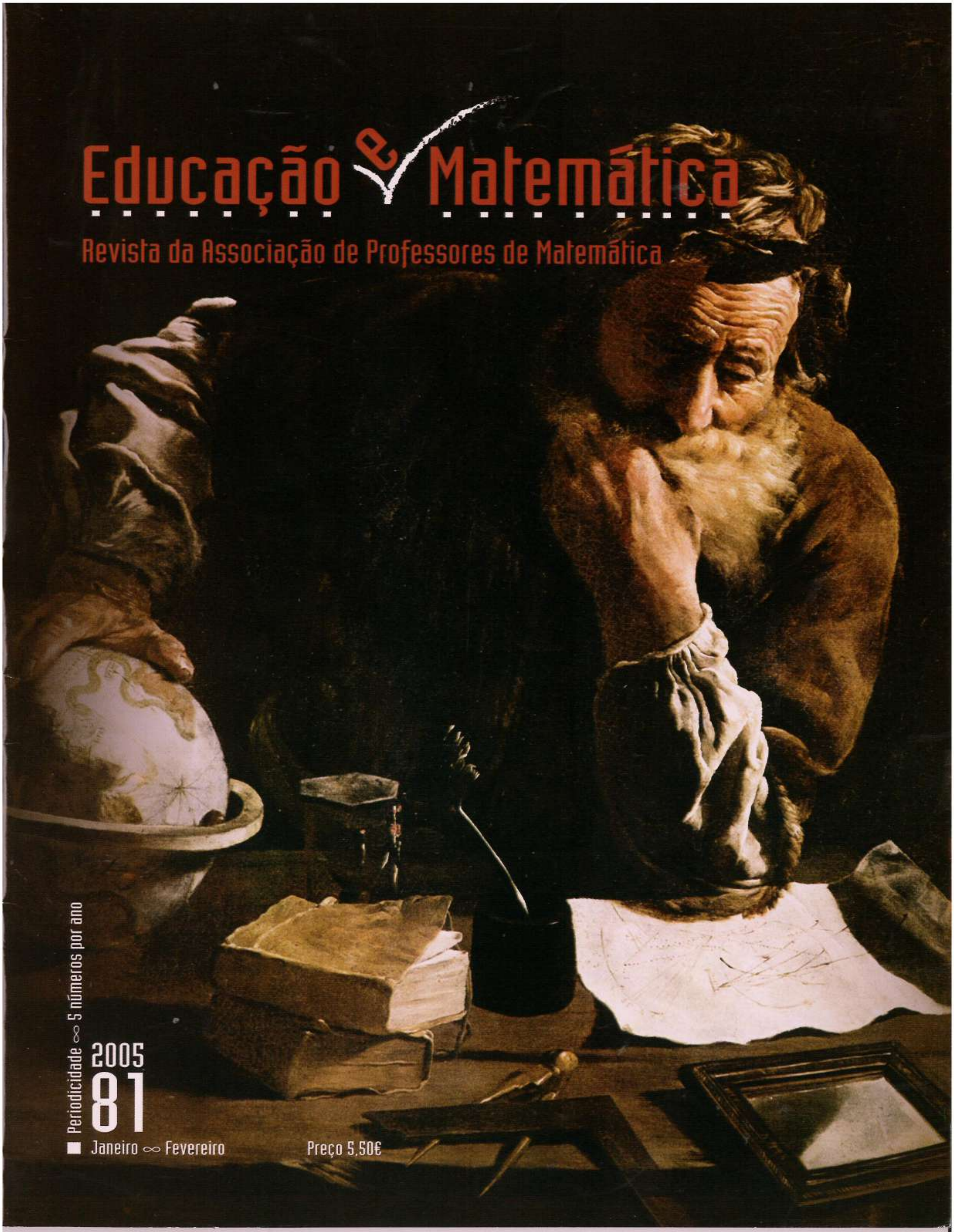
Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática



Periodicidade ∞ 5 números por ano
2005
81
Janeiro ∞ Fevereiro
Preço 5,50€

ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora Ana Paula Canavarro
Subdirectora Adelina Precatado
Redacção Ana Luísa Paiva
Alice Carvalho
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Joana Brocardo
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
Branca Silveira Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Fevereiro 2005
Tiragem 4000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão
Gráfica Torriana
Fonte Santa, Paúl
2580–250 Torres Vedras

Depósito Legal nº 72011/93
Registo no ICS nº 124051
Porte Pago

Sobre a capa

A capa deste número é uma reprodução de O retrato de Arquimedes, pintado cerca de 1620 por Domenico Fetti (na actualidade, o quadro é propriedade do museu de arte Alte Meister, em Dresden na Alemanha).

A escolha da capa tem origem no facto de este ano se comemorar o Ano Internacional da Física, efeméride à qual a *Educação e Matemática* se associou.

Não será certamente consensual esta opção por Arquimedes como símbolo do relacionamento íntimo entre aquelas duas disciplinas. A generalidade escolheria Newton como o melhor candidato—essa seria quase certamente a escolha da generalidade dos físicos. No entanto, apesar de ambos serem autores de trabalho decisivo e visionário em ambos os domínios, falta a Newton o rigor lógico-matemático que é constante em Arquimedes. Daí a minha escolha.

António M. Fernandes

A Educação e Matemática tem nova imagem

A revista *Educação e Matemática* é, desde há muito tempo, valorizada pelo seu aspecto gráfico. Apesar de também recebermos algumas críticas relacionadas com a sobreposição de imagens no texto que por vezes dificulta a leitura, sabemos que os leitores gostam do aspecto da revista. Dizem-nos que as capas são bonitas, que as cores são agradáveis, as ilustrações sugestivas, enfim .... Nos últimos anos, temos de agradecer este trabalho ao nosso colega de redacção António Fernandes e também ao João Loureiro, do Gabinete de Edição da APM, principais responsáveis pela qualidade gráfica que a revista tem mantido.

No entanto, apesar de estarmos globalmente satisfeitos, pareceu-nos ser este o momento indicado para concretizar uma mudança gráfica que o António Fernandes tem vindo a conceber. Afinal, a revista completou oitenta números! Merece sem dúvida uma intervenção plástica, que a torne mais leve, mais convidativa à leitura .... Por isso encontra a partir deste número uma nova letra, outra paginação, novos arranjos gráficos, um índice organizado .... Que tal?

É nossa expectativa que esta nova imagem da *Educação e Matemática* lhe agrade e o estimule a escrever para a revista que está sempre à espera da sua contribuição.

A Redacção

Neste número também colaboraram

Ana Vieira Lopes, António José Mendes, Carlos Fiolhais, Cesário Silva, Cláudio Pinto, Domingos Fernandes, Fernanda Oliveira, Fernando Nunes, Filipe Marques, Isabel Fevereiro, Leonor Santos, John Mason, José António Fernandes, Luís Miguel Ferreira, Luís Reis, Nisa Figueiredo, Nuno Salvador, Pedro Abrantes, Sónia Palha, Stéphane Martins, Roger Abrantes, Tiago João.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, Nº 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: `revista@apm.pt`

Nota

Editorial

Para uma ênfase na avaliação formativa alternativa*

Domingos Fernandes

A avaliação formativa pode ter um papel decisivo na melhoria das aprendizagens dos alunos. Cerca de trinta anos de investigação evidenciam inequivocamente que os alunos que frequentam aulas onde aquela modalidade de avaliação prevalece, aprendem melhor, com particular evidência para aqueles que têm mais dificuldades. Além disso, a investigação também mostra que a avaliação formativa contribui para que os alunos obtenham melhores resultados em provas de avaliação externa, nomeadamente exames.

A investigação disponível sugere ainda que, em geral, as práticas de avaliação que prevalecem em muitos sistemas educativos pouco terão de verdadeiramente formativo. Normalmente a avaliação formativa fica relegada para segundo plano, dando lugar a práticas de avaliação pouco integradas no ensino e na aprendizagem, com pouca ou nenhuma participação dos alunos, marcadamente certificativas, muitas vezes emulando a avaliação externa, que ocupa realmente o primeiro plano das atenções.

A cultura que vai prevalecendo entre nós é indutora de práticas de avaliação muito mais orientadas para a atribuição de classificações, para a selecção e para a certificação do que para a melhoria das aprendizagens dos alunos. E isto apesar dos normativos legais, desde 1992, sublinharem que a avaliação nas salas de aula deve ser predominantemente formativa. Este é um problema sério que tem que ser contrariado com inteligência.

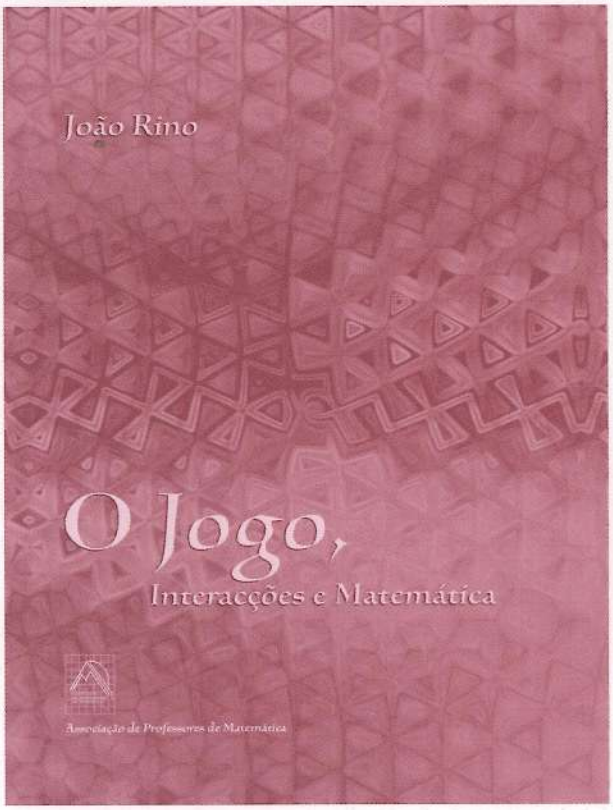
Portugal é um caso no contexto europeu. Reprovam anualmente largas dezenas de milhar de alunos, dos quais vários milhares estudam no primeiro ciclo do ensino básico e começam a reprovar logo a partir dos 7 ou 8 anos de idade (imagine-se!). Abandonam a escola precocemente outros largos milhares ... As aprendizagens ficam-se, em geral, pelos níveis mais superficiais, de menos elaboração cognitiva.

Este tipo de situação exige políticas activas de apoio à melhoria das práticas de ensino e de avaliação dos professores e das suas competências para ajudar alunos com dificuldades. É necessário investir muito mais para que uma avaliação formativa alternativa ocupe o lugar da avaliação de intenção formativa, pois é a única que permite resolver problemas de aprendizagem e de ensino. É preciso dar um rumo coerente às provas aferidas. Tirá-las da deriva em que têm andado... Porque devem constituir um poderoso instrumento de regulação, de monitorização e de desenvolvimento do sistema educativo, com prioridade para o ensino básico.

E os exames? Há lugar para eles? Parecem-me inevitáveis, com as suas vantagens e desvantagens. Sem a primazia das nossas preocupações e não se limitando a fornecer dados que servem para fazer rankings de valor inexistente. Com mais e informada participação e envolvimento das escolas e dos professores. Exames bem integrados num sistema consistente e global de avaliação das aprendizagens e com a avaliação formativa alternativa na linha da frente dos investimentos a todos os níveis, porque é a única que pode tirar o sistema educativo português da plangente situação em que se encontra. Os exames, por natureza, nunca o poderão fazer.

Domingos Fernandes
Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Lisboa

* Avaliação verdadeiramente formativa, que ajuda os alunos a aprender melhor, que é alternativa à avaliação de intenção formativa que prevalece nos sistemas educativos e que nada, ou muito pouco, tem de formativa. De facto, é preciso clarificar o que são práticas de avaliação formativa. Mas essa discussão não cabe neste editorial ...



O Jogo, Interacções e Matemática

141 pp. APM, 2004
Sócio 7,00€ PVP 14,00€

No livro com este título, organizado em duas partes, o autor (João Rino), utiliza a primeira para discutir as potencialidades pedagógicas do Jogo em vertentes tão diversas como a sociológica e afectiva ou a suas conexões com a matemática. De acordo com o próprio autor:

> O jogo é uma actividade tão antiga como o homem. Ele está ligado ao impulso lúdico do homem, traço de personalidade que persiste desde a infância até à idade adulta. Como traço de personalidade ele encontra a sua fundamentação em características biológicas, culturais e sociais do ser humano. (...)
> Algumas características do jogo evidenciam as suas qualidades educativas e potenciam a sua utilização num processo de aprendizagem, aqui entendida num sentido lato, extravasando o meio escolar e as estratégias pedagógicas. A existência de regras e de interacção apresentam a possibilidade de recriar no jogo capacidades cognitivas e sociais que se pretende que sejam adquiridas por uma criança em determinado contexto. Neste sentido, a aprendizagem através do jogo pode ser feita em meio escolar ou extra-escolar, pois as regras e interacções que se pretendem desenvolver deverão contribuir para a construção de um cidadão responsável e autónomo, para o qual a escola é apenas um dos contributos.

Na segunda parte do livro é apresentada uma variedade de Jogos que podem ser utilizados, entre outros contextos, em sala de aula.

Autor: *João Rino*

Jogos do Mundo

138 pp. APM, 2004
Sócio 7,50€ PVP 15,00€

Esta brochura apresenta os 30 jogos que constituem a exposição Jogos do Mundo, agrupados de acordo com o suposto continente de origem.

Cada jogo é apresentado através do tabuleiro, das regras e de um conjunto de notas. Sempre que possível inclui-se um breve resumo da sua história. É ainda indicada a bibliografia e os sites consultados.

Autores: *Núcleos Regionais da APM do Porto e Viseu*

Com exames isto vai?

A avaliação é sempre uma matéria que desperta um particular interesse: os políticos, quando se referem à educação, raramente a ignoram; os jornalistas não falham *eventos* como os *rankings* das escolas ou os estudos de avaliação internacionais; os pais e mesmo o público em geral, costumam procurar saber "como é que é isso da avaliação".

O Público de 24 de Janeiro informava sobre os novos exames, de Matemática e Português, para o 9° ano e chamava a atenção para o peso que eles vão passar a ter na nota final do aluno. Esta notícia recordou-nos que, infelizmente, parece cada vez mais instalada no nosso país a ideia de que "com exames ... isto vai". De alguma forma, acredita-se que apostar nos exames é apostar, em grande parte, na qualidade do ensino e da aprendizagem. Exames, esta notícia recordou-nos, também, do novo despacho Normativo n°1/2005 sobre a avaliação das aprendizagens, que veicula precisamente esta ideia, ao subvalorizar a vertente formativa de avaliação, essa sim, a nosso ver, determinante para se conseguir uma melhoria das aprendizagens e do ensino.

Mas vejamos. Refere-se no texto introdutório deste despacho que nele se retomam e reforçam "os princípios no Despacho Normativo n° 30/2001, tais "como a ênfase no carácter formativo da avaliação". Porém, a avaliação formativa é tratada *en passant*. Dos 85 pontos do despacho, unicamente os pontos 19, 20, 21, 22, 23 e 52 lhe são dedicados. Em vinte e oito linhas, *despacha*-se a avaliação formativa. No entanto, o espaço atribuído à avaliação sumativa interna e externa, (exames nacionais) e à certificação dos alunos, é bem mais generoso, ocupando 57 pontos, ou seja, mais de metade deste despacho.

Estamos de acordo que a melhoria da qualidade das aprendizagens passa, como é dito no despacho, pela "a primazia da avaliação formativa com a valorização dos processos de autoavaliação regulada e a sua articulação com os momentos de avaliação sumativa". Mas não podemos fazer *bonitos* com palavras e produzir legislação que aponta em sentido contrário.

Fica bem dizer que a avaliação é "um elemento integrante e regulador da prática educativa", que deve permitir "uma recolha sistemática de informações" visando tomar "decisões adequadas à promoção da qualidade das aprendizagens", "apoiar o processo educativo, de modo a sustentar o sucesso de todos os alunos, reajustar os projectos curriculares de escola e de turma nomeadamente quanto à selecção de metodologias e recursos, em função das necessidades educativas dos alunos". Porém, não basta afirmar estes princípios, é necessário que as orientações apresentadas na legislação sejam coerentes com o que se diz. E será que é a avaliação sumativa interna, a que melhor permite essa recolha sistemática de informações? Ou será que é a avaliação sumativa externa?

Relativamente aos normativos relativos à avaliação sumativa interna e externa, são muitos, e de vários tipos, os problemas que este despacho veio causar, às escolas, professores e alunos. Desde logo, criou fortes perturbações devido há data tardia em que saiu, ou seja, a meio de um ano lectivo. O lançamento de exames de Português e Matemática do 9° ano, a alteração das normas no que diz respeito à avaliação das áreas curriculares não disciplinares, no 2° e 3° ciclo, e a da decisão do aluno poder ficar retido desde que, cumulativamente, tenha obtido classificação inferior a 3 nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática, são algumas das inoportunas mudanças introduzidas.

Os nossos governantes parecem ignorar que, no início do ano os professores, já tem feita a planificação da sua actividade, que é nas primeiras aulas que definem as regras e discutem e estabelecem, com os alunos, os critérios de avaliação, tendo em conta, precisamente, essa planificação. Parecem esquecer que as escolas programam e preparam o ano lectivo muito antes deste começar, que é no início do ano que os conselhos pedagógicos definem os critérios de transição dos alunos em cada ciclo e que os alunos têm o direito de saber desde o início com o que contam. Todos estes "esquecimentos" revelam, a nosso ver, uma enorme falta de respeito pelo trabalho das escolas, dos professores e dos alunos!

Fátima Guimarães
Escola EB 2,3 de Telheira n°1
Joana Brocardo
Escola Superior de Educação

Informação sobre exames do 9° ano na Net

Os exames nacionais do 9° ano de Língua Portuguesa e Matemática, que se realizam pela primeira vez no final do próximo mês de Junho, têm a duração de 90 minutos, são ...cados de 0 a 100 pontos ...em tanto perguntas ...posta fechada como ...

... e outras informações ...s novas provas — ob... avaliação, estrutura, ...e itens, cotação, material a utilizar e exemplos de perguntas — foram agora disponibilizadas pelo Ministério da Educação, no "site" do Gabinete de Avaliação Educacional: www.gave.pt.

Tanto o exame de Língua Portuguesa como o de Matemática incidem este ano apenas sobre o programa do 9° ano. Também a título excepcional contarão 25 por cento para o cálculo da nota final.

Nos anos seguintes, as competências testadas dirão respeito a todo o 3° ciclo do ensino básico e as provas terão um peso de 30 por cento.

No mesmo "site" podem ainda ser consultadas algumas informações sobre os exames nacionais de 12° ano e as provas a realizar, a partir de 2006, no âmbito da nova reforma do ensino secundário. ■

> Os exames nacionais do 9° ano de Língua Portuguesa e Matemática, que se realizam pela primeira vez no final do próximo mês de Junho, têm

In Publico, 24 Janeiro 2005

Aplicações na Internet para a Matemática

Um recurso por explorar na sala de aula

Nisa Figueiredo e Sónia Palha

Applets do Instituto Freudenthal

Nas páginas do Instituto Freudenthal, o instituto holandês onde nasceu a corrente Matemática denominada por Matemática Realista, encontra-se uma enorme colecção de *applets* com grandes potencialidades para o ensino da Matemática. Tratam-se de pequenos programas disponíveis na Internet, de fácil compreensão e utilização, desenvolvidos nos projectos Rekennet en Wisweb deste instituto.

Neste momento existem cerca de 60 *applets* para o pré-escolar, 1° e 2° ciclos e perto de 80 para o 2°, 3° ciclos e secundário. Grande parte destes *applets* estão traduzidos em Inglês havendo também alguns em Português.

A Rã na sala de aula do 1° e 2° ciclos

A Rekenweb é a versão holandesa do website do Instituto Freudenthal com *applets* para a Matemática do pré-escolar ao 2° ciclo (`www.rekenweb.nl`). A versão inglesa deste website chama-se Kidskount (`www.kindskount.nl`). Apesar de muitos destes *applets* serem de fácil compreensão e fazerem pouco uso da língua, pensou-se que este recurso se tornaria mais acessível se houvessem pelo menos alguns destes programas em português. Um dos seis *applets* da versão portuguesa da pagina é a Rã.

O programa mostra uma rã (figura 1) que interage com o aluno. O objectivo é trabalhar a relação entre produtos, utilizando propriedades dos números e da multiplicação. Sabendo que `5×45` é metade de `10×45`, basta calcular a metade de `450` para obter o resultado de `5×45(=225)`. Da mesma forma, é fácil calcular `9×45` a partir de `10x45`, uma vez que `9×45` é *uma vez menos* que `10x45`, basta calcular `450-45=405`. Por outro lado, sabendo `2×45=90` sabe-se também o resultado de `4×45`, pois `4×45=2×(2×45)`. É assim possível calcular, utilizando informalmente as propriedades da multiplicação, o resultado de produtos desconhecidos e mais difíceis a partir de produtos conhecidos ou de fácil cálculo. É exactamente este tipo de estratégias de cálculo que são desenvolvidas, aprofundadas ou praticadas (dependendo do nível do aluno).

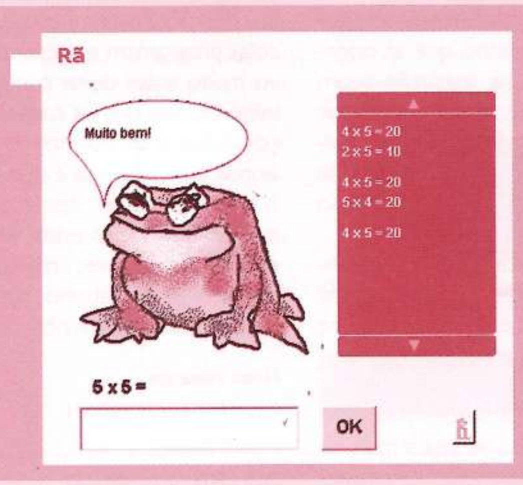


Figura 1

O funcionamento da Rã é muito simples. A rã começa por pedir ao aluno a indicação de um produto que ele conheça e o respectivo resultado. Por exemplo, `4×5=20`. Tendo em conta o produto introduzido pelo aluno, a rã pede um novo produto cujo resultado é possível de determinar utilizando aquele que se introduziu. Por exemplo, para o produto `4×5`, a rã gera um dos seguintes produtos:

5 × 4 =	(comutação dos factores)
3 × 5 =	(1 vez menos que 4 vezes)
5 × 5 =	(1 vez mais que 4 vezes)
2 × 5 =	(a metade de 4×5)
8 × 5 =	(o dobro de 4×5)
40 × 5 =	(10 vezes 4 vezes)
4 × 50 =	(10 vezes 5 vezes)
2 × 10 =	(a metade de 4 vezes o dobro de 5)

Uma vez que o produto pedido se relaciona com aquele que o aluno introduz, este *applet* permite que cada aluno trabalhe no seu nível. Um aluno pode introduzir um produto do tipo `4×5`, dentro da tabuada usual, mas pode também decidir introduzir um produto do tipo `40×500=20 000` ou `12×12=144`. Desta forma, partindo do nível a que o aluno se encontra, o *applet* estimula a procura de novas relações entre produtos, alarga a rede de relações conhecidas pela criança e ajuda a desenvolver a flexibilidade de cálculo, contribuindo assim para o desenvolvimento do sentido do número e das operações.

Para poder utilizar este recurso na sala de aula é necessário dispor de pelo menos um computador com acesso à Internet, ligar-se à página `www.rekenweb.nl/pt` e escolher o programa Rã. Não é necessário que todos os alunos estejam ao mesmo tempo a trabalhar com o programa. Os alunos podem trabalhar à vez, durante vários dias, até que todos tenham tido a sua oportunidade. O professor reparará que também não é necessário dar grandes explicações aos alunos, pois estes rapidamente percebem como funciona o *applet*. Os alunos podem trabalhar, por exemplo, em grupos de dois. Desta forma estimulam-se os alunos a procurarem produtos interessantes e a apoiarem-se um ao outro para encontrar o resultado do produto pedido pela rã.

O programa não possui um sistema de registo, por razões técnicas. O computador coloca os produtos aos pares numa lista, mas não a guarda. É, portanto, útil pedir que cada aluno, depois de uns 20 minutos, registe o par de produtos (o produto que introduziu e aquele que a rã perguntou) que tenha gostado mais, ou que tenha achado mais difícil. Estes registos podem ser afixados na sala de aula para que outras crianças vejam antes de serem utilizados numa aula posterior com toda a turma.

Depois de todos os alunos terem tido oportunidade de trabalhar com o programa, é importante discutir na aula as várias descobertas e estratégias dos alunos. Uma vez que o trabalho com o *applet* pode não ter sido igual para todos os alunos, a aula pode constituir um importante momento de reflexão e partilha de descobertas, contribuindo para um alargamento e aprofundamento dos conhecimentos e competências dos alunos.

Uma variante desta actividade que as crianças costumam gostar é a de escolher um aluno para fazer de rã. Os restantes alunos indicam um produto que conheçam e a *rã* inventa um novo produto a partir deste. Os alunos que indicaram o produto, resolvem o cálculo dado pela *rã*.

Applets em Português, do pré-escolar ao 2º ciclo

Para além da Rã estão disponíveis, em português, os programas descritos na figura 2 abaixo.

Imagens Rápidas

Esta aplicação pertence ao domínio dos números e operações, nomeadamente ao cálculo de adições com números até 20. A aplicação pretende estimular o aluno a fazer uso da estrutura dos números evitando a contagem 1 a 1, contribuindo para o desenvolvimento do cálculo mental e é aconselhada a partir do pré-escolar até ao 2° ano de escolaridade.

Estrela Interactiva

Esta é uma aplicação aconselhada a partir do 3° ou 4° ano de escolaridade, do domínio dos *Números e Operações* e da *Geometria*, uma vez que trabalha com figuras geométricas relacionando-as com os divisores de 60. O aluno é levado a explorar os divisores do n° 60 baseando-se no modelo do relógio.

Espelho

Esta é uma aplicação do domínio da geometria, nomeadamente para o trabalho da simetria axial e é aconselhada a partir do 1° ano de escolaridade.

Livro Mágico

Esta é uma aplicação aconselhada a partir do 3° ano de escolaridade e trata-se de uma variante do conhecido *Jogo do 24*.

Abre o Cofre

Esta é uma aplicação aconselhada a partir do 4° ano de escolaridade e que trabalha os divisores de diferentes números no contexto da descoberta do código que abre um determinado cofre.

Declive de uma recta — Shooting Balls — na aula do 3º ciclo e secundário

Wisweb é o sítio do website do Instituto Freudenthal onde é possível encontrar *applets* para o terceiro ciclo e ensino secundário. Neste momento existe uma versão portuguesa da página contendo 10 *applets* e uma versão inglesa onde estão disponíveis cerca de 70 *applets*.

