

Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática

Periodicidade ∞ 5 números por ano

2005
83

Maio ∞ Junho

Preço 5,50€



EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora	Ana Paula Canavarro
Subdirectora	Adelina Precatado
Redacção	Ana Luísa Paiva Alice Carvalho António Fernandes Elisa Figueira Fátima Guimarães Helena Amaral Helena Fonseca Helena Rocha Isabel Rocha Joana Brocardo Lina Brunheira Manuela Pires Maria José Boia

Colaboradores Permanentes

A. J. Franco de Oliveira Matemática
Branca Silveira Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes

Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27-A, 1500-236 Lisboa

Data da publicação Junho 2005

Tiragem 4000 exemplares

Periodicidade

Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão

Gráfica Tomiana
Fonte Santa, Paúl
2580-250 Torres Vedras

Depósito Legal nº 72011/93

Registo no ICS nº 124051

Porte Pago

Sobre a capa

Algumas questões, embora fundamentais, possuem um carácter quase metafísico, de tal modo que a sua resposta é muito difícil. Uma dessas questões é, na minha opinião, a de determinar qual o propósito essencial da Escola. Apesar da inexistência de uma resposta positiva e satisfatória para esta questão é possível, ainda assim, uma abordagem alternativa, considerando o problema de determinar o que esse propósito não deve ser. A capa deste número descreve uma possível resposta a esta última questão: a sociedade nos seus múltiplos aspectos é aqui representada pela pesada e brutal engrenagem, dotada da sua inércia própria e implacável. (A posição de desigualdade entre os indivíduos [alunos] e essa máquina é aqui acentuada pela diferença de escala.) Precisamente, aquilo que o propósito da Escola não pode ser é o de converter vitalidade e curiosidade intelectual em frias peças daquela engrenagem.

Infelizmente, porém, este não parece ser o caso...

António M. Fernandes

Neste número também colaboraram

Cátia Marques, Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Dulce Araújo, Graça Zenhas, Hélia Sousa, Irene Segurado, Isabel Gil, João Janeiro, João Maria Oliveira, João Pedro da Ponte, Lina Fonseca, Linda Duque, Márcia Silva, Maria Paula Neves, Paula Teixeira, Sónia Félix, Teresa Pimentel.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27-A, 1500-236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Retenção, para quê?

Paula Teixeira

A retenção dos alunos passou a ser, tema de debate em vários países, entre os quais, Portugal. Nos últimos dois anos, constituiu também uma preocupação das associações de professores, tendo algumas delas, entre as quais a APM, tomado a defesa da tese da não retenção dos alunos no ensino básico.

Por sua vez, desde 1991, em todos os normativos legais, a retenção é uma medida pedagógica que deve ser considerada somente em casos excepcionais. Sobre os efeitos da avaliação, o artigo 14º do Decreto Lei 6/2001, considera que a evolução do processo educativo dos alunos no ensino básico assume uma lógica de ciclo. O Despacho Normativo nº 1/2005, que actualmente regula a avaliação do ensino básico, assume igualmente a mesma lógica de ciclo.

Mas os números mostram uma realidade bem diferente. Os últimos dados divulgados pelo Ministério da Educação, referentes ao ano lectivo de 2001-2002, informam que, nas escolas públicas, a percentagem de alunos retidos era a seguinte: 2º ano, 15,8% de retenções, 3º ano, 8,5%, 4º ano, 10,2%, 5º ano, 15,9%, 6º ano, 16,9%, 7º ano, 23,5%, 8º ano 18,8% e 9º ano, 17,4%. Ainda em 2001-2002, 3,8% dos alunos do 1º ciclo tinham mais de 11 anos, 6,4% dos alunos do 2º ciclo tinham mais de 13 anos e 6,6% do 3º ciclo tinham 17 ou mais anos.

Porque continuam os alunos a reprovar? Porque a retenção surge como o menor dos males, aceite por quase todos, tão banalizada que nem é realmente discutida pelas escolas, nem pela administração educativa, nem pelos pais ou pelos alunos — que por vezes acreditam que a retenção os pode ajudar a ter mais sucesso. Nenhum professor pretende que os alunos passem sem saber, mas infelizmente poucas vezes sabemos o que fazer quando eles não têm sucesso.

Defender o princípio da não retenção dos alunos terá pouco efeito nas suas aprendizagens e na melhoria dos saberes. Reter os alunos também não tem sido a solução. A retenção apenas em casos verdadeiramente excepcionais induz a que o sistema educativo se concentre no essencial, nas aprendizagens dos alunos.

A discussão deverá centrar-se na procura de respostas: como assegurar que todos os alunos aprendam mais e de um modo mais significativo? (Despacho nº 9590/99, de 14 de Maio). Que modificações introduzir no currículo e no sistema educativo que produzam alterações positivas na prática lectiva? Que condições materiais e humanas precisamos para as levar a cabo? Algumas modificações poderão passar por:

Diferenciação pedagógica Referida no Decreto Lei 6/2001, nada tem a ver com a diferenciação do currículo e com o nível de exigência. Nem passa por pretender diferenciar muito cedo com os Cursos de Educação e Formação (CEF) que

aparecem como solução para todos os problemas. A diferenciação pedagógica trata do modo de levar a adquirir os mesmos saberes por caminhos e em tempos diferentes. Isto não significa que cada aluno aprende o que quer quando quer, mas sim que tem um determinado espaço de tempo para aprender o que foi definido como essencial, dentro do grupo heterogéneo a que pertence.

Diálogo A escola não sabe o que fazer quando um aluno chega mal preparado do ciclo anterior, mas não dialoga com as escalas de onde o recebe. Há que discutir esta questão e sobretudo avaliar de onde vem a mais-valia em caso de retenção.

Apoios Pelo menos ao longo do 1º ciclo os alunos com maiores problemas devem ter um apoio específico. Para além disto, os alunos dos 2º e 3º ciclos devem ainda ter aulas no Verão. Estas aulas são uma oportunidade de dar aos alunos atenção especial. Não se pode aumentar muito a carga horária dos alunos em tempo lectivo, mas pode-se encurtar um pouco o longo período de férias de Verão.

Continuidade pedagógica A lógica de ciclo referida pelo Decreto Lei 6/2001 pressupõe, a continuidade pedagógica. São os conselhos de turma os responsáveis pelo projecto curricular de turma (PCT) que vai sofrendo ajustamentos ao longo do ciclo. A não continuidade no trabalho com os alunos dificulta a evolução do PCT com prejuízo para o grupo turma.

Formação de professores “A avaliação formativa é a principal modalidade de avaliação do ensino básico, assume carácter contínuo e sistemático e visa a regulação do ensino e da aprendizagem, recorrendo a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, de acordo com a natureza das aprendizagens e dos contextos em que ocorrem” (DN nº 1/2005). Torna-se assim importante aprofundar a relação entre currículo e avaliação, criando uma variedade de instrumentos de avaliação e de modos de os utilizar que efectivamente regulem e acompanhem a aprendizagem.

A retenção é a única estratégia de remediação do insucesso que o sistema educativo paga sem pensar duas vezes. Nesta fase em que o argumento económico é prioritário, podemos aproveitar para pensar em como utilizar as verbas em medidas de eficácia mais satisfatória.

Teremos condições para iniciar já esta mudança? Já em 1995, Paulo Abrantes, respondendo a esta questão, afirmava: “temos meios para iniciar uma mudança progressiva, privilegiando meios e escolas onde mais se faça sentir a sua necessidade”.

Paula Teixeira

Esc. Sec. D. João V. Damaia

CASIO CALCULADORAS PARA O ENSINO

A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado, perfeitamente adaptada ao ensino em Portugal. Prestamos apoio constante a professores e escolas, através de várias acções técnicas e pedagógicas do programa educacional Casio.

GRÁFICAS



CFX 9850 Gb Plus

- Visor a cores
- 32 Kb Ram + 28 Kb Rom
- Estatística Avançada
- Cálculo Financeiro
- Matrizes
- Complexos
- Raízes Reais e Complexos
- Derivados
- Cônicas
- 10 Modelos de Regressão
- Biblioteca Incorporada
- Ligação a PC, Analisador de Dados, e Video/TV
- Modelo com Painel para Retroprojector



FX 1.0 Plus

- Memória Flash 768K + 144K Ram (cerca de 1 Megabyte)
- Excelente Visor Monocromático
- Funções Gráficas de Alto Nível e Diversas Opções
- Gráficos Dinâmicos e Duplas – Cônicas – Complexos
- Estatística – Equações até 30 Incógnitas
- Matrizes – Integração – Cálculo Diferencial
- Operações Lógicas – Programação Tipo Basic
- Actualização pela Internet com Programas e Aplicações
- Linguagem de Trabalho e Aplicação da Linguagem Portuguesa (download da Internet)

e ainda: FX 7450 G, FX 9750, Álgebra FX 2.0

ACESSÓRIOS P/ GRÁFICAS

CABO SB 87

Ligação a PC das gráficas CASIO com software FA123

TV/VIDEO - Vi 9850 G

Ligação a TV e Video projector da CASIO CFX 9850 Gb Plus

KITS PARA RETROPROJECTOR

Conjunto Máquina + Data Display + cartão emulador

ANALISADOR DE DADOS

Recolha de Dados vários com sondas incluídas e ligação das gráficas CASIO; Analisador EA-100, Sensor de Movimento EA-2, Sensores da Vernier

CIENTÍFICAS



FX 82

FX 570

FX 350

- Científicas de alto nível, Simples, Económicas, Poderosas
- Visor com 2 linhas

ELEMENTARES



HS 8 ER

HL 820 ER

SL 450

- Robustas
- Económicas
- Modelos ER com cálculo de EUROS

P.E.C. Programa Educacional CASIO

Apoio Técnico e Pedagógico - Programa de Empréstimos - Cursos de Formação

O PEC - Programa Educacional CASIO, numa das suas várias vertentes, desenvolve **cursos de formação** (gratuitos), tendo como objectivo familiarizar a classe docente com a tecnologia das calculadoras gráficas e a sua aplicação aos novos programas de matemática.

O programa de cursos de formação desenvolvido pela CASIO, conta com o apoio de uma Equipa de Professores de Matemática a nível nacional, que não só realizarão os cursos como **também responderão a qualquer solicitação técnica e/ou pedagógica.**

CONTACTOS

APOIO PEDAGÓGICO
POR TELEFONE:

213 122 868

E-MAIL:

ana.margarida@beltraoc.pt

CASIO Japão: ACTIVIDADES DOWNLOADS

www.casio.co.jp/edu_e/



**BELTRÃO
COELHO**

Lisboa, Porto, Barreiro, Braga,
Aveiro, Coimbra, Santarém, Setúbal,
Faro, Funchal e Sintra
www.beltraoc.pt

Paulo Abrantes e a formação de professores contributos na Educação e Matemática

João Pedro da Ponte



Ao longo de mais de 15 anos de colaboração na revista, Paulo Abrantes referiu-se numerosas vezes a questões relacionadas com a cultura profissional, o trabalho e a formação dos professores, evidenciando o seu grande interesse neste campo. Neste artigo abordo duas questões desta área que me parecem marcantes nos seus textos na revista, a primeira relacionada com o grupo profissional dos professores, a segunda com a sua cultura profissional. Em cada caso, procuro apresentar a razão de ser e o contributo da intervenção de Paulo Abrantes e reflectir sobre o seu significado na respectiva altura e nos dias de hoje.

Vale a pena referir, desde já, a sua visão do que é ser professor de Matemática e do respectivo papel profissional, aspectos que constituem o pano de fundo de toda a discussão sobre estas matérias:

Na visão tradicional de currículo e de desenvolvimento curricular, o professor é visto como uma *correia de transmissão* entre um programa, um currículo, um manual, etc. — que são feitos em geral, alegadamente de maneira uniforme para todos os alunos — e o aluno, ou seja, o professor tem um papel de transmissor, de aplicador. Nós hoje acreditamos muito mais que o professor, embora tendo orientações curriculares e materiais a que tem que recorrer, como é evidente, antes de ser um aplicador, é uma pessoa que tem que tomar decisões, tem que fazer escolhas, tem que organizar as coisas. Portanto, o seu papel é muito mais ao nível da decisão e da organização, do que propriamente da execução rotineira. (Abrantes, 2000, p. 11)

Da falta ao excesso de professores: Um problema resolvido?

Uma das questões que Paulo Abrantes abordou com grande profundidade na revista pode parecer estranha para os dias de hoje — trata-se do problema da escassez de professores de Matemática. Este é o tema principal de um artigo que surge no nº 17 da *Educação e Matemática* (Abrantes, 1991), e que também já tinha sido tratado num artigo que ele e eu escrevemos em conjunto cerca de dez anos antes (Abrantes e Ponte, 1982). A verdade é que nos anos oitenta e noventa, a falta de professores devidamente qualificados constituía um traço importante do contexto educativo português e o artigo mostra que a situação do grupo de Matemática do ensino secundário e 3º ciclo do ensino básico não se diferencia muito do conjunto dos outros grupos disciplinares. Mostra, no entanto, que existem aspectos específicos que tornam a situação do grupo de Matemática bastante mais preocupante:

Os aspectos em que a situação do 1º grupo se distingue, pela negativa, de todos os outros são:

- o maior número e a maior percentagem de professores sem habilitação própria (30%)
- o maior número e a maior percentagem de professores sem habilitação académica de nível superior (licenciatura ou bacharelato). (p. 21)

Paulo Abrantes indica ainda neste artigo que o ritmo de formação de professores de Matemática era muito insuficiente

nos dois subsistemas existentes (formação inicial nas universidades e formação em serviço de professores portadores de habilitação própria).

Para fazer face a esta situação propunha então três grandes medidas:

(a) Admitir a revisão do regime da habilitação própria no 1º grupo, pelo menos no que diz respeito ao 3º ciclo do ensino básico, alargando-a a cursos superiores que proporcionem uma formação significativa em Matemática — ainda que seja eventualmente necessário completar essa formação a par com a formação pedagógica.

(b) Apoiar, de todos os pontos de vista, as instituições do Ensino Superior na sua tarefa de conduzir os processos de profissionalização em serviço [...].

(c) Tomar medidas que prestigiem e apoiem os cursos de Matemática e, em particular, as suas variantes de ensino. (pp. 22-23)

Deste modo, Paulo Abrantes defende a necessidade de “reconversão” profissional de diplomados em diversas áreas” (p. 23) e critica a posição que classifica de “imobilista” e que, no seu entender, “contribui para perpetuar ou mesmo agravar a situação actual: milhares de alunos sem aulas de Matemática ou com professores de Matemática sem qualquer tipo de formação” (p. 23). Assim, demarca-se da “tendência para encarar a formação do professor de Matemática de uma maneira ‘conservadora’ e dogmática e com uma atitude, por vezes, ‘corporativa’ em relação ao que se pensa serem os interesses dos graduados em Matemática” (p. 23).

Sublinha, ainda, que neste processo de reconversão profissional de professores “devem ser cuidadosamente contempladas todas as componentes da formação-científica, educacional e de reflexão sobre a prática pedagógica” (p. 23). E conclui:

Os nossos alunos merecem uma atitude responsável e realista da nossa parte. De resto a questão chave deste problema não estará tanto no título que o professor de Matemática ostenta mas sim na formação que efectivamente possui ou que é possível proporcionar-lhe. Mas, afinal, isto também se aplica aos professores que frequentaram cursos universitários de Matemática. (p. 23)

As habilitações próprias para leccionar Matemática foram, de facto, revistas, mas não da forma cuidadosa e ponderada como Paulo Abrantes propunha. Além disso, não houve qualquer apoio especial às instituições encarregadas da profissionalização em serviço, processo de formação que se foi progressivamente degradando, nem foram tomadas quaisquer medidas dignas de registo para prestigiar e apoiar os cursos de Matemática, em qualquer das suas variantes.

Hoje, em 2005, vivemos uma situação totalmente diferente, havendo muitos professores de Matemática com habilitação profissional que não encontram colocação. Parece, portanto, que o problema se resolveu ... Mas a verdade é que está longe de ter sido bem resolvido. Não existe falta de professores nas escolas, mas a concessão de habilitação própria a pessoas formadas com outras licenciaturas não foi acompanhada da formação complementar necessária, quer

em termos do conhecimento matemático, quer em termos da preparação educacional e didáctica, quer em termos de formação prática. Claro que alguns destes professores, por empenhamento, estudo e envolvimento pessoal, tornaram-se excelentes profissionais. No entanto, isso não ilibava a administração educativa da responsabilidade de definir políticas correctas de formação e criar os meios para a sua concretização de modo a favorecer no curto e no médio prazo a qualidade do corpo profissional e as suas condições de trabalho. Além disso, os jovens que se poderiam interessar por tirar um curso de Matemática, com o objectivo de serem professores, encaminham-se para outros cursos. Se nada for mudado, dentro em poucos anos vamos ter outra vez falta de professores de Matemática nas escolas.

A má resolução do problema da falta de professores dos anos oitenta e noventa tornou a situação ainda mais difícil e criou, por sua vez, novos problemas. Um deles é a qualificação e plena integração profissional das pessoas que ingressaram na carreira por via da *reconversão*; outro problema é o da reorganização e credibilização dos cursos de formação de professores de Matemática a nível nacional. A resolução dos problemas da educação e da formação de professores com expedientes políticos conduz facilmente ao seu agravamento. Por isso, antes que as coisas piorem ainda mais, talvez fosse boa ideia discutir de novo o que deve ser a formação de professores de Matemática e qual o conteúdo concreto e a articulação entre si das vertentes científica, educacional, prática/reflexão sobre a prática de que falava Paulo Abrantes.

Uma nova cultura profissional do professor de Matemática

Uma outra questão que emerge dos escritos de Paulo Abrantes na revista é a sua visão de uma nova cultura profissional dos professores de Matemática marcada por valores como a iniciativa, a participação e a intervenção, levando-os a assumir-se como protagonistas na sua prática profissional. Isso surge de forma clara desde logo no seu primeiro editorial:

[A] APM pretende ser uma associação assente na iniciativa e no dinamismo dos seus membros e na ideia de uma grande descentralização [...] A APM quer ser isso e não uma associação em que uma direcção central mais ou menos activa dá conta dos seus próprios projectos a um grupo grande mas passivo de associados [...] A APM é uma aposta difícil mas que vale a pena fazer. Se ela for ganha, então temos boas condições para acreditar que os professores de Matemática poderão desempenhar um papel decisivo na renovação da educação matemática no nosso país. (Abrantes, 1987, p. 6)

Paulo Abrantes retomou esta ideia por diversas vezes na revista, por exemplo, no n.º 22, ao descrever uma visita que realizou à Dinamarca, onde testemunhou o envolvimento dos professores de Matemática “a conceber e a escrever o currículo, os programas e as orientações para os professores, em cooperação com representantes do Ministério, das Universidades e dos estudantes” (Abrantes, 1992, p. 21). É também a mesma ideia que surge no editorial do n.º 30 (escrito em conjunto com Ana Vieira), quando critica as determi-

nações saídas na altura sobre exames que, na sua perspectiva, remetiam os professores para um mero papel de “correias de transmissão de ordens e contra-ordens”, um estatuto profissional que justamente classifica de “inaceitável” (Vieira e Abrantes, 1994, p. 1). É ainda a mesma ideia que ressalta da análise que faz dos resultados preliminares do projecto Matemática 2001:

Parece haver hoje um maior interesse por desenvolver uma cultura profissional marcada por uma ampla participação e, a ser assim, trata-se de um fenómeno que se poderá vir a traduzir em novas perspectivas de formação de professores e de renovação do ensino da Matemática. (Abrantes, 1998, p. 27)

Na verdade, ao longo dos últimos vinte anos, a cultura profissional dos professores de Matemática conheceu uma grande evolução e para isso contribuiu fortemente a APM. Nos anos oitenta, os professores de Matemática eram um grupo profissional sem quaisquer espaços comuns de debate, que vivia na dependência das iniciativas do Ministério da Educação e cujos horizontes de formação não iam além dos cursos sobre temas matemáticos oferecidos por um ou outro matemático de boa vontade. Poucos professores pensavam poder dar um contributo ao desenvolvimento curricular ou empreender projectos de intervenção educativa.

