

Educação ^e Matemática



Nº 80

Novembro/Dezembro 2004

Periodicidade: 5 números por ano

Preço 7.50€

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre o número temático

Este número da revista tem por tema *Ensino da Matemática em Portugal: um ponto da situação*. É um tema que consideramos difícil, até mesmo controverso, e que requer a consideração de uma pluralidade de aspectos. Por isso convidámos para seu editor João Pedro da Ponte, do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pelo seu manifesto interesse na discussão do ensino da matemática no nosso país e pela largeza da sua visão sempre perspicaz e informada. Agradecemos-lhe a forma pronta como aceitou este desafio, bem como o seu empenho na concepção da revista e o seu envolvimento no processo da sua construção. Mais uma vez colaborou de forma intensa com a Educação e Matemática — recordamos que já em 1997 foi o editor convidado da revista temática sobre *Novas Tecnologias na educação Matemática* — contribuindo de forma decisiva para a publicação deste número da revista.

Sobre a capa

A capa deste número, a ter um título, esse poderia ser *O futuro observando tranquilamente o fluir do tempo*. Estaríamos certamente perante um tipo de exibicionismo intelectual que escamotearia o seu verdadeiro propósito—o de lembrar que qualquer reflexão sobre a Escola e a Educação não deverá nunca constituir um mero exercício académico, deve ser (e terá que ser) em última análise uma escolha sobre o futuro. Um futuro que tem uma face!

Neste número também colaboraram

Ana Vieira Lopes, Catarina Ferreira, Célia Sofia Silva, Cristina Loureiro, Eduardo Veloso, Fernanda Perez, Giséla Araújo, Helena Paradinha, Henrique Guimarães, Isabel Fevereiro, Isabel Paula, Jacinto Salgueiro, João Rino, José Paulo Viana, Leonor Santos, Luís Reis, Lurdes Serrazina, Manuel Martins Ferreira, Manuela Diogo, M^a Cristina Peixoto Matos, M^a Lúcia Grilo, Olívia Sousa, Teresa Carrilho da Graça.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Dezembro de 2004.

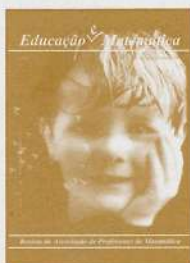
Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N^o 27-A, 1500-236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

n.º 80
Novembro/
Dezembro
de 2004



Um ponto de situação necessário

João Pedro da Ponte

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora

Ana Paula Canavarro

Subdirectora

Adelina Precatado

Redacção

Alice Carvalho

António Fernandes

Elisa Figueira

Fátima Guimarães

Helena Amaral

Helena Fonseca

Helena Rocha

Isabel Rocha

Joana Brocardo

Lina Brunheira

Manuela Pires

Maria José Boia

Colaboradores Permanentes

A. J. Franco de Oliveira

Matemática

Branca Silveira

"Tecnologias na Educação Matemática"

José Paulo Viana

"O problema deste número"

Lurdes Serrazina

A matemática nos primeiros anos

Maria José Costa

História e Ensino da Matemática

Rui Canário

Educação

Paginação e Pré-Impressão

Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária

Associação de Professores de

Matemática

Rua Dr. João Couto, 27-A,

1500-236 Lisboa

Tiragem

5000 exemplares

Periodicidade

Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun,

Set/Out e Nov/Dez

Impressão

Gráfica Torriana

Fonte Santa, Paúl

2580-250 Torres Vedras

N.º de Registo ICS: 124051

N.º de Depósito Legal: 72011/93

Este número temático da Educação e Matemática lança um olhar sobre o ensino da Matemática em Portugal. Conhecer bem a situação relativamente às aprendizagens dos alunos, ao currículo, à formação de professores, às medidas de apoio às escolas, é uma condição essencial para a melhorar. Ressalvando a honrosa excepção do *Matemática 2001*, não há muito o hábito, entre nós, de se fazer este tipo de reflexão. Trata-se, no entanto, de uma reflexão necessária e urgente.

No centro das atenções têm de estar os alunos e as suas aprendizagens. Entre as várias formas possíveis de abordar esta questão, pareceu-nos que seria interessante fazer uma análise qualitativa dos processos por eles usados na resolução de questões matemáticas. Tomamos como ponto de partida o seu trabalho em itens de provas de aferição. Na verdade, trata-se de itens susceptíveis de nos darem muita informação interessante sobre os pontos fortes e fracos dos nossos alunos. Todos sabemos que o que eles fazem nestes itens não revela tudo o que há para saber sobre a sua aprendizagem; mas revela alguma coisa e esse alguma coisa é importante que se discuta.

Damos também atenção aos professores — em especial às suas práticas e à sua formação inicial. Muito se tem trabalhado em Portugal neste campo, mas o que se tem feito nem sempre é bem conhecido. Como são os cursos de formação inicial? Os novos professores estão a ser bem preparados? Os cursos existentes são bem estruturados? Como são as práticas profissionais? Tem havido mudanças substanciais no modo como os professores trabalham na sala de aula? Existe uma nova cultura profissional? Não existindo instrumentos padronizados para responder a estas questões, procurámos incluir artigos de reflexão baseados em relatórios de avaliação e em estudos de investigação.

Outros artigos e contribuições, incluindo uma mesa-redonda com participantes de diversos níveis de ensino e uma reportagem de uma escola, referem-se a aspectos como o percurso escolar dos alunos, as percepções dos professores sobre as suas dificuldades, as condições de trabalho nas escolas, as iniciativas dos professores, a qualidade dos materiais curriculares, a evolução do currículo, etc.. Obtemos assim um quadro vivo do que presentemente acontece e quais são os desejos e preocupações dos diversos actores educativos.

A leitura deste número da revista mostra que não faltam no nosso país boas ideias relativamente ao currículo e à prática pedagógica, nem falta o entusiasmo para as concretizar. Mostra também que as aprendizagens dos alunos, em muitos pontos, ficam aquém do que todos gostaríamos. Saber como ligar os dois aspectos, ou seja, como usar as boas ideias e as energias para conseguir os resultados desejados, é talvez o maior desafio que se coloca a todos os que se interessam genuinamente pela educação matemática no nosso país.

João Pedro da Ponte
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Como estamos de aprendizagens?

Uma melhoria da aprendizagem dos nossos alunos passa inevitavelmente por uma reflexão continuada sobre a nossa prática. Para aperfeiçoarmos o nosso ensino, para crescermos profissionalmente é indispensável debruçarmo-nos sobre o que fazemos, o que pensamos e quais as consequências que isto tem nos nossos alunos.

Esse questionamento pode e deve incidir em múltiplos aspectos, por exemplo, no modo como agimos dentro e fora da sala de aula, no que mudar ou conservar para conseguir levar à prática o que pretendemos, nos obstáculos à aprendizagem de determinado conteúdo por parte dos alunos, no que fazer para os ultrapassar e para que ocorra de facto uma aprendizagem significativa.

Ponderar sobre as respostas dos alunos, analisar o seu desempenho, as suas atitudes e comportamentos, quando são confrontados com situações a que necessitam de dar resposta, é um dos caminhos para detectar dificuldades e insuficiências e identificar as estratégias para as ultrapassar. Foi isto que pretendemos com um conjunto de três estudos que usam questões retiradas das provas de aferição do 4.º, 6.º e 9.º anos de escolaridade.

As provas de aferição contêm muitas questões interessantes e são conhecidos os resultados referentes à sua aplicação, por escola, por região e no país. Torna-se assim possível realizar análises comparativas entre esses valores e as nossas turmas e assim perceber como se situam os nossos alunos em relação a outros grupos – o que nos pode levar a ponderar sobre as mudanças mais urgentes a realizar nas nossas práticas. Além disso, o vasto conjunto de questões distribuídas por quatro tipos de competências centrais relativas aos grandes temas do currículo oficial e com respostas inventariadas e codificadas de acordo com os vários níveis de desempenho, constitui um recurso interessante para obter informações relevantes sobre as aprendizagens dos alunos.

Mais do que a percentagem dos que responderam bem ou mal a cada questão, interessa reflectir sobre o que revelam as suas respostas, em termos de compreensão, perspicácia, ou dificuldades. É essa análise que a apresenta em três artigos desta revista, cujo título questiona *Como estamos de aprendizagens?*, em cada um dos anos de escolaridade acima referidos (4.º ano, página 3; 6.º ano, página 25; 9.º ano, página 51).

Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 4º ano

Alice Carvalho e Helena Maria Amaral

A elaboração deste artigo tem por base as respostas de alunos do 1º ciclo a um conjunto de itens da prova de aferição nacional aplicada no ano lectivo de 2002/2003. A nossa escolha incidiu sobre cinco itens que envolviam as competências avaliadas por este tipo de provas, ou seja, conhecimento de conceitos e procedimentos, raciocínio, comunicação e resolução de problemas e com ela procurámos que os itens abrangessem o maior número de áreas temáticas do currículo: Números e Cálculo, Geometria e Medida e Estatística e Probabilidades.

Os trinta e dois alunos do nosso estudo pertencem a duas turmas numa escola de Lisboa, situada numa zona limítrofe do concelho. A maioria dos alunos da escola é oriunda de uma classe bastante desfavorecida.

Ambas as turmas são constituídas sensivelmente pelo mesmo número de rapazes e raparigas, são heterogéneas no que se refere ao aproveitamento e integram, cada uma, duas crianças com necessidades educativas específicas que não realizaram a prova.

As professoras que leccionam as turmas, bastante novas na profissão, consideram-nas de aproveitamento razoável, destacando três ou quatro alunos com muito bom aproveitamento. No seu ensino seguiam essencialmente o manual escolar, reforçando os conteúdos trabalhados com fichas de apoio.

Os itens escolhidos foram apresentados aos alunos tal como são disponibilizados na prova de aferição. Foi-lhes explicado que o objectivo deste trabalho era compreender tanto os processos que iriam utilizar, como as dificuldades sentidas na sua resolução, pelo que não lhes seria dada qualquer ajuda. Após a classificação de todos os testes respeitando os critérios estabelecidos pelo GAVE, procedemos ao levantamento das

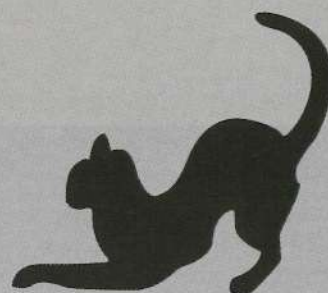
estratégias mais utilizadas e dos erros mais frequentes dos alunos. Posteriormente fizemos entrevistas a alguns alunos, tendo em vista esclarecer/compreender as respostas dadas.

Puzzles ...

O item 14 integra-se na área temática de Geometria e Medida, mobilizando predominantemente a comunicação matemática, embora envolva também as competências de resolução de problemas e de raciocínio.

Tal como consta no Relatório Nacional das Provas de Aferição de 2003, da Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), a resposta correcta a este item obriga a que o aluno domine o conceito de área, compreenda a relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades necessárias para cobrir uma superfície (isto é, se a unidade é menor, o número de unidades para cobrir a mesma área é maior) e ainda a invariabilidade da área total. No entanto, a questão fundamental incide na competência de comunicação matemática. Nos resultados obtidos a nível nacional, 20% dos alunos obteve o nível de desempenho máximo, 37% o nível intermédio, 40% o nível zero e 3% não responderam. A percentagem de respostas de nível zero (atribuído às respostas completamente erradas ou às correctas para as quais não era apresentada qualquer tipo de explicação) é muito significativa.

Nos alunos deste estudo verificou-se também uma grande incidência de resposta no nível zero, já que dez crianças deram respostas correctas sem apresentar qualquer explicação ou deram explicações incorrectas. Apenas quatro dos alunos deram respostas completamente erradas, apesar de num dos casos haver indícios de que a criança baralhou os nomes e o respectivo número de



14. O Manuel tem um *puzzle* com **125 peças**, e a Rosa tem um com **250 peças**. Quando estão montados, os *puzzles* formam rectângulos com a mesma área.

Na figura, estão representadas uma peça do *puzzle* do Manuel e uma peça do *puzzle* da Rosa.



Qual das peças, A ou B, pode pertencer ao *puzzle* da Rosa? Explica a tua resposta.

Figura 1.

peças. No nível intermédio, dez alunos responderam correctamente, mas com explicação incompleta. Isto é visível na seguinte resposta: "A peça da Rosa é a B. Porque mais pequenas são as peças mais peças há"; ou ainda nesta: "O *puzzle* do Manuel tem menos peças porque as peças são maiores". Unicamente quatro alunos apresentaram uma explicação adequada e completa.

Das respostas completamente certas apresentamos as de duas alunas, em que é nítida a compreensão do conceito e da invariabilidade da área e da consequente relação com o tamanho das peças:

Diana: A peça B porque se o *puzzle* do Manuel tem menos peças e tem a mesma área do que a Rosa e assim para terem o mesmo tamanho o tamanho das peças tem de ser diferente.

Madalena: A peça B é a da Rosa porque se o *puzzle* da Rosa tem 250 peças e se os dois *puzzles* formam rectângulos e o *puzzle* do Manuel tem 125 peças e formam rectângulos com

a mesma área, o puzzle da Rosa tem mais peças.

Na tentativa de compreender se a dificuldade dos alunos que apenas davam a resposta correcta se situava na compreensão dos conceitos subjacentes ou se incidia na dificuldade de redigir uma explicação, procurámos as razões para as respostas dadas, pois estas, mesmo correctas, tendo bastantes défices de comunicação, suscitavam dúvidas sobre o nível de compreensão dos conceitos, como se pode ver pelos exemplos seguintes:

Hélia: A peça do puzzle da Rosa é a B. Porque as peças maiores são as dos puzzles com menos peças.

Luísa: Ao puzzle da Rosa pertence a peça B. Por ser mais pequena há mais.

Nas entrevistas que fizemos, uma das alunas dá uma explicação um pouco confusa, deixando claro que a sua dificuldade se situa no domínio da comunicação: "Achas que algum puzzle é maior que outro?"

Hélia: Não, porque os puzzles são todos puzzles. Se tem mais peças, é mais pequena, se fossem maiores, o puzzle era muito grande porque tem 250 peças.

"O que quer dizer *têm a mesma área?*"

Hélia: Têm o mesmo espaço.

Outra justifica plenamente o seu raciocínio e explicita o que não tinha sido capaz de comunicar na resposta, apelando às suas vivências pessoais com puzzles: "Como pensaste para dar esta resposta?"

Luísa: Temos uma figura. Eu tenho um puzzle com 500 peças pequenas e se fossem grandes o desenho ficava do mesmo tamanho, mas com menos peças. Como a imagem não muda, o tamanho das peças é que muda.

Por fim, salientamos que neste item observámos um grande número de crianças que responderam fora do contexto matemático, tendo-se prendido a desenhos que imaginavam nas figuras, como é visível no seguinte exemplo.

A resposta escrita do aluno foi: "É a peça B porque a A parece uma linha de comboio e as raparigas não gostam de linhas."

Na entrevista justificou: "As raparigas gostam mais de praias sossegadas, montanhas e os rapazes é que gostam de linhas de comboio."

Reflectindo ...

Neste item, constatámos que um significativo número de alunos deu uma resposta correcta e que as falhas se verificaram nas explicações apresentadas, que ou são incorrectas ou muito incompletas. Esta dificuldade pode advir da pouca relevância dada a actividades de comunicação no regular desenvolvimento do currículo, ou da forma como o conceito de área é trabalhado que, evidentemente, vai ter consequência nas competências mobilizadas nos processos de aprendizagem.

Para além da importância da diversificação das experiências de aprendizagem, tal como é mencionado no *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais* (DEB, 2001), há que atender ao modo como essa aprendizagem se concretiza. Na literatura é referido que, tanto no ensino básico como no secundário, os alunos têm uma compreensão inadequada do conceito de área e atribui-se estas dificuldades ao facto de se utilizarem, quase exclusivamente e sem compreensão, fórmulas na determinação da área. De facto, infelizmente, logo no 1º ciclo, muitos alunos associam a área à multiplicação do comprimento pela largura sem compreender que estes produtos têm origem em estruturas rectangulares.

Stephan e Clements (2003) apresentam quatro grandes ideias que suportam a construção da aprendizagem do conceito de área: a partição, a iteração (ou repetição da unidade), a conservação e a estruturação do modelo rectangular. Segundo estes autores, as primeiras experiências com o conceito de área deverão incluir pavimentar superfícies, usando diferentes tipos de unidade. Sugerem que, neste processo, é importante discutir os resultados de modo a perceber se alguns espaços foram deixados vazios, se houve sobreposição de unidades, se não foi ultrapassada a fronteira da superfície estipulada e se foi possível denominar as unidades utilizadas.

A restrição do estudo do conceito de área à contagem das unidades utilizadas para cobrir uma dada superfície impede uma compreensão mais alargada do conceito, pelo que na sua exploração se deve dar oportunidade às crianças passarem pelo processo de subdivisão da superfície, utilizando diferentes unidades. A conservação de área é algo que também não pode ser negligenciado, já que os alunos manifestam bastante dificuldade em aceitar que, cortando uma superfície e rearrumando as partes de forma a obter uma figura diferente, a área permanece a mesma.

Os mesmos autores afirmam que o processo de estruturação do modelo rectangular é sofisticado, necessitando de muito tempo para se desenvolver uma compreensão adequada, após a qual a fórmula de determinação da área poderá começar a ganhar algum sentido.

A relação inversa entre a dimensão da unidade e o número de unidades necessário para medir uma dada superfície é também muito complexa, sendo fundamental explorá-la com diferentes grandezas. Por exemplo, os alunos sabem que um copo pequeno leva menos líquido que um copo grande, mas têm dificuldade em perceber que para encher um mesmo recipiente com copos pequenos e copos grandes são precisos mais copos pequenos se utilizarmos os pequenos.

Moedas ... Que problema!

Este item envolve predominantemente a competência de resolução de problemas e conhecimentos nas áreas de Geometria e Medida e Números e Cálculo.

Para o resolver com êxito, o aluno terá de saber interpretar o problema, seleccionar os dados necessários, desprezar os irrelevantes, fazendo uma leitura correcta da tabela apresentada. Terá ainda de mobilizar o conhecimento das moedas, usar procedimentos para operar com números decimais, converter diferentes medidas de massa e explicar o processo de resolução, usando uma estratégia apropriada e completa.

19. O Manuel guarda moedas de 2 cêntimos num frasco.

O frasco vazio pesa 500 gramas.

Quanto pesará o frasco cheio com 1000 moedas de 2 cêntimos?

Apresenta o resultado em **quilogramas**.

Explica como encontraste a tua resposta. Para o fazeres, podes usar palavras e contas.

Moedas	Peso (gramas)
	2,30
	3,06
	3,92

Figura 2.

O relatório da DGIDC (2004) refere que a nível nacional, 13% dos alunos obteve o nível máximo (ou seja, usaram uma estratégia correcta e deram a resposta em Kg). Alcançaram o nível intermédio, de índice 2, 12%, isto é, usam uma estratégia apropriada, mas que apresenta erros de cálculo, de leitura incorrecta dos dados, de conversão das unidades ou determina correctamente apenas o peso das moedas em Kg, esquecendo o peso do frasco. O índice 1, no qual se situaram 17% dos alunos, é atribuído a respostas correctas mas sem explicação, ou em que existe algum trabalho revelando compreensão da questão. A maior percentagem de alunos (52%) obteve nível zero e 6% não apresenta qualquer resposta.

Nenhum dos alunos do nosso estudo obteve o nível máximo de desempenho. Dos que realizaram bem o algoritmo da multiplicação, metade deixou o problema incompleto, pois não fez a adição. Os que a fizeram, alguns erraram, ou por alinharem mal as unidades no algoritmo ou terem feito mal a conversão.

A estratégia mais seguida pelos alunos foi recorrer ao algoritmo para multiplicar por 1000, acertando, a grande maioria, o algoritmo da multiplicação. No entanto, cerca de um terço dos alunos colocou de forma errada a vírgula no produto, revelando não atribuir significado ao resultado encontrado.

Os erros nas conversões das medidas de massa (gramas em quilogramas) evidenciaram que os alunos se focalizam em procedimentos de conversão, em vez de pensarem nas relações entre essas medidas.

O exemplo seguinte mostra como um aluno apresenta uma estratégia completa e adequada de resolução do problema e se perde, por duas vezes, nas conversões, não referindo nunca as unidades nas respostas apresentadas (figura 3). Apesar de na resposta escrita o aluno não ter explicitado as unidades, na entrevista disse: "cinco vírgula zero zero quilogramas". A leitura dos números como que *soletrados*, verificou-se em entrevistas de vários alunos. Este tipo de leitura é um importante obstáculo para que os alunos tenham uma compreensão da realidade das quantidades que estão a referir. Nesta questão específica, a identificação do número 0,500 g como sendo meio quilograma não é imediata.

É de realçar também que este aluno, embora tenha escolhido uma estratégia complicada, acertou o algoritmo da multiplicação, respeitando todos os requisitos, mesmo os que não são necessários.

Saber rapidamente multiplicar por 10, 100 e 1000 é uma das estratégias que facilita bastante a rapidez e eficácia no cálculo mental e também parece poder evitar erros como os da figura 4.

Reflectindo ...

Pela análise das respostas a este item, parece claro que os alunos adoptaram estratégias de raciocínio adequadas à resolução do problema. As dificuldades centraram-se nos processos escolhidos, ou seja, na realização de algoritmos longos e na utilização de regras de conversão automatizadas sem reflexão crítica.

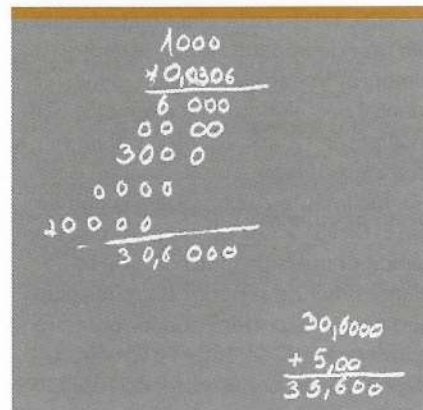


Figura 6

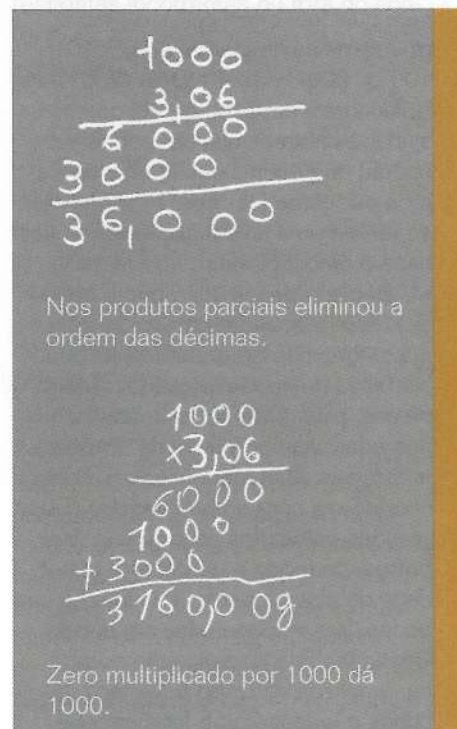


Figura 7

É desejável que um aluno, no final do 1º ciclo de escolaridade, resolva este problema baseando-se nas relações entre o peso da moeda em gramas e o número de moedas solicitado. Mesmo que um raciocínio deste tipo possa ser demasiado exigente, é surpreendente o número de alunos que, para calcular o resultado de uma multiplicação por mil, recorre ao processo complicado da realização do algoritmo.

No âmbito da aprendizagem da multiplicação e divisão, Fosnot e Dolk (2001) referem que é importante saber o que acontece aos números quando são multiplicados por 10, 100

e 1000, tendo esta ideia matemática um grande impacto no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental nos alunos. Por exemplo, para multiplicar 12 por 13, se os alunos dominarem bem a multiplicação por 10, facilmente decompõem o número em $(10 \times 13) + (2 \times 13)$ ou para calcular rapidamente o produto de 50×14 , o aluno sabendo o poder da multiplicação por 100, poderá pensar primeiro que o produto de 100×14 é 1400 e depois dividir por 2, obtendo rapidamente 700.

Para evitar que os alunos utilizem, sem qualquer significado, o *truque dos zeros* na multiplicação por 10, 100 e 1000, Fosnot e Dolk (2001) apresentam um exemplo de como ajudar os nossos alunos a observar o padrão que ocorre quando multiplicamos por estes factores. Propõem que se realize uma investigação tendo por base o empacotamento de material MAB, mas apenas utilizando a base dez. Este material é composto por cubos grandes equivalentes a 1000 unidades de cubos pequenos, barras de dez, placas de 100 e cubos pequenos equivalentes à unidade. Pede-se, então, aos alunos que ajudem a desenhar caixas para empacotar dez cubos grandes colocados ao lado uns dos outros, de modo a perceber a quantidade de placas, barras e unidades que podem ser empacotadas em caixas idênticas. Esta investigação poderá ser ampliada variando o número de cubos a empacotar. É fundamental dispor de uma quantidade de material suficiente para que os alunos possam visualizar as relações estabelecidas, bem como sistematizar os registos de forma a evidenciar as regularidades.

Vamos comprar iogurtes!

Este item é composto por três questões. A primeira, integrada na área temática da estatística e probabilidades, envolve competências de conhecimento de conceitos e procedimentos. Pede-se que os alunos que seleccionem de uma lista dada, o valor correspondente ao preço do produto, mencionado quatro vezes.

Nesta questão, nos alunos do nosso estudo, 20 indicaram o valor correctamente, apenas um não respondeu e os restantes 11 não conseguiram

11. A Rosa foi à mercearia e comprou:

- 2 pacotes de bolachas, cada um deles com o mesmo preço;
- 1 pacote de leite;
- 4 iogurtes, cada um deles com o mesmo preço.

Repara no talão das compras da Rosa:

- € 0,80
- € 0,50
- € 0,80
- € 0,50
- € 0,80
- € 0,80
- € 0,60

11.1 Quanto é que a Rosa pagou por cada iogurte?

identificar o preço pretendido. Assinale-se que nas respostas incorrectas, em que a soma de todas as compras era referida como sendo o preço de cada iogurte, muitos alunos acertaram a operação. Encontraram-se respostas que indicavam o valor de 0,20€ para o preço de cada iogurte. Habitualmente os alunos associam um problema a operações ou conversões, envolvendo os números que são referidos nos enunciados. Não atribuindo significado aos procedimentos realizados, os alunos, quando confrontados com situações em que apenas terão de fazer a selecção um dado, têm tendência a tornar a questão mais complexa. Relativamente a este caso, será que os alunos ao darem uma resposta deste tipo, estariam a realizar a operação $0,80:4 = 0,20$?

A segunda questão, envolve competências de resolução de problemas na área dos Números e Cálculo, o aluno tem de indicar o troco recebido se pagasse a lista de compras com uma nota de 5€.

A segunda questão obteve um bom nível de desempenho, tanto nos dados referidos no Relatório Nacio-

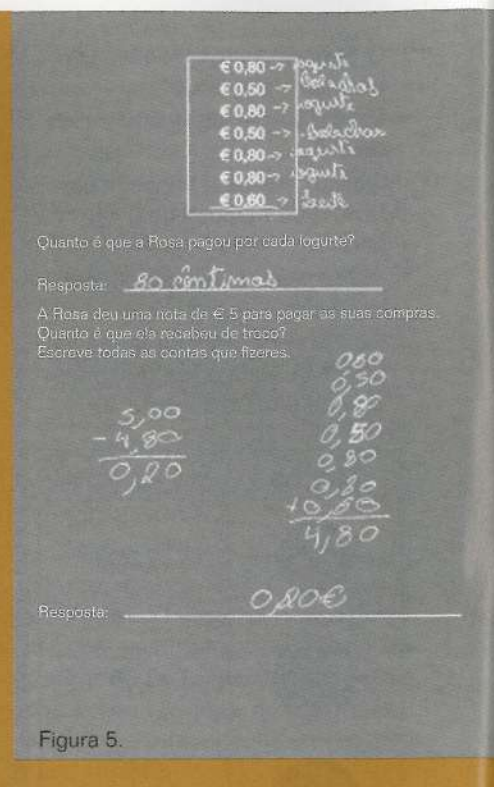


Figura 5.

nal, como no nosso grupo de alunos. Quinze alunos apresentam uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema. A resposta apresentada na figura 5 é um bom exemplo desta situação.

Note-se que, destes, onze calcularam mentalmente o troco não necessitando de fazer o algoritmo da subtracção. Oito alunos seguem uma estratégia apropriada, mas erram a subtracção ou a adição, ou ainda, nos cálculos parcelares, esquecem dados (figura 6).

A estratégia mais elaborada, substituir uma adição com muitos dados (figura 6) por adições parcelares ou por multiplicações, foi apenas usada por dois alunos.

Na terceira questão, dentro da mesma área temática, as competências de raciocínio, resolução de problemas e comunicação têm de ser mobilizadas.

Os alunos teriam de comparar o preço dos iogurtes da Rosa (informação que é inferida através da análise da lista de compras) com o preço de uma embalagem de 2 iogurtes do Manuel. Para além dos alunos terem de apresentar uma explicação completa e adequada,

Resposta:

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 10 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 100 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ + 160 \\ \hline 320 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ - 220 \\ \hline 280 \end{array}$$

Resposta:

$$\begin{array}{r} 0,90 \\ 0,20 \\ 0,60 \\ \hline 0,80 \\ 0,50 \\ \hline 0,50 \\ + 2,30 \\ \hline 5,30 \end{array}$$

Figura 6.

o da Rosa
custou
uma embalagem
3,20 duas
embalagens
custa
6,40

então
o mais
barato
é do
Manuel

1,58

Figura 7.

a dificuldade residia no facto de se ter de comparar uma unidade composta (o preço de dois iogurtes do Manuel) com uma unidade simples (o preço de um iogurte da Rosa).

Neste item, os resultados a nível nacional indicam que apenas 25% dos alunos atingiram o nível máximo, sendo a percentagem maior a de nível zero (42%). No nosso estudo, 5 alunos respondem correctamente à questão, dando uma explicação adequada e completa; 7 alunos dão uma explicação incompleta ou pouco clara, apesar de terem efectuado cál-

culos correctos; 18 alunos respondem incorrectamente e 2 não apresentam qualquer resposta.

Identificámos sobretudo duas estratégias correctas de resolução deste item, que foram a determinação do preço de um iogurte do Manuel, comparando-o com o preço de um iogurte da Rosa, e o cálculo do preço de 2 ou de 4 iogurtes da Rosa, comparando-o depois respectivamente com o preço de 2 ou de 4 iogurtes do Manuel. Os erros mais frequentes que observámos consistiram no facto dos alunos usarem unidades diferentes na comparação dos preços dos iogurtes, nomeadamente comparar o preço de 1 iogurte com o preço de dois ou o preço de dois com o de 4.

A confusão de dois iogurtes com duas embalagens também surgiu, talvez porque a compra de iogurtes é feita normalmente em embalagens. Numa das explicações apresentadas é visível como esta experiência interferiu no raciocínio necessário à resolução deste problema (figura 7).

Os erros de cálculo que identificámos prenderam-se sobretudo com o algoritmo da divisão.

Sintetizando ...

Numa tentativa de sistematizar as reflexões que fomos fazendo ao longo do artigo, destacamos o facto de que a questão que obteve maior sucesso (Item 11.2) referia um problema de trocos. A explicação poderá fundamentar-se no facto de ser muito comum na prática lectiva regular e no quotidiano dos alunos.

No caso da questão do puzzle e da comparação de preços de iogurtes, o recurso a experiências pessoais e as imagens apresentadas conduziram a respostas incorrectas ou fora do contexto da matemática.

De uma forma geral, verifica-se a ausência de estratégias sistematizadas de cálculo mental e a utilização excessiva de procedimentos estandardizados e de regras decoradas, cuja aplicação acabou por suscitar erros e muitas dúvidas. Dentre estes, destaca-se a realização de algoritmos, mesmo em situações perfeitamente desnecessárias, ou que envolviam um grande número de elementos, quando era possível efectuar cálculos parcelares de forma simples.

Nos itens que exigiam uma maior competência de comunicação matemática verificaram-se desempenhos muito baixos, sendo esta a competência que nestes alunos parece ser a menos desenvolvida, sugerindo que parece ser relevante acentuar os tempos e espaços de comunicação e de atribuição de significado às tarefas e objectos matemáticos trabalhados no quotidiano.

Referências Bibliográficas

- ME-DGIDC (2004). *Provas de Aferição do Ensino Básico 4.º, 6.º e 9.º anos — 2003 Relatório Nacional*. Lisboa: Ministério da Educação.
- DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Clements, D. H., Bright, G. (2003). *Learning and Teaching Measurement*. Reston: NCTM 2003 Yearbook Editor.
- Fosnot, C. T., Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at Work — Constructing Multiplication and division*. Portsmouth: Heinemann.


Alice Carvalho
EB1 Orlando Gonçalves, Amadora
Helena Maria Amaral
EB1 Parque Silva Porto, Lisboa

11.3 No mesmo dia, o Manuel comprou no supermercado uma embalagem com 2 iogurtes, que lhe custou €1,58.

Que iogurtes foram mais baratos: os que comprou a Rosa ou os que comprou o Manuel?

Explica como encontraste a resposta. Para o fazeres, podes usar palavras e contas.

Figura 8.



Embora o contexto seja uma influência fundamental, ele não determina o que pode fazer um profissional. Como tal, o professor de Matemática disporá sempre de uma ampla margem de manobra para influenciar os acontecimentos e os processos nas direcções que considera mais apropriadas ao desempenho das suas funções.

As práticas dos professores de Matemática em Portugal

João Pedro da Ponte e Lurdes Serrazina

A escola e a sociedade em geral tiveram uma grande evolução nos últimos cinquenta anos. Em que medida terão evoluído também as práticas profissionais dos professores de Matemática? Neste artigo, procuramos fazer um breve balanço de alguns aspectos que têm mudado e que poderão continuar a mudar nas práticas dos professores desta disciplina.

No trabalho docente, podemos distinguir as práticas lectivas, as práticas profissionais na instituição e as práticas de formação. Vamos referir aspectos de todas elas, tendo por base os resultados de diversos estudos: o *Matemática 2001*, da APM¹, o traba-

lho *Resultados diferentes, escolas de qualidade diferente?*², o *Relatório nacional do TIMSS*³, bem como alguns outros trabalhos de natureza quantitativa e qualitativa que têm sido realizados sobre a realidade portuguesa.

Práticas lectivas: Tarefas e materiais

As tarefas têm um papel estruturante das práticas profissionais dos professores de Matemática. Até há algum tempo, um único tipo de tarefa — o exercício — ocupava o lugar dominante. Em certas provas de avaliação, como os exames, surgiam também problemas, mas curiosamente, estes

mereciam pouca atenção no dia-a-dia escolar. Mais recentemente, começou a valorizar-se também a realização de projectos, actividades de exploração e investigação, jogos, tarefas de modelação, etc., sendo interessante saber que peso poderão ter nas práticas dos professores.

O *Matemática 2001* procurou saber junto dos professores quais são as situações de trabalho que usam com mais frequência nas suas aulas. Alguns dos resultados vêm indicados no Quadro 1⁴.

Verificamos, como seria de prever, que os exercícios surgem em primeiro lugar. A seguir vêm os problemas,

com percentagens surpreendentemente elevadas mas que decrescem com os níveis de ensino. As situações com um carácter mais aberto e desafiante, em que se pode esperar um maior envolvimento dos alunos — as actividades de exploração e o trabalho de projecto —, têm valores de utilização muito inferiores.

O estudo *Resultados diferentes* questionou os alunos do 12º ano sobre esta questão, mostrando igualmente que, na sua perspectiva, as tarefas envolvendo trabalho de pesquisa têm um papel muito reduzido na disciplina de Matemática (ver Quadro 2).

No que respeita ao 1º ciclo, há a registar que num questionário respondido por 202 professores do concelho de Lisboa, estes na sua grande maioria (88%) concordaram que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas é uma parte essencial da Matemática escolar⁴.

Nestes resultados, os problemas aparecem com um peso relativo importante. No entanto, há que ter em atenção que o termo *problema* é muitas vezes usado com entendimentos diversos. O que alguns professores consideram ser um problema, outros podem achar tratar-se apenas de um exercício. Para alguns professores, o simples facto de existirem referências a um contexto da vida real é suficiente para que se considere uma questão como um *problema*. Tal parece ser o caso dos professores do 1º ciclo que deram os seguintes exemplos de problemas:

Se a família da Marisa gastar, em média, 18 pães por dia, quantos pães gastará no mês de Dezembro?

Qual é a área de um quadrado que tem de perímetro 120 m?⁵

Passemos aos materiais didácticos. A investigação em educação matemática tem mostrado que a manipulação de materiais é importante para uma aprendizagem bem sucedida, em especial nos primeiros níveis de escolaridade. Além disso, os programas dos anos 90 referem a importância do uso de material didáctico estruturado e não estruturado para a aprendizagem de temas específicos, bem como do uso de calculadoras e computadores.

Se no que respeita às tarefas, até há pouco tempo reinava de modo absoluto o exercício, no que respeita a materiais predominavam o quadro, o giz e o manual escolar. Apenas em Geometria era costume recorrer a outros instrumentos como régua, esquadro, compasso e transferidor. Na verdade, segundo o *Matemática 2001*, apenas 12% dos professores do 1º ciclo afirmam usar com muita frequência materiais manipuláveis e 7% afirmam fazê-lo com jogos didácticos, enquanto que os que usam com muita frequência material de Geometria são 33% e os que o fazem com papel pontado e quadriculado são 23%. No

conjunto dos níveis de ensino, a generalidade dos professores (82%) afirma fazer uma grande utilização do manual adoptado. Bastante utilizadas são também fichas de trabalho (58%).