Um *applet* bastante popular é o jogo *shooting ball* (figura 3). Num referencial cartesiano estão dispostas de forma aleatória bolas de várias cores e uma flecha. O jogador pode mover a extremidade inicial desta flecha apenas ao longo do eixo vertical. O objectivo é acertar nas bolas com um tiro de flecha. Quanto mais bolas se acerta mais pontos se ganha. A trajectória da flecha perfaz uma linha recta cujo declive e valor inicial (origem da trajectória) tem de ser definido pelo jogador.

Este *applet* pode, pois, ser utilizado na aula de matemática, como base para o estudo das funções lineares ou da equação da recta e ser usado para explorar características de gráficos lineares, relações entre fórmula e gráfico, declive positivo e negativo de uma recta, etc.

Figura 2

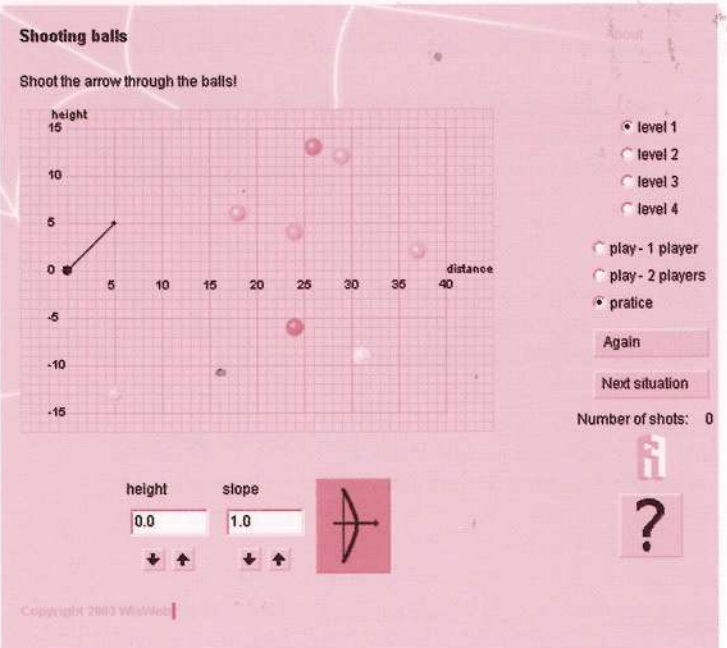


Figura 3

Podem participar no jogo um ou dois jogadores que devem escolher um dos 4 níveis de dificuldade:

— nível 1, o aluno vê a flecha e pode posicioná-la com o rato. Nos outros níveis isto não é possível.

Desde o nível dois ao nível quatro o aluno tem de inserir os valores para a origem e declive da trajectória da flecha. A diferença entre estes três níveis está na presença da flecha.

— no nível 2, vê-se a flecha. O aluno insere valores para a origem e declive da trajectória e a flecha movimenta-se de acordo com os valores inseridos.

— no nível 3, vê-se apenas a extremidade inicial da flecha, ou seja, neste nível o aluno vê um ponto que assinala a origem da trajectória mas tem de imaginar o declive da trajectória.

— no nível 4, este ponto desaparece. O aluno insere os valores para a origem e declive e, sem ver a posição da flecha, tem de disparar o tiro! Este é o nível onde se ganha mais pontos. Deste modo, motiva-se o aluno a jogar no nível mais difícil!

A utilização deste *applet* na sala de aula foi observada (Reeuwijk, 2001) numa turma do oitavo ano do St. Michael College (uma escola do 3° ciclo e secundário holandesa), no estudo das funções lineares, nomeadamente na exploração do conceito de declive e ordenada na origem de uma recta. Por forma a estruturar mais o trabalho dos alunos, o professor apresentou a seguinte actividade à turma:

— Explora as possibilidades do *applet* e verifica como funciona. (cerca de 15 minutos)

— Em grupos de dois, procura atingir o número máximo de pontos possível, utilizando apenas 12 tiros.

— Se depois ainda tiveres tempo, joga com o teu colega.

Depois do trabalho dos alunos em pares, seguiu-se uma discussão com a turma onde foram expostas e comparadas as estratégias utilizadas. Por exemplo:

— Os alunos escolhem a ordenada na origem um pouco a olho e a partir desse valor *anda-se na direcção do alvo em passos de comprimento igual para a direita e de passos de comprimento igual entre si para cima*. O declive da trajectória é igual ao *número de quadradinhos que é preciso andar para cima a dividir pelo número de quadradinhos que se anda para o lado*. Alguns alunos contam os quadradinhos pequeninos, outros utilizam os quadrados grandes como unidades. Importante é que os alunos percebam que quando se tem uma recta tanto faz, por exemplo, andar uma só vez três passos para o lado e seis para cima como uma vez para o lado e dois para cima.

— os alunos escolhem duas bolas que querem atingir e lêem as coordenadas dos pontos onde as bolas se encontram. De seguida, calculam o declive da recta que passa pelos dois pontos. Agora só falta encontrar a origem! Os alunos contam o número de *passos* necessários para perfazer a distância entre uma das bolas e o eixo vertical (figura 4).

As potencialidades destes applets

Este tipo de recursos permite trabalhar os conceitos matemáticos de uma forma diferente, estimulante para os alunos, possibilitando a diferenciação na sala de aula.

De facto, o carácter interactivo destes *applets*, aliado a um contexto de resolução de problemas, onde não é o professor mas o computador, ou o próprio aluno com ajuda do computador, a validar as respostas, cria um ambiente onde o aluno se sente à vontade para arriscar, experimentar e explorar, sendo convidado a analisar as suas tentativas.

Alguns *applets* têm ainda um factor de estímulo extra, pois com a utilização da pontuação para premiar o trabalho dos alunos, estes têm a tendência para escolher um nível de dificuldade superior para assim ganharem mais pontos. De facto, na aula onde se usou o *schooting balls* os alunos afirmaram que "mais vale arriscar a um nível superior do que ter a certeza e jogar a um nível mais baixo".

Desta forma, é possível que todos os alunos estejam a trabalhar com o mesmo conceito embora cada aluno a seu nível. Partindo daquilo que sabem e são capazes, os alunos são estimulados a desenvolver novas relações e entendimentos dos conceitos.

As actividades baseadas neste tipo de recursos evidenciam, o papel importante do professor no processo de aprendizagem. Dado o carácter experimental destas actividades e a diferenciação que elas permitem, e tendo em conta o facto do professor perder desta forma um pouco a visão global do trabalho que os alunos desenvolveram, é extremamente importante que uma aula envolvendo os *applets* seja finalizada com um momento de reflexão e discussão com toda a turma. Este é um momento em que cada aluno tem oportunidade de reflectir, não só sobre aquilo que fez e descobriu, mas também sobre o trabalho feito pelos colegas. Desta forma é estimulado o estabelecimento de relações entre as diferentes descobertas o que leva à consolidação e generalização dos conceitos. Para o professor é também um momento importante para perceber o trabalho que cada um fez, bem como o nível de conhecimento que a turma adquiriu sobre aquele assunto.

Finalmente, o entusiasmo com que os alunos trabalham estes recursos, posteriormente, faz com que seja suficiente a referência a este trabalho para que se lembrem do que se trata, constituindo o trabalho com o *applet* uma base de referência para aulas seguintes.

A facilidade de compreensão destes *applets* que apelam fundamentalmente ao conhecimento informal dos alunos torna possível tratar os conceitos de uma forma natural e intuitiva, constituindo, desta forma, uma base sólida para um trabalho, posterior, mais formal. Na verdade, como vimos, utilizando o *applet shooting balls*, o aluno consegue trabalhar com o programa sem ter aprendido a definição de declive, desenvolvendo assim primeiro um conhecimento informal sobre este conceito. Mais tarde, quando a noção de *declive* for formalmente introduzida, o aluno possui em princípio uma série de conhecimentos que lhe permite compreender de uma forma mais rápida e sólida esta noção.

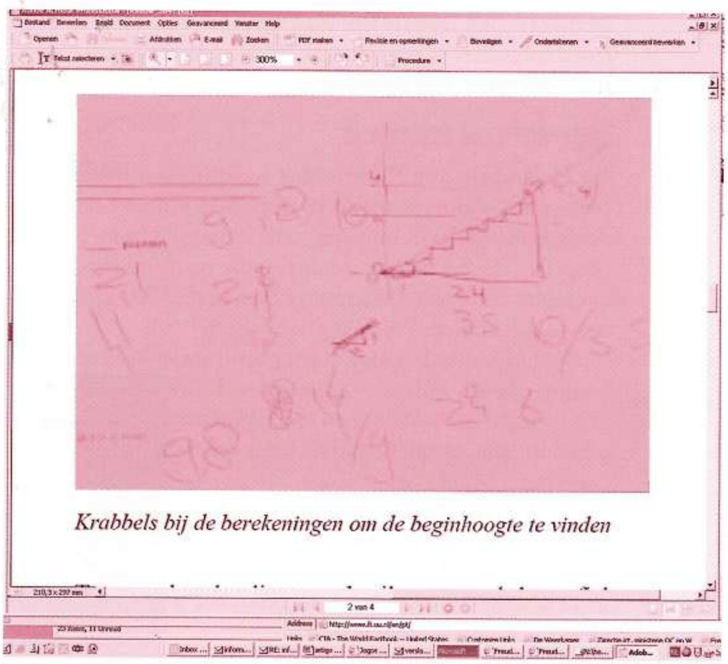


Figura 4 E assim calculam os alunos o declive: 'para cima' a dividir por 'para o lado.'

Applets em Português para o 3º ciclo e secundário

Para além do *shooting ball* estão disponíveis, em português, os programas descritos na figura 5.

Adivinha a vista

O objectivo é ajudar o aluno a visualizar e construir vistas (frente, cima, lados) de figuras no espaço.

Algebra com pontos e Problemas com pontos

O aluno procura regularidades em sequências de figuras, assim como expressões que descrevam as regularidades encontradas.

Algebra geométrica

Utilizando conhecimentos sobre áreas de rectângulos e quadrados é possível resolver equações, tirar parêntesis e decompor um produto em factores.

Árvores Algébricas

Uma árvore é uma expressão algébrica. A construção de árvores apela de forma interactiva aos conhecimentos sobre prioridade de operações e propriedades de operações algébricas. Outros temas a ser explorados: conceito de variável e função, gráficos e tabelas de funções, resolução de equações com uma variável.

Tiras com etiquetas

Tiras são sucessões de números naturais; *etiqueta* corresponde à expressão analítica destas sucessões. Com este *applet* é possível criar e combinar sucessões de números (tiras). Também é possível controlar se a expressão (etiqueta) correspondente a uma sucessão está ou não correcta.

Figura 5

Calculadora avariada, Fabrica de números e o Jogo do 24
Jogos interactivos para desenvolver e aplicar conhecimentos sobre operações aritméticas.

Conte-nos a sua experiência

Na Holanda, o site Rekenweb é bastante conhecido entre professores e alunos, tendo já mais de 4 milhões de visitas desde Julho de 2001, entre as quais (uma gota neste oceano) cerca de 700 de Portugal. Mais popular no nosso país é o site em inglês com, no mesmo período, mais de 3700 visitas portuguesas (cerca de 5% do total de visitas).

Quanto aos *applets* em português, para além de sabermos que são utilizados em algumas ESE's nacionais tanto na formação inicial como na complementar, pouco sabemos sobre as pessoas que utilizam estes recursos e a finalidade com que o fazem.

Para nós seria importante saber a opinião dos professores em Portugal sobre a utilização destes recursos. Gostaríamos assim de apelar a que os leitores nos façam chegar as suas opiniões e/ou informações sobre a sua experiência com a utilização destes *applets*.

Referências

Reeuwijk, M. van (2001). Bollen schieten. Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, vol 20(3), pp. 4–7.

Outras referências

Applets para o pré-escolar, 1° e 2° ciclos:

`www.rekenweb.nl/pt` — em português

`www.kidskount.nl` — em inglês

`www.fi.uu.nl/rekenweb/rekenmaar/leerlingen/index.html` — em holandês

Applets para o 3° ciclo e secundário:

`www.fi.uu.nl/en/pt` — em português

`www.fi.uu.nl/wisweb/en` — em inglês

`www.fi.uu.nl/wisweb/` — em holandês

Boon, P. & Drijvers, P.H.M. (in press). Chaining operations to get insight in expressions and functions. Paper submitted to the CERME4 conference, February 2005, 7 pp.

Jonker, V., & Galen, F. v. (2004, 10-7-2004). KidsKount. Mathematics games for realistic mathematics education in primary school. Paper presented at the 10th International Conference on Mathematics Education (ICME), Kopenhagen, Denmark.

Palha, S. (2003). *Applets* as didactical tools for the learning of algebra. 55th Conference of the international commission for the study and improvement of mathematics education — CIEAEM, Plock, Poland.

Reeuwijk, M. van & Meyer, M.R. (2004). Dot Patterns and Number Strips. Investigating regularity with *applets*. Paper presented at ICME10, Copenhague, Denmark.

Reeuwijk, M. van (2004). School Algebra Struggle, what about algebra computer games?. Paper presented at ICME10, Copenhague, Denmark.

Nisa Figueiredo e Sónia Palha
Instituto Freudenthal, Holanda

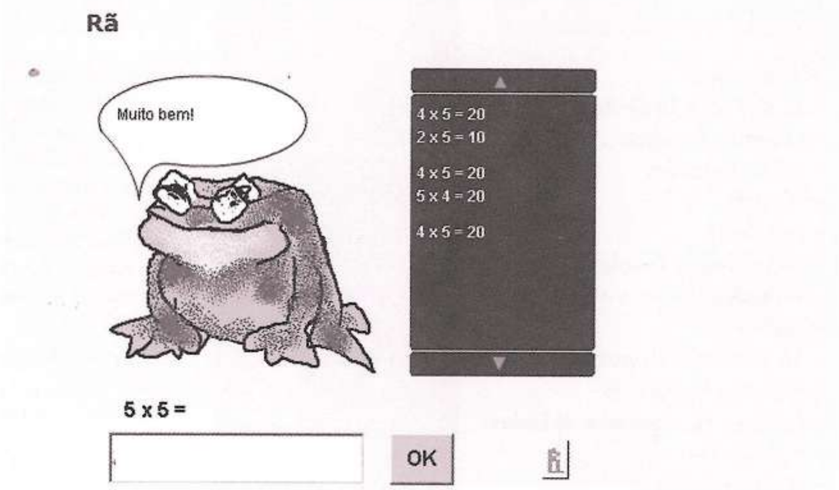
Materiais para a aula de Matemática

A actividade *Os produtos da Rã* tem como objectivo trabalhar a relação entre produtos, utilizando de forma informal as propriedades dos números e da multiplicação. A actividade tem por base um dos *applets* disponibilizados, em português, no local da Internet do Instituto Freudenthal e foi elaborada a partir do artigo *Aplicações na Internet para a Matemática* da autoria de Nisa Figueiredo e Sónia Palha, publicado nesta revista.

É muito importante que esta actividade seja concluída com uma discussão com toda a turma centrada nas descobertas feitas pelos diversos grupos de alunos. As fichas de trabalho poderão ser expostas na sala algum tempo antes e servir de ponto de partida para esta reflexão. De resto aconselhamos a leitura do referido artigo antes da experimentação da actividade em sala de aula.

Os produtos da Rã

1. Liguem-se à internet: `www.rekenweb.nl/pt` e escolham o programa Rã. Experimentem.



2. Agora que sabem como funciona, joguem durante 15 minutos. No final registem alguns pares de produtos, os que introduziram e os que a Rã perguntou:

Produto Introduzido	Produto que a rã perguntou
....	....
....	....
....	....
....	....

3. Agora fazem vocês de rã. Escolham um produto que saibam.
Registem produtos que a rã poderia perguntar.
Expliquem as vossas ideias.

A herança memética de Paulo Abrantes

Roger Abrantes

Um *meme*[1] é uma unidade de informação cultural transmitida por imitação, correspondente ao gene, mas com diferenças notáveis[2]. Memes replicam-se de cérebro para cérebro e os veículos de que se utilizam para os transportar são palavras faladas e escritas, obras de arte, unidades de comportamento, etc.[3]

"Exactamente, pá!" é um meme, uma frase simples de pronunciar, de se reter, de exprimir, que se propaga de cérebro para cérebro e que acaba por ser expressa cada vez por mais pessoas. Uma das características do meme é justamente o estabelecer-se na nossa mente — isto dito de forma talvez demasiado simplificada. Memes não se reproduzem todavia, quando perdem a disputa inevitável a um lugar num cérebro em que entram com outros memos. Em caso de continuarem a perder acabam por desaparecer. O mesmo acontece com genes. Os recursos são limitados. Um lugar ao sol num cérebro é uma condição essencial para um meme sobreviver, estabelecer-se e reproduzir-se de uma forma ou outra. É o que Darwin designou the *survival of the fittest* — a sobrevivência do mais apto[4]. Só que Darwin não falava de memes, que só foram descobertos muito mais tarde, nem de genes, pois ele não conhecia Mendel, nem sabia da sua obra. Darwin falava então de unidades de reprodução.

"Exactamente, pá!" foi (talvez) o primeiro meme que o meu irmão transmitiu ao seu sobrinho dinamarquês, o meu filho, quando este ainda era bebé. Não foi, contudo e certamente, o último meme que lhe transmitiu e que ainda hoje, mais ou menos 20 anos depois, influencia o seu comportamento. É um erro, portanto, atribuir certas semelhanças entre o meu irmão e o meu filho aos seus 25% de genes comuns. A parecença deve-se neste caso a outro replicador, igualmente poderoso, ou ainda mais, pois estes replicadores, os memes, aumentam a sua influencia à medida que dominam os cérebros que habitam. O poder de um meme depende da sua aptidão para cooperar com outros memes e formar um complexo de memes, ou um *memeplex*. Alguns memeplexos[5] tornam-se entidades muito fortes, como por exemplo ideologias e religiões.

A semelhança em alguns aspectos do comportamento do irmão e o filho do autor destas linhas é assim neste caso devido ao poder dos memes — ou, em terminologia menos especifica, a influencia cultural.

A herança de Paulo Abrantes para a posteridade é duas vezes 50% dos seus genes (uma em cada filho e ele tem dois), o que, em parêntesis, não quer dizer 100%[6], e também ainda mais notoriamente um número indefinido de memes.

Por exemplo um dos memes que ele transmitiu e que tomou residência no cérebro de muitos que frequentavam a sua companhia, foi o meme *trabalho de equipa*. Talvez, ou quase certo, foi esse meme a ele transmitido pelo nosso pai, o que é irrelevante neste contexto. Similar a um gene

Tomar, Dezembro de 2002 — Paulo Abrantes com a sua primeira equipa, as irmãs e o irmão, Nör, Jo e Roger, aqui na última ocasião em que estiveram todos juntos. Foi este passeio o resultado duma conspiração deles para passarem um dia na terra da sua infância, só os quatro.

que num organismo particular pertencendo a qualquer espécie, numa altura específica, encontra um organismo excepcional para o propagar, o meme *trabalho de equipa* encontrou um organismo excepcional para a sua replicação no cérebro de Paulo Abrantes.

O mais interessante neste aspecto não e o meme *trabalho de equipa per se*, pois esse meme originou aparentemente, se bem que de forma diferente (memes também sofrem mutações), há milhares ou até provavelmente milhões de anos quando a colaboração entre os nossos ancestres, já no tempo do *Australopithecus afarensis*, se mostrou uma necessidade, e logo foi favorecida, pela selecção natural. O interessante neste aspecto é que num tempo e ambiente onde outros memes, como *individualismo, egoísmo, próprio proveito*, competem furiosamente com o meme *trabalho de equipa*, sucedeu Paulo Abrantes com o seu particular complexo de memes, o seu *memoplexo*, a propagá-lo com tanto sucesso.

Que ele sucedeu é para este escritor, com certo conhecimento histórico da vida de Paulo Abrantes, óbvio. Em todos (liberdade de escritor e não verdade lógico-matemática) os colegas e amigos dele que encontro, eu distingo vestígios deste PA meme. Tomei conhecimento recentemente com a revista da APM[7], e esta surpreendeu-me tão agradavelmente pela sua alta qualidade académica — perdoem-me editores e colaboradores a ofensa, pois diz mais de outras revistas do que da vossa — ainda mais me surpreendeu pela sua grande coerência de artigos. Direi sem reservas que é com alta probabilidade (já demonstrando mais prudência matemática) uma das mais *harmónicas* revistas académicas que tive o prazer de ler. A sua harmonia, como eu a vejo, é o resultado da alta competência académica na área — não sou matemático mas o meu treino académico deixa-me reconhecer qualidade quando a encontro — e também notavelmente pelo espírito (um termo não-científico) que se lê entre as linhas. Este espírito, revela-se quando analisado à lupa da biologia e memética evolucionária, e em terminologia já mais científica, ser um memoplexo composto de diversas unidades, por exemplo *liberdade no pensamento* e *direito a expressão*, que são coisas diferentes, *procura da excelência, melhorar por progresso, matemática para todos, avaliação é importante, entusiasmo, educação para cidadania* e muitos outros[8].

Entre estes muitos outros há um que sou obrigado a mencionar pois tanto significou para o meu irmão — a *importância de estarmos de acordo a discordar*. Como biólogo evolucionário este meme assume para mim um papel central para compreender como a evolução cultural é possível. Do discordo surge a *variação* memética que é o componente essencial para qualquer *selecção* se poder realizar, e consequentemente *evolução*. O meu irmão não só compreendeu isto, numa altura em que até na minha profissão ainda nos debatíamos com pormenores Darwinisticos, contudo essenciais, ainda Dawkins não tinha inventado o meme — ou seja tinha sido contagiado pelo meme *meme* — mas o propagou, por palavras faladas e escritas, decerto, mas principalmente pelo seu comportamento[9].

Memes formam memoplexos, como genes formam alianças com outros genes e acabam por dar em organismos. Alguns organismos são melhores que outros nos jogos da sobrevivência e da propagação. Isto não é dependente de genes egoístas individuais, mas da capacidade que cada um e todos mostram para colaborar uns com os outros e que resulta no produto final, por exemplo um simples eucariota como o *Homo sapiens sapiens*. No fim de contas é o fenotipo que está sujeito à selecção, não o genotipo[10]. Processo semelhante acontece com os memes e os seus memoplexos. Também os memes estão sujeitos a um algoritmo[11].

A força de impacto do que nós em língua do dia-a-dia designamos por exemplo *a legacia de Paulo Abrantes* deve-se ao impacto do seu memoplexo. Muitos outros possuem os mesmos memes, mas não os transmitem tão bem.

Para um meme ter sucesso é necessário (1) ser assimilado por um indivíduo, (2) ser retido pelo mesmo, o que quer dizer vencer a competição contra outros memes, (3) ser expresso por esse indivíduo em meios apropriáveis, por exemplo discurso, palavras escritas, comportamento social e (4) ser transmitido e assimilado por outros indivíduos[12].

Os pontos um a três são interessantes mas irrelevantes neste contexto, se bem que de interesse histórico, sociológico e psicológico, porque os deixo para o tratamento de especialistas nas devidas áreas. O ponto quatro porém encontra-se no meu âmbito profissional. A propagação de memes, como já notei, em semelhança com a transmissão de genes, depende do sucesso do fenotipo em geral, e entre outras características do seu poder de adaptação.

É aqui, e não *foi* porque os seus memes aparentemente sobrevivem, que o meu irmão se mostra um verdadeiro campeão. Memes individuais tiveram possibilidades de se propagar porque o *fenotipo Paulo Abrantes* em geral caminhava com êxito. Era, em terminologia não académica, a afabilidade, a habilidade de compromisso, o comportamento empático do meu irmão, o seu ar sério tão peculiar dele, e essa série de coisas pequeninas que não têm importância nenhuma em si próprias, mas cuja soma faz uma diferença enorme, ou simplesmente a diferença, que facilitou tanto a propagação das suas ideias mais profundas. Isto, atrevo-me a divulgar, não é genético, ou somente genético, pois se ainda este escritor e suas irmãs não sejam completamente perdidos quanto ao comportamento social, fazemos, fizemos e faremos erros banais e para o nosso irmão imagináveis. Se fosse só uma questão genética poderíamos esperar uma mais alta correlação entre a *fitness* de um e dos outros. A diferença é indubitavelmente de carácter memético — se bem que também nesta área tenhamos uma certa afinidade. A divergência crucial é que geneticamente irmãos têm necessariamente 50% de genes comuns, quanto que a afinidade memética encontra-se algures no espectro total, sem necessidade particular matemática ou biológica.

O meu irmão era assim uma unidade excepcional, diferente de todas e qualquer, não só pela sua constituição genética, mas principalmente pelo seu carácter memético. A extensão da sua legacia só se pode medir quanto ao número e *fitness* das minúsculas sementes de memes que ele inseminou nas nossa mentes. Memes, que com ele partilhámos, que nos afectaram e nos afectam ainda, a uns mais que outros, mas cada com a sementezinha que ele lá pôs.

A matemática é segundo uns uma predisposição deste organismo, *Homo sapiens sapiens*, de organizar o input que recebe do ambiente[13]. A ciência em geral, com todas as suas regras e estridências, não é mais que um modo de arrumar a casa que este cérebro nosso constitui, uma estratégia que até hoje, mas não necessariamente amanhã, se provou apta neste jogo da sobrevivência e foi imposta pelo algoritmo que controla toda a evolução[14].

Este artigo escrevi de um ponto de vista científico. Arrumei a casa como me ensinaram. O que não ainda arrumei, e não me ensinaram, e duvido que se possa aprender, foi aquela divisão na casa, onde restam traços, vestígios e fragrâncias, *flash-backs*, unidades duma memória, pedaços de afecção, de uma vida junta, de querer tanto que o meu mano lesse este artigo e que me desse o seu parecer — pois o seu parecer e o momento que passássemos juntos trocaria eu com gosto com o que fosse e uma eternidade.

Notas

[1] Memética é a ciência que estuda os memes, um conceito introduzido por Dawkins (Dawkins, R., 1976, *The Selfish Gene*, Oxford Paperbacks). É preciso não confundir com mimética, a teoria de Girard (Girard, R., 1987, *Things Hidden Since the Foundation of the World*, Johs Hopkins UP). Para comparação ver também Taylor M. (2002), *From Memetics to Mimetics: Richard Dawkins, René Girard, and Media-related Pathologies*, COV&R 2002.

[2] Blackmore, S. (1998), *Imitation and the definition of a meme* (in Journal of Memetics — Evolutionary Models of Information Transmission, 2.

[3] Blackmore, S. (2000), *The Meme Machine*, Oxford Paperbacks.

[4] Darwin, C. (1859), The Origin of Species: Or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life.

[5] Permito-me a traduzir o conceito para Português.

[6] Só seria 100% em caso de cada filho ter recebido 100% de genes diferentes dos 50% à disposição por parte do seu pai. Desafio as senhoras e senhores matemáticos a calcular esta probabilidade.

