha uma enorme pilha de testes para corrigir. Na 2ª feira, cheio de energia, despachou metade dos testes. Na 3ª feira já só viu um terço dos que tinham sobrado. Na 4ª feira corrigiu apenas um quarto dos que faltavam. Na 5ª feira, já saturado, viu um quinto dos que tinha para ver. Na 6ª feira, verificando que lhe faltavam menos de duas dúzias, resolveu acabar com o suplício e corrigiu tudo. Quantos testes tinha o Pedrosa?

Tivemos 19 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Ana Luísa Correia (Lisboa), Berta Alves, Edgar Martins (Queluz), Eduardo Diniz (Viseu), Ema Modesto (Aveiro), Francisco Branco (Ovar), Francisco Estorninho (Lisboa), Francisco Martins, Graça Braga da Cruz (Ovar), Helena Cunha (Viseu), Helena Rocha (Aveiro), Isabel Gil, João Barata (Castelo Branco), Maria João Florindo (Gavião), *Matman*, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Vanderlei Monteiro (Chaves) e ainda a turma de Didáctica da Matemática I da UBI (Manuel Saraiva, Ana Gonçalves, Andreia Raquel, Ângela Pais, Jael Andrade, João Brás, Margarida Monteiro, Nélia Gil, Sónia Tomás, Tânia Rodrigues e Vera Antunes).

1ª Resolução

Foi este o método utilizado por quase todos os leitores.

Seja T o número de testes.

2ªf — Testes corrigidos: $T/2$, Testes por corrigir: $T - T/2 = T/2$.

3ªf — Testes corrigidos: $(1/3) \times (T/2) = T/6$, Testes por corrigir: $T/2 - T/6 = T/3$.

4ªf — Testes corrigidos: $(1/4) \times (T/3) = T/12$, Testes por corrigir: $T/3 - T/12 = T/4$.

5ªf — Testes corrigidos: $(1/5) \times (T/4) = T/20$, Testes por corrigir: $T/4 - T/20 = T/5$.

6ªf — Testes corrigidos: $T/5$, Testes por corrigir: 0.

Sabemos que $T/5 < 24$, logo $T < 120$.

Como T é um número inteiro, terá de ser múltiplo dos denominadores das diversas fracções que aparecem ao longo do processo: $2, 3, 4, 5, 6, 12$ e 20. O menor múltiplo comum deste conjunto de números é 60.

Logo, T é múltiplo de 60 mas menor que 120. A única possibilidade é $T = 60$.

Conclusão: *"60 provas foram o suplício do Pedrosa"* (Francisco Branco).

Já agora, podemos ver que ele corrigiu 30 testes na 2ª feira, 10 na 3ª, 5 na 4ª, 3 na 5ª e 12 na 6ª.

2ª Resolução

A Turma da UBI apresentou duas resoluções, a anterior e uma por eliminação de hipóteses:

Como na 6ª feira o número de teste por corrigir era menor que 24, temos $T/5 < 24$ ou $T < 120$. Além disso T tem de ser múltiplo de 5.

Como na 2ª feira foram corrigidos metade dos testes, T tem de ser par. Juntando estas duas informações, T é múltiplo de 10. As possibilidades são: $10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100$ e 110.

Como na 3ª feira os testes por corrigir eram $T/3$, T tem de ser múltiplo de 3, o que reduz as possibilidades para: 30, 60 e 90.

Na 4ª feira, os testes por corrigir eram $T/4$, logo T é múltiplo de 4. A única possibilidade é 60.

3ª Resolução

O Vanderlei resolveu o problema de trás para a frente: seja x o número de testes corrigidos no último dia ($x < 24$).

Se na 5ª feira corrigiu um quinto dos que tinha ainda para ver, então tinha nesse dia $(5/4)x$, pois $4/5 \times (5/4)x = x$.

Se na 4ª feira corrigiu um quarto dos que tinha ainda para ver, então tinha nesse dia $(5/3)x$, pois $3/4 \times (5/3)x = (5/4)x$.

Se na 3ª feira corrigiu um terço dos que tinha ainda para ver, então tinha nesse dia $(5/2)x$, pois $2/3 \times (5/2)x = (5/3)x$.

Se na 2ª feira corrigiu metade dos testes, então tinha nesse dia $5x$, pois $1/2 \times 5x = (5/2)x$.

Como x, é divisível por $2, 3$ e 4, então $x = 2 \times 3 \times 2$, não admitindo mais nenhum factor pois $x < 24$.

Logo o Pedrosa tinha $5x$ testes, ou seja 60 testes.

Comentários

"Um professor que junta tantos testes para corrigir e fá-lo com tão pouca vontade, não avaliará bem os seus discentes" (Pedrosa Santos).

"O Pedrosa utilizou o método de correcção teste a teste em detrimento da opção pergunta a pergunta" (Francisco Estorninho).

"Não eram assim tantos testes, Pedrosa!" (Helena Cunha).

"Conclusão: Se o Pedrosa tem horário completo, ou já tem redução lectiva ao abrigo do artigo 79° do ECD e portanto tem só 3 turmas no máximo ou então ainda vai ter mais testes para ver quando os der às outras turmas" (Ana Luísa Correia).

O problema do ProfMat 2005

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2005 de Évora consistiu na resolução do problema *Um terreno para cinco irmãos* (figura 1):

Cinco irmãos receberam por herança um terreno de forma triangular ladeado por duas estradas. Os lados encostados às estradas medem 200 e 400 metros e o terceiro lado mede 510.

Querem dividi-lo em cinco parcelas com a mesma área e com iguais comprimentos nos lados junto às estradas.

Infelizmente, o único instrumento de que dispõem só lhes permite medir distâncias.

Como hão-de fazer a partilha?

Apareceram resoluções muito diversas. Em várias delas, engenhosas mas de difícil execução prática, a parte de cada irmão era constituída por várias parcelas separadas que somadas davam um quinto do terreno inicial. Noutras, feitas por processos semelhantes, a cada irmão correspondia um

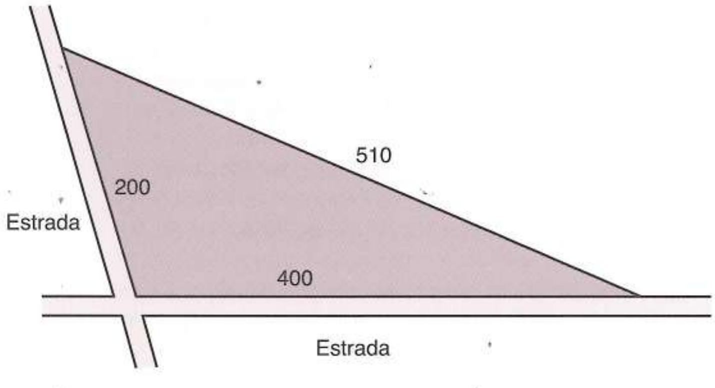


Figura 1

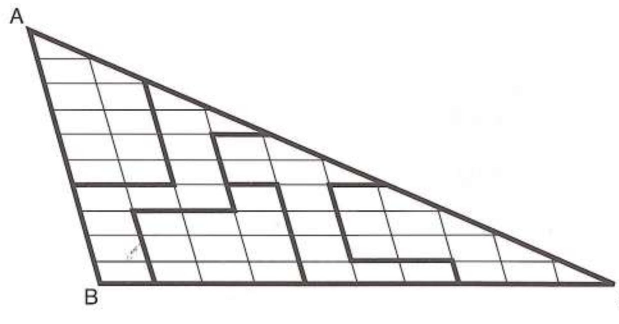


Figura 2

terreno com uma só parcela mas de forma irregular. Eis, por exemplo, a proposta do Luís Bernardino (figura 2).

Outra solução, fazendo com que irmão fique com iguais fronteiras em cada uma das estradas, foi apresentada pelo Avelino e pela equipa Daniel-Sandra (figura 3).

Note-se que, em qualquer dos casos anteriores, os irmãos iriam ter bastante trabalho para executar a partilha no campo.

Finalmente, nas resoluções mais elegantes, todos os irmãos vão ficar com um terreno de forma simples: quatro deles com um triângulo e outro com um quadrilátero.

Para isso, começa-se por dividir por 5 o comprimento total dos lados que dão para as estradas:

$$(200 + 400) \div 5 = 120.$$

Depois unem-se os pontos obtidos com um ponto P, situado no lado AC (figura 4).

Cada um vai ter no seu terreno 120 metros a dar para as estradas, com um deles a ter 40 metros numa estrada e 80 na outra. A questão é agora descobrir a posição do ponto P, de tal modo que os triângulos definidos tenham todos a mesma área. Como estes triângulos têm todos uma base de 120m, terão de ter a mesma altura (nota: unindo P com B, o quadrilátero decompõe-se em dois triângulos com a mesma altura e com as bases a somarem 120). Ou seja, a distância de P aos lados AB e BC têm de ser iguais. Conclusão: o ponto P pertence à bissectriz do ângulo ABC.

Teoricamente, a questão está resolvida. Mas como resolvê-la no terreno, dispondo apenas de um instrumento que só mede distâncias? (Celina Pereira)

Comecemos pelo método seguido pelo João Nogueira e pelo Francisco Martins. Demos a palavra a este último:

O primeiro irmão fica em B. O segundo e o terceiro colocam-se, cada um em seu lado junto à estrada, a igual distância do primeiro.

O quarto irmão, após medição da distância $I_2\ I_3$, fica a meio dessa distância, de tal forma que fiquem os três alinhados. Finalmente, o quinto deve ficar sobre o lado AC, alinhado com I_1 e I_3 (figura 5).

Várias outras resoluções foram à procura de uma solução mais simples no terreno: encontrar a posição em que terá de ficar P, de modo a que depois seja só marcar uma distância no lado AC.

O Sérgio Valente resolve o problema com ajuda da trigonometria e depois escreve:

> O ponto P está a 340 metros de uma extremidade do lado maior e a 170 da outra. Mas 340 é o dobro de 170. Olá, isto não pode ser coincidência! Deve ter a ver com o facto de 400 ser o dobro de 200. (...) Depois de uma pequena investigação com o Cabri fiquei convencido da veracidade da minha conjectura e tentei demonstá-la.

Vários outros concorrentes apresentaram demonstrações da posição do ponto P sobre o segmento AC. Vamos mostrar as mais simples.

Daniel Castanho e Sandra Neves [adaptação]

Rodemos o segmento AB em torno de B até ficar colinear com CB (figura 6).

$$\angle AA'B = \angle A'AB \text{ (o triângulo } AA'B \text{ é isósceles).}$$

$$\angle AA'B + \angle A'AB = \angle ABP + \angle PBC = 2 \times \angle PBC.$$

Portanto $\angle AA'B = \angle PBC$.