Esta situação mudou completamente. Hoje, há professores a intervir em todos os campos relacionados com a sua actividade profissional, há professores a investigar os problemas mais diversos, há professores envolvidos em projectos curriculares de natureza disciplinar e interdisciplinar. Devemos reconhecer que para esta mudança, que podemos classificar de abissal, não terá contribuído apenas a acção da APM. A mudança resulta, antes de mais, da evolução da sociedade portuguesa, do papel das escolas e da organização do sistema educativo e também, em certa medida, da formação avançada (mestrados e doutoramentos em educação matemática) realizada por diversas instituições de ensino superior. No entanto, não haverá muitas dúvidas que a APM constitui, desde a sua criação, a grande associação de referência no campo da educação matemática em Portugal e que o seu contributo tem sido decisivo para que os professores assumam um protagonismo profissional sem precedentes.

Dito isto, será que podemos ficar satisfeitos com o que é hoje a cultura profissional dos professores de Matemática em Portugal? Infelizmente, parece-me que não. Esta cultura profissional, sendo marcada de forma muito positiva pela actividade da APM, tem a sua incidência principal na actividade que se realiza nas escolas, em ligação com as práticas profissionais — o planeamento das actividades lectivas, o diagnóstico das dificuldades e problemas de aprendizagem dos alunos, a selecção de recursos para o ensino-aprendizagem (a começar pelos manuais escolares), a elaboração de projectos de intervenção visando a resolução dos problemas existentes, etc. Nas escolas, há por vezes projectos muito interessantes, mas são normalmente desenvolvidos por um ou dois professores mais empenhados e raramente representam um trabalho continuado de todo o grupo disciplinar. Este grupo constitui uma instância sobretudo administrativa e

não é frequente protagonizar projectos de intervenção sobre a sua realidade educativa.

Ou seja, no que respeita a iniciativa e dinamismo, a cultura profissional dos professores de Matemática parece ser hoje marcada por duas realidades contrastantes. Por um lado, na APM, nos seus encontros e estruturas e em alguns espaços marginais das escolas (Semanas da Matemática, projectos de Ciência Viva, etc.), procura-se activamente reflectir e empreender iniciativas transformadoras. Por outro lado, nas reuniões do grupo disciplinar, nos conselhos pedagógicos e noutras estruturas oficiais das escolas, onde predomina o espírito defensivo, a inércia e o conformismo. Levar o dinamismo, a iniciativa e o sentido de responsabilidade para este tipo de espaços parece ser um importante desafio que se coloca hoje à cultura profissional dos professores de Matemática.

Além disso, para que os professores de Matemática possam assumir um papel ainda mais relevante na mudança do ensino da Matemática em Portugal, será igualmente importante que a sua cultura profissional evolua no sentido de uma maior capacidade reflexiva e de colaboração mais estreita, quer interpares, quer com outros actores educativos, incluindo educadores matemáticos, matemáticos, professores de outras disciplinas, responsáveis educativos e encarregados de educação. Trata-se de um desafio certamente muito complicado, que requer grande iniciativa e imaginação e onde a APM pode ter um papel de relevo. Pois, como dizia Paulo Abrantes, “enfrentar desafios colectivos [faz] parte, afinal, do estilo APM” (1993, p. 1).

Referências

- Abrantes, P. (1987). Associação de Professores de Matemática: Esperança e desafio (editorial). *Educação e Matemática*, 1, 3-6.
- Abrantes, P. (1991). 1º grupo do ensino secundário: O passado recente, o presente e o futuro. *Educação e Matemática*, 17, 19-23.
- Abrantes, P. (1992). Algo de novo no reino da Dinamarca: Notas e impressões de uma visita. *Educação e Matemática*, 22, 19-22.
- Abrantes, P. (1993). O estilo APM (editorial). *Educação e Matemática*, 28, 1.
- Abrantes, P. (1998). “Matemática 2001”: Natureza e importância de um estudo sobre o ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, 46, 25-27.
- Abrantes, P. (2000). Gestão flexível do currículo: Que desafios se colocam? (entrevista). *Educação e Matemática*, 59, 7-11.
- Abrantes, P., & Ponte, J. P. (1982). Professores de matemática: Que formação? In *Ensino da matemática: Anos 80* (pp. 269-292). Lisboa: SPM.
- Vieira, A., & Abrantes, P. (1994). Reforma, mentiras e professores (editorial). *Educação e Matemática*, 30, 1.

João Pedro da Ponte

Grupo de Investigação DIF

Centro de Investigação em Educação

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Chumbar porquê e para quê?

Já nos habituámos a que a maioria das notícias sobre educação sejam sobre insucesso, reprovações, maus resultados dos alunos portugueses nos estudos internacionais, ...

Seguindo esta linha, o Jornal Público de 24 de Maio, sob o Título *Um em cada três alunos chumba ao chegar ao ensino secundário* fala-nos da retenção em todos os anos, através das estatísticas do GIASE relativas ao ano 2001/2002.

Ficamos a saber que 42 413, reparem bem 42 413 (!) alunos num total de 390 000 matriculados reprovam nos primeiros quatro anos de escolaridade, que quase 15% dos alunos portugueses ficam retidos no final do 2º ano de escolaridade e que estes números vão sempre aumentando nos ciclos seguintes acentuando-se nos anos de mudança de ciclo.

Não fosse termo-nos também habituado a aceitar a reprovação como um acto burocrático e normal, uma punição para quem não aprende, que lamentamos mas não discutimos, e esta notícia não podia ter ficado por aqui. O escândalo dos números teria que nos conduzir a uma discussão acesa e profunda em torno do sistema de ensino que temos, das alternativas possíveis às reprovações, do que fazer para que os nossos alunos aprendam em vez de chumbarem. Mas não foi assim!

O mesmo artigo refere que "37668 dos cerca de 71000 alunos dos cursos gerais não concluem num só ano o 12º ano e que nos cursos tecnológicos a taxa de conclusão fica abaixo dos 45%". Com tan-

ta reprovação, abandono e selecção, desde tão cedo, como explicamos os baixos resultados quando chegamos ao 12º ano?

Todos sabemos que não sendo a única disciplina a contribuir para as reprovações a Matemática tem um peso grande nestas percentagens. O Conselho Nacional da APM tem vindo a debater este assunto, a discutir e a defender o princípio da não retenção para o ensino básico.

O documento *retenção no ensino básico* disponível no site da APM, (www.apm.pt, em sobre a APM, Conselho Nacional, documentos de trabalho) cuja leitura consideramos indispensável, refere nomeadamente " a APM defende, para o ensino básico, o princípio da não retenção". Entre outros argumentos, diz-se: "os professores não querem sentar um aluno de 15 anos ao lado de um de 11, no 7º ano de escolaridade, por exemplo, mas também não querem "passar" um aluno que não teve o sucesso esperado. Infelizmente esta é uma falsa dicotomia, a oposição entre passar sem saber ou ficar retido porque não aprendeu o que se esperava. O importante é que os alunos aprendam ..." e, mais à frente " por outro lado, a retenção em casos verdadeiramente excepcionais permitirá que todo o sistema educativo se concentre no essencial, as aprendizagens dos alunos, o que actualmente não acontece". De facto e, como se afirma, "ninguém pretende que os alunos passem sem saber", mas para isso é preciso saber o que fazer quando os alunos não têm sucesso. Nesse sentido, a proposta da APM discute e apresen-

ta medidas concretas para fazer face ao problema do insucesso que passam pelo "diagnóstico rigoroso e completo das dificuldades dos alunos e a autonomia e os meios para responder a esse desafio". Entre essas propostas, encontram-se a continuidade pedagógica, o recurso a medidas de apoio pedagógico, a utilização de horários incompletos e horários zero para a constituição de um par pedagógico dentro de uma sala de aula, o aumento do número de horas lectivas em algumas disciplinas e durante algum tempo, entre outras.

É claro que podemos perguntar, "e tudo isto não sai muito caro numa altura em que falamos de novo, ou ainda, de contenção de despesa?". Não há dúvida que estas medidas têm o seu custo, mas a simples retenção, tem também um enorme custo: o custo financeiro da conservação dos alunos no sistema por mais tempo, mas sobretudo, o custo resultante da falta de investimento na educação de gerações sucessivas. Este não é mensurável na contabilidade no final do ano, mas é certamente decisivo para a evolução do país.

Será que poderemos continuar a ler, descansados, notícias como estas, sem nos interrogarmos mais sobre o que podemos fazer?!

Adelina Precatado
Esc. Sec. Camões

Lina Brunheira
Esc. Sec. Amora

Um em cada três alunos chumba ao chegar ao ensino secundário

Os últimos números disponíveis sobre aproveitamento escolar mostram que as mudanças de ciclos de estudo são acompanhadas por aumentos significativos dos níveis de retenção. O 12º é de longe o ano mais difícil

ISABEL LEIRIA

O 10º ano pode não ser a etapa mais problemática para os alunos portugueses, mas é no início do ensino secundário que as dificuldades aumentam para um número muito considerável de estudantes. Se no 9º há 16,6 por cento dos inscritos

Ainda ao nível do ensino secundário, as estatísticas deixam bem claro que o 12º é o mais difícil de concluir num só ano lectivo. Num universo de cerca de 71 mil matriculados em cursos gerais (no continente), apenas 37.668 os concluem.

retirar dos últimos números relativos ao aproveitamento escolar no ano lectivo de 2001/2002, compilados pelo Gabinete de Informação e Avaliação do Sistema Educativo (GIASE).

Ainda ao nível do ensino secundário, as estatísticas deixam bem claro que o 12º é o mais difícil de concluir num só ano lectivo. Num universo de cerca de 71 mil matriculados em cursos gerais (no continente), apenas 37.668 os concluem. Nas formações tecnológicas, frequentadas por um número muito mais reduzido de alunos (15.527), a taxa de conclusão fica abaixo dos 45 por cento. A realização de exames nacionais, que contam 30 por cento da classificação final, não será alheia a estas baixas percentagens de sucesso no 12º ano.

Por agrupamentos, verifica-se que é nas áreas económico-social e científico-natural que os chumbos são mais elevados. Nas artes e nas

mudança de escola, o currículo passa a prever oito disciplinas diferentes que podem ser dadas por outros tantos professores e os alunos parecem ressentir-se do aumento de exigência.

A situação repete-se do 2º para o 3º ciclo, com 16 por cento dos estudantes a chumbar no 6º ano. No 7º, os números sobem até aos 22 por cento. Terminada a escolaridade obrigatória, o salto torna-se definitivamente maior e a entrada no ensino secundário é marcada pela retenção de um em cada três alunos (cursos gerais) e de um em cada dois nos cursos tecnológicos.

As estatísticas do GIASE permitem ainda verificar que as dificuldades dos alunos começam logo a fazer sentir-se no 1º ciclo. Globalmente, a taxa de retenção/desistência fica nos 10 por cento. Olhando para os números absolutos, verifica-se que, em 2001/2002, chumbaram 42.413 estudantes, num universo superior a 390 mil matriculados, nos primeiros quatro anos de escola.

A maior percentagem de insu-

Verifica-se ainda que as taxas de retenção apresentam uma diferença mínima entre alunos do público e privado. E são incomparavelmente mais os que frequentam as escolas do Estado.

Do 4º para o 6º ano, ou seja, do 1º para o 2º ciclo do ensino básico, passa-se de uma taxa de retenção/desistência de 9,7 por cento para 15,5 por cento.

12 anos de escolaridade, torna mais evidente são os efeitos que acontecem entre os ciclos de estudo.

Do 4º para o 6º ano, ou seja, do 1º para o 2º ciclo do ensino básico, passa-se de uma taxa de retenção/desistência de 9,7 por cento para 15,5 por cento. A passagem é muitas vezes acompanhada pela

tañciamente mais elevadas. Por exemplo, refere-se a 30 por cento de chumbos em estados nos 2º e 5º anos do ensino básico, quando a média nacional se fica por metade.

Verifica-se ainda que as taxas de retenção apresentam uma diferença mínima entre os alunos do público e privado. E são incomparavelmente mais os que frequentam as escolas do Estado.

entenderem que o aluno revela um grande atraso educativo em relação às capacidades e objectivos definidos no currículo para esse ciclo de estudos. Nos 6º e 9º anos, por regra, os estudantes chumbam se tiverem negativa a Matemática e Português ou classificação inferior a 3 em três outras disciplinas.

Taxas de retenção/desistência e não conclusão

ENSINO BÁSICO	ENSINO SECUNDÁRIO
1º ciclo: 10%	Cursos gerais
2º ano: 14,8%	10º ano: 35,3%
3º ano: 8%	11º ano: 20%
4º ano: 9,7%	12º ano: 47,6%
2º ciclo: 15,5%	Cursos tecnológicos
5º ano: 15%	10º ano: 49,1%
6º ano: 16%	11º ano: 29,1%
3º ciclo: 19%	12º ano: 56,2%
7º ano: 22,2%	
8º ano: 17,9%	
9º ano: 16,6%	

Fonte: Estatísticas da Educação 2001/2002, Gabinete de Informação e Avaliação do Sistema Educativo

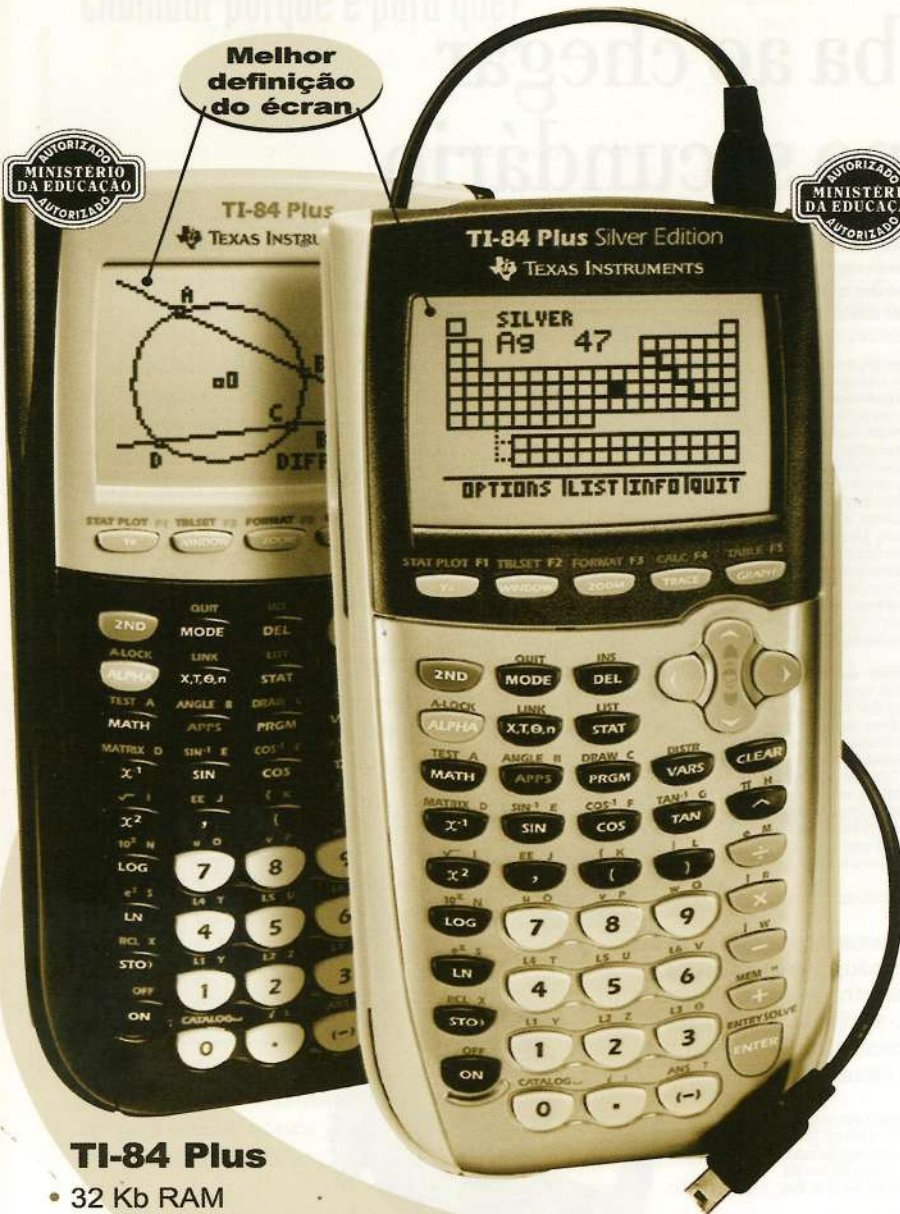


In Publico, 24 Maio 2005

CALCULADORAS GRÁFICAS

TI-84 Plus TI-84 Plus Silver Edition

Melhor definição do écran.



A tecnologia gráfica portátil Texas Instruments é conhecida pela sua resistência, durabilidade, economia e por se adequar às necessidades de professores e estudantes. Isto pode ser demonstrado pelo crescente número de estudantes que desejam possuir a calculadora gráfica, para a poderem usar em qualquer momento e local.

A última geração em tecnologia que opera como a TI-83 Plus, mas com **MAIOR CAPACIDADE**

- Mais **MEMÓRIA** - mais espaço para armazenamento de Aplicações (APPS).
- Mais **RÁPIDA** - na execução de cálculos, gráficos e download de Aplicações (APPS).
- **PORTA USB** - mais velocidade e maior estabilidade nas comunicações.

TI-84 Plus Silver Edition também disponível na **Versão Professor (VSC)**

FLASH



Cabo USB e CD - para ligação ao PC - incluídos em ambos os modelos

TI-84 Plus

- 32 Kb RAM
- 480 Kb ROM Flash
- 11 Aplicações (APPS) incluídas

TI-84 Plus Silver Edition

- 32 Kb RAM
- 1,54 Mb ROM Flash
- 28 Aplicações (APPS) incluídas

Agora todos os Produtos Educacionais têm **3** Anos de Garantia

Distribuidores Educacionais:



TETRI

EQUIPAMENTOS ELECTRÓNICOS, LDA.

Estrada Exterior da Circunvalação, 798 - Apartado 48 - 4439-909 RIO TINTO
Tel.: 224 899 532 Fax: 224 800 527 E-mail: tetri@tetri.pt www.tetri.pt



DISMEL

Distribuidor de Material Electrónico, Lda.