[7] Educação e Matemática, Revista da APM, números de set/out 2003, mai/jun 2004, set/out 2004.

[8] Como por exemplo se observa em Abrantes, P. et al. (1995), Matemática para todos, ProfMat95, Lisboa; Abrantes, P. (2001), *A educação para a Cidadania é alguma coisa que terá a ver com todos os aspectos da vida dos alunos na Escola* (www.deb.min-edu.pt/revista2).

[9] Por exemplo na introdução em Abrantes, P. (1988), *Viagem de Ida e Volta*, APM, Lisboa).

[10] Dawkins, R. (1982), *The Extended Phenotype*, Oxford Paperbacks.

[11] Dennett, D. (1996), *Darwin's Dangerous Idea*, Penguin Books Ltd.

[12] Ver Heylighen, F. (1998), *What makes a meme successful? Selection criteria for cultural evolution*, In Symposium on memetics, Namur, Belgium, 1998, se bem que a minha proposta não está completamente de acordo com a desse autor.

[13] Houdé, O. and Tzourio-Mazoyer, N. (2003), *Neural foundations of logical and mathematical cognition*, Nature Reviews, Neuroscience; Dehaene, S. (1997), *The Number Sense — How the Mind Creates Mathematics*, Oxford University Press.

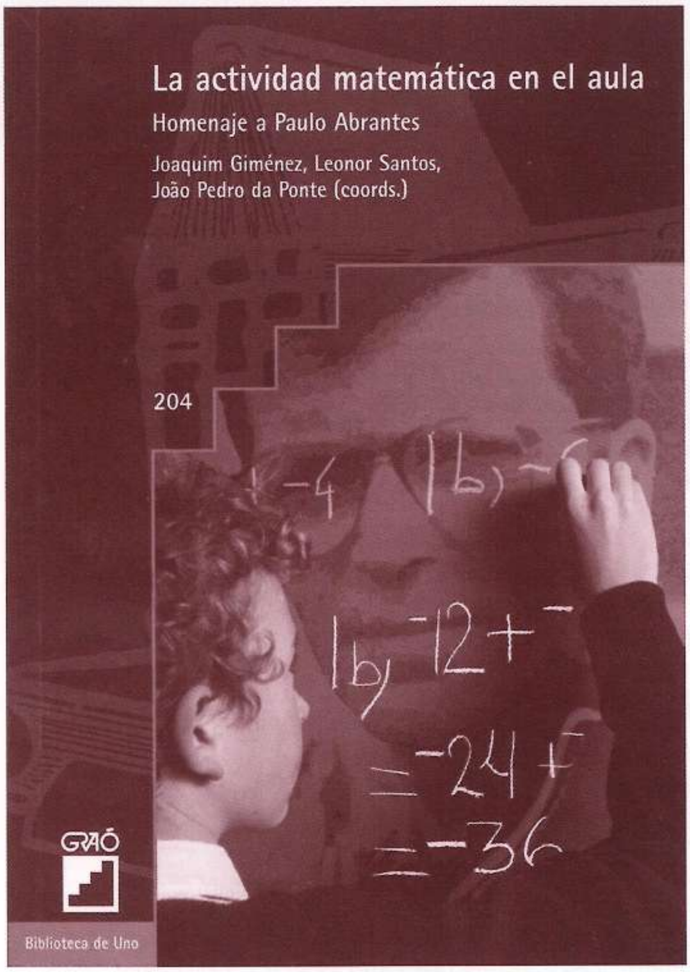
[14] Dennett, D. (2004), *Consciousness Explained*, Penguin Books Ltd.

Roger Abrantes
Biologisk Institut, Dinamarca

La actividade matemática en el aula

Homenaje a Paulo Abrantes

"Paulo Abrantes fue uno de esos escasos investigadores de la enseñanza de las matemáticas preocupados por la relación explícita entre las actividades de investigación y la prática educacional."



Joaquim Jiménez, Leonor Santos, João Pedro da Ponte (coords.)
Editorial Graó, Barcelona

Outubro de 2004, 176 pp.
Preço: sócio 13,00€ PVP 15,30€

É desta forma que abre o prólogo do artigo de Christine Keitel, no primeiro dos 14 artigos que integram o livro dedicado a Paulo Abrantes e que marcam sem dúvida o seu espírito e conteúdo.

O livro é uma homenagem conjunta de autores de diversas nacionalidades — alemã, espanhola, italiana e portuguesa — a alguém que sempre prezou o trabalho cooperativo e está profundamente marcado pela preocupação de que a investigação possa acompanhar o que se passa na sala de aula de matemática, afinal um local privilegiado para um professor de matemática, onde tudo parece começar e onde tudo vai ter, o alfa e o ómega da educação matemática. Nesses 14 artigos é principalmente a actividade matemática dos alunos que é analisada, proposta, discutida e reflectida, com a resolução de problemas e as actividades de investigação a ocuparem os lugares de eleição. A par destes temas, existem também preocupações em ligar a matemática à realidade, outro dos aspectos cruciais na caminhada de Paulo Abrantes, a utilização de materiais, nomeadamente os que a tecnologia nos oferece, e a evidência da diversidade de níveis etários considerados nos alunos e a proveniência dos diversos autores.

Por tudo o que é oferecido, qualquer professor de matemática, estudante de matemática ou investigador na área do ensino e aprendizagem da matemática terá razões de sobra para ler artigos incluídos no livro. O facto de estar escrito em espanhol, resultante da nacionalidade de quem arrancou com a ideia do livro, não inviabiliza de forma nenhuma a leitura por alguém que tenha o português como primeira língua. Num livro de ideias e desafios aliciantes, esse será com certeza mais um deles.

Fernando Nunes

Com esta mesa redonda pretendemos continuar o debate sobre o papel dos exames e, em especial os do 9º ano, iniciado com a discussão pública do projecto de despacho de avaliação do ensino básico.

Por um lado, pretendíamos perceber como é que os exames anunciados se articulavam com a reorganização curricular e perspectivar alguns efeitos dos mesmos na prática dos professores à semelhança da experiência que já se tem do 12º ano. Por outro lado, pareceu-nos importante discutir como é que estes exames se enquadram e/ou relacionam com outros problemas que existem ao nível do 3º ciclo, nomeadamente a taxa de retenção e o abandono escolar.

A mesa redonda decorreu na sede da APM, foi moderada por Isabel Rocha da redacção da revista e contou com a presença de Ana Vieira Lopes, professora de Matemática do 3º ciclo e secundário da Escola Secundária Passos Manuel, em Lisboa, Cesário Silva, director do curso de Educação Formação de Serralharia Mecânica e animador da UNIVA da Escola Secundária Calazans Duarte, na Marinha Grande, Fernando Gomes, vice-presidente da Confederação Nacional das Associações de Pais, Isabel Fevereiro, professora de Matemática do 3º ciclo e secundário da Escola Secundária Josefa de Óbidos, em Lisboa, e Leonor Santos, da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Exames para quê?

Isabel Rocha De que forma encaram a relação entre os exames e a reorganização curricular recentemente introduzida em Portugal? O que pensam sobre o papel a desempenhar por estes exames? Poderão contribuir para a melhoria da qualidade do ensino no ensino básico? Como?

Leonor Santos Em minha opinião, a introdução de um exame a nível nacional assenta habitualmente num conjunto de pressupostos, relacionados nomeadamente com a objectividade, a equidade e a credibilidade do sistema. Eu gostaria de questionar cada um destes pressupostos. Relativamente à objectividade, ou seja, considerar-se que os resultados dos exames são independentes do avaliador, foi um dos grandes objectivos procurados nos anos 50, do séc XX. Este problema foi largamente discutido e estudado, muito embora os resultados obtidos tenham vindo a apontar exactamente para o oposto do que se pretendia. Por exemplo, um educador que trabalhou muito nesta área, Piéron, em 1963, baseando-se na teoria do erro, afirmou que para obter a classificação de uma prova com um intervalo de confiança de 95%, teria que, no caso da Matemática, esta ser vista por 13 avaliadores, e no de Filosofia por 127. Em 1976, um outro educador Bonniol, alterou estes valores, respectivamente para 78 avaliadores e 762. Estes dados são suficientemente clarificadores quanto à impossibilidade de se atingir a objectividade no sentido aqui referido.

A questão da equidade assenta no pressuposto de que pelo facto de os alunos serem sujeitos a uma mesma situação (exame), em que se respeitam um conjunto de regras, em qualquer parte do País, os resultados são comparáveis. Acontece que, se pensarmos um pouco que seja, compreendemos que a igualdade de oportunidades se faz através da diversidade. Portanto, não é por colocarmos todos os alunos sujeitos a uma mesma situação, um exame, que conseguimos garantir a igualdade. Vamos, isso sim, reforçar a desigualdade.

Finalmente, em termos da credibilidade do ensino, uma preocupação legitima e que deve existir, considero que há processos alternativos mais eficazes, com implicações menos negativas e mais coerentes, visto este objectivo ter de ser respondido por uma avaliação aferida e não sumativa das aprendizagens.

Se só por si estas razões não fossem suficientes, outras questões se levantam quando relacionamos exames e reorganização curricular. O facto de termos exames a Português e Matemática contraria um pressuposto que molda toda a reorganização curricular. Estou-me a referir ao conceito integrador da educação. Há aqui uma ideia de integração do saber que é claramente desvirtuada, na minha perspectiva, quando se faz exame a duas disciplinas. E de tal maneira é desvirtuada que a possibilidade de provas globais ou de um trabalho final integrador que deverão progressivamente evoluir para provas que incidam sobre aprendizagens e competências desenvolvidas no âmbito de várias áreas curriculares e disciplinas, referidas no despacho normativo 30/2001 desapareceu integralmente. Assim, a ideia de integração coerente também com o trabalho final de ciclo é totalmente eliminada.

Ana Vieira Lopes Relativamente às questões que estão aqui postas em paralelo: exames e reorganização curricular, se existe ou não alguma relação entre elas, eu penso que não existe, ou seja, são medidas que aparecem em momentos diferentes, por razões diferentes, e que têm objectivos completamente diferentes. A reorganização curricular aparece como uma necessidade de melhorar o ensino básico, os exames são uma medida avulsa, fácil, vistosa ... mas desenquadrada. Eu coloco esta questão do exame de uma forma um pouco diferente da Leonor, porque não me chocaria que houvesse um exame se ele aparecesse como consequência de um conjunto de medidas a implementar para melhorar o ensino básico. Desta maneira o exame só

vai servir para constatarmos o que todos já sabemos: há problemas gravíssimos no ensino básico, nomeadamente a Português e a Matemática. Eu até tenho alguma dificuldade em discutir esta questão do exame porque me parece que é uma medida completamente extemporânea, puramente política e só política. Devíamos realmente perder algum tempo é com a reorganização curricular, mas gostaria de a discutir com base no que se está a passar nas escolas, mais do que os documentos escritos descontextualizados dos processos nas escolas. Sou professora do 3° ciclo, de Matemática, estou a dar aulas, e penso que analisar e discutir os documentos foi uma etapa, mas que, neste momento, não podem ser lidos e discutidos fora da sua implementação nas escolas.

Medidas como um exame não se implementam sem se fazer uma análise do que é que se está a passar. Essa é a questão que me preocupa mais, preocupa-me que se tomem medidas assim, ... é necessário um estudo sobre o que se está a passar, se há resultados positivos ou negativos, quais as dificuldades que as escolas estão a ter com esta implementação ...

Esta passagem do exame de 30% para 25% é uma tentativa de *lavar a cara* aos problemas com que as escolas se estão a debater.

Fernando Gomes [Este exame] não tem justificação a não ser a de se querer colocar, também no 9° ano, a questão dos rankings. É muito mais para projecção pública, mediática, que outra coisa qualquer. Não tem fundamento em termos pedagógicos.

Num artigo que publicámos no sitio da Confap, já prevíamos que não fossem os 30%, que fossem os 25%. Parece uma cedência [da Ministra] mas é evidente que não é. Os pais são claramente favoráveis à avaliação, a toda a avaliação, mas a uma avaliação que tem de ser integrada, tem de se avaliar o ministério, a escola, o que é disponibilizado à escola e também o que a escola disponibiliza.

Há uma série de anos que temos as provas de aferição e que temos os rankings e não se vêem qualquer tipo de medidas que tragam às escolas a possibilidade de elas alterarem ou corrigirem o que se vai detectando com estas provas. Por isso não se entendem estes exames, a não ser com uma justificação, a de culpabilizar alguém, e neste caso, as culpas vão cair nos jovens, que não tem preparação ou acompanhamento familiar ou na própria escola que não corrige essas deficiências que a criança traz ... E ainda por cima este ano vamos avaliar exclusivamente o 9° ano, isto é um perfeito absurdo. Isto não é avaliação. É tudo menos avaliação.

Isabel Rocha Com o peso de 30% havia um papel visível para os exames que era o efeito na progressão do aluno, que não existe com os 25%, porque um aluno a quem o professor atribua o nível 3, mesmo que o aluno tenha 1 no exame, vai ter 3. Então voltamos à questão que papéis vão desempenhar estes exames?

Leonor Santos Passar dos 30% para os 25% parece traduzir uma atitude política engenhosa, agradando a todos. Por um lado, dá-se uma imagem social de que se está a controlar o sistema (alunos e professores), por outro, os encarregados de educação não reclamam muito porque ao fim e ao cabo os exames não vão ter efeito na progressão dos alunos.

Cesário Silva Do ponto de vista da filosofia da reforma [o exame] não se enquadra. No entanto, aquilo que me parece da questão dos 30% para os 25% é que transforma os exames em provas de aferição nominais, ou seja, o Ministério, poderá ter como principal objectivo usar este exame como um diagnóstico para passar para uma nova reforma.

Todos dizemos que a reforma que está em vigor tem falhas, apesar de não ter sido avaliada. Todos nós temos dificuldade em fazer avaliação por competências, precisamos de formação nessas áreas e vamos passar para exames onde vamos avaliar quase estritamente conteúdos, quer queiramos quer não. Chegamos ao fim dos exames e o Ministério passa a ter um instrumento com fiabilidade (para o Ministério ele é fiável), e vai dizer que esta reforma curricular não produziu os efeitos que estava à espera. Então vamos partir para uma nova reforma curricular, o que eu temo é isso.

Mas, temo outra coisa, temo que em dado momento, para os alunos que estão no 9° ano, em função dos resultados obtidos nos exames se introduza algum carácter selectivo para a continuidade de estudos. O sistema pode conduzir à selecção, ao encaminhamento em resultado de exames que neste primeiro ano, pelos 25% podemos assumir que não tem impacto, mas posteriormente, passando para os 30%, poderão ter.

Isabel Rocha E tu pensas que tem a ver com a orientação para áreas mais profissionalizantes?

Cesário Silva Eu penso que neste momento o sistema vem sendo montado avulso, mas vem-se estruturando e vai conduzindo para a selecção e para um sistema cada vez mais elitista. Começam a existir alternativas ao ensino dito regular, temos o caso dos cursos de educação formação, que neste momento já tem sete tipologias de oferta, já varre todo o ensino básico e o ensino secundário e estes exames podem posteriormente ser o factor de selecção para o prosseguimento de estudos. Selecção e encaminhamento. A orientação nas escolas peca, não temos técnicos que o possam fazer de forma correcta e atempada e portanto este é um instrumento que de certa forma é fácil de implementar e rapidamente terá resultados.

Isabel Fevereiro Eu concordo com muitas das coisas que aqui foram ditas. Levantaram algumas questões que eu nem me tinha lembrado. Sinto-me na posição de professora do 9° ano duma escola extremamente difícil, com 50% dos alunos que entram no 7° ano com a idade certa, e os outros 50% já com 16 e 17 anos. Eu, por princípio, não me oponho à questão do exame, o exame poderia fazer algum sentido se eu soubesse exactamente o que é que se esperava dele, para que é que servia e se tivesse possibilidade de trabalhar com os meus alunos nesse sentido, se fosse um jogo claro. Eu, professora, sabia, os alunos sabiam e os pais sabiam para que é que servia. Parece-me que não é o caso, sobretudo agora com esta alteração da passagem dos 30% para os 25%. No entanto, o colega Cesário levantou questões em relação à selectividade. Eu não tenho, no 7° ano, uma turma de 20 alunos com 12 anos, onde posso integrar 3, 4 ou 5 com 16 anos. Não, os alunos de 16 e 17 anos representam 50%. Nós já temos uma experiência na escola com os tais cursos de educação formação e que resultam muito mais. Ou seja, se eu mantiver um aluno de 16, 17 anos num currículo normal, aquele aluno abandona e vai arrumar carros, é isto que acontece. Os outros alunos [dos cursos de educação e formação] têm de facto alguma possibilidade de se manter no sistema com regras muito próprias, muito apertadas e que eles cumprem. São turmas muito mais pequenas, com 15 alunos e, portanto, conseguem fazer o 9° ano, e talvez seja possível agarrar esses alunos e dar-lhe alguma oportunidade nos tais cursos profissionais. Agora, a questão dos exames, só por si, podia ter alguns pontos positivos: neste ano lectivo o grupo de matemática pediu algumas condições para o 9° ano porque há exames à porta e a escola procurou disponibilizar essas condições, porque os resultados vão ter algum peso para os alunos e para a escola. Por exemplo, alguns projectos apresentados pelo grupo de Matemática para este ano lectivo, tempo de estudo exclusivo para a Matemática e para o Português para as turmas do 9° ano na área de estudo acompanhado, já tiveram em conta os exames do 9° ano. A escola poder vir a ser sujeita a algum tipo de ranking o que torna conveniente para a própria escola começar a trabalhar com os alunos no sentido de tentar fazer o máximo possível até chegarem ao 9° ano, dar-lhes o apoio possível para se conseguirem melhores resultados. Os exames podem ter influência positiva na organização e nas práticas da escola. Eu não me oponho ao exame em si, agora posso opor-me à forma como ele aparece aqui, com consequências que ainda ninguém percebeu quais são.

Cesário Silva O exame não devia ser o tecto! Nós estamos a começar outra vez pelo tecto, a começar outra vez por cima, por aquilo que é mais fácil, mais mediático ...

Isabel Rocha A retenção e o abandono escolar são dois problemas graves no ensino básico em Portugal, numa sociedade já de si insuficientemente escolarizada. Na vossa opinião, os exames fazem parte da resposta a este problema?

Porque, se percebi bem, da intervenção da Isabel, o exame pode ser visto como um instrumento de pressão sobre a própria escola, ou seja, um meio da própria escola reflectir melhor sobre a forma, estratégias, para resolver os problemas de retenção que já tem?

Isabel Fevereiro Sim, sim. É sabido que nas escolas, está a haver algum cuidado com os professores que leccionam o 9° ano, a exemplo do que já se passa com o 12° ano, professores que, por exemplo, dêem algumas garantias de assiduidade e de experiência. Relativamente aos alunos nota-se também neste momento alguma preocupação com o exame. Os alunos pedem ajuda e recorrem a aulas de apoio que eu dou, porque combinei com eles disponibilizar essas aulas, e noutras condições provavelmente não o fariam.

Leonor Santos Ao ouvir a Isabel Fevereiro falar, percebo que esteja a dar o testemunho da sua experiência, mas, por outro lado, voltando à reorganização curricular, até que ponto é que essa lógica é compatível com a lógica de ciclo, que é claramente outra ideia transversal da reorganização curricular? Mas, uma lógica de ciclo passa pela permanência na escola de um mesmo professor durante um ciclo, pois só assim é que ele pode planear, gerir, fazer uma planificação a médio prazo e não ano a ano. Ora, se isto fosse realmente aceite pela escola, essa pressão que sofreu e que eu acredito que exista, é também ela contraditória com a própria reorganização curricular. Assim, se caminhássemos para sucessivas aproximações de uma escola que procura ir de encontro a este tipo de paradigma, então esse ponto forte apontado como decorrente da existência de exame deixaria de fazer sentido.

A Isabel ao colocar-nos esta última pergunta relaciona responsabilização com exame. Mas há outra forma de vermos a questão. Poder-se-ia dizer que o exame leva à desresponsabilização. Desresponsabiliza o Ministério da Educação porque através de uma via meritocrática e simplista dá uma imagem à sociedade de que está muito preocupado em garantir a qualidade de ensino; a escola, porque o exame constitui um processo menos visível de exclusão dos alunos com mais dificuldades de aprendizagem e/ou menos adaptados a uma cultura escolar dominante; os professores porque lhes dá argumentos para manter práticas do passado; os alunos porque lhes dá a ideia que se deve estudar para prestar provas e não porque é intelectualmente desafiante e dá gosto aprender.

Isabel Rocha Então os exames provocam alguns efeitos nas práticas dos professores, nomeadamente pelo grande impacto (a ver pelo que tem sucedido no 12° ano) que surge da comparação final e pública entre resultados dos exames e resultados das notas internas. Que efeitos?

Leonor Santos Se é certo que a existência de exame pode criar alguma pressão sobre a escola, sem dúvida nenhuma que se faz sentir sempre uma pressão sobre as práticas dos professores, em particular na Matemática. Pensando nos exames, tal como os conhecemos, uma prova escrita em tempo limitado, existe a possibilidades de incluir na Matemática uma ou outra pergunta de natureza mais aberta. Mas, quanto mais aberta for a pergunta, maiores as dificuldades em termos das classificações. Portanto, a tendência é, se estamos a fazer exames porque queremos garantir a objectividade, então vamos fazer perguntas em que essa objectividade possa ser minimamente, com todas as restrições, garantida. Isso leva imediatamente a um problema: Então as competências? Ficam por avaliar numa prova deste tipo? Provavelmente, o que vamos testar são as aprendizagens, que é aliás o que esta última versão de regulamento da avaliação claramente aponta. Deste modo, o professor vai certamente sentir-se tentado a valorizar no seu ensino experiências de aprendizagem que proporcionem aos alunos uma boa preparação para o exame, isto é, uma boa aquisição de conhecimentos, remetendo para segundo plano o desenvolvimento de competências. Uma vez mais nos confrontamos com uma perspectiva contrária à reorganização curricular.

Ana Vieira Lopes Eu não consigo pôr muito bem as coisas assim. Eu acho que a vida quer dos alunos quer dos professores tem momentos em que há que dar conta do que se anda a fazer e isso até ajuda a validar o que se faz. Os alunos têm de perceber se o que fazem é socialmente válido ou não e os professores também.

Um dos problemas das escolas, neste momento, é que muitos alunos não têm consciência do que andam a fazer na escola ... A escola perdeu, para muitos, o seu papel de centro de aprendizagem, de um momento privilegiado da vida em que se aprende, se discute, se reflecte, se estuda. A escola no seu conjunto, neste momento, parece-me um pouco perdida.

A mim não me choca nem que os professores sejam pressionados, nem que os alunos sejam pressionados. É evidente que convém que não sejam mal pressionados! Faz-me confusão é se a escola se reorganizar só para ter bons resultados no exame. Mas a interpretação da lei é da responsabilidade das próprias escolas. Por exemplo, a minha escola respeita a continuidade pedagógica. Este tipo de medidas é opção de escola e é da responsabilidade dos professores impô-las se as consideram importantes. Os problemas não são só com a Matemática. É também um desastre o que se passa com as línguas. Por isso, a questão é conseguir envolver a população escolar na discussão dos problemas das escolas, da reorganização curricular ... A reorganização curricular tem aspectos muito interessantes, mas está com muitas dificuldades em avançar e isso é que é preciso discutir.

Isabel Rocha Tendo o ensino por competências um carácter mais integrador, faz sentido o exame por disciplina? O modelo de prova do PISA tem esta perspectiva integradora e por isso "foca a descrição das capacidades que o estudante revela em situações da vida real que requerem aplicações de conhecimentos e de competências ao nível da Leitura, das Ciências e da Matemática". O problema estará no exame ou no tipo de exame?

Leonor Santos Eu não precisaria de ir ao PISA. Podíamos tomar as provas de aferição que incluem diversas questões que podem ter uma influência muito positiva no ensino. Se houvesse uma estratégia pensada de divulgação séria das provas de aferição, de um incentivo a que os seus resultados pudessem ser de facto utilizados para aquilo para que foram feitos, que é para regular, para ajustar, eu acho que essas provas poderiam ter um efeito positivo. Se nos recordarmos do primeiro ano em que houve provas de aferição, aplicadas aos alunos do 4° ano de escolaridade, podemos dizer que houve alguns indicadores interessantes, talvez por ser a primeira vez, talvez por ter havido um maior investimento dos diferentes actores envolvidos. Muitos professores do 1° ciclo confrontaram-se com um tipo de questões que não era habitual trabalharem na sua prática e essas questões estavam mais de acordo com o que hoje se pensa que é saber Matemática e o que são boas experiências de aprendizagem em Matemática, houve alguma influência positiva.

Mas, não confundamos as coisas. Um exame tem, digamos nós o que dissermos, funções de selecção e de exclusão. As provas de aferição têm funções de regulação e aperfeiçoamento do próprio sistema. Defender/justificar os exames tem de ter por base argumentos próprios desta modalidade de avaliação. Por outras palavras, os exames são uma coisa, as provas de aferição são outra. Um não substitui o outro.

Isabel Rocha Tem-se verificado um desinvestimento nas provas de aferição sem uma reflexão partilhada sobre a experiência recente de implementação deste tipo de avaliação. A que atribuem este desinvestimento? Na vossa opinião estes exames podem vir a substituir as provas aferidas ou antes pelo contrário, as provas de aferição são de manter?

Isabel Fevereiro Eu estava a ouvir a Leonor falar da influência que podem ter as provas de aferição no sentido de induzir o professor a trabalhar aquelas questões, eu estou perfeitamente de acordo com isso e acho que, por exemplo, se os exames fossem na mesma linha induziriam de igual forma. De tal maneira que, por exemplo, no caso pessoal da escola onde eu trabalho, eu sei que, no 7° e no 8° ano, trabalha-se com os computadores e houve tempo para trabalhar com os computadores e no 9° ano, agora, de facto, há um desinvestimento nessa área, mas foi compensado com algum trabalho que vai ao encontro das questões do Pisa e das provas aferidas, há aí, portanto alguma compensação, desinveste-se dum lado, mas investe-se no outro. Pena é que não haja tempo de trabalhar logo, a partir do 7° ano, da for-

ma como gostaríamos, aquelas questões abertas e muito mais contextualizadas que aparecem nas provas aferidas.

Mas estava a lembrar-me ainda daqueles casos mais complicados, dos alunos que nos entram na escola com 16 e 17 anos ao nível do 7° ano e a experiência na nossa escola, diz-nos que, se trabalharmos com esses alunos do ponto de vista desse tipo de questões muito contextualizadas, o sucesso é completamente diferente. Mas eu não consigo perder o sentido e a consciência de que em termos dos conteúdos que estão a ser trabalhados eu não vou obter os mesmos resultados. Eu estou a trabalhar com eles muito dentro das competências que se têm de desenvolver através de trabalhos de projecto e eles gostam muito e vão avançando ao nível que podem. Eu sinto-me bem porque não estou a entrar em confronto permanente com eles e eles estão satisfeitos porque estão a fazer uma coisa que gostam. É possível trabalhar assim, mas há um custo, e o custo é que eu não vou conseguir chegar com eles todos ao 9° ano nas mesmas condições que chego com os outros.