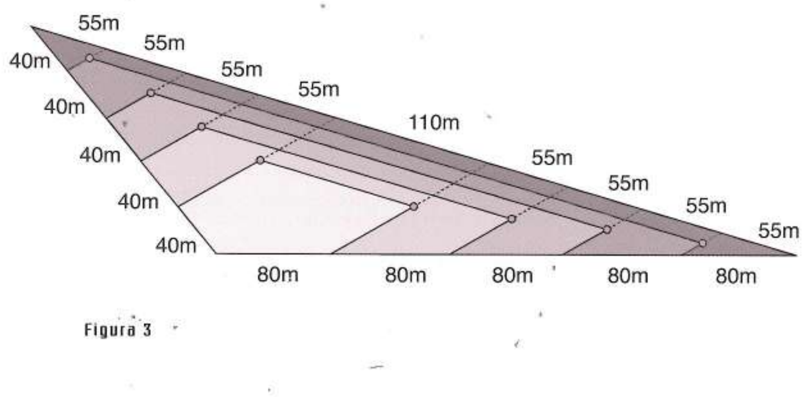


Figura 3

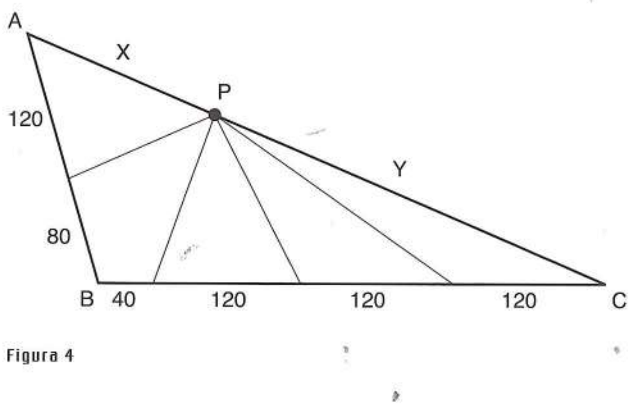


Figura 4

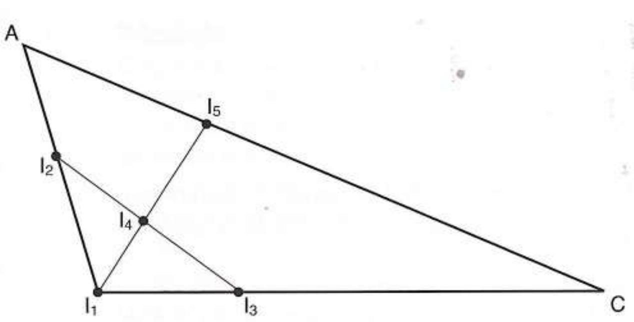


Figura 5

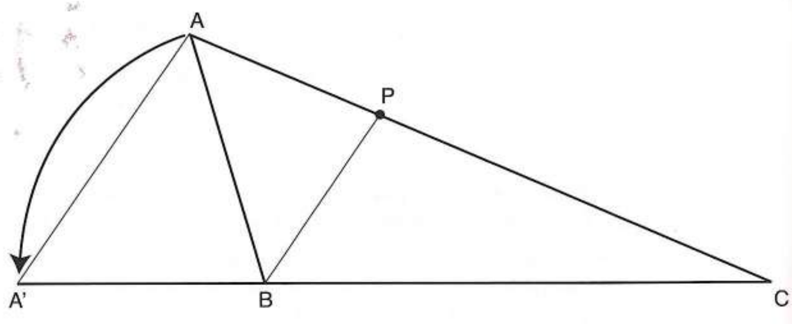


Figura 6

Então, os dois triângulos $[AA'C]$ e $[PBC]$ são semelhantes e os seus lados correspondentes são proporcionais.

Ora $\overline{BC} = 400m$ e $\overline{A'C} = 600m$, logo

$$\overline{BC} = \frac{2}{3}\overline{A'C}.$$

Portanto,

$$\overline{PC} = \frac{2}{3}\overline{AC} = 340m.$$

Rita Cadima (adaptação)

Sejam os triângulos ABP e CBP. Considerando as alturas a partir de P, ambos têm a mesma altura. A base do primeiro é 200 e a do segundo 400. Logo, o triângulo ABP tem metade da área do triângulo CBP.

Considerando agora as alturas a partir de B, novamente ambos têm a mesma altura. Portanto, a base do primeiro tem de ser metade da base do segundo. Ou seja, $\overline{PC} = 340m$ e $\overline{PA} = 170m$.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Lista de participantes

Individuais: Ana Luisa Correia, António Bernardes, Augusto Taveira, Avelino Sousa, Carlos Próspero, Célia Gama Lobo, Celina Pereira, Eduardo Veloso, Fausto da Silva, Francisco Estorninho, Francisco Martins, João Manuel Nogueira, Luís Bernardino, Manuel Saraiva, Manuela Lazera, Manuela Ribeiro, Miguel Mata, Paula Félix, Rita Cadima, Sérgio Valente, Sofia Gonçalves.

Em equipa: Ana Mª Rodrigues e Lurdes Ferreira; Daniel Castanho e Sandra Neves; Iva e Nuno Angelino; Judite Barbedo e Isabel Moreira; Mª Esperança Nunes e Eduarda Pereira; Teresa Paula Marta.

Premiados e prémios

1° Daniel Castanho e Sandra Neves > *Calculadora Gráfica TI84 PSE + TI Smartview, oferta Texas Instruments*

2° Judite Barbedo e Isabel Moreira > *Dicionário de Matemática*, de Stella Baruk

3° Sérgio Valente > Jogo *Abalone*

4° Ana Luisa Correia > Livros *Antologia de Puzzles* de David Wells e *E=mc²* de David Bonadis

5° Paula Félix > Poliedros Areal + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso

6° Rita Cadima > Livros *Matemática e mesas, cadeiras e canecas de cerveja* de Natália Bebiano

7° Francisco Estorninho > Livro *O mistério do Bilhete de Identidade e Outras Histórias* de Jorge Buescu

Atenção: Os prémios devem ser levantados até 30 de Julho de 2006. Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.

Investigações nas aulas de Prática de Ensino de Matemática

Edda Curi

Introdução

Sou professora de Prática de Ensino e de Didática da Matemática num curso que forma professores de Matemática para atuar nos últimos anos do ensino fundamental e no ensino médio numa cidade situada na região metropolitana da cidade de São Paulo denominada São Bernardo do Campo. Meus alunos, futuros professores, têm oportunidade de atuar profissionalmente enquanto cursam a graduação, pois ainda há falta de professores de Matemática. Esta situação permite reflexões sobre as relações teoria-prática-pesquisa nas aulas de Prática de Ensino.

Uma das finalidades do curso é que os futuros professores preparem e realizem pequenas investigações com seus alunos, assumindo que o futuro professor deve investigar, sempre que possível, a própria prática. Como acredito na necessidade do desenvolvimento da reflexão-sobre-ação na formação de professores, considero que a pesquisa é elemento essencial na formação profissional de professor, como construção de uma atitude cotidiana de busca de compreensão dos processos de aprendizagem e desenvolvimento de seus alunos e de autonomia na interpretação da realidade e dos conhecimentos que constituem seus objetos de ensino.

A pesquisa na formação do professor

Nos cursos de Licenciatura em Matemática, o ensino e a aprendizagem dos conteúdos escolares pelos alunos da educação básica é que constitui o foco principal do ensino da pesquisa. Entretanto, é importante para a autonomia dos professores, que eles saibam como são produzidos os conhecimentos que ensinam, isto é, que tenham noções básicas dos contextos e dos métodos de investigação usados pelas diferentes ciências para que não se tornem meros repassadores de informações. Esses conhecimentos são instrumentos dos quais podem lançar mão para promover levantamento e articulação de informações, procedimentos necessários para ressignificar continuamente os conteúdos de ensino, contextuando-os nas situações reais. Além disso, o acesso aos conhecimentos produzidos pela investigação acadêmica nas diferentes áreas que compõem seu conhecimento profissional alimenta o seu desenvolvimento profissional e possibilita ao professor manter-se atualizado e fazer opções em relação aos conteúdos, a metodologia e a organização didática dos conteúdos que ensina.

Considero que a pesquisa deve possibilitar ao professor conhecer melhor a realidade para além das aparências, de modo que possa intervir considerando as múltiplas relações envolvidas nas diferentes situações com que se depara, referentes aos processos de aprendizagem e a vida dos alunos. Ela deve ter diferentes finalidades: uma delas é a de dar oportunidade aos futuros professores de realizar pequenas investigações e analisar situações de sua sala de aula, para nelas intervir, aprimorando o exercício da docência. Outra é a de propiciar aos futuros professores o conhecimento de estudos e pesquisas realizados na área de Educação Matemática e aprender a analisar tais estudos, para criticá-los, compreendê-los e fazer propostas relativamente à sua própria realidade.

Assim, para que a atitude de investigação e a relação de autonomia se concretizem, o professor necessita conhecer e saber usar determinados procedimentos comuns aos usados na investigação científica: registro, sistematização de informações, análise e comparação de dados, levantamento de hipóteses, verificação etc. Com esses instrumentos o futuro professor poderá produzir e socializar conhecimento pedagógico de modo sistemático, quando: investiga, reflete, seleciona, planeja, organiza, integra, avalia, articula experiências, recria e cria formas de intervenção didática junto aos seus alunos para que estes avancem em suas aprendizagens.

Zeichner afirma que o conhecimento dos professores deve ter um papel central num curso de formação de professores. O autor afirma que, para ultrapassar a divisão entre professores e pesquisadores acadêmicos, os pesquisadores devem tratar os resultados das investigações dos professores de forma séria na Universidade, considerando-os como conhecimento educacional. Zeichner propõe e trabalha a pesquisa-ação na qual o professor é sujeito do processo de produção do conhecimento. A pesquisa-ação, na opinião do autor, pode envolver professores de todos os graus de ensino, desde o básico até o pós-graduação. Na pesquisa-ação, os professores pesquisam sobre sua prática, estratégias de ensino, organização e gestão da sala de aula, condições sociais de trabalho, buscando uma perspectiva multicultural (1993 pg 48). Zeichner considera importante que uma pesquisa-ação seja executada em pequenos grupos, tanto para superar a tendência individualista dos professores como também para que eles possam apoiar-se o que contribui para o crescimento do grupo. Além disso, os professores vêem que os problemas que aparecem não são apenas seus, mas que vários colegas compartilham do mesmo problema.

É nesse contexto que as aulas de Prática de Ensino são inseridas e os futuros professores realizam algumas pequenas investigações de sua própria prática.

Preparação da investigação

As aulas de Prática de Ensino envolvem diferentes atividades que têm como finalidade possibilitar aos futuros professores, a construção de conhecimentos experienciais essenciais à sua atuação como professores. Essa prática é desenvolvida de forma articulada, em especial, com a disciplina Didática da Matemática, mas também por meio de atividades ao longo de todo o curso. Nessa perspectiva, são previstas situações didáticas em que os professores em formação coloquem em uso os conhecimentos que aprendem, ao mesmo tempo em que possam mobilizar outros, em diferentes tempos e espaços curriculares O curso de Prática de Ensino tem conteúdos próprios, com destaque especial para os procedimentos de observação e reflexão para compreender e atuar em situações contextualizadas, tais como o registro de observações realizadas e a resolução de situações-problema características do cotidiano profissional.

As investigações dos futuros professores são preparadas durante as aulas de Prática de Ensino, de acordo com os assuntos estudados. Selecionam um determinado assunto a ser investigado, levantam algumas hipóteses, colocam-se algumas questões em relação à organização do trabalho, discutem o que esperam do desempenho de seus alunos, qual é o papel do professor, como podem fazer as intervenções, etc. Posteriormente desenvolvem as atividades de investigação com seus alunos e as trazem para serem analisadas nas aulas de Prática de Ensino. Os futuros professores discutem sobre as resoluções dos alunos, as intervenções, registram suas observações, escrevem relatórios, analisam sua prática e de alguns dos colegas.