Rua Coronel Ferreira do Amaral, 9 - C

1900-165 LISBOA

Tel.: 218 160 320 Fax: 218 160 329

E-mail: info@dismel.pt www.dismel.pt

A calculadora na aula de Matemática

duas actividades de investigação realizadas numa turma do 6º ano

Graça Zenhas

Apesar da controvérsia em torno da pertinência da utilização da calculadora nos dois primeiros ciclos do ensino básico, ela é hoje um recurso incontornável na aula de matemática e a sua utilização prevista no currículo nacional: "Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar mas também, à medida que progredirem na educação básica, os modelos científicos e gráficos". M.E. — DEB, 2001: 71.

Tem sido meu entendimento, como professora de Matemática do 2º ciclo, que a adequação da utilização da calculadora no desenvolvimento de actividades na aula, neste ciclo, se prende com duas situações:

- o tipo de actividade proposto;
- o domínio de cálculo evidenciado pelo aluno.

Os alunos devem ser capazes, perante uma situação que envolva um cálculo, de determinar se este pode ser um valor estimado ou se deve ser um valor exacto. Nesta segunda opção, têm de decidir se os valores em causa indicam a resolução através do cálculo mental ou através da realização do algoritmo. Por isso, considero fundamental que os professores do 2º ciclo continuem a promover actividades que desenvolvam competências de cálculo, pois estas são imprescindíveis em inúmeras situações, como por exemplo a avaliação da plausibilidade de uma determinada resposta.

No entanto, há actividades matemáticas em que os alunos devem ser libertados das tarefas de cálculo, por estas serem acessórias face ao tipo de competências que se pretende trabalhar.

Assim, na aprendizagem Matemática nos dois primeiros ciclos devem coexistir actividades que consolidam e desenvolvem competências de cálculo com actividades em que as tarefas de cálculo sejam feitas pela calculadora por se tornarem secundárias face ao trabalho a desenvolver, sobretudo, se o cálculo em causa, se tornar demorado e fastidioso descentrando, deste modo, a atenção dos alunos do essencial da tarefa a realizar.

Para ilustrar esta segunda situação apresento dois trabalhos de investigação de regularidades realizados pela minha turma de 6º ano no ano lectivo 2003/2004.

Primeira actividade: Investigando regularidades na divisão por 9

O formato proposto na ficha da página seguinte pretende familiarizar os alunos com a necessidade de sistematizarem a informação, formularem várias hipóteses e testarem-nas com vários exemplos, reflectirem sobre o trabalho desenvolvido e irem tirando conclusões. As diversas fases do problema estão explicitadas, ajudando-os a organizarem o seu raciocínio.

Este trabalho foi desenvolvido em duas aulas de 90 minutos. Na primeira aula, os alunos organizaram-se livremente, trabalhando uns em grupo, outros em pares e outros individualmente na resolução da investigação proposta na ficha. Durante o trabalho, questionavam colegas de outros grupos ou o professor. Na segunda aula foram discutidas as conclusões do trabalho.

Os cálculos foram feitos com calculadora e não ofereceram problemas. Rapidamente os alunos verificaram que:

$$\begin{aligned} 3 : 9 &= 0,(3) \\ 3 : 99 &= 0,(03) \\ 3 : 999 &= 0,(003) \\ \dots \\ 5 : 9 &= 0,(5) \\ 5 : 99 &= 0,(05) \\ 5 : 999 &= 0,(005) \\ \dots \end{aligned}$$

Também concluíram facilmente que este padrão só surge quando o dividendo é menor que o divisor.

$$\begin{aligned} 23 : 9 &= 2,(5) \\ 23 : 99 &= 0,(23) \\ 23 : 999 &= 0,(023) \\ \dots \end{aligned}$$

Os alunos observaram que o quociente era uma dízima infinita periódica em que só apareciam os algarismos do dividendo e zeros. O período tinha o mesmo número de algarismos que o divisor e, por isso, em alguns casos era necessário acrescentar zeros antes dos outros algarismos. Este padrão só surge quando o dividendo é menor que o divisor.

Ficha de trabalho

Assunto: Investigação de regularidades na divisão por 9

Dividindo por nove

O que acontece quando divides um número por 9? Por 99? Por 999?

Compreende o problema

- 1) O problema diz-te que números usar como divisor?
Diz-te que números usar como dividendo?

Decide um plano

- 2) Tenta algo. Escolhe um número qualquer e experimenta-o. Supõe que escolhes o 3. Então descobre:

$$3 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3 : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 3) O que está a acontecer?

Executa o plano

- 4) Procura um padrão (regularidade) experimentando outros números de um algarismo e escreve o que fores encontrando:

$$\underline{\hspace{1cm}} : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Regista as tuas conclusões.

- 5) Usa o teu padrão para prever o que acontece quando 7 é dividido por 9, 99, por 999.
Verifica a tua previsão com a ajuda da calculadora. Estava certa?

Revê o problema

- 6) Irá o teu padrão manter-se quando o dividendo for um número de dois algarismos?

$$23 : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 : \dots = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$23 : \dots\dots = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 7) O que achas que acontecerá quando o dividendo for um número de três algarismos?
Escolhe um número de três algarismos e experimenta.

$$\underline{\hspace{1cm}} : 9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 99 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 9999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{1cm}} : 99999 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 8) Descreve o padrão.

A dificuldade surgiu na forma de comunicar os resultados, quer oralmente quer por escrito. Os alunos não encontravam as palavras adequadas para transmitirem as suas ideias, optando por as comunicar através de exemplos. Os trabalhos escritos reflectem esta dificuldade. A seguir apresentam-se algumas respostas dos alunos:

O divisor é 9 e o dividendo é um número escolhido por mim.

$$3 : 9 = 0,333..$$

$$3 : 99 = 0,0303..$$

$$3 : 999 = 0,003003..$$

Sempre que se aumenta um nove aumenta um 0 e forma-se a regularidade e o número de 0 é o número de 9 menos um. O número do dividendo aparece sempre no quociente. Com 3 algarismos o padrão só surge quando o dividendo é menor que o divisor.

Sara

O que está a acontecer é que dividir qualquer número por 9 ou 99 ou 999 (...) acrescenta-se quantos zeros quanto o número de noves menos 1. Mas também acrescenta-se o dividendo ao quociente. O padrão só surge quando o dividendo é menor que o divisor.

Francisco, Miguel

Quando o divisor é um número inteiro só constituído por noves o resultado é um número infinito. Quantos mais noves houver mais zeros haverá a separar do dividendo.

Nós concluímos que quando o dividendo é maior que o divisor não se consegue fazer uma regra.

Nuno, Diogo, João

O que está a acontecer é que por cada 9 a mais no divisor acrescenta-se um zero no quociente, mas não modifica o dividendo.

A conclusão que tiramos é que mesmo que o algarismo do dividendo mude o resultado é sempre o mesmo.

Rui, Filipe

O que está a acontecer é que quando se divide um número por outros números que só sejam constituídos pelo algarismo 9, o resultado é sempre uma *décima* infinita.

A conclusão a que eu chego quando se divide qualquer número que só seja constituído por noves o resultado é sempre uma *décima* infinita.

O 7 dividido por 9 daria 0,777... pelo 99 daria 0,070707... e pelo número 999 daria 0,007007007...

O padrão surge quando o dividendo é menor que o divisor.

O quociente é sempre igual ao dividendo acrescentando-se quantos zeros forem precisos.

Quanto maior for o divisor mais zeros acrescenta-se no quociente.

Gabriela, Cátia, Sofia, Adriana

A discussão das conjecturas e das regularidades descobertas pelos alunos é um momento importante, já que permite aos alunos verbalizarem os seus raciocínios, podendo este acto contribuir para a clarificação de aspectos por vezes ainda confusos. Torna também presente a necessidade de melhorar a capacidade de comunicação de ideias matemáticas. Nesta fase do trabalho, tenho a particular preocupação de intervir no sentido de precisar a linguagem matemática (repare-se no último texto, na utilização do termo *décima finita* em vez de *dízima finita*) e de auxiliar os alunos a comunicarem de forma clara o seu pensamento, evitando, contudo, que o rigor da linguagem se torne um obstáculo à comunicação.

Na actividade acima descrita, é fundamental que os alunos se apercebam da necessidade de testarem as suas conjecturas com vários exemplos que sustentem uma argumentação lógica. A calculadora permite-lhes fazer a validação das suas hipóteses, variando quantitativa e qualitativamente os exemplos.

Os alunos devem habituar-se a descrever este tipo de actividade encadeando as ideias, utilizando frases curtas e ilustrando-as, sempre que possível, com exemplos.

Ficha de trabalho

Assunto: Investigação de regularidades na divisão por 7

Dividindo por sete

Usando calculadora, transforma em dízima:

$$\frac{1}{7} = \quad \frac{2}{7} = \quad \frac{3}{7} =$$

$$\frac{4}{7} = \quad \frac{5}{7} = \quad \frac{6}{7} =$$

- Notas alguma coisa de especial nos seis primeiros dígitos da dízima correspondente à divisão de um número inteiro por sete?
- És capaz de estabelecer uma regra que permita prever o resultado de qualquer divisão por sete?

Segunda actividade: Investigando regularidades na divisão por 7

Este trabalho foi desenvolvido na turma, em duas aulas de 90 minutos, um mês depois da actividade *investigando regularidades na divisão por 9*.

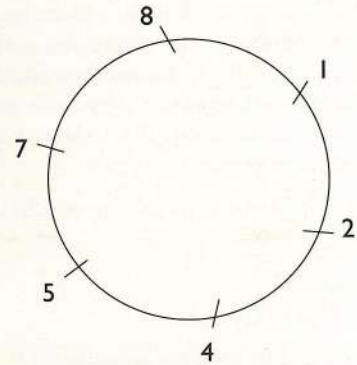
Os alunos organizaram-se livremente, trabalhando uns em grupo, outros em pares e outros individualmente. Durante o trabalho questionavam o professor ou colegas de outros grupos. O trabalho demorou 90 minutos e foi discutido numa segunda aula de 90 minutos.

Depois de transformarem a fracção em dízima,

$$\frac{1}{7} = 0,142857 \quad \frac{2}{7} = 0,2857142$$

$$\frac{3}{7} = 0,428571 \quad \frac{4}{7} = 0,571428$$

$$\frac{5}{7} = 0,714285 \quad \frac{6}{7} = 0,857142$$



os alunos concluíram que:

- os algarismos 1, 2, 4, 5, 7, 8 apareciam em todas as dízimas;
- os algarismos apareciam sempre repetidos pela ordem 1, 4, 2, 8, 5, 7;

Rafael

- a) Os algarismos são sempre os mesmos.
Estão ordenados na forma 1, 2, 4, 5, 7 e 8.
O período da dízima tem sempre 6 números.
O numerador é igual ao primeiro número da dízima sem contar com os números 3, 6 e 9.
- b) A primeira regra é multiplicar o numerador por 14285. A segunda regra é o numerador é igual ao primeiro número da dízima sem entrar o 3, o 6 e o 9.

um de diferença por causa do 3 e 6

$$\frac{4}{7} = 0,(571428)$$

dois de diferença por causa do 3 e do 6

$$\frac{5}{7} = 0,714285$$

$$\frac{25}{7} = 3,5714285 \quad \frac{4}{7} = 4 : 7 = 0,5714285$$

$$\frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7}$$

3,571428

$$\frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{25}{7} = \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = 3,5714285$$

$$\boxed{1+1+1}$$

Isabel

Os números 1, 4, 2, 8, 5, 7 aparecem em todas.

Que os primeiros números da dízima são por ordem, mas não podemos repetir. Os números estão por ordem do primeiro. Ex: a primeira é 1, 4, 2, 8, 5, 7 se começar por 2 a dízima é 2857142 e se começar por 7 a dízima é 7142857.

— o primeiro algarismo da dízima era o número do numerador. Como 3 (e depois 6) não existia no padrão descoberto para a formação do período da dízima, a partir daqui passava-se para o algarismo seguinte.

Um grupo achou que a situação era idêntica a um relógio, em que o mostrador, em vez dos números/horas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, tinha assinalado 1, 2, 4, 5, 7 e 8. Assim, para se saber a dízima correspondente a uma determinada fracção, uma vez descoberto o primeiro algarismo do período bastava olhar para o relógio pois a sequência dos algarismos era invariavelmente a mesma. Esta ideia propagou-se rapidamente pelos diversos grupos, que acharam a imagem visual particularmente facilitadora da clarificação do raciocínio.

Alguns alunos descobriram que:

- para se obter a dízima correspondente a $2/7$ bastava multiplicar $0,142857$ — a dízima correspondente a $1/7$ — por 2; e
- para se obter a dízima correspondente a $3/7$ bastava multiplicar $0,142857$ por 3. Como no decurso desta multiplicação, o penúltimo produto era $3 \times 4 = 12$, era então necessário juntar 1 ao último produto (3×1),

obtendo-se assim 4. Por esta razão não aparecia o 3 no período das dízimas.

Explicação idêntica foi encontrada para o facto de não aparecer o 6.

$$\begin{array}{r} 1428571 \\ \times 2 \\ \hline 2857142 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1428571 \\ \times 3 \\ \hline 42857142 \\ \uparrow 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1428571 \\ \times 4 \\ \hline 5714285 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1428571 \\ \times 5 \\ \hline 7142857 \\ \uparrow 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1428571 \\ \times 6 \\ \hline 8571428 \end{array}$$

Os numerais mistos, tal como os alunos os trabalharam, ainda não tinham surgido nas aulas. Contudo, este facto pareceu não ser obstáculo, já que alguns alunos trabalharam com eles como se já estivessem familiarizados com esta forma de registo.

Em baixo apresentam-se algumas respostas dos alunos:

Susana

- a) Em todos os resultados aparecem sempre os mesmos seis algarismos: 1, 2, 4, 5, 7, 8.

Aparecem na ordem 142857.

Por ex: na divisão $3:7$ como o numerador é 3 e não entra no padrão tem que se pôr o 4 porque é o número que vem a seguir do 3. Mas na divisão $4:7$ não se pode pôr o 4, porque este já foi usado então põe-se o 5 que é o número a seguir. Na divisão $5:7$ também não se pode pôr o 5 porque este já foi usado e por isso põe-se o 7 porque o número a seguir do 5, o 6 não entra no padrão.

- b) Por exemplo quando o numerador é maior que o denominador a parte inteira já não é nula mas a dízima é uma das divisões por 7 de um número mais pequeno que 7.

Ex:

$$\frac{1}{7} = 0,142857 \quad \frac{8}{7} = \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = 1, (12857)$$

Quando o numerador é múltiplo de 7 deixa de haver parte decimal.

O resultado da divisão $3:7$ é o triplo da divisão $1:7$. No resultado da divisão $3:7$ não aparece o 3 porque vai um de trás, mudando o 3 para 4.

Sara

- a) Em todos os resultados aparecem sempre os mesmos seis algarismos: 1, 2, 4, 5, 7, 8.

A ordem é 142857.

Se o numerador for 3 o resultado é 428571 porque o 3 não aparece no padrão mas aparece o 4 e como o 4 é a seguir do 3 segue a ordem do padrão a partir do 4.

Mas se depois aparece $4/7$ já não se pode por o 4 porque já foi usado e então põe-se o 5 que é a seguir do 4 e existe no padrão.

- b) Quando o numerador é maior que o denominador a parte inteira já não é nula, mas a dízima é uma das divisões por 7 de um número.

Ex:

$$\frac{1}{7} = 0,142857 \dots a \quad \frac{8}{7} = \frac{7}{7} + \frac{1}{7} = 1, (12857)$$

Quando o numerador é múltiplo do denominador a parte decimal deixa de existir. O resultado da divisão de 3 por 7 é o triplo do resultado da divisão de 1 por 7. No resultado da divisão de $3/7$ não aparece o três porque vai de trás mudando o três para 4.

$$\begin{array}{r} 0,142857 \\ \times 3 \\ \hline 0,428571 \end{array}$$

É de realçar a dificuldade que representa escrever um texto em que se descreve uma regularidade. Esta turma está habituada a escrever, com frequência, na disciplina de Matemática e o facto de este ser o segundo trabalho de investigação de regularidades com divisões permite verificar uma evolução francamente positiva na comunicação escrita dos resultados da investigação. Nota-se a preocupação de utilizar frases curtas e de ilustrar as afirmações com exemplos para tornar mais clara a informação que se pretende transmitir.

Na parte final da segunda aula, propus ainda uma actividade de investigação de regularidades na divisão por 17:

- Uma calculadora foi usada para investigar o período das dízimas que se obtém quando o divisor é 17, mas a sua capacidade não foi suficiente para mostrar o ciclo completo de dígitos que se repete. Os diferentes cálculos conduziram às seguintes dízimas:

$$\frac{1}{17} = 0,0588235$$

$$\frac{2}{17} = 0,1176471$$

$$\frac{3}{17} = 0,1764705$$

$$\frac{4}{17} = 0,2352941$$

$$\frac{5}{17} = 0,2941176$$

$$\frac{6}{17} = 0,3529411$$

$$\frac{7}{17} = 0,4117647$$

- Sabendo que, neste caso, o período tem dezasseis dígitos, indica os vinte primeiros dígitos das dízimas correspondentes a:

$$\frac{1}{17}, \frac{2}{17}, \frac{3}{17}, \frac{4}{17}, \frac{5}{17}, \frac{6}{17}, \frac{7}{17}$$

Um número significativo de alunos rápida e facilmente chegou à conclusão de que o período da dízima era constituído pelos seguintes algarismos 2352941176470588.

$$\frac{1}{17} = 0,0588235$$

$$\frac{4}{17} = 0,2352941$$

$$\frac{5}{17} = 0,2941176$$

$$\frac{7}{17} = 0,4117647$$

$$\frac{3}{17} = 0,1764705$$

$$\frac{1}{17} = 0,0588235$$

No entanto, a observação do registo

$$\frac{2}{17} = 0,1176471$$

gerou muita confusão, pois não se enquadrava no padrão deduzido. Depois de algum tempo de discussão, alguns alunos resolveram verificar os resultados do cálculo das dízimas utilizando a calculadora. Não demorou muito a concluir que tinha havido um engano no registo resultante do arredondamento feito pela máquina.

Apesar de o meu engano não ter sido deliberado, acabou por proporcionar um momento de reflexão interessante.

O uso da calculadora nas aulas tem apaixonado a opinião pública e motivado debates acalorados. Será ela uma das causadoras do insucesso na aprendizagem da Matemática?

Eu penso que não. No entanto, a utilização da máquina de calcular na aula de Matemática não deve ser indiscriminada e os alunos não devem poder utilizá-la de forma acrítica. Compete aos professores determinarem em que circunstâncias os alunos a poderão usar e propor as experiências de aprendizagem adequadas. Penso que as actividades que apresentei se inserem nesta filosofia. Elas permitem ao aluno desenvolver o raciocínio indutivo, pois eles têm que deduzir uma regra válida para todos os casos a partir da observação sistemática de semelhanças e de diferenças em inúmeros exemplos. A necessidade dos exemplos e contra-exemplos para fundamentar conjecturas torna-se inultrapassável. E a utilização da calculadora revela-se imprescindível.

Referências

- Abrantes, Paulo; Serrazina Lurdes; Oliveira, Isolina (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME-DEB.
- BOLT, Brian (1991). *Actividades Matemáticas*. Lisboa: Gradiva.
- ME-DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico — Competências Essenciais*. Lisboa: ME-DEB.
- NCTM (1989). *How to develop problem solving using a calculator*. Virgínia: Reston.