No que se refere às novas tecnologias, a calculadora é bastante usada por cerca de 4% dos professores do 1º ciclo, 20% no 2º ciclo, 60% no 3º ciclo e 75% no ensino secundário — onde o seu uso se tornou obrigatório. Em contrapartida, apenas uma percentagem ínfima de professores (menos de 1%) usa o computador com bastante frequência, dados que são corroborados no estudo *Resultados diferentes* (Quadro 2). Deste

Tarefas	2º ciclo	3º ciclo	secundário
Exercícios	94	91	94
Problemas	80	77	67
Actividades de exploração	18	12	14
Trabalho de projecto	1	2	3

Quadro 1. Percentagem de professores que afirma usar *sempre* ou *em muitas aulas* diversos tipos de tarefa, segundo o estudo *Matemática 2001* (APM, 1998).

Item	Pontuação média*
Tarefas	
O professor propõe tarefas que envolvem trabalho de pesquisa	1,70
Materiais	
O professor utiliza alguns dos seguintes materiais de apoio: sítios da Internet, recortes de jornais, etc.	1,19
O professor utiliza o computador na sala de aula	1,10
Avaliação	
O professor devolve testes/trabalhos com comentários sobre o que está bem e como corrigir o que está mal	2,77
Além dos testes, o professor solicita outros trabalhos que contam para a classificação	2,37
Ao atribuir a nota no final do período, o professor dá mais importância às notas dos testes	3,20

* Escala de 1 (mínimo) a 4 (máximo).

Quadro 2. Pontuação média em diversos itens relativos às tarefas, materiais, comunicação na sala de aula e avaliação nas respostas dos alunos do 12º ano segundo o estudo *Resultados diferentes* (Curado, Gonçalves, Góis, Vicente, & Alaiz, 2003)

modo, as fichas de trabalho e a calculadora são as principais mudanças no que se refere ao uso de materiais. Note-se, no entanto, que os dados do *Relatório nacional do TIMSS* sugerem que a calculadora é sobretudo usada para realizar cálculos de rotina e verificar resultados, mostrando-nos que é igualmente importante saber se os materiais são usados e saber como são realmente usados.

Vários estudos de natureza qualitativa dão também indicações sobre as tarefas e os materiais usados pelos professores de diversos níveis de ensino⁶. Em alguns casos nota-se um grande investimento dos professores, valorizando tarefas de natureza problemática, relacionadas com o quotidiano dos alunos, que podem constituir bons pontos de partida para situações de discussão e para fomentar a construção do seu conhecimento pelos alunos. Há também exemplos de professores que se preocupam em desenvolver capacidades que consideram essenciais na aprendizagem da Matemática como o raciocínio, a generalização e a comunicação. Noutros casos investigados, surgem professores que na maior parte das aulas propõem apenas exercícios.

Estes estudos mostram que existem professores que estão à vontade na utilização de materiais, construindo instrumentos de que necessitam (como ampulhetas e geoplanos) para o seu ensino. Outros, fazem um uso expressivo de material didáctico, utilizando materiais diversos como cartolinas, tesoura, aparelhos de medida, retroprojector, tangran, modelos de madeira e calculadora, para além das fichas de trabalho e do manual escolar. Existem casos de forte utilização da calculadora, em diversos ciclos, embora seja bastante mais raro o uso do computador — aparentemente pelas dificuldades logísticas que isso ainda acarreta na maioria das escolas. Ao lado destes casos, surgem outros onde se verifica uma reduzida utilização de material didáctico, recorrendo-se apenas a fichas e ao quadro e giz. Surgem também casos de professores que afirmam dar as suas aulas *pelo manual*.

No seu conjunto, estes dados sugerem que há alguma evolução nas

tarefas propostas e no uso de materiais, no sentido da diversificação e do uso crescente de situações de ensino-aprendizagem de carácter exploratório. Aqui e ali surgem casos de professores que se empenham em realizar um ensino segundo esta perspectiva, mas continua a haver muitos professores que fazem um uso quase exclusivo das tarefas e dos materiais mais rotineiros.

Práticas lectivas: Avaliação

O que o professor valoriza nas suas práticas de avaliação, é aquilo que os alunos acabam também por valorizar. Interessa saber que instrumentos de avaliação usam os professores. Interessa também saber como encaram eles o papel da avaliação, se dão mais ênfase à função formativa ou sumativa.

O *Matemática 2001* indica que os professores recorrem sobretudo a três modos de recolha de dados sobre a aprendizagem dos alunos. Assim, 92% dos professores afirmam usar com muita frequência a observação do trabalho na aula, 82% os testes escritos e 74% as questões orais. Por outro lado, só cerca de 33% dos professores recorre com muita frequência a trabalhos escritos e relatórios. No *Relatório nacional do TIMSS*, os professores do 7º e 8º ano indicam usar principalmente como instrumentos de avaliação vários tipos de testes (99%), as respostas dos alunos na turma (95%), a observação dos alunos (89%) e o modo como os alunos realizam os trabalhos de casa (77%). Estes valores sugerem que a forma oral tem um peso significativo nas práticas de avaliação mas, como esta forma de recolha de dados é predominantemente informal acaba facilmente por se diluir, fazendo sobressair então o teste escrito como instrumento privilegiado de avaliação dos alunos.

O estudo *Resultados diferentes* mostra que para os alunos do 12º ano, a nota do teste é o elemento que tem maior peso na definição da sua classificação (Quadro 2). Ao mesmo tempo, este estudo mostra que cerca de metade dos alunos considera que o professor dá alguma atenção aos aspectos formativos da avaliação. Em contrapartida, no estudo *Matemática*

2001, uma percentagem expressiva de professores indica a insuficiência da escala actual de classificação (níveis 1 a 5) como um dos problemas mais sérios do actual sistema de avaliação português (38% dos inquiridos do 2º ciclo e 17% do 3º). Verifica-se assim coexistirem sinais contraditórios de valorização dos aspectos formativos e sumativos da avaliação.

Num estudo de natureza qualitativa são assim descritas as mudanças na sua prática realizadas por Rosa, uma professora do ensino secundário:

Actividades que impliquem mais tarde eles fazerem um relatório, e portanto têm de explicitar antes o raciocínio. Acho que já fazia antes, mas agora estou mais cuidadosa. Na clareza, no raciocínio. Antigamente não tinha muito a preocupação dos registos e acho que agora estou mais atenta⁷.

Nos estudos qualitativos realizados neste campo há indicações que formas de avaliação escritas, alternativas ao teste, podem ter vindo a ganhar mais expressão nos diversos níveis de ensino. No entanto, não parece haver grandes dúvidas que o teste escrito continua a ser o principal instrumento que os professores usam para avaliar a aprendizagem dos alunos. O modo como o teste se articula com os outros instrumentos é que parece ter mudado. É ainda de notar que a relação entre os aspectos formativos e sumativos da avaliação é um ponto onde também poderá ter havido alguma evolução.

Práticas de colaboração e de formação

Nas condições de trabalho da sociedade actual, a colaboração é um elemento fundamental da cultura profissional dos professores. Trata-se de uma estratégia essencial para lidar com problemas de dimensão significativa e problemas deste tipo não faltam na actividade profissional dos professores e na vida das escolas. Vale a pena, por isso, perguntar: como estamos de práticas de colaboração nas nossas escolas?

Até há alguns anos atrás, a formação do professor de Matemática reduzia-se à formação inicial e à formação



contínua. Mais recentemente, tem-se vindo a falar cada vez mais no desenvolvimento profissional do professor. Sendo assim, é pertinente perguntar: De que modo é que os professores de Matemática encaram o seu desenvolvimento profissional? Que interesses de formação manifestam? Qual o efeito da formação que os professores recebem nas suas práticas lectivas e nas aprendizagens dos alunos?

O *Matemática 2001* refere que as instâncias oficiais de trabalho conjunto dos professores têm uma periodicidade reduzida (mensal a trimestral), sendo ocupadas na maior parte do tempo com informações, questões administrativas, calendarização de matérias a leccionar e definição de critérios gerais de avaliação. Surgem alguns exemplos de trabalho colaborativo entre professores mas é quase sempre em pequena escala e de modo informal: pares de professores prepararam em conjunto aulas, fichas de trabalho e testes. Segundo o *Relatório nacional do TIMSS*, no caso dos professores do 7º e 8º anos, apenas 21% afirma reunir-se com colegas da

sua disciplina para discutir e planear actividades lectivas.

Os estudos de natureza qualitativa corroboram estas indicações. São frequentes os casos de professores que referem ter dificuldade em encontrar colegas para colaborar e muito raros os casos de colaboração efectiva. Os períodos de mudança curricular parecem favorecer o agrupamento de professores, que procuram interpretar as novas orientações e encontrar em conjunto formas de as concretizar. Uma professora do 1º ciclo afirma a propósito do trabalho com as colegas que leccionam o mesmo ano de escolaridade na sua escola:

Infelizmente não há prática de trabalho em conjunto e eu sempre senti essa necessidade. Penso que todos nós beneficiaríamos se trabalhássemos em conjunto, mas nem todos pensam deste modo.⁸

Deste modo, parece existir em muitos professores um desejo de estabelecer colaborações profissionais mas são muitas as dificuldades e obstáculos em grande medida ainda por estudar.

No que se refere à formação e de acordo com o *Matemática 2001*, a maioria das acções de formação frequentadas pelos professores são de curta duração (igual ou inferior a 5 dias). A percentagem de professores que frequentou acções de formação contínua oscila entre os 78% no 2º ciclo, os 66% no 3º ciclo e os 83% no secundário. Os temas mais procurados, são, no 2º ciclo, os instrumentos de avaliação (15%) e as necessidades educativas especiais (13%), no 3º ciclo, a Geometria (23%) e a Didáctica da Matemática (10%), e no ensino secundário a Geometria (37%) e a História da Matemática (10%). No caso do 1º ciclo, a maioria dos professores (54%) não participou em nenhuma acção de formação para apoiar a introdução do programa de Matemática de 1990.

Além disso, só muito recentemente têm vindo a ser realizados estudos em profundidade sobre o desenvolvimento profissional do professor, sendo difícil de saber o que significam verdadeiramente para os professores as acções de formação que frequentam.

A ideia que o professor tem constantemente de aprender coisas novas e actualizar-se parece estar definitivamente aceite. No entanto, a formação parece ser mais orientada pelo interesse em estudar este ou aquele tema do que resultante da necessidade de se aprender a lidar melhor com os problemas da prática lectiva. Na verdade, a maior parte desta formação realiza-se sem grande relação com prática lectiva do professor o que nos leva a questionar se terá alguma influência real sobre essa mesma prática.

Conclusão

As práticas profissionais dos professores de Matemática são certamente um dos factores que mais influenciam a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos. Nos diversos campos que considerámos neste artigo, parece haver sinais de mudança, no sentido de práticas mais diversificadas e mais complexas, que requerem um conhecimento profissional mais aprofundado e uma preparação do professor sem dúvida mais exigente. São sinais ainda tímidos e pouco conclusivos, mas há que ter em conta que estas mudanças levam o seu tempo e que muitos dos seus aspectos não são fáceis de medir. Estas mudanças educativas tornam-se necessárias pelas novas condições sociais e pelas novas configurações dos públicos escolares. Para a sua efectivação bastante tem contribuído a investigação em educação matemática, sugerindo novas perspectivas curriculares e aprofundando a nossa compreensão dos fenómenos que ocorrem na sala de aula.

Os estudos de natureza qualitativa mostram, pelo seu lado, que existem casos concretos de professores que desenvolvem práticas renovadas, em consonância com as actuais orientações curriculares e que apontam para uma cultura de colaboração e desenvolvimento profissional permanente. Esses exemplos mostram que certas práticas profissionais inovadoras, tanto lectivas como não lectivas, são possíveis nas circunstâncias actuais mas não podem ser tomados como representativas da situação da maioria das escolas.

Os estudos realizados, entre os quais sobressai o *Matemática 2001*, da iniciativa da APM, permitem traçar um quadro das práticas profissionais dos professores de Matemática portugueses que é globalmente consistente com a percepção de qualquer observador mais atento. Há certos aspectos onde se tem mais informação do que noutros mas, muito principalmente, falta-nos conhecer melhor os factores que contribuem para que as coisas sejam como são e que, em alguns casos, dificultam as necessárias mudanças. Trata-se de factores que há que procurar na cultura da sociedade portuguesa, na estrutura do nosso sistema educativo e do nosso sistema de formação, na relação existente entre as escolas e a comunidade e no modo como a sociedade em geral tende a encarar os professores.

Será importante que se façam novos estudos para perceber melhor todas estas questões. Mas não se deve perder de vista que um factor determinante na mudança das práticas profissionais é o trabalho de reflexão e intervenção consciente dos próprios professores, no quadro de projectos e de outras actividades de natureza associativa. Embora um contexto envolvente, mais favorável ou mais desfavorável, tenha uma forte influência, ele não determina completamente o que pode fazer um grupo social ou profissional. Por isso, o professor de Matemática disporá sempre de uma ampla margem de manobra para influenciar os acontecimentos e os processos nas direcções que considera mais apropriadas ao desempenho das suas funções.

Notas

- 1 O *Matemática 2001* (APM, 1998), constitui o estudo empírico mais importante alguma vez feito no nosso país sobre as práticas profissionais dos professores de Matemática, tendo envolvido a realização de um inquérito, a análise de dados de outro inquérito realizado pelo extinto Instituto de Inovação Educacional, a realização de entrevistas colectivas a grupos de professores em diversas escolas de todo o território nacional e a análise de numerosa documentação.
- 2 Trata-se de um levantamento da situação e dos resultados do sistema educativo português, com incidência no 12º ano, envolvendo todas as disciplinas escolares, realizado recentemente por uma equipa do Ministério da Educação coordenada

por Ana Paula Curado (Curado, Gonçalves, Góis, Vicente, & Alaiz, 2003).

- 3 O TIMSS é o Third Internacional Mathematics and Science Study, tendo para nós especial interesse o relatório nacional sobre os contextos de aprendizagem referente ao 7º e ao 8º anos de escolaridade (Amaro, Cardoso, & Reis, 1996).
- 4 Serrazina (1998).
- 5 Em Monteiro, Matias, Rosa, Ferreira e Soares (2002).
- 6 Não referimos aqui em pormenor todos estes estudos. O leitor interessado encontrará essa informação no artigo de Ponte e Serrazina (em publicação).
- 7 Santos, 2000.
- 8 Ver Serrazina, 1998, p. 138.

Referências

- Amaro, G., Cardoso, F., & Reis, P. (1996). *TIMSS — Terceiro estudo internacional de Matemática e Ciências: Contextos de aprendizagem* (Relatório preliminar nacional policopiado). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino da Matemática (Relatório final)*. Lisboa: APM.
- Curado, A. P., Gonçalves, C., Góis, E., Vicente, L., & Alaiz, V. (2003). *Resultados diferentes, escolas de qualidade diferente? A influência das características de contexto, pedagógicas, organizacionais e culturais nos resultados dos exames do 12º ano (Vol. 1 — Estudo quantitativo)*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Monteiro, A.; Matias, M.; Rosa, M. L.; Ferreira, M. M., & Soares, M. M. (2002). *Que estratégias mentais usam os alunos na resolução de problemas?* Trabalho final não publicado do Seminário do Curso de Complementos de Formação, ESE de Lisboa.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (em publicação). *Práticas profissionais dos professores de Matemática*.
- Santos, L. (2000). *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa) Lisboa: APM.
- Serrazina, M. L. (1998). *Teachers professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Tese de doutoramento, Universidade de Londres. Lisboa: APM.

João Pedro da Ponte
Grupo de Investigação DIF,
DEFCUL/CIIEFCUL

Lurdes Serrazina
Grupo de Investigação DIF,
Centro Interdisciplinar de Estudos
Educação, ESE de Lisboa



Rankings, para que vos quero?

Foram mais uma vez publicados os (in)populares *rankings* das escolas secundárias, baseados nos resultados dos exames nacionais do 12º ano.

O Público, um dos jornais que desde início se bateu por esta divulgação, dedicou um caderno de 40 páginas ao tema onde incluiu, para além dos *rankings* por escola e disciplina, diversos artigos sobre o assunto.

No editorial intitulado "Mais exigência e mais atenção às escolas", José Manuel Fernandes destaca, entre outros aspectos, os elementos que considera caracterizar as escolas que ocupam os lugares cimeiros. Diz ele que "a par com a vantagem de disporem à partida de alunos com mais apoio familiar (...), todas elas [escolas] fizeram da cultura da exigência o seu lema (...)", referindo como *elucidativa* deste fenómeno uma escola privada de Vila Real, que apesar de situada na região com os piores resultados do país, conseguiu alcançar este ano o topo da lista — tendo por isso direito a uma reportagem publicada no referido caderno, com o promovido título *Privado de Vila Real protagoniza subida no ranking*. No entanto, a sua leitura atenta não nos pode deixar indiferentes sobre o que se entende por *cultura de exigência*. O seu director explicá preto no branco que há uma regra que os professores são obrigados a cumprir com rigor: "A nota interna dos alunos não pode descer uma décima no exame (...) Em exame, um aluno pode valer mais, menos nunca." O professor de Biologia concretiza melhor esta ideia, com uma frase que nos parece também ela elucidativa: "Somos muito rigorosos na avaliação e não inflacionamos as notas (...)" No ano passado, por exemplo, dos nove alunos que frequentaram o 12º ano, apenas três fizeram exame a Português B, conseguindo uma média final de 13,4 valores."

Comentários para quê? Para expor a jigajoga estatística que remete o dito colégio para as vertigens dos rankings não valeria a pena ... mas está aqui presente um conceito que merece a nossa atenção: "Cultura de exigência" ... Será esta a exigência que pretendemos?! Que escola será mais exigente? Uma que consegue que quase todos os seus alunos tenham aproveitamento e vão, portanto, a exame, contabilizando uma média de 10 ou 11 valores, ou a que levou a exame apenas 20 ou 30% dos alunos e assim consegue obter média de 14? O que será afinal uma escola exigente? E em função de quem se define? Em torno do quê?

As leituras simplistas dos *rankings* podem conduzir-nos a conclusões muito erradas e, o que é mais grave, podem ter implicações negativas sobre o funcionamento das escolas. Mas, concordando-se ou não com a divulgação dos *rankings*, temos que reconhecer que num aspecto José Manuel Fernandes tem razão. De facto, o Ministério da Educação "nada tem feito para apoiar as escolas que estão no fundo da tabela". Para que servem afinal os *rankings*? Para informar os pais — os pais com possibilidades de escolha ... — de quais as escolas que prometem melhores notas aos seus filhos? Será aceitável que se invista na realização de estudos, se divulguem os seus resultados, se deixem publicar *rankings* ano após ano, e que nada se tente fazer para perceber e resolver os problemas existentes? É caso para perguntar, *rankings*, para que vos quero?

Adelina Precatado
Esc. Sec. de Camões
Ara Paula Canavarro
Universidade de Évora

Mais exigência e mais atenção às escolas

O antigo ministro da Educação Marçal Grilo costuma dizer



MANUEL FERNANDES

a ser tirados. Isto é: se os "ranking" permitem perceber as escolas onde os alunos obtêm melhores resultados (o que é muito importante para os pais quando estes têm liberdade de escolha) também indicam quais as que têm piores resultados — o que deveria levar o Ministério a desencadear acções destinadas a melhorar as condições em que essas escolas trabalham. Porque é possível

o fundo da tabela? Aparentemente nada, pois de ano para ano os seus resultados têm piorado de uma forma quase geral

as piores escolas estão a ficar piores ou mais distantes das melhores, o que acentua as assimetrias.

Mostra que os ensinamentos que o mastodónico e a geral, acéfalo Ministério deveria tirar dos resultados que têm sido publicados não estão a ser tirados. Isto é: se os "ranking" permitem perceber as escolas onde os alunos obtêm melhores resultados (o que é muito importante para os pais quando estes têm liberdade de escolha) também indicam quais as que têm piores resultados — o que deveria levar o Ministério a desencadear acções destinadas a melhorar as condições em que essas escolas trabalham. Porque é possível melhorar: aqui e além há exemplos de escolas que saíram dos últimos lugares e registaram impressionantes progressos. Infelizmente são a excepção, o que indica que ou a evolução é conjuntural ou, então, resulta do esforço da escola. O que não devia ser possível era encontrar, dois anos seguidos, a mesma escola pública, para mais situada numa zona deprimida do país, no último lugar. No entanto, em vez de centrar as suas preocupações na escola, em dar-lhes condições para terem lideranças fortes e corpos docentes estáveis, em ajudá-las a melhorar e a conhecer as melhores práticas, o Ministério faz exactamente

No entanto, em vez de centrar as suas preocupações na escola, em dar-lhes condições para terem lideranças fortes e corpos docentes estáveis, em ajudá-las a melhorar e a conhecer as melhores práticas, o Ministério faz exactamente o contrário ao, por exemplo, centralizar a colocação de professores e fazer das suas carreiras um rali aleatório pelo país que só acaba quando o professor

todos que lhes permitam trabalhar melhor com os alunos — as reportagens que publicamos são, a esse nível, elucidativas. Especialmente a realizada no colégio de Vila Real que, surpreendentemente, alcançou este ano o topo da lista, um colégio que por se situar numa das regiões com os piores resultados do país mostra que é possível fazer a diferença quando se trabalha para isso. De resto o mesmo ocorre noutras regiões, onde por vezes se destacam linhas de excelência num mar de mediocridade, sendo que alguns dos concelhos com melhores resultados médios nalgumas disciplinas são concelhos pobres do interior do país. É no que aí se passa que se deve pôr os olhos — é que aí se passa que o Ministério deveria estudar e divulgar, pelo menos entre os que ficam sistematicamente para trás.

Esta última questão é, de resto, muito importante: quando há escolas que parecem irreversíveis, quando "cair" nessa escola é quase como ser condenado a um ensino medíocre, quando são os mais pobres que não conseguem fugir a esse destino, o Ministério deveria permitir a emergência de escolas concorrentes, mesmo que não públicas mas integradas na rede pública e cujos alunos, sendo caso disso, deveriam ser subsidiados para sa frequentar. Isso permitiria uma liberdade de escolha que estimularia as escolas a lutarem pelos seus alunos, algo que notamos no topo da tabela onde se mantém um fortíssimo peso de estabelecimentos do ensino privado. E mantêm-se porque? Porque se não formarem bem os jovens que os frequentam, os pais mudam os filhos de escola — os pais que podem pagar, naturalmente.

Esta assimetria entre os que podem e por estarem em escolas obrigadas a viver em ambiente concorrencial, vienas melhorar os seus resultados, e os que estão condenados ao esquecimento no fundo da tabela é uma tremenda injustiça social que o Ministério, apesar de dispor deste excelente instrumento que é poder comparar os resultados de escolas, não consegue acentuar. Assim, a degradação comparativa das escolas públicas, o que o exactamente o contrário ao que defendem as assências de concorrência: real igualdade de oportunidade não existe enquanto em cada vez mais últimos em alternativas melhores e meios financeiros, muitas vezes, não lhes permitem aceder a elas. O que é aviado com a mistura de um se leninista (contrário a cidade de escolha dos pais) e centralismo napoleónico (inimigo das escolas, da sua autonomia e da sua responsabilização) que tem continuado a comandar as escolhas políticas feitas nos últimos anos na 5 de Outubro.

In Público, 2 de Outubro de 2004.

APM

Publicações

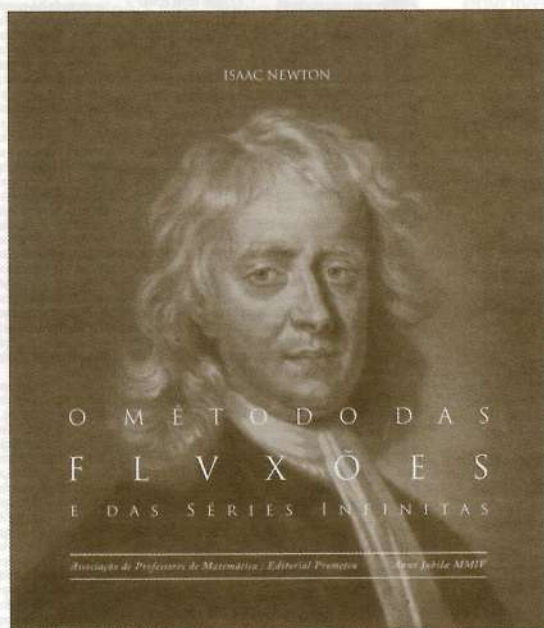
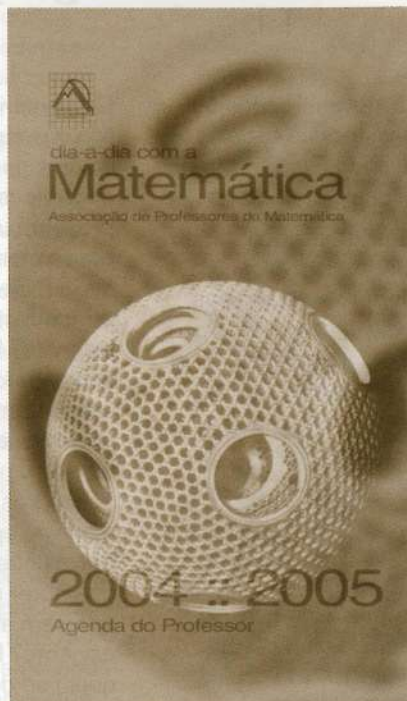
Agenda 2004–2005 *Dia a dia com a Matemática*

150 pp. APM, 2004

Sócio: €4,00
PVP: €8,00

No início do ano lectivo a APM lançou mais uma agenda *Dia a Dia com a Matemática*. A estrutura da agenda mantém-se, continuando a incluir no final de cada mês actividades lúdicas que poderão ser utilizadas pelos professores. Estas foram seleccionadas porque constituem, do ponto de vista da equipa que organiza a agenda, actividades capazes de proporcionarem momentos estimulantes e divertidos.

Organizadores A., Gaio; I., Pesquita; I., Rafael



O Método das Fluxões

279 pp. APM e Ed. Prometeu, 2004

Sócio: €15,00
PVP: €30,00

O Método das Fluxões e das Séries Infinitas, da autoria de Isaac Newton é um clássico na história da matemática. Esse marco importante não tem estado acessível em tradução portuguesa, impedindo que alguns leitores interessados pela história do desenvolvimento dos conceitos fundamentais do cálculo se inteirassem de uma etapa fundamental. Assim sendo, a APM publicou uma tradução de qualidade dessa obra, em parceria com a Editorial Prometeu.

No prefácio, feito por Augusto Franco de Oliveira, pode ler-se: “[q]uis a generosidade do tradutor agradecer os meus fracos préstimos de revisor com a deferência de um pedido para prefaciar o resultado do seu esforço. Se, por um lado, amaldiçoo a minha sorte (*Augusta per augusta*), por outro, enleva-me a oportunidade de responder ao desafio e a possibilidade de ver o meu nome associado, ainda que infimamente, a trabalhos tão valorosos—o do Autor, gigante da ciência universal, e o do Tradutor, seu fiel e competente servidor.”

Autor Isaac Newton

Tradução Emídio Queiroz Lopes

É nas escolas que os alunos aprendem Matemática, pelo menos, é nas escolas que se dá aos alunos a oportunidade de, formalmente, aprenderem a Matemática curricularmente estabelecida. É aqui que existem, desde sempre, as aulas da disciplina e, desde há algum tempo, as áreas curriculares não disciplinares, nas quais se prevê que a Matemática tenha presença. É também na escola onde existem, por vezes, outros espaços onde o contacto com a Matemática pode ser feito mais informalmente. É isto que acontece na *Escola Secundária Braamcamp Freire*, situada na área da grande Lisboa, inserida num meio socio-económico e cultural de baixos recursos, a Pontinha. Fomos, por isso, lá espreitar, num dia de Sol do passado Junho, a caminho do final do ano lectivo, mas ainda com muita actividade. Receberam-nos três professoras de Matemática, Catarina Ferreira, Gisela Araújo e Helena Paradinha, a quem agradecemos a disponibilidade e simpatia.

A Matemática na escola reportagem na Pontinha

Ana Paula Canavarro e Lina Brunheira

Trata-se de uma escola básica e secundária, que lecciona a cerca de 750 alunos por ano, desde o 7º ao 12º anos. Há uma maior preocupação com as turmas de 7º ano, que em geral chegam à escola com dificuldades a vários níveis, requerendo a sua integração um cuidado especial. Na realidade, é no ensino básico que o insucesso a Matemática é maior, afirma Helena Paradinha, professora de Matemática nesta escola há perto de dez anos, em especial se se atender às características sociais da zona de inserção escolar.

Já no que diz respeito ao secundário, actualmente a escola ficou classificada na 147ª posição no que diz respeito à Matemática (segundo o ranking do jornal Público, que exclui os alunos externos), o que corresponde à 2ª melhor classificação entre disciplinas

desta escola. Mas apesar desta classificação, há uns anos viu-se remetida para os últimos lugares da lista que seriava as escolas pelos resultados dos alunos nos exames de 12º ano. Helena recorda que na altura ficou de tal modo chocada que resolveu investigar as razões de tal mau lugar. Numa passagem pela Internet, apercebeu-se rapidamente do que se passava. De facto, a escola nem estava mal classificada quando se tinha em conta os alunos internos — no fundo, os alunos reais — mas a inclusão das notas dos alunos externos para o cálculo da nota média da escola fazia o vício, pois a grande maioria tivera zeros e uns e estes representavam mais de 50% do total de alunos considerados!

Esta situação, que aconteceu por tantas outras escolás do país, criou na altura, de certo modo, uma má

imagem da Matemática da escola, surpreendentemente até veiculada no discurso de alguns docentes da casa pois, comenta Helena, as pessoas, em geral, têm tendência para acreditar naquilo que reforça o forte preconceito da sociedade de que o ensino da Matemática está mal, aguçado pela comunicação social, muitas vezes sem sequer conhecer o que na realidade se passa. Helena nota uma grande distância entre os pais e a escola, que explica não tanto pelo estatuto socio-económico, mas mais por uma questão de atitude ou de gestão de tempo: "De uma maneira geral, os pais não acompanham os alunos, e alguns deles andam um pouco abandonados." É também por isso que Helena considera fundamental abrir a escola à comunidade, para que esta perceba as suas opções:

"Eu acho que é preciso explicar mais coisas aos pais. Explicar o que nós fazemos ... O que é que o aluno do 9º ano, por exemplo, precisa fazer ... as metodologias que os professores implementam ..."

E o que faz o grupo de Matemática desta escola?

O grupo disciplinar, com cerca de 15 professores, parece ter uma identidade forte na escola. Goza de uma grande estabilidade de há uns anos a esta parte e, ao longo do tempo, foi criando cumplicidades que se refletem na forma de estar na escola e, em especial, no ensino da Matemática. É um grupo com muita energia, canalizada para o trabalho colaborativo que há muito tempo desenvolvem, sempre privilegiando a discussão e o respeito pela opinião alheia.



Helena Paradinha

Não é por isso estranho que Helena, apesar de fazer uma chamada de atenção para as diferenças entre colegas, consiga formular uma caracterização global do ensino da Matemática na sua escola: "No grupo, há vários colegas com vontade de apresentar aos alunos tarefas que levem os alunos a aprendizagens significativas, tentar que os alunos tenham interesse pela Matemática, que explorem situações variadas, que os alunos mexam em materiais, que façam muito trabalho prático ...". Nota-se naquilo que diz uma adesão às orientações gerais dos programas de Matemática, que considera positivos por permitirem flexibilidade e liberdade, embora com o grande senão de serem muito extensos.

Fruto do trabalho continuado do grupo, é, por exemplo, um vasto e diversificado manancial de materiais

manipuláveis, hoje em dia muito usados na abordagem da Geometria, explica Helena. Também a produção de tarefas para a exploração das Funções, nomeadamente com computadores, tem sido um investimento colectivo, assim como a produção de actividades experimentais a realizar em situação de laboratório, que complementam o trabalho realizado na aula — disto falaremos mais adiante. Todos os materiais são partilhados por todos os colegas, estando disponíveis e circulando, independentemente de quem esteve directamente envolvido na sua elaboração.

Este bom clima de trabalho do grupo deve-se em muito à atitude positiva da maior parte dos seus elementos, que desenvolveram profissionalmente boas relações, sentimento transmitido tanto por Helena, como pelas suas colegas. Isto faz-nos a nós, repórteres, mais uma vez lembrar como a profissão de professor é fortemente marcada pelas relações humanas que estabelecem com os pares. Note-se, por exemplo, que nesta escola os projectos de turma, no ensino secundário, não estão a funcionar. Helena conta-nos que numa das suas turmas de 11º ano foi possível desenvolver um trabalho interdisciplinar envolvendo a Matemática, a Filosofia e a Físico-Química. No entanto, este projecto surgiu da iniciativa da professora de Filosofia, interessada em trabalhar sobre Platão, Kepler, Newton e outros, que a contactou, bem como à colega de Físico-Química. Não foi assumido como um projecto de turma e, segundo Helena, aconteceu nesta turma e não noutras porque existem algumas afinidades entre estas três professoras: "Este trabalho só existe quando há este tipo de colaboração ... Isto só se faz com vontade ...". Nas aulas de Matemática não foi possível trabalhar neste projecto, dada a extensão do programa, e surgiram dificuldades na articulação de horários para trabalho conjunto. Se é certo que o gosto e predisposição de um professor para a colaboração com os outros facilita o desenvolvimento de trabalho colectivo, também nos parece igualmente certo que a escola actual não dispensa que todos façam um esforço para trabalhar efectivamente com os colegas, por muito

diferentes que sejam. Em nossa opinião, um dos grandes desafios actuais é saber como vai a escola conseguir contrariar a longa tradição de isolamento que imperou na sua cultura durante anos e, ao invés, proporcionar experiências de interacção pessoal gratificantes para os que nela trabalham.

E como estão a funcionar as áreas curriculares não disciplinares?



Catarina Ferreira

Catarina Ferreira recebeu-nos no centro de recursos onde muitas vezes leva os seus alunos durante as aulas de Estudo Acompanhado. Esta professora, na escola há 10 anos, tem este ano duas turmas de 8º ano nesta nova área curricular. Apesar de o Ministério ter voltado atrás com a ideia de par pedagógico de professores para o Estudo Acompanhado, a nível do 3º ciclo, o conselho executivo nesta escola arranhou forma de manter os dois professores, por reconhecer a dificuldade e limitações do trabalho a realizar apenas com um professor. Catarina explica que em geral o par pedagógico inclui um professor da área de Ciências e outro de Humanidades, de modo a tornar mais completo o apoio a oferecer aos alunos. Actualmente, Catarina lecciona esta área com a colega de Português e já pediram para voltar a ficar juntas para o próximo ano lectivo, "uma vez que os alunos no 9º ano vão ter exame de Português e Matemática", justifica.

Diversificar é palavra de ordem desta área para esta professora. Em geral, são as necessidades mais prementes dos alunos, por eles explicitadas, que definem o trabalho a fazer naquele espaço: "Eu sei que há colegas a

fazer um trabalho muito diferente do nosso. Mas eu acho que a gente deve ir ao encontro das necessidades dos alunos."

No dia em que nos recebeu, havia pelo menos três actividades diferentes: um grupo de alunos realizava estatísticas nos computadores existentes no Centro de Recursos, outro grupo dedicava-se a uma análise morfológica de um texto proposto pela professora de Português, outro ainda, rodeado de livros e dicionários, a um trabalho de grupo de Inglês. Catarina estava satisfeita com a aula, mas nem sempre tem sido assim. Recorda a sensação de improdutividade que marcou muito do tempo destinado a esta área. Segundo ela, existe da parte dos alunos uma atitude de pouca disposição para o trabalho: "A postura deles na aula é completamente diferente. Na aula trabalham imenso e quando chegam ao Estudo Acompanhado estão ali a ver se não fazem nada."

Na maior parte das vezes, o trabalho a desenvolver acabou por ser proposto pelas professoras. Nos dias de teste, privilegiaram o estudo da disciplina em causa; outras vezes, sugeriram a realização de fichas de Francês, cuja resolução lhes era facultada pelas professoras estagiárias respectivas, remetendo-se ela e a colega para a verificação da correcção das respostas dos alunos; outras vezes, recorriam aos materiais do Centro de Recursos, onde se deslocam com os alunos sempre que é necessário usar computadores – uma das vantagens do par pedagógico é que uma professora pode acompanhar alguns alunos a este Centro enquanto a outra fica na sala com a parte restante da turma. Mas o que mais acabou por acontecer, pondera Catarina, foi a realização de trabalho ligado à sua disciplina e ao Português: "Muitas vezes acabamos por trabalhar mais nas nossas disciplinas ... ou para tirar dúvidas que não deu tempo, completar trabalho de casa que já não foi feito na aula ..."

Actualmente, Catarina nota os alunos mais predispostos para o trabalho no Estudo Acompanhado, mas não sabe se isso corresponde a uma maior valorização daquele espaço ou à necessidade de realização de tra-

balhos de grupo que entretanto foram pedidos pelos professores, tirando assim vantagem do facto de estarem juntos, o que seria mais difícil em horário extra-lectivo. Outra hipótese colocada por Catarina é que o facto de o Estudo Acompanhado não ser sujeito a avaliação pode originar uma postura mais laxista dos alunos. No entanto, o balanço que a professora faz dos efeitos desta área sobre os alunos é positivo: "O Estudo Acompanhado permite fazer um trabalho diferente com eles e perceber muitas coisas ... também por ser entre duas professoras — quando é um par que se entende".