Alguns dos futuros professores se envolvem muito com as atividades de pesquisa e participam ativamente desde a preparação da atividade, a escrita do relatório até as análises finais. Comentam que seus alunos se orgulham de realizar atividades que serão discutidas na Faculdade. O crescimento desses futuros professores é muito grande e ao final do curso eles apresentam mudanças nas atitudes.

A futura professora Elisângela faz parte desse grupo e por esse motivo selecionei uma de suas investigações para este artigo. Ela costuma escrever seus relatórios com muitos detalhes, o que permite discutir os principais aspectos das investigações que costuma realizar com seus alunos nas aulas de Matemática.

A mudança na prática revelada por trecho de um relatório da professora Elisângela

Sou professora de 5ªs e 6ªs séries. Meus alunos não gostavam de Matemática, mas agora aguardam ansiosamente minha aula. As discussões sobre Resolução de Problemas e investigações nas aulas que fizemos na disciplina de Prática de Ensino me fizeram repensar minha prática. A mudança, no início foi muito tímida. Passei a apresentar um desafio para meus alunos, uma situação problematizadora, uma vez por semana. Nas primeiras vezes, meus alunos não se esforçavam por resolver. Esperavam por mim e copiavam minha resolução. Aos poucos eles foram se interessando por essas aulas e hoje me questionam quando não apresento uma situação desafiadora a eles.

Primeiro introduzo uma tarefa, sempre no sentido de desafiá-los a resolver, depois deixo-os trabalhar em grupos e, por último, discuto os resultados com a classe toda.

Ás vezes, introduzo a tarefa por escrito, outras apenas oralmente. Mas, quando dou o problema escrito não deixo de fazer uma leitura conjunta do enunciado. Isto facilita o entendimento principalmente dos alunos que têm maior dificuldade de compreensão de texto. Hoje em dia tenho mitos alunos com dificuldade de leitura e semi alfabetizados.

Sempre deixo claro que o que importa na resolução do problema não é a resposta correta, mas a maneira de encontrar a resposta. Incentivo os alunos a buscar uma resposta com base na situação que lhe foi apresentada. Procuro valorizar as idéias de meus alunos e apoiá-los em suas tarefas. Gosto de avisar meus alunos que essa tarefa é para minha aula na faculdade e que vou levar as resoluções para minha professora. Observo que eles se empenham mais sempre que sabem que vou levar suas tarefas para a faculdade, sentem-se valorizados.

Uma investigação na 5ª série feita e relatada pela professora Elisângela

Decidi trabalhar um problema na 5ª série, depois de uma discussão na aula de Prática de Ensino em que uma colega relatou que havia colocado a seus alunos de 7ª série um problema que poucos resolveram.

O problema que a colega apresentou a seus alunos era o seguinte: num terreiro há galinhas e coelhos, totalizando 84 pés e 27 cabeças. Qual é o número de galinhas e de coelhos que estavam no terreiro?

A colega tinha a expectativa de que seus alunos resolvessem esse problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, já que estavam na sétima série e estava muito decepcionada, pois poucos deles haviam aplicado os conhecimentos já ensinados.

As nossas reflexões nas aulas de Prática de Ensino levaram a questionamentos como se esse problema tinha significado para os alunos, se eles sabiam quantos pés tinha um coelho, etc. No meio da discussão tive a idéia de mudar o contexto do problema e apresentá-lo aos meus alunos da 5ª série para ver como fariam para resolvê-lo já que eles não conheciam nada de álgebra ainda.

Então elaborei o problema da seguinte forma:

Num estacionamento há carros e motos totalizando 27 veículos e 84 rodas. Quantas são as motos e quantos são os carros estacionados nesse estacionamento?

Apresentei esse problema por escrito e li junto com meus alunos, procurando me certificar se eles entenderam a situação proposta. Formei duplas e deixei-os livre para resolver o problema.

O relato da professora Elisângela

A exploração inicial da situação levou algum tempo. Percebi que meus alunos demoraram um pouco a familiarizar-se com a situação, apropriar-se dos dados.

Porém o trabalho em duplas permitiu o surgimento de várias alternativas para a exploração do problema, facilitando o trabalho. No final da resolução, os alunos socializaram suas estratégias, suas hipóteses. Procurei garantir que todos tivessem clareza de que resolveram corretamente o problema, mas que havia "maneiras mais econômicas" de resolvê-lo. Tentei perguntar porque fizeram daquela maneira, mas as explicações não foram satisfatórias. Na maioria das vezes meus alunos diziam que era porque assim "dava certo".

Fiquei surpresa com a exposição das crianças, pois todas as duplas resolveram o problema, algumas utilizando procedimentos próprios, outras fazendo cálculos por meio de algoritmos, mesmo as duplas que não chegaram à resposta correta. Diziam que esse problema era muito fácil de resolver e queriam outro mais difícil.

Entre os procedimentos utilizados por algumas duplas que erraram, percebi que não faziam a validação dos resultados. Duas duplas desenharam as rodas dos carros e das motos e as organizaram em grupos de 2 em 2 (para as motos) e de 4 em 4 (para os carros). Somaram os grupos um a um e encontraram 13 motos e 14 carros. No entanto se tivessem validado os resultados teriam percebido que tinham 82 rodas e não 84 como a informação veiculada no texto do problema.

Percebi que precisava trabalhar mais problemas que permitissem a validação das respostas com meus alunos.

Um fato que me chamou a atenção é a dificuldade que tenho para sistematizar as principais idéias dos meus alunos, preciso melhorar minha prática, pois ainda não sei bem como intervir para que meus alunos avancem em suas aprendizagens.

As reflexões dos futuros professores sobre a prática da professora Elisângela

Muitos de meus alunos, futuros professores, fazem as leituras propostas nas aulas e participam de discussões sobre o ensino de Matemática. Outros, porém, não se convencem apenas com as situações propostas. A participação em pequenas investigações é fundamental para a evolução das concepções desses alunos. Quando não desenvolvem atividades em sala de aula, a análise de relatórios de colegas permite uma aproximação com a prática.

No caso da professora Elisângela, foi possível observar primeiramente que meus alunos de Prática de Ensino não acreditaram que a professora tivesse conseguido bons resultados com seus alunos num problema já testado por outra professora com seus alunos de sétima série. Quando a professora Elisângela iniciou a leitura, porém, e apresentou os motivos que a fizeram reelaborar o texto do problema, os outros alunos do curso passaram a ouvir com mais atenção. Os futuros professores dedicaram-se a ouvir o relato da colega, intervinham às vezes, incrédulos com as resoluções dos alunos que ela apresentou para os colegas, apresentaram algumas alternativas para a intervenção da professora Elisângela e concordaram com sua reflexão sobre a necessidade de reforçar a prática da validação das respostas dos alunos para um problema.

Na reflexão final da aula, os futuros professores concluíram que os alunos são capazes de se organizarem para resolver problemas e têm iniciativa para resolver problemas que lhes interessam. Ao refletirem em conjunto reconheceram que têm subestimado a capacidade de seus alunos com relação à resolução de problemas e que um problema com um contexto mais significativo para os alunos envolve-os para a busca de um resultado.

A reflexão final permitiu ainda compreender o modo como a professora Elisângela vivenciou sua experiência com seus alunos e qual foi seu papel perante seus alunos numa aula de resolução de problemas.

Considerações finais

A vivência da professora Elisângela me fez perceber a força que tinha a experiência de um professor para seus pares, pois embora a discussão relativa ao texto do problema já houvesse sido feita nas aulas de Prática de Ensino, ao meu ver, só foi representativa para meus alunos quando partiu do relato da experiência do colega Elisângela. Além disso, o papel do professor durante a gestão da aula, sempre discutido no curso de Prática de Ensino, tornou-se mais claro para meus alunos quando a professora leu seu relatório e explicitou como procedeu durante sua aula.

A análise da prática permite desenvolver algumas competências importantes dos professores entre elas a observação, o registro, a intervenção. A observação é uma das maneiras de conhecer o modo como os alunos pensam, seus processos de raciocínio, seus conhecimentos matemáticos, suas atitudes. A observação proporciona muitas informações, mas apenas as de qualidade devem ser registradas. É difícil ao professor selecionar os dados observados anotando apenas o que é realmente importante. A análise dos registros permite ao professor intervir de forma mais adequada.

O trabalho conjunto dos futuros professores permite aproveitar as potencialidades de colaboração profissional. Na preparação conjunta das aulas, os futuros professores podem prever diversas ocorrências e refletir sobre como resolvê-las. No desenvolvimento das aulas e na discussão dos relatórios, a reflexão conjunta ajuda o grupo a compreender como os alunos do ensino fundamental vivem suas experiências e como o professor gerencia sua aula. Isto possibilita um replanejamento de ações e uma evolução das representações dos professores com relação ao ensino de Matemática.

Bibliografia

Boavida, Ana Maria; Ponte, João Pedro. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. *Refletir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002. p. 43–56.

Curi, Edda. Formación de profesores que enseñan matemáticas: investigación colaborativa, producción y socialización de saberes. In *Anais* 17.° RELME, 2003b.

Shulman, Lee. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, n. 15 (2), p. 4–14, 1986.

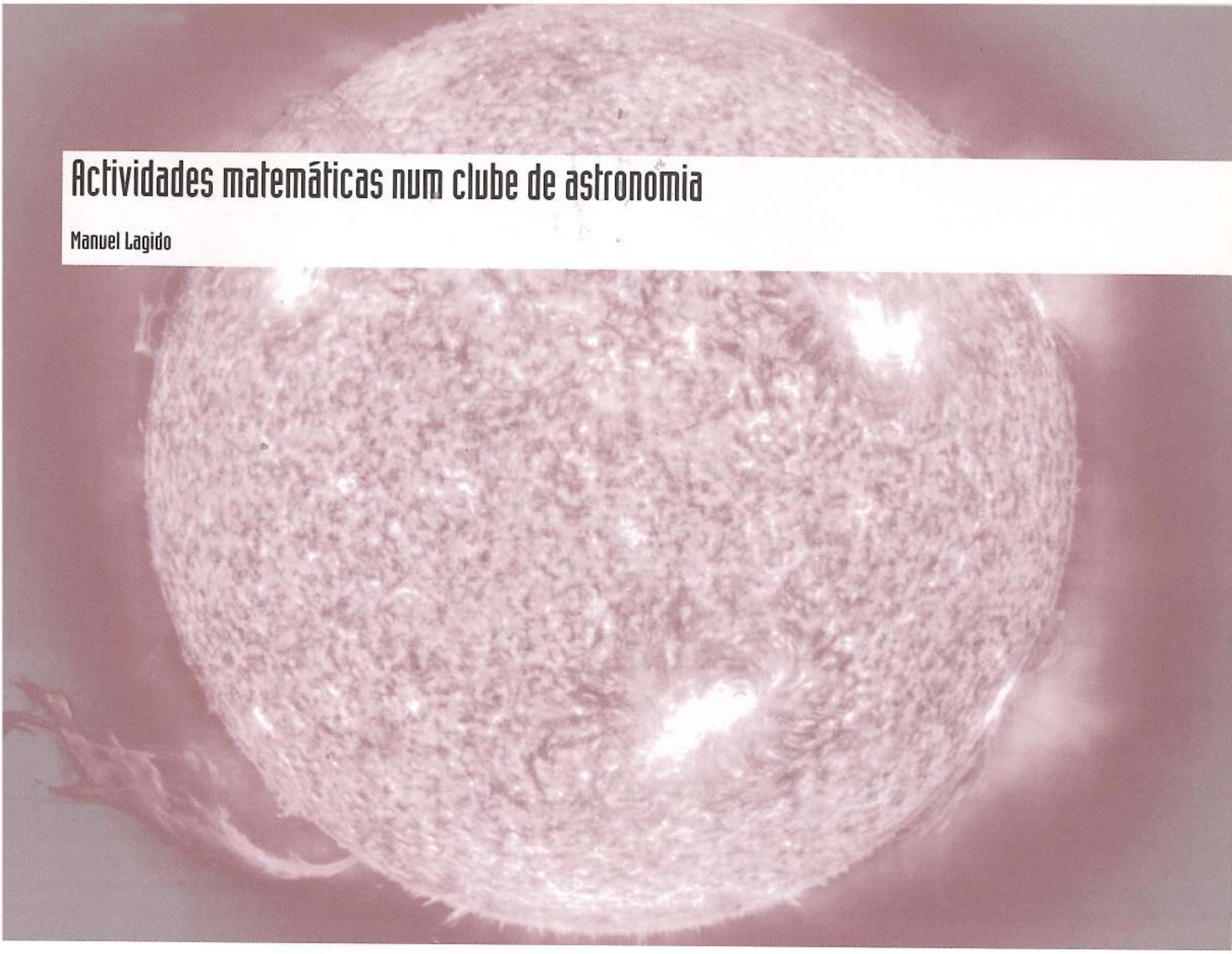
Tardif, Maurice. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. *Revista Brasileira da Educação*, São Paulo: ANPED, n. 13, jan.-abr. 2000.