Maria da Graça Zenhas
Escola E.B.2.3 de Gueifães

A grande final

No meu grupo de amigos entusiastas do futebol há adeptos do Porto, do Sporting e do Benfica. No dia daquela grande final transmitida pela televisão, convidei-os a assistir ao jogo em minha casa.

Ora, há pelo menos 3 portistas, os não benfiquistas são menos de 10, há mais de 9 que não são do Porto e os não sportinguistas não excedem 7.

Quantos amigos de cada clube tenho eu?

(Respostas até 31 de Agosto)

As fotografias das quatro cidades

O problema proposto no número 81 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Resolvi fazer um teste a quatro amigos meus. Em cima da mesa coloquei quatro fotografias numeradas de 1 a 4, disse-lhes que tinham sido tiradas em Leiria, Porto, Évora e Viseu, e pedi-lhes que tentassem descobrir a cidade correspondente a cada uma delas. Eis as respostas:

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto

Os resultados não foram brilhantes. Um deles falhou todas e cada um dos outros acertou em duas cidades.

A que cidade correspondia cada fotografia?

Recebemos sete respostas: Alberto Canelas (Queluz), António Rebolho (Avelãs de Caminho), Dina Silva (Odemira), Edgar Martins (Queluz), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Ricardo Petrucci (Lisboa) e Vânia Rodrigues.

1. Método da Dina, do Pedrosa e do Ricardo

Testar todas as possíveis soluções, que são as 24 permutações das 4 fotos. É um método trabalhoso e por isso o Pedrosa fica à espera de uma solução mais elegante e matematizada, sem recurso ao método primário da "tentativa e erro". No entanto, vale a pena chamar a atenção que o processo de esgotar todas as hipóteses possíveis é muitas vezes usado (sobretudo nos últimos anos, recorrendo aos computadores), quando não descobrimos outro mais simples e eficaz.

2. Método do Alberto e da Vânia (baseado na estratégia por ela utilizada quando joga ao Master Mind)

Testámos cada uma das hipóteses para a pessoa que erra todas as respostas e ver qual o caso que não dá origem a contradições.

3. Método do António e do Edgar. Demos a palavra ao Edgar

Sabemos que três dos amigos acertaram em duas fotografias, mas não sabemos se acertaram nas mesmas ou se acertaram em fotografias diferentes.

Se eles tivessem acertado todos nas mesmas fotografias, existiriam duas fotografias que estavam associadas à mesma localidade por três vezes, o que não acontece.

Todas diferentes também não podiam ter sido porque só tinham disponíveis quatro fotografias e para isso acontecer tinham de ter seis fotografias.

Só resta a possibilidade de dois terem acertado em fotografias diferentes e o terceiro ter repetido duas fotografias dos anteriores.

Assim, duas fotografias foram assinaladas correctamente por dois amigos e duas fotografias foram assinaladas correctamente apenas por um. Se nós colocarmos 1 nas fotografias assinaladas apenas por um amigo e 2 nas fotografias assinaladas por dois, temos de estudar 6 possibilidades: 1122, 1212, 1221, 2112, 2121 e 2211.

Caso 1122

Fotografia 3 e 4 com localidades repetidas, Leiria e Viseu, respectivamente. A fotografia 2 não pode ser Viseu (é a fotografia 4) nem Porto porque se repete, logo tem de ser Évora. Só sobra Porto para a fotografia 1.

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4	Certas
Solução	Porto	Évora	Leiria	Viseu	
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu	2
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria	0
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu	1
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto	2

Não serve, um dos amigos só acertava numa das localidades.

Repetindo o mesmo raciocínio conseguimos eliminar todas as possibilidades menos a última, que nos dá a solução do problema inicial:

Caso 2121

Fotografia 1 e 3 com localidades repetidas, Évora e Leiria, respectivamente. A fotografia 2 não pode ser Évora (é a fotografia 1) nem Porto porque se repete, logo tem de ser Viseu. Só sobra Porto para a fotografia 4

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4	Certas
Solução	Évora	Viseu	Leiria	Porto	
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu	2
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria	2
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu	0
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto	2

Conclusão, as fotografias são:

1 – Évora, 2 – Viseu, 3 – Leiria, 4 – Porto.

Os produtos da rã

Graças ao material para a sala de aula, publicado na Revista 81, fiz um trabalho muito útil para a minha turma de 5º ano. Numa aula de Estudo Acompanhado levei seis alunos do quinto ano, que não tinham tarefa distribuída, ao Centro de Recursos da Escola EB 2,3 de Santana — só havia três computadores ligados à Internet — e dei-lhes fotocópias da ficha da pág. 9 da Revista Educação e Matemática (Janeiro/Fevereiro).

Fiquei só a observar enquanto eles seguiam as instruções, progressivamente entusiasmados. Já não foi fácil fazê-los alternar nos papéis de *jogador* e *daquele que regista* — a proposta tinha sido trabalhar em pares.

De volta à sala de aula registei no quadro, para toda a turma, alguns produtos escolhidos — e as respectivas contra-propostas da rã — e discutimos em conjunto porque é que a rã devolvia determinados produtos e não outros.

Rafael + André

$$\begin{aligned} 4 \times 4 &= 16 \\ 6 \times 4 &= 24 \\ 8 \times 8 &= 64 \\ 63 \times 100 &= 6 \end{aligned}$$

Rã

$$\begin{aligned} 40 \times 4 &= 160 \\ 12 \times 4 &= 48 \\ 4 \times 16 &= 64 \\ 300630 \times 100 &= 63000 \end{aligned}$$

Porquê?

$$\begin{aligned} (4 \times 10) \times 4 &= 16 \times 10 = 160 \\ (6 \times 2) \times 4 &= 12 \times 4 = 48 \\ (8 : 2) \times (8 \times 2) &= 64 \\ (10 \times 63) \times 100 &= 63000 \end{aligned}$$

Raquel + Diogo

$$\begin{aligned} 111 \times 4 &= 444 \\ 125 \times 2 &= 250 \end{aligned}$$

Rã

$$\begin{aligned} 1110 \times 4 &= 4440 \\ 126 \times 2 &= 252 \end{aligned}$$

Porquê?

$$\begin{aligned} (10 \times 111) \times 4 &= 10 \times 440 = 4440 \\ 126 \times 2 &= 250 + 1 \text{ vez o } 2 = 252 \end{aligned}$$

Se vos disser que muitos alunos achavam que a rã propunha *contas ao calhas* — foi este o nível de que partiu a conversa ... Mas aí os alunos que tinham estado no computador já sabiam explicar aos colegas que a rã utilizava truques que eles tinham trabalhado antes, como a propriedade comutativa, o elemento neutro ... foi bom ver que eles reconheciam e sabiam aplicar as propriedades estudadas. E alguns alunos que não tinham tido ainda a experiência do programa da rã no computador



descobriram sozinhos — e verbalizaram também — porque surgiam determinadas produtos e não outros ... afinal a rã não propunha produtos ao acaso.

Foi muito útil esta discussão.

Achei que os alunos com mais dificuldades não tinham percebido bem e, na aula de Matemática seguinte, propus um jogo a toda a turma. Fizemos duas filas em direcção ao quadro: de um lado as seis rãs e ainda dois alunos que tinham compreendido perfeitamente os *truques* utilizados; na outra fila os restantes alunos. Um destes começava por escrever uma multiplicação à sua escolha, bem como o respectivo resultado — e a sensação de *poder* que isto dava aos alunos com mais dificuldades é um factor a ter em conta. A coitada da rã da fila ao lado tinha que responder com outro produto. O aluno a propor

Encontro de professores do 1º ciclo na Benedita

o produto inicial tinha ainda que resolver este segundo produto, observando ambos e sem recorrer a qualquer algoritmo — ou seja, na prática, aplicando as propriedades da multiplicação.

Foi bom mesmo! Esta aula foi sentida por todos como divertida e muito estimulante porque os alunos iam-se desafiando sucessivamente e por vezes eram as rãs que ficavam perplexas com as propostas dos colegas ou experimentavam truques que *não funcionavam* como quando o André tentou, para $15 \times 8 = 120$, propor 16×7 . Aqui verificaram, por exemplo, que a adição e a subtração não garantiam um produto constante.

Foram 45 minutos deliciosos. Fui amparando e desafiando uns e outros e julgo que desta vez toda a gente entendeu ... e querem ir à Net fazer mais.

Por outro lado este trabalho veio na altura certa porque tínhamos acabado de trabalhar a multiplicação e estamos a entrar na divisão — do ponto de vista dos alunos, porque eu trabalho ambas as operações em simultâneo.

É bom experimentar novas propostas e ver que os alunos aproveitam com elas. Obrigada!!!

Isabel Gil

E.B. 2,3 de Santana

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de forma a tornar possível a sua inclusão na Revista.

Está mais uma vez de parabéns a APM e a Comissão Organizadora pela montagem de mais um encontro de professores do 1º ciclo. Para quem há muitos anos anda nestas coisas, vê com agrado como tudo evoluiu e hoje já há quem se preocupe com a discussão de assuntos *comezinhos* da matemática no primeiro ciclo.

Com isto não quero dizer que não tenha encontrado pontos com que discordo, tanto na forma como nos conteúdos, o que será natural numa Associação que se quer crítica, participante e interveniente.

Penso que os encontros de professores do 1º ciclo tendem a tornar-se demasiadamente académicos, muito teóricos e com alguma perda do sentido prático que deverá vir da vivência das salas de aula do 1º ciclo. Não sou dos que pensam que a teoria só atrapalha; ela fundamenta os conceitos e aponta caminhos. Mas lá no cantinho da escola de cada um a coisa *fia mais fino*; e é esta arte que também deve sobressair nestes encontros. É como na culinária; a partir do prato base, mais coisa aqui, menos coisa ali, menos o que se não tem e acrescentado do que se tem à mão, sai muitas vezes pitêu criativo e saboroso. E estes encontros deveriam ter alguma coisa de festival gastronómico.

Quero ainda aqui pedir desculpas, se é que ofendi alguém, pela forma como intervim num plenário, talvez demasiado afirmativo. Não quis ofender ninguém; somente pretendi pôr alguma ordem na discussão que se prolongava em diálogo directo na plateia sobre a correcção ou não da contagem em colar. Já se misturava *filosofia* com a técnica de *meter a unha*. E fazia-se uma certa confusão entre um fio onde se enfiavam *pérolas* com a recta numérica.

É que me parece que não se faz uma separação da matemática abstracta, dedutiva e com suporte nas demonstrações, da

matemática concretizada, indutiva e baseada nas constatações que é própria para os alunos que frequentam o 1º ciclo.

Fazer contagens em colar, não apontando cada unidade mas sim o espaço entre duas unidades, não é matemática abstracta nem concreta que é própria da didáctica usual no 1º ciclo.

Contagem abstracta não se compadece nem com colares, nem com o meter da unha; aqui contar serve para enumerar abstracções; tanto podem ser elefantes como pulgas.

O talhante conta de modo concreto, como os nossos alunos; não lhe é indiferente contar 3 vacas ou 3 cordeiros. Para o matemático, 3 é simplesmente 3. Misturar tudo é que pode dar confusão.

O Professor Doutor Bento de Jesus Caraça, nos seus *Conceitos Fundamentais da Matemática* escreveu:

- “Aponta para um dos objectos e diz: um; aponta para outro e diz dois; e vai procedendo assim ...” (Ninguém conta apontando espaços vazios entre unidades)
- “Para o homem primitivo os números estavam impregnados de Natureza — os números estavam ligados às coisas”.
- “Para o homem civilizado o número natural é um ser puramente aritmético, desligado das coisas reais e independente delas — é uma conquista do pensamento.”

No 1º ciclo os nossos alunos deverão trabalhar como se fossem homens primitivos numa perspectiva de virem a ser civilizados.

João Maria de Oliveira
Professor aposentado



Mentalmente & Estima-Tudo

Campeonato de cálculo mental e estimativa

ES/3 Padre António Vieira (ESPAV)

Dulce Araújo e João Janeiro

Havia a vontade de promover entre os alunos do 3º ciclo do ensino básico a realização, na nossa escola, de uma actividade lúdica que estivesse relacionada com a Matemática escolar. Pensou-se inicialmente no famoso *Jogo do 24* mas, dado que este jogo era divulgado por uma empresa comercial que o deixou de fazer, sabe-se lá porquê! e como não conseguimos descobrir onde é que actualmente se pode comprar em Portugal o *Jogo do 24*, abandonámos esta ideia ...

Decidimos então reflectir sobre que tipo de jogo poderia ser importante, no contexto português actual e no da nossa escola, para o desenvolvimento do currículo nacional de Matemática do ensino básico (3º ciclo). Que competências nele preconizadas estariam na prática a ser inconscientemente mais desprezadas por nós próprios e a ser menos trabalhadas com os nossos alunos, face a outras directamente relacionadas com os novos conteúdos curriculares dos programas para cada ano de escolaridade? Pensamos ter encontrado uma resposta: as competências de cálculo mental e de estimativa.

Assim, por paradoxal que possa parecer, decidimos criar um *Campeonato de cálculo mental e estimativa* para as duas turmas do 9º ano, ou seja, para os alunos que este ano realizarão pela primeira vez provas de exame nacional de Matemática. Chamámos-lhe *Mentalmente & Estima-Tudo*. A ideia deste nome surgiu do propósito de querermos dar visibilidade ao cálculo mental propriamente dito e à capacidade de estimar todo o tipo de grandezas: comprimentos, alturas, distâncias, perímetros, áreas, volumes, amplitudes e também tempos, idades, velocidades, longitudes, escalas de modelos, números de habitantes, densidades populacionais, taxas de desemprego e de mortalidade infantil (de acordo com os dados do INE), etc. etc. etc.

Decidimos fazer um campeonato de cálculo mental e estimativa que resultasse de um trabalho intencional, ainda que pouco extenso, de abordagem deste assunto nas aulas (ver caixa na página 20 com exemplo de uma oficina de cálculo mental realizada na aula). Analisou-se o que é o cálculo mental, qual a sua importância e as suas vantagens face

ao cálculo algorítmico escrito ou ao cálculo executado com a calculadora, e, evidentemente, ensinaram-se algumas estratégias básicas de cálculo mental. Mas quisemos que o campeonato resultasse também de uma abordagem ligeira da estimação. Assim, foi esclarecido o que é, em contextos concretos, estimar o valor de uma dada grandeza e que capacidades isso pressupõe, tendo-se ensinado algumas estratégias para exercitar e desenvolver esta competência no dia-a-dia.

Rapidamente concordámos que o campeonato seria realizado em equipas de 2 alunos e organizámo-lo do seguinte modo. Primeiro as eliminatórias, isto é, provas no interior de cada turma, em que as equipas com pior pontuação seriam sucessivamente eliminadas, até se obter a equipa vencedora. Depois, a final entre as equipas vencedoras de cada turma.

O jogo consistiu na apresentação às equipas de sucessivas séries de 6 questões: 4 de cálculo mental (sendo uma de cada operação básica: +, -, ×, ÷) e 2 de estimativa. As questões foram sendo extraídas aleatoriamente de cinco conjuntos distintos e exibidas às equipas em formato bem visível (ampliação A4). O tempo estipulado para cada questão foi de 30 segundos. As respostas foram sendo dadas pelas equipas numa folha própria. No fim de cada série, procedeu-se à recolha dessas folhas para correcção pelo júri, munido de uma chave de respostas, e comunicou-se a actualização da pontuação das equipas. Nas eliminatórias, foram sendo sucessivamente eliminadas as equipas com pior pontuação em cada série.

A pontuação de cada questão foi assim atribuída: cálculo certo = +1 ponto; cálculo errado = 0 pontos; estimativa mais próxima da solução = +1 ponto; outras estimativas = 0 pontos.

Na final do campeonato, realizaram-se 5 séries duplas de questões, isto é, 5 × (4 questões de cálculo + 2 de estimativa + 4 de cálculo + 2 de estimativa), em que o tempo de cada questão foi sendo progressivamente reduzido de 5 segundos em cada série, até se atingir os 15 segundos (isto é: primeiro 30 segundos, depois 25, 20 e 15).

Apresentam-se alguns exemplos ilustrativos das questões apresentadas, umas com números inteiros, outras com decimais, todos positivos, em que se procurou (quase sempre) situar o cálculo no domínio de variação entre 0,001 e 1000.

Adição: $99+305$; $11,1+1,11$

Subtracção: $709-59$; $9,99-1,01$

Multiplificação: 7×49 ; $480 \times 0,25$

Divisão: $180:15$; $1:0,002$

Estimativa: a área da sala de aula (em metros quadrados); a longitude Oeste do farol do Cabo da Roca (em graus), o comprimento médio de um espermatozóide (em mm).

O Júri do campeonato foi formado a convite do 1º grupo e a sua constituição foi a seguinte: Presidente da Comissão Executiva Instaladora (Presidente do Júri), representante da Direcção da APM, Presidente da Assembleia de Escola, Presidente do Conselho Pedagógico, Coordenadora do Departamento das Ciências Exactas e Naturais, Presidente da Associação de Pais e Encarregados de Educação. O Presidente da Associação de Estudantes, apesar de, tal como os outros elementos, ter sido convidado a integrar o Júri, não compareceu. No dia das eliminatórias, não pôde estar o representante da Direcção da APM, mas participou uma professora de Matemática da escola que se disponibilizou para integrar o Júri.

O campeonato teve lugar na sala de estudo da escola e as eliminatórias decorreram em 14 de Abril (14:00-16:30) e a final em 15 Abril (14:30-15:30). Esteve integrado no Artemedi@espav, uma iniciativa que decorreu na nossa escola nos dias 13, 14 e 15 de Abril, período em que a ESPAV se abriu de novo a si própria e à comunidade. Entre muitos outros eventos e actividades, dinamizados pelos vários grupos disciplinares, houve sessões contínuas de "Cinematemática" — *Cinema sobre a Matemática, a Ciência, a Arte e a Vida* — destinadas prioritariamente a alunos do ensino básico e secundário, da responsabilidade do grupo de Matemática.

O campeonato encerrou com a entrega de quatro prémios: 1º para a equipa vencedora, 2º para a outra equipa finalista, 3º e 4º para a última equipa a ser eliminada em cada turma (desenganem-se os leitores que pensam que todas as equipas premiadas eram formadas por bons alunos na disciplina de Matemática ...). As equipas finalistas tiveram direito a diploma com fita azul. A todas as equipas foi entregue um certificado de participação com mérito.

O balanço realizado foi muito positivo, tendo até excedido as expectativas. O trabalho que deu foi largamente recompensado. Os alunos divertiram-se, raciocinaram e aprenderam Matemática. Muitos passaram a ter uma atitude bem mais crítica em relação ao que "dá" o visor da calculadora quando a ela recorrem ... E até já estamos a pensar que, para o ano que vem, gostaríamos de generalizar esta ideia aos 7º e 8º anos e avançar para um inter-escolas do *Mentalmente & Estima-Tudo*. Por que não?



O júri. os professores apresentadores e uma proposta de cálculo mental.