Catarina falou-nos também sobre a Área de Projecto que, na sua opinião, ainda não funciona como deveria. Numa das suas turmas, é coordenadora do Projecto, conjuntamente com a professora de Geografia. Na prática, isso significa que apenas ela e a colega estão envolvidas na dinamização do projecto da turma, pois os outros professores mantêm-se alheios à sua realização. Como nos diz: "E isso acontece assim com quase todas as turmas, às vezes há situações episódicas de colaboração, mas é pontual. As pessoas não se reúnem, os alunos não pedem, parece que não percebem que podem envolver outros professores."

Não obstante este sentimento, os projectos vão-se realizando, com maior ou menor autonomia dos alunos, com maior ou menor entusiasmo. Catarina refere casos de projectos em que os professores apoiam muito os alunos, realizando eles mesmos uma parte significativa do trabalho, mas a postura dela e a da colega é bastante distinta: "Nós não fazemos, quem tem de fazer são eles." Na sua opinião, é muito importante que o projecto corresponda a uma vontade dos alunos e não a uma imposição dos professores. Por isso, aceita que numa turma coexistam diferentes projectos, de forma a acomodar as diferenças. A título de exemplo, refere uma turma em que quatro grupos se dedicaram ao Euro 2004, com diferentes subtemas, e onde ainda houve lugar a um grupo sobre bruxaria.

Sente que os alunos têm dificuldade em agarrar uma ideia a explorar e perseguir a sua exploração com afinco. "O facto de não terem nada de concreto para fazer", como diz, causa alguma desorientação na fase de arranque do projecto, agravada pela insuficiência das condições que a escola tem ao dispor, no que diz respeito à utilização de computadores por parte dos alunos. É que hoje em dia já não se fazem projectos sem tecnologia! Decidido o tema, é indispensável aceder à Internet para pesquisar e recolher informações relevantes. A seguir, há que tratar a informação, também em computador, e aprontar uma apresentação à turma, em *PowerPoint*, pois claro! Tudo isto é o "normal de um projecto", submetendo-se ao esquema geral mais frequente na escola, definido segundo uns documentos utilizados para "ajudar a estruturar o projecto: a fase da planificação, grelhas com temas e questões, material, calendarização; 1º período, pesquisa; 2º: tratamento e apresentação à turma; 3º período: divulgação à escola." Assim, não é de admirar que o Centro de Recursos não dê vazão ao número de alunos que o procuram. Para dar resposta a este problema, a escola tem prevista a criação de uma nova sala com computadores para o próximo ano lectivo, na qual os alunos possam aceder à Internet, iniciativa que Catarina muito valoriza.

Curiosamente, também nesta área disciplinar se observam comportamentos mais descontraindos nos alunos, afirma Catarina, fazendo notar que o projecto é sujeito a avaliação. "mas o que se passa é que ninguém pensa que tem negativa no projecto ...". Se os alunos parecem encarar de forma leve o facto da Área ser avaliada, o mesmo já não acontece com os professores. Segundo Catarina, este factor pesa na decisão da escola de roubar um segmento de 45 minutos ao Estudo Acompanhado e não à Área de Projecto, por forma a ganhar no 9º ano tempo para as TIC. Na sua opinião, 45 minutos não são suficientes para nenhuma destas duas áreas curriculares (no 9º ano contam ambas com 90 minutos), mas parece sentir mais pena de prejudicar o Estudo Acompanhado.

Enquanto repórteres, chama-nos a atenção a postura dos alunos perante as áreas não curriculares. Afinal, nos espaços de reconhecida diferenciação curricular, em que as aprendizagens poderiam ser mais adequadas e mais interessantes para os alunos que as vivem, regista-se nesta escola casos de aparente menor empenhamentos nas actividades a desenvolver. Um grande desafio será certamente estimular nos alunos uma postura mais activa e autónoma de construção da escola como um espaço de concretização de interesses seus, sob o risco destes espaços não disciplinares se esvaziarem de objectivos.

E o que se passa no Laboratório Ciência ao Vivo?

Um dos aspectos que mais cativou a nossa atenção foi a existência de um laboratório dinamizado conjuntamente por professores e alunos de várias disciplinas, entre elas a Matemática. Trata-se do laboratório Ciência ao Vivo. Quisemos saber, claro está, que laboratório é este, como nasceu, como funciona, que novas perspectivas abre ... As colegas Helena Paradinha e Gisela Araújo contaram-nos tudo.

O laboratório Ciência ao Vivo nasceu há quatro anos, mas já antes havia alguma tradição de existência de projectos de Matemática, de Física/Química e de Biologia apoiados pelo Ciência Viva, embora trabalhando sempre isoladamente. Contudo, o interesse das professoras pelo trabalho que as colegas desenvolviam nas outras disciplinas, as boas relações pessoais que mantinham e a relevância que reconheciam no trabalho interdisciplinar, levou-as a conceber um projecto conjunto. Inicialmente,



Gisela Araújo



Estação meteorológica

um dos seus principais objectivos era fazer com que os alunos mais novos contactassem com a ciência mais cedo, sobretudo na sua vertente experimental. O projecto de arranque era de três anos e resolveram que cada ano seria dedicado a um tema que enquadrasse as actividades a desenvolver. O primeiro ano foi dedicado à água, o segundo ano foi dedicado ao ar e, segundo nos contou a Helena foi muito estimulante: "Quando foi do ar, achámos que era mais difícil e não foi, foi muito mais interessante e correu sempre bastante bem. Uma das nossas intenções sempre era ter algumas experiências em que estavam os vários aspectos ligados, o aspecto físico das coisas, o aspecto matemático ... e nem sempre conseguimos aliar as várias disciplinas. O que foi conseguido é que nós conhecíamos as experiências uns dos outros e estávamos à vontade para apresentar as experiências dos outros. E isso acho que já foi um avanço, porque no início, principalmente nos professores que sempre trabalharam connosco, houve aquela tendência: o professor de Biologia fica na parte de Biologia, eu sou de Matemática portanto, fico ali ... e essa interacção eu acho que foi possível graças a esses temas, graças também aos alunos que colaboraram

connosco, às técnicas laboratoriais da Biologia e da Química que vinham aqui ajudar-nos sempre que nós pedíamos e, portanto, eu penso que tudo fez com que tivéssemos a ideia de que podemos fazer coisas em conjunto."

Mais recentemente, as professoras coordenadoras iniciaram uma nova fase do projecto em que pretendem, por um lado, envolver mais os alunos dos sétimos anos e, por outro, abrir mais o laboratório à restante comunidade escolar.

Mas afinal, como funciona este laboratório? É isso que está a pensar? Pois é também o que passamos a explicar. Ainda vamos a passear pela escola, dirigindo-nos para a sala onde funciona o laboratório, e preparando o nosso espírito científico para apreciar as actividades que lá se desenvolvem, quando encontramos um colega a testar o telescópio da escola para observar o trânsito de Vénus que iria ocorrer nessa semana. Até parecia de propósito para a nossa reportagem ... Mas não era! Depois de uma breve explicação sobre o seu funcionamento, dirigimo-nos ao laboratório. À porta está fixado o horário de funcionamento com a indicação dos professores que lá estão em cada hora, o que nos deixou agradavelmente



Laboratório Ciência ao vivo

surpreendidas pela grande cobertura que faz dos turnos diurnos. Mas não fiquemos à porta, entre também connosco. Além de Gisela, que nos guiou na visita, e da professora de Físico-Química, Helena Spencer, que também coordena o projecto, estavam lá alguns alunos de 7º ano que são colaboradores do laboratório. Mais à frente já falamos destes *pequenos*. A sala é ampla e nela se dispõem algumas mesas agrupadas com *experiências* que podem ser realizadas por quem visita a sala. Usamos aqui o termo experiência em sentido lato, tal como as professoras e os alunos, já que algumas delas podem ser, por exemplo, jogos. É o caso das experiências que se encontram na zona da Matemática. Igualmente, existe também uma zona com experiências da Biologia, da Física e Química e todo o material de apoio necessário à realização das actividades. Existe um aquário, dois computadores (ainda) sem ligação à internet e dois placares temáticos: Novidades e Reciclagem. É aqui que entram os nossos *pequenos* colaboradores que, em conjunto com as coordenadoras, se encarregam de dinamizar os placares. O Fernando, o Ricardo, o Fábio, a Sara, a Ana Sofia e o Rogério constituem o grupo de seis alunos de 7º ano que, no início do

ano, após divulgação do projecto nas turmas, se ofereceram para colaborar. No placar das novidades encarregam-se de colocar notícias sobre ciência que recolhem da Internet, de jornais ou outros colegas ou professores lhes dão, anunciar *sites* interessantes, propor desafios ou apresentar curiosidades. O cantinho da reciclagem contém uma explicação sobre o processo e disponibiliza também caixas para separar o lixo. Além destas tarefas, estes alunos integram também o grupo da meteorologia que elabora um painel informativo com as previsões sobre o estado do tempo a partir de informações recolhidas da Internet, ou mesmo a partir de dados fornecidos pela estação meteorológica existente na escola. Alguns destes alunos recolhem os dados registados em aparelhos mais simples e um outro grupo de colaboradores do 11º e 12º ano encarrega-se da restante informação. Informaram-nos também que um aluno do 12º ano está a construir uma página do Grupo da Meteorologia para integrar a página da Escola.

Apesar do curto espaço de tempo que estivemos na sala, pudemos perceber como estes alunos *vestem a camisola* do laboratório. Levam muito a sério as suas responsabilidades e têm até um certo orgulho naquele espaço, o que

é perceptível pelo cuidado impresso no trabalho que expõem e pelo seu zelo pela preservação do laboratório. Gostam muito de ter tudo em ordem e limpo e são tão zelosos que não resistimos aqui a confidenciar que um aluno, no início, com receio de que a caixa da reciclagem de papel enchesse, ia deitando os papéis que lá apareciam para o lixo ... Gostam também de ter iniciativas, mudando as experiências ou contribuindo com ideias para dinamização do espaço.

Ao contrário do laboratório de Matemática onde funcionam aulas da disciplina e existem armários com material diverso guardado, o laboratório Ciência ao Vivo é um espaço de visita. Os alunos interessados podem ir para lá a qualquer hora de funcionamento e realizar as actividades propostas ou aproveitar a presença do docente para tirar dúvidas. Pode ainda acontecer que um professor esteja interessado em que uma turma realize uma experiência patente no laboratório e leve lá os alunos durante uma aula. Além disso, ocasionalmente também se realizam outras iniciativas, como foram as visitas ao laboratório por parte de alunos de uma escola do primeiro ciclo, dando cumprimento ao objectivo de fomentar a abertura do espaço à comunidade escolar. Em resumo, podemos dizer que o maior objectivo do laboratório é funcionar como uma exposição interactiva, que cativa os alunos a visitar o espaço e realizar actividades que enriqueçam os seus conhecimentos científicos. Como conta Helena, é uma oportunidade de os alunos contactarem com os conceitos de uma outra perspectiva: "Eu envio-os para o Laboratório sempre que vejo que no laboratório existem experiências que os ajudam a perceber as coisas ... é ao laboratório que vou buscar as experiências para trabalhar os conceitos que não estão bem assimilados ... como as fracções, por exemplo."

Contudo, manter uma exposição interactiva é muito exigente já que neste caso os visitantes são muitas vezes os mesmos e por isso a exposição não se pode manter igual! Ou seja, as professoras coordenadoras sentem uma enorme necessidade de mudar as propostas de actividades

com muita frequência, de modo a que os alunos que se tornaram adeptos e regressam não se sintam frustrados por não encontrarem lá nada de novo. Mais ainda, esta necessidade tornou-se, no último ano, mais urgente já que o laboratório passou a funcionar também como espaço de substituição de aulas quando um professor falta. Esta nova funcionalidade pareceu aceitável às suas coordenadoras, mas dela resultou um problema inesperado e que se traduz num dos pontos sensíveis do laboratório sobre o qual gostaríamos de reflectir. Com a implementação desta medida, começou a observar-se que, ao serem obrigados a ir para aquele espaço onde têm de trabalhar (e cumprir regras), ao invés de ocuparem o seu tempo livre como entendessem, os alunos começaram a manifestar uma certa rejeição do laboratório. Esta atitude verificou-se quer por parte daqueles que não eram frequentadores, quer dos que já o visitavam e que passaram a reagir dizendo "Eu já fiz isto, portanto não vou fazer outra vez". Talvez possamos dizer que, apesar das boas intenções de quem propôs esta medida e da disponibilidade das coordenadoras do laboratório, parece ter-se gerado um ambiente adverso em seu torno, como se tivesse uma conotação negativa. Os alunos colaboradores mantêm-se tão fiéis quanto no início, mas os restantes alunos já não procuram o laboratório tão espontaneamente quanto o faziam. Diz o ditado popular que "O

proibido é o mais apetecido", aqui parece que temos "O obrigatório é o menos apetecido ..."

O outro aspecto que também nos pareceu sensível é o carácter interdisciplinar do laboratório. Como já referimos, mostrar diferentes vertentes de uma mesma experiência, ou seja analisá-la por exemplo do ponto de vista matemático e físico, contrariando a tendência para olharmos para os diferentes conhecimentos de uma forma estanque, foi uma das ideias iniciais deste projecto conjunto.

Uma tarefa que serve de exemplo desse trabalho é a descida da bola sobre o plano inclinado, que nos foi cedida pelas colegas Gabriela Oliveira e Helena Paradinha e da qual apresentamos um excerto na secção *Materiais para a sala de aula*. A primeira parte da tarefa foi criada pela Gabriela Oliveira de Físico-Química, para trabalhar os conceitos de energia cinética e energia potencial na aula de Física. Na segunda parte, pretendeu-se analisar a trajectória da bola na aula de Matemática (10º ano). Para isto as duas professoras trabalharam em conjunto, tendo realizado a tarefa na aula prática. Fizeram em conjunto, mais tarde, numa aula, a discussão da actividade e dos erros obtidos nas medições. O balanço que Helena fez sobre esta experiência é muito positivo, levando professoras e alunos a questionarem-se sobre os diferentes resultados obtidos e a conjecturar sobre as razões de algumas contra-

dições entre o que diz a teoria e o que se registou na prática. Foi especialmente interessante descobrirem que os conceitos de *erro* e de *medida* têm interpretações diferentes nas duas disciplinas. É portanto um tipo de trabalho que considera importante repetir e, se possível, alargar a outras situações. Contudo, este trabalho interdisciplinar não é fácil e, como nos disse Gisela, por falta de tempo não têm conseguido conceber ou adaptar tantas tarefas como as desejadas que possam fomentar uma abordagem múltipla. A nós parece-nos importante realçar que, além desse esforço extra, é necessário romper barreiras e reforçar o trabalho com as outras áreas com que temos maior *afinidade*. Como nos relatou a Helena, o facto de os professores intervenientes no projecto conhecerem "as experiências uns dos outros" foi um passo fundamental para aprofundar esse trabalho. Sem haver interdisciplinaridade no trabalho entre professores de diferentes áreas, dificilmente ela poderá chegar aos alunos ...

E ficamos por aqui. Se a visita à Pontinha foi feita num dia, as questões que ela nos suscita, certamente semelhantes às vividas em tantas outras escolas, demorarão muito tempo a resolver. Seja a procura de respostas encarada com tanta empenhamento e responsabilidade como a que encontramos por aqui.

Ana Paula Canavarro, Univ. de Évora
Lina Brunheira, Esc. Sec. Amora



Materiais para a aula de Matemática

Neste número temático apresentamos duas tarefas criadas e implementadas pelas colegas Gabriela Oliveira e Helena Paradinha, respectivamente professoras de Físico-Química e de Matemática, na Escola Secundária Braamcamp Freire. Na primeira parte da tarefa, desenvolvida numa aula prática de 10º ano, os alunos fizeram o estudo experimental da velocidade de uma esfera quando percorre uma calha num plano inclinado e trabalha-

ram os conceitos de energia cinética e energia potencial. Na segunda parte, os alunos estudaram a trajectória da queda da esfera quando esta abandona a calha.

Apesar de serem analisados aspectos e momentos diferentes do percurso da esfera, os dois estudos não estão dissociados já que a velocidade com que a esfera abandona a calha — um dado utilizado na abordagem matemática — corresponde à velocidade

final calculada pela Física. Na verdade, como aconteceu nas aulas das nossas colegas, estes valores podem não coincidir e gerar uma discussão interessante sobre os erros obtidos nas medições. Desta forma, parece-nos que esta abordagem conjunta pode ser uma boa oportunidade para realizar um trabalho verdadeiramente interdisciplinar que proporciona o desenvolvimento nos alunos de uma visão mais rica e verdadeira da ciência.

Escola.....
Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

Conservação da energia mecânica

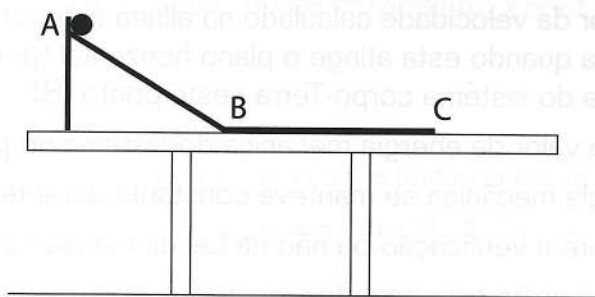
1ª parte

Assunto

Lei da Conservação da energia mecânica.

Forças não conservativas e variação da energia mecânica.

Esquema da experiência



Procedimento

1. Coloque a calha de maior comprimento sobre a mesa. Prenda a outra calha no suporte, com uma inclinação de cerca de 20%. Encoste as extremidades das duas calhas conforme está indicado na figura.
2. Registe o valor da menor divisão da escala de cada um dos instrumentos de medição que vai utilizar.

3. Deixe cair a esfera pelo plano inclinado, *sempre da mesma altura*, e determine, a seguir, o tempo médio que ela demora a percorrer a calha horizontal. Para isso realize, pelo menos, três medições de tempo, registrando os valores obtidos na tabela seguinte:

Altura (m)	Medições	Tempo (s)	Tempo médio (s)	Desvio (s)	Incerteza absoluta (s)
	1 ^a				
	2 ^a				
	3 ^a				

4. Complete a tabela anterior.
5. Meça o comprimento da calha horizontal e calcule o valor mais provável da velocidade da esfera nesta calha.
6. Supondo que o valor da velocidade calculado na alínea anterior, é igual ao valor da velocidade da esfera quando esta atinge o plano horizontal (ponto B), determine o valor da energia mecânica do sistema corpo-Terra neste ponto (B).
7. Determine, agora, o valor da energia mecânica do sistema no ponto A.
Verifique se a energia mecânica se manteve constante durante a queda (de A até B).
8. Tire conclusões sobre a verificação ou não da Lei da Conservação da Energia Mecânica.
9. Refira-se a possíveis erros experimentais ocorridos durante a experiência e explique de que forma estes erros poderão ter alterado os resultados obtidos.



Escola.....
Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

Prever o alcance da esfera

2ª parte (Estudo da trajectória da queda da esfera)

Assunto

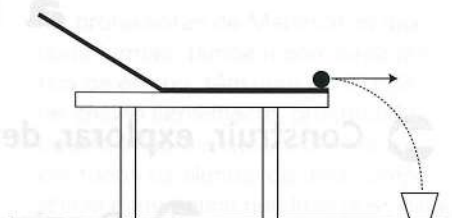
Estudo da trajectória da queda da esfera.

Equação da parábola.

Esquema da experiência

Quando a esfera salta da mesa para o chão, o seu movimento pode considerar-se a sobreposição de dois movimentos:

- um movimento vertical, de queda livre (acelerado, com a aceleração da gravidade); equação deste movimento: $y = -\frac{1}{2}.g.t^2$.
- um movimento horizontal, uniforme (com velocidade constante, igual àquela com que a esfera abandona a mesa); equação deste movimento: $x = v.t$.



Procedimento

1. Meça a altura da calha até ao chão (y).
2. Calcule o tempo (t) que a esfera demora a cair, a partir da equação do movimento de queda.
3. Determine a distância da mesa (x) a que a esfera atingirá o solo, a partir da equação do movimento horizontal.
4. Coloque o copo de plástico na posição que determinou, deixe cair a esfera através da calha e verifique se ela cai no copo! Se não cair no copo, registre a que distância cai e verifique onde está o erro.
5. Exprima y em função de x .

Sugestão: Não utilize valores experimentais. Comece por exprimir o tempo t em função de x (na equação $x = v.t$) e depois substitua esse valor na equação $y = -\frac{1}{2}.g.t^2$.

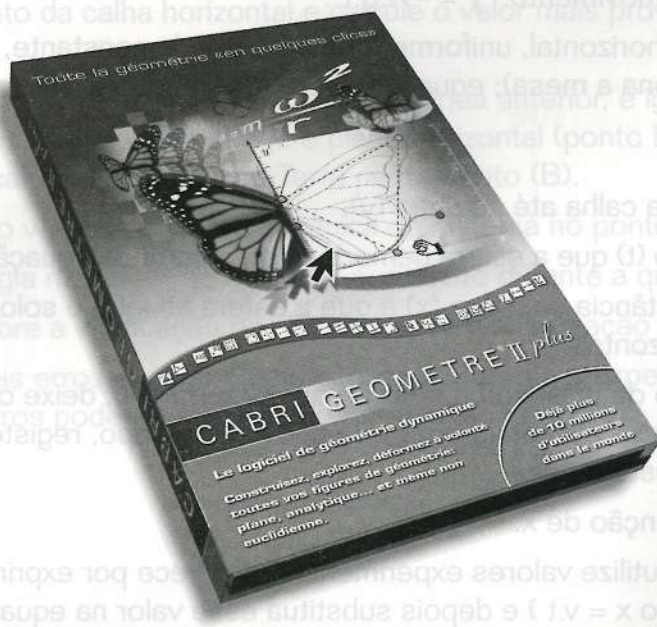
6. Considerando a origem do referencial um ponto da calha, faça um esboço da trajectória da esfera quando cai da mesa. A função representada nesse gráfico pertence à família de funções $y = a.x^2$, que estudou nas aulas de Matemática. Utilize as medidas de comprimento para as coordenadas dos pontos da parábola.
 - a. O valor de a é negativo. Porquê?
 - b. Qual o valor de y quando se atribui a x a distância da mesa ao copo?
 - c. Calcule o valor de a .
7. A partir das equações obtidas em 5. e 6. determine o valor da velocidade do corpo e compare-o com o que determinou experimentalmente.
8. Refira os erros experimentais que podem ter ocorrido durante a experiência e de que forma terão contribuído para alterar os resultados esperados.

CABRILOG

Criador de software de Geometria Interactiva

A geometria para todos da escola primária à universidade :

- ➔ Construir, explorar, deformar à vontade todas as figuras de geometria.
- ➔ Dominar simetrias, rotações, homotetias.



Distribuido em Portugal por :

Dismel, Lda

R. Coronel Ferreira Amaral, 9-C

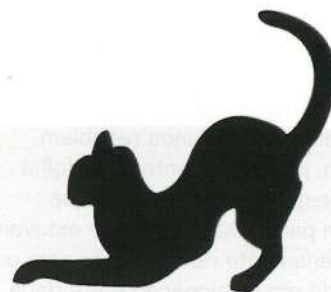
1900-165 Lisboa

Telef : 21 816 03 20

Fax : 21 816 03 29

info@dismel.pt

Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 6º ano



Fátima Guimarães e Maria José Boia

Neste estudo vamos reflectir sobre alguns aspectos da aprendizagem de alunos de duas turmas do 6º ano de escolaridade, tendo como base a análise do conteúdo de respostas dadas a um conjunto de itens retirados das provas de aferição aplicadas no ano de 2001 e 2003. Pretendemos, assim, clarificar alguns aspectos do desempenho dos alunos, nas áreas curriculares em que as questões incidem e nas competências que mobilizam, procurando nas suas respostas aspectos que, quer pela negativa quer pela positiva, evidenciem facetas importantes do processo de ensino-aprendizagem.

Na escolha dos itens, procurámos que incidissem em cada uma das competências apresentadas nos relatórios nacionais como as menos conseguidas, ou seja, a Comunicação, Resolução de problemas e Raciocínio. Os itens seleccionados foram os números 13, 15 e 19 da prova de aferição de 2003 e o número 11 da prova de 2001. O primeiro, o nº 13, predominantemente inserido no tema Geometria, e o segundo, o nº 15, no tema Álgebra e Funções, mobilizam essencialmente a competência de resolver de problemas. O item 19, dizendo respeito ao tema Números e Cálculo, envolve especialmente o raciocínio. Por fim, o item 11 de 2001 está inserido na Geometria e centra-se particularmente na comunicação. Todos são, no entanto, itens que abarcam mais do que um tipo de competência e área temática. As respostas dos alunos a estes quatro itens foram avaliadas usando os níveis de desempenho propostos para a classificação das provas de aferição.

Com os itens seleccionados, construímos fichas de trabalho que foram realizadas semanalmente, ocupando sensivelmente 15 a 20 minutos no final da aula, durante as últimas semanas do mês de Junho. Foi dito aos alunos que a realização destas fichas

não contava para a sua avaliação e pedido que apresentassem todos os passos dados.

As turmas

Os alunos que realizaram o estudo integram duas turmas de escolas diferentes, uma situada num bairro de classe média do centro de Lisboa e outra numa localidade mais populosa e suburbana da região da grande Lisboa. As turmas, aqui identificadas por A e B, são constituídas respectivamente por 25 e 26 alunos, cerca de 50% de cada sexo, com idades adequadas ao ano de escolaridade. Os alunos habitam maioritariamente com os dois pais, relativamente perto da escola. Aproximadamente 13% dos encarregados de educação da turma A e 65% da turma B possui cursos superiores. As famílias de origem destes alunos são, respectivamente, de nível médio e de nível sociocultural médio/alto e, globalmente, os alunos revelaram ter expectativas elevadas relativamente ao seu futuro. Salienta-se que não existiam na turma alunos com necessidades educativas especiais e, de um modo geral, os encarregados de educação participavam nas reuniões, mostrando-se preocupados com o cumprimento do programa

Uma larga maioria dos professores de ambas as turmas eram profissionais com experiência e classificaram o nível de aproveitamento da turma de médio/alto. A turma A era considerada uma turma difícil, heterogénea, irrequieta e conversadora, mas que adería bem às tarefas propostas. Dos alunos da turma B, os professores referiram principalmente as dificuldades de atenção e deficiente interiorização das normas de funcionamento da sala de aula, a pouca responsabilidade, a falta de hábitos de trabalho e os problemas relativos à sua organização. No final do ano, ficaram retidos três alunos na turma A e dois na B. Relativamente à Matemá-

tica, não conseguiram um desempenho positivo 16% dos alunos da turma A e cerca de 19% na B. Por outro lado, 40% dos alunos da turma A e cerca de 27% na B obtiveram nível igual ou superior a 4.

As professoras de Matemática das duas turmas, também com larga prática de ensino, têm uma concepção de ensino semelhante, procurando orientá-lo para o desenvolvimento, em todos os alunos, de uma competência matemática que lhes possibilite "contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da Matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza" e "desenvolver a capacidade de usar a Matemática para analisar e resolver situações problemáticas e comunicar, assim como a autoconfiança necessária para fazê-lo" (ME/DEB, 2001). Privilegiam a resolução de problemas, o desenvolvimento do raciocínio, a prática compreensiva de procedimentos e a ligação entre os vários temas matemáticos. Na Geometria, valorizam a criação de situações que envolvam a visualização espacial, a construção, desenho e medição. Por outro lado, procuram aproveitar as tarefas propostas em aula para que os alunos verbalizem as suas ideias, expliquem o seu raciocínio e os procedimentos utilizados usando adequadamente a linguagem matemática. Recorrem frequentemente a materiais e à calculadora, sempre que oportuno.

Tal como noutras disciplinas, devido às características das turmas, nas aulas de Matemática, os alunos habitualmente trabalharam aos pares e raramente foram realizadas tarefas em grupo. Estas aulas, habitualmente, começavam com o lançamento de uma questão problemática, extraída do manual e/ou de outras fontes. Era fundamentalmente a realização destas questões, e a sua discussão com a turma e entre os alunos, que conduzia à aprendizagem dos conteúdos

matemáticos. Os alunos recebiam, também, periodicamente, uma folha com questões problemáticas que levavam para casa. Estas não estavam necessariamente relacionadas com o conteúdo em leccionação e era dada total liberdade aos alunos relativamente às estratégias para as resolver. Na turma A, muitos dos encarregados de educação achavam graça aos problemas propostos e alguns eram mesmo resolvidos em família. Na turma B, esta prática teve de ser abandonada, uma vez que alguns encarregados de educação vieram questioná-la, argumentando não ter a ver com o programa. Salienta-se que, tanto numa, como na outra turma, as fichas de avaliação realizadas ao longo do ano integraram muitos itens das provas de aferição, ou adaptações dos mesmos, pelo que os alunos estavam já de algum modo familiarizados com esse tipo de questões.

Reflexão sobre as respostas dos alunos

A reflexão que fizemos, centrada no conteúdo das respostas dadas, em ambas as turmas, evidenciou alguns aspectos relacionados com as estra-

tégias utilizadas e com dificuldades dos alunos na resolução das questões propostas que nos parece importante partilhar.

Construção de um painel rectangular com azulejos.

Começamos pelo item 13 da prova de 2003. Nele é pedido ao aluno que determine o número de azulejos quadrados com 15 cm de lado, para construir um painel com 1,65 m de comprimento e 75 cm de largura. Os alunos podem responder através de palavras, desenhos ou cálculos.

Esta questão, inserida na área temática Geometria e Medida, tem relações com o tema Números e Cálculo, ao requerer o domínio de procedimentos de cálculo (multiplicação e divisão); apela essencialmente à competência de resolução de problemas e envolve igualmente a comunicação. Para a resolver, os alunos necessitavam de compreender o conceito de área e saber utilizá-lo na situação concreta.

A percentagem de alunos que não responde ou responde completamente errado (nível 0) é de 24% na turma A e 30% na B. Verificamos que

muitos destes alunos apresentam esquemas inadequados ou cálculos cujo sentido não se compreende. Uma parte significativa dos alunos recorre à fórmula para calcular a área do retângulo e do quadrado. De entre eles, uns encontram a área do painel e do azulejo, mas não chegam à resposta correcta porque não conseguem realizar correctamente o algoritmo da divisão. Outros, depois de calcular a medida da área do painel, dividem-na, incorrectamente, pela medida do comprimento do azulejo. Destas respostas ressalta uma deficiente apropriação de conceito de operação.

Encontramos respostas de alunos que evidenciam que não mobilizam bem o conceito de área. Resolvem adequadamente os algoritmos para chegar a ela mas, não conseguem dar seguimento ao raciocínio. Deparamos, também, com outras respostas em que, claramente, o conceito de área é confundido com o conceito de perímetro, como é exemplo a da figura 1.

Esta dificuldade, largamente referida na literatura, reforça a necessidade de confrontar estes alunos com mais e mais diversificadas situações que possibilitem uma verdadeira compreensão destes conceitos.

Alguns alunos optam por uma abordagem geométrica e desenharam o retângulo que representa o painel e os azulejos. Recorrendo a desenhos, cálculo mental (figura 2) ou realizando um algoritmo simples da divisão, procuram encontrar o número de azulejos a colocar ao longo do comprimento e da largura do painel.

Grande parte dos alunos que respondem completamente certo a esta questão (32% na turma A e 54% na B) utilizam esta abordagem, o que vem reforçar a necessidade de incentivar os alunos a recorrerem à construção de esquemas e a desenhos para resolverem os problemas acertadamente.

Por fim, constatamos que um número significativo de alunos não realizou correctamente os algoritmos da multiplicação e da divisão, o que nos deve alertar para a necessidade de se insistir numa aprendizagem compreensiva dos algoritmos.

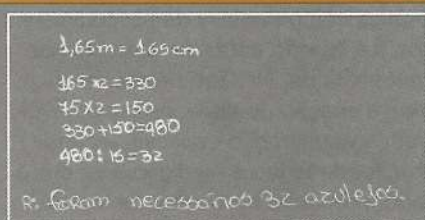


Figura 1

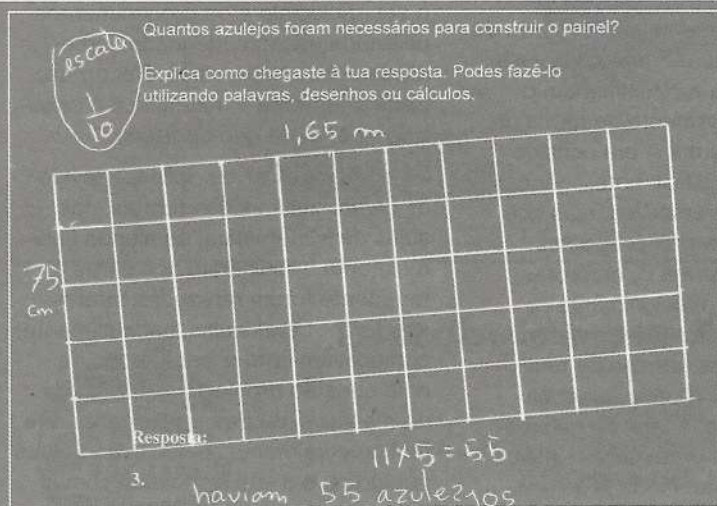


Figura 2

A festa da escola da Flora

O item 15 de 2003 (fig. 3) pretende avaliar a área temática Álgebra e Funções. Mobiliza fundamentalmente competências de resolução de problemas, mas também de raciocínio e de comunicação.

De entre as questões envolvendo a resolução de problemas, esta foi aquela em que o nível de desempenho das duas turmas foi mais baixo (não responderam, ou tiveram nível 0, 44% dos alunos na turma A e 46 % na B).

Na realização deste item, os alunos podiam utilizar diversas estratégias: recorrer ao cálculo de múltiplos de dois e de três, a esquemas ou a desenhos. A grande parte dos alunos usaram esquemas, o que parece um indicador de que, de um modo geral, reconhecem já a importância que a realização de esquemas pode assumir na compreensão do problema e na sua resolução.

Pela análise das respostas verificamos, ainda, que, embora muitos alunos tenham compreendido devidamente o problema não conseguem descrever a sequência, ou mesmo representá-la através de um esquema. Recorrem, então, a cálculos que nada tem a ver com o que é pedido, como se pode observar na figura 4.

Alguns alunos utilizam estratégias adequadas, mas não conseguem explicitar claramente o padrão, e, em muitos esquemas delineados, evidenciam dificuldades de interpretação do texto. Muitos não compreenderam o que significa *de 2 em 2* ou de *3 em 3* e lêem ou interpretam as expressões como *dois a dois* e *três a três*: fazem grupos de três alunos com camisola branca e grupos de dois alunos que são rapazes, criando esquemas confusos que originam respostas completamente erradas.

Igualmente, um grande número de alunos parece não ter reparado que a própria ilustração do problema, na prova, ajudava a compreender o que significa os rapazes estarem de *dois em dois*. Os alunos que erram apenas a tradução da segunda expressão parece que atenderam à figura, mas não conseguiram fazer a extrapolação do significado da primeira expressão para a segunda. Esta situação, ilus-

trada na figura 5, reflecte, no entanto, alguma compreensão do problema.

Apesar da percentagem relativamente reduzida de alunos com a cotação máxima nesta questão (28% na turma A e 27% B), há exemplos de respostas que revelam uma indiscutível compreensão do problema, evidenciada na simplicidade e clareza da resolução, como é o caso ilustrado na figura 6.

Um último reparo sobre este item: um número significativo de respostas revela um *déficit* de linguagem matemática e dificuldades na organização da informação dos alunos, reforçando ser necessário insistir nesses aspectos.