Zeichner, Kenneth. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: Fiorentini, D. *Cartografias do trabalho docente*. Campinhas: Mercado das Letras, 1998. p. 207–236.

Edda Curi
Faculdade Interação Americana, São Bernardo do Campo/SP

Actividades matemáticas num clube de astronomia

Manuel Lagido



As experiências levadas a cabo num clube de astronomia podem envolver várias áreas disciplinares e a matemática, naturalmente, é uma delas.

As três actividades, descritas a seguir, exemplificam como certos conhecimentos da disciplina são requeridos para o seu desenvolvimento e, também, como propiciam ambientes de aprendizagem para a sua consolidação no âmbito de uma actividade extracurricular.

As actividades experimentais foram realizadas por alunos do clube de astronomia da escola secundária/3 José Régio de Vila do Conde[1] e são algumas das que constam habitualmente do plano de actividades do clube. Foram escolhidas pela pouca sofisticação de meios que necessitam (pelo menos as duas primeiras), e que também tornam por isso mais interessantes certos resultados obtidos.

I — Determinação da latitude

Esta experiência visa obter uma estimativa da latitude do lugar e é realizada desde 1999, ano em que a iniciativa do programa Ciência Viva para celebrar o equinócio da primavera disponibilizou às escolas materiais de fácil construção e diversa informação de apoio.[2]

A determinação da latitude pode ser obtida a partir da relação da declinação de um astro com a sua altura no momento da sua culminação superior.

Se, no momento da culminação superior de um astro[3], determinarmos a sua altura (Alt) e conhecermos a sua declinação δ, então a latitude do lugar (Lat) é dada, em graus, por:

$$\mathrm{Lat} = (90 - \mathrm{Alt}) + \delta \ (*)$$

Ou, visto que a distância zenital Z é complementar da altura:

$$\mathrm{Lat} = Z + \delta$$

No caso do Sol, o momento da culminação superior, meio dia solar, pode ser determinado experimentalmente — é aquele que corresponde ao comprimento mínimo da sombra de uma haste vertical projectada sobre um plano horizontal.

A declinação do Sol, que varia aproximadamente entre 23,5° e −23,5°, é nula no momento exacto do equinócio da Primavera e do Outono (ver figura 1) e, então, tem-se:

$$\mathrm{Lat} = 90^\circ - \mathrm{Alt}$$

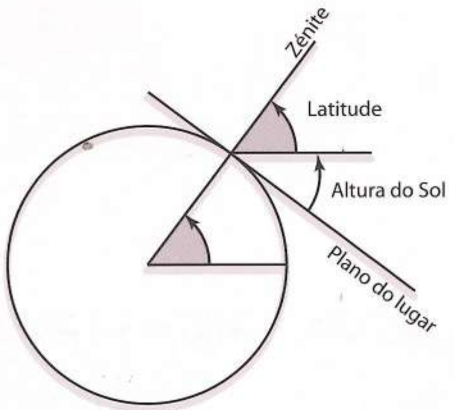


Figura 1.

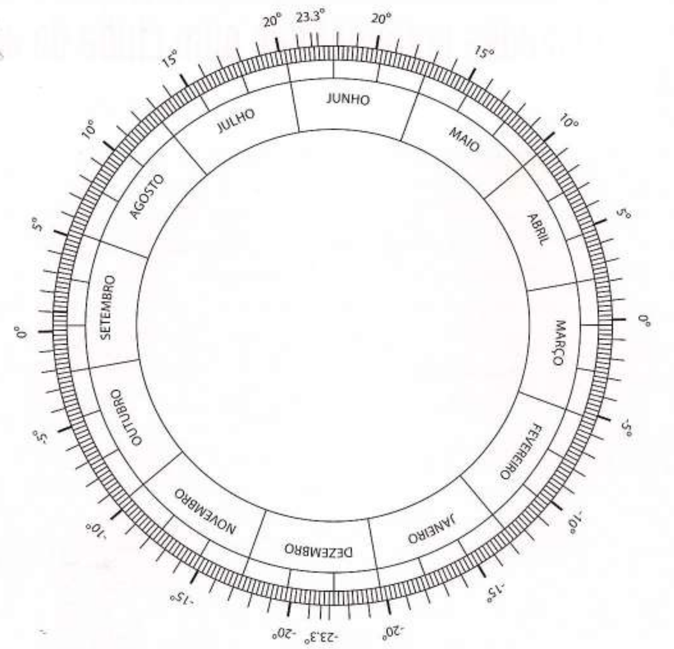


Figura 2.

Por esse motivo, a determinação experimental da latitude tem-se realizado em datas próximas do equinócio da primavera (no equinócio de Outono nem sempre as aulas começaram ...)

Apesar do valor da declinação do Sol — δ ser pequeno o suficiente para ser desprezado (no contexto dos objectivos desta actividade) os alunos têm — no considerado nos cálculos. É designado por *ângulo de correcção* em várias tabelas[4], como a da figura 2.

Tem interesse formativo mostrar aos alunos que no passado estas eram elaboradas pelos astrónomos a partir da informação sobre o movimento aparente do Sol na esfera celeste, para fornecer tabelas náuticas para os navegadores. Estes determinavam a altura do Sol com recurso a quadrantes e astrolábios para a operação designada *pesar o Sol* — obtenção da altura do Sol ao meio dia solar, um processo semelhante ao realizado pelos alunos e descrito mais adiante.

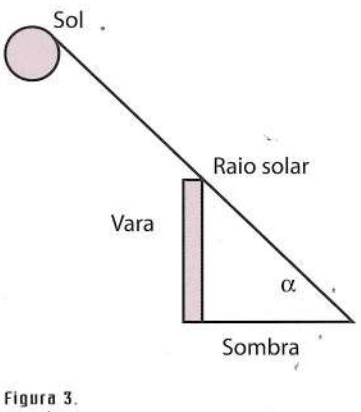


Figura 3.

Envolver os alunos na recriação deste procedimento favorece também, portanto, uma tomada de consciência dos alunos do importante papel dos portugueses que na época dos Descobrimentos foram pioneiros nesta área do conhecimento e que por isso se destacaram no mundo de então.

Para determinar a altura do sol, os alunos usaram dois métodos:

i) Método da sombra

Os alunos registaram sucessivos valores do comprimento da sombra — s de uma vara vertical de comprimento — h, projectada num plano horizontal. (Deve ser comprovada a verticalidade da vara usando dois esquadros.)

Depois a relação conhecida da trigonometria

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{s}$$

fornece o valor da amplitude do ângulo α — altura do Sol pretendida (ver figura 3).

No quadro abaixo mostram-se os registos efectuados no dia 21 de Março de 2000. O comprimento da vara media 12,8 cm.

Hora	Sombra (comprimento em cm)	Altura do Sol (em graus)
11h15	13,5	43,5
11h28	12,9	44,8
12h01	11,9	47,1
12h30	11,6	47,8
12h40	11,4	48,3
12h55	11,5	48,1

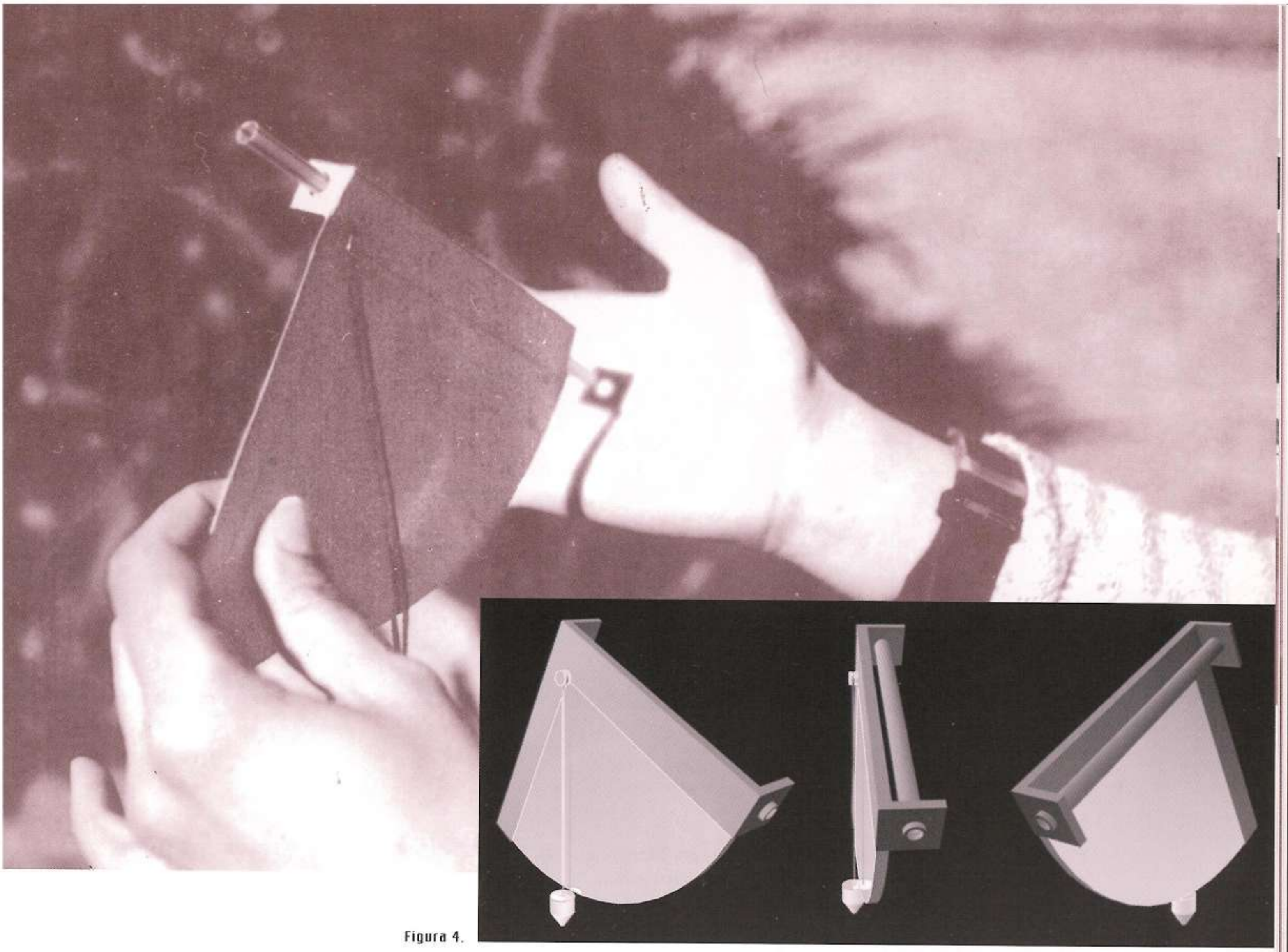


Figura 4.