O Cálculo Mental é uma competência essencial

Oficina de Cálculo Mental

ESPRV. Matemática. 9º ano. 2004/2005

Prof. João Janeiro

Prática, treina e *afina* o cálculo mental ... para dizeres NÃO à dependência da calculadora!

a) $81 + 19 =$	e) $378 + 257 =$	i) $8 \times 74 =$
b) $101 - 99 =$	f) $358 - 172 =$	j) $48 \times 25 =$
c) $123 + 654 =$	g) $0,359 + 0,41 =$	k) $300 : 4 =$
d) $1743 - 997 =$	h) $5,5 - 2,21 =$	l) $4000 : 8 =$
m) $630 \times 0,1 =$	q) $701 + 119$	u) $1,2 \times 300$
n) $50 \times 0,2 =$	r) $8003 - 102$	v) $8,21 - 1,2$
o) $300 : 0,5 =$	s) $0,01 \times 250$	w) $70,5 + 50,6$
p) $95 : 0,01 =$	t) $10 : 5000$	x) $1 : 0,002$
		y) $8,5 \times 80$
		z) $540 : 40$

São três as *razões fundamentais* pelas quais o cálculo mental e a estimativa são um assunto importante na aprendizagem curricular da Matemática:

Primeira. Porque a maior parte dos cálculos feitos no dia-a-dia são basicamente cálculos de estimação e cálculo mental, onde os métodos *standard* do cálculo algorítmico não são utilizados. O cálculo mental tem pois *uma importância prática*.

Segunda. As crianças e jovens (e também adultos que nunca frequentaram a escola) usam muitas vezes estratégias de cálculo informais em questões em contexto. portanto, o cálculo prático encaixa bem aqui, aproveitando estas estratégias *naturais* para satisfazer os objetivos. O cálculo mental tem por isso *um valor pessoal, individual*.

Terceira. O cálculo mental acrescenta uma nova dimensão ao cálculo, nomeadamente, a do cálculo não mecanicista, com base na compreensão, flexível, do cálculo orientado para a resolução de problemas dentro do sistema dos números. Tem por isso também *um valor matemático*.

[Baseado em: Treffers, A. & Moor, E. De (1990). *Prove van een nationaal programma voor de reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, deel 2- Basisvaardigheden en cijferen*. Zwijssen, pp. 89-103].

Os professores organizadores do Campeonato

Dulce Araújo e João Janeiro

Escola Secundária Padre António Vieira

Materiais para a aula de Matemática

Vamos investigar pêndulos

Esta tarefa foi planeada pensando em alunos do 2º Ciclo, contudo poderá ser adaptada a alunos do 1º ciclo ou a qualquer outro nível de ensino. Se a quisermos adaptar a alunos mais novos teremos de ter em atenção a linguagem escrita utilizada ou optarmos por introduzir a tarefa oralmente utilizando o suporte escrito, apenas, para o registo de dados e conclusões.

É fácil apercebermo-nos de aspectos da competência matemática que podem ser desenvolvidos com esta tarefa bem como dos conteúdos programáticos que lhe estão associados. Podemos dar a título de exemplo: a observação, o registo e a interpretação de dados, as medições, o raciocínio e a comunicação.

Podemos ainda, com base nas medições realizadas pelos alunos desenvolver a noção de média. Dado que estas medições não são de certo rigorosas, podemos fazer uso de valores aproximados ou/e utilizar a média dos dados registados pelos grupos para obtermos dados mais fiáveis.

Um pêndulo demora o mesmo tempo para executar uma oscilação, independentemente do peso que tenha na ponta, ou da amplitude da oscilação. Mas, quanto mais comprido for o pêndulo mais tempo demora a executar uma oscilação. Um pêndulo com um comprimento de 97,5 cm oscila 60 vezes num minuto.

Irene Segurado

E.B. 2.3 Dr. Rui Grácio

Vamos investigar pêndulos

Sabes que podes medir o tempo com um cordel?
Vamos descobrir como.

Material necessário:

- 1 novelo de cordel ou fio grosso
- 3 anilhas de metal (duas com o mesmo peso e outra com peso diferente).
- 1 cabide ou camarão
- 1 cronómetro ou um relógio que marque os segundos.
- 1 fita métrica

Procedimento:

Corta 2 pedaços de cordel de 1 m de comprimento. Ata na ponta de cada um dos cordéis uma anilha com pesos diferentes. Prende um dos cordéis ao cabide (ou camarão), desloca-o da vertical e larga-o de modo a que ele oscile. Mede o tempo que demora a oscilar 10 vezes. Procedo do mesmo modo para o outro cordel.

- Regista os dados que obtiveste

	tempo após 10 oscilações
cordel de 1 m com anilha mais leve	
cordel de 1 m com anilha mais pesada	

Faz agora a mesma experiência com cordéis de comprimentos diferentes, atando na sua ponta anilhas com o mesmo peso.

- Regista os dados que obtiveste

	tempo após 10 oscilações
cordel mais curto	
cordel mais cumprido	

- Que podes concluir acerca das experiências que efectuaste?

Ata agora uma das anilhas a um cordel com cerca de 120 cm de comprimento, prende-o ao cabide (ou camarão) e faz com que ele oscile. Conta o número de oscilações que executa em 60 segundos. Em seguida dá uma maior amplitude ao afastamento do cordel da vertical e conta o número de oscilações em 60 segundos.

- Regista os resultados que fores obtendo

	nº de oscilações após 60 segundos
maior oscilação	
menos oscilação	

Faz agora a mesma coisa com cordéis de diferentes comprimentos: 25cm, 50cm e 97,5cm. Em cada um dos casos, conta o número de vezes que o peso se move para trás e para diante em 60 segundos, e regista os resultados.

Tamanho do cordel	Número de oscilações

- Que conclus-te acerca das experiências que fizeste? Será que podes utilizar um pêndulo para te servir de relógio?

Prolongamento:

- Se quiseres podes pesquisar um pouco mais sobre pêndulos e descobrir como as descobertas que agora fizeste contribuíram para o aparecimento dos relógios de pêndulo

Adaptado de: Experiências Simples de Ciências com Materiais Disponíveis, Bertrand Editora

2005



Atletas com ciência

Dep. de Matemática da ESTG do Instituto Politécnico de Leiria

Ano Internacional da Física

Nos dias 5 e 6 de Abril a ESTG de Leiria organizou mais uma edição do *Dia Aberto*. Esta iniciativa tem como principal objectivo abrir as portas da escola à comunidade, especialmente às escolas do 3º Ciclo e Secundário deste distrito, de forma a dar a conhecer o que de melhor se faz nesta instituição de ensino superior:

Neste ano de 2005, Ano Internacional da Física e Ano Internacional do Desporto e Educação Física, o Departamento de Matemática organizou a exposição *Atletas com Ciência*, onde se pretendeu mostrar o que une a Física e a Matemática aos desportos mais diversos, tendo sempre presente o envolvimento da Matemática.

Poderá parecer que o desporto nada deve à ciência mas, na realidade, hoje o desporto de competição exige um grande conhecimento científico. A ciência procura fornecer ao atleta a pequena margem que faz a diferença, que por vezes é necessária para vencer:

Assim, o Departamento procurou dar a conhecer a ciência que se esconde por trás de diversas acções, caracterizadas por verbos, que estão presentes em diferentes desportos; aqui fica uma pequena ideia da exposição ...

ACERTAR num cesto de basquetebol, numa baliza de futebol ...



A Trigonometria, que estuda relações entre os ângulos, dá resposta a questões como "Qual a melhor posição de remate à baliza do adversário numa linha perpendicular à baliza?" ou "A que ângulo deve ser lançada uma bola a um cesto de basquetebol?".

Fazemos COLIDIR bolas no chão ou na raquete de ténis ...



A resposta a perguntas como "Como fintar um adversário com um passe picado?" ou "Quanto salta uma bola?" passa obrigatoriamente por falar em coeficiente de restituição, que compara a velocidade antes e depois do impacto de um objecto com outro, e em conservação do momento linear.

O futebolista Roberto Carlos fez **CURVAR** a bola de forma histórica para o golo contra a França ...



O Princípio de Bernoulli que relaciona velocidade e pressão e o Efeito de Magnus que explicam a deflexão de uma bola no caso de diferenças de pressão fornecem pistas para responder à questão: "A que se devem os efeitos numa bola?".

No nosso dia-a-dia estamos constantemente a **EQUILIBRAR** o corpo ...



Em actividades que envolvem equilíbrio os atletas têm de ter em conta o centro de massa: "Como não cair de um cavalo?" ou "Como é que um ginasta se equilibra na trave?".

FLUTUAR no ar e no mar ...

O Princípio de Arquimedes e a Força de impulsão são conceitos essenciais quando procuramos a resposta a: "Porque são os balões movidos a ar quente?" ou "Porque razão é tão difícil flutuar em água doce?".

IMPULSIONAR/PROPULSIONAR para chegar mais longe ...



O impulso que mede a duração da aplicação de uma força a um corpo e as forças propulsivas têm de ser considerados quando queremos satisfazer curiosidades como: "Qual o tempo de voo dos grandes saltadores?" ou "Como navegar contra o vento?".

LANÇAR um dardo ou até o próprio corpo ...



"Porque é que um atleta "corre no ar" quando salta em comprimento?" e "Como lançar um dardo ou um martelo?" são questões cuja resposta necessita ter em conta a força de gravidade e a força de resistência.

Na actualidade, MEDIR desempenhos, tempos exactos é essencial . . .



A Estatística preocupa-se em analisar os resultados e questiona-se: "Qual a precisão dos tempos de uma prova de 100 metros?" ou "Como medir o desempenho de um atleta?"

Os instantes que um jogador demora a REAGIR ao som da pistola que dita a partida são cruciais . . .



A lei do movimento uniformemente acelerado permite determinar o tempo de reacção e assim ficamos a saber "Porque são colocados vários altifalantes atrás dos blocos de partida?"

Se o leitor ficou curioso e quer conhecer melhor algumas das respostas às perguntas anteriores, saiba que a exposição está disponível para exibição, desde que requisitada à escola. De qualquer forma, lembre-se que a melhor forma de fazer desporto é sendo "UM ATLETA COM CIÊNCIA".

Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria

RODAR para não cair . . .



"Um ciclista ao descrever uma curva inclina-se e não cai; porquê?" ou "Como consegue uma patinadora atingir uma elevada velocidade de rotação?" são perguntas que surgem sem que as associemos ao momento de inércia e o momento angular, mas são estes conceitos que permitem dar a explicação a estas questões.

As bolas também podem VOAR . . .



A força de resistência ao avanço, a força de sustentação e o fluxo turbulento permitem compreender factos como "Porque é que as bolas de golfe têm *covinhas* e as de ténis têm *pêlos*?" e "Como se consegue voar sem um motor?"

Experiências sobre a Água com crianças do 7º Ciclo do Ensino Básico

Cátia Marques, Linda Duque, Márcia Silva e Helena Amaral

Este trabalho foi realizado no âmbito da cadeira de Tecnologias Educativas IV do segundo ano da licenciatura em Ciências da Educação, tendo como principal objectivo realizar algumas experiências do Projecto *Early Technical Education* (<http://www.childrengaudi.de/kigacms/basteln/info.htm?&rid=3&cid=58&tid=205&ci=ok>) nomeadamente sobre a Água com o intuito de transmitir às crianças, de um modo mais inovador e técnico, conhecimentos sobre esta temática. Para tal contactámos com uma professora do 2º Ano do Ensino Básico que se mostrou bastante disponível e com a qual começámos de imediato a planificar as actividades.

Não esquecendo que se pretendia trabalhar com crianças bastante pequenas, a primeira actividade realizada teve como objectivo realizar uma avaliação dos conhecimentos prévios das crianças sobre a água, as suas características e propriedades. Pressupunha-se que esta actividade fosse motivadora para as crianças e mobilizasse a sua atenção para as actividades a desenvolver nas sessões seguintes. Pretendia-se também criar um espaço onde as crianças fariam o re-

gisto dos conhecimentos prévios e adquiridos com as actividades a serem realizadas. Para tal preparámos uma cartolina que, com a ajuda das crianças, seria preenchida ao longo das sessões com algumas das propriedades da Água que sucessivamente iriam sendo postas em relevo.

Constatámos que as crianças aderiram bastante bem à actividade demonstrando muito interesse. Relativamente aos conhecimentos que as crianças tinham podemos afirmar que não eram muitos aprofundados mas, em contrapartida, estavam muito motivadas para a aquisição de novos conhecimentos nesta área.

Após esta actividade prosseguimos então com a realização das experiências propriamente ditas.

Os principais objectivos da primeira experiência realizada eram:

- Realçar o sentido de gosto nas crianças, visto que as crianças escreveram aquilo que saboreavam;
- Partilhar e discutir as opiniões de modo a chegarem a um consenso;



— Aprender novos conceitos relativos às propriedades da água.

Numa primeira fase, a turma foi dividida em quatro grupos, tendo cada grupo um orientador. Cada grupo terá quatro copos transparentes, numerados, com diferentes soluções, todas com o mesmo aspecto. Às crianças foi solicitado que fizessem conjecturas sobre os conteúdos dos copos. Depois de provar, pediu-se às crianças que identificassem o conteúdo de cada copo e discutissem entre si até chegar a um consenso. Esta experiência realizou-se depois de um debate sobre os perigos que poderiam advir do facto de se ingerirem substâncias confiando apenas no seu aspecto visual. Também se fizeram recomendações em relação ao comportamento a ter sempre que se procede a experiências, não provando nem ingerindo produtos. Quanto à segunda experiência pretendia-se:

— Ensinar às crianças que existem substâncias solúveis na água e que estas se dissolvem mais rapidamente na água quente do que na água fria;

— Mostrar às crianças que existe um grau de saturação da água;

— Ensinar o nome de substâncias solúveis na água (café, açúcar, sal e leite).

Cada grupo tinha quatro copos transparentes, dois com água quente e dois com água fria. Cada criança misturou uma substância num dos copos observando o que acontecia.

As crianças de cada grupo viram também o resultado das experiências dos outros grupos, visto que cada grupo tinha substâncias diferentes. Além disso os grupos que misturaram o açúcar e o sal foram acrescentando pequenas quantidades até que deixassem de ser dissolvidos. De seguida as crianças anotaram numa grelha quais as substâncias que se dissolvem e as que não se dissolvem em água fria e água quente.

No final destas duas experiências (realizadas na mesma sessão) constatámos que os objectivos foram atingidos visto que as crianças se envolveram na discussão dos resultados observados, entre elas e solicitando a intervenção dos ele-



mentos do grupo muito assertivamente. Demonstraram que estavam a compreender as actividades e os objectivos propostos.

Da discussão salientam-se as referências que foram feitas à temperatura da água e às quantidades de substância adicionadas, bem como à força utilizada na dissolução das diferentes substâncias. Os alunos defendiam que as quantidades de produto não tinham sido sempre as mesmas, salientando a necessidade de se efectuarem pesagens. Alguns defendiam acaloradamente que a temperatura da água varia o que não é possível verificar sem recurso a um termómetro. Além disso os alunos defendiam que quando juntaram sal, a água arrefeceu mais e mais depressa que o copo em que tinham juntado açúcar. Este tipo de discussão foi gerido no sentido de planificar outra experiência, em que se procedesse ao controlo da temperatura e das quantidades de substância dissolvida. Alguns alunos chamaram a atenção para o facto de a tarefa de dissolução dever ser atribuída a quem tem mais força, já que uma das explicações para algumas das observações fei-

tas, consistia em aplicar muita força na agitação do líquido.

Relativamente à terceira experiência esta visava principalmente:

- Mostrar às crianças que existem alguns objectos que flutuam na água e outros que se afundam na água mas irão flutuar no champô ou no óleo;
- Despertar nas crianças a ideia de que os objectos mais leves flutuam na água e os mais pesados flutuam nas outras substâncias;
- Incentivar as crianças para que estas descubram através do pó brilhante, os movimentos da água;
- Aprender os nomes das substâncias/objectos (mais leves) que flutuam na água e das que pelo contrário se afundam.

Antes de iniciar esta actividade, verificou-se se os frascos estavam bem limpos e sem quaisquer rótulos. Posto isto, encheram-se os frascos com água, óleo alimentar e champô.

Posteriormente foram colocados alguns objectos de peso e densidade diferentes nos frascos. As crianças observaram o que acontecia com os objectos nos frascos que possuem diferentes líquidos e foi-lhes pedido que preenchessem uma grelha com o que flutuava em cada um dos frascos. Com as informações recolhidas debateram-se possíveis explicações para as observações feitas.

Consideramos que esta actividade foi bastante pertinente visto que constatámos que muitas crianças não tinham presente o conceito de “flutuar”, pelo que a experiência foi útil pois através dela explicámos, ainda que de forma simplificada, esse conceito. Observámos ainda, que não existiram grandes discrepâncias entre os sexos das crianças no interesse/desinteresse pela actividade, tanto havia rapazes como raparigas menos interessadas. Constatámos também que as crianças em geral foram bastante participativas, interessadas e empenhadas. No final construíram-se pisa papéis com os materiais colocados dentro dos frascos, juntando em partes mais ou menos equivalentes, água, óleo e champô, aos quais se juntaram corantes diversos.

Quanto à actividade realizada na quinta sessão esta pretendia consolidar os conhecimentos adquiridos anteriormente através das experiências realizando pesquisas orientadas para a temática da Água na Internet. A partir das pesquisas realizadas em diferentes sítios, dos quais destacamos:

- www.inag.pt/jovem/index.html
- www.mundodaagua.com
- www.mars.fis.uc.pt/~cp/cab/agua/bcagua.html
- http://proformar.org/tictac/trabalhos/h1_vale_figueira/gota_agua.htm
- <http://nonio.eses.pt/asp/eusei>
- <http://www.tvcultura.com.br/aloescola/infantis/chuachuagua/jogos/flash.htm>
- <http://www1.uol.com.br/ecokids/ecossist.htm>, foi realizado um cartaz com a sistematização da informação encontrada.

Com base no que observámos, pudemos constatar que em geral, as crianças estavam todas bastante interessadas, não observando diferenças entre o interesse e participação das raparigas e dos rapazes.

Concluimos então que este trabalho foi bastante rentável em termos do que foi realizado com as crianças e gratificante. Foi assim, uma experiência muito enriquecedora do ponto de vista pessoal pois sentimos que a nossa presença foi útil e pertinente para as crianças e que de facto aprenderam alguma coisa connosco, o que foi facilitado pelo auxílio e disponibilidade da professora que nos recebeu transmitindo e depositando em nós um sentimento de confiança e segurança.

Cátia Marques, Linda Duque, Márcia Silva
Grupo de Alunas de Ciências da Educação

Ainda as Experiências com Água: otimizar experiências positivas

A presença semanal de elementos diferentes na sala de aula, trazendo propostas de trabalho e o desafio para a realização de experiências constituiu uma mais valia significativa para os alunos. Saliente-se que o grupo de alunas não tinha experiência de ensino nem de contacto com grupos de crianças desta faixa etária pelo que os problemas de comunicação foram sentidos logo no início do contacto e progressivamente resolvidos. A linguagem utilizada pelas proponentes, de acordo com o contexto em que usualmente se exprimem foi uma grande surpresa para os alunos. A linguagem utilizada no ambiente quotidiano dos alunos não inclui muitos dos termos utilizados, apesar de serem banais em ambientes culturais de classe média. A surpresa levou-os a reagir de forma instável numa primeira fase e foi necessária alguma intervenção no sentido de lhes criar suficiente à vontade para colocarem questões. Criada uma plataforma de entendimento os alunos passaram a interpelar sistematicamente o vocabulário utilizado o que criou um elemento de surpresa nas alunas. A intervenção revelou-se muito rica pelo conflito que gerou a introdução e descodificação de vocabulário e formas de expressão desconhecidas dos alunos, mas que as proponentes consideravam banal e estranho que não fosse entendida.