Descobre o número

O item 19 de 2003, indica um número compreendido entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{3}$, pertence claramente à área temática de *Números e Cálculo* e, envolvendo

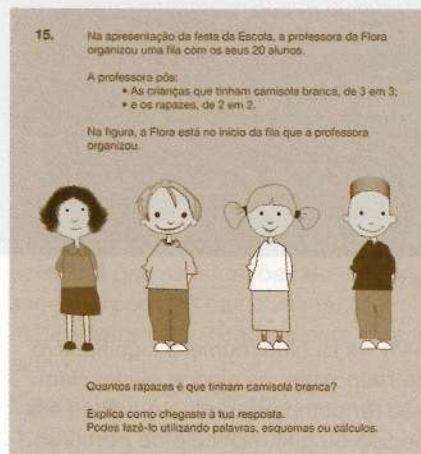


Figura 3

predominantemente a competência do raciocínio, exige a mobilização de mais duas competências: conhecimento de procedimentos e conceitos e comunicação. Resolveram correctamente este item, de resposta certa ou errada, 44% dos alunos na turma A e

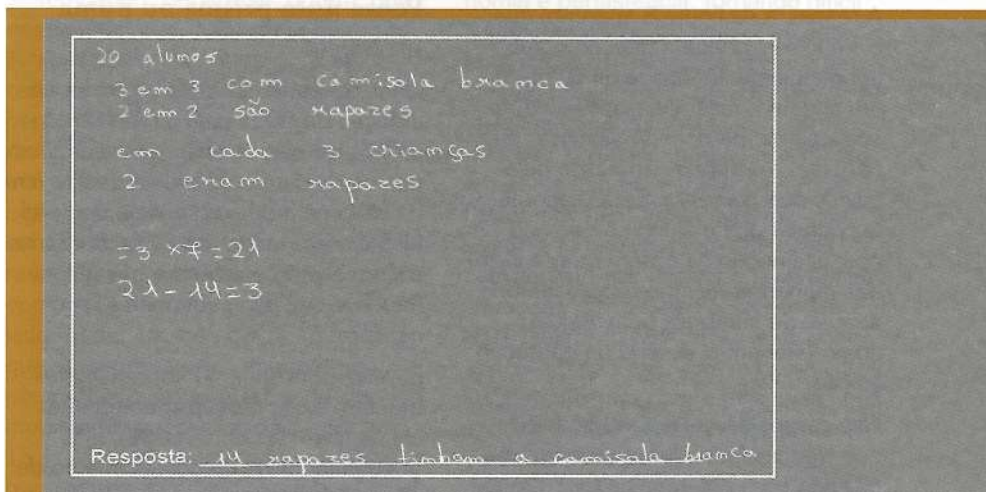


Figura 4

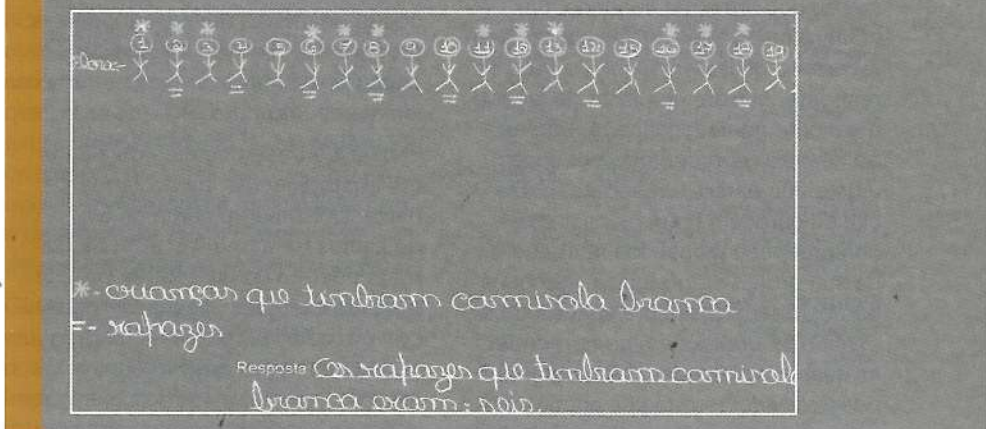


Figura 5

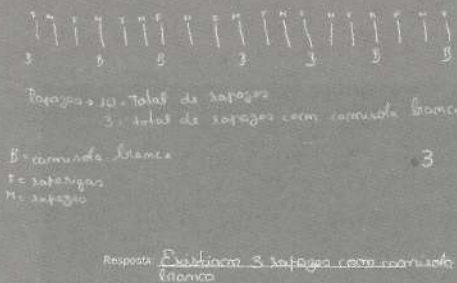


Figura 6

54% na B. Num número significativo de respostas, os alunos evidenciam não ter compreendido o que lhes era pedido ou que, no meio do percurso, enveredaram por rotinas, como, por exemplo, reduzir as fracções ao mesmo denominador ou procurar fracções equivalentes, sem perceber por que o faziam.

No exemplo apresentado na figura 7, pode ver-se que o aluno sabe que as fracções representam quocientes mas confunde dividendo e divisor e parece não ter a noção da grandeza do número representado pelas fracções. A resposta da figura 8 aparenta que o aluno reconhece a fracção como um quociente, identifica os números em questão, mas, inexplicavelmente, adiciona-os, parecendo significar que, para ele, a comparação passa pela adição dos números. Esta resposta faz pensar que o aluno não só não possui a noção da ordem de grandeza dos números, mesmo representados através de numerais com vírgula, como também o sentido da operação adição.

Nas respostas certas, verifica-se que alguns alunos, inteligentemente, olhando para o denominador e numerador, reconheceram, na primeira fracção, a representação de um número menor que um e, na segunda, um número maior que um, indicando, sem recorrer a qualquer cálculo, o 1 como resposta; outros, precisam de fazer o quociente para identificar a grandeza do número representado por cada uma e dar, então, a resposta. Estes alunos parecem pois, possuir uma compreensão global dos números e da sua ordem de grandeza. Também parecem ter adquirido a aptidão de dar sentido às operações, compreender as suas propriedades, bem como ter desenvolvido estratégias adequadas para a sua manipulação e uso em situações concretas.

Indica o número compreendido entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{3}$

$$\begin{aligned} 3:4 &= 0,75 \\ 4:3 &= 1,333... \\ 3:5 &= 0,6 \end{aligned}$$

Resposta: $\frac{0,75}{4}$

Figura 7

Há um número significativo de respostas completamente erradas ou não respondidas (56% na turma A e 38% na turma B) que indicam que, os alunos dominam mal os conceitos de número e de fracção, não conseguindo mobilizar estratégias de raciocínio a este respeito. Isto é preocupante quando pensamos que estes alunos vão chegar ao final do 2º ciclo sem reconhecer nem relacionar diferentes formas de representar números inteiros e números racionais positivos.

Pensa num prisma ou numa pirâmide ...

Nesta questão, inserida na prova de aferição de 2001 com o número 11, propõe-se que os alunos pensem num prisma ou numa pirâmide e descrevam o sólido de modo a que seja possível identificá-lo, utilizando na descrição as palavras vértice, bases e triângulos. Pedem-se que digam também o seu nome.

É, pois, uma questão sobre Geometria, que exige particular competência ao nível da comunicação, mas também ao nível do conhecimento de conceitos e procedimentos. Para dar correctamente a resposta, o aluno precisa de reconhecer e analisar sólidos geométricos, identificar as suas propriedades, utilizar a visualização espacial e formular e explicitar as suas ideias recorrendo a esta.

O nível de desempenho dos alunos foi, nesta questão, particularmente baixo. Unicamente cerca de 5% de alunos na turma A e 28% na B, responderam de uma forma completamente correcta. Alguns alunos descrevem o sólido, utilizando uma linguagem umas vezes mais, outras vezes menos correcta, mas não conseguem denominá-lo. Porém, em grande parte das respostas consideradas não com-

Indica o número compreendido entre $\frac{3}{5}$ e $\frac{4}{3}$

$$\begin{aligned} 1:3 & \\ + 0:6 & \\ \hline 1:9 & \end{aligned}$$

Resposta: A resposta é 19

Figura 8

pletamente certas, os alunos usam as três palavras exigidas, muitas vezes de forma não muito clara, mas a descrição que fazem não corresponde ao sólido que escolhem, geralmente porque a figura da base, mas também o número de vértices ou número de bases não é o que indicam. A causa destes erros pode estar numa deficiente visualização espacial e/ou ter a ver com a dificuldade do aluno se exprimir correctamente na descrição do sólido que está a imaginar. Isto é bem visível no seguinte exemplo em que o aluno faz um esboço do sólido e o descreve de forma pouco clara "Tem uma base triangular, tem 4 vértices e a figura representa 1 triângulo e a base representa 1 triângulo por isso tem 2 triângulos ao todo. Pirâmide triangular" (Figura 9).

Dificuldades ao nível da comunicação matemática foram detectadas num número muito elevado de respostas. A generalidade dos alunos escreve expressões do tipo: "4 vértices, 4 bases e 4 triângulos. É uma pirâmide triangular". Ou, ainda: "A sua base é um triângulo e é somente uma. Tem quatro vértices e este sólido dá para ser construído por 4 triângulos. É uma pirâmide triangular".

Para terminar, referindo ainda o domínio da comunicação, salienta-se que, na descrição do sólido, a maioria dos alunos utilizou, unicamente, as palavras propostas e muito poucos usaram outras. Quando o fizeram, não foi no sentido de enriquecer, precisar, ou apresentar mais características de sólido, mas porque não conseguiram descrever o sólido com as palavras exigidas.

Para acabar ...

Este estudo revelou que o desempenho dos alunos, nos itens que realizaram, foi francamente superior

Descrição: Item 4 Área Triangular
Item 9 cordões e a água quente
Item 10 e 11 são para o item 9
Item 12 e 13 são para o item 9
Item 14 e 15 são para o item 9
Item 16 e 17 são para o item 9
Item 18 e 19 são para o item 9
Nome do autor: Fátima Guimarães



Figura 9

ao desempenho a nível nacional. As razões para tal são múltiplas e por que interligadas é problemático separá-las, mas prendem-se, certamente, com o meio social dos alunos, com a cultura e características da escola, e, seguramente, também, com o tipo de ensino implementado. De facto, não custa admitir que o ambiente familiar estimulante e as condições económicas e culturais que estes alunos possuíam são aspectos a não pôr de lado na explicação destas diferenças, assim como as características da escola e da turma são outros factores a não descurar. Porém, a explicação das diferenças observadas tem de passar, inevitavelmente, por considerar as práticas das professoras. A ênfase que colocaram na resolução de situações problemáticas, a sua preocupação com o desenvolvimento do raciocínio, com o incentivo à explicação e explicitação de ideias e procedimentos, a procura de um ensino compreensivo dos mesmos, tiveram, com certeza, também influência nos resultados obtidos.

Para os itens resolvidos, se olharmos para a percentagem de respostas completamente certas e de respostas com a cotação 0 e não-respostas, alguns aspectos sobressaem que merecem ser referidos. Desde logo, evidencia-se que uma maior percentagem de respostas completamente correctas surge nos itens que envolvem predominantemente o raciocínio e a resolução de problemas (francamente superior ao nacional, ultrapassando numa das turmas, os 50%). Relativamente à percentagem de respostas com cotação 0 ou de não-respostas, embora também inferior à nacional em todos os itens, é ainda elevada, evidenciando que um número significativo de alunos nas duas turmas revelou nível de desempenho insuficiente.

Nos dois itens que contemplam predominantemente a resolução de problemas, é no item que incide na Álgebra e Funções que a percentagem de respostas completamente correctas é menor e que a percentagem de respostas completamente erradas, ou não dadas, é maior. Este resultado pode dever-se a uma atenção insuficiente relativamente ao tratamento deste tema. A professora de uma das turmas considerou que criou poucas oportunidades para que os alunos fossem levados a encontrar regularidades, a reconhecer e descrever padrões e sequências numéricas e espaciais ou a explicar e modelar as relações que encontram na sua vida diária.

No item que envolve predominantemente a competência da comunicação, os valores percentuais das respostas certas continuam muito abaixo do desejado, sendo aquele em que os alunos obtêm menor nível de desempenho. Repare-se, porém, que, nesse item, particularmente na turma A, apesar da percentagem baixa de respostas completamente certas, a percentagem de respostas com nível de desempenho intermédio é de 52%. Isto pode indicar que um número significativo de alunos consegue comunicar algumas ideias embora a resposta não tenha sido considerada completamente correcta. Por outro lado, podemos, no entanto, constatar que, nos outros itens em que esta competência também tinha de ser mobilizada (por exemplo no item 13, 15 e 19), o desempenho dos alunos revelou que apresentam um bom nível de desenvolvimento.

A dificuldade diagnosticada na comunicação oral e escrita parece ter sido ultrapassada por um número reduzido de alunos, o que faz pensar que os incentivos das professoras à explicitação de ideias, à descrição dos processos de resolução de problemas, à apresentação de justificações e de argumentações matemáticas, devem continuar a ser enfatizados.

Globalmente, os resultados deste estudo parecem pois ser animadores e sugerem que o ensino implementado nestas turmas conduziu a uma maior aprendizagem e desenvolvimento de competências.

O número confortável de alunos que, na maior parte dos itens, respondeu completamente certo, ou que, não tendo lá chegado, apresentam uma resposta indicadora da aquisição das competências a mobilizar, bem como a qualidade de algumas respostas, muito claras e criativas, fazem-nos acreditar que as situações de aprendizagem propostas nas aulas de Matemática foram significativas para estes alunos.

Este trabalho sobre o desempenho dos alunos trouxe algumas pistas sobre as suas potencialidades, mas também revelou algumas vulnerabilidades. Não podemos cruzar os braços e deixar de nos preocupar com o número ainda significativo de alunos que não respondeu ou errou completamente as questões apresentadas. É certo que somos confrontadas com um programa extenso e com alunos com reduzidos hábitos de trabalho, falta de concentração, pouca autonomia e persistência, tornando difícil a implementação de situações de aprendizagem exigentes como a resolução de problemas, as actividades de investigação e a realização de projectos. Mas o desafio que se nos coloca é, nestas condições, fazer aprender Matemática em profundidade, conseguir que os alunos se envolvam activamente nas tarefas e *agarrem* as situações que se lhes colocam. Para isso, eles precisam de viver os contextos em que as ideias matemáticas surgem, de lutar com essas ideias nos problemas que levam tempo a resolver e, evidentemente, necessitam de oportunidades para representar e comunicar o que aprendem.

Referências

- ME/DEB (2001). Currículo nacional do ensino básico. Competências essenciais. Lisboa: Autor.
- ME/DEB (2001). Provas de Aferição do Ensino Básico 4º e 6º anos — 2001. Lisboa: Autor.

Fátima Guimarães
Escola EB , 2,3 de Telheiras nº 1
Maria José Boia
Escola EB 2,3 Professor Noronha
Feio, Queijas

A transição do ensino básico para o ensino secundário vista por alunos e professores

Ana Vieira Lopes, Maria Lúcia Grilo e Teresa Carrilho da Graça

Este artigo tem por base o trabalho que realizámos no âmbito de um projecto de investigação aplicada cujo objectivo principal era estudar as dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem da Matemática no início do ensino secundário e compreender as suas causas.

Até agora, desde o 1º ano até ao 9º ano, nunca estudei para nenhum teste nem para as provas globais e sempre me sapei. Só este ano é que já vi ... Apercebi-me que isto não é bem o 9º ano, tem que se pegar mais nos livros. (Artur, aluno do 10º ano)

Artur, um aluno que no final do 9º ano teve nível 4 a Matemática, explica assim as dificuldades que sente agora no 10º ano. Na verdade, os aspectos que os alunos do 10º ano mais referem como causa do seu insucesso nesta disciplina são o maior ritmo de trabalho nas aulas do 10º ano, o ter que trabalhar muito mais do que no 3º ciclo e o grande salto entre os dois níveis de ensino, para o qual não se sentem preparados.

Este artigo tem por base o trabalho que realizámos no âmbito de um projecto de investigação aplicada cujo objectivo principal era estudar as

dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem da Matemática no início do ensino secundário e compreender as suas causas. Analisámos os programas de Matemática do 3º ciclo e do 10º ano, para perceber se estavam ou não articulados, e entrevistámos alguns professores e alguns alunos do 10º ano, para conhecer o ponto de vista das duas partes mais envolvidas. Todos os alunos com quem falámos eram considerados alunos de *sucesso* a Matemática no 9º ano, ou seja, todos tinham terminado o ano com nível 4 ou 5 e no primeiro período do 10º ano tinham tido nota negativa.

Uma descrição pormenorizada do trabalho encontra-se no relatório final do projecto (disponível em <http://ia.fc.ul.pt/textos/index.htm>). Neste artigo, apresentamos alguns dos resultados que consideramos mais significativos e que, para nós,

tornam mais evidentes os problemas com que se debatem alunos e professores de Matemática nesta transição de ciclos de ensino.

Os alunos falam sobre as causas do insucesso

A imagem da Matemática

Nós precisamos de Matemática para tudo, mesmo para fazer contas, para tudo, mesmo. Por exemplo, se nós tivermos que pagar alguma coisa [e] se não soubermos Matemática nenhuma, somos roubados à força toda ... A Geometria? Isso já não sei para que serve. (Dinis)

Eu gostei mais de aprender os sistemas e contas basicamente. Não gosto tanto de Geometria como gosto de equações ... (Sofia)

As equações do 2º grau ... Eu gosto de resolver equações, e sistemas também gosto muito. (Amélia)

Os alunos com quem falámos consideram a Matemática uma disciplina importante, mas as suas justificações referem quase exclusivamente aspectos ligados ao cálculo. No fundo, reduzem a importância da Matemática às *contas*. A maioria diz gostar de Matemática e o que prefere é tudo o que se relacione com cálculo (resolução de equações, inequações, sistemas ...), os assuntos do programa que melhor se recordam de ter dado no 3º ciclo.

A diferença de ritmo do 9º para o 10º

A matéria do ano passado era dada mais calmamente, ou seja, nós tínhamos mais tempo para fazer exercícios do que agora ... É só quase teórica, damos 2 exercícios começamos a próxima matéria. (Sofia)

Enquanto numa aula damos duas ou três coisas diferentes, no ano passado dávamos uma. (Amélia)

Eu gosto muito das aulas mas só que acho que é um ritmo muito avançado. Às vezes já a professora está naquele quadro e eu ainda estou naquele ... (Aida)

A matéria do 9º ano que eu dei eu já tinha uma certa ideia do que é que era. Porque equações já tinha dado assim mais ou menos no 8º ano. E tinha sequência pois. Agora aqui ... Não. (Sofia)

Eu noto uma grande diferença entre a matemática do 9º para o 10º ano. No 10º ano é um grau de dificuldade diferente, é mais difícil e nós não temos tanto tempo no mesmo assunto da matéria. (Sofia)

Para estes alunos, uma das suas principais dificuldades no início do 10º ano é o ritmo de trabalho que lhes é exigido. Dizem que nos anos anteriores a matéria era dada mais calmamente, faziam mais exercícios e o professor não se queixava de falta de tempo. Para eles, esta é a principal causa do seu insucesso.

Alguns alunos referem também não ter sentido continuidade entre as matérias leccionadas no 9º e no 10º

ano, ao contrário do que sentiram ao longo do 3º ciclo. Consideram que existe um grande *salto* na matéria entre os dois níveis de ensino, para o qual não vêm preparados.

Os temas

Geometria foi a última parte que demos e demos pouca. Demos o círculo... Demos pouca ... (Tomás)

Rectas, planos, pontos, a intersecção de planos, de rectas, localização no espaço, bah! é mesmo uma área de que eu não gosto nada. Não consigo ver as coisas no espaço e localizá-las, não consigo imaginar uma, uma ... imagino sempre uma coisa preta, um espaço preto com umas coisinhas lá no meio ... odeio. (Maria)

Nas aulas de Funções é tudo muito mais prático temos que pôr ali as coisas, são-nos dados os dados todos e só temos que fazer. É fazer e está a andar. (Maria)

E Funções basta saber as regras e fazer. (Sofia)

E desta última ainda gostei mais, que é dos polinómios, de decompor em factores. (Amélia)

Na Estatística, fazem-se mais exercícios, porque Estatística, teoricamente, dá-se pouco, está-se sempre nas aulas a fazer exercícios. (Sofia)

Quisemos saber a opinião dos alunos sobre os vários temas que compõem o programa do 10º ano. De um modo geral, consideram a Geometria como o tema mais difícil, de que menos gostam e onde têm piores resultados. Apesar deste ser o tema com maior peso no programa do 9º ano (42% das aulas previstas) e no programa global do 3º ciclo (40%), afirmam ter dado muito pouca Geometria no 9º ano e ter esquecido o que deram. O pouco que se lembram de ter dado está relacionado com o cálculo de áreas e volumes. A visualização no espaço é a sua maior dificuldade—que consideram como um obstáculo muito difícil de ultrapassar.

Já as Funções são um tema do agrado dos alunos. Questionados sobre as razões dessa preferência justificam-na principalmente com o facto de encontrarem aqui o que mais

gostam em Matemática—actividades de cálculo com que se sentem familiarizados.

Em relação à Estatística, a reacção dos alunos entrevistados é na generalidade positiva. Para alguns é até o tema preferido. Falam com agrado do cálculo de médias e medianas e consideram-na um tema fácil e de somenos importância, o que contrasta com a ideia que, em geral, os alunos têm da Matemática. Nalguns casos, o tema é trabalhado fundamentalmente fora da aula—através da realização de um trabalho extra-aula ou do estudo em casa com revisão na aula do mais importante pelo professor, como forma de não perder tempo.

Os materiais

Uma aula de que eu gostei muito e aprendi também muito foi a aula dos cubos com a água, por exemplo. (Sofia)

Não, não tivemos nada que saísse do normal acho que nunca nos foi levado lá nada. (Maria)

A setora, no princípio do ano, deu-nos uma folha que tinha uns sólidos desenhados. Nós passámos para uma folha de cartolina, dobrámos, montámos e levámos para a aula depois. Fez-nos umas aulas com um cubo, para nós vermos as arestas, onde é que uma recta atravessava um plano, os pontos do cubo ... (Artur)

Nas funções, eu acho que a calculadora facilita. Facilita porque nós púnhamos uma função na calculadora e aparecia-nos logo, nós tínhamos logo uma ideia, por exemplo, aparecia uma função, nós tínhamos que saber os zeros ou se a parábola era para cima ou para baixo e nós já tínhamos uma ideia. (Sofia)

Fizemos ... Chegámos a fazer alguns [exercícios só com a calculadora] ... Mas era muito raro usar a calculadora. (Amélia)

A calculadora usámos, usamos. Nem sempre, porque a professora diz que também temos que trabalhar sem, e que é mau nalguns aspectos. Ajuda muito mas também tem desvantagens. Vantagens para os gráficos e é mau para o cálculo mental. (Henrique)



Todos os alunos dizem ter usado a calculadora nas aulas e consideram-na útil mas, nalguns casos, parece-nos que a sua utilização ficou muito aquém das orientações metodológicas do programa do 10º ano, limitando-se os alunos a traçar gráficos de funções ou a fazer cálculos numéricos em Estatística. Há mesmo uma aluna que refere que a calculadora nem sempre é utilizada nas aulas.

Na Geometria, os alunos referem fundamentalmente ter usado o cubo transparente com líquido. De resto, parecem ter sido utilizados poucos materiais. Reconhecem que estes os ajudam na visualização e lamentam terem-nos usado pouco. Alguns dizem que o seu contacto com os materiais se limitou à observação de alguns sólidos, mostrados pela professora, ou a fazer planificações em cartolina.

As aulas

O método dos professores ... Não, não era diferente, também era assim, a professora explica e depois fazemos exercícios ... É quando se fazem os exercícios que a gente está a apren-

der mesmo ... Fizemos uma vez [trabalho em grupo], mas isso é nas aulas práticas, fizemos uma vez ou duas. (Aida)

Pouco [trabalho em grupo no 10º ano] geralmente 2 a 2, em grandes grupos não. Não sei ... se isso ajudasse acho que seria uma boa ideia. Talvez trabalhando em grupo tem-se novas ideias daqui e dali, talvez ajudasse um pouco. (Henrique)

Os professores do 9º ano pareciam mais simpáticos mas eram muito mais interessados pelos alunos, porque o ensino é obrigatório eles têm que fazer com que os alunos se interessem mais pela matéria do que agora os do secundário. (Sofia)

O programa, [os professores do secundário] dizem que é sempre grande ... Que não têm tempo. Nota-se mais na Matemática. (Amélia)

No 9º ano estudava mais um *bocadote* porque tinha mais tempo, saía às quatro, quatro e meia e tinha a tarde toda pela frente, aqui saio quase sempre às seis e meia e já é noite e tenho que ir para casa. (Maria)

Os alunos afirmam trabalhar habitualmente nas aulas de modo individual ou em parceria com o colega de carteira, tal como faziam no 3º ciclo. Só nalgumas aulas de turno realizam trabalho em grupo.

Um aspecto interessante é a afirmação dos alunos de que no 10º ano têm que trabalhar muito mais a Matemática para ter o mesmo sucesso que no ensino básico. No entanto, alguns consideraram que estudavam mais fora da aula, no 9º ano, do que no 10º ano, pois sentem dificuldade em manter a organização a que estavam habituados.

Os professores falam sobre as causas do insucesso

Os programas e os alunos

Os alunos, quando chegam ao 10º ano, o programa tem alguma exigência ao nível de terem que trabalhar por eles um bocadinho fora da aula, e essa exigência é extremamente difícil de eles a aceitarem e tem sido cada vez mais difícil. (Antónia)

O nosso programa do secundário em quatro horas é para alunos que estão habituados a trabalhar. Explicasse e depois os miúdos vão trabalhar para casa. Simplesmente, são muito poucos os miúdos que trabalham. (Telma)

Os alunos que vêm para o 10º ano, há uma dificuldade que eles trazem que é a autonomia no trabalho, eles não a adquiriram; pegar numa coisa e trabalhar sozinhos, não trazem essa autonomia. (Patrícia)

Eles não fazem trabalhos de casa porque têm testes, se não têm testes arranjam outras desculpas, eu também compreendo com o horário que eles têm no 10º ano é complicado eles arranjam um bocadinho para estudar. Mas o que é verdade é que alguns arranjam, não é? (Piedade)

Os professores com quem falámos são unânimes em referir que o programa do 10º ano é extenso e exigente, difícil de cumprir com turmas grandes e com alunos pouco habituados a trabalhar com autonomia, tanto na aula, como fora dela.

No fundo, os professores do 10º ano consideram que as dificuldades de concretização do programa estão muito ligadas à falta de hábitos de trabalho dos alunos, à falta de autonomia e de iniciativa que estes manifestam quando são postos perante novas situações de aprendizagem, à dificuldade de trabalhar em grupo, de resolver problemas, de discutir e expor uma ideia, de fazer um trabalho mais reflexivo, tanto na aula, como fora dela. Outro aspecto que consideram grave é o esquecimento recorrente dos assuntos anteriormente leccionados. Dizem que, de ano para ano, a situação se tem agravado e reconhecem que o problema não é específico da disciplina de Matemática.

A exigência do 9º e do 10º ano

[Os alunos] acham que nós somos mais exigentes, que no 9º ano, o professor era menos exigente. Se calhar desculpava mais, fazia vinte testes de recuperação. Correu mal, faz um teste de recuperação e eles vêm muito nisso: não faz mal correr mal que a gente faz um teste de recuperação e recupera o outro. (Patrícia)

No 7º, 8º e 9º alguns deles, que têm algumas capacidades, até vão conseguindo adquirir alguns conhecimentos e aquilo vai entrando, eles vão tirando umas *notazinhas* e cada vez mais se vão convencendo que conseguem, sem trabalho. (Palmira)

Os miúdos vêm muito mal preparados. A razão não é o programa, é o sistema que se conseguiu com tudo isto, com a história do sistema do ensino obrigatório, com nivelar por baixo ... Facilitar, facilitar, facilitar, os miúdos são cada vez menos puxados. (Telma)

E a sensação que nós temos é ... vamos passar este aluno porque ele só vai tirar o 9º, não vai avançar mais do que isto ... e portanto vamos passando os alunos assim, um bocado ... por arrastamento. (Piedade)

Um professor que leccione uma turma de 9º ano tem uma atitude diferente relativamente a uma turma de 10º ano, mesmo que seja o mesmo professor. No 9º ano a turma está dividida entre alunos que estão na escolaridade obrigatória e alunos que querem seguir os estudos, tem que se arranjar um meio termo de exigência, não prejudicando aqueles alunos que eventualmente querem apenas ficar com o 9º ano. (Luís)

Eu acho que existe neste momento uma dificuldade maior que todas as outras e que é o que a sociedade pensa da escola, eu acho que se agravou profundamente nestes últimos tempos aquilo que a sociedade pensa da escola, a imagem que tem da escola, que é uma imagem extremamente negativa, eles pensam que se não tiverem explicador a algumas disciplinas não têm hipótese. (Antónia)

Todos os professores referem que o facilitismo que sentem no ensino básico propicia a falta de conhecimentos básicos e de hábitos de trabalho nos alunos. Há quem atribua esta situação à escolaridade obrigatória, referindo-o abertamente ou não, e quem coloque a ênfase no sistema de pouca responsabilização dos alunos que considera que se desenvolveu. Professores que leccionam ora básico, ora secundário, reconhecem ter atitudes e exigências muito diferentes para com os alunos dos dois ciclos. Consideram preocupante a má

imagem actual da escola e o facto de se estar a tornar socialmente aceitável que os alunos façam pouco esforço e o recurso sistemático à ajuda externa dos explicadores.

Cumprir o programa

Depois a nível de conhecimentos ... Depende das escolas donde eles vêm. Por exemplo há alunos que chegam ao 10º e não deram Estatística porque os professores fizeram a opção de não dar Estatística porque depois vai ser dada no 10º e há alunos que deram o programa. (Patrícia)

Eu acho que a maioria das pessoas não cumpre na totalidade o programa [de 9º ano], e quando não cumpre o programa o que fica é a parte mesmo da Geometria ... Ah! eles também vão dar isto no 10º ... (Luís)

Eu sei que é um daqueles capítulos [Geometria do 9º ano] que fica sempre, quase sempre por dar. Normalmente não temos tempo para dar. (Piedade)

A análise dos programas do 3º ciclo e do 10º ano, leva-nos a concluir que existe articulação nas suas orientações metodológicas. Ambos os programas propõem que se trabalhe a partir de problemas e situações experimentais, que se diversifiquem as formas de trabalho dentro e fora da sala de aula e também os instrumentos de avaliação. De facto, nenhum professor aponta a falta de articulação entre os programas do 3º ciclo e do ensino secundário como causa dos problemas existentes, referindo uma professora que o que é trabalhado nas aulas com os alunos tem mais a ver com o que os professores ou o grupo disciplinar decidem dar ou não dar do que com a desarticulação dos programas entre os dois níveis.

Por outro lado, os professores com experiência de ensino básico dizem que o programa do 3º ciclo nem sempre é cumprido, sendo o capítulo da Geometria aquele que mais frequentemente não é leccionado.

O cálculo

Mas para mim o mais preocupante é o cálculo porque há alunos [10º ano] que não conseguem trabalhar com números relativos, o que se torna, às

vezes, difícil de superar; se há este tipo de dificuldades ao nível do cálculo numérico, ao nível do cálculo algébrico as coisas são mais complicadas. (Patrícia)

Eu tenho alunos [10º ano] agora que não me sabem fazer uma conta com dois números com sinais simétricos... E quando eu peço para simplificarem uma fracção eles começam a olhar: Ah pois ... aquilo ... dividir ... (Piedade)

No que respeita a conhecimentos, os professores apontam que a lacuna mais grave dos alunos do 10º ano, que os impede de avançar no programa, é a sua dificuldade em utilizar técnicas básicas de cálculo que, supostamente, deviam dominar quando chegam ao ensino secundário. Também referem a falta de alguns conhecimentos básicos em Geometria, mas não lhe atribuem a mesma gravidade.

Os temas

E o que eu gosto sempre mais é a parte das Funções ... (Telma)

Ao capítulo das funções deveria ser dada mais importância porque é com as funções que nós vamos lidar ... Mais para a frente. (Piedade)

Eu acho que os alunos já têm uma imagem destas coisas e têm, ou trazem, uma imagem de que a Geometria é difícil ou então que não deram e eu estou a dizer isto porque acho que esta imagem introduz algumas dificuldades na Geometria. (Antónia)

Na Geometria, normalmente, eles sabem distinguir uma recta de uma semi-recta e de um segmento de recta, mas não trazem nomenclatura, aquelas notações para distinguir recta de segmento, isso não trazem ... Tentar visualizar é uma das dificuldades que eles também têm. (Patrícia)

A Estatística tem sempre uma imagem leve para eles. (Antónia)

A Estatística é importante só que depois não pega em nenhum assunto para seguir o secundário ... E se eles vêm com a Estatística [do 3º ciclo] eu acho que não era necessário um capítulo tão grande já que não tem um seguimento. (Piedade)

Dos temas do programa do 10º ano, aquele a que maioria dos professores atribui mais importância é o das Funções. É também o tema que mais directamente depende da capacidade de cálculo dos alunos. Em relação à Geometria, o aspecto que referem como mais problemático é a dificuldade de visualização no espaço. Uma professora refere ainda que muitos alunos trazem a ideia preconcebida de que a Geometria é uma matéria difícil, o que à partida é um entrave à aprendizagem. Todos os professores consideram que a Estatística não levanta qualquer dificuldade aos alunos. É um tema que normalmente é deixado para o final do 3º período e nem sempre é integralmente cumprido.

Os materiais

Tenho tentado sempre, no 10º ano, usar dois tipos de recursos para além da calculadora, que está prevista na disciplina: realizo uma ou duas actividades com os sensores e tenho utilizado nos últimos anos o Geometer Sketchpad na Geometria. Eu costumo sempre usar as duas coisas no 10º ano, os sensores e o Sketchpad. (Antónia)

Talvez o que seja mais complicado trabalhar com eles é, para mim, sem dúvida, trabalhar com a calculadora gráfica e ensinar-lhes. Porque eles, qualquer coisa que fazem se a máquina não está como a minha ... Confusão! A turma é grande ... Apesar de a gente fazer aquilo em aulas de turnos, mesmo assim, são à volta de 11, 13 alunos ... é complicado. Para mim, é o que se torna mais complicado, trabalhar com eles. (Piedade)

Utilizei o cubo em acrílico ... Acho que foi só uma aula, não tenho a certeza, mas eu acho que, por exemplo, essa aula era interessante mas como actividade fora do limite que nós temos de horas ... Porque é uma actividade engraçada ... (Piedade)

Um aspecto importante do programa do 10º ano é o uso da tecnologia, nomeadamente da calculadora gráfica. Todos os professores fazem referência à sua utilização, contudo depreende-se que nem todos têm o mesmo à-vontade neste domínio. Há

professores que além de utilizarem a calculadora gráfica planeiam actividades experimentais que envolvem a *Internet*, *software* de Geometria e sensores, mas também há outros que ainda sentem dificuldades em introduzir o trabalho com a calculadora. Em relação a outros materiais, os professores referem o uso do livro de texto, de fichas de trabalho e, na Geometria, falam de materiais manipuláveis, dizendo não os usar frequentemente por falta de tempo. Todos consideram que as turmas são grandes e referem que as aulas de turno, ao funcionarem com menos alunos, são as mais indicadas para realizar tarefas que envolvam a utilização quer de tecnologia, quer de outros materiais, constituindo momentos privilegiados para realizar trabalhos em grupo.

As nossas conclusões

As dificuldades sentidas pelos alunos no início do ensino secundário prendem-se, na opinião dos professores, fundamentalmente, com aspectos de carácter geral que passam pelo pouco empenho, pela falta de hábitos de trabalho, e pela falta de autonomia e iniciativa que os alunos manifestam quando são postos perante novas situações de aprendizagem. Os professores apontam como lacuna grave, a nível de conhecimentos, a dificuldade que os alunos têm em utilizar técnicas básicas de cálculo e também aludem, embora com menos ênfase, à falta de alguns conhecimentos básicos em Geometria.

Por sua vez, os alunos consideram que a Matemática do ensino secundário é mais difícil do que a do ensino básico. Dizem não sentir continuidade entre as matérias dadas no 9º ano e as que estão a dar no 10º, ao contrário do que sentiram durante o 3º ciclo. Sentem que têm que trabalhar muito mais no 10º ano para ter o mesmo sucesso que no ensino básico e que têm dificuldade em gerir o tempo. Contrariamente à opinião dos professores, os alunos não reconhecem ter dificuldades com o cálculo e referem a Geometria como o tema menos trabalhado no ensino básico e onde têm as maiores dificuldades, nomeadamente, no campo da visualização no espaço. Reconhecem a importância da Mate-



mática e quase todos dizem gostar, mas têm dela uma visão redutora, pois centram a sua atenção essencialmente no cálculo.

Os alunos consideram que o professor do 10º ano é muito mais exigente no que se refere ao trabalho, quer na aula, quer em casa, e na avaliação. Como uma das principais dificuldades e causa do seu insucesso no 10º ano, identificam o ritmo com que decorrem as aulas comparativamente às dos anos anteriores. Não apontam diferenças significativas nos métodos de trabalho na sala de aula em relação ao ano anterior, excepto na falta de prática—consideram muito insuficiente o número de exercícios que resolvem na aula sobre as várias matérias no 10º ano.

Ao longo do nosso estudo, fomos deparando com a existência de situações muito díspares no que se refere à implementação dos programas. Apercebemo-nos que, nas escolas, não é comum existir trabalho colaborativo organizado entre os professores. Por exemplo, a preparação das aulas não é encarada como

uma tarefa do grupo de professores que leccionam o mesmo ano. Existe apenas uma calendarização a longo prazo, troca de materiais e conversas informais sobre o andamento das aulas. Nas reuniões de grupo, não se discutem, habitualmente, questões relativas à prática de sala de aula. Encontrámos professores que planificam aulas com formas de trabalho diversificadas, mas a maioria diz *não ter tempo para nada*. Como as turmas são grandes, alguns professores consideram os turnos fundamentais para as actividades experimentais e outros encaram-nos como uma oportunidade para resolver mais exercícios. A utilização da calculadora está generalizada mas tem diferentes níveis de utilização. Uma ideia que ainda transparece com frequência é que, em muitas turmas, é fundamentalmente usada como um instrumento auxiliar de cálculo, facilitador dos cálculos.

Apercebemo-nos ainda que, no que se refere aos conhecimentos no 3º ciclo, os professores privilegiam o cálculo, desvalorizam a Geometria e com muita frequência não chegam ao fim do programa. No 10º ano, os

professores reconhecem maior importância ao tema Funções, desvalorizam a Estatística e têm uma enorme preocupação com o cumprimento do programa.

Para terminar, pensamos que as escolas podem promover a reflexão conjunta entre professores do 3º ciclo e do ensino secundário sobre os problemas da transição entre o 9º e o 10º anos, nomeadamente o que se trabalha e como se trabalha em cada um dos ciclos, o que se pode e deve exigir a nível de conhecimentos, como fomentar hábitos de trabalho ... Em suma, é importante que os professores dos dois ciclos discutam o que poderão fazer para apoiar os alunos a vencer as dificuldades sentidas nesta transição e tomem iniciativas concretas neste sentido.