Os momentos da determinação do comprimento da sombra foram os possíveis face às condições da experiência. É que não é muito fácil distinguir variações no comprimento da sombra em intervalos de tempo curtos.

Aceitando pois, com alguma margem de erro que o meio-dia solar ocorreu às 12h40, e sabendo que o valor do *ângulo de correcção* é, para aquele dia de 0,25, vem, utilizando a fórmula anterior (*):

$$\text{Lat} = 90 - 48{,}3 + 0.25 = 41{,}95$$

Ora, sendo a latitude de Vila do Conde 41°21′49″N, valor aproximadamente igual a 41°,36 temos a determinação da latitude com um erro inferior a pouco mais de meio grau!

ii) Medição da altura do Sol com recurso a um quadrante

Este instrumento, de fácil construção, fornece a leitura directa da altura do Sol , logo que alinhado com a direcção dos raios solares. Isto é conseguido logo que se observa um círculo na sombra do eixo projectada na palma da mão, por exemplo (figura 4).

Na experiência, os registos foram efectuados em grupos de 7 alunos, cada um dos quais com o seu quadrante, no momento do meio dia solar, determinado pelo método da sombra mínima referido antes, ou utilizando um relógio de sol construído em cartão[5], e alinhado devidamente com a direcção Norte-Sul.

Grupo	Altura do Sol ao meio dia solar (em graus)
1	47
2	47,3
3	49,5
4	50
5	49
6	49,3
7	49,8

Média: 48,84. *Desvio padrão:* 1,2.

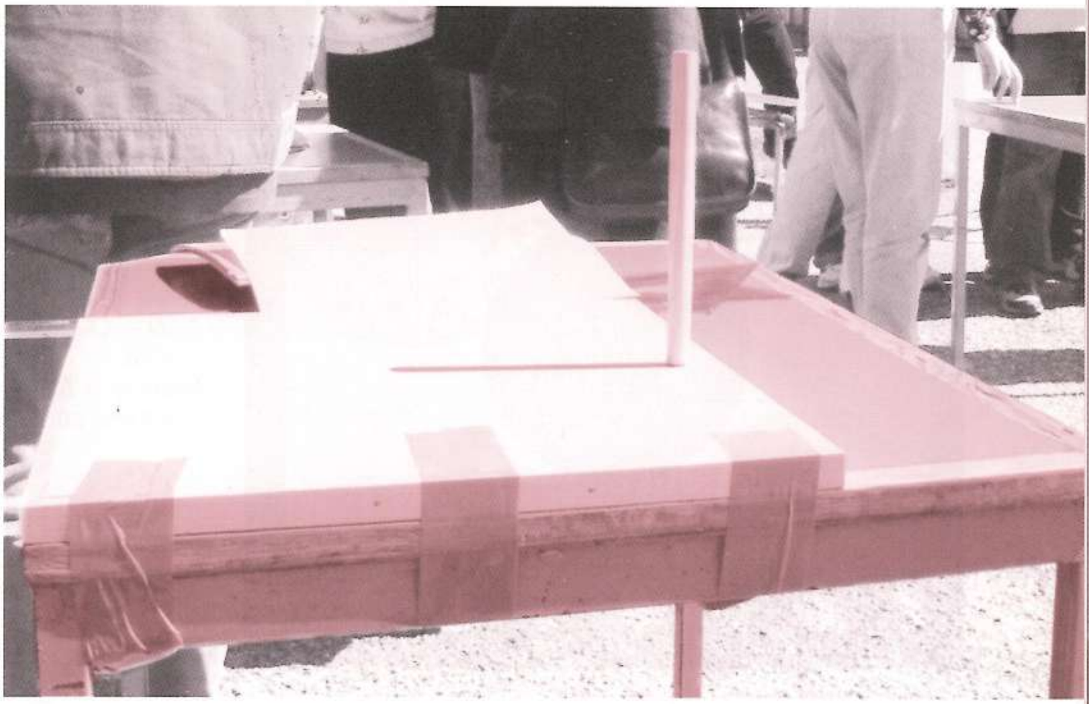
Os dados desta experiência foram recolhidos em Março de 1999 e, aplicando mais uma vez a fórmula para a determinação da latitude, com o valor adequado do *ângulo de correcção*, obteve-se para valor da latitude 41,16°, o que comparado com o valor real de aproximadamente 41,36° é outra vez notável. A primeira vez que fizemos esta experiência os resultados surpreenderam pelo apreciável grau de aproximação conseguido, tendo em conta a singeleza dos meios envolvidos. A repetição em ocasiões posteriores dissipou eventuais dúvidas conseguindo-se sempre aproximações inferiores a 1 grau.

II — Variação da altura do Sol ao longo do ano

Um grupo de alunos do clube, curioso acerca da variação da sombra mínima ao longo dos dias do ano, tentou registar esses valores de forma regular. A mais persistente foi a Cátia que fez 16 leituras, entre 22 de Março e 1999 e 19 de Fevereiro de 2000 da altura do Sol num momento próximo do meio dia solar.

Data	Dia (contado do início do ano)	Altura do Sol (em graus)
22-03-1999	81	50
16-06-1999	167	72
21-06-1999	172	72
23-06-1999	174	71
30-06-1999	181	73
09-07-1999	190	69
13-07-1999	194	72
18-07-1999	199	69,5
29-07-1999	210	69
11-08-1999	223	62
10-09-1999	253	54
11-09-1999	254	54
02-11-1999	306	31
16-12-1999	350	23
29-01-2000	394	29
19-02-2000	415	36

Estes são os dados tal como foram recolhidos na experiência, pela aluna, sem retirar valores com alguma discrepância. É o caso do valor de 30/6/1999 — que deveria ser ligeiramente inferior ao de 21/6/1999.Contudo, para não retirar autenticidade às condições reais em que decorreu a experiência, e porque não afectam sobremaneira o resultado final optou-se por mantê-los.



O gráfico da função que traduz a variação da altura do sol ao longo dos dias do ano, *vê-se logo* que parece ser o de uma função trigonométrica (figura 5).

A procura da função que melhor se ajusta aos dados, sem usar as funções específicas da calculadora gráfica, é um interessante desafio de modelação que se pode dar aos alunos do final do secundário.

Assuma-se então que é uma função do tipo:

$$f(t) = A + B\ \mathrm{sen}(\omega t - \theta)$$

E procurem-se os valores dos parâmetros A, B, ω e θ.

A oscilação da altura do Sol tem de amplitude o valor que corresponde à semi diferença entre o valor máximo e mínimo observado:

$$B = \frac{73 - 23}{2} = 25$$

O fenómeno tem periodicidade anual, pelo que podemos admitir $\omega = 2\pi/365$.

Já temos: $f(t) = A + 25\ \mathrm{sen}(2\pi/365t - \theta)$.

Quando $\mathrm{sen}(2\pi/365t - \theta) = 1$ temos o valor máximo de 73. Logo:

$$73 = A + 25 \Leftrightarrow A = 48$$

$$f(t) = 48 + 25\ \mathrm{sen}(2\pi/365t - \theta)$$

Agora, escolhendo um par ordenado de valores da tabela podia-se obter, analiticamente, o valor de θ.

Ou, de modo alternativo, a partir de $\theta = 0$, podemos, por tentativas tentar descobrir a chamada *fase inicial* (figura 6).

Tendo em atenção que decorreram 81dias até ao equinócio da primavera (primeiro valor registado) é natural aceitar-se, finalmente, a função (figura 7):

$$f(t) = 48 + 25\ \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi}{365}(t - 81)\right)$$

Parece ser um bom modelo para traduzir a altura do Sol ao longo dos dias daquele ano!

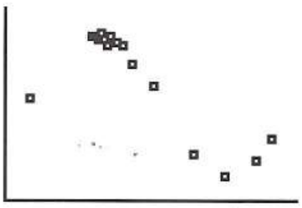


Figura 5.

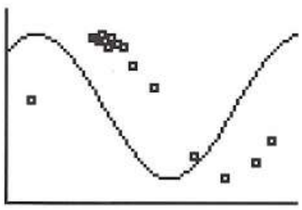


Figura 6.

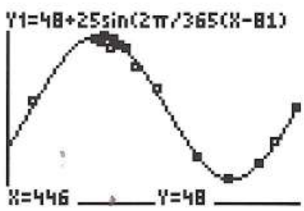


Figura 7.

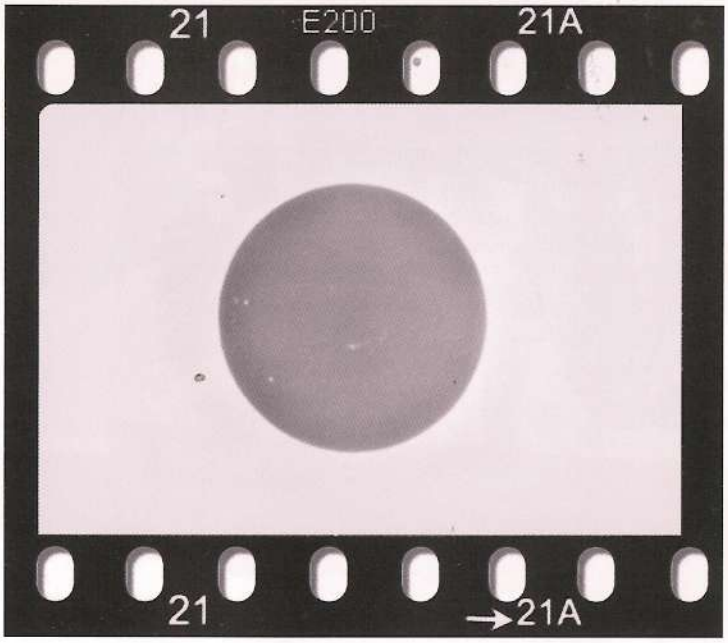


Figura 8.

Que previsão dará para uma data futura? Experimentemos com uma já conhecida da actividade anterior: o equinócio da primavera seguinte (21 de Março de 2000).

Como o ano 2000 foi bissexto, tem-se $t = 446$. O correspondente valor da função da função é $f(446) = 48$.

Ora 48,3 foi o valor obtido pelos alunos nessa data, como já foi mostrado antes (em I).

Temos, pois, uma experiência de modelação de uma situação do real, que não se socorre de dados fictícios, mas obtidos por alunos de uma escola em Portugal, e que descreve com um grau de apreciável rigor um fenómeno que todos comprovamos no dia a dia. É, por isso, uma experiência de modelação que aprecio particularmente.