As situações propostas conduziram a que muitas outras questões fossem colocadas pelos alunos e que não podiam ser resolvidas no tempo de intervenção estipulado.

Uma das questões mais prementes era o desconhecimento das formas de medida de diferentes substâncias e das unidades de medição convencionais.

Considerando-se esta, uma oportunidade de dar significado a conhecimentos de medida, reorganizaram-se as actividades no sentido de proporcionar aos alunos experiências de medição com objectos diferentes em múltiplas situações e de insistência na necessidade de identificar uma unidade de medida convencional. A partir da apresentação de um pequeno texto, quase uma rábula, provocou-se a discussão sobre as diferentes formas de medida de diferentes objectos do quotidiano:

“A mãe pediu ao filho que fosse à mercearia comprar um quilo de açúcar. O rapaz, como de costume, olhou para tudo o que encontrou no percurso entre a casa e a mercearia. Quando lá chegou, pediu:

— Quero um metro de açúcar, se faz favor.

Ao que o merceeiro respondeu:

— O açúcar não se vende ao metro.

— Então dê-me um litro, por favor – retorquiu o rapaz.”

Foi manifesto o desconhecimento dos alunos das formas de medida convencionais e iniciou-se um trabalho de recolha em embalagens ou panfletos de supermercado da forma como os diferentes produtos são usualmente medidos e comercializados.



Gradualmente foi possível projectar com os alunos uma experiência de dissolução em água quente e fria, semelhante à realizada com as alunas mas controlando variáveis como a quantidade de produto dissolvido e temperatura da água, garantido que as medições realizadas tinham significado.

Recolheu-se o material de laboratório existente na escola e analisaram-se as medidas inscritas. Compararam-se vários tipos de termómetros (medição da temperatura ambiente, da febre, e os existentes na escola, com dois tipos de escalas) e decidiu-se do mais adequado para medir a temperatura da água. Pesaram-se diferentes objectos e a quantidade de açúcar correspondente a uma colher, concluindo-se que este era sensivelmente o mesmo sempre que se media uma colher de açúcar. Escreveu-se o protocolo da experiência registando os materiais, os procedimentos e os resultados esperados (hipóteses).

Durante este processo de preparação foi muito relevante as discussões em torno das diferentes medidas: pesa-se em

quilos mas a referência assinala gramas. Será este valor superior ou inferior ao quilo? Que relações é possível estabelecer?

A água mede-se em litros, muitas garrafas trazem o registo de 33 cl, os copos graduados usados para a experiência referem ml? Que medidas são estas? Como se relacionam? O termómetro de escala mais larga demora mais tempo a subir que o que tem um tubo muito fino, será que um mede mais calor na água que o outro?

Questões, deste tipo, revelaram-se fundamentais para que entre todos os alunos se estabelecesse uma forma de comunicar e um entendimento do que se estava a experimentar com significado para todos. Apesar de fazerem parte integrante do quotidiano, os significados atribuídos pelos diferentes alunos são muito diversos e existe uma tendência manifesta para introduzir explicações *fabulosas* e *fantásticas*, atribuindo aos objectos qualidades mágicas e anímicas.

Organizado o material e montada a experiência resultou uma tabela de registo (figura 1).

Experiência

Número de colheras	sal		açúcar	
	água quente	água fria	água quente	água fria
1	Sim	Sim	Sim	Sim
2	Sim	Sim	Sim	Sim
3	clã	clã	Sim	Sim
4			Sim	Sim
5			Sim	Sim
6			Sim	Sim
7			Sim	clã
8			Sim	
9			Sim	
10			Sim	
11			Sim	
12			Sim	
13			Sim	
14			Sim	
15			Sim	
16			Sim	

Figura 1.

Ficou claro para todos que o sal atingia um ponto de saturação muito mais rapidamente que o açúcar, ou seja já não se dissolvia mais, quer em água quente, quer em água fria e não foi possível diferenciar em que condições se dissolvia maior quantidade porque juntávamos sempre uma colher cheia. Para “ver melhor só juntando colheres de chá” ou “pesando com muito cuidado”.

Em relação ao açúcar, em água quente “juntámos mais de meio quilo e desapareceu sempre”, não sabemos “até quando ia desaparecer”. Alguns alunos defenderam que “ia desaparecer sempre desde que se mexesse com muita força”. Em água fria, por muita força que aplicassem na vareta que agitava a água, não conseguimos “fazer desaparecer a sétima colher”.

O mais interessante foi verificar que à medida que se juntava açúcar à água e este se dissolvia, o líquido dentro do copo graduado “aumentava”. Quando chegámos ao final da experiência, tínhamos quase 400 ml de líquido, quase o dobro que no início. Para todos era claro que era o espaço ocupado pelo açúcar que fomos juntando, mas este tinha deixado de se ver.

Novas questões se colocavam e novo processo de pesquisa necessitava ser encetado. O contacto com objectos reais, a necessidade ir aferindo as diferentes explicações e construir um significado comum para os resultados, revelou muitas dúvidas em relação a um grande número de conceitos matemáticos relativos à medida que, a não serem devidamente esclarecidos, podem tornar-se um entrave sério à aquisição de novos conhecimentos.

Helena Maria Amaral
E.B. 1 Parque Silva Porto

Revista Unión disponível na Internet

Unión é a nova revista Iberoamericana de Educação Matemática. Trata-se da publicação oficial da Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM), federação esta a que a APM aderiu recentemente. A Unión é uma revista electrónica, de acesso livre e gratuito, a que poderá aceder através do site

<http://www.fisem.org>

A direcção da revista está a cargo de Antonio Martín e Luis Balbuena, que apelam à nossa colaboração. Seja através do envio de artigos, um aspecto fundamental para a riqueza e a longevidade de qualquer revista, seja no papel de leitor interessado, que não se coíbe de fazer chegar ideias, críticas e sugestões à equipa editorial, não deixe de se envolver nesta iniciativa. O primeiro número da revista Unión está já on-line à espera da sua visita!

Quadros interactivos

Sabe o que é um quadro interactivo?

Com certeza já ouviu falar dos quadros interactivos (Whiteboard, Smartboard, ...).

Já há alguns anos que nas revistas inglesas de Matemática aparecem artigos sobre este material que me parece estar agora a começar a entrar nas nossas escolas.

O quadro interactivo é um ecrã sensível ao tacto, utilizado para apresentações e que, apenas tocando a sua superfície, permite controlar um computador directamente.

O ecrã do computador é projectado no quadro através de um projector de vídeo e o professor e os alunos podem controlar qualquer software ou aplicação multimédia, ou aceder a uma plataforma, ou à Internet, quer através do computador quer através de um toque na superfície do quadro.

A imagem é projectada no quadro e o papel normalmente desempenhado pelo rato pode, neste caso, ser feito com os dedos tocando o quadro. Claro que o rato e o teclado continuam activos e podem também ser utilizados.

Recorrendo a umas canetas especiais é possível adicionar notas que ficarão gravadas no computador se necessário.

Esta tecnologia requer um computador, um projector de vídeo e naturalmente o quadro

Na fotografia está uma sala equipada com um destes quadros, que aparece à direita

Pontos fortes geralmente apontados:

- Interactividade quer através do computador quer directamente no quadro
- rentabilização da utilização em salas só com um computador
- alguma facilidade acrescida para alunos com deficiências motoras
- possibilidade de guardar informações acrescentadas durante a aula, podendo ainda ser impressas ou publicadas na Internet

Em Portugal está a decorrer um projecto piloto de utilização do SmartBoard coordenado pelo Centro de Competência Nónio *Entre Mar e Serra* (<http://www.ccems.pt>), integrado num projecto mais geral que envolve escolas espanholas da Catalunha, Castilla e Leon e Navarra coordenadas respectivamente pela Universitat Autònoma de Barcelona, Universidad Complutense de Madrid e Universidad de Navarra.

Este projecto tem como destinatários escolas de todos os níveis de ensino de instituições públicas cooperativas ou privadas sem fins lucrativos.

Este ano estão no projecto cerca de vinte escolas portuguesas de diferentes níveis de ensino.

Depois de uma primeira fase de organização ao nível das comunidades educativas e da formação, de mobilização de apoios e parcerias, seguiu-se uma fase de implementação, que está a decorrer neste momento e que envolve, entre



outras coisas, a formação dos professores em ambiente de oficina, a elaboração de materiais, a integração dos quadros interactivos na prática lectiva, o lançamento de um portal e uma recolha de dados sobre os impactos da integração desta tecnologia nos contextos de aprendizagem.

Numa segunda fase prevê-se a integração de mais alunos e professores no projecto, a continuação da formação dos professores, um aprofundamento dos pontos mais significativos da primeira fase, debate e partilha da experiência acumulada até esse momento.

No final haverá um encontro ibérico das escolas envolvidas e finalmente a avaliação final do projecto.

Mais informações sobre este projecto em:

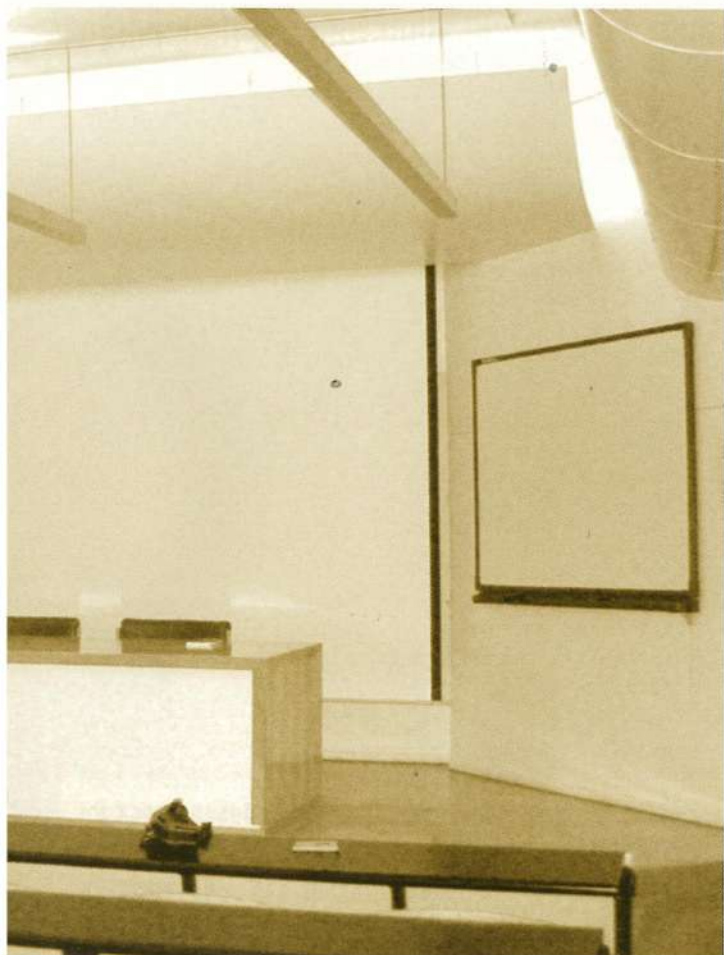
<http://www.aprenderconsmart.org/portugal/Home/tabid/55/Default.aspx>

Na Internet encontram-se muitas páginas dedicadas a este assunto.

No site

<http://www.mirandanet.ac.uk/pubs/smartboard.htm#Summary>

há um trabalho bastante completo, feito em 2000, sobre a avaliação do uso dos *whiteboards* em diferentes escolas inglesas em várias actividades e temas. Foram utilizados quer em



encontram-se indicações sobre a instalação dos quadros e respostas a perguntas mais frequentes que geralmente são colocadas sobre a sua utilização.



Em

http://www.ictadvice.org.uk/index.php?section=te&catcode=as-pres_02

página do BECTA (ICT advice for teachers) estão dados sobre a experiência inglesa e onde se diz que segundo um inquérito realizado em Outubro de 2003, 83% das escolas secundárias e 48% das escolas do primeiro ciclo tinham pelo menos um quadro interactivo.

O site contém muitas informações sobre estes quadros, como criar ou pesquisar recursos e relatos de utilizações em ambiente de aula nos vários níveis de ensino.

À procura de sites sobre aplicações para os quadros interactivos encontrei várias páginas que vale a pena serem visitadas. Por exemplo:



<http://www.illuminations.nctm.org/tools/index.aspx>

um site com actividades muito simples e com algum interesse que podem ser usadas com o quadro interactivo.

Estas actividades não precisam de ser trabalhadas recorrendo ao quadro. Podem ser utilizadas normalmente. Sugiro, a título de exemplo, uma sobre fracções que está em

http://www.illuminations.nctm.org/tools/tool_detail.aspx?id=80

Birmingham Grid for learning



http://www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_frp/client_frp/teacher/other/wboard_env/maths.htm

encontra uma boa série de actividades principalmente para os primeiros anos.

Whiteboard Tools

Useful tools from the National Numeracy Strategy



A partir do site anterior e clicando em Whiteboard resources (DfES NNS) entra numa outra página com uma nova série de actividades.

actividades de formação de professores, quer com alunos de diferentes níveis de escolaridade.

Os alunos trabalharam com software existente para estudo de ângulos em Matemática, tratamento de dados em Excel, apresentações em Powerpoint, navegação na Internet para pesquisa e importação de informação para documentos Word e ainda com o CD-ROM Encarta.

Um ponto que aparece referido várias vezes neste estudo é o apoio dado por um técnico. Mesmo tendo os professores recebido formação mínima (não mais que uma hora) para utilizar este material, o técnico esteve sempre disponível e foi da sua responsabilidade ter as salas totalmente preparadas, com tudo montado (em termos de hardware e software) para que os utilizadores não tivessem que se preocupar com qualquer questão técnica.

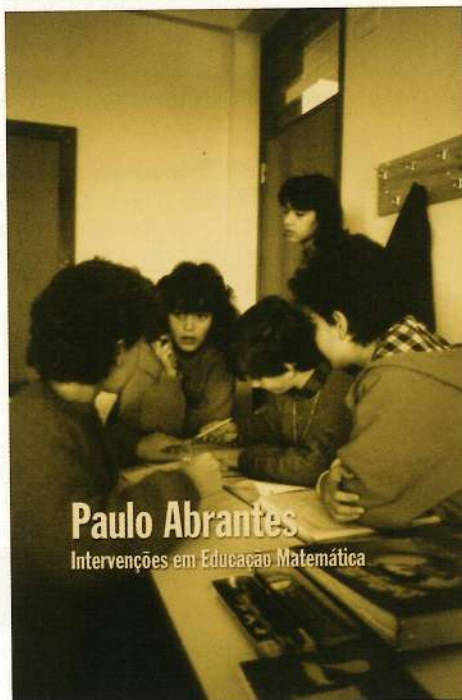
Using the SMART Board in the Classroom



Em

<http://www.kenton.k12.ky.us/SmartBoard/SMARTBoardinfo.pdf>

Publicações APM



Paulo Abrantes — Intervenções em Educação Matemática

200 pp. APM, Julho 2005
Sócio 6,00€ PVP 12,00€

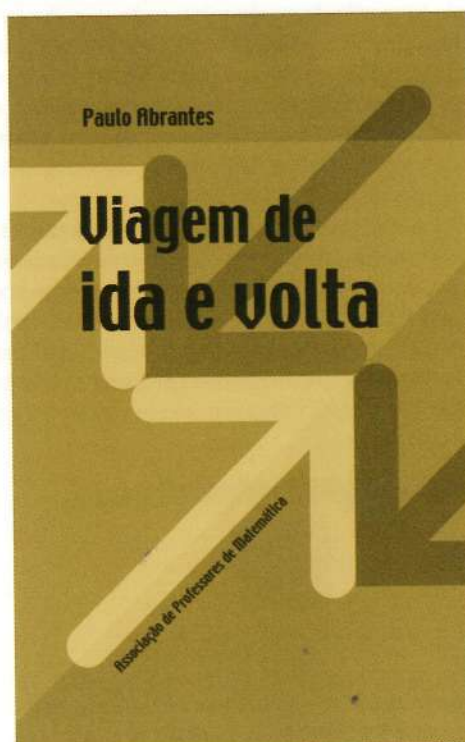
Na introdução a esta obra pode ler-se: "Paulo Abrantes é uma figura de primeiro plano da educação matemática portuguesa e internacional. Personalidade multifacetada, optimista e com múltiplos interesses pessoais, era uma pessoa com uma grande capacidade de relacionamento e que inspirava sempre muita simpatia. A par dos seus dotes de orador excepcional e de organizador com qualidades fora do comum, manifestou sempre grande dinamismo e capacidade de realização nos grupos e projectos colectivos em que se envolvia.

Ao longo de mais de vinte anos, Paulo Abrantes escreveu um grande número de textos, muitos deles em colaboração com outros autores, que se encontram dispersos por diversas publicações nacionais e estrangeiras. Constituem uma obra simultaneamente extensa e diversa de que este livro, para além do óbvio tributo que representa, pretende dar conta com uma selecção dos textos mais significativos nas áreas a que mais se dedicou."

Viagem de ida e volta


Paulo Abrantes, 60 pp. APM, Julho 2005
Sócio 4,00€ PVP 8,00€

Reedição, a propósito da organização do Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes, *Educação matemática: caminhos e encruzilhadas*, da obra com o mesmo título, publicada pela primeira vez pela APM em 1988 e reimpressa em 1990, dedicada pelo Paulo a todos aqueles que gostam de resolver problemas.



O Ambiente de Aprendizagem e a Matemática

Hélia Sousa



“O nosso papel como professores, ao estabelecer com os alunos um ambiente na aula que os encoraja a exprimir o seu pensamento e ao mesmo tempo permite que coloquem questões uns aos outros, cria, também para nós, um ambiente de aprendizagem. Não se trata apenas de um ambiente que encoraja pensamentos de ordem superior e actividades reflexivas aos nossos alunos, mas também a nós próprios”.

Wood *et al.*, [1996]

Ambiente de aprendizagem: o que significa?

Os documentos curriculares, em vigor, têm vindo a apresentar algumas referências e orientações acerca do papel do professor como principal responsável pela construção do ambiente de aprendizagem, designadamente no que se refere à aprendizagem da matemática.

Por exemplo, o *Programa do 1º Ciclo* refere:

A tarefa principal que se impõe aos professores é conseguir que as crianças, desde cedo, aprendam a gostar de Matemática. Caberá ao professor organizar os meios e criar o ambiente propício à concretização do programa, de modo a que a aprendizagem seja, na sala de aula, o reflexo do dinamismo das crianças e do desafio que a própria Matemática constitui para elas.

Só assim a Matemática se tornará aliciante e poderão as crianças continuar activas, questionadoras e imaginativas como é da sua natureza.

Ministério da Educação, 1990

Se o programa do 1º ciclo se refere ao gosto pela Matemática como um dos aspectos que os professores devem procurar que os alunos desenvolvam através das oportunidades, dos meios e ambiente que lhes proporcionam, o *Currículo Na-*

cional também destaca a importância dos alunos desenvolverem confiança e motivação para aprenderem e utilizarem a Matemática.

“A ênfase da matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo.”