Fernando Gomes É muito curioso o que está a dizer e essa afirmação deixa-me algumas questões, nomeadamente se tem a noção se é exclusivamente ao nível das aprendizagens do currículo que há notoriamente diferença ou se é ao nível das competências que isso é mais evidenciado? É uma questão que me deixa alguma dúvida ou seja se as competências que esses alunos atingem não serão as mesmas dos outros alunos. É uma curiosidade ...

Isabel Fevereiro Consigo desenvolver com eles algumas competências que de outra maneira não conseguiria. Era impossível chegar até eles porque rejeitam tudo. Fugindo um bocadinho daquilo que é mais tradicional e indo para trabalho de projecto, projectos com base em notícias dos jornais ou de artigos da Internet e trabalhar a matemática que é possível, eles gostam, vão desenvolvendo competências e nós sentimo-nos bem na aula, eles e eu que bem preciso.

Cesário Silva Mas é o que se tem de fazer em quase todos os cursos de educação formação, mas atenção, não podemos pensar em trabalhar competências sem conhecimentos, o contrário é possível, trabalhar conhecimentos sem competências. Isso é fácil. Era aquilo que tradicionalmente se fazia no ensino e é por isso que muitas vezes ouvimos os professores dizerem: "como é que eu avalio componentes sócio-afectivas, relacionais, outras coisas para além dos saberes?".

Fernando Gomes A escola não se conseguiu adaptar, revê-se naquilo que foi a nossa fase de formação, dos nossos tempos, em que acabávamos as aulas, íamos para casa e brincávamos com as crianças que ali estavam no bairro. As nossas crianças não são assim, são completamente diferentes. Têm competências extraordinárias, muitas vezes conseguem trazer coisas que os professores não sabem, porque têm acesso à Internet, às tantas são capazes de estar a argumentar com o professor, que não teve a felicidade de ter consultado o mesmo site que eles, sendo de repente apanhado na sua fraqueza e as pessoas ainda não se habituaram a isto. Existe aqui alguma dificuldade em lidarmos, mesmo nós famílias, com tudo isto.

Ana Vieira Lopes Deixem-me só dizer uma outra coisa, que é um fenómeno relativamente recente, que tem a ver com a nossa história, que é a escola para todos. Todos os problemas sociais que existiam na sociedade antigamente não estavam dentro da escola, porque a escola era só para um determinado sector ...

Fernado Gomes Era elitista.

Ana Vieira Lopes Mas é que este é um problema que não temos conseguido gerir muito bem.

Fernando Gomes São necessários novos actores na escola para conseguir gerir tudo isto, porque é colocado um peso sobre os professores inaceitável. Este tipo de exames concretos, colocados desta forma, não pode ser, porque não se sabe o que se está a avaliar, mesmo quando se diz que é exclusivamente o que está ser dado no 9° ano. A haver uma avaliação ela devia ser colocada logo na 1ª fase da aprendizagem para irmos conhecendo os percursos, notando, sabermos o que tem de ser modificado.

Isabel Rocha E a avaliação aferida não correspondia a essa necessidade?

Fernando Gomes Exactamente, em absoluto, estou definitivamente de acordo.

Isabel Rocha Independentemente de haver ou não exames no 9° ano, a verdade é que não estamos satisfeitos com os resultados do ensino que temos. Apontem uma medida de fundo que considerem indispensável para inverter a situação actual.

Cesário Silva Ia só dizer que apesar de estarem os diagnósticos feitos, cada escola ainda não conseguiu fazer o seu. Apesar de tudo acho que continuamos tal e qual como o Ministério a ter dados avulso, não os conseguimos cruzar, não os conseguimos interligar, não conseguimos encontrar as verdadeiras razões que estão na génese dos problemas. Para mim, a grande medida de fundo era efectivamente cada escola, cada agrupamento conseguir apropriar-se daquilo que seria um observatório de qualidade, com um conjunto de instrumentos, onde eventualmente os exames, possam surgir, e aí nesse contexto, eu não sou contra eles, como forma de socialmente validar as aprendizagens, não como instrumento regulador. O instrumento regulador tem que ser um instrumento interno de responsabilização da escola, dos professores, dos pais, das tais condições para podermos proporcionar boas aprendizagens aos nossos alunos.

Fernando Gomes É uma questão de nome, porque isso é uma prova de aferição.

Cesário Silva O validar socialmente pode ser um exame, o regular não pode ser o exame. O regular tem que prever logo a seguir quais as estratégias a implementar que possam conduzir a que cada escola consiga alcançar uma meta, um objectivo ou uma finalidade que pretendam em determinado momento e em determinado contexto, sabendo também qual é o seu tipo de população. As escolas diferem de sítio para sítio, mas têm que ter um diagnóstico feito e têm de perceber como é que conseguem chegar a outro sítio. Os pais são importantes e os alunos também, e, são importantes outros agentes locais, que cada vez mais, felizmente, se vão aproximando da escola porque a escola se vai aproximando deles. Se calhar conseguimos proporcionar boas aprendizagens se tivermos boas condições de ensino e as escolas e os alunos, desse ponto de vista, não estão em condições de equidade. Há escolas que cada vez têm melhores condições e há outras que cada vez têm piores. A meu ver, quando estes alunos já repisados pelo insucesso e pela retenção, relativamente aos quais estamos tão preocupados, porque vão sendo um número significativo, quando estes que são hoje as franjas, forem a norma, o que é que nós fazemos? É que podemos caminhar para que essa seja a norma se não conseguirmos actuar com alguma urgência.

Fernando Gomes Há obviamente medidas de fundo que têm de ser tomadas, e têm de ser tomadas nos primeiros níveis de ensino. É extraordinariamente difícil que os professores do 1° ciclo, por exemplo, tenham a capacidade de abranger todas as matérias de maneira tão especializada. É necessário, não sei em que formato, talvez não falando na pluridocência, mas de apoio que possa ser feito pelas sedes de agrupamento relativamente às escolas do 1° ciclo. Terá de haver uma forte intervenção a nível deste ciclo. E evidentemente que terão de ser corrigidas as deficiências sócio familiares das crianças. As Associações de Pais gerem muitos ATL, cuja gestão não tem qualquer comparticipação financeira, nem tem qualquer estatuto jurídico, sendo a despesa dividida pelos sócios, o que quer dizer que frequentam os ATL apenas os filhos dos Associados das AP's, ou seja, estão excluídos à partida aquelas crianças que ou as famílias não têm competência ou condições económicas para procurar a existência daquele ATL. É o prolongar da desestruturação social da própria família. Não podemos ter a pretensão de conseguir alterações substantivas nesta geração. Tudo terá de começar de início e teremos de ter a paciência de que apenas numa ou duas gerações é que iremos ver o seu reflexo.

Isabel Rocha Uma medida que envolva os pais.

Fernando Gomes As medidas que envolvem os pais têm sempre um profundo envolvimento de toda a sociedade, porque ao fim e ao cabo todos somos pais e os resultados da intervenção dos pais tem obviamente muito a ver com a capacidade que a própria escola tem de fazer esse envolvimento. É fundamental que a escola saiba abrir-se e perceber que a participação dos pais é algo de fundamental até inclusivamente para não ser ela própria exclusivamente a responsável. Porque uma das coisas que muitas das vezes ressalta para fora, é que a escola é de tal forma fechada que não permite a intervenção da comunidade. E ao não permitir a intervenção da comunidade, assume perante todos a responsabilidade exclusiva e é este que é o grande problema.

É fundamental que todos tenhamos a noção de que, nesta altura, a escola tem que ser aberta e receptiva às novas práticas que se tentam levar a cabo dentro dela e que depois acabam por ser os próprios colegas que levantam obstáculos: — estás a fazer isso, porquê? A escola tem de se tornar definitivamente aberta, não apenas para o exterior, como também para si própria. Tem de haver a noção que o trabalho de todos é um trabalho válido, importante, porque leva ao próprio envolvimento e à responsabilização de todos. Não se pode esperar que seja um professor o responsável, não é aceitável. Esse professor poderá ser o responsável perante o grupo, mas perante a comunidade não, é toda a escola que o é. Há que ter esta noção e por isso a dificuldade que nesta altura a escola, os professores e mesmo nós pais, que participamos na escola, sentimos, em explicar à comunidade que o que se passa ali não são apenas casos negativos.

Ana Vieira Lopes O Cesário falava do envolvimento das escolas, eu acho que mais do que fazer mudanças de fundo, neste momento, é preciso discutir as *coisas pequeninas* porque fazer grandes mudanças de filosofia de educação e pensar que se vai conseguir alterar a situação, sinceramente não me parece. Um aspecto que nós temos desprezado um pouco enquanto professores, é a discussão do que se passa na realidade, a situação que não funciona ... o grupo de alunos a quem nós não conseguimos ensinar nada, o grupo de alunos que não tem regras ... Eu penso que os professores têm que ser envolvidos numa discussão em termos do funcionamento da sua própria escola e quem diz da escola diz da disciplina de Matemática. É preciso que se pegue nos problemas, que se discutam e que se fale deles, também com os pais. Alguns problemas têm sido tabu nomeadamente a relação escola família. Parece-me que os pais podem fazer muito na escola e que são pouco responsabilizados, estão à espera que a escola faça coisas que a escola não pode fazer. Há responsabilidades grandes de professores, de alunos e de pais. Esta questão para mim é muito importante, é mesmo muito importante que se clarifique o papel de todos.

Leonor Santos Do que foi dito até agora, ressalta de imediato que dada a complexidade do problema não há uma única medida de fundo. A intervenção é a diversos níveis. Eu subscrevo o já referido, isto é, que a nível de escola haja um maior desenvolvimento da sua autonomia e responsabilização, nomeadamente na identificação e discussão dos seus próprios problemas para uma intervenção contextualizada adequada. É um nível. Outros podem ser acrescentados.

Ao nível da sociedade em geral, é preciso mudar de um paradigma de repressão e de controlo para um paradigma de valorização e responsabilização. O que acontece hoje em dia, o que sai nos jornais é dizer mal e não há vozes responsáveis a contrariar isto. Nós não vamos conseguir nunca melhorar quando, por exemplo, dizemos: os responsáveis são os professores. Qual é a reacção normal de alguém quando é acusado? É defender-se. Não se criam condições para uma postura de autocrítica e reflexão. O Ministério da Educação, por exemplo, tem um papel a desempenhar. Há que valorizar aquilo que já se faz bem. Aquilo que são boas experiências, porque há boas experiências.

Há também que apostar no envolvimento dos diferentes actores, em particular dos professores. Já houve algumas medidas feitas nesta lógica, mas não tiveram continuidade. Por exemplo, estou a pensar no movimento da reorganização curricular que procurou, em dado momento, envolver os professores e as escolas, seguindo, deste modo, um modelo de desenvolvimento educacional, que contraria a lógica de cima para baixo, da responsabilidade de especialistas, como então tinha acontecido em Portugal. Houve todo um trabalho prévio em que, por exemplo as escolas se ofereceram para experimentar algumas orientações. Procurou-se que o desenvolvimento curricular acontecesse em paralelo com a investigação. Quando sai a reorganização curricular, já havia uma ampla experiência desenvolvida por um número elevado de escolas. Muitas das medidas então introduzidas não surgiram do nada, mas já existiam na prática e havia indicadores de que davam bons resultados. Foi, por exemplo o caso das aulas de 90 minutos. Esta forma de envolver os professores no processo de desenvolvimento curricular é essencial.

Ainda quanto ao processo concordo com o que a Ana diz de que não pode haver mudanças a toda a hora. Não basta legislar para garantir que existe inovação. Houve todo um processo de envolvimento dos professores em 2000. Havia uma onda de optimismo, de vontade, de decisão de vamos fazer, vamos tentar fazer melhor, vamos procurar experimentar, etc., mas de facto as pessoas envolvem-se, dedicam-se e, entretanto, começam a sentir que afinal não é nada assim, que afinal vai ser outra coisa. Não se pode estar a jogar com toda uma classe profissional.

Para além disto, há um conjunto de sistemas de apoio, que devem ser criados. Sistemas de apoio, como por exemplo, uma formação mais ou menos formal, que responda às necessidades sentidas pelos professores; que parta da própria prática dos professores, que reconheça, utilize e faça recurso aos conhecimentos e às competências profissionais que os professores têm; que incentive o trabalho colaborativo, de partilha, de negociação entre os professores.

Isabel Fevereiro Eu tenho 4 ou 5 pontos que gostava de deixar como sugestões. A questão da valorização, a questão da responsabilidade de todos os intervenientes, a questão da clarificação do papel que se espera de cada um. Eu professora tenho que saber exactamente perante aquela turma, com aqueles alunos específicos o que é que se espera de mim, se é passar o tempo a enganar, é prepará-los para poderem seguir para um 10° ano, é eles desenvolverem competências que lhes permitam enveredar por outro caminho. Os alunos têm de saber o que é se espera deles quando ali estão, eles também têm de saber isso claramente. A outra questão é a questão da organização e responsabilidade da escola. Quando temos na escola grupos que não funcionam como grupos, as pessoas são deixadas sozinhas, ninguém tem nada a ver com nada. Àquela colega calhou-lhe uma turma com dificuldades, ninguém no grupo tem nada a ver com isso, ela é que é responsável por aquela turma. Não pode ser assim.

E por último é a questão da colaboração entre os professores, que eu acho fundamental e aqui deixo só uma sugestão que me é particularmente simpática: tendo passado pela experiência do acompanhamento de professores do secundário, tive sempre muita pena que não se tivesse feito um acompanhamento para professores do ensino básico, porque, foi uma experiência que eu acho que teve muitos aspectos positivos, mexeu com muita gente e deixou muita coisa feita.


Pavilhão do Conhecimento

Campeonato nacional de jogos matemáticos

Luís Reis

A final

No passado dia 26 de Novembro, alunos e professores começaram a chegar cedo ao Pavilhão do Conhecimento, no Parque das Nações. Muito antes das 10 horas aprazadas. Os de mais longe chegaram mesmo a levantar-se às 4h30! Meninos do 1° ciclo!

Horários são horários e a ocasião era especial. Nada mais, nada menos do que a final do primeiro campeonato nacional de jogos matemáticos.

A vasta nave do Pavilhão impressionava: 92 mesas de jogo, num total de 152 tabuleiros e 32 conjuntos para os jogos poliédricos. Além das seis secções, uma por jogo, havia ainda espaço para a exposição Jogos do Mundo, a nova exposição da APM, inaugurada durante o ProfMat da Covilhã.

Na recepção, cada aluno recebia o seu número de código. À medida que se completava um grupo, havia uma chamada pelo sistema sonoro do Pavilhão.

A excitação e a azáfama eram enormes. As varandas superiores da nave estavam repletas: jogadores que aguardavam a chamada, colegas e professores acompanhantes, monitores ...

Em pouco tempo estavam as mesas cheias de crianças e jovens a jogar. Os monitores vigiavam atentos, mas com ordens estritas para não interferirem, a não ser pelo pedido expresso de um jogador. Os mais novos eram observados ciosamente pelos seus professores, à distância, pois era proibido entrar no recinto de jogo.

O júri, formado por elementos da comissão organizadora e por colegas do Núcleo de Viseu, recebia os resultados de cada partida e estabelecia os novos parceiros. Uns perdiam, outros ganhavam (é a vida!) e as folhas de trabalho iam-se preenchendo.

Às 13h estavam todas as partidas de apuramento realizadas. Seguiu-se o retiro do *grande júri* para seleccionar os finalistas que iriam prosseguir durante a tarde. Entretanto, recebemos a inesperada visita do ex-ministro da Ciência, Mariano Gago, que se interessou pelos pormenores da iniciativa.

Depois de almoço muitos olhos ansiosos aglomeravam-se na entrada do Pavilhão do Conhecimento à espera de ver o seu código (ou o de um colega) nas folhas afixadas com os resultados. Para uns a ansiedade transformou-se em desilusão, para outros em alegria, pois iam prosseguir para as finais da tarde. E também houve quem protestasse os resultados.

A parte da tarde foi rápida e às 16h estava praticamente tudo a postos para dar início à entrega dos prémios, calculadoras TI e computadores (além dos livros que todos os participantes receberam). As escolas dos premiados também levaram material oferecido pela empresa C. Miranda. Houve a chamada à *boca de cena*, palmas, fotografias para a posteridade, foi uma cerimónia a preceito.

Seguiu-se o regresso a casa, certamente com muito que conversar.

Foi assim a primeira aventura. Termina aqui a história ou haverá mais capítulos?

Vamos aguardar notícias.

Sessão protocolar

No final da manhã, enquanto decorriam as partidas realizou-se uma curta sessão protocolar no auditório do Pavilhão do Conhecimento. Estiveram presentes Jorge Nuno Silva (comissão organizadora), Rosália Vargas (directora da Agência Ciência Viva), Isabel Rocha (presidente da APM), António Carvalho Rodrigues (director do Centro de Competência Entre Mar e Serra), José Francisco Rodrigues (coordenador do Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais-UL) e Nuno Crato (presidente da SPM).

Foi realçado o mérito da iniciativa e o interesse em lhe dar continuidade.

A organização

A ideia do campeonato começou a *aquecer* em Julho de 2003. Pessoas e instituições reuniram energias e foram estruturando a iniciativa, pioneira no nosso país. A primeira apresentação pública teve lugar numa sessão especial no ProfMat de Santarém, em Novembro de 2003. Considerou-se que seria necessário um ano para o processo de consolidação, por isso definimos a Semana da Ciência e Tecnologia, em Novembro de 2004, como uma boa altura para incluir a final.

Houve um trabalho intenso de divulgação, que assumiu diversas formas:

— sessões de apresentação e de trabalho para professores, alunos ou público em geral (por exemplo, nos encontros regionais promovidos pelos Núcleos da APM);
— informação escrita;
— informação *online* em inúmeros sites;
— construção de 100 conjuntos com os 6 jogos que faziam parte da final, alguns para empréstimo e outros para venda pela APM.

As Direcções Regionais de Educação também colaboraram nesta divulgação.

Findo o prazo de inscrição, em 30 de Junho de 2004, tinham-se inscrito 202 escolas, com 963 alunos. No entanto, após o período de confirmação, em Outubro, estes números baixaram para 105 Escolas /Agrupamentos e 489 alunos. Mas, no próprio dia da final, os registos apontam o número total de 379 jogadores, assim distribuídos:

Pontos e quadrados — 1° ciclo: 19

Jogos Poliédricos — 1° e 2° ciclos: 45 (12+33)

Ouri — 1°, 2° e 3° ciclos: 142 (17+52+73)

Peões — 2° e 3° ciclos e secundário: 152 (47+72+33)

Amazonas — 3° ciclo e secundário: 94 (60+34)

Hex — secundário: 37

Para ajudar no dia da final estiveram presentes elementos da comissão organizadora (Ana Fraga, António Costa, João Almiro, João Pedro Neto, Jorge Luz, Jorge Nuno Silva, Jorge Rezende, Luís Reis e M. Teresa Santos), do Núcleo de Viseu da APM (Ana Paula Rodrigues, Ana Paula Sousa, Cristina Ferreira Loureiro, Fernanda Graça, Graça Gonçalves, João Cavaleiro, Margarida Abreu e Natália Ferreira), José Cavadas, professor do ensino secundário e do Grupo de Xadrez da Benedita e ainda cerca de 30 monitores.

Quem quiser ter uma ideia do que se passou no dia 26 pode ver fotos do campeonato em `http://ludicum.org`

Obviamente, nada disto teria sido possível sem o interesse e trabalho dos professores nas escolas. E sem a adesão dos alunos. Afinal não foi para eles que todos nos mobilizámos?

Por nós, valeu a pena o esforço. 2004 foi um bom ano!

Luís Reis
Comissão Organizadora do 1° CNJM

Depoimentos

Escola Secundária com 3° Ciclo de Valbom, Gondomar

O grande átrio do Pavilhão do Conhecimento, em Lisboa, com 500 (?) enérgicos jovens que, com um notável esforço de concentração, jogavam um dos seis jogos propostos no 1° Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, é uma imagem que dificilmente esquecerei e que gostaria de ter visto divulgada naqueles mesmos meios de comunicação que tanto espaço dedicam ao *ranking* das escolas.

Considero que uma grande parte do incontestável sucesso deste campeonato se deve ao conhecimento que a organização demonstrou da realidade das escolas e ao entusiasmo dos professores que coordenaram a selecção dos participantes.

Analisando os resultados positivos da E.S/3 de Valbom — um primeiro e um segundo prémios e ainda mais dois alunos nas *pooles* finais — suponho que grande parte deste sucesso se prendeu com a divulgação atempada do campeonato e dos jogos e com o sistema de selecção utilizado. A nível de escola, o torneio desenrolou-se ao longo de um período extenso, com diversas eliminatórias, o que permitiu, do meu ponto de vista, um aperfeiçoamento das estratégias de jogo e o apuramento cuidadoso dos melhores jogadores — diversos alunos contaram-nos que mobilizaram a família, amigos e, inclusive explicadores, de forma a poderem treinar com o maior número possível de adversários; também a pesquisa na Internet de *software* simulador dos jogos, foi uma prática comum entre alguns dos participantes.

Talvez seja curioso referir que os dois alunos mais bem classificados são do 11° ano, do 1° Agrupamento, mas da opção de Desporto, podendo-se considerar que são alunos que, no dia a dia, não têm uma relação muito *fácil* com a matemática, mas que indiscutivelmente investiram fortemente na análise e estudo das melhores estratégias de jogo.

Num balanço final, espero que não deixem esmorecer esta actividade, ganhando cada vez maior projecção entre os jovens e ultrapassando fronteiras. Seria importante divulgarem as datas e os jogos que farão parte do 2° Campeonato Nacional ainda este ano lectivo, por forma às escolas aproveitarem as sinergias já mobilizadas.

António José Mendes, professor de Matemática

Na minha opinião a recepção, organização e as instalações onde decorreu o campeonato, foram muito boas. Só tenho uma pequena crítica relativamente a uma regra utilizada no campeonato — existência de tempo limite por jogada — não ter sido divulgada atempadamente, de forma a ter sido aplicada na fase de selecção dos participantes, a nível de escola.

Como conclusão, gostei muito da experiência e espero poder vir a repeti-la. O primeiro prémio para cada jogo era realmente tentador, tendo ficado um pouco triste por não o ter ganho.

Agradeço ao meu professor de matemática, que me incentivou a participar, e aos meus amigos, que me ajudaram a treinar.

Filipe Marques, 2° classificado no jogo HEX

Foi no dia 26 de Novembro que joguei o Amazonas pela primeira vez, com pessoas desconhecidas. Estava calmo, sem grandes expectativas ... Nunca pensei chegar onde cheguei!

Depois de ser apurado para as finais, aí sim, fiquei nervoso ... Havia fotógrafos, fiscais e professores a assistir, que não me deixaram nada à vontade, mas o importante foi ter conseguido ganhar! Começou toda a gente a bater-me palmas a dar-me os parabéns ... Nunca tinha recebido tantas palmas! Fiquei muito feliz por ser o Campeão Nacional do Jogo Amazonas/Secundário.

Figura 2. O jogo dos Peões.

Cláudio Pinto, 1° classificado no jogo AMAZONAS/Secundário

Na minha opinião todo o campeonato foi emocionante, desde as eliminatórias até às finais. Considero que o método de selecção utilizado pela minha escola foi justo e adequado. No dia da ida a Lisboa estávamos bastante ansiosos, mas tudo correu bem. O Pavilhão do Conhecimento era enorme e estava cheio. O Campeonato foi muito competitivo e estava razoavelmente organizado. Considero que fomos bem tratados.

Esta experiência foi fantástica e fiz novos amigos. Gostava de no próximo ano a poder repetir.

Stéphane Martins, finalista no jogo PEÕES/Secundário

EB1 de Caxinas,Vila do Conde

Jogos de matemática

Eu chamo-me Tiago João. Venci, na minha escola, o Campeonato do jogo *Pontos e quadrados*.

O Nuno que foi o vencedor do jogo do *Ouri*, o professor Saleiro e eu, fomos a Lisboa participar no 1° Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos.

Viajámos três horas de comboio. Quando chegámos ao pavilhão onde ia decorrer o campeonato, senti-me feliz. Eu era do 1° ciclo e era o número 2007.

Quando chamaram pelo meu nome, entrei e joguei contra meninos da minha idade. Consegui vencê-los e passei para a final.

Os meninos com quem joguei na final tinham 12 anos e eu tenho 9. Com estes meninos eu perdi, mas soube que fiquei em terceiro lugar.

Recebi um prémio que é um livro de 216 páginas que se chama O *Universo dentro de uma casca de noz*. Estou a lê-lo e estou a gostar bastante.

Eu gostei muito de participar nesse concurso. Não fiquei triste por não ganhar e até fiquei feliz por ficar em terceiro lugar.

Quando cheguei ao Porto, fui para casa, em Vila do Conde. Contei tudo à minha mãe Celeste que ficou muito orgulhosa por eu ir até à final e ficar em terceiro lugar.

Tiago João, 3° Ano

A minha viagem a Lisboa

Eu fui um dos seleccionados para participar no 1° Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, na categoria do Jogo do Ouri e fui a Lisboa disputar a final com outros concorrentes.

Eu perdi na 1ª eliminatória, mas, para mim, o importante não é ganhar mas sim participar.

Foi uma experiência boa pois tive oportunidade de conviver e conhecer outros participantes de várias escolas do país.

Também tive oportunidade de visitar o Oceanário onde vi peixes estranhos e outros seres marinhos que nunca tinha visto como: peixe Mola-mola; peixe Palhaço; peixe Pedra; o Tubarão Zebra; a Manta; as Enguias; a Medusa; as Anémonas e outros.

Gostei muito de ter ido a Lisboa apesar de ter enjoado durante a viagem de comboio. É que Lisboa fica um bocadinho longe!...

Nuno Salvador, 4° ano

Fotos em `http://www.di.fc.ul.pt/~jpn/cnjm/`

Número de escolas participantes na final, por concelho [o nome do concelho, sem mais indicações, significa 1 escola][1]

Alcobaça (6); Almada (5); Anadia; Ansião; Aveiro; Azambuja; Barreiro; Batalha; Beja; Cantanhede; Carregal do Sal; Cartaxo (2); Cascais (4); Castelo Branco; Castro Daire; Coimbra (3); Figueira da Foz; Fundão; Gondomar (2); Guimarães; Leiria (4); Lisboa (9); Loures; Lousã; Mafra; Marinha Grande (2); Matosinhos (3); Moita; Montijo; Odivelas (3); Oeiras (3); Ourém; Ovar; Palmela; Penafiel; Peso da Régua; Pombal; Portalegre; Porto de Mós (3); Porto (2); Proença-a-Nova; Santa Comba Dão; Sesimbra (2); Sintra (7); Tomar; Tondela (3); Torres Vedras; Vagos; Viana do Castelo; Vila do Conde (3); Vila Nova de Gaia (2); Vila Real (2); Viseu (3)

[1] Dados relativos às confirmações finais e não ao próprio dia do campeonato.