Ana Vieira Lopes
Esc. Sec. David Mourão Ferreira

Maria Lúcia Grilo
Esc. Sec. D. João II

Teresa Carrilho da Graça
Esc. Sec. António Arroio

CASIO CALCULADORAS PARA O ENSINO

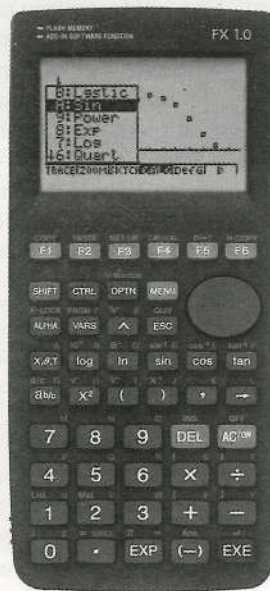
A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado, perfeitamente adaptada ao ensino em Portugal. Prestamos apoio constante a professores e escolas, através de várias acções técnicas e pedagógicas do programa educacional Casio.

GRÁFICAS



CFX 9850 Gb Plus

- Visor a cores
- 32 Kb Ram + 28 Kb Rom
- Estatística Avançada
- Cálculo Financeiro
- Matrizes
- Complexos
- Raízes Reais e Complexos
- Derivados
- Cónicas
- 10 Modelos de Regressão
- Biblioteca Incorporada
- Ligação a PC, Analisador de Dados, e Vídeo/TV
- Modelo com Painel para Retroprojector



FX 1.0 Plus

- Memória Flash 768K + 144K Ram (cerca de 1 Megabyte)
- Excelente Visor Monocromático
- Funções Gráficas de Alto Nível
- Rápido Acesso aos Menus e Diversas Opções
- Gráficos Dinâmicos e Duplas – Cónicas – Complexos
- Estatística – Equações até 30 Incógnitas
- Matrizes – Integração – Cálculo Diferencial
- Operações Lógicas – Programação Tipo Basic
- Actualização pela Internet com Programas e Aplicações
- Linguagem de Trabalho e Aplicação da Linguagem Portuguesa (download da Internet)

e ainda: FX 7450 G, FX 9750, Álgebra FX 2.0

ACESSÓRIOS P/ GRÁFICAS

CABO SB 87

Ligação a PC das gráficas CASIO com software FA123

TV/VÍDEO - Vi 9850 G

Ligação a TV e Vídeo projector da CASIO CFX 9850 Gb Plus

KITS PARA RETROPROJECTOR

Conjunto Máquina + Data Display + cartão emulador

ANALISADOR DE DADOS

Recolha de Dados vários com sondas incluídas e ligação das gráficas CASIO; Analisador EA-100, Sensor de Movimento EA-2, Sensores da Vernier

CIENTÍFICAS



FX 82

FX 570

FX 350

- Científicas de alto nível,
Simples, Económicas,
Poderosas
- Visor com 2 linhas

ELEMENTARES



HS 8 ER

HL 820 ER

SL 450

- Robustas
- Económicas
- Modelos ER com cálculo de EUROS

P.E.C. Programa Educacional CASIO

Apoio Técnico e Pedagógico - Programa de Empréstimos - Cursos de Formação

O PEC - Programa Educacional CASIO, numa das suas várias vertentes, desenvolve **cursos de formação** (gratuitos), tendo como objectivo familiarizar a classe docente com a tecnologia das calculadoras gráficas e a sua aplicação aos novos programas de matemática.

O programa de cursos de formação desenvolvido pela CASIO, conta com o apoio de uma Equipa de Professores de Matemática a nível nacional, que não só realizarão os cursos como **também responderão a qualquer solicitação técnica e/ou pedagógica.**

CONTACTOS

APOIO PEDAGÓGICO
POR TELEFONE:

213 122 868

E-MAIL:

ana.margarida@beltraoc.pt

CASIO Japão: ACTIVIDADES DOWNLOADS

www.casio.co.jp/edu_e/



**BELTRÃO
COELHO**

Lisboa, Porto, Barreiro, Braga,
Aveiro, Coimbra, Santarém, Setúbal,
Faro, Funchal e Sintra
www.beltraoc.pt

Currículo de Matemática e formação de professores

Mesa Redonda

Esta Mesa Redonda pretende fazer um ponto da situação sobre dois aspectos centrais para o ensino da Matemática em Portugal: O currículo e a formação dos professores. O currículo de Matemática teve uma mudança substancial no início dos anos 90 (novos programas para todos os ciclos), seguido de um importante ajustamento no ensino secundário em 1997. Mais recentemente tivemos novas orientações curriculares para o ensino básico (2001) e novos programas para o ensino secundário (Matemática A e B, Matemática Aplicada às Ciências Sociais—MACS). No que se refere à formação de professores, nos últimos dez ou quinze anos, tirando o surgimento e desaparecimento do INAFOP e algumas mudanças que entretanto surgiram na regulamentação da formação contínua (novas modalidades como oficinas e círculos de estudo), não há grandes mudanças a registar.

A Mesa Redonda decorreu virtualmente e foi conduzida por João Pedro da Ponte, da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Foram convidados a dar a sua visão sobre estes assuntos Olívia Sousa, professora do 4º grupo do 2º ciclo do ensino básico na Escola Básica 2,3 de S. Julião da Barra, Isabel Fevereiro, professora de Matemática da Escola Secundária de Josefa de Óbidos, em Lisboa, Cristina Loureiro, da Escola Superior de Educação de Lisboa e Henrique Manuel Guimarães, da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Uma crítica que tem sido feita aos documentos curriculares portugueses é que as finalidades do currículo de Matemática não são muito claras em nenhum dos ciclos de ensino. Concorde com essa crítica? Porquê? Em caso afirmativo, que mudanças acha que deveriam existir nessas finalidades, em cada um desses níveis de ensino?

Cristina — Concorde em parte. No que respeita ao Ensino Básico, parece-me que as grandes finalidades do currículo estão claras no documento do Currículo Nacional. Reconheço que, ao entrar na parte específica dos Temas Matemáticos, há algumas incoerências com as finalidades iniciais e por isso mesmo uma perda de clareza. Por exemplo, os Temas Matemáticos referem-se apenas aos aspectos tradicionais do conteúdo matemático, do tipo Números, Funções, Geometria, entre outros, não havendo qualquer explicitação específica de conteúdos próprios do raciocínio matemático. Uma mudança possível será criar

Temas Matemáticos com este tipo de conteúdos, à semelhança das *Normas 2000*. Considero que na Matemática há instrumentos de raciocínio que é necessário aprender a usar, e que são transversais aos objectos sobre os quais se raciocina. Estes instrumentos não estão explicitados nos documentos curriculares portugueses. Penso que as orientações curriculares para o Ensino Secundário deveriam seguir uma orientação análoga. Em qualquer nível de ensino, os documentos curriculares deveriam seguir a mesma matriz orientadora. Isso facilitaria, naturalmente, a compreensão e a articulação entre ciclos.

Isabel — Não concordo com a crítica. As finalidades dos currículos de Matemática apontam genericamente para a promoção e desenvolvimento de competências, atitudes e conhecimentos fundamentais na formação de qualquer jovem tendo em atenção: o contributo particular do ensino da Matemática na educação, pelos princípios e métodos de trabalho praticados; a importância da Matemática

na escolha da profissão dado que é parte fundamental da cultura humanística e científica actual; o contributo específico da Matemática, como base essencial e necessária de todos os grandes sistemas de interpretação da realidade, na formação de cidadãos capazes de uma intervenção social e responsável e um conceito moderno de literacia matemática na mesma linha do que foi definido no estudo PISA (capacidade individual de identificar e compreender o papel da Matemática no mundo, de tomar decisões e ajuizar matematicamente de uma forma bem fundamentada, de interiorizar a Matemática como elemento fundamental na vida de forma a dar resposta a necessidades actuais e futuras de uma forma construtiva e responsável).

Henrique — Concorde. Os programas que hoje temos trouxeram a este respeito algum progresso mas a crítica a meu ver é pertinente e, diga-se, já foi feita em diversas ocasiões mesmo antes da sua publicação.

Desde logo, é muito exíguo o espaço dedicado às finalidades nos programas¹ — não chega a meia página — e desadequada a forma como são apresentadas (especialmente no caso do ensino secundário²): uma simples *lista* que meramente as enumera. Para além disso, algumas das suas formulações são de facto demasiado vagas ou pouco claras. É disto exemplo o “*facultar processos de aprender a aprender ...*” e sempre me perguntei sobre o que se querará dizer com “*promover a estruturação do indivíduo no campo do pensamento ...*” (programas do 2º e 3º ciclos).

Acresce ainda que nas cinco finalidades propostas só duas se podem associar especificamente à Matemática e apenas numa delas aparece a menção a esta disciplina. Julgo que a generalidade excessiva das finalidades, e sobretudo o facto de não evidenciarem, pelo menos no seu conjunto, um vínculo com a Matemática, faz com que percam relevância e tendam a ser pura e simplesmente esquecidas. Quem se lembra das finalidades que estão nos programas?

Assim, em primeiro lugar, seria a meu ver muito vantajoso existir um enquadramento das finalidades propostas de forma a proporcionar algum esclarecimento e justificação do conjunto escolhido, explicitando os pressupostos ou princípios, em particular sobre a Matemática e a educação, que nortearam a escolha.

Há igualmente necessidade de clarificar o *conteúdo* das finalidades propostas, eventualmente com um texto curto que explicite o significado de cada uma. Mas, o que me parece mais importante é que no conjunto escolhido não se dilua a relação com a Matemática, ficando claro qual a contribuição desta disciplina na formação dos alunos no quadro da escolaridade obrigatória que a nova lei de bases alargou para doze anos. Haverá assim mais garantias de um melhor entendimento da sua pertinência e de uma maior interiorização da sua relevância como elementos orientadores da prática de ensino. Para este entendimento e interiorização, é todavia necessário (em outra parte do programa, naturalmente) uma melhor explicitação da forma como em cada

um dos grandes temas matemáticos, as finalidades (e os objectivos gerais) podem ser trabalhadas.

Olivia — Tendo em conta as múltiplas interpretações com que as finalidades do currículo de Matemática têm sido entendidas, é lógico pensarmos que elas não estão definidas de modo muito claro. Esta multiplicidade de interpretações resulta, na minha opinião, do quadro conceptual de quem lê os documentos curriculares, à imagem do que acontece com qualquer texto escrito. Não me parece que seja possível conseguir uma redacção dessas finalidades em termos tão objectivos que não deixe lugar a qualquer margem de ambiguidade. As finalidades do ensino da Matemática remetem-nos para aspectos tão abrangentes que é inevitável que da sua leitura resultem interpretações subjectivas, condicionadas pela ideia que cada um tem sobre a Matemática e a Didáctica da Matemática. Na minha perspectiva, qualquer alteração dos documentos escritos, por mais cuidadosa que seja, dificilmente irá produzir mudanças a nível das concepções dos professores e, como tal, a nível das interpretações que se podem fazer dessas mesmas finalidades. Para mim, mais importante do que alterar os documentos escritos, será a procura de estratégias orientadas para o desenvolvimento de concepções da Matemática menos tradicionais.

Uma ideia central do novo Currículo nacional do ensino básico, publicado em Setembro de 2001, é a do desenvolvimento de competências. Este documento curricular indica, nomeadamente, que um dos objectivos da escola é o “desenvolvimento da competência matemática” dos alunos. Parece-lhe que esta noção de competência traz, de facto, uma mais-valia significativa ao ensino da Matemática em Portugal? Essa mais valia tem sido visível na prática profissional dos professores? O que tem contribuído, na sua opinião, para que isso aconteça, ou não aconteça?

Isabel — Acho que sim. A centralização das finalidades do currículo do básico (e aqui refiro-me essencialmente ao 3º ciclo) no desenvol-



vimento de competências e, em particular, a ideia do que é ser hoje matematicamente competente obriga a que se olhe de maneira diferente para os programas e implica mudanças de práticas pedagógicas mais adequadas às necessidades e interesses dos alunos que hoje frequentam a escola, abrindo espaço a uma maior diversificação dessas práticas, atendendo à enorme diversidade cultural dos alunos. Esta ideia pode ser a chave para estimular e modernizar a aprendizagem da generalidade dos alunos e em particular dos alunos com grandes dificuldades. Apesar de ser uma mais valia importante, os seus efeitos não são ainda visíveis porque ainda não foi aceite nem interiorizada pelos professores, dado que obriga a novas práticas pedagógicas onde não se sentem à vontade e nas quais não acreditam. Seria muito interessante a implementação de um programa de formação do tipo do acompanhamento local que foi feito para o secundário.

Olivia — Também aqui penso que a ideia que cada um de nós tem sobre a competência matemática que os alunos devem desenvolver, depende da nossa própria concepção da Matemática. Se a identificarmos com uma exímia capacidade de cálculo, continuaremos a apostar numa prática de repetição de exercícios de rotina, independentemente dos objectivos da escola estarem definidos em termos de competências ou não. Pelo contrário, se considerarmos que essa competência vai além do domínio das técnicas de cálculo e envolve o desenvolvimento de processos com-

plexos de pensamento, como a reflexão e a tomada de decisões, teremos necessariamente de adoptar práticas diferentes, também elas reflectidas e geridas de acordo com as características das nossas turmas.

Na minha opinião, a introdução do conceito de competência no currículo, só por si, não terá originado práticas mais inovadoras, a não ser no caso dos professores que já tinham uma concepção da Matemática menos tradicional. Nestes casos, ainda pouco frequentes, a ideia de competência matemática terá funcionado como uma mais valia para o ensino desta disciplina pelo enquadramento teórico e pelas reflexões que proporcionou. No entanto, penso que a grande maioria dos professores limitou-se a integrar a expressão *competência matemática* nos seus discursos, sem que tal se tenha tornado visível nas suas próprias práticas.

Henrique — Um dos progressos mais significativos dos actuais programas em relação aos anteriores terá sido assumirem que o ensino da Matemática deve promover nos alunos não apenas a aquisição de conhecimentos mas também o desenvolvimento de capacidades e de atitudes. Conhecimentos, capacidades e atitudes são explicitamente considerados como *conteúdos de aprendizagem* — opção neles afirmada como a “*a alteração fundamental*” face aos que os antecederam — que, como também reconhecem, “*deverão ser tratados de modo integrado*” na prática pedagógica (estou a referir-me aos programas para o 2º e 3º ciclos).

Estamos com certeza ainda longe de conseguir esta integração e as inconsistências e outras fragilidades que, a este respeito, foram apontadas aos programas em vigor em nada a favorecem. Em particular, o alargamento proposto do conceito de *conteúdo de aprendizagem*, visando a valorização de dimensões da aprendizagem habitualmente pouco consideradas, tem pouca consequência nos desenvolvimentos programáticos propostos para os vários anos de escolaridade que contêm poucos elementos de apoio específico para o trabalho nessas dimensões.

A ideia de competência consagrada no *Currículo nacional do ensino básico* com o sentido de uma “*noção ampla que integra conhecimentos, capacidades e atitudes*”, ou, no caso da disciplina de Matemática, a consideração de que “*ser matematicamente competente envolve de forma integrada um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos*” relativos a essa disciplina, vem reforçar a valorização de uma abordagem integradora no ensino da Matemática.

A análise e discussão que é feita no *Currículo nacional* a propósito das competências (gerais e específicas), bem mais detalhada e aprofundada que nos documentos programáticos anteriores, é sem dúvida uma mais-valia importante mas julgo que a sua visibilidade no ensino e o grau de penetração nas práticas escolares são ainda muito reduzidos.

A apropriação das orientações curriculares é sempre um processo demorado, difícil e muitas vezes problemático. A proposta de um novo documento ainda sem que tenha sido realizada uma avaliação dos programas anteriores e *sobreposto* a eles, tem fortes probabilidades de gerar dificuldades. Sobretudo se levanta problemas de compatibilidade, como julgo que é o caso.

Parece-lhe que este Currículo nacional é compatível com os programas actualmente em vigor (datados de 1991) ou exigiria a revisão desses programas? Porquê? Em caso de revisão, em que direcção deveria esta seguir?

Olívia — Se entendermos o programa como a listagem dos conteúdos que é recomendável abordar, não me parece que haja grande incompatibilidade, desde que a sua leitura seja feita com base nos princípios expressos no *Currículo nacional*. O mesmo não acontecerá se seguirmos com rigor as recomendações e sugestões metodológicas expressas nos documentos curriculares de 1991 (refiro-me apenas ao programa de 2º ciclo), onde os conteúdos estão espartilhados e são recomendados tempos de abordagem para cada tema. Penso que também aqui, a diferença está no

modo como o professor interpreta essas orientações. No entanto, penso que é necessário e urgente proceder-se à revisão dos programas, no sentido de lhes conferir uma maior coerência com a filosofia em que se sustém o *Currículo nacional* e de se procurar uma uniformização dos termos e conceitos utilizados.

Cristina — Penso que o currículo nacional é compatível, mas é desejável e urgente uma revisão destes programas. O currículo foi escrito numa tentativa de conciliação e, em meu entender, isso teve como consequência a permanência da sobrevalorização dos aspectos de conhecimento matemático que já referi. Há vários pontos críticos no programa que não foram resolvidos no currículo nacional. Destaco (1) o excessivo peso do cálculo algorítmico, (2) a falta de orientações e de valorização do cálculo mental apoiado em papel e lápis mas sempre baseado na valorização dos processos pessoais de cálculo, (3) a ligação das grandezas e medidas à geometria que determinam a submissão desta às primeiras, contribuindo para a desvalorização deste conteúdo.

A revisão deveria seguir com duas orientações. A valorização das experiências de aprendizagem e dos processos de raciocínio matemático, a desvalorização de alguns conteúdos matemáticos. Além disso, a meu ver, é indispensável a explicitação de conteúdos ao nível da características do raciocínio matemático, como por exemplo, generalização, indução, dedução, demonstração, visualização, raciocínio proporcional, raciocínio algébrico, etc.

Henrique — Penso na verdade que, como acabei de referir, a proposta do *Currículo nacional do ensino básico* levanta problemas de compatibilidade com os programas ainda em vigor. Por exemplo: quais são as finalidades que norteiam o ensino da Matemática na educação básica, as duas do *Currículo nacional* ou as cinco dos programas? E, relativamente aos conhecimentos, capacidades e atitudes a desenvolver, o que é que conta, os objectivos gerais destes programas ou o desdo-

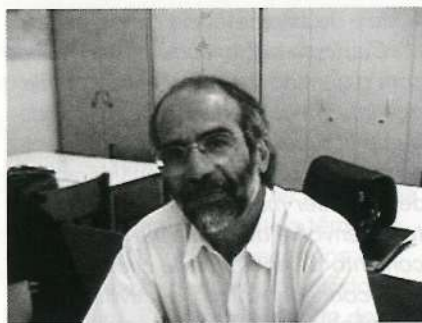
bramento da *competência matemática* que é feito em cada um dos tópicos matemáticos específicos no *Currículo nacional*?

Julgo que se justifica uma revisão dos programas aproveitando e integrando aspectos significativos da proposta do *Currículo nacional do ensino básico* com o que ganharia clareza e coerência. Sem querer naturalmente esgotar o assunto, refiro-me nomeadamente:

- à formulação das finalidades (com o respectivo enquadramento e justificação e explicitando, como é feito no *Currículo nacional*, a sua relação com a Matemática);
- à explicitação, nos diferentes ciclos, da forma como em cada um dos tópicos matemáticos dos programas as capacidades, as atitudes e os conhecimentos podem ser desenvolvidos;
- à caracterização dos diferentes tipos de experiências de aprendizagem a que os alunos devem ter acesso, acrescentando o raciocínio matemático e a representação matemática, dimensões transversais que a meu ver estão ausentes ou com pouca visibilidade na proposta do *Currículo nacional*.

O que lhe parece do facto dos alunos de artes e humanísticas, no ensino secundário, terem deixado de ter a disciplina de Métodos Quantitativos? Na sua opinião, por que terá isso acontecido?

Henrique — A disciplina de Métodos Quantitativos nasceu em 1991 e, se me lembro bem, o seu programa foi tanto ou mais criticado do que o de Matemática, também para o ensino secundário (recordo, em particular, a exclusão da Geometria). A ideia que me ficou do que pude acompanhar em escolas e junto de professores é que a disciplina de Métodos Quantitativos nunca foi bem vista pelos alunos — era, *escondida* pelo nome; a Matemática que não queriam ter — e também pela generalidade dos professores, sobretudo, julgo, devido a desmotivação acrescida que encontravam nos alunos que a frequentavam.



Como sabemos, muitos alunos chegam ao 10º ano com uma experiência de insucesso em Matemática e com uma relação negativa com esta disciplina. Alunos que se querem *ver livres* da Matemática dificilmente verão com bons olhos a ideia de continuar a estudar esta disciplina, mais ainda se nada do que lhe for proposto for significativamente diferente daquilo que receberam até aí.

Esta situação e uma concepção muito generalizada e enraizada de que a Matemática é sobretudo uma disciplina instrumental — o que se aprende serve (vai servir), para continuar os estudos em Matemática, para o estudo em outras disciplinas, para a *vida real*, do dia-a-dia, para o exercício da profissão etc., etc. — cria um *caldo* cultural que favorece a referida rejeição nos alunos e a legitimação da exclusão de uma disciplina que *visivelmente* não vai servir para o curso que esses alunos pretendem tirar ou para a profissão que pretendem exercer.

Nesta perspectiva, acabar com uma disciplina de Matemática para os alunos de artes e humanísticas é uma decisão *politicamente correcta* (que, para além disso, dá jeito do ponto de vista financeiro). Se virmos o estudo da Matemática como um contributo indispensável para desenvolver nos alunos uma melhor compreensão do mundo natural e humano e maior capacidade de o apreciar e nele intervir criticamente com autonomia e confiança, julgo que a decisão é educativamente incorrecta, sobretudo no quadro de uma escolaridade básica que, como é sabido, vai em breve ser alargada para os 12 anos.

Cristina — Penso que ao nível do Ensino Secundário todos os alunos deveriam ter uma disciplina de Matemática. Esta deveria ter um currículo bastante flexível, adequada a interesses da área de estudos dos alunos, mas com grandes orientações muito fortes e claras ao nível das experiências de aprendizagem e dos processos de raciocínio matemático. Como não é este tipo de orientação que foi seguida para os programas das disciplinas de Matemática A e B, bem como das MACS, que são programas muito fechados, e não é esta também a nossa tradição nos programas, penso que terá havido alguma dificuldade em criar consensos na fundamentação de um programa para as áreas Artísticas e Humanísticas, tendo-se acabado por deixar cair esta possibilidade.

Também não há experiência significativa de reflexão sobre o tipo de Matemática que será importante trabalhar com alunos que não vão seguir cursos com componentes matemáticas. Será necessário investigar que tipo de Matemática é útil aos cidadãos comuns, a profissões sem necessidade explícita de formação matemática. É necessário investigar que contributos, tanto ao nível do desenvolvimento de capacidades de raciocínio como ao nível do desenvolvimento da competência matemática, proporcionam determinadas experiências matemáticas.

É habitual comentar-se que as pessoas que têm Matemática no Ensino Secundário pensam melhor. Poderá ser interessante compreender o significado desta melhoria e as mais valias que o trabalho matemático poderá dar. Uma coisa é certa, ainda é necessário desmontar a ideia de que os raciocínios quantitativos, ou identificados como raciocínios matemáticos, são só para alguns e que há coisas elementares que só alguns podem fazer.

Além destes aspectos, a estreita ligação Matemática/tecnologia apresenta um campo cheio de potencialidades para todos os alunos do Ensino Secundário que assim fica cerceado.

Isabel — O desaparecimento dos Métodos quantitativos? Tenho pena, não pelo desaparecimento da disciplina em si mas pelo vazio criado na formação destes alunos. O desenvolvimento de competências matemáticas é pela sua importância um direito de todos. Os alunos das Ciências Sociais poderão optar por MACS e os de Artes poderão optar por Matemática B (embora pessoalmente pense que na maioria dos casos isso não acontecerá). Os de literatura verão a sua formação ficar ainda mais pobre do que já era. Gostaria muito de ter visto os alunos de literatura com a possibilidade de acesso a um programa de MACS e não faz qualquer sentido os alunos do agrupamento das artes poderem optar por não terem Matemática. Não me parece que o desaparecimento da disciplina seja consequência de algo inerente à própria disciplina mas antes a opções políticas e educativas que considero prejudiciais à formação destes alunos.

Pensa que o enquadramento jurídico geral da formação inicial e contínua de professores, e a sua concretização prática, através das instituições do ensino superior e dos centros de formação, corresponde às necessidades das nossas escolas? Ou pensa que deveriam haver mudanças substanciais num ou noutro destes aspectos? Porquê?

Olívia — Não me parece que os problemas da formação inicial e contínua de professores estejam directamente relacionados com o seu enquadramento jurídico nem com as instituições que a concretizam. Se, à partida, somos levados a crer que nas instituições de ensino superior a qualidade científica da formação é



melhor, também podemos pensar que isso acontece em detrimento de uma menor ligação com as práticas e com as realidades das escolas.

Na minha opinião, também aqui os problemas têm a ver com concepções, mas agora com as dos formadores. De um modo geral, tal como os professores, também os formadores se mantêm presos a práticas tradicionais, não sentindo necessidade de lhes introduzirem grandes inovações. Estas situam-se mais a nível dos discursos e não chegam a ter reflexo nas práticas dos professores. Em vez de *formação de professores*, dá-se *informação aos professores* e essas informações, na minha opinião, não geram necessidade de mudança das práticas. Para além disso, o discurso dos formadores, de um modo geral, não é coerente com a sua própria prática.

Cristina — Os responsáveis pela formação inicial e contínua de professores não têm sabido encontrar formas de responder aos problemas educativos portugueses e às necessidades dos professores e das escolas. Em meu entender, são necessárias medidas centrais inovadoras e exigentes. Destaco três orientações: maior ligação entre as escolas e a investigação; apoio continuado ao trabalho nas escolas; enquadramento dos professores recém-formados.

O enquadramento jurídico da formação contínua não distingue o empenhamento e investimento da acomodação. Não tem regras de exigência, nem critérios de distinção. Se juntarmos a estas falhas a forma de entrada na profissão, com um simples diploma de licenciatura, podemos entender como a situação da formação é preocupante.

Defendo que um diploma de professor deveria ser atribuído provisoriamente ao fim de quatro anos de formação. Após esta primeira etapa, os profissionais seriam apoiados pelas escolas de formação durante três anos, em situação de exercício da profissão numa escola. Este apoio permitiria desenvolver projectos de formação com as escolas de recepção que contribuiriam também para a formação contínua

dos professores dessas escolas. Se pensarmos que a inovação e a investigação estão ligadas, e que a investigação está centrada nas escolas de formação, podemos pensar que o acompanhamento dos professores recém-formados facilitaria o estabelecimento de redes de formação, valorizaria o papel de intervenientes diversos nesta etapa de formação e facilitaria a realização de projectos nas escolas.

O acompanhamento dos professores do ensino secundário, que correspondeu à introdução do programa reajustado de 1997, na sua perspectiva, foi um processo adequado de formação dos professores para leccionar este programa? Ou considera que teriam sido mais vantajosas outras iniciativas? Quais? Porquê?

Isabel — O acompanhamento local de Matemática deixou uma marca profunda nas práticas pedagógicas de muitos professores em muitas escolas, e foi uma forma de falar, discutir, e trocar ideias sobre o ensino de Matemática. Foram formados aproximadamente 100 professores acompanhantes locais (a quem foi dada formação específica no ensino da Matemática ao longo de 5 anos) espalhados por todo o país que são hoje sementes de inovação nas suas escolas. Não chegou a todos? Claro que não, mas não conheço nenhum outro projecto que tivesse chegado tão longe, envolvido tantas escolas e tantos professores e tivesse conseguido tanto num tão curto espaço de tempo (basta pensar na generalização do uso da calculadora gráfica e o facto de que poucos países europeus conseguiram o mesmo). Tenho pena, isso sim, que não se tenha implementado um projecto semelhante para os professores do 3º ciclo. A falta que isso faz!

Uma crítica que tem sido feita, repetidamente, à formação de professores, é que ela tem, de um modo geral, uma ligação muito ténue com a prática pedagógica que se desenvolve no dia-a-dia. Concorda com essa crítica? Ou acha que os problemas da formação de professores são de outra ordem? Porquê?

Olivia — Uma formação de professores capaz de responder às necessidades das escolas pressupõe um movimento de duplo sentido entre as instituições formadoras e os professores: as instituições devem organizar a formação de acordo com as necessidades dos professores que, por sua vez, as devem fazer chegar às instituições. Normalmente estas duas vias não são percorridas: nem as instituições disponibilizam a formação mais urgente, por incapacidade para identificarem as necessidades das escolas, nem os professores reconhecem as suas necessidades e, os poucos que o fazem, nem sempre fazem chegar essa informação às instituições. Na minha opinião, o maior problema da formação reside precisamente neste último aspecto: em lugar de constituir uma necessidade inerente ao seu próprio desenvolvimento profissional, a formação constitui uma imposição para se progredir na carreira. O questionamento sobre a prática não faz parte da nossa cultura profissional. De um modo geral, não temos dúvidas acerca da adequação dos nossos métodos de ensino, pelo que não sentimos necessidade de os mudar. Durante os meus 27 anos de professora não me recordo de ouvir alguém pôr a hipótese de que os seus alunos não tinham aprendido porque o seu método de ensino não tinha sido o melhor. Se os alunos não aprendem é porque não estudam ou vêm mal preparados e não desenvolveram hábitos de trabalho, ou ainda porque as turmas são grandes e as escolas não têm condições. Então, para quê mudar as práticas e correr riscos desnecessários, como o incumprimento dos programas? Como tal, não havendo necessidade de mudar as práticas, a formação passa a centrar-se na aquisição de um discurso mais

consentâneo com as actuais teorias da educação.

Isabel — Não acho que isso tenha sucedido com o acompanhamento de Matemática, pois era exactamente o que se fazia. Mas acredito que no modelo de formação existente muitas vezes a formação está longe das práticas pedagógicas e é verdade que eu própria quando procuro formação tenho dificuldade em encontrar acções inovadoras que estejam ligadas aos problemas do dia a dia na aula de Matemática. Parte dos problemas da formação de professores poderá passar exactamente por aqui.

Cristina — Não concordo com esta crítica, embora reconheça que os modelos de formação variam de escola para a escola e que por isso haja situações com uma ligação muito ténue com a prática pedagógica. Na minha experiência de formação inicial, a ligação estabelece-se a três níveis: o trabalho e estudo sobre situações reais de aprendizagem nas disciplinas de carácter metodológico; o acompanhamento das práticas pedagógicas pelos professores que leccionam as metodologias; a realização de acções de formação contínua para um aprofundamento do conhecimento da realidade. Se os docentes que intervêm na formação de professores desempenharem estes três papéis poderão estabelecer fortes ligações com a prática pedagógica.



Para mim os problemas da formação estão maioritariamente na etapa posterior, isto é, na integração na profissão. Esta perspectiva não significa que não reconheça também problemas na formação inicial, nomeadamente há forma como são construídos os currículos, à sua grande comparti-

mentação e falta de ligações entre as disciplinas teóricas.

Henrique — Referindo-me apenas à formação inicial de professores, julgo que a componente da prática pedagógica nessa formação tal como ela está prevista nas universidades que a prestam é significativa. O estágio pedagógico tem a duração de um ano e existem disciplinas em algumas licenciaturas de ensino ostensivamente relacionadas com essa prática.

A meu ver, mais importante do que reforçar a componente da prática pedagógica, importa tirar melhor partido dos espaços já previstos onde ela tem lugar. Por exemplo, melhorar o acompanhamento das actividades do estágio, a articulação escola-universidade, a formação dos orientadores da parte das escolas e o apoio ao desenvolvimento da sua actividade de supervisão. E conseguir uma melhor articulação entre as disciplinas com forte relação com a prática e aquelas que o não têm, pelo menos, ao nível da formação didáctica.

Relativamente aos espaços disciplinares que por natureza não possuem uma relação ostensiva à prática pedagógica (especialmente se se tratarem de disciplinas da área da didáctica da Matemática), há naturalmente toda a vantagem em melhorar a integração de elementos dessa prática. Sem esta integração, dificilmente serão relevantes para o desenvolvimento da capacidade de análise, reflexão e problematização das questões que o futuro professor irá enfrentar no exercício da sua profissão.

Algo que me parece que também merece questionamento é a formação matemática dos futuros professores. Os alunos que recebo com três anos de formação específica em Matemática, apresentam-se com uma cultura e experiência matemáticas em geral reduzidas, com uma visão relativamente limitada da Matemática, e matematicamente pouco confiantes e com pouca autonomia. Esta situação tem certamente consequências na forma como irão desempenhar a sua função de professor.

Por fim, gostaria de terminar referindo um aspecto que me parece ser dos mais relevantes no que diz respeito à formação de professores: a necessidade de institucionalizar um período de indução profissional. Ou seja, um período durante o qual o professor recém licenciado seja acompanhado, nas diversas vertentes da prática lectiva e não lectiva, por professor(es) da escola com experiência, eventualmente também com o apoio de uma instituição de ensino superior.

Para melhorar a qualidade das aprendizagens dos alunos, na disciplina de Matemática, em Portugal, quais lhe parecem ser as medidas mais importantes a tomar pelo Ministério da Educação? E pelos professores nas escolas?

Cristina — Ao nível central, destaco (1) a alteração da política de adopção de manuais, promovendo a edição de outro tipo de publicações e recursos (cd-roms, sites com propostas de trabalho e consulta), (2) a definição de uma política clara de colaboração com as escolas e os pais, valorizando o trabalho das escolas, ajudando as escolas difíceis e promovendo a sensibilização dos pais para novas formas de encarar a educação matemática, (3) nova definição da política de contratação dos professores, (4) definição de uma política de acção conjunta entre o Ministério da Educação e o Ministério da Ciência e do Ensino Superior.

Por exemplo, uma escola que preenchesse determinado tipo de requisitos e mostrasse trabalho realizado, teria direito a manter o seu corpo docente, teria financiamentos para melhorar as suas instalações e equipamentos, teria apoio para a realização dos seus projectos, nomeadamente margens de liberdade curriculares. Um escola que revelasse dificuldades teria ajuda para resolver os seus problemas. É urgente acabar com uma política cega que trata todas as escolas e todos os professores da mesma maneira.

Penso que deste tipo de medidas centrais decorreriam acções convergentes dos professores. E naturalmente que este tipo de medidas centrais levaria a um outro tipo de ligação das escolas e dos professores com as escolas de formação, proporcionando o estabelecimento de contratos programa de intervenção e de investigação.

Para concluir, não posso deixar de registar que a melhoria da qualidade das aprendizagens dos alunos, na disciplina de Matemática, está ligada com a melhoria geral de todas as outras aprendizagens. Para tudo isto precisamos de uma sociedade que valorize muito mais a escola, que tenha como preocupação fundamental a formação das suas crianças e jovens, que preze realmente valores de cultura, ciência e cidadania para todos. Mas para isto não sei que medidas poderiam ser tomadas!

Olivia — Penso que só haverá mudança das práticas pedagógicas quando os professores sentirem necessidade de o fazer. Este sentimento poderá ser provocado por factores internos, deixar de acreditar na eficácia dos seus métodos, ou por factores externos, serem criadas medidas coercivas que induzam essas mudanças. Há quem defenda que se a progressão na carreira deixar de ser inerente à passagem dos anos e passar a depender do resultado da avaliação do desempenho dos professores, estes se sentirão obrigados a mudar as suas práticas no sentido de as adaptar às necessidades dos alunos. Não sei em que moldes, nem por que entidades, poderá ser feita esta avaliação, nem sei tão pouco se ela poderá alguma vez constituir uma via indutora de práticas inovadoras. Tenho algum receio dos seus possíveis efeitos perversos. Quanto à primeira via, a dos professores acreditarem que necessitam de mudar as suas práticas, penso que este é um processo muito lento que envolve mudanças a nível de concepções e de mentalidades.

Isabel — Algumas medidas a tomar pelo Ministério da Educação:

- A exigência do 12º ano de Matemática para os candidatos a cursos de professores do 1º ciclo;
- O lançamento de um projecto de formação do tipo do acompanhamento local de Matemática para o básico;
- Uma maior exigência no domínio das competências matemáticas dos alunos nos diversos finais de ciclo, de forma a evitar ao máximo situações irrecuperáveis (é usual os alunos do 7º ano não terem o conceito de divisão)
- Uma maior clarificação de percursos dos alunos, de forma a permitir que os professores possam trabalhar de forma diferente com alunos diferentes.
- A construção de uma página na Internet dirigida aos professores do básico a exemplo da que existe para o secundário no site mat-no-sec.org.
- Uma medida a tomar pelos professores nas escolas: Os grupos/departamentos disciplinares devem ser mais intervenientes e funcionar como grupo e não fazer de conta que o que não lhe calha a si não é de sua conta. É o grupo que deve reflectir e propor práticas educativas adequadas ao tipo de alunos que constituem cada turma.

Notas

1 Estarei sempre a referir-me aos programas do ensino básico (2º e 3º ciclos) de 1991 e do ensino secundário de 1997.

2 Este reparo não se aplica, da mesma forma pelo menos, aos programas que entraram este ano lectivo em vigor.



Foram-se os desdobramentos e a tecnologia e ... ficaram os exames?!

Adelina Precatado

Vivemos provavelmente um período de transição (longo!) e de alguma desorientação no que respeita ao uso da tecnologia no ensino. Sendo já unanimemente inquestionável que ela (tecnologia) tem que estar na escola, não sabemos ainda bem como. Será a opção por uma nova disciplina de Tecnologia de Informação e Comunicação para todos um avanço ou um retrocesso?!