Currículo Nacional, 2001

A literatura científica dos últimos anos, nomeadamente alguns estudos portugueses, tem revelado que o gosto, a confiança e a motivação para aprender e utilizar a matemática com competência estão muito relacionados com o ambiente em que a aprendizagem ocorre.

É frequente considerar-se que existe *mau ambiente* numa aula quando se verifica, por exemplo, muito barulho, confusão, indisciplina, mau relacionamento entre professor e alunos. No entanto, será que uma aula muito sossegada, silenciosa e onde os alunos são obedientes e cumpridores é — sempre — uma aula onde existe um bom ambiente de aprendizagem?

O que é um bom ambiente de aprendizagem? E um bom ambiente de aprendizagem para aprender matemática?

Segundo Ponte e Serrazina (2000), o ambiente de aprendizagem é caracterizado pelo maior ou menor envolvimento dos alunos no trabalho e pela rigidez ou informalidade nas relações entre eles e o professor. Relaciona-se com as tarefas propostas, o tipo de comunicação e negociação de significados, o modo de trabalho dos alunos e a cultura de sala de aula.

Os professores devem promover a criação de ambientes que encorajem os alunos a formular questões, a fazer conjecturas, a tomar decisões, a argumentar para justificar os seus raciocínios; ambientes em que alunos e professor estejam atentos ao pensamento e raciocínio uns dos outros e funcionem como membros de uma comunidade matemática.

E quando o ambiente de aprendizagem parece comprometido?

O caso de uma turma "difícil"

No ano lectivo 2003/04 foi-me atribuída uma turma do 2º ano de escolaridade, com 21 alunos. Tive conhecimento que esta turma no ano transacto tinha dado alguns problemas, mas aceitei o desafio julgando que pouca coisa me surpreenderia depois de 20 anos de profissão.

Constatei de imediato as principais características da turma: a ausência de regras, a agressividade e a falta de interesse pelas actividades escolares.

Depois de analisar a situação decidi, prioritariamente, concentrar as minhas energias e estratégias pedagógicas num trabalho centrado nos comportamentos, nas atitudes, no desenvolvimento da predisposição dos alunos para a aprendizagem — *construir um ambiente de aprendizagem*.

Ao tentar analisar quais seriam as causas daqueles comportamentos tão desajustados coloquei algumas questões:

Porque é que estes alunos estão tão zangados? Porque é que estão sempre a provocar situações tão conflituosas e violentas na sala de aula e no recreio? Porque é que não respeitam os colegas e os adultos? Porque é que estão tão revoltados? (Se eles não me conheciam anteriormente não podia ser nada pessoal - o que me deu alguma tranquilidade).

Como posso motivá-los? O que lhes devo propor? Como devo organizar a aula? Como vou conseguir respeitar as minhas concepções de ensino? Devo fazer cedências? Que cedências e porquê? Como trabalhar Matemática com esta turma segundo as orientações curriculares e os princípios que considero pertinentes?

Por onde começar?

Depois de analisar a situação identifiquei um conjunto de aspectos que considerei serem prioritários trabalhar com a turma.

Pretendia que os alunos:

- 1) Desenvolvessem uma atitude mais positiva em relação à aula e à escola;
- 2) Melhorassem as relações interpessoais e desenvolvessem o sentido de grupo;

- 3) Dessem sentido às aprendizagens realizadas na escola e que estivessem mais disponíveis para aprender;
- 4) Progressivamente fossem crescendo na autonomia e na responsabilidade;
- 5) Melhorassem a auto-estima;
- 6) Os pais e encarregados de educação participassem nesta batalha.

Apresentam-se, para cada um dos aspectos referidos, alguns exemplos ou relatos que procuram ilustrar o trabalho realizado:

1) Melhorar a atitude dos alunos em relação à aula e à escola

Comecei por dialogar com os alunos com verdade e autenticidade. Disse-lhes que os problemas da turma teriam que ser resolvidos no grupo. Referi-lhes frontalmente que não concordava com a violência e que havia muitas outras maneiras de proceder. Entretanto, demonstrava-lhes que os respeitava, principalmente através do cumprimento de todas as decisões tomadas na turma. Fiz algumas concessões mas sempre tendo por base uma conversa para que todos soubessem que era importante assumir aquilo que decidíamos no grupo.

As regras foram sempre construídas a partir das necessidades, impostas pelas situações. E sempre negociadas por todos. Apesar de, por vezes, ser tentada a usar o meu poder de professora rejeitei sempre o autoritarismo. No entanto, fui sempre bem clara sobre o meu papel e disse-lhes várias vezes que queria ser uma professora responsável e competente. Apesar de não aceitar o autoritarismo achei muito importante que os alunos se apercebessem da minha autoridade, visto eu ser uma pessoa adulta, com responsabilidades e compromissos profissionais. Por outro lado, eu também tinha a consciência de que os alunos precisavam de referências que os ajudassem a estruturar o pensamento e a acção e lhes dessem segurança. Procurei ser assertiva e objectiva nas propostas que lhes fazia.

Comecei a notar um crescimento na capacidade de análise das situações, principalmente pela parte de alguns alunos. Algumas vezes esses alunos chamavam a atenção dos outros pelo não cumprimento das regras estabelecidas. E a pouco e pouco todos iam conseguindo revelar progressos. Também fui introduzindo registos, que foram evoluindo conforme as necessidades, com o objectivo dos alunos manifestarem as suas opiniões e reflexões. Por exemplo: o cartaz "achei bem" e "achei mal" e o diário de turma¹. Estes registos eram lidos e discutidos na assembleia semanal e foram importantes na regulação dos comportamentos e no desenvolvimento das atitudes.

2) Uma melhor sociabilidade e sentido do grupo

Era nítido que havia na turma problemas do foro interpessoal e não existia identidade nem sentido de grupo.

No dia de S. Martinho havia uma festa na escola. Aproveitei o dia para festejar a amizade. Cada aluno construiu um boneco (os rapazes um *menino* e as raparigas uma *menina*) e uma castanha, usando cartolinas e materiais diversos. Depois ligámos tudo, ficaram todos de mãos dadas e ligados

também às castanhas. Disse-lhes que aquele trabalho simbolizava a nossa amizade porque só fazia sentido fazer festas se fossemos amigos e era preciso não nos esquecermos disso em todos os momentos. Por isso aquele trabalho ia lembrar-nos. E lembrou. No final do ano quando estávamos a preparar os trabalhos para a exposição da escola uma aluna disse-me:

“Professora pomos aquele trabalho?

Qual?

Aquele quando aprendemos o que é a amizade ...”

E, este é apenas um exemplo de como fomos construindo, passo a passo, uma melhor relação entre todos. Retrata, também, uma necessidade sentida de recorrer a *simbolismos* para trabalhar algumas questões, pois percebia-se que algumas palavras começavam a estar muito gastas e desprovidas de sentido.

3) Que dessem sentido às aprendizagens realizadas na escola e que estivessem disponíveis para aprender

Inicialmente, eu notava que os alunos não revelavam muito interesse pelas aprendizagens. Então decidi ter bastante preocupação com as tarefas que lhes propunha. Disse-lhes que diariamente devíamos trabalhar Língua Portuguesa e Matemática e, também, tínhamos que estudar outras coisas, mas às vezes estava tudo ligado. E começámos a fazer uma agenda semanal com aquelas *coisas* que tinham dias ou horários certos, para eles começarem a perceber que tínhamos compromissos e também para começarem a ter rotinas.

Privilegiei a literatura infantil para trabalhar a Língua Portuguesa. Também escrevia textos que os alunos me diziam e trabalhávamos a partir deles. Utilizava essas histórias e textos para trabalhar a Matemática. Assim, os problemas estavam sempre relacionados com as histórias, as tarefas estavam sempre muito relacionadas com aquilo que íamos fazendo e vivendo diariamente.

Exemplo de questões relacionadas com uma história

A história dos sete cabritinhos

Quantos olhos têm os sete cabritinhos?

E quantas patas?

E se forem 10 cabritinhos, quantos olhos têm?

E se forem 20?

...

Na história, quando o lobo apanhou 3 cabritinhos, quantos faltavam ainda apanhar?

Trabalhava com eles tudo o que me parecia que lhes fazia sentido, que eles entendiam porque o estávamos a fazer. Isso obrigou-me a um trabalho diário intenso porque todos os materiais eram construídos diariamente. Mas apercebi-me que estes alunos começavam a gostar das aulas e as aprendizagens começavam a fazer sentido para eles. O melhor indi-

gador que tive foi a rapidez com que começavam a progredir na leitura, na escrita, nas contagens, no cálculo, etc.

4) Que progressivamente fossem crescendo na autonomia e na responsabilidade

Autonomia e responsabilidade no processo de aprendizagem eram aspectos que não se verificavam nesta turma, mas que eu considero fundamentais no processo de aprendizagem.

Comecei a conversar com os alunos sobre o que podiam fazer em alguns momentos da aula em que seriam eles a escolher as actividades. Mostraram interesse pela ideia:

“Podemos fazer o que quisermos?”

“Sim. Mas têm que mostrar trabalho.”

Disse-lhes que iriam ter um plano individual de trabalho — PIT — onde registariam todo o trabalho que fizessem nesse tempo, semanalmente.

“Mas atenção, não é PIB (plano individual da brincadeira). É PIT.”

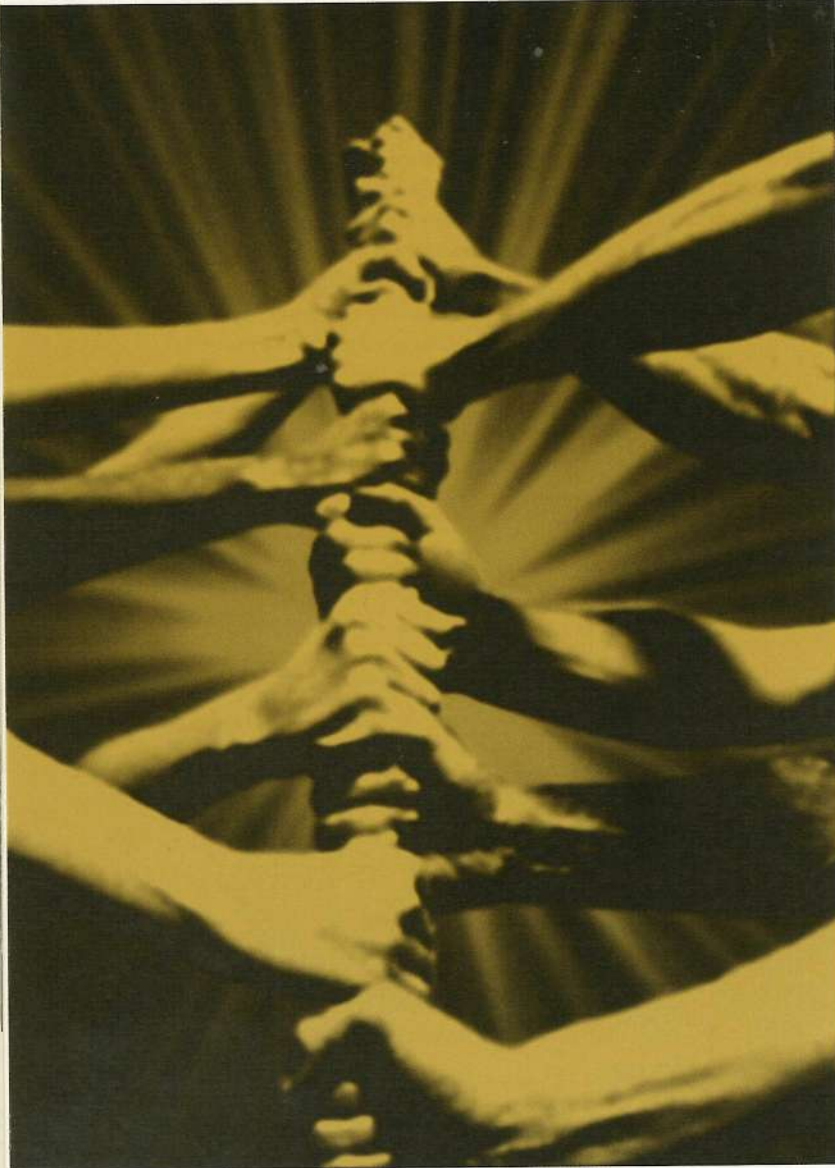
Diariamente fazíamos o balanço do trabalho realizado. De início as coisas não corriam muito bem. Na verdade, durante algum tempo só escolhiam as actividades lúdicas e que não envolvessem muito esforço. Por exemplo: jogos, construções, desenhos, etc. Essa situação não me satisfazia totalmente. Disse-lhes que precisavam de escolher ficheiros de leitura e escrita, ficheiros de Matemática, etc. No entanto, eles não aderiam a essas propostas. Como mostravam muito interesse em escrever no quadro, combinámos que *escrever no quadro* também podia ser uma actividade a escolher. Passado um tempo já lhes propus alguns trabalhos de pesquisa e mais tarde já se envolveram em pequenos projectos de trabalho. Comecei a observar sinais de autonomia e responsabilidade cada vez mais evidentes o que era um salto qualitativo muito significativo nesta turma.

6) Que melhorassem a auto-estima

Estes alunos também revelavam uma baixa auto-estima. Por exemplo, tinham o hábito de dizer “não gosto”, “não quero”, “não sei”. Na verdade alguns alunos rejeitavam todo o tipo de tarefas e outros preferiam não realizar os trabalhos propostos, principalmente quando exigiam esforço e concentração. Encontrei um livro na literatura infantil² muito interessante e uma das histórias desse livro teve um papel muito positivo na superação do problema.

Também dei preferência ao trabalho a pares e em pequeno grupo. Esses modos de trabalho facilitavam a organização das actividades uma vez que havia diferentes níveis de aprendizagem, as tarefas nem sempre eram iguais para todos e, assim, tornava-se mais fácil a inter-ajuda.

Os grupos variavam muito conforme os objectivos do trabalho. Umás vezes, formavam-se grupos homogéneos, outras, heterogéneos, bem como as amizades também tinham influência. Nunca forcei nenhum aluno a trabalhar com quem não gostasse. Mas sempre incentivei a ajuda e o apoio a quem precisasse. Muitas vezes toda a turma estava em interacção para a realização de um trabalho. Assim todos beneficiavam.



7] Que os pais e encarregados de educação participassem nesta batalha

Logo no início convoquei uma reunião e conversei abertamente com os encarregados de educação sobre a situação da turma. Disse-lhes que a ajuda de todos era importante e que não iria aceitar certos comportamentos. Durante o ano convoquei os pais sempre que necessário e o facto de me apoiarem deu-me uma força muito grande.

E a Matemática?

Como foi possível trabalhar a Matemática com esta turma?

Frequentemente este tipo de turmas problemáticas interferem com o trabalho que se faz na área da matemática nos primeiros anos, embora nem sempre as opções que se tomam sejam as mais adequadas, principalmente quando os alunos ficam privados de experiências pedagógicas ricas. Portanto,

o professor precisa de ter bem presente o que pretende e não ceder perante os obstáculos.

Neste texto privilegia-se a reflexão sobre alguns aspectos relacionados com as características da turma e que de certa forma dificultaram ou determinaram o trabalho que se desenvolveu na área da matemática.

Interacção? Ou cada um por si?

Perante uma turma com as características já referidas foi preciso usar todas as estratégias possíveis para conseguir que os alunos alcançassem melhores resultados e não ficassem numa situação de insucesso, nomeadamente na aprendizagem da matemática.

Uma estratégia fundamental foi o trabalho cooperativo. Apesar das dificuldades que existiam na interacção entre os alunos segundo algumas normas sociais nunca desisti de acreditar e de insistir nessa modalidade de trabalho.

Muitos autores têm vindo a defender a importância do trabalho cooperativo e das interacções sociais na aprendizagem da matemática. Por exemplo, César (2000) através de diversos estudos tem vindo a demonstrar que o trabalho a pares contribui para o desenvolvimento sociocognitivo dos alunos e promove a apreensão de conhecimentos e a aquisição de competências matemáticas. No entanto, é necessário criar um clima de sala de aula que propicie o estabelecimento de interacções ricas.

O conceito de *contrato didáctico* está associado a esta ideia de clima de sala de aula. Trata-se de um conjunto de regras que rege a relação didáctica estabelecida entre os diversos actores que interagem numa sala de aula. Para criar um ambiente propício ao trabalho a pares e em que os alunos se sintam estimulados e confiantes há algumas regras que precisam de estar clarificadas, assumidas e aceites por todos. Por exemplo:

“Os alunos devem ajudar-se mutuamente, devem formular conjecturas e testá-las, devem saber explicar aos colegas o que pensaram e como resolveram as tarefas que lhes foram propostas, devem pôr questões aos colegas que estão a explicar as resoluções que fizeram sempre que as tenham percebido. Neste novo contrato didáctico responder ao acaso, só para verem se acertam, já não compensa, pois é necessário explicar como se pensou.”

César, 2000 (p. 55)

Dificuldades na leitura

Uma questão que me preocupava, inicialmente, era o facto dos alunos ainda estarem a dar os primeiros passos na aprendizagem da leitura. Muitas vezes, quando os alunos, no 2º ano de escolaridade, ainda não conseguem ler ficam limitados no tipo de tarefas que lhes é proposto, principalmente porque não têm autonomia na leitura dos enunciados.

Para combater essa dificuldade procurei trabalhar as situações problemáticas partindo da oralidade ou lendo com os alunos as propostas de modo a que a dificuldade na sua leitura não impedisse qualquer aluno de se envolver nas situações. Também optei por não constituir os grupos com base no critério: *os que sabem ler e os que não sabem*. Assim,

como todos os grupos tinham alunos que já liam, esses foram incentivados a apoiar os que ainda não conseguiam. As actividades de grupo eram muito favoráveis porque estimulavam os alunos a envolverem-se e a não ficarem de fora por não serem capazes de entender a tarefa.

A comunicação

No início, a comunicação e, particularmente a comunicação matemática, era difícil, falavam todos ao mesmo tempo e interrompiam frequentemente. A maioria das vezes diziam coisas sem interesse, despropositadas, não se concentravam no essencial, falavam por falar. Não foi fácil conseguir que os alunos entendessem a necessidade de nos ouvirmos uns aos outros com determinadas regras e com o propósito de se discutirem ideias e assuntos relacionados com os conteúdos de aprendizagem. Demorou algum tempo e foi preciso ter paciência. No entanto, trata-se de uma questão transversal e esteve sempre a ser trabalhada, desde o primeiro dia.

Os documentos oficiais em vigor apontam a comunicação, designadamente a comunicação matemática, como uma das competências a desenvolver desde os primeiros anos. Segundo Yackel *et al.* (1990) a comunicação com sucesso exige a negociação de intenções e depende de todos os elementos da classe expressarem respeito e apoio pelas ideias uns dos outros.

“Ao permitir que uma criança prossiga com um explicação mesmo quando a resposta é errada, o professor mostra que ele não é a única autoridade na aula a quem as crianças têm de perguntar se a sua resposta é certa ou errada. As crianças são capazes de tomar essas decisões por si mesmas. A autoridade matemática não reside só no professor, mas no professor e nas crianças como uma comunidade intelectual.” (p. 18)

Ainda segundo estes investigadores, quando são dadas às crianças oportunidades de comunicação sobre a Matemática e sobre a compreensão da Matemática, é que surgem verdadeiras situações de comunicação, as quais são boas oportunidades para aprender Matemática.