Figura 2.
Isabel Rocha, presidente da APM, e um premiado

Os premiados[primeiro e segundo classificados]

Jogo	Categ.	Nome	Escola
Pontos e Quadrados	1° Ciclo	Pedro Duarte	Colégio Sagrado Coração de Maria, Lisboa
		João Borralho	EB1 Carvalhal de Turquel, Alcobaça
Jogos Poliédricos	1° Ciclo	Daniel Miranda	2° Jardim-Escola João de Deus, Coimbra
		Francisca Salgado	Colégio Nossa Senhora da Assunção, Anadia
	2° Ciclo	Margarida Reis	Colégio Sagrado Coração de Maria, Lisboa
		Wu WeiQing	EB 2,3 Visconde Juromenha, Tapada das Mercês
Ouri	1° Ciclo	Pedro Carvalho	2° Jardim-Escola João de Deus, Coimbra
		André Santos	Externato Champagnat, Lisboa
	2° Ciclo	Beatriz Ferreira	EB 2,3 Padre Francisco Soares, Torres Vedras
		Ana Carvalho	EB 2,3 de Matosinhos
	3° Ciclo	Daniel Filipe Formiga	EB 2,3 de Santana, Sesimbra
		Paulo César Leitão	EB 2,3 de Atouguia da Baleia
Peões	2° Ciclo	Luís Maduro	Agrup. de Escolas Eugénio de Castro, Coimbra
		Rui Machado	EB 2, 3 de Tondela
	3° Ciclo	Vladimir Melnik	Externato Cooperativo da Benedita
		Hélder César	EB 2,3 de Santana, Sesimbra
	Sec	António Pedro Pereira	ES/3 Augusto Gomes, Matosinhos
		Filipe Brandão	ES/3 Oliveira do Douro
Amazonas	3° Ciclo	Diogo Oliveira	ES/3 Oliveira do Douro
		João Loureiro	Colégio Sagrado Coração de Maria - Lisboa
	Sec	Cláudio Pinto	ES/3 de Valbom, Gondomar
		Edgar Lopes	ES Viriato, Viseu
Hex	Sec	Tiago Azevedo	Colégio Sagrado Coração de Maria, Lisboa
		Filipe Marques	ES/3 de Valbom, Gondomar

As fotografias das quatro cidades

Resolvi fazer um teste a quatro amigos meus. Em cima da mesa coloquei quatro fotografias numeradas de 1 a 4, disse-lhes que tinham sido tiradas em Leiria, Porto, Évora e Viseu, e pedi-lhes que tentassem descobrir a cidade correspondente a cada uma delas. Eis as respostas:

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto

Os resultados não foram brilhantes. Um deles falhou todas e cada um dos outros acertou em duas cidades.

A que cidade correspondia cada fotografia?

(Respostas até 1 de Maio)

Pedras através do aro

O problema proposto no número 79 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Quatro miúdos inventaram um jogo. Penduraram um velho aro metálico bem alto num ramo de árvore. Todos têm igual número de pedras e vão atirá-las uma a uma, tentando fazê-las passar através do aro. O sistema de pontuação é o seguinte:

- *Se a pedra passar pelo interior do aro sem lhe tocar: 2 pontos.*
- *Se passar pelo interior mas tocar no aro: 1 ponto.*
- *Se não passar pelo interior do aro mas lhe tocar: 0 pontos.*
- *Se passar por fora do aro sem lhe tocar: desconta 1 ponto.*

Feito o jogo, a classificação final foi a seguinte: 1° Daniel, 2° Joana, 3° Francisco, 4° Catarina.

Reparei que, se o que contasse fosse apenas a pedra atravessar o aro sem lhe tocar, não marcando nem descontando nada nos outros casos, a classificação teria sido precisamente a inversa. E mais: isto seria impossível de acontecer se eles tivessem menos pedras.

No total, 12 pedras bateram no aro.

Que pontuação tiveram os quatro amigos e como foram os lançamentos de cada um?

Chegaram-nos apenas três respostas: António Lucas (Castelo Mendo), António Rebolho (Avelãs de Caminho) e Augusto Taveira (Faro). As estratégias utilizadas foram semelhantes. Eis como eles chegaram à solução :

Consideremos o caso hipotético em que apenas se pontua 2 pontos quando a pedra passa pelo interior do aro sem lhe tocar. Para se poderem distinguir as posições dos quatro amigos, a diferença entre as respectivas classificações consecutivas seria, no mínimo, de 2 pontos.

Desta forma, com um mínimo de pedras teríamos:

Catarina — 6 pontos
Francisco — 4 pontos
Joana — 2 pontos
Daniel — 0 pontos.

No mínimo, haveria 6 lançamentos em que a pedra passava pelo interior do aro sem lhe tocar.

Mas, na realidade, a classificação foi inversa. Isto significa que as 12 pedras que bateram no aro alteraram as posições, fazendo com que alguns concorrentes perdessem pontos e outros ganhassem pontos.

Neste momento, sabemos que houve, pelo menos, 18 lançamentos (12 a tocar o aro e 6 a passar pelo seu interior, sem tocar). Se todos lançaram um número igual de vezes, então o número mínimo de lançamentos será 20.

Partindo da primeira situação considerada, vamos tentar distribuir estes lançamentos de modo que a diferença entre classificações consecutivas seja, no mínimo, 1 ponto.

D	J	F	C
	2	2	2
		2	2
			2

A Catarina teria que perder o máximo de pontos nos dois lançamentos que lhe restam e Daniel teria de ganhar o máximo de pontos em todos os lançamentos, com pedras no aro. Além disso, a diferença de pontuação entre a Catarina e o Daniel tem de ser de 3 pontos, para que os outros dois possam ficar com as pontuações intermédias. Para isso, vai ser preciso que cada um faça seis lançamentos.

D	J	F	C
1	2	2	2
1		2	2
1			2
1			-1
1			-1
1			-1

A Catarina está com 3 pontos e o Daniel com 6. A Joana vai ter 5 pontos no final e o Francisco 4.

D	J	F	C
1	2	2	2
1	1	2	2
1	1		2
1	1		-1
1			-1
1			-1

As pontuações já estão certas. Falta acertar o número de lançamentos a tocar no aro. Já temos 6 do Daniel e 3 da Joana. Faltam 3, que terão de ser da Joana e do Francisco. E para cada lançamento destes, que vale um ponto, tem de haver outro, do mesmo concorrente, a passar por fora para descontar um ponto. A única possibilidade é que se segue:

D	J	F	C
1	2	2	2
1	1	2	2
1	1	1	2
1	1	1	-1
1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1

Cada um lançou 6 pedras, num total de 24.

Revista temática de 2005

O número temático de 2005 da Educação e Matemática, que este ano corresponde à revista de Setembro/Outubro tratará o tema **Números e Álgebra**.

Trabalhar este tema é um desafio que sabemos não ser fácil mas que achamos importante enfrentar.

Contamos com a disponibilidade e o entusiasmo manifestado, desde logo, pelo nosso editor convidado **Jaime Carvalho e Silva** para construirmos esta revista.

A colaboração dos colegas é também muito importante e, por isso, aqui fica o repto para que nos façam chegar um ponto de vista, uma reacção, uma ideia, um relato de sala de aula, ou ...aquilo que entenderem relativo ao tema.

A data limite para recepção de contribuições é **30 de Maio**. Não se esqueça!

2005

O ano 2005 foi declarado o Ano Internacional da Física. Na origem desta celebração da Física no ano centenário de Alberto Einstein, está presente o reconhecimento da importância da Física e das suas aplicações no desenvolvimento tecnológico do mundo actual. Dadas as tradicionais e importantes relações entre Física e Matemática, a redacção da Educação e Matemática quiz associar-se a estas comemorações, criando uma secção Ano Internacional da Física que será incluída em cada um dos cinco números da revista a publicar em 2005. Pareceu-nos que uma boa forma de iniciar esta secção seria explicitar algumas das relações entre as duas ciências. Carlos Fiolhais, Físico, escreveu em 2000, o artigo Relação da Física com a Matemática, a propósito do Ano Mundial da Matemática onde esta relação é expressa de forma fundamentada, interessante e actual. Agradecemos a Carlos Fiolhais por nos autorizar a publicação deste artigo.

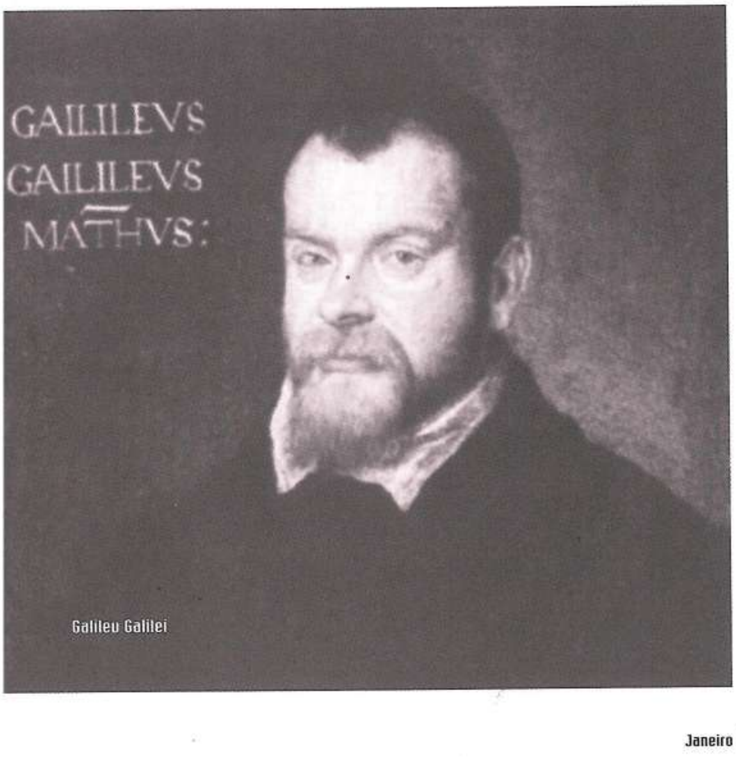
Para saber mais sobre o Ano Internacional da Física pode consultar a página da SPF `www.spf.pt`.

Lançamos aqui também o desafio aos leitores para que nos enviem artigos ou notícias sobre actividades realizadas nas escolas, e que possam ser incluídas nesta secção.

Relação da Física com a Matemática

Carlos Fiolhais

Há entre a Física e a Matemática uma relação de grande proximidade, pode-se mesmo dizer de grande intimidade. A Física — o conhecimento do mundo material — não se pode fazer sem a Matemática. A linguagem da Física é, sem qualquer dúvida, a Matemática. Segundo Galileu Galilei, "a Natureza está escrita em caracteres matemáticos" e, segundo Francis Bacon, o seu contemporâneo que teorizou o método científico, "à medida que a Física avança cada vez mais e desenvolve novos axiomas, ela exige uma ajuda pronta da Matemática". Não há nada que possa iludir ou contrariar a relação íntima entre Física e Matemática: sem Matemática não há Física. Quem não souber Matemática não poderá apreciar verdadeiramente a Física, nem os seus princípios nem as suas conclusões. A maneira mais sucinta, clara e elegante de exprimir as leis físicas — os enunciados que descrevem o comportamento do mundo material — é a Matemática. Mas, além disso, a Matemática é também, por outro lado, a maneira de tirar, sem erros, as consequências dessas leis. Conforme afirmou há cerca de cem anos o alemão Wilhelm Roentgen, o primeiro prémio Nobel da Física: "O físico precisa de três coisas para o seu trabalho: matemática, matemática e matemática".



Galileu Galilei

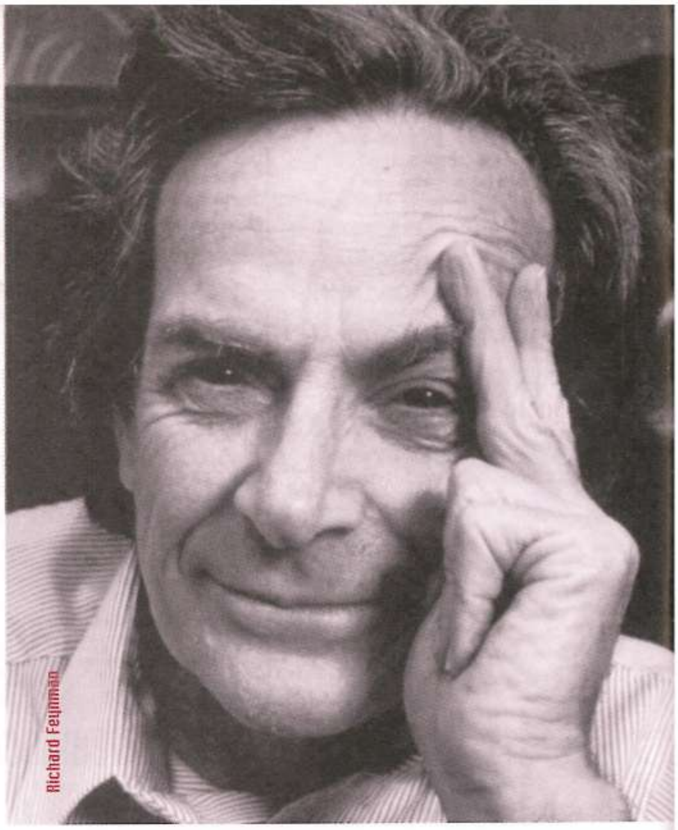
Muitos dos físicos mais importantes ao longo da história foram também matemáticos. Alguns, mais raros, criaram a Matemática de que precisavam para a sua descrição do mundo. Por exemplo, o grande Isaac Newton inventou o cálculo diferencial para descrever o movimento dos corpos, fossem estes maçãs ou luas. Como disse Albert Einstein, uma autoridade sobre a mecânica de Newton a ponto de a ter alterado (sem necessidade de matemática nova), "a equação diferencial entrou como criada de servir e ficou até se tornar a amante". Não *uma* amante, mas *a* amante ... De facto há, mais do que uma promiscuidade ocasional, uma autêntica e permanente concubinagem entre Matemática e Física. Trata-se de comunhão não só de cama como de mesa e roupa. Se há físicos que foram matemáticos, há também muitos matemáticos que gostam de ser físicos. Segundo o matemático alemão David Hilbert, contemporâneo de Einstein, "a Física é demasiado difícil para ser deixada apenas aos físicos ..."

O físico Eugene Wigner explicitou a conexão profunda, entre matemática e o mundo real, declarando em 1960:

"A linguagem da matemática revela-se desrazoavelmente eficaz nas ciências naturais. É um presente misterioso que nem compreendemos nem merecemos. Devemos estar agradecidos por ele e esperamos que continue a ser válido na investigação futura e que até mesmo se estenda, para o melhor e para o pior, para nosso prazer e apesar talvez da nossa admiração, a ramos mais vastos do conhecimento".

Wigner não foi original. Já Einstein tinha escrito antes dele: "Há um enigma que desde sempre tem perturbado as mentes. Como pode a Matemática, ao fim e ao cabo um produto do pensamento humano independente da experiência, ser tão admiravelmente apropriada aos objectos da realidade?"

Há numerosos exemplos dessa *apropriação*: o cálculo diferencial e a mecânica newtoniana, a teoria da relatividade geral e a geometria diferencial, a análise funcional e a mecânica quântica, a teoria dos grupos e as partículas elementares. Porquê? Penso que ninguém tem uma resposta definitiva para este enigma.



Richard Feynman

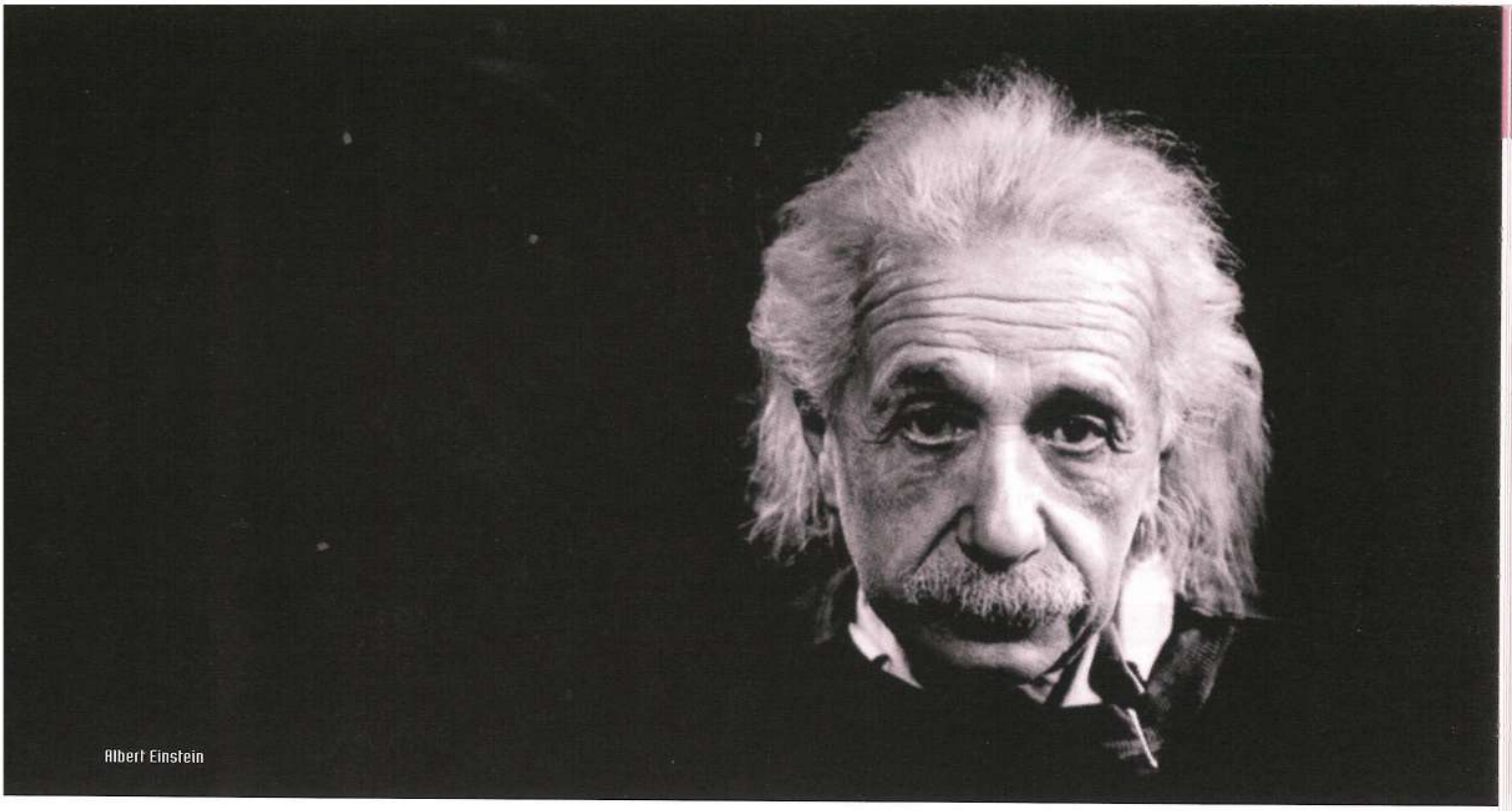
Se a Física não dispensa a Matemática, já é controverso que a Matemática possa dispensar a Física. Pode a Matemática existir sem a Física? Para o matemático inglês deste século G. H. Hardy, que escreveu uma famosa *Apologia da Matemática* (não traduzida em português), não só pode como existe. Para muitos matemáticos, o seu trabalho, monótono, contínuo e ilimitado, pode ser feito interiormente, sem olhar à volta para ver o mundo. Haverá um certo prazer solitário nesse trabalho isolado. Mas será difícil negar que a Física acrescenta à Matemática um certo *picante*, um tempero, uma excitação adicional. Ganha-se alguma coisa se se olhar *para fora* e encontrar alguma correspondência com aquilo que se vê *cá dentro*. Pode até ganhar-se juízo! A seguinte frase é demolidora de algumas concepções da Matemática. Para o físico norte-americano Joshua Willard Gibbs, também contemporâneo de Einstein: "Um matemático pode dizer o que quiser, mas um físico tem de ter alguma sanidade mental".

G. H. Hardy

Métodos diversos

Decerto que a Física e a Matemática usam metodologias diferentes. Na Física, a intuição vence a dedução de um modo claro. O conhecimento do mundo processa-se por adivinhação baseada no conhecimento anterior. O exercício criativo da imaginação é *domesticado* por esse conhecimento. Richard Feynman, em *O Que É uma Lei Física* (Gradiva, 1989), faz a apologia da intuição dos físicos contrastando-a com a dedução dos matemáticos: "Quando sabemos do que estamos a falar, quando sabemos que alguns símbolos representam forças, outros massas, etc., podemos utilizar o senso comum, o sentido intuitivo do mundo. Vimos algumas coisas e sabemos mais ou menos como é que algum fenómeno se vai passar. Todavia, o pobre matemático traduz tudo em equações e, como os símbolos não têm para ele qualquer significado, não dispõe de nenhuma orientação, a não ser o rigor matemático e o cuidado na argumentação. O físico, que sabe mais ou menos qual vai ser a resposta, pode adivinhar uma parte e, assim, progredir mais rapidamente. O rigor matemático não é muito útil em Física".

A Matemática avança mais por dedução, uma vez fixos certos princípios abstractos. Em contraste com Feynman, G. H. Hardy, um matemático puro ("um verdadeiro matemático", segundo o físico e romancista C. P. Snow no prefácio


Albert Einstein

de *A Mathematical's Apology*), dispensa o "sentido intuitivo do mundo".

Mas Hardy revela-se de uma pureza radical: "É bastante comum, por exemplo, que um astrónomo ou um físico pretenda que descobriu uma prova matemática de que o universo físico se tem de comportar de uma determinada maneira. Essas pretensões, se levadas à letra, são um completo disparate, não pode ser possível provar matematicamente que haverá um eclipse amanhã, uma vez que eclipses e outros fenómenos físicos não formam parte do mundo abstracto das Matemática".

Hardy não só diz que a ocorrência de eclipses não se prova matematicamente como que nunca se poderá provar. Por outro lado, para um físico que prevê eclipses, estes sempre ocorreram quando as equações os previram. Por que razão haveriam estas de falhar amanhã? Os físicos prevêem os eclipses baseados na Matemática, na qual confiam ilimitadamente. Mas têm uma confiança igualmente ilimitada no seu "sentido intuitivo do mundo" e sabem que o mundo é irremediavelmente matemático.

A posição de Hardy é incompreendida pela maioria dos físicos. Nomeadamente, eles sabem que Hardy se enganou quando, a certa altura do seu livro, escreveu que a relatividade e a mecânica quântica — às duas traves-mestra da Física deste século — não têm qualquer utilidade: os sistemas de posicionamento geográfico (GPS) usam correcções relativistas e os lasers e os transístores, hoje correntes por todo o lado, são *produtos* da relatividade e da mecânica quântica ...

De facto, os matemáticos também usam a intuição como os físicos (tal como estes, por seu lado, usam a dedução). A grande diferença entre os dois estilos de trabalho é o primado que os físicos dão à experiência, enquanto os matemáticos preferem dar o primado à lógica. Estão os dois no seu direito!

Culturas próximas

Há uma cultura própria da Matemática e uma cultura própria da Física. A cultura passa sempre pela sua expressão por uma linguagem. Por exemplo, um matemático tem uma linguagem muito própria, inconfundível. Às vezes entender a linguagem é entender tudo. Um matemático a quem peçam para contar a história da carochinha não dirá que o lobo comeu a avó, mas sim que a avó ficou um subconjunto do lobo ... Se soubermos teoria dos conjuntos percebemos logo a história. Um físico experimental, por seu lado, vai autopsiar o lobo para perceber a história.

As duas culturas — dos físicos e dos matemáticos — não são as duas culturas desavindas de Snow mas são, ao fim e ao cabo, subculturas de uma das culturas de Snow, a cultura científica. São culturas próximas, aparentadas (e de modo nenhum inimigas da outra cultura de Snow, a literária). Mas, por serem parte de uma cultura comum, há espaço para maior interculturalidade, para maior encontro de culturas, pois é nesses interfaces culturais, nesses choques de culturas, que se encontram hoje as fontes mais prolixas de criatividade.

É no convívio fecundo das duas culturas — a dos físicos e a dos matemáticos — que as ciências básicas têm sido cultivadas desde que existem e é nesse convívio que elas, com benefícios mútuos, devem ser continuadas e alargadas. O Ano Mundial da Matemática pode decerto ajudar nesse propósito.

Carlos Fiolhais
Dep. de Física da Universidade de Coimbra

Programa de Empréstimo

TEXAS INSTRUMENTS

education.ti.com/portugal

A Texas Instruments disponibiliza empréstimos de calculadoras e acessórios aos professores de matemática e ciências. Os empréstimos terão uma duração máxima de duas semanas, estão sujeitos à disponibilidade do material e tem como objectivo principal a realização de acções de formação e workshops.

Os seguintes **produtos** estão **disponíveis**:

- TI-83 Plus
- TI-89
- TI-92 Plus
- Voyage 200™
- Calculator-Based Laboratory™ (CBL™) System
- CBL 2™
- Calculator-Based Ranger™ (CBR™) System
- Cabri Geometry II™
- TI Presenter™

Poderá pedir sensores para a sua acção com o CBL. Pode pedir posters, transparências e literatura para distribuir aos participantes durante a sua acção.

Lista de Sensores	Ref #	Lista de Sensores	Ref #
Acelerómetro até 25g	ACC-DIN	Sensor de pressão de 0 a 2.1 atm	GPS-BTA
Acelerómetro de 3 eixos	3D-BTA	Detector de batimentos cardíacos	HRM-DIN
Barómetro	BAR-DIN	Microfone	MCA-CBL
Colorímetro	COL-DIN	Sensor de PH	PH-DIN
Conductividade	CON-DIN	Sensor de humidade relativa	RH-DIN
2 amperímetros e 2 voltímetros	CV-DIN	Monitor de radiações	SRM-DG
Temperatura	DCT-DIN	Termopar tipo K-temperaturas de -200 a 1400°C	TCA-DIN
Sensor de força de duplo alcançe	DFS-DIN	Sensor de luminosidade TI	CBL/CA/C
Sensor de electrocardiograma	EKG-DIN	Sensor de voltagem TI	CBL/CA/G
Monitor de batimentos cardíacos para exercício	EHR-DIN	Sensor de campo magnético	MG-DIN
Sensor de fluxo da água	FLO-CBL	Detector de movimento por ultrasons	MD-CBL

USUFRUIR DOS NOSSOS EMPRÉSTIMOS É GRÁTIS E FÁCIL!