Como tirar partido do uso da tecnologia no ensino das diversas disciplinas e, em especial, da Matemática é ainda um mundo de contradições... Vou centrar-me na Matemática do ensino secundário. Sabemos que o uso da tecnologia foi devidamente equacionada nos programas, foi até considerada de utilização obrigatória e a calculadora gráfica passou a estar presente (primeiro permitida e depois obrigatória) nos exames. Foram tomadas algumas medidas em seu apoio ou que facilitavam o seu uso, a saber:

distribuição (miserável, é certo!) de algumas calculadoras gráficas às escolas e algum software específico (Cabri, Cinderella) e sugestões para a utilização em sala de aula (por exemplo, nas brochuras do DES). A possibilidade de desdobramento de turmas com mais de 21 alunos foi, talvez, o sinal mais significativo, por ser uma medida facilitadora do trabalho com recurso à tecnologia para quem estava disposto a avançar (apesar do tempo reduzido das aulas).

Mas o investimento foi muito precário tendo em conta o que se escreveu nos programas. Os programas referiam, por exemplo, a necessidade de Laboratórios de Matemática em todas as escolas e, tanto quanto sei, os poucos laboratórios que foram criados resultaram da iniciativa e investimento de alguns professores e os meios só foram possíveis recorrendo a programas como o Ciência Viva, que à partida tinham finalidades diferentes.

Não houve nenhuma iniciativa das Direcções Regionais ou do Ministério da Educação a nível central no sentido de dotar as escolas com os referidos Laboratórios. Mas, mais grave é que na primeira oportunidade (curiosamente quando entra em vigor a nova Reforma em 2004-2005) os desdobramentos acabaram sem balanço nem justificação.

Ficaram os exames... E como têm os exames tratado a tecnologia? Se por um lado poderemos considerar como positivo o facto de preverem a utilização do uso de calculadoras gráficas, considerando-o mesmo obrigatório, na realidade o facto de reduzirem esse uso a parte de uma questão e de os critérios de correcção terem vindo, cada vez mais, a penalizar por questões melhores os alunos que usam a calculadora (ou até os outros que, não usando, não explicitam raciocínios que provem que não usaram), tem conduzido a uma situação no mínimo

de algum desconforto, patente em muitas reuniões de correctores e que, quanto a mim, tem implicações sobre o processo de ensino. O papel da calculadora gráfica no exame é, por um lado, quase nulo e, por outro, parece por vezes que serve para penalizar os alunos.

O GAVE publicou, em 2002, um estudo "Contributo para uma melhor compreensão do desempenho dos alunos nos exames do 12º ano", aliás muito pouco divulgado, mas que se encontra na internet na página do GAVE para quem estiver interessado em consultá-lo. Uma das conclusões é a seguinte: "O desempenho dos examinandos é "mau", nas questões que testam a utilização da calculadora". Tentei perceber como se chegou a esta conclusão e verifiquei que a competência "utilização da calculadora" foi avaliada com base em três questões (questão 3.2 da prova de 2000, 1ª fase 1ª chamada; questão 2.2 da prova de 2001, 1ª fase 1ª chamada; e questão 3.2. da prova de 2001, 1ª fase, 2ª chamada)¹. Uma análise breve das questões rapidamente nos deixa perceber (ou, pelo menos, nos deixa a dúvida) que provavelmente muitas das respostas classificadas com zero nada terão a ver com a utilização da calculadora mas com a capacidade do aluno em interpretar/equacionar a questão que lhe é colocada.

Mas o fundamental para mim não é isto, é a forma como se olha para o papel da calculadora no exame, como mais uma competência a testar através da explicitação de questões dirigidas à "utilização da calculadora". Esta perspectiva parece-me justificar, por um lado, o pequeníssimo peso dado a questões que possam ser resolvidas com auxílio da calculadora más, por outro lado, é de certa forma contraditória com o que os próprios programas escrevem "...a tecnologia em si não está em causa como conteúdo de ensino, mas são as aprendizagens que ela pode proporcionar que justificam o seu uso" — ou estarei a ver mal?

Estou convencida de que um aspecto onde os alunos que usam a tecnologia gráfica no dia-a-dia melhoram é na análise de gráficos. Relativamente a

esta competência, refere o relatório (provavelmente com toda a razão): "como os itens que envolvem a análise de gráficos testam sempre outras competências, e como é devido a essas outras competências que o desempenho pode ser bom, ou pode ser mau, decidimos retirar a análise de gráficos da lista de competências a avaliar". Ora se fosse seguido aqui (para a calculadora) o mesmo critério, provavelmente seria eliminada a competência "utilização da calculadora"...

Há, no entanto, alguns alunos (e mais haveria se trabalhássemos nesse sentido!!!) que ao longo da escolaridade secundária utilizaram a calculadora gráfica com proveito e que, embora não tendo conseguido desenvolver grandes competências de cálculo algébrico ou tendo dificuldade em fazer raciocínios mais abstractos ou demonstrativos, conseguem utilizar a tecnologia de uma forma inteligente para traçar e analisar gráficos, calcular de forma aproximada, zeros, máximos e mínimos, pontos de inflexão, resolver equações, explorar as funções como modelos de situações da realidade, fazer experiências e estabelecer conjecturas e até resolver alguns problemas utilizando-a como recurso. Não é tudo mas é alguma coisa ou não? Porque se despreza este conhecimento?

Penso que o pior que podemos fazer pelo ensino da Matemática é continuarmos a dizer a quem sabe alguma coisa que "afinal não sabe nada", reforçando cada vez mais a má relação dos alunos com a disciplina.

Estamos a falhar no que diz respeito ao uso da tecnologia nos exames e isto tem influência no que se passa antes do exame, não tenhamos ilusões...

O que me parece natural é que a prova de exame (já que a maioria parece pensar que tem que existir) tenha uma parte muito significativa (sempre mais de 50%) onde o uso da calculadora faça sentido e os alunos a possam usar. O que me parece também natural é que os alunos no exame, perante cada questão, decidam o processo e os recursos a usar tendo em conta os seus conhecimentos e as suas preferências de trabalho. Penso que devem continuar

a ser introduzidos problemas que conduzam a situações só resolúveis com tecnologia e que, como tal, aí ela tem que ser usada não porque está escrito na prova, mas porque o aluno identificou a situação.

A maioria dos professores de Matemática sabe que não tem hoje condições materiais para implementar as orientações metodológicas que estão nos programas de Matemática A, B ou de MACS no que respeita ao uso da tecnologia, com especial destaque para os computadores, considerados de utilização obrigatória. Mas mais grave é que depois de um período em que, por convicção ou por obrigação, houve um esforço colectivo para ir introduzindo a tecnologia na sala de aula, no sentido que os programas indicavam, hoje a maioria dos professores já estão convencidos de que o que lá (no programa) está escrito não é mesmo para cumprir, senão como compreender o fim dos desdobramentos sem qualquer balanço? Ou serei só eu que penso isto?

Que balanço fazemos da forma como se articulam o programa com os exames no que respeita ao uso da tecnologia em Matemática? Que balanço fazemos dos desdobramentos e porque aceitamos assim o seu fim?

Quantos de nós, professores do ensino secundário, estão de facto a cumprir o que está escrito nos programas, no que respeita ao uso da tecnologia no ensino da Matemática? E como nos sentimos com isso?

Já para não perguntar como aceitamos, sem grandes protestos, leccionar programas pensados para 3 blocos de 90 minutos durante 3 anos em 4 vezes 50 minutos no 1º ano, 2,5 vezes 90 no 2º e .?.. no 3º?!

Estou convencida que se nada fizermos, poderemos afirmar "foram-se os desdobramentos e a tecnologia, ... ficaram os exames" e, na minha perspectiva, perdem os alunos e perde o ensino da Matemática.

Nota

¹ Todas as provas estão na página do GAVE: www.gave.pt

Adelina Precatado
Esc. Sec. Luís de Camões, Lisboa

O estado dos manuais escolares de Matemática em Portugal

Célia Sofia Silva

A análise e consequente adopção do manual não é tarefa fácil, nem pacífica para os professores; é um acto pedagógico que exige rigor e independência na análise das qualidades pedagógicas, compromisso em relação a um projecto de ensino, independência face aos vários dispositivos de sedução. Adoptar um manual é assumir uma teoria educativa, um quadro de referência, um procedimento cultural, mesmo se pouco explícito.

Nos últimos 30 anos o nosso país passou de uma situação de livro único para uma profusão espantosa de novos manuais para o mesmo ano de escolaridade. O regime de livro único, que consistia na existência de um único manual para cada disciplina imposto por diploma governamental a todas as escolas, teve uma longa tradição, especialmente no ensino primário. Hoje, são muitos e variados os manuais que proliferam no mercado e o leque diversificado da oferta pode proporcionar escolhas de melhor qualidade. Os professores, no momento da adopção, analisam, discutem e avaliam o conteúdo, a metodologia e toda uma série de características inerentes aos manuais escolares, procurando seleccionar aquele que mais significativamente se prende com a prática pedagógica. Contudo, a análise e consequente adopção do manual não é tarefa fácil, nem pacífica para os professores; é um acto pedagógico que exige rigor e independência na análise das qualidades pedagógicas, compromisso em relação a um projecto de ensino, independência face aos vários dispositivos de *sedução*. Adoptar um manual é assumir uma teoria educativa, um quadro de referência, um procedimento cultural, mesmo se pouco explícito.

Periodicamente, os professores têm de seleccionar os manuais escolares. É-lhes confiada uma decisão que, sendo referida ao seu campo disciplinar, a ele não se confina. As próprias famílias esperam que o professor tome a decisão adequada para o processo pedagógico durante os anos lectivos que se seguirão. O professor é ainda mandatado pela sociedade para, dentro do currículo prescrito, encontrar soluções possíveis mais consentâneas com os propósitos pedagógicos adequados a situações diferenciadas. Estas são algumas das razões que fazem da adopção de manuais um momento capital da construção do sucesso educativo, e do professor um agente desse processo; uma responsabilidade que não pode ser vivida como um acto menor, como mera rotina, como um processo não qualificado (Santos, 2000). Esta tarefa é tão mais difícil se pensarmos que o manual escolhido será o suporte mais directo a utilizar pelos alunos; durante o ano lectivo avaliamos os desempenhos dos alunos para decidir se é ou não necessário pôr em prática estratégias de remediação ou de enriquecimento; no final do ano lectivo, o desempenho dos alunos é avaliado para se decidir se podem ou não transitar para o nível seguinte. O

manual escolar está sempre presente e influencia constantemente os saberes do aluno.

Um estudo sobre manuais do 9º ano

Assim, tendo em conta a importância atribuída a este recurso educativo, desenvolvi um estudo centrado na análise documental de quatro manuais escolares do 9º ano de escolaridade, em uso nas nossas escolas até ao ano lectivo de 2003/04¹. Procurei, entre outras questões, perceber se existem características relevantes comuns a todos os manuais e quais as principais diferenças que apresentavam. Realizei essa análise documental que foi feita com base numa grelha construída especificamente para o efeito. Tendo consciência de que não existe uma fórmula capaz de gerar o instrumento de análise perfeito e adequado a todo o manual escolar, considerei quatro categorias de análise: conteúdo, estrutura, comunicação e características materiais. No que diz respeito à primeira categoria, analisei aspectos como a relação conteúdo/programa, o rigor científico da informação e da linguagem e a contextualização dos conteúdos. Relativamente à estrutura, defini três subcategorias de análise relacionadas com

a metodologia utilizada, as tarefas propostas e a avaliação preconizada nos manuais. Já em relação à comunicação, analisei aspectos relacionados com dois diferentes tipos de recursos; por um lado, os recursos facilitadores da comunicação e que têm a ver com a relação ilustração/texto e com a terminologia e sintaxe; por outro lado, todo o tipo de materiais didácticos, ou seja, os recursos facilitadores da aprendizagem do aluno. No que se refere às características materiais, analisei a adequabilidade do formato, dimensão e peso dos manuais ao nível etário dos alunos, bem como o tipo de letra e o espaçamento utilizados.

Para seleccionar os manuais a analisar estabeleci alguns critérios. Dois deles foram escolhidos tendo em conta que as editoras responsáveis pela sua publicação são reconhecidas como líderes no mercado nacional de livros escolares. As características físicas pouco usuais, no que se refere ao aspecto visual e tamanho, constituíram um motivo para a selecção de um

outro manual. Além disso, este era um dos poucos manuais que apresentava uma ordem de apresentação dos conteúdos matemáticos diferente da proposta pelo *Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem* do Ministério da Educação. Finalmente, o facto de haver um manual que não era o adoptado em nenhuma das escolas pertencentes ao concelho onde eu leccionava, foi um critério que pesou para a sua integração no estudo.

Alguns resultados ...

Depois da aplicação do instrumento de análise descrito a cada um dos manuais, procedi a uma análise transversal dos mesmos, procurando identificar os aspectos comuns relevantes a todos eles, bem como as suas principais diferenças. Os principais resultados apresentam-se no quadro 1.

Da análise realizada é possível afirmar-se que todos os manuais contemplam o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos para leccionação pre-

vistos no programa oficial. Em todos eles foram encontrados conceitos não incluídos no programa, mas que os autores consideram relevantes para a compreensão dos alunos como por exemplo, a resolução gráfica de sistemas que poderá ajudar a compreender melhor o significado de solução de um sistema, bem como a respectiva classificação. Contudo, também foram encontrados conteúdos que não estão previstos no programa e que não parecem favorecer a compreensão dos alunos, como por exemplo, a resolução de equações do 2º grau completas recorrendo à reconstrução de casos notáveis da multiplicação, quando o 1º membro da equação não sugere a sua aplicação imediata.

Ainda no que se refere ao conteúdo, a análise feita permite concluir que os manuais apresentam diferentes níveis de rigor científico. De salientar que num dos manuais foram detectadas várias situações contendo informação incorrecta do ponto de vista científico capaz de criar dificuldades

	Aspectos comuns	Principais diferenças
Conteúdo	<p>Relação conteúdo/programa</p> <ul style="list-style-type: none"> — inclusão de todos os conteúdos previstos no programa — ênfase no domínio dos conhecimentos <p>Rigor científico</p> <ul style="list-style-type: none"> — falhas na utilização da linguagem simbólica — falta de actualidade da informação veiculada <p>Contextualização</p> <ul style="list-style-type: none"> — promoção da relação Matemática e Realidade 	<p>Rigor científico</p> <ul style="list-style-type: none"> — diferentes níveis <p>Contextualização</p> <ul style="list-style-type: none"> — referências à História da Matemática
Estrutura	<p>Metodologia</p> <ul style="list-style-type: none"> — abordagem dos conteúdos a partir de situações da vida corrente <p>Tarefas propostas</p> <ul style="list-style-type: none"> — prevalência dos exercícios de aplicação imediata dos conhecimentos — não promoção da resolução de problemas como eixo organizador do ensino da Matemática — número reduzido de propostas de tarefas investigativas e de trabalho de projecto <p>Avaliação</p> <ul style="list-style-type: none"> — natureza essencialmente sumativa — promoção de uma mesma forma de avaliação 	<p>Metodologia</p> <ul style="list-style-type: none"> — reabordagem dos conceitos <p>Tarefas propostas</p> <ul style="list-style-type: none"> — promoção do trabalho em grupo <p>Avaliação</p> <ul style="list-style-type: none"> — explicitação dos objectivos a atingir — promoção da auto-avaliação
Comunicação	<p>Relação ilustração/texto</p> <ul style="list-style-type: none"> — distribuição equilibrada dos textos e das ilustrações <p>Terminologia e sintaxe</p> <ul style="list-style-type: none"> — textos adequados ao nível de ensino e aos alunos <p>Materiais</p> <ul style="list-style-type: none"> — promoção da utilização de materiais de desenho e de medição e da máquina de calcular 	<p>Terminologia e sintaxe</p> <ul style="list-style-type: none"> — clareza e rigor dos textos <p>Materiais</p> <ul style="list-style-type: none"> — utilização de materiais do quotidiano e do computador

Quadro 1. Aspectos comuns e principais diferenças entre os manuais analisados.

acrescidas de aprendizagem para os alunos. Por exemplo, apresenta-se a construção de um histograma numa situação em que os dados não estão agrupados em classes, e podem ler-se as seguintes afirmações: "quando multiplicamos ou dividimos um número por um número negativo estamos a passá-lo para o outro lado da recta" e "as raízes cúbicas de 2, 3, 4, 5, etc, são números irracionais". Além disso, uma certa falta de rigor na utilização da linguagem simbólica associada aos diferentes conteúdos constitui um aspecto comum a todos os manuais, bem como a falta de actualidade da informação veiculada. De referir que um dos manuais nem sequer faz referência à unidade monetária (euro) que entrou em vigor no ano civil correspondente ao ano lectivo da utilização do manual em caso de adopção.

A contextualização dos conteúdos é outro aspecto que distingue os manuais. Dois dos manuais não revelam grande preocupação em contextualizar historicamente os conteúdos científicos apresentados. Em contrapartida, os outros dois manuais valorizam muito este aspecto, possuindo um destes na sua organização uma secção destinada a esse fim. De uma maneira geral, todos os manuais apresentam exemplos de situações da vida real onde os conteúdos abordados têm aplicação. Este é, em meu entender, um factor bastante positivo, tendo em conta a importância das aplicações da Matemática defendida pelas perspectivas curriculares actuais.

No que respeita à categoria *estrutura*, a leitura do quadro revela que, de uma maneira geral, todos os manuais abordam os conceitos a partir de situações da vida corrente. Esta constitui, assim, uma característica comum relevante a todos os manuais, dada a importância das aplicações da Matemática salientada nas novas orientações curriculares e na investigação realizada em Portugal. Dois dos manuais contêm mesmo o que designam como *actividades* de introdução aos diferentes temas dos vários capítulos. Estas actividades envolvem, na sua generalidade, situações da vida corrente cuja resposta exige do aluno a aplicação de técnicas e conceitos já

adquiridos. Os outros dois manuais, apesar de não possuírem a mesma estrutura, também fazem a abordagem dos conceitos a partir de situações problemáticas concretas. Embora não tendo sido um aspecto tão discutido pelos educadores matemáticos, as conexões revestem-se de uma grande importância para a aprendizagem da Matemática (NCTM, 1991), mas nem todos os manuais estimulam o seu desenvolvimento. Apenas um dos manuais retoma o mesmo conceito em momentos e contextos diferentes.

Parece fazer-se sentir ainda uma forte influência das orientações curriculares do passado, como seja, a ênfase nos conhecimentos, as tarefas de natureza sobretudo fechada e uma avaliação de cariz essencialmente sumativo.

Na verdade, a resolução de problemas, muito embora seja uma orientação curricular que remonta à década de oitenta (NCTM, 1980; Cockcroft, 1982), não parece ainda ter uma expressão significativa em nenhum dos manuais. É certo que se encontram algumas propostas deste tipo de tarefas. No entanto, essas propostas não aparecem em número suficiente para que se possa afirmar que os manuais promovem a resolução de problemas como eixo organizador do ensino da Matemática, tal como se defende nos programas.

As tarefas de investigação constituem um outro tipo de tarefas pouco contempladas pelos manuais analisados. Um dos manuais contém na sua estrutura uma secção, no final de cada capítulo, onde são propostas algumas destas tarefas para trabalhar em grupo ou em casa, segundo indicação dos autores. Em meu entender, quer a localização desta secção, quer a indicação referida, podem contribuir para uma certa desvalorização deste tipo de tarefas. Estando no final de cada capítulo, pode interpretar-se que só deverão ser realizadas quando forem esgotadas todas as outras tarefas. Para além disso, a indicação de que serão para resolver em casa, passa a ideia de que não são assim tão importantes que justifiquem ser realizadas na aula.

Apesar de o trabalho de grupo ter constituído um dos aspectos mais marcantes das preocupações da

comunidade de educação matemática portuguesa durante a década de noventa, parece ser ainda um aspecto problemático e, como tal, só se encontra apenas em alguns manuais.

Em relação à avaliação, apenas um dos manuais não explicita os objectivos específicos, em termos de conteúdos, que o aluno deverá atingir ao longo do tratamento de cada tema. Os restantes três fazem-lhe referência explícita. Num deles, os objectivos são apresentados ao aluno, a par dos temas a abordar, na página de abertura de cada capítulo. Num outro, essa explicitação faz-se no final de cada capítulo mas antes de um conjunto de propostas de problemas e desafios complementares. Outro, ainda, contém uma secção própria onde a cada objectivo específico é associada uma proposta de tarefa que ilustra esse mesmo objectivo. Esta característica comum a estes três manuais parece-nos constituir um aspecto importante, uma vez que, em nosso entender, é já um sinal de preocupação favorecer a auto-avaliação regulada do aluno (Santos, 2002). Ao dar-se a conhecer ao aluno o que se pretende que ele aprenda e/ou desenvolva é certamente um passo indispensável para que ele tenha orientações para poder ir fazendo pontos de situação sobre o seu estado de maturidade intelectual.

Ainda relativamente à avaliação, o programa oficial refere que este processo deve ter em conta a progressão do aluno relativamente ao domínio dos conhecimentos, das capacidades e das atitudes, uma vez que os conteúdos de aprendizagem abrangem estes três domínios. Além disso, alguns autores como Abrantes (2002) e Fernandes (2002) salientam a importância do recurso a uma variedade de modos de avaliação adequados ao trabalho realizado e à natureza das diversas aprendizagens. Os resultados deste estudo permitem afirmar que os manuais recorrem a uma mesma forma de avaliação, visto constituírem instrumentos de aprendizagem de suporte escrito. Essa avaliação consiste essencialmente em produções escritas resultantes da resolução individual das tarefas propostas. Assim, de uma maneira geral, o objectivo mais visado da avaliação preconizada

pelos manuais, é o de testar a aquisição dos conhecimentos do aluno. Esta constatação baseia-se na própria linguagem utilizada nos enunciados das tarefas propostas. Muito frequentemente foram encontradas instruções tais como *resolve*, *calcula*, *determina* e *indica*, que denunciam claramente a intenção de testar a consolidação dos conteúdos matemáticos.

No que diz respeito aos recursos facilitadores da comunicação, a distribuição equilibrada dos textos e das ilustrações, assim como a adequabilidade destas últimas aos textos a que se reportam, são características comuns a todos os manuais analisados. Além disso, os resultados da análise realizada permitem afirmar que a adequação dos textos ao nível de ensino, bem como aos alunos a que se destinam, constitui um aspecto comum a todos os manuais, uma vez que as situações apresentadas parecem-nos ser do conhecimento geral de qualquer aluno, com uma formação intelectual e cultural própria desta faixa etária. Porém, em dois manuais os textos nem sempre são claros e rigorosos sendo por vezes detectados erros de ortografia e de sintaxe. No que diz respeito aos recursos facilitadores da aprendizagem do aluno, contrariamente às sugestões do programa oficial e às novas orientações curriculares relativas ao uso da tecnologia, a maioria dos manuais analisados apenas favorece a utilização de materiais de desenho e medição e da máquina de calcular. Para além destes materiais, só um manual favorece a utilização de materiais do quotidiano e também do computador.

Dadas as características encontradas nos manuais, é importante reflectir sobre as funções que eles podem preencher em relação aos alunos. Um aspecto comum a todos eles é o cumprimento da *função de transmissão de conhecimentos*, uma vez que todos eles incluem os conteúdos matemáticos previstos no programa. O mesmo já não pode ser afirmado quanto à *função de desenvolvimento de capacidades e competências*. Apenas um dos manuais desenvolve de forma menos desequilibrada os objectivos do programa ao nível dos valores/ atitudes, das capacidades/aptidões

e dos conhecimentos. Na verdade, a análise realizada mostra que os manuais não promovem, pelo menos ao nível desejado, a capacidade de resolver problemas, a capacidade de raciocínio e a capacidade de comunicação, capacidades consideradas fundamentais para o desenvolvimento do poder matemático do aluno (NCTM, 1991).

No que diz respeito à *função de consolidação/aplicação das aquisições*, entende-se que todos os manuais garantem o seu cumprimento. De facto, todos contemplam na sua estrutura, uma ou várias secções contendo propostas de tarefas para os alunos. No entanto, nem sempre essas tarefas contemplam uma grande variedade de situações, de modo a permitir ao aluno aplicar os conhecimentos adquiridos em diferentes situações. Além disso, da análise realizada constatou-se que apenas um dos manuais retoma o mesmo conceito em momentos e contextos diferentes, facto que, em meu entender, contribui para a consolidação dos saberes. Deste modo, parece poder afirmar-se que os restantes manuais não contribuem para aquilo a que Gérard e Roegiers (1993) chamam de integração vertical dos saberes, ou seja, a conexão dos saberes e do saber-fazer relativos a uma determinada disciplina.

A *função de avaliação das aquisições* é, em meu entender, cumprida em todos os manuais. No entanto, a análise realizada realça o cunho certificativo dessa avaliação quando a avaliação presente no manual deverá ter um carácter essencialmente formativo, ou seja, deverá ajudar a remediar as dificuldades dos alunos, tendo em vista a sua progressão, procurando localizar a origem das suas dificuldades através da análise dos erros cometidos (Gérard e Roegiers, 1993).

Constatei, também, que quase não é proposta a utilização do computador que, de acordo com o programa, permite actividades de exploração e pesquisa, bem como de recuperação e desenvolvimento. Também em relação a este recurso, o *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais* (ME, 2001) refere que "os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos,

nomeadamente gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como de utilizar as capacidades educativas da rede internet" (p. 71). Deste modo, os manuais não cumprem a *função de aprofundamento/descoberta* referida por Planchard (1961), ou seja, provocar o pensamento activo, a investigação pessoal e a auto-educação.

A presença de incorrecções científicas em alguns manuais constitui, em meu entender, um entrave ao cumprimento pleno da *função de referência/consulta*. Gérard e Roegiers (1993) sustentam que um manual escolar deverá ser um instrumento a que o aluno possa recorrer para referenciar uma informação precisa e exacta. Embora o manual escolar não seja o único instrumento educativo a que o aluno tem acesso para procurar ou referenciar informação, é certamente um dos instrumentos que lhe está mais próximo e cujos erros científicos o poderão induzir em erro. Além disso, tendo em conta que cabe ao professor a tarefa de análise e adopção do manual escolar, defendendo que a sua qualidade científica deveria estar garantida a priori. Assumo esta posição não por considerar que o professor não tenha competência para identificar tais erros, mas porque, deste modo, a análise do manual vai ser mais exigente em termos de tempo e de esforço.

Gérard e Roegiers (1993) defendem também que quase todos os manuais preenchem uma *função de educação social e cultural*. De facto, apesar do estudo em questão incidir em manuais orientados para aspectos específicos ligados à disciplina, penso poder partilhar da opinião dos autores referidos. Na verdade, quer as referências históricas, quer os exemplos do quotidiano, poderão desempenhar uma função cultural. Além disso, alguns manuais contêm propostas especificamente dirigidas ao trabalho em grupo, contribuindo assim para o desenvolvimento do espírito de tolerância do aluno, do respeito pelas opiniões dos outros e da aceitação das diferenças. Em meu entender, a promoção do desenvolvimento destes valores/atitudes constitui um sinal da função social que alguns destes manuais preenchem.

Reflectir é preciso!...

Os resultados apresentados revelam que nos manuais até agora disponíveis, ainda se encontram fortes influências das orientações curriculares do passado, nomeadamente no que diz respeito à natureza das tarefas propostas, ao cariz da avaliação preconizada, às modalidades de trabalho com os alunos, à utilização das novas tecnologias, bem como à História da Matemática.

Assim, penso que é urgente reflectir sobre os manuais a adoptar. Será que estes propõem uma maior diversidade de tarefas que, pela sua riqueza e complexidade, contribuem para verdadeiras experiências de aprendizagem como, por exemplo, a resolução de problemas, as tarefas de investigação e a realização de projectos? Harmonizam-se com o desenvolvimento equilibrado de competências (conhecimentos, capacidades e atitudes)? Promovem diferentes formas e instrumentos de avaliação e a utilização das novas tecnologias?

Os resultados evidenciaram também que uma das funções atribuída a este instrumento educativo é precisamente a de transmissão de conhecimentos. Neste campo, é fundamental a qualidade científica da informação veiculada. Sendo um dos objectivos gerais para o ensino da Matemática o desenvolvimento da autoconfiança e também da autonomia do aluno, o manual deve transmitir informação cientificamente correcta para que este tenha confiança nas aprendizagens que pode realizar sozinho a partir deste recurso.

De acordo com o *Currículo Nacional do Ensino Básico* (ME, 2001) "uma componente essencial da formação matemática é a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de matemática como no interior de cada tema" (p. 70). Uma outra questão que se pode colocar, prende-se com a organização dos manuais. Será que a forma como estão organizados favorece a emergência de conexões matemáticas ou antes reforça o espartilho da Matemática em partes isoladas?

É indiscutível a grande centralidade do manual escolar no ensino. Por este

motivo, é de questionar se o tempo dedicado à sua análise é suficiente para escolher o manual que melhor responde aos propósitos educativos. Esta situação é ainda agravada se tivermos em conta a falta de rigor científico por vezes encontrado. O professor tem que analisar aspectos que supostamente deveriam estar garantidos, uma vez que a própria política de manuais escolares prevê, no artigo 6º do Decreto Lei n.º369/90, a constituição de comissões científico-pedagógicas, no seio do Ministério da Educação, para apreciação dos manuais. Para além disso, o tempo que se dedica à adopção de um manual é uma mais valia, porque os professores lidam com ele por um período de tempo relativamente longo. Dedicar mais tempo a essa tarefa pode evitar lamentarmos, por um lado, uma eventual escolha desacertada e, por outro lado, os prejuízos que, de forma não voluntária, podemos causar aos nossos alunos. Note-se, no entanto, que esta tarefa não depende apenas dos professores. Salientando, mais uma vez, que o trabalho de análise dos manuais pode constituir uma excelente oportunidade de aprendizagem e crescimento profissional, parece pertinente que os editores enviem atempadamente os manuais para as escolas a fim de serem analisados. Além disso, o processo de análise de um manual escolar implica o recurso a instrumentos, pelo que a elaboração de grelhas de análise especificamente dirigidas ao ensino da Matemática poderia constituir um importante contributo para a realização desta tarefa.

A concluir

Apesar da importância do manual escolar e da influência que este exerce nas práticas dos professores, trata-se de um campo de formação não consignado nem pela formação inicial, nem pela formação contínua. Assim, a análise de manuais é um acto pedagógico que corre o risco de ser subvalorizado, pelas dificuldades que pode provocar nos professores em início de carreira. Deste modo, penso ser importante reflectir se aprender a escolher e a usar um manual e também saber criar instru-

mentos que permitam ter uma posição crítica perante a indústria livreira, constituem aspectos que devam ser contemplados na formação de professores. De resto, esta constituía já uma proposta que integrava o relatório *Matemática 2001* (APM, 1998), onde se sugere a realização de reflexões sobre os modos de utilização do manual escolar e sobre os respectivos critérios de selecção, através de estudos, seminários e círculos de estudos e oficinas de formação.

Nota

1 Dados mais pormenorizados sobre este estudo encontram-se em Silva (2003).

Referências

- Abrantes, P. (2002). Introdução: A avaliação das aprendizagens no ensino básico. In P. Abrantes e F. Araújo (Coord.), *Avaliação das aprendizagens* (pp. 7-15). Lisboa: ME, DEB.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty Stationery Office.
- Fernandes, M. (2002). Métodos de avaliação pedagógica. In P. Abrantes e F. Araújo (Coord.), *Avaliação das aprendizagens* (pp. 65-74). Lisboa: ME, DEB.
- Gérard, F. M. e Roegiers, X. (1998). *Conceber e avaliar manuais escolares*. Porto: Porto Editora.
- Ministério da Educação, (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Lisboa: ME, DEB.
- NCTM (1980) *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston: NCTM.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- Planchard, E. (1961). O manual escolar, instrumento didáctico. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 2(2), 371-395.
- Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: Porquê, o quê e como? In P. Abrantes e F. Araújo (Coord.), *Avaliação das aprendizagens* (pp. 75-84). Lisboa: ME, DEB.
- Santos, M. P. (2000). Adopção de manuais escolares: Um processo de qualificação profissional. *Correio da Educação*, 10, 1-2.
- Silva, C. (2003). *Uma análise de manuais escolares do 9º ano de escolaridade* (Tese de mestrado, Universidade do Porto).

Célia Sofia Silva
Escola Básica 2,3 D. António
Ferreira Gomes, Penafiel

Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 9º ano

Fernanda Perez e Manuela Diogo

Para perceber os processos usados pelos alunos e as suas dificuldades de raciocínio, seleccionámos quatro itens da prova de aferição do 9º ano de escolaridade realizada em 2003 e, em Junho de 2004, propusemos a sua resolução a um total de 50 alunos de três turmas de duas professoras diferentes.

Pertencentes a uma Escola Básica 2, 3 da periferia de Torres Vedras que serve, maioritariamente, os pequenos lugares e aldeias em seu redor, as três turmas envolvidas neste estudo são bem representativas da população estudantil da escola, apresentando um nível sócio-cultural baixo e pouca motivação académica.

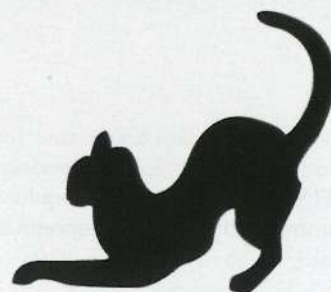
Duas das três turmas referidas são constituídas por um total de 17 alunos, com idades compreendidas entre os 14 e os 17 anos. São homogéneas quer ao nível da aprendizagem quer do comportamento e muito semelhantes entre si. Estes alunos apresentam dificuldades em todas as disciplinas e isso deve-se particularmente a um elevado desinteresse por qualquer actividade lectiva, aliado a falta de hábitos de trabalho. A terceira turma, sendo constituída por 18 alunos com idades compreendidas entre os 13 e 15 anos de idade, apresenta um aproveitamento escolar um pouco mais satisfatório comparativamente com as outras duas, já que conta com menos de 50% de classificações inferiores a três valores. São alunos que estão altamente motivados para as actividades desportivas proporcionadas pela escola, ainda que, a nível comportamental, na sala de aula, se registem momentos de alguma instabilidade.

As professoras titulares, uma de uma das turmas, outra das restantes duas, leccionam pela primeira vez na escola em questão. Uma delas é uma jovem professora contratada, a iniciar-se na profissão, a outra, com mais de dez anos de serviço, tem já uma significa-

tiva experiência profissional. Ambas se preocupam em realizar um ensino dinâmico, encontrando muitos pontos de afinidade nas suas metodologias de trabalho. As duas gostam de trabalhar em conjunto e, neste ano lectivo, frequentaram uma mesma acção de formação no âmbito da Didáctica da Matemática.

Ambas as professoras solicitaram a colaboração e o consentimento dos alunos para a realização deste estudo, informando-os de que iriam analisar as respostas dadas, pelo que importava que as completassem o mais possível e que fossem claros na explicação dos seus raciocínios. Todos eles pareceram aderir bem à proposta, a qual consistiu na resolução anónima de quatro itens da prova de aferição do ano de 2003, durante cerca de 70 minutos de um bloco de dois tempos lectivos e sem aviso prévio.

A nossa selecção dos itens recaiu sobre as questões 2, 4 e 5 da Parte A e 10 da parte B da já referida prova. O item 2 é um problema geométrico que exige uma boa interpretação do enunciado, com aplicação à figura. Escolhemo-lo por se tratar de Geometria. O item 4 envolve as capacidades de formular conjecturas, testar e generalizar, apelando ao desenvolvimento do raciocínio, razão suficientemente forte para justificar a sua escolha. Quanto ao item 5, apesar de poder ser resolvido aplicando conhecimentos de Trigonometria (conteúdo leccionado no 9º ano), abre espaço a que os alunos recorram ao teorema de Pitágoras. Pareceu-nos interessante tentar perceber que tipo de aplicação é dada pelos alunos, já no 9º ano, a uma temática a que habitualmente são muito receptivos no 8º. Finalmente, o item 10, da parte B, envolve a leitura e aplicação de fórmulas e, uma das alíneas, após interpretação do enunciado, resulta na resolução de uma equação, conteúdo sempre tão problemático para os nossos alunos, não



obstante o grande número de aulas que sempre lhe dedicamos.

Aqui está a nossa reflexão sobre os resultados.

O desempenho dos alunos em quatro itens

Item 2 (figura 1)

De acordo com as designações adoptadas pelo GAVE, trata-se de um item de resposta curta, enquadrado na competência *Conhecimento de conceitos e procedimentos* e no tema *Geometria*.

Análise das respostas

Apenas 35 alunos responderam a este item. Destes, cinco não responderam à questão 2.1 e um não respondeu ao conjunto 2.2.

Questão 2.1

Apenas três alunos apresentam uma resposta correcta ainda que um deles não aproxime o resultado às décimas como é exigido no enunciado.

Em contrapartida, sete apresentam resoluções sem sentido e dois aplicam a regra de três simples revelando, por um lado, que não compreendem a situação e desconhecem os conceitos nela envolvidos e, por outro, o domínio de um procedimento completamente desligado da compreensão do mesmo.

Dos 20 alunos restantes que responderam, quase todos têm a noção de que o volume de um prisma se calcula pelo produto da área da base pela altura, mas revelam dificuldades em identificar correctamente a base e/ou calcular a sua área. Alguns simplesmente não são capazes de identificar a altura do prisma; muitos consideram o rectângulo como sendo a base do prisma e a sua altura a da entrada da tenda, aplicando a fórmula do cálculo do volume a partir desta interpretação; outros, partindo da mesma

consideração, calculam a área da base, portanto do rectângulo, recorrendo à fórmula da área do triângulo, e comprometendo assim a resposta à questão.