As tarefas

O Currículo Nacional destaca como fundamental que os alunos tenham oportunidade de viver experiências de aprendizagem diversificadas destacando: a *resolução de problemas*, as *actividades de investigação*, a *realização de projectos* e os *jogos*; considera também a importância da prática compreensiva de procedimentos. Também nesse documento se chama a atenção para a exploração de conexões, a utilização das tecnologias e de materiais manipuláveis e a comunicação matemática.

Foi à luz destas orientações que procurei trabalhar a Matemática. Por vezes, este tipo de turmas leva os professores a pensarem que não se deve exigir muito, que os alunos não conseguem alcançar raciocínios elaborados. Mas alguns investigadores têm vindo a demonstrar que não é assim. Por exemplo, Resnick (1987) refere que ao fazer-se isso está a afastar-se os alunos da possibilidade de desenvolverem capacidades de nível superior que todos os alunos têm o direito a desenvolver na escola.

Como contornei então essa dificuldade?

Uma das principais preocupações que tive foi levar os alunos a compreenderem e a utilizarem um conjunto de estratégias de cálculo que os ajudasse a desenvolver o sentido de número e as competências de cálculo. Para isso, percebi que era importante estimular os alunos a desenvolverem métodos próprios de cálculo e procurar que partilhassem e aumentassem o conhecimento acerca de diversas estratégias *inteligentes*, antes de lhes ensinar técnicas ou procedimentos, designadamente os algoritmos.

Por exemplo:

Calcula:

$$1) \quad 49 + 65 = 114$$

$$1 + 10 + 5 + 5 + 30 + 14 = 65$$

$$50 + 10$$

$$49 + 65 = 50 + 60 + 5 - 1 = 114$$

Neste caso, uma aluna utilizou duas estratégias:

1ª) Começou por decompor o número 65 e fez logo alguns agrupamentos ($10 + 5 + 5 + 30 = 50$), porque era um número acessível para a aluna, depois recorreu à *linha numérica vazia* e, começando no 49 foi dando saltos que lhe deram jeito para adicionar 65. Começou por uma aproximação à dezena ($49 + 1 = 50$), depois juntou 50 porque foi fácil ($50 + 50 = 100$) e, finalmente, adicionou 14. Verificou que o resultado é 114. Este processo permitiu-lhe fazer este cálculo ainda sem ter aprendido a adição com transporte e, teve a vantagem de poder trabalhar com o número como um todo e não em colunas (isolando partes do número) como no algoritmo tradicional. Assim, tornou-se mais fácil usar sentido crítico relativamente ao resultado e evitar alguns erros que resultam em respostas absurdas.

2ª) Começou por uma aproximação à dezena, utilizou a decomposição e finalmente fez a compensação.

Estes processos são significativos e potentes porque implicam uma compreensão dos números e não uma mera aplicação mecânica de uma técnica. Depois de explorar muitas situações problemáticas que envolvessem cálculos deste

tipo e que envolvessem o sentido da adição foi introduzido o algoritmo.

2º exemplo:

$$2) \quad 99 - 12 = 87$$

$99 - 12 = 87$	$99 - 10 = 89 - 2 = 87$
	$99 - 9 = 90 - 3 = 87$

Neste caso, a aluna começou por retirar 10 (1 dezena) porque era fácil. Depois retirou 2 porque $10+2=12$.

Em seguida, experimentou outra maneira diferente. Primeiro tirou 9 porque era fácil tirar 9 a 99. Depois tirou mais 3 para fazer os 12. E também chegou ao resultado.

Para fazer este cálculo não precisou de saber o algoritmo. E teve as mesmas vantagens explicitadas em cima.

Para cada uma das operações os alunos tiveram a oportunidade de resolver inúmeras situações. Só depois dos alunos terem compreendido bem o sentido das operações os algoritmos foram introduzidos de acordo com o desenvolvimento da turma e as necessidades do currículo.

Para trabalhar situações mais complexas, por exemplo, alguns problemas, começava por lhes propor que fizessem uma primeira exploração a pares ou em pequeno grupo, mas depois trabalhava em colectivo. Colocava questões à turma, a partir das respostas que iam surgindo, colocava novas questões, dava pistas, procurava questionar o maior número de alunos possível, aproveitava o que cada aluno dizia para colocar novas questões, com muito dinamismo para que a aula tivesse ritmo. Depois encorajava um aluno a ir ao quadro registar uma solução e sugeria a outros alunos que apresentassem outras soluções. Finalmente todos copiavam para o caderno as várias soluções.

Como já referi atrás, procurei que as tarefas fizessem sentido para os alunos e tinha muita preocupação com os contextos das situações que lhes apresentava. A utilização de materiais e alguns jogos também contribuíram para estimular os alunos e criar-lhes maior gosto pelas actividades.

Reflexões finais

O balanço do trabalho realizado com esta turma tem sido muito positivo. Todo o trabalho desenvolvido ao nível dos afectos e das relações interpessoais, a gestão conjunta da vida da aula nos seus vários aspectos, enfim, ter-se construído um melhor ambiente de aprendizagem foi fundamental para que os alunos desenvolvessem as suas competências nas várias áreas curriculares.

Tenho a satisfação de verificar o gosto que estes alunos têm desenvolvido pela aprendizagem, sendo a matemática uma das áreas favoritas de um grande número de crianças e,

também, a satisfação acerca dos resultados que têm conseguido.

O professor como dinamizador de ambientes de aprendizagem ricos e potenciadores do desenvolvimento de competências é um papel desafiante, particularmente difícil e complexo em contextos como o que aqui relatei, mas também muito compensador porque as crianças são as primeiras a provar-nos que vale a pena investir nelas.

Notas

1 *Diário de turma* — Instrumento regulador do funcionamento da turma (folha de papel dividido em colunas, tendo a 1ª coluna *Gosto* a 2ª *Não gosto*, a 3ª *Perguntas e avisos* e a 4ª e última *Desejos*) elaborado pela professora ou pelos alunos onde todos podem escrever livremente sempre que o desejem, principalmente registos relacionados com a vida da turma, semanalmente. Este documento serve de base de diálogo, todas as semanas, no Conselho de turma.

2 “Histórias para meninos não quero” — Gradiva

Referências bibliográficas

- APM, (2005). *Desenvolvendo o sentido do número — perspectivas e exigências curriculares* (Materiais para o educador e para o professor do 1º ciclo).
- César, M. (2000). *Interacções sociais e Matemática: Ventos de mudança nas práticas de sala de aula*. Em C. Monteiro et al. (org.) *Interacções na aula de Matemática*. Actas do VI Encontro Nacional, Viseu: SPCE, 47–84.
- DEB (2001). *Currículo Nacional de Ensino Básico: competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- DGEB (1990). *Programa do 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. e Serrazina, L. (2000). *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Sousa, H. (2003). *A aprendizagem da Matemática e o trabalho de projecto numa perspectiva de matemática para todos*. Tese de Mestrado. Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências. Lisboa: APM.
- Wood, et al. (1996). *Criar um ambiente na aula para falar sobre matemática*. *Educação e Matemática*, 40, 39–43.
- Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Wheatley, G., Merkel, G. (1990). *The importance of Social Interaction Children’s Construction of Mathematical knowledge*. In *Teaching and Learning mathematics in the 1990s*. NCTM: USA.

Hélia Sousa
EB1/J1 da Portela

Notícias do XIV EIEM

Teresa Pimentel e Lina Fonseca



O Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM), promovido pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, realiza-se anualmente e destina-se a todos os professores e educadores, investigadores e docentes de cursos de formação inicial de professores que se interessam pelo trabalho investigativo na aprendizagem, na formação e na prática profissional.

O XIV EIEM realizou-se em Caminha, nos dias 17, 18 e 19 de Abril, subordinado ao tema *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Foram objectivos do encontro:

- Reflectir sobre o ensino e aprendizagem do número e da álgebra;
- Promover a apresentação e discussão de experiências no âmbito do processo de ensino e aprendizagem do número e da álgebra, desde o Jardim de Infância e passando pelos vários níveis de ensino até à formação de professores, quer inicial quer contínua;
- Divulgar projectos de investigação na área do pensamento numérico e algébrico.

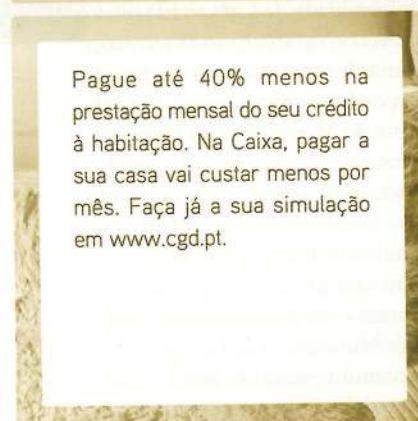
Os participantes organizaram-se em três grupos de discussão em que o tema foi abordado segundo as seguintes perspectivas: (a) Desenvolvimento Curricular, (b) Ensino/Aprendizagem e (c) Tecnologias. Nestes grupos foram apresentadas diversas comunicações orais, num total de dezasseis, tendo sido motivadoras de discussão entre os participantes, no sentido de permitirem reflexão e debate sobre as temáticas abordadas.

No decurso do encontro foram também realizadas conferências plenárias por professores convidados, a saber: *Números e álgebra no currículo escolar*, por João Pedro da Ponte da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa; *El sentido de los símbolos*, por Abraham Arcavi do Instituto Weizmann da Ciência, Israel; *Componentes de la investigación en pensamiento numérico y algebraico*, por Bernardo Gómez da Universidade de Valência; e *Formação Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática*, pelo Grupo de trabalho SPM, GTI, SPCE representado por Eduardo Veloso, Isabel Rocha, Leonor Santos, Lurdes Serrazina e Susana Nápoles. Houve ainda lugar a um painel intitulado *Ensino e aprendizagem dos Números e a Álgebra: que problemas, que desafios?* moderado por Fátima Guimarães e onde intervieram, além dos convidados referidos, Jorge Nuno Silva da Universidade de Lisboa. Este encontro constituiu, segundo nos foi dado ver, um espaço de divulgação e debate que envolveu de forma muito positiva todos os participantes.

Além dos trabalhos houve também um programa cultural: ao fim da tarde do segundo dia realizou-se um passeio de autocarro à Serra d'Arga onde os participantes puderam ter alguma informação sobre os modos de vida e a cultura dos seus habitantes, visitar o convento de S. João de Arga e ver do alto a deslumbrante paisagem da foz do rio Minho. De seguida jantou-se na freguesia de Dém onde o grupo folclórico local proporcionou momentos de descontração e convívio.

Pensamos que os pormenores organizativos foram do agrado dos participantes. Esperamos para o ano encontrarmos em Monte Gordo!

Teresa Pimentel e Lina Fonseca
Escola Superior de Educação de Viana do Castelo



REDUZA A SUA
PRESTAÇÃO
MESMO SEM
TROCAR DE CASA.
**CRÉDITO
HABITAÇÃO
T30**




**Caixa Geral
de Depósitos**
HÁ MAIS NA CAIXA
DO QUE VOCÊ IMAGINA.

Pague até 40% menos na prestação mensal do seu crédito à habitação. Na Caixa, pagar a sua casa vai custar menos por mês. Faça já a sua simulação em www.cgd.pt.

■ www.cgd.pt ■ Caixadirecta: 707 24 24 24



VIII Encontro **A Matemática nos Primeiros Anos**

Maria Paula Neves e Sónia Félix

Este Encontro decorreu entre 31 de Março e 1 de Abril de 2005 na Sede de Agrupamento de Escolas da Benedita e reuniu um total de 300 participantes. Dentre os quais destacam-se Professores do 1º e 2º Ciclos, Educadores de Infância e Pais, oriundos de vários pontos do país. De salientar o elevado número de participantes, mesmo tendo em conta o facto do Encontro se ter realizado durante uma época de interrupção lectiva, e a grande percentagem de jovens professores e educadores, que procuram novos desafios no ensino da Matemática.

As sessões de trabalho desenrolaram-se entre o Centro Cultural da Benedita e a Escola Básica 2 de Frei António Brandão, espaços contíguos que proporcionaram aos participantes um calmo e agradável Encontro, onde foi possível aprender e reflectir sobre práticas pedagógicas.

Propôs-se para este Encontro diversidade e inovação que foram conseguidas através da exploração de temas como: *Da Língua à Matemática — Viagens de Ida e Volta* e, iniciada a viagem por mundos pouco habituais, interliga-se Matemática e TIC; Música e Matemática; Pintura e Matemática e Expressão Dramática e Matemática.

Viajando por um mundo matemático e suas inserções, aportamos em temas já habituais nestes Encontros, perspectivando sempre um maior sucesso matemático dos alunos: cálculo mental; sentido do número; algoritmos; relações numéricas; representações dos alunos ou ainda actividades matemáticas no ensino pré-escolar.

Como culminar da viagem pretendia-se chegar à Relação Escola – Família, no sentido dos professores promoverem entre os alunos e o contexto familiar uma ligação que conduza ao interesse e motivação pelas actividades desenvolvidas na escola. Interesse que se perspectiva contagiante e facilitador dessa mesma relação, na realização dos trabalhos de casa ou outras actividades de investigação.

Fica assim a grata recordação deste encontro que esperamos ver repercutido por muito tempo.

Maria Paula Neves

E.B. 1 nº2 de Oeiras

Sónia Félix

E.B. 2.3 Mário de São Carneiro

XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática



O XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática, organizado pelo Grupo de Trabalho de Investigação da APM, vai realizar-se nos dias 7 e 8 de Novembro de 2005, em Évora, na Escola secundária Gabriel Pereira. Este Seminário pretende constituir um espaço de divulgação e debate das principais linhas de investigação nacional e internacional em Educação Matemática.

Para mais informações contacte através do endereço siemxvi@ese.ips.pt ou consulte a página do XVI SIEM em <http://fordis.ese.ips.pt/siem/>.

The 29th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education



Esta Conferência Internacional realiza-se em Melbourne, Austrália, entre 10 e 15 de Julho de 2005.

Para mais informações consultar a página

<http://staff.edfac.unimelb.edu.au/~chick/PM29/>

ICTMA XIII

A 13ª conferência Internacional sobre Modelação Matemática e aplicações decorrerá em Dhulikhel, no Nepal, de 23 a 27 de Julho de 2007. Para mais informações consulte a página de Internet, <http://www.ku.edu.np/ictma13.htm>

V CAREM

Conferência Argentina de Educação Matemática



A SOAREM — Sociedad Argentina de Educación Matemática vai realizar nos dias 5, 6 e 7 de Outubro de 2005 a V Conferência Argentina de Educação Matemática, a decorrer no Instituto del Profesorado Sagrado Corazón, na cidade de Buenos Aires. Mais informações sobre este evento em

http://www.soarem.org.ar/CAREM/base_3/carem.htm.

III CIEM

Congresso Internacional de Ensino da Matemática



A Universidade Luterana do Brasil vai promover o III Encontro Internacional de Ensino de Matemática que ocorrerá no Campus Canoas, Rio Grande do Sul, nos dias 20, 21 e 22 de Outubro de 2005.

Este encontro congrega professores, investigadores e instituições de ensino do Brasil e de alguns países convidados, tais como: Argentina, Bolívia, Espanha, Itália, México e Venezuela. Mais informações em

<http://www.ulbra.br/ciem2005>.

ProfMat 2005

ProfMat 2005

Évora - 20 anos de encontros

O ProfMat vai realizar-se em Évora de 9 a 12 de Novembro de 2005, na Escola Secundária Gabriel Pereira. Mais informações em

<http://profmat2005.apm.pt>

Mais perto da APM

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição ligada ao Ensino da Matemática, abrangendo todos os níveis de escolaridade. Um dos seus objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na vida política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais. Descrevem-se, de seguida, as condições de adesão à APM:

Quadro 1

Sócio	Sócio residente no estrangeiro	Sócio Estudante	Sócio Aposentado	@-Sócio*
44,50€	48,50€	31,50€	35,00€	35,00€
Revista <i>Educação e Matemática</i> impressa e <i>on-line</i> (saem 5 números por ano e uma delas é temática)				Revista <i>Educação e Matemática on-line</i>
APMinformação impresso e <i>on-line</i> (5 números por ano)				APMinformação <i>on-line</i>
Opção de assinatura da revista <i>Quadrante</i> impressa (2 números por ano -10,50 €)				
Acesso à zona <i>on-line</i> para sócios				
Beneficiar de desconto nas inscrições para os Encontros promovidos pela APM (30 a 40%)				
Usufruir de desconto na aquisição das edições APM: 50% sobre o preço de capa				
Usufruir de desconto na aquisição de publicações de outras editoras: 15% sobre o preço de capa				
Beneficiar dos acordos resultantes dos protocolos da APM com outras instituições				
Ter acesso prioritário a todo o material do Centro de Recursos de acordo com o seu regulamento				
Poder recorrer à APM para divulgação de iniciativas no âmbito da Educação Matemática, através de propostas enviadas à Direcção				

* O estatuto de @-sócio oferece muitos benefícios, mas não inclui acesso à **informação impressa**.

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www2.apm.pt/portal/index.php?id=19336

Instituições

Quadro 2

Opções	Valor
Opção 1 Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> (5 números)	33€
Opção 2 Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	20€
Opção 3 A Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> (5 números); APMinformação (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	44€
B Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	15€
Opção 4 A Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> – 2 exemplares de cada número (5 números); APMinformação (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	63€
B Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	15€

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www2.apm.pt/portal/index.php?id=19336

Publicações — Loja on-line

Agora já pode encomendar as publicações da APM na nossa loja virtual, no endereço <http://loja.apm.pt/index.asp>, onde tem todas as informações sobre as modalidades de pagamento. A sua encomenda ser-lhe-á enviada pelo correio.

Editorial

- 01 Retenção, para quê?
Paula Teixeira

Artigos

- 03 Paulo Abrantes e a formação de professores: contributos na Educação e Matemática
João Pedro da Ponte
- 09 A calculadora na aula de Matemática: duas actividades de investigação realizadas numa turma do 6º ano
Graça Zenhas
- 18 Mentalmente e Estima-Tudo: campeonato de cálculo mental e estimativa
Dulce Araújo e João Janeiro
- 35 O ambiente de Aprendizagem e a Matemática
Hélia Sousa
- 41 Notícias do XIV EIEM
Teresa Pimentel e Lina Fonseca
- 35 VIII Encontro A Matemática nos Primeiros Anos
Maria Paula Neves e Sónia Félix

Secções

- 15 O problema deste número *José Paulo Viana*
A grande final
- 32 Tecnologias na educação matemática *Branca Silveira*
Quadros interactivos
- 06 Actualidades *Adelina Precarado e Lina Brunheira*
Chumbar porquê e para quê?
- 21 Materiais para a aula de Matemática
Vamos investigar pêndulos
- 16 Pontos de vista, reacções e ideias
Os produtos da rã *Isabel Gil*
Encontro de professores do 1º ciclo na Benedita *José Maria de Oliveira*
- 23 Ano Internacional da Física
Atletas com ciência
Dep. de Matemática da ESTG do Instituto Politécnico de Leiria
Experiências sobre a Água com crianças do 1º Ciclo do Ensino Básico
Cátia Marques, Linda Duque, Márcia Silva e Helena Amaral
- 44 Encontros