As calculadoras e o ViewScreen™ (caso seja pedido), serão entregues pela nossa transportadora em mala própria, um dia ou dois antes do começo da sua acção. No fim, apenas terá de arrumar as calculadoras na mala, colar a etiqueta fornecida e telefonar para o serviço de entregas para fazer o levantamento.

Não se esqueça de nos contactar pelo menos com um MÊS DE ANTECEDÊNCIA.

CARTA: CSC (Centro de Suporte ao Cliente) C/o Sitel Belgium Woluwelaan 158–1831 Diegem — Bélgica

TELEFONE: 800 832 627 (número gratuito) | FAX: 21 424 51 30 | E-MAIL: ti-loan@ti.com | INTERNET: http://education.ti.com/portugal/apoio/pemprestimo/

Se quiser fazer o pedido por fax ou carta, por favor preencha o formulário seguinte:

Nome: ____________________ Escola e cursos ensinados: ____________________

Data do inicio da formação: ____________________ Data do fim da formação: ____________________

Telefone (escola): ____________________ Telefone (casa): ____________________

Morada: ____________________ Fax: ____________________

E-mail: ____________________

Produtos Necessários	Quantidade	C/ Viewscreen (Sim ou Não)

Depois do encontro CabriWorld 2004, a que me referi no número passado, entrei em contacto com o professor John Mason propondo-lhe a escrita de um artigo para esta secção. A minha ideia inicial foi propor um artigo sobre o assunto abordado na plenária em Roma, porque me pareceu que seria mais viável o meu pedido ser aceite, por questões de disponibilidade e de tempo do professor.

Muito amavelmente John Mason não só acedeu imediatamente ao meu pedido, como escreveu um artigo especialmente para esta secção sobre um assunto completamente diferente e cujo tema está relacionado com o seu trabalho actual.

Usando ecrãs mentais e electrónicos

John Mason

Introdução

Estou muito interessado na interacção entre ecrãs *mentais* por um lado e *electrónicos* ou e-ecrãs por outro. À primeira vista os e-ecrãs parecem ser tão poderosos. Podem ser usados para representar imagens que são muito complexas para serem construídas ou fixadas pela nossa mente, ou até para serem representadas em papel. Os e-ecrãs também permitem movimento dinâmico com toda a generalidade que lhe está implícita. Além disso podem ser usados para fazer cálculos complicados e transformações e para justapor e manipular imagens e símbolos. Como já referi há algum tempo atrás (Mason 1985), os e-ecrãs são efémeros: quando se desliga a máquina, há um pequeno momento antes de obtermos as imagens mentais e durante este tempo é muito fácil perder-se a ideia do que se estava a passar no e-ecrã. Isto mostra a necessidade de desenvolver métodos de trabalho que levem os alunos a fazer uma boa utilização dos e-ecrãs desenvolvendo o controlo dos seus ecrãs *mentais*.

Como professor e profissional de Matemática reconheço a importância de ser capaz de trabalhar com o que está no meu pensamento, portanto tenho todo o interesse em que os alunos também desenvolvam esses poderes mentais.

Uma das coisas mais importantes a saber fazer com um e-ecrã é desligá-lo!!! Antes de o desligar, é conveniente fazer uma pausa e descrever o que vê e o significado para si e para os outros, porque uma vez desligado, geralmente é muito tarde: outras coisas começam a atrair a sua atenção.

Vou usar um problema interessante que me foi apresentado por John Mack (em comunicação privada) para ilustrar o que quero dizer. Embora o problema em si seja interessante, o que interessa não é o problema nem a sua resolução, mas sim aquilo que observa na sua atitude e o modo como usa as suas capacidades. Isto porque as suas escolhas quando trabalhar com os alunos no futuro irão ser influenciadas pelas observações a que foi sensível. (Mason 2002)

Problema

É muito mais eficaz se alguém der as instruções seguintes em voz alta para um grupo do que simplesmente cada um ler para si. Seja como for, perca algum tempo!

Imagine uma circunferência (por favor fique no plano ... eu não sou responsável pelo que possa acontecer se tentar ir para o espaço!) .

Movimente a circunferência no plano e modifique-a de todas as formas possíveis, desde que permaneça uma circunferência: pode mudar de posição através duma translação; pode modificar o raio; a rotação não acrescenta nada; não pode, por exemplo, modificar a espessura pois um circunferência não tem espessura.

A sua circunferência tem uma grande liberdade de movimento, portanto vamos fazer uma restrição.

Concentre-se na circunferência por um momento!

Imagine também um ponto fixo no plano. Agora pense na distância entre o ponto e a circunferência. (NÃO a distância entre o ponto e o centro da circunferência!)

Modifique a circunferência (raio e posição), pense na distância considerada e no modo como ela varia.

Se está familiarizado com o Cabri ou qualquer outro software de geometria dinâmica, então já pensou em fazer a simulação num e-ecrã. Peço-lhe que resista mais um pouco. Peço-lhe mesmo que resista à tentação de desenhar num papel, pelo menos neste momento!

Uma vez que a liberdade ainda é muita e é difícil medir o grau de liberdade para uma circunferência que pode variar o raio e a posição, vamos considerar o centro, e observar as diferentes posições que pode ocupar sob certas restrições. Isto dá-nos uma ideia da liberdade de que dispomos para a circunferência.

Problema um

Concentre-se na circunferência e no ponto fixo. Onde pode estar o centro para que se mantenha a distância inicial do ponto à circunferência?

À partida pode parecer difícil. Pode tentar um caso especial, tal como o da distância ser zero (nesse caso que relação tem o ponto com a circunferência?) Ver casos particulares é uma capacidade fundamental que os seres humanos possuem para poderem fazer generalizações e é um instrumento matemático poderoso (Polya 1962, Mason *et al* 1982, Mason 1992). Mas a finalidade de particularizar é ganhar confiança e perspicácia para voltar a generalizar. Então, tendo observado o que acontece quando a distância entre o ponto fixo e o circunferência é zero, tente outros valores. Lembre-se que o que quer saber é onde se pode posicionar o centro para que a distância se mantenha constante.

Há duas coisas importantes a observar aqui. A primeira é: a noção de invariância é um tema importante na matemática. Muitos teoremas e muitas técnicas são pensados com base no que permanece invariante em condições de mudança. A invariância não faz sentido sem mudança e a mudança é impossível sem alguma relativa invariância para que possa ser observada. Por exemplo, deslocamo-nos no espaço a uma grande velocidade, mas não nos apercebemos disso porque tudo à nossa volta vai à mesma velocidade. Só notamos pequenas variações locais em velocidades relativas.

A segunda coisa a observar é: quando alguém se *encrava* num problema (e se não fica *encravado* então não é um verdadeiro problema), muitas vezes é útil parar e perguntar "O que é que eu sei?" e "O que quero descobrir ou mostrar?" (Mason *et al* 1982). Muitas vezes escrever uma resposta abre uma possível linha de acção. Responder à primeira questão raramente demora mais do que uns breves segundos!!

Algumas vezes as pessoas avançam para o que pensam ser uma resposta mas que na realidade é apenas uma conjectura, mas então não têm em atenção o aviso de Polya *não creias na tua conjectura!* O que é que lhe escapou? Para o problema em questão, as pessoas estão tão habituadas a ver a circunferência como o lugar geométrico de pontos colocados a uma distância fixa de outro ponto que se convencem que a resposta é uma circunferência. Outros observam que a circunferência pode ter um raio tão grande quando se queira desde que se mantenha a uma distância fixa do ponto, então conjecturam um anel. Mas outros são mais cautelosos e continuam a mover a circunferência e descobrem que há mais alguma coisa!

Parece que a circunferência ainda tem muita liberdade. Considerou um circunferência de raio zero ou infinito? Embora sejam casos especiais é matematicamente interessante incluí-los quando se fazem conjecturas e teoremas. São também casos particulares muito úteis para testar conjecturas.

Problema dois

Considere outro ponto fixo distinto do primeiro.

Onde colocar o centro do circunferência para que a distância aos dois pontos seja a mesma?

Como o problema anterior envolveu uma distância fixa, as pessoas por vezes tendem a não dar atenção a este segundo problema. Mas tudo o que se requer (o que é que quer?) é que a circunferência esteja à mesma distância dos dois pontos, sem qualquer restrição quanto à distância.

Lembre-se do aviso feito no problema anterior: não acredite na sua primeira conjectura!

Este problema permite ganhar mais experiência na movimentação da circunferência e na observação das distâncias, na particularização e generalização e no aprender a concentrar-se e a fixar-se numa imagem mental. Nesta altura já deve ter recorrido ao desenho de diagramas, mas quanto mais tempo trabalhar apenas mentalmente mais desenvolve o seu poder de visualização mental e mais controlo terá no futuro.

É capaz de ficar um pouco surpreendido ao constatar que o grau de liberdade da circunferência é muito maior do que pensou inicialmente: muitas pessoas fazem conjecturas que têm a ver com mediatrizes, mas os pensadores matemáticos não acreditam nas suas conjecturas iniciais e procuram desafios e/ou justificações.

Problema três

Considere um terceiro ponto distinto dos anteriores.

O problema em si, agora será evidente.

Deve querer usar o que aprendeu com o problema dois, nomeadamente que as mediatrizes podem vir a ser objectos úteis para o resolver.

Problema quatro

Agora vem uma experiência importante. Provavelmente sabe qual vai ser o quarto problema! Se não, volte aos três primeiros e veja o que fica invariante e o que se modificou. Até onde podemos continuar?

Uma vez fixada a circunferência com um número finito de possibilidades, é altura de olhar e ver o que poderá variar. Por exemplo, que propriedades terão que ter os quatro pontos para haver mais do que quatro lugares para os centros das circunferências que estão à mesma distância dos quatro pontos?

É sempre importante parar e interrogar-se sobre o que pode ser mudado enquanto outra característica é conservada. Por exemplo, sempre que uma pessoa *termina* uma tarefa pode interrogar-se sobre *que outras questões deste tipo conduzem exactamente à mesma resposta? e quais são as possíveis respostas para questões deste tipo?* É claro que isto pede a pergunta *Como será uma questão deste tipo?* Levar os alunos a pensar acerca do *tipo* de problema é um passo no sentido de observar a generalidade exemplificada pela particularidade. Levar os alunos a ver o geral através do particular e ver o particular dentro do geral é um grande avanço para o seu pensamento matemático. A aprendizagem de novos tópicos pode ser feita de um modo muito mais eficaz quando os alunos espontaneamente particularizam e generalizam, conjecturam e convencem (a outros e a eles próprios).

Levar os alunos a construir os seus próprios exemplos de objectos, especialmente (mas não exclusivamente) questões, tende a enriquecer o seu espaço de exemplos que podem usar no futuro, aprofundando o seu conhecimento de conceitos e técnicas (Watson e Mason 2002, and in press)

E-ecrãs

Acredita num artigo sobre pontos e circunferências sem nenhuma figura? Pense por um momento que efeito teria se eu tivesse apresentado figuras com estes problemas: o seu olhar seria atraído para as figuras mesmo antes de dar por isso, o que teria influenciado as suas imagens pessoais e consequentemente acabado com a oportunidade de desenvolver o controle sobre o que se pretende atingir.

Se resistiu até agora a usar um e-ecrã, então deve querer fazê-lo agora. Pode facilmente construir uma macro que tenha como objectos iniciais um ponto e uma circunferência e cujo resultado seja um segmento definido pelo ponto e pelo ponto da circunferência que se encontra mais próximo, usando uma recta que passe pelo centro da circunferência. Mas repare no raciocínio matemático envolvido. Pensar no modo de representar a distância de um ponto a uma circunferência envolve o tipo de trabalho que teve que fazer mentalmente para responder ao primeiro problema. Há muito que aprender acerca do papel das ferramentas, quanto à sua adequação ao objectivo em causa e ainda se ajudam ou bloqueiam o desenvolvimento das aptidões naturais dos alunos. Claro que a sua construção pode não lhe dar sempre a mais curta distância mas ajuda a ver o que está a acontecer.

Nos problemas pergunta-se onde podem estar os centros das circunferências. A experiência de pensar mentalmente mostrou que há muitas circunferências (pelo menos para começar), portanto pode ajudar se começar pelo centro, depois ajustar o raio até que pareça que as distâncias em causa sejam as mesmas. Isto é quase uma consequência natural do modo como o software de geometria dinâmica trabalha: oferece circunferências a partir de centros e de raios.

Se se usa um ponto, o centro duma circunferência e a própria circunferência e se a movimentamos, pode ver-se como a distância entre o ponto e a circunferência muda. É perfeitamente natural tentar fazer a circunferência com um raio muito grande e tentar descobrir o que acontece se o ponto estiver no seu interior. Como purista resisto a invocar medidas. Em vez disso vejo-me naturalmente a usar o teorema do valor intermédio: muitos alunos usá-lo-ão como um *teorema em acção* como Gérard Vergnaud (1981) o descreveu, pois sabem intuitivamente que se numa dada posição um comprimento é maior que outro e noutra posição é ao contrário, deve haver uma posição intermédia onde são iguais. O que é importante é não *ensinar* aos alunos os factos antecipadamente mas sim, que a partir da experiência a sua intuição se revele.

Se usar dois ou três pontos, rapidamente se apercebe onde o centro da circunferência deve estar, para conservar a igualdade das distâncias entre a circunferência e os dois pontos fixos. Para três ou mais pontos é natural construir as mediatrizes e aperceber-se do papel que elas têm, mas agora de uma maneira de algum modo nova, através do uso do teorema do valor intermédio.

Quando move a circunferência, pode ter a tentação, como eu tive, de mostrar a mais alguém. As imagens no ecrã revelam muito acerca da liberdade da circunferência e das possíveis posições do seu centro. Mas ver outra pessoa movimentar os objectos não é a mesma coisa que ser você a fazê-lo. Usando um ficheiro que outro construiu não é tão motivador como fazer a sua própria construção. Embora muitas vezes possa ser útil ver como outra pessoa movimenta os objectos e explora relações, especialmente se vão trocando opiniões acerca do que está a ser feito (mais fácil quando se tem esse hábito do que num caso esporádico!)

Como matemáticos o nosso desejo de explicar contribuiu para um desejo de controlar o que os outros estão a descobrir. Mary Boole chamou *teacher lust* (Tahat 1972) a este desejo de explicar. O que interessa NÃO é que os alunos *cheguem a uma resposta*, mas que desenvolvam as suas próprias aptidões matemáticos e a sua identidade psico-social através do que ganham em auto-estima, auto-confiança e no maior controlo sobre a sua atenção.

Gavriel Salomon (1979) focou a importância das imagens na aprendizagem da Matemática, querendo ele dizer com isso, imagens que foram absorvidas de diagramas e e-ecrãs, que podem enriquecer no futuro as imagens mentais. Mas não basta simplesmente estar exposto a imagens para ter acesso a elas apropriadamente no futuro. É geralmente necessário ter feito algum trabalho com elas. Por exemplo pode ser muito útil deixar no ecrã uma imagem estática enquanto mentalmente se imagina o movimento. Então pode testar as suas conjecturas e ver o que realmente se passa. Os alunos que prevêem o que vai acontecer e fazem conjecturas são muito mais capazes de no futuro fazerem e testarem conjecturas do que aqueles que ficam simplesmente à espera que lhes digam o que procurar e o que aconteceu, ou era suposto acontecer.

Reflexão

Antes que se apresse a contar a outros o que descobriu, pode melhorar mais efectivamente a sua prática futura se parar por um momento e rever os altos e baixos que teve ao trabalhar os problemas. O que notou quando ficou *encravado*, quando continuou, quando fez conjecturas sem acreditar muito nelas, e quando usou os seus diversos conhecimentos? Que analogias pode haver com a atitude dos alunos nas suas aulas? Como pode oferecer tarefas e interagir com os alunos para levá-los a usar e desenvolver as suas aptidões mentais de sentido matemático?

Bibliografia

Mason, J. & Burton L. & Stacey K. (1982). *Thinking Mathematically*, London: Addison Wesley.

Mason, J. 1985, What Do You Do When You Turn Off The Machine?, preparatory paper for ICMI conference March, *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. Inst. de Reserche Sur L'Enseignement des Mathematiques, Strasburg, pp. 251–256.

Mason, J. (1998, 2nd edition). *Learning & Doing Mathematics*. York: QED.

Mason, J. (2002). *Researching Your Own Practice: the discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.

Polya, G. (1962). *Mathematical Discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (combined edition). Wiley, New York.

Salomon, G., (1979). *Interaction of Media, Cognition and Learning*, London: Jossey-Bass.

Tahta, D. (1972). *A Boolean Anthology: selected writings of Mary Boole on mathematics education*. Derby: Association of Teachers of Mathematics.

Vergnaud, G. (1981). Quelques Orientations Théoriques et Méthodologiques des Recherches Françaises en Didactique des Mathématiques. *Actes duVième Colloque de PME*. vol 2 pp. 7–17, Grenoble: Edition IMAG.

Watson A. & Mason, J. (2002). Student-generated examples in the learning of mathematics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 2 (2) 237–249.

Watson, A. & Mason, J. (in press). *Mathematics as a Constructive Activity: the role of learner-generated examples*. Mahwah USA: Erlbaum.

Nota biográfica

John Mason é professor de educação matemática na Open University. Ensinou matemática durante 45 anos, desenvolvendo métodos de trabalho para apoiar pessoas cuja área de trabalho é o pensamento matemático dos alunos.

Os seus interesses centram-se no papel que as imagens mentais têm no ensino e na aprendizagem da matemática; no uso de ferramentas electrónicas, e não só, no ensino e na aprendizagem; no papel que têm a especialização e a generalização em particular; o desenho e o uso de tarefas pedagogicamente relevantes; o papel dos exemplos nas aulas de matemática e o papel desempenhado pela estrutura da atenção. Relacionou os dois aspectos do que chamou *Discipline of Noticing*: como uma contribuição para a pesquisa educacional e como um método para os professores pesquisarem sobre a sua própria prática.

John Mason
Open University, UK

Estatuto Editorial da Educação e Matemática

A *Educação e Matemática* (EM) é uma publicação da Associação de Professores de Matemática (APM). É uma publicação periódica, sai cinco vezes por ano e um dos seus números anuais é temático. A revista aborda questões relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. Dirige-se aos professores de Matemática, de todos os níveis de ensino, em especial aos sócios da APM, constituindo um meio de comunicação privilegiado da Associação, em Portugal e no estrangeiro.

Os principais objectivos da *Educação e Matemática* são:

- Promover a troca de ideias e experiências entre professores;
- Estimular a reflexão sobre problemas e desafios da educação matemática;
- Discutir temas actuais e importantes da educação matemática e da educação em geral;
- Fornecer elementos de trabalho para as práticas dos professores;
- Divulgar informação relevante para os professores.

A *Educação e Matemática* publica textos de natureza diversa. Vive muito da contribuição dos sócios, que são autores da maior parte dos artigos. Estas contribuições passam por ideias, pontos de vista, comentários, relatos de experiências, artigos de opinião, recensões de livros, resolução de problemas, notícias ... . A EM tem um conjunto de secções de natureza diversificada, algumas das quais com carácter permanente.

A revista tem uma equipa redactorial a quem compete desenvolver todo o trabalho de recepção e revisão de artigos, bem como organizar a própria revista.

À semelhança das outras revistas informativas, a *Educação e Matemática* assegura o respeito pelos princípios deontológicos e pela ética profissional dos jornalistas, assim como pela boa fé dos leitores.

A Directora da Educação e Matemática

As regras do jogo!!!

O ano lectivo 2004/2005 ficará marcado por uma série de episódios que mostram, claramente, que não houve qualquer preparação atempada para que tudo corresse com a calma e a normalidade desejáveis.

Em primeiro lugar, pela confusão surgida com o concurso dos professores que levou, não só, ao adiamento do início das aulas, mas também, a uma grande desestabilização nas escolas, na organização das várias actividades, na vida dos professores, dos alunos e dos pais. Este facto mostra, de forma inequívoca, que o novo programa informático não foi devidamente testado antes de ser utilizado o que, sob o ponto de vista técnico, se revelou um erro grosseiro. Não houve bom senso, responsabilidade, nem mesmo respeito pelas pessoas que, quanto mais não fosse, são as que pagam, com os seus impostos, o programa informático.

Por outro lado, verificamos que foi iniciado o ano lectivo sem termos as regras totalmente definidas, o que se revela algo perfeitamente inaceitável. Refiro-me, concretamente, à introdução de exames nacionais às disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática sem que, na altura, se conhecessem os pesos e as implicações que esses exames teriam na nota final dos alunos que frequentam o 9° ano de escolaridade. Aliás, têm sido várias as alterações à Reorganização Curricular do Ensino Básico iniciada no ano lectivo 2000/2001 que, sem ter sido alvo de qualquer avaliação, foi já completamente desvirtuada no seu espírito. Acabaram os pares pedagógicos nas áreas curriculares não-disciplinares (Área de Projecto e Estudo Acompanhado), as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) deixaram de desempenhar um papel transversal através da introdução de uma nova disciplina no final do 3° ciclo com esse objectivo, a educação artística teve poucas condições para arrancar na maioria das escolas e agora, com a questão dos exames a Matemática e Língua Portuguesa, toda a lógica de desenvolvimento de competências ao longo de um ciclo é posta em causa. Tentar combater o insucesso à disciplina de Matemática através da introdução de exames é algo descabido e inconsequente. Existem, há muito tempo, exames nacionais no final do secundário e, nem por isso, os resultados a Matemática deixaram de ser maus. Combater o insucesso a Matemática tem que ver com outras coisas que, só por si, dariam origem a vários outros textos. No entanto, não posso deixar de me referir à necessidade imperiosa de se reduzirem o número de alunos por turma, através de, por exemplo, desdobramentos, que permitam trabalhar com os alunos actividades de investigação em laboratório, através do recurso às tecnologias e a materiais manipuláveis. Mas isso é outra história!

Ora, voltando à questão das regras jogo, convém referir que é um direito dos alunos e dos respectivos Encarregados de Educação conhecerem os critérios de avaliação definidos para as várias disciplinas. E o jogo já se iniciou no início do 3° ciclo, no 7° ano de escolaridade, onde cada escola, no seu Projecto Curricular de Escola, e cada turma, no seu Projecto Curricular de Turma, definiu as competências essenciais e específicas para o terceiro ciclo e os respectivos mecanismos e instrumentos de avaliação. Introduzir nesta fase um novo elemento, independentemente do peso que os exames do 9° ano terão na nota final do aluno, leva-nos a considerar inaceitável essa implementação, pelo menos no presente ano lectivo que já vai no seu segundo período. Foi, aliás, essa proposta de suspensão da implementação dos exames no 9° ano que a Associação de Professores de Matemática (APM) aprovou na sua reunião da Assembleia-Geral que teve lugar no XX Encontro de Professores de Matemática — ProfMat'04, realizado entre 29/09 a 01/10 na Covilhã.

Decidir no sector da Educação exige sensatez, bom senso e, acima de tudo, ponderação. Por outro lado, o sector necessita de estabilidade e não podemos estar sempre na fase da experimentação e da implementação de medidas isoladas e avulsas. É preciso avaliar e só depois corrigir, é preciso ver os resultados e só depois promover os alinhamentos necessários. Não nos podemos dar ao luxo de, sempre que muda um governo ou até um governante, voltarmos ao início e desperdiçarmos os passos firmes que tinham sido já dados em frente. Não podemos perder mais tempo!

Luís Miguel Ferreira
Presidente da Assembleia Geral da APM

Matemática B

O programa, os alunos a quem se destina, as condições para o cumprir ...

Quando há uns anos atrás começámos a discutir a hipótese de existência de um programa de Matemática diferenciado para diferentes cursos, fizemo-lo com o entusiasmo próprio de quem, nas escolas, há muito se confrontava com as dificuldades inerentes à leccionação do mesmo programa a alunos com um perfil muito diversificado, para quem, em não poucos casos, este constituía claramente um entrave a que pudessem concluir com sucesso os cursos que frequentavam. Referimo-nos de forma particular aos alunos dos cursos tecnológicos, embora pudéssemos fazer uma análise semelhante de outras situações referentes a alunos que frequentavam cursos de prosseguimento de estudos, nomeadamente nas áreas das Artes ou do Desporto.

Da discussão em que então participámos surgiram, como é normal e até desejável, opiniões muito diferentes: alguns de nós defenderam claramente a existência de programas claramente diversificados conforme os cursos a que se dirigissem, assumindo que os cursos tecnológicos não se destinam à partida ao prosseguimento de estudos e devem portanto ser orientados para a integração na vida activa, pelo que a matemática a leccionar nestes cursos deveria reflectir claramente essa opção; outros defendemos uma formação matemática de base semelhante para todos, que facilitasse a permeabilidade entre os diferentes cursos e não constituísse um entrave ao acesso ao ensino superior, pelo que teria que ser sacrificada a opção por programas muito diferenciados. Em qualquer dos casos, e com as diferentes variações à volta destas duas opções de base, parece-nos que não foi defendida por ninguém a solução que veio a ser adoptada, pois mesmo quando se preconizava uma formação de base mais ou menos uniforme nunca se imaginou que fosse possível implementar um programa tão semelhante ao de Matemática A, que quase só se distingue deste pelas orientações de gestão e pelo tempo previsto para o leccionar, que é claramente inferior.

Partindo da realidade que é a existência deste programa, com as orientações de gestão e com os objectivos que lhe estão associados, gostaríamos de fazer algumas reflexões sobre as dificuldades que estamos a ter na sua implementação. Iremos referir-nos sobretudo aos cursos tecnológicos, pois é aí que se situa a nossa experiência e também porque nos parece que é nestes cursos que se encontram as maiores dificuldades.

Quando falamos de cursos tecnológicos estamos, quer o admitamos claramente ou não, a referir-nos a alunos que têm na sua imensa maioria um historial de repetidos insucessos em Matemática (e não só). Em muitos casos, os alunos têm mesmo já uma ou mais retenções no 10° ano nos cursos destinados ao prosseguimento de estudos, e inscrevem-se nos cursos tecnológicos como uma última hipótese para se classificarem para o exercício de uma profissão, não revelando qualquer intenção de prosseguimento de estudos. É pelo menos esta a nossa experiência, e é este genericamente o perfil dos alunos com quem estamos a trabalhar.

Neste contexto, não é difícil de imaginar como se tem revelado quase impossível o cumprimento deste programa, que pressupõe um ponto de partida completamente diferente. E que, como se isso não bastasse, pressupõe também a existência de outras *condições para a sua aplicação*, a começar pelas que se referem à implementação de mecanismos de remediação para os alunos que revelem lacunas inultrapassáveis (a detectar logo durante as aulas destinadas ao bloco inicial) e a continuar nas que dizem respeito aos métodos de trabalho a desenvolver durante o ano/ciclo de escolaridade, privilegiando o recurso às tecnologias para desenvolver a capacidade de resolução de problemas e actividades investigativas ou de modelação matemática.