Para estes erros na identificação correcta da figura que constitui a base do prisma, bem como na identificação da altura do mesmo, pode ter contribuído a forma como está redigido o enunciado, levando a que os alunos

associem a altura da entrada da tenda à altura do prisma. O termo altura aparece aqui com um sentido diferente do habitual num prisma e isso constitui a maior dificuldade da questão. Na nossa perspectiva, as resoluções apresentadas por estes alunos indiciam claramente que eles não se apropriaram devidamente dos conceitos, não sendo capazes de os reconhecer em diferentes situações.

Isto acontece apesar de, na maioria dos casos, os alunos saberem trabalhar com a fórmula do cálculo do volume do prisma.

Questão 2.2

Nas duas questões quase todos os alunos respondem correctamente, embora, relativamente à perpendicularidade dos ferros, quase um terço dos alunos tenha ido pela sugestão do desenho, respondendo erradamente pares de ferros, tais como (c,a), e não tenha tido em consideração o facto de ser um prisma triangular cuja base é equilátera. Um aluno refere mesmo que não encontra nenhum ângulo de 90° . Supomos que, também ele, não tivesse sido capaz de se abstrair do desenho no papel de forma a visualizar no espaço o prisma triangular em questão. Estes resultados indiciam que estes alunos possuem a noção intuitiva de paralelismo e perpendicularidade entre rectas, mas revelam alguma dificuldade na visualização no espaço.

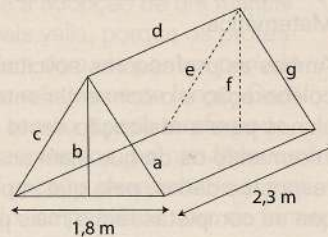
2. A Teresa e a Carla compraram uma tenda de campismo. A tenda tem a forma de um prisma triangular, cuja base é um triângulo equilátero.

Nas instruções de montagem vinha o esquema representado em baixo.

2.1. A entrada da tenda tem de altura (b), aproximadamente, 1,6 m.

Determina o volume da tenda, em m³.

Apresenta todos os cálculos que efectuares e indica o resultado aproximado às décimas.



2.2. Para montar esta tenda são precisos os 7 ferros que estão assinalados com as letras de a a g, no esquema de montagem.

Indica dois ferros que, depois da tenda montada, fiquem:

2.2.1. Paralelos _____

2.2.2. Perpendiculares _____

Figura 1

4. Observa a seguinte sequência de figuras, onde estão empilhados azulejos brancos e cinzentos, segundo uma determinada regra.

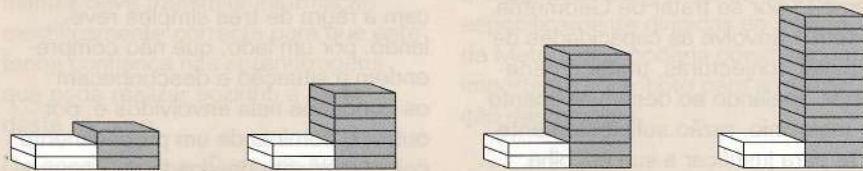


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

4.1. Indica, a seguir, o número de azulejos de cada cor necessários para construir a figura número 5.

4.1.1. Número de azulejos brancos: _____

4.1.2. Número de azulejos cinzentos: _____

4.2. Na sequência a cima representada, existirá alguma figura com um total de 66 azulejos? Explica a tua resposta.

4.3. Tendo em conta o número de cada figura (1, 2, 3, ..., n, ...), escreve uma fórmula que permita calcular o número de azulejos cinzentos utilizados em cada uma das figuras.

Figura 2

Item 4 (figura 2)

Este item contempla questões de resposta curta e questões de resposta extensa. Insere-se na competência *Raciocínio* e no tema *Números e cálculo*.

Análise das respostas

Este foi o item mais respondido contando para tal com a participação de 43 alunos. No entanto, destes 14 não responderam à questão 4.2 e 22 à questão 4.3.

Questão 4.1

A maioria dos alunos responde acertadamente nas duas questões. As pequenas variações devem-se a distração relativamente às cores ou a percepção errada do enunciado: contam os tijolos das quatro figuras ou dizem quantos têm de acrescentar à quarta figura para obter a figura número 5.

Questão 4.2

Quatro alunos respondem totalmente certo e sete respondem certo mas não justificam ou apresentam uma explicação incompreensível ou mesmo errada. Dos restantes, a maioria diz que é possível ter uma imagem com 66 tijolos, pois associam imediata-

mente $3 \times 22 = 66$ esquecendo-se de contar os dois tijolos brancos que devem constar em cada figura. A resposta é muitas vezes justificada recorrendo à noção de múltiplo (de 3) o que mostra que este é um conceito de que os alunos se apropriaram. Um caso que merece atenção é o de um aluno que recorre à regra de três simples para resolver a questão. O recurso a esta regra representa uma situação de completa incompreensão do conceito associado ao procedimento, bem como a aplicação arbitrária de uma técnica de cálculo, independentemente da situação em causa.

Questão 4.3

Nesta questão salienta-se a dificuldade em lidar com incógnitas e escrever fórmulas. Na sua generalidade os alunos perceberam o que era pedido, sabem como lá chegar, mas não sabem como construir uma fórmula, recorrendo muitas vezes à descrição verbal como suporte para a apresentação e justificação da resposta. Note-mos de passagem que, embora seja pedida uma fórmula, nos critérios de classificação desta prova é indicada a expressão $3n$ como a resposta correcta, sendo-lhe atribuída classificação máxima (2 pontos).

Item 5 (figura 3)

Este item tem uma questão de resposta extensa e outra de resposta curta enquadrado no tema *Geometria*. De acordo com os critérios de classificação fornecidos pelo GAVE, avalia a competência *Resolução de problemas*. No entanto, podemos-nos questionar se não diz mais respeito à competência *Conhecimento de conceitos e procedimentos*.

Análise das respostas

Apenas metade dos alunos respondem a este item. Tivemos apenas 24 respostas, das quais quatro têm a primeira alínea em branco e nove têm a segunda. Estamos certas de que o motivo não foi a falta de tempo, mas antes o tipo de questão. A sua resolução implica apenas a interpretação e visualização da imagem, bem como a sua associação a um modelo matemático, mas numa primeira leitura pode transmitir a sensação de elevado grau de dificuldade.

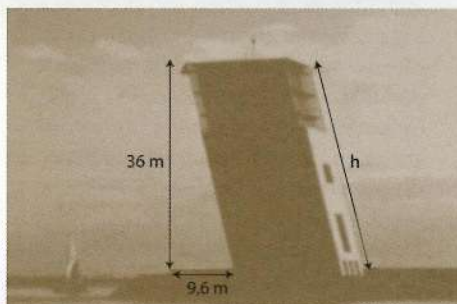
Questão 5.1

A primeira questão era, no nosso entender, muito simples, com duas formas de resolução distintas mas acessíveis. Aplicar o teorema de Pitágoras seria uma primeira hipótese e a que considerávamos mais imediata, já que era algo que os alunos gostavam do ano lectivo anterior. Uma segunda hipótese seria recorrer às razões trigonométricas, conteúdo abordado havia relativamente pouco tempo, com o tratamento de questões semelhantes. Contudo, dos 20 que lhe respondem, apenas sete apresentam uma resolução correcta e, desses, só um aluno envereda pela utilização de razões trigonométricas. Para além disso, quatro destes sete alunos não têm o cuidado de arredondar o resultado às unidades como é pedido no enunciado. Dos restantes,

outros sete apresentam resoluções sem qualquer sentido tentando conjugar, de alguma forma, os três dados do problema — como aliás já tinha acontecido com a primeira questão do item 2 —, revelando práticas de aplicação arbitrária de procedimentos despojados de significado. Nas resoluções incorrectas dos alunos que optam por aplicar o teorema de Pitágoras detectam-se basicamente erros de procedimento: noção incorrecta de potência conduzindo a cálculos errados, esquecimento dos símbolos de raiz quadrada e erros na aplicação dos princípios de equivalência das equações. Dos poucos alunos que tentam o uso das razões trigonométricas, dois aplicam-nas mal e um outro aplica-as bem, mas resolve mal a equação.

5. Quem chega a Lisboa, entrando pelo Tejo, encontra uma torre "torta", mas elegante, que alberga o Centro de Coordenação e Controlo de Tráfego Marítimo.

A torre tem a forma de um prisma quadrangular oblíquo. A sua altura é de 36 m, e a torre está inclinada a sul, segundo um ângulo de cerca de 75° . Se o Sol incidisse a pique sobre a torre, esta projectaria uma sombra rectangular, em que um dos lados mediria, aproximadamente, 9,6 m, como está representado na figura.



Semanário Expresso, 8/9/2001

5.1. Qual é a medida do comprimento h da torre?

Apresenta todos os cálculos que efectuares e indica o resultado aproximado às unidades.

5.2. A face [ABCD] da torre tem a forma de um paralelogramo. Indica a amplitude do ângulo.

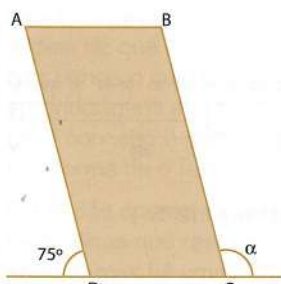


Figura 3

Questão 5.2

Na sua maioria, os alunos, nesta questão, respondem acertadamente. É curioso o raciocínio seguido por um aluno que, percebendo que conhecia a amplitude de um ângulo agudo (75°), calcula o seu complementar. Como o pretendido era o ângulo suplementar, faltava acrescentar 90°. Então o ângulo suplementar de 75° era a soma dos 15° com os 90°. Este aluno acabou por mobilizar, de forma clara, mais conceitos do que os pretendidos. Das restantes respostas, um aluno não percebe minimamente o que lhe é pedido, outro responde simplesmente que não sabe calcular e três assumem, sem qualquer sentido crítico, que o ângulo pedido é igual a 75°.

Item 10 (figura 4)

Por fim, o item 10, último item proposto, envolve questões de resposta curta e extensa, analisa a competência *Conhecimento de conceitos e procedimentos* e enquadra-se no tema *Álgebra e Funções*.

Análise das respostas

Creemos que foi o grupo de questões que mais assustou os alunos tendo obtido apenas 21 respostas, das quais 13 em branco na questão 10.2. Talvez o facto de ter uma fórmula os faça desistir, pois é, à partida, algo a que os alunos não reagem habitualmente muito bem, talvez pelo seu grau de abstracção inerente.

Questão 10.1

Nesta questão surgem oito respostas correctas, mas é evidente que

os alunos evitam *mexer* na fórmula. Apenas seis a trabalham correctamente, de entre os quais dois apenas substituem correctamente o valor e apresentam os resultados sem cálculos intermédios. Os dois que perfazem o total de oito, não apresentam qualquer justificação ou cálculo. Dos restantes, dois alunos indicam o primeiro resultado correcto, revelando conhecimento da propriedade do elemento absorvente da multiplicação associado à substituição correcta do valor 0 °C na fórmula, e erram o segundo resultado. Ainda assim, a maioria dos alunos que apresentam respostas incorrectas mostra ter a percepção do contexto da situação, indicando, para o primeiro espaço um valor inferior a 50 °F e, para o segundo, um valor superior a 50 °F e inferior a 150 °F, ainda que não apresentem cálculos. Um aluno tentou encontrar uma sequência mas sem êxito, outro chegou a escrever que não sabia usar a fórmula e, finalmente, alguns colocam, no segundo valor pedido, 100 °F, sugestionados pela posição mediana que tem o espaço de resposta em relação aos valores 50 °F e 150 °F no desenho.

Questão 10.2

Esta questão contou apenas com duas respostas correctas, ambas dadas com pouca convicção, já que uma não é acompanhada por cálculos e a outra é a terceira tentativa de resoluções da equação, muito rasuradas. Um aluno descreve por extenso o processo de aplicação da fórmula, mas não o traduz em linguagem matemática e é incapaz

de resolver a equação. Dois outros aplicam bem a referida fórmula, mas também não conseguem resolver a equação, o que indicia pouco domínio dos procedimentos de resolução de equações e dos princípios de equivalência. Dos que respondem à questão, apenas um aplica mal a fórmula, mas dois resolvem o problema recorrendo à regra de três simples — à semelhança de casos já descritos noutros itens — sem qualquer sensibilidade pelo facto de não se tratar de uma proporcionalidade directa. Fica a dúvida se não identificam a proporcionalidade directa como função a partir da sua expressão algébrica ou se simplesmente nem sequer entendem a regra de três simples como uma técnica de cálculo válida apenas em casos de proporcionalidade directa.

Algumas reflexões

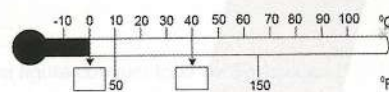
O facto de ter havido muitas questões sem qualquer resposta por parte de vários alunos não nos parece significativo tendo em conta as circunstâncias. Os itens foram propostos numa aula comum e, apesar de ter sido solicitado aos alunos um trabalho individual à semelhança do que se passa nos tradicionais testes de avaliação, ainda que anónimo, e de lhes terem sido feitas diversas recomendações no sentido de responderem de forma o mais responsável possível, esta proposta não teve um peso particular no trabalho lectivo habitual. Os alunos também não foram avisados com antecedência do que se iria passar, pelo que não se prepararam previamente, como aliás se pretendia. As próprias provas de aferição que são propostas todos os anos — agora apenas a uma pequena amostra — não são entendidas por todos, em particular pelos alunos, como uma prova relevante à qual importa dar a melhor resposta possível, pelo que se verifica habitualmente um grande índice de questões não respondidas. Ainda assim, parece-nos que valeu a pena propor aos nossos alunos a resolução destas questões e que, não obstante a diversidade das perguntas, a nossa análise das respostas obtidas aponta algumas linhas comuns que interessa considerar. Ora vejamos:

10. Em Portugal, para medir a temperatura, utilizam-se termómetros graduados em graus Celsius (°C), mas, por exemplo, em Inglaterra, utiliza-se a graduação em graus Fahrenheit (°F).

Uma fórmula que relaciona os graus Celsius e os graus Fahrenheit é a seguinte:

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

10.1. Utilizando a fórmula anterior, calcula, em graus Fahrenheit, a temperatura correspondente a 0 °C e 40 °C, preenchendo correctamente os retângulos da figura.



10.2. Calcula, em graus Celsius, o valor da temperatura correspondente a 212 °F.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Figura 4

Os erros cometidos em consequência da utilização da palavra *altura* no item 2 indiciam, quanto a nós, uma clara dificuldade em trabalhar novas situações aplicando ou mobilizando conceitos e procedimentos anteriormente estudados. Tal como preconizam os documentos oficiais, importa proporcionar aos alunos a possibilidade de experimentar situações de aprendizagem diversificadas, abordando os mesmos conceitos e procedimentos, de modo a que o aluno possa pôr em acção, de forma integrada, conhecimentos, capacidades e atitudes, não se deixando aprisionar por *receitas* ou palavras-chave.

A visualização no espaço continua a ser um sério problema, pelo que deve ser feita uma aposta mais forte no desenvolvimento desta competência. O recurso a materiais didácticos que apoiem a passagem do concreto para o abstracto pode ser um caminho. Estar alerta para os diferentes ritmos de evolução dos alunos nessa passagem é também algo que o professor deve ter em conta.

Generalizar resultados simples não parece ser um aspecto problemático, mas traduzir um raciocínio em linguagem matemática — envolva, ou não, uma generalização de resultados — já parece levantar algumas dificuldades. Tornar a simbologia matemática mais familiar e significativa para os alunos implica uma atenção redobrada a aspectos de formalização que é necessário antever.

A resolução de problemas ou, pelo menos, a abordagem de situações problemáticas, em que os alunos têm que, por si só, ser capazes de descodificar o que lhes é pedido, identificar a informação útil que lhes é facultada, encontrar uma estratégia de resolução e usar de espírito crítico quanto aos resultados obtidos, deve ser uma componente transversal das planificações, independentemente das matérias abordadas.

O teorema de Pitágoras confirma-se como um conteúdo programático bem recebido pela maioria dos alunos, mas subsiste alguma evidência de que os procedimentos de cálculo que lhe estão associados continuam a levantar dificuldades. De uma maneira geral, os alunos reconhecem as

condições de aplicação do teorema e sabem aplicá-lo, mas, depois, apresentam dificuldades, nomeadamente na resolução da equação que lhes permite chegar ao resultado.

A resolução de equações e, em particular, a aplicação correcta dos princípios de equivalência, parece ser um sério calcanhar de Aquiles do nosso ensino. Apesar da nossa insistência e das carradas de exercícios que os alunos são obrigados a resolver sob pretexto de mecanizar procedimentos, o elevado grau de abstracção e a quase total ausência de contextos com sentido da maior parte desses exercícios tornam-se impeditivos de uma verdadeira aprendizagem. A questão que se coloca é a de como conseguir melhor e uma via a explorar é o reforço do trabalho em situações com significado.

O recurso por parte dos alunos à regra de três simples como chave mágica para resolver qualquer questão matemática é outro grande problema que se evidencia. A aprendizagem desta regra, contextualizada por situações de proporcionalidade directa, é feita quase sempre sem dramas, em passos simples que contam com uma boa reacção por parte dos alunos. No entanto, ao aplicarem a regra indiscriminadamente em qualquer situação, os alunos demonstram que se trata de uma técnica de cálculo que dominam bem, mas que não tem qualquer significado para eles. Talvez uma possível solução passe por aumentar a sua percepção de que este procedimento está intimamente associado a situações específicas de proporcionalidade directa, confrontando este tipo de situações com outras que não o são e permitindo aos alunos descobrirem por si mesmos onde residem as diferenças fundamentais. Por vezes, exactamente porque é um tema bem recebido pelos alunos, ficamos com a ideia de que ele foi interiorizado e não temos o cuidado de certificar as aprendizagens efectivadas. Desmontar o conceito é quase sempre uma boa forma de o fazer.

Estas são apenas algumas reflexões específicas que ressaltam da nossa análise, mas há uma outra, mais global, que se prende com a atitude dos alunos face às tarefas e à sua

aprendizagem. Muitos dos erros aqui detectados denunciam uma forte passividade no papel assumido pelos alunos perante as questões matemáticas. Se não têm uma resposta imediata para determinada pergunta, consideram legítimo escrever qualquer coisa, sem qualquer brio ou sentido crítico; se é pedido para explicarem um raciocínio, escrevem frases lacónicas apenas com o que julgam ser o indispensável e revelam não ter dedicado grande tempo ou atenção ao assunto. Enfim, apesar de não serem todos, muitos são os alunos que se encaixam nesta imagem de pouca responsabilidade face às aprendizagens escolares. Que podemos fazer para mudar isso? O professor pode ter um papel fundamental para ajudar a mudar esta atitude. Envolver os alunos, despertando-lhes a curiosidade e a responsabilidade e exigindo-lhes que assumam um papel mais activo e interventivo no seu crescimento intelectual, pode ser um bom princípio.

Ainda que restrita a um pequeno grupo de alunos e sem a pretensão de servir de base a qualquer generalização, esta nossa reflexão pretende mostrar como as provas de aferição podem ajudar a melhorar o ensino e a aprendizagem. A sua contribuição para a mudança depende em muito do aproveitamento que lhe imprimem os vários intervenientes no processo educativo, tirando partido da função essencialmente formativa das provas desta natureza.

Referências

- Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas: 2º ciclo do ensino básico* (volume I). Lisboa: Imprensa Nacional.
- Ministério da Educação (1991b). *Organização curricular e programas: 3º ciclo do ensino básico* (volume I). Lisboa: Imprensa Nacional.
- Ministério da Educação (2001). *Curriculo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2004). *Provas de aferição do ensino básico. Análise comparativa dos resultados 2001/2002/2003*. www.deb.min-edu.pt.

Fernanda Perez e Manuela Diogo
EB 2,3 Padre Vítor Melícias
Torres Vedras



Exames e tecnologia

Um preâmbulo: Não gosto muito de exames. Não gosto sobretudo que eles sirvam para ordenar pessoas e que isso tenha uma influência forte no seu destino. São pobres os exames na variadas vertentes importantes do ensino (e é por isso que eles só contam 30%) e são também instrumentos de medida pouco precisos (mas ainda não tivemos capacidade para arranjar um substituto).

Mas eles existem. Devido a sua inevitabilidade nos tempos que correm, há pelo menos um aspecto que eu gostaria de ver mais discutido e alterado: o uso da tecnologia nos exames.

Dada a impossibilidade física de utilizar outras tecnologias numa prova com as características destes exames, a única actualmente aceite é a calculadora gráfica. E, em todas as provas, lá aparece "a pergunta" da calculadora. Depois, em todas as restantes questões, a calculadora tem de estar ausente. Ausente no sentido em que, embora evidentemente o aluno possa usar a máquina como bem entender (ela está ali, à disposição ...), nada pode ser justificado com base no que se fez, investigou ou viu na calculadora.

Claro que o exame não poderia nunca ter perguntas para avaliar o conhecimento que o aluno tem sobre a utilização da calculadora (trata-se de um exame sobre Matemática e não sobre o uso de um instrumento). Mas, e agora de acordo com o que penso, as perguntas deveriam sempre testar a matemática que o aluno é capaz de construir ou de utilizar, cabendo-lhe a decisão de usar, ou não, a calculadora. Ou seja, o exame teria de avaliar aquilo que o aluno é capaz de fazer com todos os instrumentos de que dispõe (o papel, a caneta, a calculadora e, claro, o principal de todos, a

sua cabeça). Portanto, muito poucas ou nenhuma seriam as perguntas em que apareceria a indicação *sem recorrer à calculadora*.

Talvez algumas das perguntas que têm aparecido nos exames deixassem de fazer sentido e portanto seriam substituídas por outras que até agora não aparecem. Não duvido que, assim, aquilo que os nossos alunos aprenderiam seria uma Matemática mais profunda, mais adaptada às necessidades actuais e mais de acordo com o mundo em que vivemos.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira, Lisboa

Provas de aferição do 3º ciclo do ensino básico

No ano lectivo 2003–2004 fui pela primeira vez classificador das provas de aferição do 3º ciclo do Ensino Básico, tendo corrigido mais de 140 provas. Durante a realização deste trabalho, fui fazendo constatações que me levaram a algumas reflexões.

De outros professores, fui sempre ouvindo dizer que os fracos resultados obtidos pelos alunos nesta prova se devem, em grande parte, ao facto de ela não intervir na classificação final. Muitos destes professores são, por isso, defensores da sua realização na forma de exame nacional. Esperava, assim, encontrar um grande número de provas com respostas jogosas mas, contrariamente à minha expectativa, estas foram muito raras. De um modo geral, os alunos levam a prova a sério. Também reparei que os alunos que *entravam numa de brincadeira* nalgumas questões, davam respostas erradas nas perguntas que tentavam responder. Estes alunos,

muito provavelmente, também teriam um fraco resultado se a prova tivesse o peso de um exame. Por outro lado, verifiquei que nas questões cujo texto é mais alongado, surgem frequentemente respostas descontextualizadas da questão. Talvez nestas situações, perante uma prova que seja denominada de exame, os alunos tenham tendência a esforçar-se mais na leitura e interpretação dos textos. No entanto, não me parece que isto possa alterar significativamente os resultados.

Dentro das provas que classifiquei, não notei diferenças significativas nos resultados obtidos entre os vários conteúdos envolvidos, mas, ao nível das competências que se pretendiam avaliar, já foi notória uma grande divergência. Os alunos revelaram grande dificuldade nas questões que pretendiam avaliar a capacidade de comunicação matemática. Este resultado não me surpreendeu, pois tenho noção da dificuldade que os professores têm para fazer com que os alunos desenvolvam esta competência. Por outro lado, poucos alunos resolveram a questão que consistia numa equação do segundo grau incompleta notando-se que, os que o faziam, na maioria das vezes recorriam à fórmula resolvente e não à lei do anulamento do produto. Isto mostra que os bons resultados que se obtêm na resolução de exercícios rotineiros estão directamente relacionados com a prática desses exercícios num passado recente. Contrariamente às minhas expectativas, nas questões de resolução de problemas e que apelavam ao uso de raciocínio matemático, houve muito melhores resultados. Quando são confrontados com uma situação mais relacionada com a realidade, os alunos conseguem avançar com algum raciocínio, não deixam a resposta em branco, obtendo geralmente alguma cotação.

Jacinto Salgueiro
Esc. Sec. de Montemor-o-Novo



O gosto pela Matemática e o gosto por ser professor de Matemática

Há poucos dias, numa sessão plenária do ProfMat da Covilhã, e contra o costume, calculei bem de mais o tempo da minha intervenção e terminei antes do tempo! A Rita Bastos disse "podes ainda falar 8 minutos" mas eu, depois de hesitar um momento, disse que não, que tinha realmente acabado.

É estranho como tanta coisa pode passar pela cabeça de uma pessoa em poucos segundos, mas foi exactamente o que me aconteceu durante aquela hesitação.

Comecei por ter a tentação de efectivamente aproveitar aqueles minutos para *vender mais um pouco* de educação matemática. Por exemplo, dizer que reparassem bem na beleza da matemática explicitada pelo problema do pentágono e pelas várias resoluções apresentadas (ver o número anterior da *Educação e Matemática*, pág. 5). Mostrar como um enunciado tão simples de compreender podia conduzir a múltiplas resoluções, à primeira vista tão diferentes. Acrescentar que a beleza da matemática não consiste apenas na existência dessas múltiplas estratégias e caminhos mas também no facto dessas resoluções, se formos um pouco mais fundo na análise, se revelarem interligadas e mesmo, por vezes, serem exactamente a *mesma resolução* expressa em linguagens diferentes, correspondendo a domínios complementares da *mesma matemática*.

Ao mesmo tempo que ia pensando nisto, uma sensação da completa inutilidade em o fazer me ia invadindo ... Uma voz me dizia que ou a própria apresentação do problema e das suas resoluções tinha implicitamente comunicado essa beleza, ou não eram afirmações mais ou menos piedosas ou convincentes que o iam fazer. Ou seja, o *mal* ou o *bem* já estavam feitos, se não a 100 por cento pelo menos perto disso. Por outras palavras, ou eu tinha gostado tanto do problema e da matemática envolvida que a minha exposição tinha sido contagiante, ou pouco mais havia a fazer ...

Ao fim de alguns segundos, esta voz acabou por vencer e dei a intervenção por finda ...

O gosto pela matemática não se ensina, não é objecto da didáctica... Muitos de nós sabem perfeitamente quem os conduziu a gostar da matemática — isto é, a gostar de resolver problemas, de discutir resoluções de problemas, de fazer um esforço prolongado para compreender uma passagem de um livro de matemática, de comunicar uma descoberta, de ver *um brilhozinho* nos olhos dos outros e perceber que o nosso prazer está a ser contagiante.

Na última mensagem por correio electrónico que recebi do Paulo Abrantes, ele refere-se a esta grande questão da formação de professores. Respondia a um pedido de críticas a um texto que eu estava a escrever sobre a formação matemática dos futuros professores. E dizia, a certa altura:

O tema é realmente muito difícil. Trabalhei nestes 20 anos com futuros professores e creio ter percebido que, em qualquer dos dois aspectos que me parecem fundamentais (o gosto pela Matemática e o gosto por ser professor de Matemática), os casos de sucesso — houve alguns! — parecem-me ter sido aqueles em que ajudei ou encorajei algo que já existia nos estudantes. Se isto é verdade, então o percurso deles até ao 4º ano da licenciatura já é determinante de muita coisa (nunca é tudo mas ...)

Alguns pensarão que se é assim então não há nada a fazer ... ou já se gosta de matemática quando se acaba o curso e se inicia a vida como professor, ou o melhor é mudar de vida. Não me parece de todo que seja assim. Precisamente, acredito que o gosto pela matemática se adquire estudando matemática, lendo matemática, resolvendo problemas de matemática, em suma fazendo matemática ... É possível, e infelizmente não raro, que um estudante termine o curso tendo sido sujeito, durante 16 anos, a um ensino de matemática pedante, seco, desapaixonado ... Mesmo assim, se resistiu e continua a ter por objectivo a profissão de professor de matemática, acredito plenamente que a experiência matemática tem poder para desenvolver o seu gosto pela matemática e por ser professor de matemática. Mas tem que ser uma verdadeira experiência matemática, não uma espécie de *fast food* acompanhada de uma retórica qualquer.

Eduardo Veloso

Programa de Empréstimo



education.ti.com/portugal

A Texas Instruments disponibiliza empréstimos de calculadoras e acessórios aos professores de matemática e ciências. Os empréstimos terão uma duração máxima de duas semanas, estão sujeitos à disponibilidade do material e tem como objectivo principal a realização de acções de formação e workshops.

Os seguintes produtos estão disponíveis:

- TI-83 Plus
- TI-89
- TI-92 Plus
- Voyage 200™
- Calculator-Based Laboratory™ (CBL™) System
- CBL 2™
- Calculator-Based Ranger™ (CBR™) System
- Cabri Geometry II™
- TI Presenter™

Poderá pedir sensores para a sua acção com o CBL. Pode pedir posters, transparências e literatura para distribuir aos participantes durante a sua acção.

Lista de Sensores	Ref #	Lista de Sensores	Ref #
Acelerómetro até 25g	ACC-DIN	Sensor de pressão de 0 a 2.1 atm	GPS-BTA
Acelerómetro de 3 eixos	3D-BTA	Detector de batimentos cardíacos	HRM-DIN
Barómetro	BAR-DIN	Microfone	MCA-CBL
Colorímetro	COL-DIN	Sensor de PH	PH-DIN
Conductividade	CON-DIN	Sensor de humidade relativa	RH-DIN
2 amperímetros e 2 voltímetros	CV-DIN	Monitor de radiações	SRM-DG
Temperatura	DCT-DIN	Termopar tipo K-temperaturas de -200 a 1400°C	TCA-DIN
Sensor de força de duplo alcance	DFS-DIN	Sensor de luminosidade TI	CBL/CA/C
Sensor de electrocardiograma	EKG-DIN	Sensor de voltagem TI	CBL/CA/G
Monitor de batimentos cardíacos para exercício	EHR-DIN	Sensor de campo magnético	MG-DIN
Sensor de fluxo da água	FLO-CBL	Detector de movimento por ultrasons	MD-CBL

USUFRUIR DOS NOSSOS EMPRÉSTIMOS É GRÁTIS E FÁCIL!

As calculadoras e o ViewScreen™ (caso seja pedido), serão entregues pela nossa transportadora em mala própria, um dia ou dois antes do começo da sua acção. No fim, apenas terá de arrumar as calculadoras na mala, colar a etiqueta fornecida e telefonar para o serviço de entregas para fazer o levantamento.

Não se esqueça de nos contactar pelo menos com um MÊS DE ANTECEDÊNCIA.

CARTA: CSC (Centro de Suporte ao Cliente) C/o Sitel Belgium Woluwelaan 158-1831 Diegem — Bélgica

TELEFONE: 800 832 627 (número gratuito) | **FAX:** 21 424 51 30 | **E-MAIL:** ti-loan@ti.com | **INTERNET:** <http://education.ti.com/portugal/apoio/pemprestimo/>

Se quiser fazer o pedido por fax ou carta, por favor preencha o formulário seguinte:

Nome: _____ Escola e cursos ensinados: _____
Data do inicio da formação: _____ Data do fim da formação: _____
Telefone (escola): _____ Telefone (casa): _____
Morada: _____ Fax: _____
E-mail: _____

Produtos Necessários	Quantidade	C/ Viewscreen (Sim ou Não)

A formação inicial de professores de Matemática: Contributos para uma reflexão

Leonor Santos

O processo de Bolonha está hoje na agenda do ensino superior em Portugal, estando em curso uma movimentação tendo em vista a reformulação dos planos de estudos dos diferentes cursos, incluindo a formação inicial de professores. Pode dizer-se que este é um momento particularmente significativo para se fazer um ponto de situação sobre a formação inicial de professores, identificando pontos fortes e fragilidades, para se perspectivarem orientações fundamentadas para futuro.

Se é certo que a formação inicial de cariz profissionalizante é uma tarefa complexa, não tenho dúvidas em afirmar que, para o caso particular dos professores, ela toma contornos especialmente difíceis, que devemos

ter presente, mesmo que não tenhamos a resposta mais adequada a dar. Por um lado, a profissão docente é a única em que o contexto profissional do jovem professor lhe é totalmente familiar e do qual nunca dele saiu, muito embora desempenhando diferentes papéis — de aluno passa a professor. São assim diferentes olhares. Para além disso, são também diversas realidades, dado que evoluindo a sociedade, a escola também vai mudando. Como muita investigação evidencia, as representações de escola e do que é ensinar matemática estão profundamente enraizadas no jovem professor pela sua larga vivência enquanto aluno, pelo que em momentos de dificuldade são estas que emergem sobrepondo-se a tudo aquilo que

possam ter sido as aprendizagens desenvolvidas durante a sua formação inicial. Um edifício aparentemente sólido corre o risco de se desmoronar num só sopro. Por outro lado, talvez se possa afirmar que a profissão docente é de todas as profissões aquela em que se espera que, em geral, o jovem profissional tenha uma prática marcada por um certo contraste com a daqueles que já estão na profissão. Na verdade, espera-se usualmente que um jovem professor introduza inovação nas práticas lectivas, utilizando novos métodos de trabalho e propondo experiências de aprendizagem mais consentâneas com novas orientações curriculares. Esta situação é particularmente exigente se atendermos a que o jovem professor confrontar-se-á possivelmente com algumas resistências e desconfianças dos professores da escola (quantas vezes se ouve dizer "lá vem este com as manias do ensino superior, bem se vê que não conhece a realidade!" ou "essas ideias são muito bonitas, mas irrealizáveis") e, em simultâneo, terá que se integrar, desenvolver a sua socialização, numa comunidade nova para si.

Tendo presente que a formação inicial é uma tarefa exigente, que todo o modelo seguido deixa sempre questões em aberto e que a formação de um professor não termina com a formação inicial mas, pelo contrário, apenas se inicia formalmente com ela, passo a discutir alguns aspectos particulares da formação inicial de professores do

2º e 3º ciclos do ensino básico e do ensino secundário em Portugal. Em diferentes momentos desta discussão, utilizo dados dos últimos relatórios de avaliação externa das instituições de ensino superior público, publicados em 2001 e disponíveis na Internet. Estes relatórios abrangem as doze escolas superiores de educação e as oito universidades que fazem formação de professores em Portugal. Estes são os dados que existem a nível nacional. Deve notar-se, porém, que estes relatórios nos dão apenas um olhar, necessariamente marcado pelo juízo avaliativo daqueles que o produzem.

Composição dos planos de estudos

Ao analisar os planos de estudos dos diversos cursos, nomeadamente nas suas componentes matemática, didáctica da matemática, educacional e prática pedagógica, é preciso ter presente que enquanto a formação de professores para o 2º ciclo do ensino básico é bidisciplinar (Matemática e Ciências), a formação para professores do 3º ciclo do ensino básico e do ensino secundário é unidisciplinar (Matemática).

Nos planos de estudos em vigor no ano 2000–01, nas universidades, o total de horas das disciplinas de matemática varia entre 61 e 85%, enquanto nas ESEs corresponde entre 11 e 25% desse total. Entendendo, neste segundo caso, como representando metade da componente científica das áreas a leccionar, pode afirmar-se, apesar de tudo, que existe uma menor expressão na formação desta componente quando comparada com a das universidades. Já no que respeita à formação didáctica em matemática e, embora nem sempre seja fácil identificá-la em todos os planos de estudo, dado que diversas disciplinas de matemática das ESEs incluem esta componente nos seus programas, pode dizer-se que esta formação varia entre 4 e 7% do total nas universidades e entre 2 e 11% nas ESEs, valores estes que traduzem uma variação bastante significativa de instituição para instituição.

A apreciação feita pelos avaliadores externos, no que concerne à compo-



sição das disciplinas dos planos de estudo, é em geral positiva. Nos relatórios de cinco das oito universidades, podem ler-se referências explícitas à adequação do plano de estudos: “adequação do plano de estudos”; “curso bem estruturado, incluindo disciplinas consideradas essenciais numa licenciatura em ensino”. Existem, contudo, sugestões de natureza mais concreta, sobretudo no que respeita à formação matemática. Como sugestões de aperfeiçoamento para o futuro, surgem propostas de reformulação de conteúdos de algumas disciplinas ou a inclusão de temas matemáticos não trabalhados:

Por vezes, os conteúdos das disciplinas não correspondem minimamente à sua designação!
Relativamente ao tronco comum,

a disciplina de Álgebra Linear e Teoria de Matrizes deveria ser colocada mais adiante e não parece ser o seu teor adequado para o ramo educacional (...) Uma disciplina semestral de Álgebra parece também insuficiente (...) A disciplina de Aspectos Fundamentais da Matemática parece interessante, embora ainda não tenha sido conseguida (...) a componente informática do plano de estudos parece claramente insuficiente (...) É também insuficiente uma disciplina de Probabilidades e Estatística. Alguns conteúdos programáticos pareceram-nos pouco adequados. Dar uma formação matemática mais sólida. Implementar uma disciplina de Teoria dos Números. Ausência de História da Matemática.

Propõe-se a existência transversal e vocacional para as aplicações.

Já no que respeita às sugestões para a componente educacional, em particular a didáctica, existem referências em apenas dois relatórios. O facto de não haver praticamente sugestões relacionadas com a componente educacional não quer necessariamente dizer que nada há a melhorar, mas deve-se muito possivelmente à quase ausência de pessoas ligadas à educação na constituição das equipas de avaliadores externos. As sugestões apontadas focam a necessidade de dar mais atenção às didácticas específicas e à clarificação de quem cabe a responsabilidade do tratamento de certos temas:

As disciplinas da área da Educação ligadas à Didáctica deveriam orientar as suas preocupações para as três grandes áreas da Análise, Álgebra e Geometria, sem esquecer as Probabilidades e Estatística. Não é claro em que disciplinas devem ser tratados temas como a avaliação da aprendizagem.