III — O diâmetro do Sol

Nesta actividade tem-se a pretensão, algo ambiciosa à primeira vista, de estimar o diâmetro do Sol, a partir do negativo fotográfico deste astro. É o poder da matemática! — dizemos aos alunos quando se interrogam, admirados.

A actividade inicia-se com uma sessão do clube no exterior para obter uma foto do Sol, com uma máquina fotográfica acoplada devidamente à ocular de um telescópio.

Noutra sessão, já de posse do negativo (a figura 8 é a foto de um negativo, e foi tirada na escola) regressa-se ao gabinete do clube para fazer os cálculos. Cada aluno começa por estimar, usando uma régua graduada, a medida do comprimento do diâmetro do círculo no negativo. Depois os dados são analisados em conjunto para se decidir que valor vai ser escolhido. Neste momento pode-se pôr em discussão se é preferível usar a mediana, a média ou até a moda do conjunto de dados, relembrando em que condições é vantajosa cada uma das medidas de localização.

A partir da semelhança dos triângulos da figura 9 tem-se, então:

$$\frac{D}{d} = \frac{1U.A.}{f},$$

sendo:

f — a distância focal do telescópio.[6]

d — o diâmetro do círculo que representa o Sol no negativo.

D — O diâmetro do sol

$U.A.$ — uma unidade astronómica que corresponde à distancia da Terra ao Sol

Os seus valores são:

$$f = 2032 \text{ mm}$$
$$1U.A. \approx 1,5 \times 10^8 \text{ Km}$$
$$d = 19 \text{ mm}$$

e então tem-se:

$$\frac{D}{19 \text{ mm}} = \frac{1,5 \times 10^{14} \text{ mm}}{2032 \text{ mm}}$$

$D \approx 1,403 \times 10^6$ km i.e. cerca de 1 milhão e quatrocentos mil quilómetros.

O erro relativo face ao valor aceite actualmente é de apenas 0,8 %!

A partir daqui podem fazer-se outras explorações elementares como as seguintes:

i) Comparando o diâmetro do Sol com o da Terra:

$$\frac{D_{sol}}{D_{terra}} = \frac{1,4 \cdot 10^6 \text{ km}}{12756 \text{ km}} \approx 109,7$$

Isto é, o diâmetro do Sol é cerca de 110 vezes o da Terra.

ii) E qual é a razão dos volumes de um e outro astro?

Recorrendo à relação de semelhança entre dois sólidos semelhantes, sendo razoável admitir que ambos são esferas: $V_S/V_T = 109,7^3 = 1320139$, isto é, o Sol contém o volume de mais de 1 milhão e 300 mil planetas como a Terra!

iii) Comparando o diâmetro do Sol com a distância da Terra à Lua (D_{T-L}):

$$\frac{D_{Sol}}{D_{T-L}} = \frac{1,4 \cdot 10^6 \text{ km}}{384400 \text{ km}} \approx 3,6$$

Este resultado não deixa de causar espanto: o diâmetro do Sol é mais do triplo da distância da Terra à Lua!

As questões matemáticas exploradas nesta última actividade envolvem apenas o conhecimento das propriedades de semelhança de triângulos, a resolução de uma equação muito simples e a conversão de unidades que é facilitada com conhecimentos das regras operatórias das potências, sendo por isso adequada a alunos do 3° ciclo. Contudo, há alunos, mesmo de anos mais adiantados, que apresentam dificuldades em chegar ao resultado final. Parece haver necessidade de as aulas de matemática incluírem mais exemplos de situações realísticas em vez de tantos exemplos *muito arranjados* com valores e soluções inteiras ou escritas na forma *exacta*.

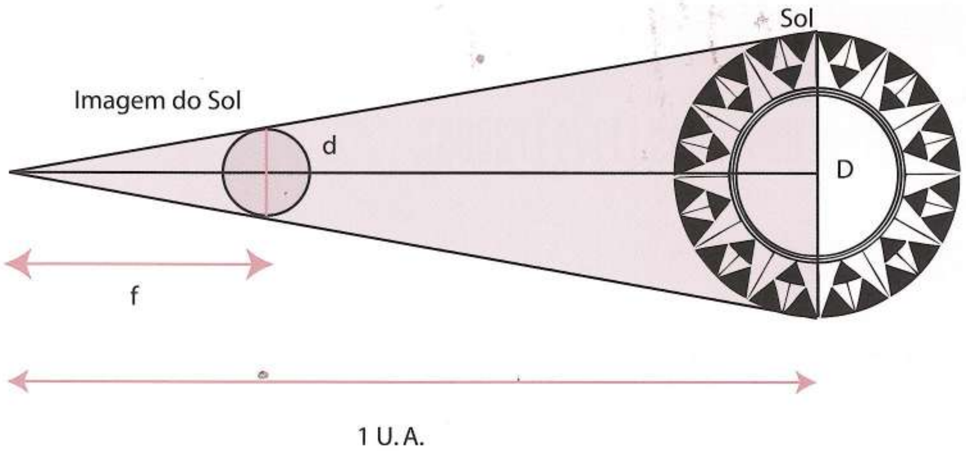


Figura 9.

Conclusão

São diversos os conhecimentos da disciplina de matemática requeridos nas experiências feitas em astronomia ao nível do ensino básico e secundário e várias as competências mobilizadas.

Outras experiências foram realizadas, mas só nestas já podemos identificar os seguintes conteúdos:

— Trigonometria:

- razões trigonométricas (9° ano) — Actividade I
- funções trigonométricas e modelação (11° ano/12° ano) — Actividade II

— Estatística: (7° ano / 10° ano) — Actividade I e III

— Semelhanças: (8° ano / 10° ano) — Actividade III

— Números e Cálculo (7°/8°/9°) — Actividade III

Os alunos têm também a oportunidade de viver experiências de aprendizagens significativas, que favorecem a aquisição de competências diversas e o domínio destes conhecimentos, ao lidar com situações da realidade. A par do desenvolvimento do seu sentido crítico, da autonomia e do trabalho em equipa, o qual como se viu nos exemplos apresentados está quase sempre presente.

Muitos outros aspectos relevantes da educação matemática (entre os quais a perspectiva histórica e cultural, e a interacção com outras áreas das ciências) poderiam ser referidos neste tipo de actividade extracurricular. Mas espera-se que este artigo já tenha evidenciado os suficientes para mostrar como por intermédio de meios singelos e ao alcance de todos (como os da actividade I e II, pelo menos) se podem proporcionam experiências educativas que vão de encontro a várias das finalidades do ensino da matemática e seguramente àquela expressa logo em primeiro no programa oficial da disciplina:

" Desenvolver a capacidade de usar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção do real".

Notas

1 Todas as fotos deste artigo foram tiradas no clube. A fotografia astronómica é orientada no clube pelo colega Carlos Rodrigues.

2 Esses materiais ainda se encontram disponíveis no sitio `http://www.cienciaviva.mct.pt/equinocio/`

3 Supomos que o astro tem declinação inferior à latitude, como é o caso do Sol.

4 Em trigonometria esférica a declinação — δ está relacionada com a longitude do sol — λ (O lugar do Sol na eclíptica é a sua longitude celeste) pela fórmula:

$$\text{sen }\delta = \text{sen }\lambda \cdot \text{sen }\varepsilon$$

em que $\varepsilon = 23°33'$ é a inclinação da eclíptica sobre o equador terrestre.

5 Disponível no kit fornecido pelo programa Ciência Viva para a iniciativa *Determinação da Latitude e Longitude*, já referido em nota anterior.

6 Esta distância focal do telescópio é um parâmetro do instrumento. No caso, foi usado o telescópio catadióptrico Celestron C8.

Referências

Bakulin, Pavel (1983). *Curso de Astronomia*. Moscovo. Editora MIR.

Barbedo, J *et al.* (1999). *Infinito 12*. Areal Editores.

Ferreira, M., Almeida, G. (1993). *Introdução à Astronomia e às Observações Astronómicas*. Lisboa. Plátano Edições Técnicas.

Veloso, E. (1991). *Algumas Noções Elementares de Astronomia*. Lisboa. APM.

Manuel G. Teles Lagido
Escola Secundária/3 José Régio de Vila do Conde

Conversando com João Correia de Freitas [11/11/2005]

A equipa de missão CRIE foi criada em 1 de Julho de 2005 por Despacho do Ministério da Educação, no âmbito da DGIDC, entidade que dá o suporte administrativo. Para ficarmos a conhecer um pouco os objectivos e planos de trabalho desta equipa, fui conversar com o seu gestor, o professor João Correia de Freitas que muito amavelmente se prontificou a falar para a *Educação e Matemática*.

Não fiz perguntas, lancei apenas alguns temas para a conversa informal que se seguiu.

O que é o CRIE? Objectivos? Planos de trabalho? Como chegar aos alunos? Disciplina TIC? Formação de professores? Equipamento? Concursos? Planos futuros?

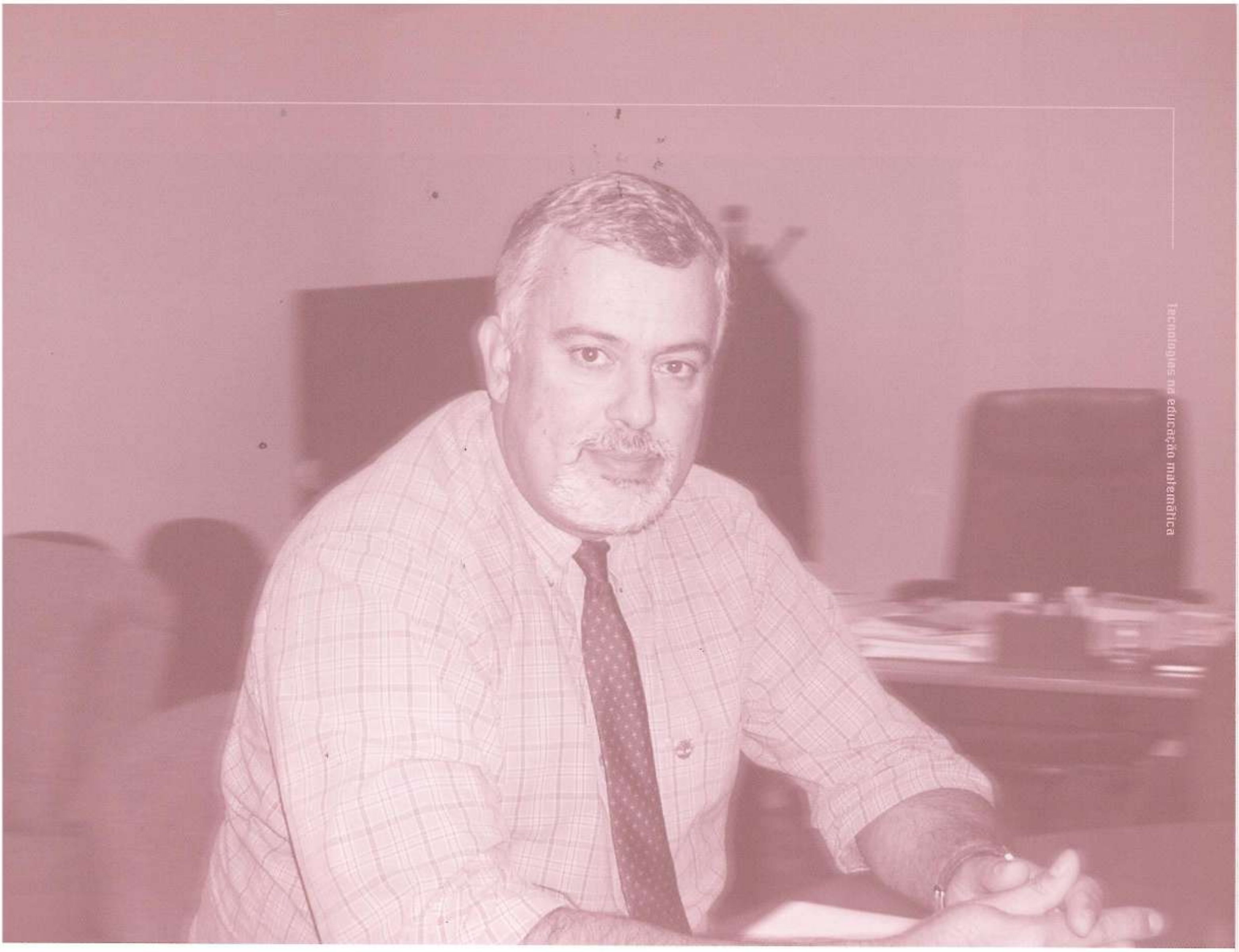
O CRIE (Computadores, Redes e Internet na Escola) é o nome que adoptamos para designar uma estrutura e equipa de missão criada pela senhora Ministra da Educação, com o objectivo de procurar agregar as diferentes iniciativas que estavam a acontecer nesta área num único ponto aqui no Ministério da Educação e tem a missão de procurar dinamizar a integração das TIC na educação.