No que diz respeito à necessidade de desenvolver actividades de remediação para os alunos a quem sejam detectadas lacunas inultrapassáveis, e que no caso a que se reporta a nossa experiência são em número muito significativo, como fazê-lo no quadro da actual situação? Segundo o documento de apresentação do programa, "as escolas devem estudar os melhores meios de pôr em prática um sistema de apoio e remediação, introduzindo mecanismos de avaliação e regulação da sua actividade e dos seus resultados, nomeadamente criando condições institucionais — tempo, horários compatíveis, designação dos professores — e organizativas — tempo, constituição de grupos de alunos/turmas a propor para apoio". Será isto exequível? Mesmo que não existissem as dificuldades inerentes à falta de professores com horas disponíveis para implementar estes programas de recuperação (e elas existem, dados os condicionamentos inerentes às orientações do ME para a organização dos horários, originadas pelos conhecidos condicionamentos orçamentais), haveria ainda que considerar que se trata de alunos com uma carga horária de 20 blocos lectivos semanais, tendo portanto obrigatoriamente 4 blocos diários, o que claramente torna inviável a organização de tempos supervenientes para apoios educativos.

Relativamente aos métodos de trabalho e ao recurso às tecnologias, e considerando as indicações metodológicas enunciadas no texto do programa, parece-nos ser de realçar um facto que tem de certa forma andado afastado das nossas *reivindicações* mais visíveis, mas que constitui sem dúvida uma forte condicionante ao desenvolvimento desse objectivo: a partir deste ano lectivo, e precisamente aquando do início da implementação destes programas, desapareceu a possibilidade de existirem aulas desdobradas. Não sendo este um problema exclusivo dos cursos tecnológicos nem da Matemática B, entendemos que é altamente condicionante do cumprimento das metodologias propostas e indispensáveis ao cumprimento dos objectivos enunciados no programa. Com turmas a rondar os 28 alunos, com grupos de alunos pouco motivados e com enormes lacunas ao nível da sua formação básica, com poucos hábitos de trabalho cooperativo, as aulas desdobradas constituíam um momento privilegiado para o desenvolvimento de actividades de carácter mais prático, em que o recurso aos materiais manipuláveis ou à utilização dos computadores poderia ser especialmente motivador e enriquecedor. Nas actuais circunstâncias, e mesmo partindo da hipótese de que as escolas dispõem de laboratórios de matemática razoavelmente equipados (na melhor das hipóteses com cerca de 6 computadores na sala), não nos parece viável a sua utilização em pleno.

Ao enunciarmos todas estas preocupações gostaríamos sobretudo que elas pudessem constituir um espaço de reflexão, que permitisse ainda evitar que estes cursos tecnológicos fiquem rapidamente condenados ao mesmo insucesso a que estavam destinados os anteriores cursos técnico-profissionais, cuja taxa de conclusão era (ainda é) extremamente baixa.

A par com todas as preocupações expressas, queremos reforçar como última questão a que diz respeito à necessidade de voltarmos a dispor dos desdobramentos. As necessidades de poupança não podem justificar que os programas se tornem inexequíveis e que as orientações metodológicas neles expressas não sejam sequer consideradas pela generalidade dos professores. E a nossa Associação não pode (não deve) demitir-se desta reivindicação.

Fernanda Oliveira
Escola Secundária Passos Manuel

A escola é uma experiência colectiva

Pedro Abrantes

No ProfMat da Covilhã, estava a conferência[1] prestes a terminar quando alguns *congressistas* me lançaram, por palavras diferentes, um desafio semelhante: que ilações se podem extrair da pesquisa que apresentei — sobre a experiência escolar dos jovens[2] — para as práticas profissionais dos professores?

Apenas consegui esboçar umas palavras, mas a questão ecoou no meu pensamento durante a viagem de regresso. Este artigo é uma resposta a esse desafio, evitando a presunção das receitas fáceis mas convicto de que a investigação só fica completa quando informa (e assim contribui para) as práticas no terreno.

A dualidade da escola

Segundo a tradição, o sistema de ensino é um universo (pouco coerente) de leis de bases, planos, currículos, programas, manuais, sistemas de colocações, regulamentos e circulares. A escola é uma organização que administra cursos, vias, disciplinas, aulas e exames. E a aprendizagem é um processo individual de interiorização das *matérias* previstas em programas e transmitidas por professores, aferido em provas. E a tradição ainda tem muita força, sobretudo quando surge em novas lógicas e retóricas.

Mas a observação sociológica — confirmando a nossa memória mais íntima — teima que existe uma outra escola: a dos colegas que adoramos e detestamos, a dos professores que respeitamos e enganamos, a das aulas em que trabalhamos (ou não), a dos projectos em que nos envolvemos (ou não), a dos intervalos em que nos divertimos (ou não). Essa é a escola que vivemos e, por isso, aquela em que realizamos as aprendizagens mais significativas.

Já dizia Dewey (1899): na escola, como em qualquer comunidade, as aprendizagens mais importantes fazem-se nas (e para as) interacções com os outros. Sabemos já que "as formas de resistência à escola não são individuais mas colectivas" (Pais, 1993: 243); é tempo de reconhecer que, como quaisquer fenómenos de construção de sentidos, o envolvimento, interesse e aprendizagem na escola são também processos intensamente sociais.

Quando um jovem ajuda um amigo a responder a um teste é um infractor do sistema, mas pode também ser uma pessoa corajosa e solidária, capaz de desafiar o poder para ajudar um amigo em apuros.

É verdade que a distância entre experiências subjectivas e sistemas abstractos é um traço da modernidade (Dubet, 1998).

Mas, nas escolas, este excessivo afastamento (quase esquizofrenia) é vivido de forma dramática pelos professores, enquanto elos de ligação entre os dois mundos, e dificulta a integração dos alunos, condenando parte deles a trajectórias de desinteresse, insucesso e abandono.

Ao longo do século XX, o sistema de ensino deixou, definitivamente, de ser o transmissor monopolista dos saberes sagrados e dos diplomas que garantem um lugar na sociedade de amanhã. Os grandes programas e reformas (tal como as grandes narrativas) faliram. Resta, às escolas, o mundo das experiências quotidianas.

3 campos de acção

A pesquisa referida não se centrou no trabalho pedagógico *strictu sensu*, mas analisou alguns campos de acção dos professores com importantes consequências sociais. Escolhemos três:

a) a selecção e segmentação dos alunos

A forma administrativa como a escola *filtra* e agrupa os alunos deve ter em conta os efeitos (positivos ou negativos) das redes sociais para o processo de integração e aprendizagem na escola. Eis o primeiro ponto de contacto entre sistema abstracto e experiências concretas.

Muitas escolas seleccionam os seus alunos e/ou dividem-nos em vias de ensino, agrupamentos, turmas, salas/pavilhões, horários professores, etc. com base em critérios sociais. A idade ou os resultados escolares estão também, como se sabe, longe de ser critérios socialmente neutros.

Divide-se a escola (e o sistema de ensino) em dois: o lado *oficial*, onde estão os filhos de *boas famílias*; o lado oculto, onde se depositam os *outros*. Àqueles que já têm melhores resultados e mais facilidades em casa, oferecem-se as melhores condições.

Estudos sociológicos (Van Zanten, 2000; Mateus, 2002) mostram que a integração em turmas heterogéneas não prejudica os *bons alunos* e beneficia claramente os *problemáticos*. Ou seja, a segmentação não beneficia os primeiros e ajuda ao (já frequente) fracasso dos segundos. Porque subsiste?

b) o projecto educativo

Os professores podem atenuar a referida distância entre o sistema e as experiências envolvendo-se na construção colectiva do projecto educativo da escola. Moldar a identidade da escola é um trabalho tão complexo como fundamental (Payet, 1997; Abrantes, 2003b).

Este projecto tem que partir de um levantamento sólido e rigoroso dos equipamentos e problemas da escola, mas também do perfil social e das aspirações dos seus professores, alunos e pais. Condição necessária mas não suficiente. Este primeiro passo serve para informar um processo amplo de negociação entre os agentes escolares, com vista à definição de objectivos, princípios, prioridades, caminhos, procedimentos.

Os requisitos democráticos, por um lado, e operacionais, por outro, aconselham a um ciclo que alterne períodos de trabalho em pequenos grupos, com outros de envolvimento e decisão aberta à comunidade educativa. Sem os primeiros, arrisca-se a que o projecto seja vazio de conteúdo. Sem os segundos, nunca sairá do papel.

c) as relações quotidianas

Mas o hiato identificado nunca será dissolvido enquanto os quotidianos escolares se basearem em relações fracas, anónimas e rotineiras. Porque através delas, o que se aprende é muito pouco.

É verdade que os laços informais na escola tendem a organizar-se também com base em afinidades sociais (Afonso, 1991), mas as relações afectivas com os colegas e, sobretudo, com outros professores, são uma ponte fundamental para que os jovens de meios mais desfavorecidos entrem no *estranho* mundo da escola.

Estas relações exigem regras, claro, mas também cedências. Exigem, sobretudo, a negociação permanente de experiências, sentidos e afectos.

Há professores que são autênticos *sociólogos em estado prático*, capazes de gerir e até de gerar, com enorme esforço e competências únicas, estas teias de relações. Abrem, desta forma, campos de oportunidades, onde os jovens se habituaram a ver constrangimentos.

Outros professores tentam evitá-las. Mas, com isso, conseguem apenas ser românticos representantes do sistema abstracto, estranhos à deriva no mundo real.

Notas

[1] Conferência *Os estudantes enquanto jovens: pistas sociológicas para compreender os alunos de hoje*, Pedro Abrantes.

[2] Os resultados desta pesquisa encontram-se publicados em livro (Abrantes, 2003a). Uma versão resumida e actualizada poderá encontrar-se nas actas do ProfMat 2004.

Referências

Abrantes, Pedro (2003a), *Os Sentidos da Escola: Identidades Juvenis e Dinâmicas de Escolaridade*, Oeiras, Celta.

Abrantes, Pedro (2003b), "A construção social de identidades de escola", *Trajectos*, 2, pp. 13–22.

Afonso, Almerindo J. (1991), "Relações de poder no quotidiano da escola e da sala de aula", *Cadernos de Ciências Sociais*, 10/11, pp. 135–155.

Dewey, John (1899, 1964), "The school and society", em Reginald Archambault (org.), *John Dewey: On Education, Selected Writings*, Chicago, The University of Chicago Press.

Dubet, François (1994), *Sociologia da Experiência*, Lisboa, Edições Piaget.

Mateus, Sandra (2002), "Futuros prováveis: um olhar sociológico sobre os projectos de futuro no 9° ano", *Sociologia, Problemas e Práticas*, 38.

Pais, José Machado (1993), *Culturas Juvenis*, Lisboa, Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Payet, Jean-Paul (1997), *Colléges de Banlieue: Ethnographie d'un Monde Scolaire*, Paris, Armand Colin.

Van Zanten, Agnès (2000), "Le quartier ou l'école? Déviance et sociabilité adolescente dans un collège de banlieue", *Deviance et Société*, 24 (4), pp. 377–401.

Pedro Abrantes

Centro de Investigação e Estudos de Sociologia

Estudo da distribuição normal com a calculadora

José António Fernandes

Para Batanero (2004), a distribuição normal é uma das ideias fundamentais da estocástica e, como tal, deve ser ensinada nas aulas de probabilidades.

A relevância da distribuição normal deve-se ao facto de muitos fenómenos físicos, biológicos, psicológicos e sociológicos poderem ser por ela modelados. Além disso, esta distribuição é uma boa aproximação de outras distribuições (e.g., binomial, de Poisson e t de Student) para certos valores dos seus parâmetros, a adequada aplicação de muitos métodos estatísticos requer a condição de normalidade e o teorema do limite central garante que a média e outras estatísticas de amostras aleatórias, de suficiente dimensão, seguem uma distribuição aproximadamente normal, inclusive quando são extraídas de populações não normais.

Em termos dos novos programas, a importância deste tema parece reflectir-se no tratamento que lhe é dado nos programas das disciplinas de Matemática A (12° ano) e de Matemática Aplicada às Ciências Sociais e Humanas (11° ou 12° ano). Já no caso do programa da disciplina de Matemática B (12° ano), o tema é tratado com menor desenvolvimento.

Seguidamente, iremos explorar com a calculadora[1] a representação gráfica e propriedades da distribuição normal, aproximações sucessivas à distribuição normal e a avaliação da normalidade de uma distribuição dada.

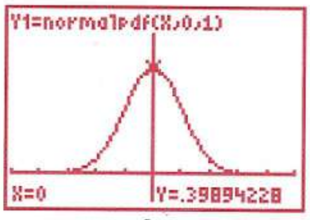


Figura 1. [$\mu = 0$ e $\sigma = 1$]

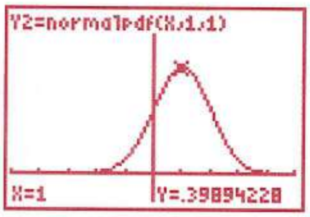


Figura 2. [$\mu = 1$ e $\sigma = 1$]

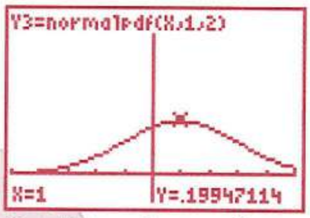


Figura 3. [$\mu = 1$ e $\sigma = 2$]

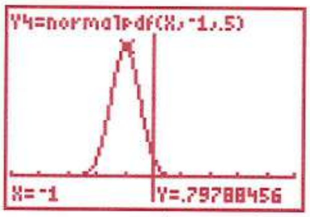


Figura 4. [$\mu = -1$ e $\sigma = 0,5$]

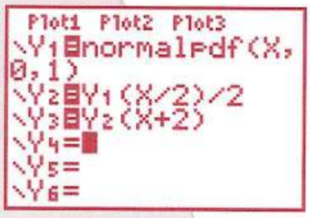


Figura 5.

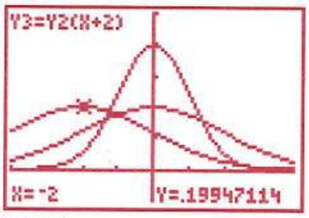


Figura 6.

A distribuição normal e suas propriedades

Em termos teóricos, a distribuição normal é definida por uma função matemática que depende dos parâmetros μ e σ, os quais correspondem ao valor esperado e ao desvio padrão da população[2]. Esta função, designada por *função densidade de probabilidade* da distribuição normal, traduz-se graficamente por uma curva em forma de *sino*.

Recorrendo a uma calculadora gráfica podemos obter representações gráficas de distribuições normais correspondentes a diferentes valores dos parâmetros (ver figuras 1, 2, 3 e 4). No caso da figura 1, em que $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, a distribuição toma a designação de *distribuição normal padronizada*.

Por observação dos diferentes gráficos verificamos que todos eles são simétricos em relação à recta de equação $X = \mu$ e têm um máximo absoluto no ponto de abcissa μ. Além disso, pode demonstrar-se que os gráficos têm dois pontos de inflexão, correspondentes aos pontos de abcissas $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$, e uma assimptota horizontal bilateral de equação $Y = 0$.

Por outro lado, o gráfico de qualquer distribuição normal pode ser obtido a partir do gráfico da distribuição normal padronizada (ver figura 1), *esticando-o* ou *encolhendo-o* simultaneamente na horizontal e na vertical pelo factor $1/\sigma$ e/ou, seguidamente, deslocando este último na horizontal de μ unidades. Nas figuras 5 e 6 podemos observar a transformação do gráfico da distribuição normal padronizada no gráfico da distribuição normal de $\mu = -2$ e $\sigma = 2$.

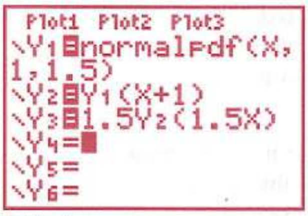


Figura 7.

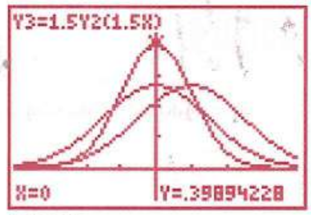


Figura 8.

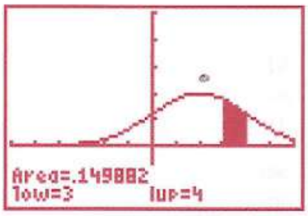


Figura 9.

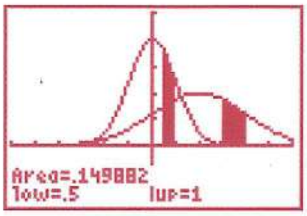


Figura 10.

Reciprocamente, a execução das inversas destas transformações, por ordem inversa, permite transformar o gráfico de uma distribuição normal de valor esperado μ e de desvio padrão σ no gráfico da distribuição normal padronizada. Nas figuras 7 e 8 podemos observar a transformação do gráfico da distribuição normal de $\mu = 1$ e $\sigma = 1,5$ no gráfico da distribuição normal padronizada.

Esta última transformação evidencia a possibilidade de determinar probabilidades de uma variável aleatória X, com distribuição normal qualquer, a partir da correspondente variável aleatória reduzida $Z = (X - \mu)/\sigma$, com distribuição normal padronizada. No caso da distribuição normal de $\mu = 2$ e $\sigma = 2$, recorrendo ao comando `ShadeNorm(3,4,2,2)`, verificamos que a probabilidade de X tomar valores entre 3 e 4 é 0,149882 (ver figura 9). Transformando X em Z, a execução do comando `ShadeNorm(0.5,1,0,1)` dá-nos a probabilidade da variável reduzida Z tomar valores compreendidos entre 0, 5 e 1 (0,5 é o valor de Z que corresponde a $X = 3$ e 1 o que corresponde a $X = 4$) é também 0,149882 (ver figura 10).

Centremo-nos, agora, na distribuição normal padronizada ($\mu = 0$ e $\sigma = 1$). Considerando que a probabilidade da variável aleatória X tomar valores no intervalo $[x_1, x_2]$ é dada pela área limitada pelo gráfico da distribuição, pelas rectas verticais $X = x_1$ e $X = x_2$ e pelo eixo dos XX, conclui-se que a probabilidade de X tomar valores:

- inferiores ou iguais a μ, isto é, $P(X \leq \mu)$, é 0,5 ou 50% (ver figura 11);
- no intervalo centrado em μ e raio σ, isto é, $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$, é 0,683 (3 c.d.) ou 68,3% (ver figura 12);
- no intervalo centrado em μ e raio 2σ, isto é, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$, é 0,955 (3 c.d.) ou 95,5% (ver figura 13);
- no intervalo centrado em μ e raio 3σ, isto é, $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$, é 0,997 (3 c.d.) ou 99,7% (ver figura 14).

Além das propriedades anteriores, verifica-se que área limitada pelo gráfico e pelo eixo dos XX, o que corresponde à probabilidade da variável aleatória X tomar qualquer valor real, é 1 ou 100%.

Todas as propriedades, referidas anteriormente para a distribuição normal padronizada, também se verificam para qualquer outra distribuição normal. Assim, estas propriedades revestem-se de uma grande importância em duas situações: na primeira, estas propriedades constituem critérios para avaliar em que medida uma distribuição dada se aproxima ou não da distribuição normal; na segunda, partindo do conhecimento de que uma dada distribuição é normal, estas propriedades permitem fazer inferências acerca da distribuição.

Aproximações sucessivas à distribuição normal

Considerem-se sucessivos lançamentos de uma ou mais moedas ao ar.

Aumentando o número de moedas lançadas ao ar e considerando as frequências relativas dos valores da variável aleatória *número de caras* (ou *número de coroas*) obtidas podemos observar que a distribuição correspondente se vai aproximando da distribuição normal.

Consideremos 400 lançamentos de uma, três e seis moedas ao ar. Recorrendo a histogramas, em cada caso, representar graficamente as distribuições das frequências relativas da variável aleatória *número de caras* e avaliar a aproximação à correspondente curva normal.

Para simular o lançamento de uma moeda 400 vezes, definir e representar graficamente a distribuição das frequências

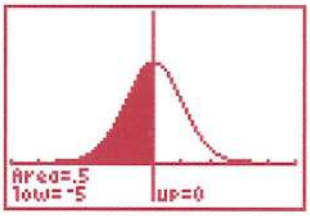


Figura 11.

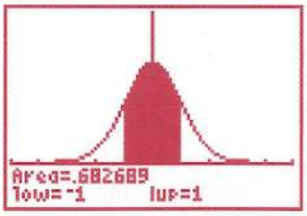


Figura 12.

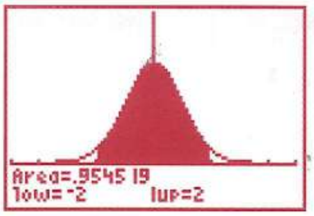


Figura 13.

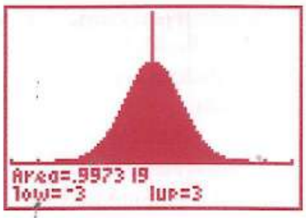


Figura 14.

relativas obtidas e representar graficamente a distribuição normal correspondente, definimos e executamos na calculadora os comandos seguintes:

- `randInt(0,1,400)->L1` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de uma moeda ao ar e armazena os resultados na lista `L1`;
- `{0,1}->`$_{\text{L}}$`U` atribui à lista $_{\text{L}}$`U` os valores `0` (0 caras) e `1` (1 cara);
- `"{sum(L1=0),sum(L1=1)}/400"->`$_{\text{L}}$`UF` calcula as frequências relativas dos valores `0` e `1` e armazena os resultados na lista $_{\text{L}}$`UF` (observe-se que as aspas significam que a lista está indexada a uma fórmula);
- `1-VarStats` $_{\text{L}}$`U,`$_{\text{L}}$`UF` calcula estatísticas da distribuição definida pelas listas $_{\text{L}}$`U` e $_{\text{L}}$`UF`, designadamente $\overline{x}$ e σx (observe-se que estas estatísticas são necessárias na definição de `Y1` da etapa seguinte);
- Escrever `Y1=normalpdf(X,`$\overline{x}$`,`σx`)` no menu `Y=`, substituindo $\overline{x}$ e σx pelos valores determinados na etapa anterior (observe-se que `Y1` é a função densidade de probabilidade da distribuição normal com média $\overline{x}$ e desvio padrão σx);
- Activar o `Plot1`, seleccionar o histograma e especificar as listas `U` e `UF`;
- Definir a janela `[-1.5,7]×[-0.25,1]` e premir a tecla `GRAPH`. Obtém-se, assim, o histograma da distribuição e a correspondente curva normal (ver figura 15).

No caso do lançamento de três moedas 400 vezes, definimos e executamos na calculadora os comandos seguintes:

- `L1+randInt(0,1,400)->L2` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de duas moedas ao ar e armazena os resultados na lista `L2` (recorde-se que antes estava armazenado em L1 o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos da moeda);
- `L2+randInt(0,1,400)->L2` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de três moedas ao ar e armazena os resultados na lista `L2`;
- `{0,1,2,3}->`$_{\text{L}}$`T` atribui à lista $_{\text{L}}$`T` os valores `0` (0 caras), `1` (1 cara), `2` (2 caras) e `3` (3 caras);
- `"{sum(L2=0),sum(L2=1),sum(L2=2),sum(L2=3)}/400"->`$_{\text{L}}$`TF` calcula as frequências relativas dos valores 0,1,2,3 e armazena os resultados na lista $_{\text{L}}$`TF`;
- `1-VarStats` $_{\text{L}}$`T,`$_{\text{L}}$`TF` calcula estatísticas da distribuição definida pelas listas $_{\text{L}}$`T` e $_{\text{L}}$`TF`, designadamente $\overline{x}$ e σx (observe-se que estas estatísticas são necessárias na definição de `Y2` da etapa seguinte);
- Escrever `Y2=normalpdf(X,`$\overline{x}$`,`σx`)` no menu `Y=`, substituindo $\overline{x}$ e σx pelos valores determinados na etapa anterior (não esquecer de desactivar `Y1`);
- Activar o `Plot2`, seleccionar o histograma e especificar as listas `T` e `TF` (não esquecer de desactivar o `Plot1`);
- Definir a janela `[-1.5,7]×[-0.15,0.6]` e premir a tecla `GRAPH`. Obtém-se, assim, o histograma da distribuição e a correspondente curva normal (ver figura 16).

Finalmente, para simular o lançamento de seis moedas 400 vezes, definimos e executamos na calculadora os comandos seguintes:

- `L2+randInt(0,1,400)->L3` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de quatro moedas ao ar e armazena os resultados na lista `L3` (recorde-se que antes estava armazenado em `L2` o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de três moedas);
- `L3+randInt(0,1,400)->L3` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de cinco moedas ao ar e armazena os resultados na lista `L3`;
- `L3+randInt(0,1,400)->L3` simula o número de caras obtidas em cada um dos 400 lançamentos de seis moedas ao ar e armazena os resultados na lista `L3`;
- `{0,1,2,3,4,5,6}->`$_{\text{L}}$`S` atribui à lista $_{\text{L}}$`S` os valores `0` (0 caras), `1` (1 cara), `2` (2 caras), `3` (3 caras), `4` (4 caras), `5` (5 caras) e `6` (6 caras);
- `"{sum(L3=0),sum(L3=1),sum(L3=2),sum(L3=3),sum(L3=4),sum(L3=5),sum(L3=6)}/400" ->`$_{\text{L}}$`SF` calcula as frequências relativas dos valores `0,1,2,3,4,5,6` e armazena os resultados na lista $_{\text{L}}$`SF`;
- `1-VarStats` $_{\text{L}}$`S,`$_{\text{L}}$`SF` calcula estatísticas da distribuição definida pelas listas $_{\text{L}}$`S` e $_{\text{L}}$`SF`, designadamente $\overline{x}$ e σx (observe-se que estas estatísticas são necessárias na definição de Y3 da etapa seguinte);
- Escrever `Y3=normalpdf(X,`$\overline{x}$`,`σx`)` no menu `Y=`, substituindo $\overline{x}$ e σx pelos valores determinados na etapa anterior (não esquecer de desactivar `Y2`);

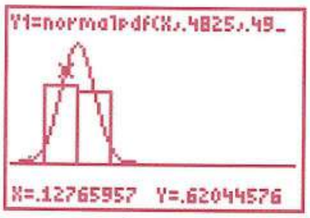


Figura 15.

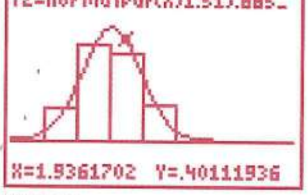


Figura 16.

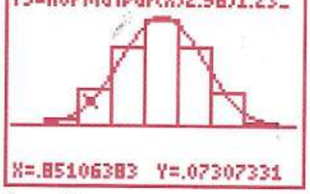


Figura 17.

- Activar o `Plot3`, seleccionar o histograma e especificar as listas `S` e `SF` (não esquecer de desactivar o `Plot2`);
- Definir uma janela `[-1.5,7]×[-0.15,0.4]` e premir a tecla `GRAPH`. Obtém-se, assim, o histograma da distribuição e a correspondente curva normal (ver figura 17).

Observando os gráficos das figuras 15, 16 e 17, verifica-se um ajustamento cada vez melhor entre o histograma que representa a distribuição e a correspondente curva normal, o que é justificado teoricamente pelo facto da distribuição binomial se aproximar da distribuição normal com o aumento do número de moedas consideradas.

Avaliar a normalidade de uma distribuição

Conforme foi referido antes, sabendo-se que uma dada distribuição é normal, ficamos a conhecer a probabilidade da variável aleatória pertencer a cada um dos seguintes intervalos: para o intervalo $[\mu-\sigma,\mu+\sigma]$ a probabilidade é 68,3%, para o intervalo $[\mu-2\sigma,\mu+2\sigma]$ a probabilidade é 95,5% e para o intervalo $[\mu-3\sigma,\mu+3\sigma]$ a probabilidade é 99,7%. Ora, este conhecimento permite-nos avaliar em que medida uma distribuição se aproxima ou não da distribuição normal.

A partir dos três intervalos considerados, estudemos em que medida a distribuição definida no exemplo seguinte se aproxima ou afasta da distribuição normal.

Contou-se o número de pessoas, incluindo o condutor, em 40 automóveis à entrada de um parque de estacionamento, tendo-se obtido os seguintes valores:

Nº de pessoas por automóvel
1 2 2 3 1 1 2 4 3 1 3 1 1 2 2 4 5 3 3 2
2 2 1 2 3 4 1 5 4 4 2 1 3 3 1 2 5 3 2 4

Determinando a média e o desvio padrão, obtêm-se os valores: $\overline{x}=2,5$ e $s=1,2$ (1 c.d.). Substituindo os valores obtidos para $\overline{x}$ e para s nos respectivos intervalos, tem-se:

- $[\overline{x}-s,\overline{x}+s]$ dá origem ao intervalo $[2,5-1,2;2,5+1,2]$, ou seja, $[1,3;3,7]$.

  Observando a tabela dada, verifica-se que pertencem ao intervalo os valores 2 e 3, a que corresponde um total de 21 (12+9) dados. Ou, em percentagem, 21/40=52,5% do total dos dados.

Definindo e executando o comando (sum(L1≥$\overline{x}$-σx and L1≤$\overline{x}$+σx)/40)×100 na calculadora, obtém-se a percentagem de dados que pertencem ao intervalo $[\overline{x}-s,\overline{x}+s]$ (ver figura 18).

- $[\overline{x}-2s,\overline{x}+2s]$ dá origem ao intervalo $[2,5-2\times1,2;2,5+2\times1,2]$, ou seja, $[0,1;4,9]$. Observando a tabela dada, verifica-se que pertencem ao intervalo os valores 1, 2, 3 e 4, a que corresponde um total de 37 (10+12+9+6) dados. Ou, em percentagem, 37/40=92,5% do total dos dados.

Definindo e executando o comando (sum(L1≥$\overline{x}$-2σx and L1≤$\overline{x}$+2σx)/40)×100 na calculadora, obtém-se a percentagem de dados que pertencem ao intervalo $[\overline{x}-2s,\overline{x}+2s]$ (ver figura 19).

- $[\overline{x}-3s,\overline{x}+3s]$ dá origem ao intervalo $[2,5-3\times1,2;2,5+3\times1,2]$, ou seja, $[-1,1;6,1]$. Observando a tabela dada, verifica-se que pertencem ao intervalo os valores 1, 2, 3, 4 e 5, a que corresponde todos os dados ou 100%.

Definindo e executando o comando (sum(L1≥$\overline{x}$-3σx and L1≤$\overline{x}$+3σx)/40)×100 na calculadora, obtém-se a percentagem de dados que pertencem ao intervalo $[\overline{x}-3s,\overline{x}+3s]$ (ver figura 20).

Assim, comparando os valores obtidos para a percentagem de dados nos três intervalos com as percentagens correspondentes à distribuição normal, verifica-se que a distribuição do número de pessoas que viajavam nos 40 automóveis se afasta consideravelmente da distribuição normal, especialmente no caso do intervalo $[\overline{x}-s,\overline{x}+s]$.

Na figura 21 podemos verificar o ajustamento entre o histograma da distribuição dada e a curva normal correspondente.

Pela figura observa-se um considerável desajustamento entre a curva normal e o histograma da distribuição dada. Pode ainda verificar-se que se trata de uma distribuição assimétrica positiva ou desviada para a direita.

Por outro lado, sabemos que a média $\overline{x}=2,5$ e, determinando o valor da mediana, obtém-se $\tilde{x}=2$. Ora, como $\overline{x}>\tilde{x}$, tal significa que a distribuição é assimétrica positiva ou desviada para a direita.

Assim, a evidência obtida a partir de diferentes estratégias — os intervalos centrados na média (diferindo de s, $2s$ e $3s$), o ajustamento entre o histograma da distribui-

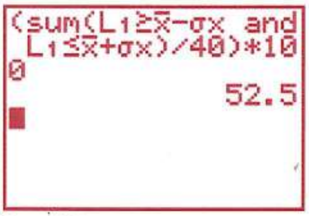


Figura 18.

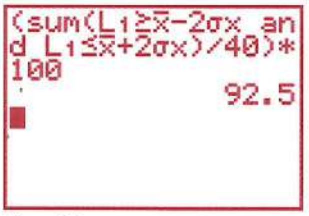


Figura 19.

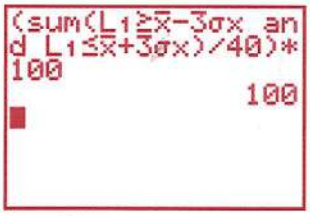


Figura 20.

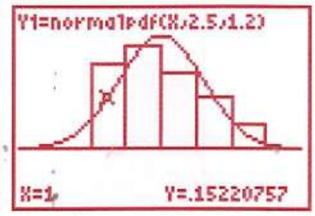


Figura 21.

ção dada e a curva normal correspondente e a comparação entre os valores da média e da mediana —, porque apontam no mesmo sentido, permite-nos afirmar com maior segurança que a distribuição dada se afasta da normal.

Considerações didácticas

Para Batanero (2004), a realização de experiências empíricas sobre a convergência seriam desejáveis desde a escola básica, pois facilitariam a compreensão dos teoremas matemáticos que serão abordados posteriormente na universidade. No entanto, estas experiências são limitadas e as sucessões aleatórias geradas na sala de aula convergem lentamente e, por vezes, falham quando são necessárias a uma demonstração, o que pode ser contraproducente.

Face a estas dificuldades, em geral, a simulação de experiências aleatórias recorrendo a computadores e calculadoras reveste-se de uma importância evidente uma vez que esta tecnologia permite, num tempo realista, gerar uma quantidade de dados suficientemente grande de modo a evitar discrepâncias com as propriedades teóricas que se pretende que emirjam ou se concretizem a partir dos dados.

Por outro lado, a importância de uma abordagem empírica à distribuição normal, do tipo da que aqui se propõe, resulta também das dificuldades que os alunos revelam neste tema, não garantido uma abordagem teórica e tardia a aquisição de significados e interpretações adequadas. Neste sentido, um estudo realizado por Batanero, Tauber e Sánchez (2001), com alunos universitários de uma disciplina introdutória de análise de dados, revelou dificuldades várias dos alunos neste tema. De entre essas dificuldades, salientam-se dificuldades com o cálculo de valores tipificados e seus inversos, em distinguir entre distribuição teórica e distribuição empírica e em decidir se uma variável aleatória se distribui ou não normalmente.

Em relação à avaliação da normalidade de uma distribuição, muitos alunos chegaram a conclusões erradas porque a sua decisão partiu da representação gráfica ou resultou da aplicação ou prova de apenas uma propriedade (normalmente a simetria), confundindo, assim, uma condição necessária de normalidade com uma condição suficiente. Deste resultado pode concluir-se a conveniência de se aplicar ou verificar, simultaneamente, várias propriedades na avaliação da normalidade de uma distribuição dada, até porque as propriedades estudadas ao nível do ensino secundário são, geralmente, menos robustas.

Tal como foi exemplificado antes, podemos reunir evidência a partir dos intervalos centrados na média, com base na simetria (recorrendo à média, mediana e moda) e sobre o ajustamento entre a representação gráfica da distribuição e a correspondente curva normal. Neste caso, a confirmação de uma mesma conclusão, a partir de várias estratégias, permite afirmá-la com maior convicção, e simultaneamente diminuir a insegurança e as dúvidas que o recurso a uma única estratégia geralmente acarreta.

Notas

[1] Na exploração dos exemplos foi utilizada uma calculadora gráfica TI-83 Plus da Texas Instruments.

[2] $P(x_1 \le X \le x_2) =$

$$= \int_{x_2}^{x_1} n(x;\mu,\sigma)dx =$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_2}^{x_1} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx.$$

Referências bibliográficas

Batanero, C. (2004). Ideas estocásticas fundamentales:¿Qué contenidos se debe enseñar en la clase de probabilidad? In J. A. Fernandes, M. V. Sousa e S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística — Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola*. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Batanero, C., Tauber, L. M. e Sánchez, V. (2001). Significado y comprensión de la distribución normal en un curso introductorio de análisis de datos. *Quadrante*, *10*(1), 59–91.

Martins, M. E., Monteiro, C., Viana, J. P. e Turkman, M. A. (1999). *Probabilidades e estatística — 12° ano de escolaridade*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação (2001). *Programa de Matemática aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.

Ministério da Educação (2002a). *Matemática A — Programa do 12° ano*. Lisboa: Autor.

Ministério da Educação (2002b). *Matemática B —Programa do 12° ano*. Lisboa: Autor.

Wonnacott, T. H. e Wonnacott, R. J. (1990). *Introductory statistics* (5th ed.). New York, NY: John Wiley & Sons.

José António Fernandes
Universidade do Minho

O V CIBEM na cidade do Porto

V CIBEM
congresso ibero-americano de educação matemática

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

O CIBEM — Congresso Ibéro-americano de Educação Matemática — é um encontro internacional de professores e investigadores em educação matemática que se realiza de quatro em quatro anos e reúne participantes oriundos dos países da América Latina, nomeadamente do Brasil, de Espanha e de Portugal.

Este congresso realizou-se pela primeira vez em Espanha, Sevilha, no ano de 1990, com uma grande participação de professores portugueses e da APM através de seus associados, dirigentes e de uma mostra sobre a Associação. Em 1994 decorreu no Brasil, na cidade de Blumenau, depois, em 1998, na Venuzuela em Caracas e, em 2001, teve lugar na Bolívia em Cochabamba. Em todos eles houve intervenção de portugueses com a realização de conferências plenárias, por convite directo da organização dos respectivos congressos ou por indicação da APM, que se fez representar em todos os encontros que até hoje se realizaram.

Este ano, na sua quinta edição, o CIBEM visita Portugal, sendo acolhido na cidade do Porto onde irá decorrer de 17 a 22 do próximo mês de Julho, nas instalações dos Departamentos de Matemática Pura e Aplicada da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. A sua organização é da responsabilidade da APM e é uma boa oportunidade de os seus sócios e os professores de Matemática em geral poderem participar num encontro que, como acreditamos, irá terá motivos de muito interesse.

Em sessões de natureza diversa distribuídas pelos dias do programa — conferências, painéis, grupos de discussão e comunicações — serão abordados muitos dos temas e problemas que interessam à comunidade de educação matemática. Realizar-se-ão três painéis — *Formação inicial em Matemática dos professores, Desenvolvimento curricular, Estudos de avaliação internacionais* — todos eles envolvendo participantes de diferentes países, e estão previstos onze de grupos de discussão. Estes grupos, onde os participantes se deverão previamente inscrever, incidem em temas sobre o ensino de tópicos matemáticos — *Geometria e medida, Números e Álgebra, Estatística e Probabilidades* —, em temas curriculares tranversais *(Resolução de problemas e tarefas investigativas, Novas tecnologias, História da Matemática, Avaliação)* e da formação de professores *(Formação inicial e Reflexão sobre a prática)* e ainda em temas como a *Multiculturalidade* e a *Flexibilização curricular*. Os grupos de discussão funcionarão durante quatro dias, o último dos quais destinado à síntese conclusiva dos trabalhos, apresentada em sessões reunindo grupos com alguma afinidade. Algumas das comunicações propostas para o encontro — que já ultrapassam centena e meia — serão apresentadas nos grupos de discussão em que melhor se insira o tema em que incidem, sendo as restantes apresentadas em espaço próprio do programa.

Abordando igualmente uma grande variedade de temas e problemas, realizar-se-ão conferências em todos os dias do encontro, umas em sessão plenária, outras em sessões paralelas. Para estas conferências contamos com convidados dos diversos países da comunidade ibero-americana de educação matemática, estando as cinco conferências plenárias previstas, uma em cada dia, entregues a Ana Paula Canavarro da Universidade de Évora de Portugal, Carlos Mansilla da Universidade del Chaco da Argentina, Célia Carolino, da PUC de S. Paulo do Brasil, e Freddy Gonzalez da Universidade PEL da Venuzuela, e Manuel Torralbo da Universidade de Córdova de Espanha.

Para além das sessões mencionadas, está ainda prevista, no final da tarde de um dos dias, a realização de sessões especiais cujo conteúdo será oportunamente anunciado e de algumas exposições que estarão patentes durante todo o

CIBEM. E, como é habitual nestes encontros, um dia é inteiramente dedicado ao programa social. Haverá propostas da comissão organizadora e oportunidade para usufruir o Porto, cidade por onde vale a pena passear e que, como todos sabemos, merece ser vista e revista.

As inscrições no V CIBEM dentro do prazo sem agravamento de preço são até 30 de Março (130 euros) e pode ser feita via Internet no endereço `http://www.mytwt.net/cibem5` ou preenchendo a ficha disponível no mesmo endereço, que depois terá de ser enviada para a comissão organizadora. A inscrição no encontro é possível até 15 de Junho mediante o pagamento de 200 euros.

Para mais informações pode ser consultada a página do V CIBEM no endereço que atrás indicámos, onde existem informações mais detalhadas sobre o programa, nomeadamente os textos já disponíveis, descritivos dos painéis e dos grupos de discussão, com a indicação dos respectivos moderadores e orientadores. Esta página, naturalmente, está em constante actualização e irá também incluir os resumos das conferências e comunicações que irão ser apresentadas. Foi também criada uma *mailing list* para todos os que estiverem interessados em receber informações sobre o encontro. Quem o desejar, basta enviar uma mensagem para `bsilveira@esb.ucp.pt`, escrevendo CIBEM/info no *Subject*.

Em Julho esperamos por si no Porto, no V CIBEM.

A comissão organizadora

Contactos Branca Silveira `bsilveira@esb.ucp.pt` Henrique M. Guimarães `hmg@fc.ul.pt`

Educação matemática: caminhos e encruzilhadas

Encontro internacional em homenagem a Paulo Abrantes

Em 14 e 15 de Julho de 2005 vai realizar-se na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa o encontro internacional *Educação Matemática: caminhos e encruzilhadas, em homenagem a Paulo Abrantes.*

O objectivo principal é analisar a situação actual e perspectivas futuras em relação aos principais temas da educação matemática: currículo, resolução de problemas, explorações e investigações matemáticas, trabalho de projecto, matemática e realidade, avaliação, formação de professores.

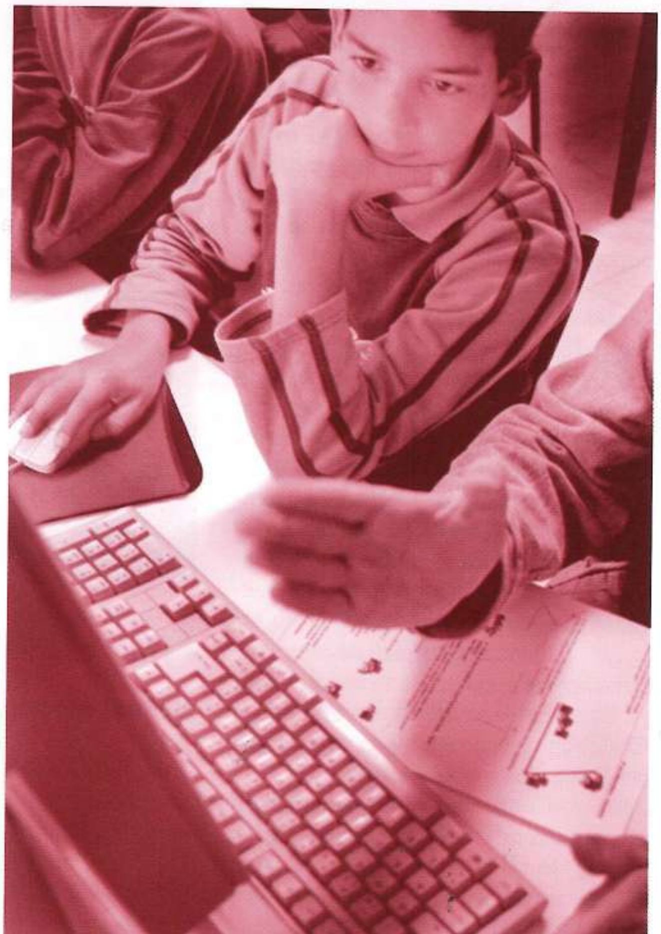
O encontro conta com a participação de um vasto conjunto de especialistas nacionais e estrangeiros, nomeadamente: Jeremy Kilpatrick, Alan Shoenfeld e Edward Silver (USA), Christine Keitel (Alemanha), Joaquim Giménez e Luis Rico (Espanha), Koeno Gravenmeijer, Jean-Marie Kraemer e Rijkje Dekker (Holanda), Nicolina Malara (Itália), Celia Carolino e Ubiratan D'Ambrósio (Brasil). Está garantida tradução simultânea durante o encontro.

Todas as informações sobre o programa científico e cultural e formas de inscrição estão no site do encontro:

`www.apm.pt/emce_pa`.

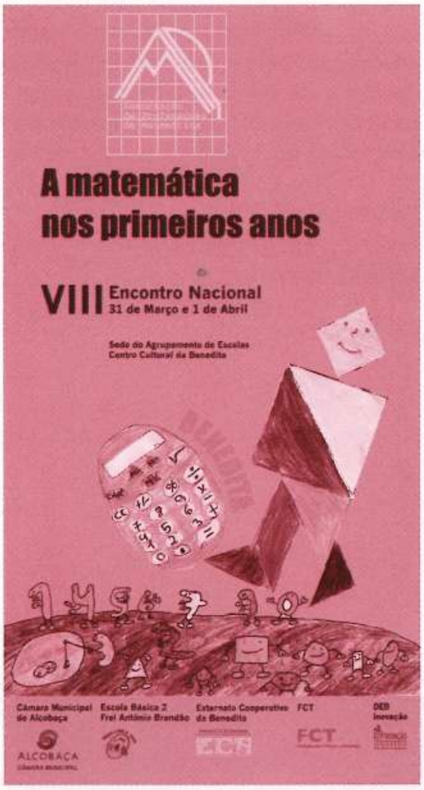
Até 30 de Abril a inscrição, incluindo actas e programa cultural, é 45 euros.

APM CIE DE/FCUL



A Matemática nos 1ºs anos

VIII Encontro Nacional



Este ano, o Encontro Nacional, *A Matemática nos primeiros anos* realiza-se na Benedita, na Escola Básica 2 de Frei António Brandão e no Centro Cultural da Benedita, nos dias 31 de Março e 1 de Abril.

Integrado nas actividades do Grupo de Trabalho do 1° Ciclo, este encontro tem como objectivos principais (1) estimular a permuta de conhecimentos e experiências relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática no Pré-escolar e nos primeiros anos de escolaridade e (2) proporcionar momentos de encontro e reflexão entre docentes do 1° Ciclo do Ensino Básico, Educadores de Infância, estudantes e outros profissionais ligados a estes níveis de ensino.

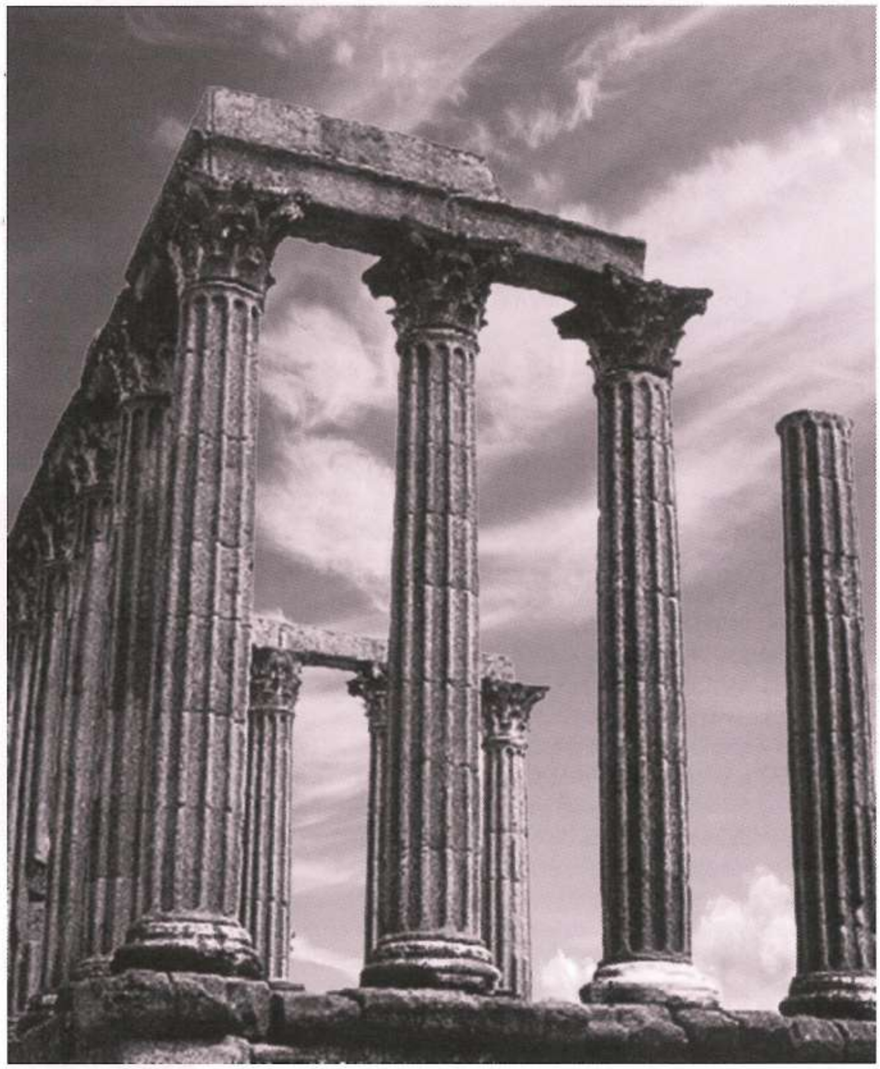
Depois de uns *dias de menos trabalho*, vamos aproveitar o tempo primaveril, para nos deslocarmos até esta bonita localidade, respirar o ar da serra e *recarregar baterias* para mais uns meses.

Contamos com a participação empenhada de todos os que de uma forma ou de outra estão interessados em debater e reflectir sobre aquilo que é ou deve ser a *Matemática nos 1ºs anos*.

ProfMat 2005

ProfMat 2005
Évora - 20 anos de encontros

O ProfMat 2005 realiza-se em Évora. Muitos lembrar-se-ão que há dez anos se comemoraram nesta bonita terra alentejana os dez anos do nosso ancontro — e este ano, preparamos já a comemoração dos vinte, com iniciativas de ordem diversa. Para além disso, o restante programa, embora ainda em fase embrionária, já promete ... Por isso, registe a caneta na sua agenda: Entre 9 e 12 de Novembro, ProfMat 2005, na Esc. Sec. de Severim de Faria. Para mais algumas informações veja `www.apm.pt`.



Números e Álgebra

Na aprendizagem da matemática e na formação de professores

O Seminário Números e Álgebra é promovido pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação e realiza-se nos dias 17, 18 e 19 de Abril de 2005, em Caminha.

O tema do seminário *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* será abordado ao nível das seguintes perspectivas: Desenvolvimento curricular; Ensino/Aprendizagem; Tecnologias.

Mais perto da APM

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição ligada ao Ensino da Matemática, abrangendo todos os níveis de escolaridade. Um dos seus objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na vida política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais. Descrevem-se, de seguida, as condições de adesão à APM:

Quadro 1

Sócio	Sócio residente no estrangeiro	Sócio Estudante	Sócio Aposentado	@-Sócio*
44,50€	48,50€	31,50€	35,00€	35,00€
Revista *Educação e Matemática* impressa e *on-line* (saem 5 números por ano e uma delas é temática)				Revista *Educação e Matemática on-line*
APM*informação* impresso e *on-line* (5 números por ano)				APM*informação* on-line
Opção de assinatura da revista *Quadrante* impressa (2 números por ano -10,50 €)				
Acesso à zona *on-line* para sócios				
Beneficiar de desconto nas inscrições para os Encontros promovidos pela APM (30 a 40%)				
Usufruir de desconto na aquisição das edições APM: 50% sobre o preço de capa Usufruir de desconto na aquisição de publicações de outras editoras: 15% sobre o preço de capa				
Beneficiar dos acordos resultantes dos protocolos da APM com outras instituições				
Ter acesso prioritário a todo o material do Centro de Recursos de acordo com o seu regulamento				
Poder recorrer à APM para divulgação de iniciativas no âmbito da Educação Matemática, através de propostas enviadas à Direcção				

* O estatuto de @-sócio oferece muitos benefícios, mas não inclui acesso à **informação impressa**.

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www.apm.pt/socio.php.

Instituições

Quadro 2

Opções			Valor
Opção 1		Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* (5 números)	33€
Opção 2		Assinatura anual da revista *Quadrante* (2 números)	20€
Opção 3	A	Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* (5 números); APM*informação* (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	44€
	B	Assinatura anual da revista *Quadrante* (2 números)	15€
Opção 4	A	Assinatura anual da revista *Educação e Matemática* – 2 exemplares de cada número (5 números); APM*informação* (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	63€
	B	Assinatura anual da revista Quadrante (2 números)	15€

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www.apm.pt/socio.php

Publicações — Loja on-line

Agora já pode encomendar as publicações da APM na nossa loja virtual, no endereço http://loja.apm.pt/index.asp, onde tem todas as informações sobre as modalidades de pagamento. A sua encomenda ser-lhe-á enviada pelo correio.

índice

Editorial

Artigos

Secções