Procuramos trabalhar em várias vertentes. Existem no despacho três grandes áreas: currículo e formação de professores; dinamização da utilização das TIC e equipamento, apetrechamento e manutenção.

Como vamos fazer? É uma equipa muito nova, estamos ainda a encontrar a nossa maneira de poder atingir os objectivos de integrar, valorizar, dinamizar as TIC na Educação, fazendo-o numa lógica não de terra queimada tipo reinventar a roda, mas antes conhecer o que tem sido feito no terreno, acompanhar, avaliar, perceber, facilitar, enfim todo um conjunto de verbos que apenas pretendem dar testemunho da nossa vontade de trabalhar em rede, trabalhar em parceria sendo que, por via das orientações recebidas da senhora Ministra da Educação, temos ideias claras para tentar desenvolver esta nossa área de funcionamento.

Vemo-nos como privilegiados, com uma oportunidade de desenvolver um determinado tipo de trabalho com pessoas que têm vindo a trabalhar esta área no terreno sediadas em instituições do Ensino Superior, instituições da sociedade civil, Centros de Competência, que são estruturas que nós *herdámos* a partir da migração do Nónio e depois durante algum tempo da EDUTIC, uma vez que todas essas iniciativas foram extintas e as responsabilidades e funcionalidades atribuídas anteriormente a essas iniciativas passaram para o CRIE. Vemos isto como uma oportunidade fantástica de podermos estar no preciso momento do percurso e desenvolvimento das tecnologias de comunicação em Portugal e com a capacidade de poder agir nestes domínios. Tenho feito alguma pesquisa nesta área e estou cada vez mais seguro, que é a primeira vez que temos todas estas áreas reunidas, algum enquadramento e alguma capacidade de poder ter apoio ao nível do desenvolvimento do trabalho, para produzir, para aproveitar as sinergias que existem entre essas diferentes áreas, de modo a que possamos atingir um propósito que é, trazer as TIC para o trabalho com os alunos. Os alunos têm que saber trabalhar com as TIC, desenvolver actividades práticas de modo a poderem usá-las em todas as disciplinas de um modo transversal como uma ferramenta intelectual e de aprendizagem, potenciadora das suas experiências educativas e não apenas nas disciplinas da área da Informática. Há aqui um imenso trabalho que importa fazer até porque nem todos os miúdos têm acesso a estes meios. A educação tem uma dupla responsabilidade quer na preparação dos jovens para um futuro, que sendo difuso, claramente se sustenta na preponderância deste tipo de instrumentos, quer numa outra maneira de pensar a educação e de olhar para as questões de uma forma inovadora, através de instrumentos que permitem que os jovens e os professores vão mais longe nos modelos de ensino e aprendizagem que adoptam nos ambientes criados. Há o desafio e a grande responsabilidade de assegurar estes aspectos: os equipamentos; como trabalhar o currículo; o acompanhamento da disciplina TIC no 9º e no 10º ano, que tem sido objecto de várias apreciações, umas mais contundentes outras menos e a parte da dinamização. Tudo isso acoplado à questão de podermos encontrar uma forma qualquer que, não diria garantir pois isso seria ingenuidade ou pior da minha parte, mas pelo menos adoptar um conjunto de estratégias que possam tentar maximizar o funcionamento do equipamento.

Há aqui um entendimento de, olhar para um sistema de complexidade elevada como é o caso do sistema educativo, olhar para a escola como uma sub-peça dessa complexidade e tentar de alguma forma trabalhar nestes diferentes eixos, em alguns dos quais há que pegar *com pinças* como se costuma dizer, noutros eventualmente será possível ser um pouco mais ousado e trabalhar até de forma mais contundente, mais provocadora, mais polémica. Polémica no sentido construtivo do termo e não no sentido de choque ou de perturbação negativa. Tentar de alguma forma trabalhar no sentido de provocar alguma mudança ao nível das práticas. É essa a nossa grande preocupação. Não queremos dizer que as outras não são



dimensões relevantes, mas a nossa preocupação passa claramente ao nível das práticas. No trabalho dos alunos com as TIC as práticas devem ser transversais e estarem ligadas às diferentes disciplinas num espaço interdisciplinar, tanto quanto possível, práticas que possam desenvolver de alguma forma aquilo que é um pensamento consensual em torno de ferramentas de trabalho, em ambientes on-line de trabalho colaborativo, talvez assim as áreas mais apetecíveis e que nesta altura se constituem como mais interessantes e onde há claramente quase um crescimento explosivo de ideias, de relatos de construção. Vamos ver se conseguiremos que o CRIE dê apoio a todos os que se empenharem e já agora posso dizer que muito se tem batalhado no concreto para que este objéctivo possa ser atingido.

Esta ideia de um modelo de complexidade é quase como se fosse um puzzle onde as peças têm de encaixar umas nas outras. Pretende-se que isto seja feito de uma maneira articulada e coerente.

Como é que isto se traduz no concreto? Ainda estamos a desenhar o nosso programa. Temos vindo sobretudo a trabalhar com os diferentes parceiros, a fazer determinado tipo de propostas e estamos a fazer esta negociação difícil entre o urgente e o importante, entre aquilo que é necessário que seja feito e aquilo que gostaríamos de estar a fazer e vou-te traduzir algumas medidas que correspondem àquelas preocupações que acabei de apresentar. Temo que nesta altura surjam um pouco desgarradas na medida em que o programa de trabalho existe mas não é ainda explicito.

Uma das críticas que era patente, até diria mais ou menos consensual dentro da comunidade que tem vindo a trabalhar na introdução das TIC na educação, era a verticalidade da disciplina das TIC. Na verdade se olharmos para os documentos programáticos não é isso que se observa. A disciplina foi pensada para ser usada ou pelo menos para suscitar alguma utilização interdisciplinar.

Nós gostaríamos de ir um pouco mais longe e a primeira coisa que fizemos foi, ao nível do ME com a intervenção da nossa equipa, tentar trabalhar o documento que traduziu as habilitações para a docência da disciplina, flexibilizar e devolver às escolas a possibilidade de identificar professores de outras áreas preparados para poder leccionar esta disciplina. O que é muito claro na nossa intenção é que não é uma disciplina de informática, é uma disciplina em que se deve trabalhar com os alunos várias situações de aprendizagem que podem surgir no Português, na Matemática, na Biologia. ... .

Uma outra tarefa que nos pareceu muito importante e está neste momento em curso, é a produção de orientações curriculares para a disciplina, onde seja clara esta pretensão de a transversalizar, ou transdisciplinarizar. Pretende ser o ponto de partida que a disciplina nos coloca e não, dar a informática por si mesma. Usando uma expressão que poderá ser um pouco contundente, francamente acho lamentável que, de muitas escolas, nos cheguem notícias de alunos que durante o 1° período quase não tocam nos computadores, o que parece estranho numa disciplina que deve estar mais associada à prática. Um outro pensamento que é comum é que no 9° ano a disciplina já vai um bocadinho tarde. Eu gostaria de saudar na disciplina, o facto de permitir que os alunos saiam da educação básica com um ano em que têm possibilidade de trabalhar as TIC.

Ao nível da formação de professores, este ano as TIC não foram consideradas como prioridade da formação contínua de professores.

Estamos neste momento a desenvolver um trabalho nesse sentido com os Centros de Competência, que são para nós elementos fundamentais para activar uma rede de proximidade com o terreno, de proximidade com as escolas, isto para responder à tua questão: como chegar às escolas. Estávamos a falar da formação dos professores, é uma maneira também de chegar à escola e aos professores.

Dizia eu que estamos a trabalhar com os Centros de Competência na construção de um quadro de referência, para construirmos algumas acções de formação que possam ser perfeitamente claras neste propósito de trazer as TIC para a actividade prática dos alunos. Casando com um concurso de projectos que vamos lançar, destinado a animar, a dinamizar, a recuperar a utilização destas ferramentas da sociedade de informação na escola, vamos recomeçar a reaproximarmo-nos e fazer com que os próprios Centros de Competência se reaproximem, a envolver outros parceiros, que são aquelas entidades que têm a ver com a formação dos professores e tentar por via desse quadro, também de referência, suscitar por parte das escolas a identificação de problemas de formação, para poderem ser depois trabalhados ao nível da formação de professores. Mais uma vez é tentar arranjar problemas para serem trabalhados com as TIC e não inventar problemas com as TIC.

A formação de professores deste ano terá ainda mais uma dimensão de enquadramento que é dada pela formação de formadores e teremos os Centros de Competência a acompanhar esta rede biplanar de formação. A ideia é que, por exemplo, no concurso de projectos o professor que quer desenvolver um projecto com TIC, vai desenvolvê-lo enquadrado numa estrutura de formação que é uma oficina de projecto, uma oficina de trabalho que vai ser desenvolvida ao longo do ano lectivo. Vai ter uma componente online, uma componente presencial, vai estar a trabalhar com um formador de professores, formador esse, que enquadra os professores num modelo de formação contextualizada à prática do professor, formador esse que por sua vez está dentro de uma outra oficina de formadores, também com acções previamente pensadas de acordo com um quadro de referência e tudo isto a ser acompanhado por nós directamente e por via dos Centros de Competência que são a nossa estrutura de proximidade ao terreno e ao trabalho nesta área.

O equipamento: nós dizemos sempre que não é suficiente pôr equipamento na escola. Desde logo é preciso criar condições de acessibilidade.

Por questões de tempo, parece que houve alguma precipitação quando foram criadas as salas TIC, que apareceram quase como uma ilha. Aliás é assim o termo que as empresas que participaram neste processo designam: *criar uma ilha* dentro da escola. Como se já não nos faltasse mais nada, temos o melhor equipamento da escola numa ilha e eu perguntei, onde estão os barcos para nós, nem que seja a remos, irmos até essa ilha? Compreende-se que se é necessário equipamento para trabalhar na disciplina ele tem de estar em condições de funcionamento, mas há que abri-lo à escola, desde logo criando modelos de acesso, regras, uma equipa de professores que possa de uma maneira flexível trabalhar e apoiar naquele equipamento quando não está a ser utilizado pelas TIC.

A concepção tecnológica favorece isso. Há uma reposição automatizada que permite que qualquer estação de trabalho com um problema qualquer é reposta em vinte minutos. Para problemas mais complicados criámos um centro de apoio TIC às escolas. Há uma linha de telefone (808200748) e um endereço de e-mail (Call Center que foi pensado pela equipe que esteve ligada à Internet na Escola) por onde as pessoas podem contactar. Nesta altura está sobretudo vocacionada para a conectividade, a ligação à Internet e as salas TIC, mas a nossa ideia é crescer como modelo para que muito rapidamente possa ser um ponto de entrada de tudo o que é problema que as escolas possam sentir neste campo. Negociámos com a FCCN, com as escolas, com os serviços Internet que são proporcionados às escolas, estendemos esse conceito de Call Center às questões relacionadas com as salas TIC e se tudo correr bem, já em Janeiro iremos abrir a tudo o que é questão TIC, a tudo o que é apoio técnico, dentro de um modelo estruturado. Há uma base de conhecimento que está disponível on-line, há um conjunto de operadores de correio electrónico e telefónico que respondem às pessoas. É que isto normalmente apanha dois terços dos problemas. Resta-nos um terço, significa que melhoramos a nossa eficácia e maximizamos a utilização dos computadores em dois terços dos casos, que sem este apoio, seriam entregues ao professor, à sua capacidade, à sua competência, à sua dedicação.

Houve uma iniciativa recente de apetrechamento por via do PROPDEP das salas TIC que ainda não estavam completas. 1272 salas com catorze computadores e um servidor tem que se reconhecer que é relevante, sobretudo se forem colocadas ao serviço da escola e não fechadas quando não estão a ser utilizadas pelas aulas TIC.

Existia também por via das DRE e por solicitação das escolas um apetrechamento muito recente que deve estar a chegar às escolas e irá existir, como foi anunciado pela senhora Ministra e pelo senhor Secretário de Estado da Educação um novo esforço de apetrechamento desta vez com tecnologia portátil. Estamos ainda a estudar como isto vai acontecer mas será mais um factor para flexibilizar a utilização dos computadores e mais um reforço de equipamento para que os professores possam ter condições para desenvolverem o seu trabalho na escola.

Está para sair, e trabalhamos com a Secretaria de Estado da Educação, um documento que institui a figura do coordenador TIC que é uma peça que nos parece fundamental e que de algum modo será o grande orquestrador do plano TIC na Escola. Tem uma valência tecnológica, organizativa e outra pedagógica e permitirá termos um contacto na escola que será estrategicamente muito importante para alavancar processos, identificar problemas, para nos fazer chegar ideias/sugestões.

Preparamos o terreno, estruturámo-lo, protegemo-lo, temos já ali na escola alguém que possa funcionar como interlocutor e reconhecido como tal, embora neste primeiro ano ainda em fase de transição. Para o ano será possível que as escolas contem com um crédito de cerca de seis horas ou mais, no caso de ser agrupamento, para poderem ter um colega com parte do seu horário para este trabalho.

É mais ou menos esta a maneira como pensamos chegar às escolas, através desta acção combinada a vários níveis e que corresponde às nossas áreas de intervenção no currículo, na formação de professores, na dinamização educativa em torno das tecnologias e do apetrechamento.

Do meu ponto de vista é extremamente forte e relevante que os miúdos antes de saírem da educação básica possam ter oportunidade de chegar a este tipo de coisas. Ao nível do primeiro ciclo, vamos retomar a boa prática de um programa que herdámos do Ministério da Ciência, o Internet@eb1, trabalhando com as instituições do Ensino Superior.

Como provavelmente a maior parte das pessoas saberá, tem a ver com trabalho presencial nas escolas do primeiro ciclo por pessoas preparadas por essas Instituições.

Neste ano é um ano em que se elegeu a Matemática como uma área prioritária e portanto temos de ter o cuidado, se puder funcionar em sinergia óptimo, se perturbar então temos de ter alguma cautela, mas mesmo assim procurar chegar aos alunos do terceiro e quarto ano para que, através de actividades em que estamos a trabalhar com essas Instituições, eles naturalmente comecem a trabalhar com as TIC.

Houve também um esforço de apetrechamento em articulação com as Câmaras Municipais, por via de um concurso PRODEP, para que num momento, que seguramente será diferente de miúdo para miúdo, de região para região, mas que algures durante o ano eles possam tirar o diploma de competências básicas em TIC. É um diploma de cidadania, criado pelo professor Mariano Gago como um instrumento de aproximação à sociedade de informação. Não queremos que seja uma coisa que vem de fora e que prepara os meninos mecanicamente para produzirem *aquelas coisas* para terem o diploma de competências básicas, mas sobretudo o que nos interessa, é aquela formação que passa pelo processador de texto na escrita, a Internet na pesquisa, o correio electrónico como forma de fazer uma correspondência escolar que permite colocar várias turmas a comunicar umas com as outras. São essas pequenas coisas que poderão ser trabalhadas pelos professores e com a colaboração e liderança das ESES da região ou das Universidades permitirão que o miúdo em algum momento, naturalmente possa tirar esse diploma.

Tudo para dizer que se pudéssemos ter a disciplina um bocadinho mais cedo era bom.

Quanto ao papel dos Centros de Competência posso avançar um bocadinho mais naquilo que está na nossa ideia. Naturalmente trabalhar com essa rede, articular e ter a certeza que há um trabalho coerente de modo que as pessoas não estejam de costas voltadas umas para as outras e sobretudo do ponto de vista dos utilizadores finais, professor-aluno e lá voltamos nós a *como é que chegamos às escolas*, que seja possível ter aquilo que são os conteúdos on-line numa homogeneidade com personalidade, isto é que cada uma das instituições presentes tenha de alguma forma alguns traços característicos presentes nos materiais que produz, mas que isto seja tudo objecto dum catálogo único, que existam instrumentos de navegação mais ou menos homogéneos, para quando procurar alguma coisa na instituição A e passar para a Instituição B o sistema de navegação, o aspecto seja mais ou menos o mesmo. Tendo alguns elementos identificadores, sem dúvida, tendo alguma personalidade, mas favorecendo a pesquisa e a acessibilidade dos conteúdos e recursos educativos que poderão ser produzidos por todas as instituições que queiram trabalhar connosco nomeadamente, e já que os citamos, os Centros de Competência.

Todo este esforço de envolvimento no trabalho da escola está neste momento consagrado a uma iniciativa nacional que é a iniciativa Ligar Portugal, na qual se fala destas questões da sociedade do conhecimento, da importância da formação e qualificação dos indivíduos e portanto este pretende ser, no fim de contas, um contributo do Ministério da Educação que prevê algumas das coisas que vêm citadas e referenciadas no documento, nomeadamente os ambientes virtuais e, por exemplo, a produção pelos miúdos de portefólios como uma maneira de trabalhar com as tecnologias de uma forma que é potenciadora do ponto de vista educativo.

Encontros

A Matemática nos primeiros anos

Este ano o encontro *A Matemática nos primeiros anos*, será a 6 e 7 de Abril de 2006 e realizar-se-á próximo da capital, numa pequena (mas enorme) cidade — a Amadora. Se tudo correr como previsto o local do encontro será a Escola Básica 2/3 Roque Gameiro e os Recreios Desportivos da Amadora (antigo Piolho).

O Encontro integrará sessões plenárias, conferências, grupos de discussão, sessões práticas e ... talvez algumas surpresas. Os principais temas em debate serão: *A Matemática na Formação Contínua dos Professores e Educadores; O ambiente de aprendizagem e a Matemática; Matemática e Livros de Histórias; Matemática e Expressões; Resolução de Problemas e Comunicação; Competências de Cálculo e Sentido de Número; Investigações; As Novas Tecnologias* e ... muito mais que brevemente estará disponível em `www.apm.pt`.

XV EIEM

A Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação organiza o *XV Encontro de Investigação em Educação Matemática* cujo tema é *Currículo e Desenvolvimento Curricular: Desafios para a Educação Matemática*. O encontro decorrerá em Monte Gordo de 7 a 9 de Maio.

`http://www.ualg.pt/ese/eiem2006.`

2º EME'06

Vai realizar-se na Escola Superior de Viana do Castelo de 4 a 7 de Junho o 2º encontro Internacional de Educação em Matemática Elementar EME 06. Os temas principais deste encontro são: Etnomatemática, Padrões e Tecnologia.

`http://www.ese.ipvc.pt/`

CIEAEM58

O CIEAEM 58 decorrerá em Srni (República Checa) de 9 a 15 de Julho.

`http://www.pef.zcu.cz/cieaem58`

PME30

Também na República Checa, logo a seguir ao CIEAEM 58, realiza-se o PME. Este encontro decorrerá em Praga, de 16 a 21 de Julho.

`http://pme30.cz/`

Mais perto da APM em 2006

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição ligada ao Ensino da Matemática, abrangendo todos os níveis de escolaridade. Um dos seus objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na vida política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais. Descrevem-se, de seguida, as condições de adesão à APM ou de actualização da quota.

Quadro 1

Sócio	Sócio residente no estrangeiro	Sócio Estudante	Sócio Aposentado	@-Sócio*
46,00€	50,00€	32,50€	36,00€	36,00€
Revista *Educação e Matemática* impressa e *on-line* (saem 5 números por ano e uma delas é temática)				Revista *Educação e Matemática on-line*
APM*informação* impresso e *on-line* (4 números por ano)				APM*informação on-line*
Opção de assinatura da revista *Quadrante* impressa (2 números por ano — 10,50 €)				
Acesso à zona *on-line* para sócios				
Beneficiar de desconto nas inscrições para os Encontros promovidos pela APM (30 a 40%)				
Usufruir de desconto na aquisição das edições APM: 50% sobre o preço de capa Usufruir de desconto na aquisição de publicações de outras editoras ou em materiais: 15% sobre o preço de venda ao público				
Beneficiar dos acordos resultantes dos protocolos da APM com outras instituições				
Ter acesso prioritário a todo o material do Centro de Recursos de acordo com o seu regulamento				
Poder recorrer à APM para divulgação de iniciativas no âmbito da Educação Matemática, através de propostas enviadas à Direcção				

* O estatuto de @-sócio oferece muitos benefícios, mas não inclui acesso à **informação impressa.**

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `www2.apm.pt/portal/index.php?id=20017`

Instituições

Quadro 2

Opções			Valor
Opção 1		Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* (5 números)	35€
Opção 2		Assinatura anual da revista *Quadrante* (2 números)	20€
Opção 3	A	Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* (5 números); APM*informação* (4 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	46€
	B	Assinatura anual da revista *Quadrante* (2 números)	15€
Opção 4	A	Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* — 2 exemplares de cada número (5 números); APM*informação* (4 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	66€
	B	Assinatura anual da revista *Quadrante* (2 números)	15€

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `www2.apm.pt/portal/index.php?id=20017`

Loja APM on-line

Na loja virtual (`http://www.apm.pt`) pode encomendar publicações e outros materiais editados pela APM e ainda por outras editoras com as quais a APM tem protocolos. Visite-a, consulte o catálogo de produtos e as formas de pagamento, que incluem o Multibanco. A sua encomenda ser-lhe-á enviada pelo correio.

índice

Editorial

Artigos

Secções