No que respeita à apreciação feita pelos avaliadores sobre os planos de estudos das ESEs, no geral o seu tom é mais crítico do que quando se referem às universidades. Em cinco destas instituições existem comentários positivos quanto ao plano de estudos, nomeadamente quanto à elaboração dos programas de cada disciplina:

Os programas do curso estão bem elaborados, buscando evitar repetições e sobreposição de conteúdos científicos.

A formação científico-pedagógica dos alunos formados parece estar bem definida e concretizada.

Em outras instituições apontam-se aspectos de fragilidade, como seja, a estrutura curricular, e o equilíbrio entre as diferentes componentes, nomeadamente destacando-se a supervalorização de umas em relação a outras:

Afigura-se urgente a necessidade de profunda reflexão sobre a estrutura curricular do curso e sobre a sua adequação ao futuro desempenho profissional.

Desequilíbrio entre as componentes teórica e prática.

[A] dimensão teorizante do curso parece excessiva.

Prevalência da componente científica das disciplinas específicas sobre a sua componente didáctica.

Excessiva carga horária, quer dos docentes, quer dos alunos.

Carga horária inadequada. As Ciências da Educação têm uma fortíssima carga horária comparativamente com as disciplinas de metodologias específicas.

Por último, a componente da prática pedagógica, embora essencial na formação de professores, parece ter merecido menos comentários por parte dos avaliadores externos do que as restantes componentes do plano de estudos, quer das universidades, quer das ESEs. Entre as observações existentes é possível encontrarem-se espelhados os problemas que são habitualmente recorrentes quando se trata desta área, como seja, (i) questões de tipo organizacional, que se agravam quando a prática pedagógica existe ao longo dos diferentes anos de formação, "Dificuldade de organização eficaz da Prática Pedagógica ao longo do curso", "Sobreposição pontual de horários da Prática Pedagógica com horários lectivos"; (ii) dificuldade em encontrar estabelecimentos de ensino, "Dificuldade de organização eficaz da Prática Pedagógica ao longo do curso, por carência de estabelecimentos de ensino"; (iii) e carência de orientadores de estágio, "Dificuldade em obter bons orientadores de estágio"; e ainda (iv) reduzido acompanhamento por parte dos docentes da instituição formadora de ensino superior, "Manifesta falta de acompanhamento por parte dos docentes do Departamento de Matemática e do Departamento de Ciências da Educação".

Do exposto não se fique contudo com a ideia de que as apreciações globais tiveram um tom negativo. Antes pelo contrário, na sua grande generalidade, quer para as universidades, quer para as ESEs, se faz referência, em termos gerais, a "uma visão global positiva". Num ou noutro caso são mesmo referidas as opiniões positivas que ex-alunos têm da formação que receberam. Pode ler-se, por exemplo, que:

Dos 50% dos licenciados questionados (foram estes que responderam), todos consideraram boa a formação profissional obtida e sentem-se satisfeitos ou muito satisfeitos com a sua realização.

A maioria dos inquiridos (ex-alunos) afirma que a formação pedagógica-científica recebida na Universidade foi relevante para o exercício da sua actividade profissional.

Opiniões expressas de orientadores de escola são também referidas.

Nelas se podem encontrar uma visão positiva da formação recebida pelos estagiários, incluindo informação sobre o modo como se integraram nas escolas:

Os orientadores de estágio e membros de órgãos directivos das escolas manifestam uma visão positiva acerca da formação dos estagiários que recebem nas suas escolas.

A preparação dos estagiários é considerada positiva pelos orientadores de estágio, e elementos das Comissões Executivas das escolas contactadas. Segundo foi relatado, os estagiários integraram-se muito bem, revelam empenho profissional e têm uma preparação matemática adequada às suas funções.

Num único caso existe uma nota menos positiva e incide na formação educacional: "Do questionário aplicado aos orientadores de estágio, estes consideram que os estagiários de um modo geral apresentam-se bem preparados cientificamente. Apresentam certas dificuldades de natureza pedagógica".

Antes de terminar este ponto gostaria de fazer referência a um problema identificado unicamente nas ESEs, mas que pela generalidade com que surgiu não pode deixar de ser referido. Trata-se do facto da Variante de Matemática e Ciências formar simultaneamente professores para o 1º e 2º ciclos do ensino básico. A bivalência de que este curso se reveste foi identificada como um problema em todos os relatórios de avaliação: "A estrutura curricular do curso, de natureza bivalente, leva a que não responda

eficazmente aos seus objectivos"; "O nome do curso não é o mais adequado aos seus objectivos acabando por não informar correctamente os candidatos à sua frequência".

Em síntese, da avaliação desenvolvida pode afirmar-se que existe uma opinião geral positiva sobre os planos de estudo, quer das universidades, quer das ESEs, expressa tanto pelos avaliadores, como pelos orientadores de estágio/professores acompanhantes e ex-alunos. Existem, contudo, sugestões de aperfeiçoamento que apontam, no caso das universidades, sobretudo para a inclusão de um ou outro tema matemático ausente na formação, e no caso das ESEs para um melhor equilíbrio entre as componentes científica e educacional. A componente da Prática Pedagógica num ou noutro caso apresenta problemas de natureza organizacional ou relacionados com os recursos, traduzindo-se na falta de escolas, na dificuldade de arranjar orientadores ou no diminuto acompanhamento de docentes das instituições de ensino superior.

Estrutura e organização dos planos de estudo

Ao longo dos anos, e com especial incidência nos anos 80, muitas têm sido as discussões em torno da organização do modelo de formação inicial. Encontramos o modelo integrado — em que existem em paralelo disciplinas da componente científica e da componente educacional, algumas das quais proporcionando um contacto directo com o terreno — na formação desenvolvida nas escolas superiores de educação. De acordo com os relatórios de avaliação externa, nas doze escolas estudadas todas elas seguem este modelo. Já nas universidades é possível encontrarem-se diferentes situações: três delas apresentam um modelo sequencial (primeiros anos apenas disciplinas do domínio científico, seguindo-se-lhe disciplinas de educação e, no final, o contacto directo com o terreno); e as restantes cinco seguem um modelo progressivamente integrado, pois vão introduzindo disciplinas do campo educacional ao longo do seu plano de estudos, muito embora o contacto

directo com o terreno surja preferencialmente no final da formação.

Ora, estas diversas opções parecem ter subjacentes visões também elas diferentes quanto à forma como se gera o conhecimento. Um modelo sequencial assenta na ideia de que, em primeiro lugar, se deve dominar a teoria para, de seguida, a poder aplicar a situações de prática. Estamos assim perante o paradigma do racionalismo técnico. Em contrapartida, um modelo integrado tem por base uma concepção epistemológica que reconhece a prática como um contexto gerador de teoria. De uma reflexão sobre a prática, de uma reelaboração das experiências reflectidas que se vai vivendo, dá-se uma incorporação no campo teórico previamente existente, gerando-se deste modo nova teoria. Mas, pode perguntar-se se estes dois tipos de modelos implicam por si só que a formação se realize segundo uma destas perspectivas.

Da leitura dos resultados dos relatórios de avaliação externa múltiplas questões se levantam a tal respeito. Por outras palavras, emerge de forma inequívoca que a simples assunção de um modelo, sem o acompanhamento de certas medidas, não garante os frutos esperados. Senão vejamos. No que respeito ao modelo integrado, as sínteses finais dos relatórios de avaliação externa de cinco escolas superiores de educação, apontam como pontos fracos:

Ausência de articulação horizontal e vertical de várias disciplinas e respectivos conteúdos e sua distribuição ao longo dos anos.

Ausência de articulação entre as componentes teórica e prática.

Não houve unanimidade de opiniões sobre uma eficaz relação entre teoria e prática.

A interdisciplinaridade está ausente na estrutura curricular.

Parece assim que se reconhece a necessidade de uma revisão da articulação entre as diversas componentes da formação, científica, educacional e didáctica, e a prática pedagógica do plano de estudos.

O coordenador de licenciatura é uma figura prevista no funcionamento de diversas licenciaturas para garantir as

condições favoráveis ao desenvolvimento da referida articulação. Mas também aqui parece existirem problemas. Em seis das oito universidades a que me reporto há uma referência clara quanto ao défice de coordenação, como pode ler-se dos seguintes extractos dos relatórios:

A coordenação entre os departamentos envolvidos na Licenciatura é reduzida.

A figura do coordenador de curso tem de ser revista.

A Matemática e a Educação [didáctica] deveriam constituir duas componentes dialogantes na licenciatura (...) Falta de coordenação entre o Departamento de Matemática e o Departamento de Metodologias de Ensino em particular a coordenação entre conteúdos curriculares é praticamente inexistente.

[A instituição] Não parece muito atenta à necessidade de introduzir uma coordenação mais efectiva desenvolvendo o projecto pedagógico do curso.

Tal situação não é, contudo, exclusiva das universidades. Semelhantes observações podem-se encontrar em quatro relatórios de ESEs:

Ausência de estrutura formal para coordenação do curso.

Deficiente articulação curricular interdisciplinar. A figura do director de curso poderá minorar/resolver o problema.

Fragmentação departamental e suas consequências em termos de articulação interdisciplinar e programática.

Dificuldade de interdisciplinaridade.

Em apenas dois relatórios de ESEs esta questão é referida como um dos aspectos considerados satisfatórios: "desenvolvimento da interdisciplinaridade a nível da Prática Pedagógica" e "articulação entre a componente científica e didáctica do curso".

Em síntese, problemas de articulação entre as diferentes componentes de formação foram identificados em qualquer dos modelos de formação existentes. Também a coordenação da licenciatura parece ser um problema

encontrado, quer nas universidades, quer nas ESEs.

Questões em aberto

Para discutir a formação inicial de professores não podemos ficar pela análise da composição e organização do plano de estudo da formação. Há que procurar perceber que professor queremos, que tipo de competências profissionais são hoje necessárias para o exercício da profissão numa escola e numa sociedade que apresenta novos e renovados desafios e que contextos de aprendizagem poderão ser mais ou menos favoráveis para esse objectivo.

Falámos das disciplinas de matemática constituintes dos diferentes planos de estudo das licenciaturas em ensino existentes em Portugal, no ensino superior público. As recomendações apresentadas nos relatórios de avaliação externa apontam para um ou outro tema matemático ausente ou a sua distribuição ao longo do tempo de formação. Mas será que falar na formação matemática do futuro professor passa pela simples contes-

tação de um conjunto de saberes? É meu entender que o conhecimento matemático passa pelo *conhecimento da matemática*, conhecimento de tipo substantivo, no qual se inclui o proposicional, procedimental, estrutural e relacional, pelo *conhecimento sobre a matemática*, que diz respeito à compreensão sobre ideias matemáticas básicas, sobre a natureza e actividade matemática, e ainda a *atitude que temos face à matemática*¹. Será que a formação inicial tem em conta estas três componentes ou se reduz essencialmente à primeira? Que competências matemáticas se espera de um jovem professor? Qual o tipo de experiências matemáticas lhe é dado viver na sua formação inicial para o habilitar a proporcionar mais tarde aos seus alunos uma actividade matemática relevante?

A um nível mais global hoje fala-se de um ensino para o desenvolvimento de competências. Mas será que a formação inicial de professores também se faz nesta lógica ou, pelo contrário, ainda se processa essencialmente

numa perspectiva de aquisição de conhecimentos? Em particular, em múltiplos textos sobre o entendimento do que se espera hoje do professor na sociedade actual são largamente enfatizadas as competências de um profissional reflexivo, capaz de agir num contexto de incerteza e imprevisibilidade (Santos, 2000; Schön, 1991). A disponibilidade para aprender, a abertura ao imprevisto, a capacidade de gestão de dilemas, o ser capaz de dar resposta a situações problema de forma fundamentada e crítica são hoje competências essenciais numa prática profissional. Onde estão estas competências consideradas na formação inicial? A quem cabe a responsabilidade de as desenvolver? São preocupações a ter em conta no final da formação, ou antes pelo contrário, integram um projecto de formação assumido e explícito à partida?

Do que foi exposto parece poder afirmar-se que a articulação e integração de saberes é um processo bem complexo e que ultrapassa este ou aquele modelo de formação. Independen-

temente de se tratar de um modelo sequencial, bietápico, integrado ou outro qualquer, o que parece estar subjacente e ditar o que realmente acontece é uma lógica predominantemente aditiva, surjam as suas diferentes parcelas de que forma for. Tenho consciência que o desafio que se nos coloca é grande. Ele mexe necessariamente com a especialidade do saber de cada docente, com o quebrar de *paredes* em que cada um de nós se sente seguro e confiante, com a necessidade de um diálogo profundo e profícuo entre departamentos, nem sempre fácil e por vezes marcado por disputas de poder, naturais em estruturas organizacionais. Metaforicamente, poderia falar num plano de estudos com formato de mosaico, em que as diferentes disciplinas são pensadas, mais do que em termos da sua distribuição sequencial ao longo dos anos, na forma como se interrelacionam entre si, quais os seus pontos de intercepção, com que perspectivas cada um dos temas são tratados em cada contexto disciplinar, etc. Mas parece-me que mais importante do que caracterizar o modelo de formação com esta ou aquela imagem, importa repensar na cultura que temos que desenvolver de forma a não mais deixarmos para o aluno o que de mais complexo existe, o da articulação e integração de saberes.

A figura do coordenador da licenciatura, identificada como um aspecto a melhorar nos relatórios de avaliação, é habitualmente identificada como desempenhada por um único docente. Mas terá de ser mesmo assim? Porque não prever que a coordenação seja da responsabilidade de uma equipa de docentes, onde estejam representadas as diferentes áreas de formação? Esta via poderá talvez criar um contexto mais favorável para despertar sensibilidades para o problema da integração e ajudar a identificar obstáculos ou resistências à consecução deste objectivo.

Por último, relembro a insatisfação consensual encontrada a nível da formação de professores na Variante Matemática e Ciências por formar professores para o 1º e 2º ciclos do ensino básico, em simultâneo. Esta questão faz-me trazer à discussão uma das novas questões que hoje se coloca decorrente das orientações de Bolonha. Falo de uma formação profissionalizante ao nível do ensino superior desenvolvida em dois ciclos. Discutir esta questão em torno da duração de cada ciclo parece-me extremamente pobre. É uma questão de operacionalização que remeto para mais tarde. O que me parece realmente interessante nesta primeira fase é problematizar qual a filosofia do 1º ciclo de formação, pressupondo que o 2º ciclo cumpre uma função profissionalizante. Vários cenários se podem antever. Contudo, em minha opinião, está criada uma situação muito favorável para reorganizar o ensino superior, proporcionando a cada aluno a oportunidade de ir desenvolvendo o seu próprio currículo, orientando e reorientando as suas escolhas ao longo do seu percurso de formação. Em vez de um plano de estudos rígido, cada aluno poderá construir o seu currículo, tendo à partida conhecimento daquilo que lhe será exigido à entrada do 2º ciclo de formação.

Em síntese, e usando as palavras de Perrenoud (2002), não é possível formar professores sem fazer escolhas ideológicas. Conforme o modelo de sociedade e de ser humano que defendemos, assim atribuímos estas ou aquelas finalidades à escola e, conseqüentemente, perceberemos o que entendemos por professor. Discutir a formação inicial de professores passa inevitavelmente pela definição de um projecto de formação assente num conjunto de opções colectivas e num conhecimento aprofundado da realidade, que passe pela percepção das suas dificuldades e constrangimentos. Terá do mesmo modo de ser clarificado qual o lugar do ensino da matemática no projecto de educação dos jovens

na sociedade actual. Tal exige naturalmente um trabalho interdepartamental e inter-institucional, colaborativo e de parceria. É um desafio que todos aqueles que estamos envolvidos na formação inicial de professores temos de enfrentar. É um caminho que temos de percorrer, que temos de aperfeiçoar e que certamente com avanços e recuos chegará a bom porto!

Esperam-se para breve mudanças na formação inicial de professores. O debate despoletado pela implementação em torno do processo de Bolonha poderá constituir um momento especialmente favorável para se discutir estas e outras questões da formação inicial. Cabe a nós sabê-lo aproveitar.

Nota

- 1 Para desenvolvimento deste ponto, ver o artigo de Eduardo Veloso (2003) que discute a formação matemática dos futuros professores, apresentando um conjunto de estudos realizados nos EUA.

Referências

- Perrenoud, P. (2002). A formação de professores no século XXI. In P. Perrenoud, M. Thurler, L. Macedo, N. Machado & C. Alessandrini (Eds.), *As competências para ensinar no século XXI* (pp. 11–33). Porto Alegre: Artmed.
- Santos, L. (2000). *A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: um estudo com três professoras do ensino secundário* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Schön, D. (1991). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Great Britain: Maurice Temple Smith.
- Veloso, E. (2003). Educação matemática dos futuros professores. <http://homepage.mac.com/eduardo.veloso/FileSharing1.html/mateduc.pdf>

Leonora Santos
Faculdade de Ciências da
Universidade de Lisboa



O problema deste número

Berlindes em quatro taças

O Valter colocou quatro taças, uma em cada vértice de um quadrado, e em cada taça pôs um berlinde. Depois, carregado com um grande saco de berlindes, partiu de um dos vértices e seguiu sempre ao longo dos lados do quadrado. Só parava quando chegava a uma taça e então:

- se viesse segundo o sentido dos ponteiros do relógio, deixava na taça tantos berlindes quantos os que se encontravam na taça de onde vinha,
- se viesse em sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, retirava ou punha na taça os berlindes necessários de modo ficasse lá uma quantidade igual à da taça de onde vinha.

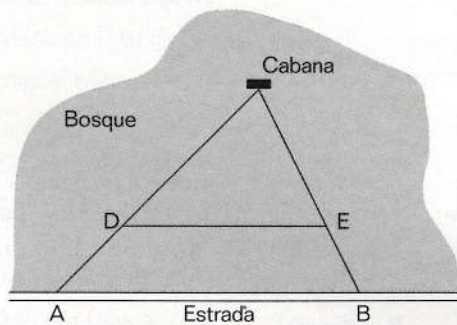
Como fez o Valter para que cada taça ficasse com 98 berlindes?

(Respostas até 28 de Fevereiro)

Caminho pelo bosque

O problema proposto no número 78 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Perto de Viana do Castelo há um belo e simpático bosque limitado por uma estrada em linha recta. De dois pontos (A e B) da estrada saem uns caminhos bem a direito que vão dar a uma cabana. Certo dia, a Teresa partiu a pé do ponto A em direcção à cabana mas, a certa altura, desistiu de ir até ao fim. Por isso, meteu a corta-mato, paralelamente à estrada, até encontrar o outro caminho (em E) e regressou à estrada por este caminho.



Curiosamente, a distância que percorreu a corta-mato foi exactamente igual ao total do que andou nos dois caminhos.

Como descobrir geometricamente o ponto D em que a Teresa abandonou o primeiro caminho?

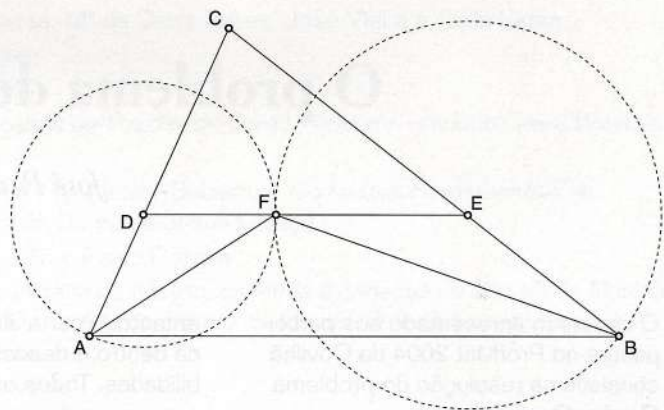
Tivemos 9 respostas: Américo Bento (Vila Real), Ana Luísa Correia (Lisboa), António Lucas (Castelo Mendo), António Rebolho (Avelãs de Caminho), Graça Braga da Cruz, Joana Latas (Évora), João Maria de Oliveira (Cartaxo), Pedrosa Santos (Queluz) e, claro, da Teresa Pimentel (Viana do Castelo).

Quase todos estes leitores utilizaram um programa de geometria dinâmica para a investigação do problema. Depois,

descobertas as relações entre o segmento DE e o triângulo inicial, trataram de fazer a demonstração do resultado. Não deixa de ser curiosa a variedade de resoluções que apareceram.

A Ana Luisa e a Teresa seguiram processos muito parecidos.

Eis como a Teresa descreve o que fez (depois de seguir



outros caminhos mais longos):

Construo as bissectrizes de dois ângulos. Depois, pelo ponto de intersecção F , faço passar uma paralela a AB obtendo D e E . Meço AD e DF , FE e EB e, maravilha!!! São iguais!!!

Logo, o processo é:

Traçar o incentro do triângulo e por ele conduzir uma paralela ao lado AB obtendo D e E por intersecção com AC e BC .

Claro, é preciso a demonstração. Eis a da Ana Luísa:

$$D\hat{A}F = B\hat{A}F \quad (AF \text{ é a bissectriz})$$

$$D\hat{F}A = B\hat{A}F \quad (\text{ângulos alternos internos})$$

$$\text{logo } D\hat{A}F = D\hat{F}A.$$



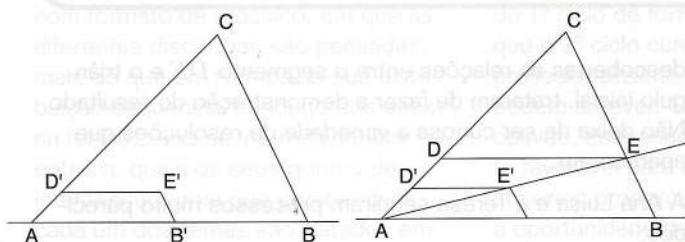
Então, o triângulo DAF é isósceles e $\overline{AD} = \overline{DF}$.

De modo semelhante se mostra que $\overline{BE} = \overline{EF}$.

O António Lucas chegou às mesmas conclusões mas por uma via mais longa.

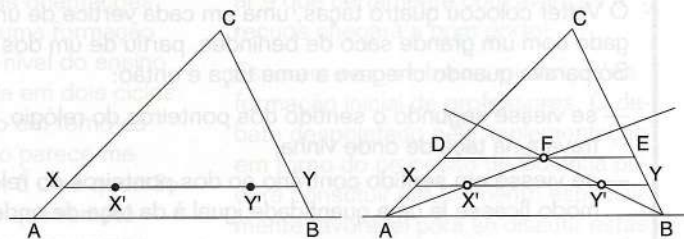
A Joana constata experimentalmente, com um programa de geometria dinâmica, que a distância AD é um terço da distância AC e que BE é um terço de BC . Assim sendo, o segmento DE passa pelo incentro do triângulo.

A Graça começa por desenhar o trapézio $AD'E'B'$ nas condições do problema, excepto que o lado $E'B'$ não está sobre o caminho BC . A intersecção da recta AE' com o lado BC é o ponto E procurado. A demonstração resulta do facto dos trapézios $AD'E'B'$ e $ADEB$ serem semelhantes.



O processo do Américo foi:

Traçar uma paralela XY a AB e nela marcar os pontos X' e Y' de modo que $\overline{XX'} = \overline{AX}$ e $\overline{YY'} = \overline{BY}$. Traçar as semirectas AX' e BY' . O segmento DE passa no ponto de intersecção F destas semirectas.



O Pedrosa e o António Rebolho descobriram processos correctos e diferentes dos anteriores mas, como diz o primeiro, "não necessariamente os mais expeditos."

O problema do ProfMat 2004

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2004 da Covilhã consistiu na resolução do problema Cordas Queimadas:

Temos duas cordas. Se lhes deitarmos fogo numa das pontas, a primeira demora exactamente 10 minutos a arder enquanto que a segunda demora 8 minutos.

As cordas são de fabrico muito artesanal pelo que se, por exemplo, dividissemos a primeira ao meio, nada garantiria que cada metade ardesse em cinco minutos.

Usando apenas estas duas cordas, quais são os tempos que seria possível medir com exactidão?

Quando se começa a pensar neste problema, parece que não são possíveis mais do que quatro tempos. No

entanto, a certa altura faz-se um click cá dentro e descobrem-se mais possibilidades. Todos os concorrentes conseguiram pelo menos doze tempos. Os doze tempos são obtidos usando, na definição da Iva e do Nuno, duas técnicas:

Técnica simples — deitar fogo a uma ponta da corda.

Técnica dupla — pegar simultaneamente fogo às duas pontas da corda. Assim, a corda vai ardendo irregularmente a partir dos dois lados mas, garantidamente, irá demorar metade do tempo a arder completamente. A equipa dos dois Josés e a do António e do Valter incluíram mesmo a demonstração matemática deste resultado.

Com a *técnica simples*, a primeira corda demora 10 minutos a arder e a segunda demora 8:

$A = 10$ minutos

$B = 8$ min

Nota: como diz, e muito bem, a equipa da Maria de Deus, "o símbolo min significa minutos, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades e a legislação em vigor (Decreto-Lei nº 238/94 de 19 de Setembro ...".

Com a *técnica dupla*, a primeira corda arde em 5 minutos e a segunda em 4: $A/2 = 5$ min, $B/2 = 4$ min.

Se deixarmos arder uma corda e depois outra e contarmos os tempos desde início, as possibilidades são:

$A + B = 18$ min

$$A+(B/2) = 14 \text{ min}$$

$$(A/2) + B = 13 \text{ min}$$

$$(A+2) + (B/2) = 9 \text{ min}$$

Se fizermos arder as duas cordas simultaneamente e contarmos o tempo que decorre entre o fim de uma e o fim da outra, as possibilidades são:

$$A - B = 2 \text{ min}$$

$$A - (B/2) = 6 \text{ min}$$

$$B - (A/2) = 3 \text{ min}$$

$$(A/2) - (B/2) = 1 \text{ min}$$

E estamos chegados aos doze tempos. No entanto, com grande surpresa da *organização* do concurso, houve quem fosse mais fundo na forma raciocinar, chegando àquilo a que podemos chamar a *Técnica mista*:

uma corda arde a partir de uma ponta mas quando a segunda corda acaba, chegamos fogo à outra extremidade da primeira corda.

Nove dos concorrentes usaram este processo, embora só três tivessem conseguido todos os tempos possíveis:

- Acender as duas pontas de A e uma de B. Aos 5 minutos A acaba e restam 3 minutos a B. Acender a outra ponta de B, que arde em 1,5 minutos. Tempo total: 6,5 min.
- Igual ao anterior, mas contamos o tempo desde que A acaba: 1,5 min.
- Acender as duas pontas de B e uma de A. Aos 4 minutos, B acaba e restam 6 minutos a A. Acender a outra ponta de A, que arde em 3

minutos. Tempo total: 7 min.

Com estas cordas, subaproveita-se esta última possibilidade: desde que B acaba até ao fim, decorrem 3 min, um tempo já obtido anteriormente. Se as cordas demorassem outros tempos a arder seria possível obter um máximo de 16 tempos.

Conclusão: com as cordas dadas são possíveis 15 tempos, que foram indicados pelas equipas António-Valter e Torres-Vieira e ainda pela Céu:

1 - 1,5 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 6,5 - 7
- 8 - 9 - 10 - 13 - 14 - 18.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Lista de participantes

Individuais:

Alzira Santos

António Borrhalho

Carlos Farias

Carlos Próspero

Jorge Nuno Silva

José Manuel Duarte

Maria do Céu Belarmino

Miguel Mata

Sílvia Grosso

Em equipa:

Ana Paula Júlio e Paulo Correia

Anabela Torres, M^a de Deus Torres,
José Vieira e Célia Vieira

António Dias e Valter Carlos

Beatriz Barbosa e Isabel Leite

Iva & Nuno Angelino

José Carlos Campos e José
Fernandes

Judite Barbedo, Manuela Silva e
Isabel Silva

Premiados e Prémios

- 1°. António Dias e Valter Carlos
Calculadora Gráfica Voyage 200, oferta Texas Instruments
- 2°. Maria do Céu Belarmino
Calculadora Gráfica FX 9750 G Plus
- 3°. Anabela Torres, M^a de Deus Torres, José Vieira e Célia Vieira
Jogo Triggery
- 4°. Carlos Farias
Livros *Antologia de Puzzles* de David Wells e *E=mc2* de David Bonadis
- 5°. Miguel Mata
Livros *2+2=11* de Natália Bebiano e *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça
- 6°. Ana Paula Júlio e Paulo Correia
Livros *Matemática ou Mesas, cadeiras e canecas de cerveja* de Natália Bebiano e *O mistério do Bilhete de Identidade e Outras Histórias* de Jorge Buescu
- 7°. António Borrhalho
Poliedros Areal + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso
- 8°. Jorge Nuno Silva
Um cachecol de lã da Serra da Estrela, oferta ProfMat 2004 + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso
- 9°. Judite Barbedo, Manuela Silva e Isabel Silva
CD educativo *Países do Mundo* + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso

Atenção: Os prémios devem ser levantados até 30 de Junho de 2005.

Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.

Vivências do ProfMat 2004

Isabel Paula

Quando me despedi das minhas colegas da escola dizendo "beijinhos, vou para o ProfMat, desta vez é na Covilhã", elas responderam "leva camisolas, lá está sempre frio" ou "leva Kispo, porque o tempo engana e lá chove". Assim fiz, atulhei a mala de roupa, mas ... nada disso foi preciso, pois o calor era sufocante e dava para fazermos sauna, não só pela temperatura ambiente, mas também pelo sobe e desce, dos hotéis para o Pelourinho ou Universidade, do Pavilhão das Engenharias para a cantina. Posso dizer que este ProfMat foi um 2 em 1, de Matemática e Educação Física ...

Cheguei ao Pavilhão das Engenharias para recepção e entrega de pastas e logo me deparei com conversas entre colegas "tenho de me ir já embora porque não fiquei colocada", "o meu novo presidente da Comissão Executiva não autoriza que aqui esteja", "tenho de desmarcar a sessão de trabalho que me ofereci para dinamizar porque me passaram à frente nas colocações e tenho de ir reclamar" ... Foi neste contexto sócio-político que se realizou em 2004 este ProfMat. Em quase 20 anos de realização nunca ouvi nada disto! Na Educação e nossa vida profissional, muito se tem alterado para pior. O entusiasmo que se tem quando se chega à escola em relatar aos colegas o que se aprendeu e mesmo o trabalho colaborativo com professores e inovações nas aulas numa disciplina de tanto insucesso escolar estão a ficar cada vez mais comprometidos. Parece-me que foi a primeira vez que ninguém dos poderes centrais do Ministério da Educação esteve presente. Terá sido por acaso, sendo a Matemática tão acusada no domínio público?

Claro que a Comissão Organizadora não tem culpa disto e esforçou-se para apresentar um programa diversificado e entusiasmante onde, como já é hábito, a dificuldade está na esco-

lha: sessões sobre *Reorganização Curricular* ou sobre *Estatística*? Sobre as *Reprovações no Ensino Básico* ou sobre *Reflectir, investigar e escrever*? Sobre *Jogos matemáticos* ou sobre *Tecnologias*?

As sessões plenárias apresentaram temas variados. Começou-se com José Manuel Matos que, partindo de estudos de caso extraídos de teses de mestrado, relatou situações de insucesso escolar, particularmente em Matemática, de alunos de todos os níveis de escolaridade, excepto o superior. É importante esta consciencialização de que muito do que se passa com os nossos alunos tem muitas vezes causas exteriores à sala de aula e de que, nos casos em que o principal responsável é o contexto sócio económico, por vezes a escola e os professores fazem orelhas moucas e não alteram nada na sua organização e nas suas práticas, o que estaria ao seu alcance, para o minorar. Claro que não é fácil chegar a todos. Também seria interessante questionar se em alunos com contextos sócio-económicos favorecidos não existe insucesso escolar e quais os factores que o determinam ou diminuem. Serão as causas no Básico assim tão diferentes das do Secundário? Será que, neste último ciclo, a principal razão é a pressão que o exame exerce sobre os professores? Um dos exemplos apresentados identificou posturas sociais e afectivas diferentes entre os professores do Secundário. Como investigou António Damásio, temos de passar do modelo cartesiano *penso, logo existo*, para o *sinto, logo existo*, sem cairmos no pedagogismo ou no facilitismo.

Outra conferência muito interessante foi a de João Barroso sobre as consequências e responsabilidades do ensino da Matemática na defesa e promoção da escola pública. Começou por identificar a importância



histórica e cultural da escola pública, referindo as pressões cada vez maiores que se vão exercendo para a privatização de serviços públicos, especialmente na educação, numa perspectiva neo-liberal. Mas quando eu (e todos?) esperávamos dicotomia público-privado ele colocou a questão de uma outra forma, referindo os interesses específicos de cada um dos pratos da balança, o que nos levou a uma perspectiva mais abrangente de análise. Como exemplo do que referi ele questionou a coerência de, por outro lado, se verem os pais e a comunidade como meros *intrusos e opositores* e não como parceiros sociais, não sentindo a necessidade de dialogar com eles, antes se permanecendo autista no isolamento da sua sala de aula, e por outro lado, quando os professores são encarregados de educação questionarem tudo. E ainda, inquiriu sobre qual o saber matemático permitirá defender a escola pública. Será o de uma visão tradicionalista ou será o saber socialmente construído nas nossas comunidades de prática? Incomodou-nos, desafiou-nos e pôs-nos a pensar e reflectir nos limites, potencialidades, e na nossa responsabilidade em defesa da escola pública. Adelina Precatado e Fernando Nunes questionaram-no, colocando-lhe per-



guntas pertinentes, demonstrando terem bem preparada a sessão.

É claro que assisti aos temas que mais me interessavam, havendo neste ProfMat um novo tipo de sessão, as conferências debate. Numa destas, a que assisti, foi feito o balanço destes anos de reorganização do Ensino Básico. Luísa Alonso, estudiosa do tema desde o início do processo, convidou para o debate professoras dos três ciclos de escolaridade, que apresentaram pontos fortes e fracos, levando a assistência a questionar-se sobre essa problemática. Sendo um processo que ainda está a decorrer, interessa pensar se tudo se pode alterar num ápice, como queria o antigo ministro Justino que, por exemplo, ao acabar com as parcerias pedagógicas nas áreas não curriculares do 3º ciclo, e depois com as suas propostas de alteração dia sim, dia não, procurou descaracterizar quase tudo, afirmando Luísa Alonso que *"agora se vira de novo a página sem a ter lido e especialmente sem a ter compreendido"* Mas, também nós, enquanto professoras, o que temos feito na nossa prática relativamente às inovações? Temo-nos limitado a utilizá-las como receitas meramente burocráticas, como é o caso da elaboração do plano curricular de turma das novas

áreas etc? Muito gasto de papel, mas no fundo rejeitamos e mantemos as nossas convicções ou adaptamos às nossas realidades? Que passos têm de ser dados ou alterados? Todas estas questões ultrapassam as experiências pessoais, mas são fruto também da interpretação que os professores fazem das mudanças, e fiquei com uma perspectiva mais alargada de como se interligam o desenvolvimento dos alunos, o curricular, o profissional e a organização nas escolas.

Outra conferência a que assisti foi de Dário Fiorentino, relatando como se tem processado o desenvolvimento profissional de um grupo de professores brasileiros participantes no *Grupo de Sábado* que utilizavam como modelo *reflectir, investigar e escrever*. Desde logo achei semelhanças com o processo que estou a viver no meu grupo da APM, o grupo GTI, percebendo pelos aspectos positivos relatados os que tenho vindo também a encontrar na minha experiência.

Se chegar à minha escola e fizer o relato do que acabei neste momento de escrever, dir-me-ão algumas colegas: *"Mas então e a matemática, foste só a questões gerais"*? Claro que não! Sendo responsável da minha escola ao concurso de jogos matemá-

ticos a realizar no Pavilhão do Conhecimento na semana da Ciência, preocupei-me em assistir a conferências e sessões práticas que fossem úteis para os professores e alunos implicados, bem dinamizadas pelo sempre bem disposto João Almiro e Luís Reis, entre outros.

Para além disto tudo, nos ProfMat's há o convívio, o encontrar colegas de outros pontos do país que não via há muito, confidenciar desencantos e alegrias, partilhar experiências, rir e descontraír, ver exposições temáticas de matemática, fazer compras de artigos regionais ou do comércio justo. Quem tiver uma imagem de professor carrancudo e mal disposto, sempre a pensar nos alunos e nos testes (desculpa lá Zé Paulo, claro que não é contigo e há mais excepções ...), ficará muito admirado com a nossa descontraicção nestes encontros. Até a sessão cultural a que assisti com colegas da minha escola — o coro da Covilhã — deu ideias de canções para dizer à *maestrina*, do coro da nossa escola. Depois disto tudo ressalta uma imagem global: neste ProfMat não encontrei unanimismo, o preto e branco, todos a dizer que sim, mas a calar e a fazer com sempre. Nada pior que a paz podre, do faz de conta. Há cada vez mais professores que apresentam visões diferentes, alicerçadas nas suas práticas, que são capazes de discutir e ouvir perspectivas diferentes. Será isto um pequeno passo para a reflexão na acção? Seremos nós capazes de ir para as nossas aulas desmultiplicar o que aprendemos, junto dos alunos, e ousar efectivamente alterar algum grãozinho das nossas práticas? E, junto de colegas, teremos mais paciência para ouvir, contra argumentar e partilhar experiências, respeitando as diferenças?

Este é o meu olhar sobre o ProfMat. Cada um tem o seu, à luz das suas expectativas e interpretações. Desta vez não pude fazer nada senão participar *de cadeira*, e até tive de regressar antes do fim. Pode ser que no próximo ano em Évora, esteja mais disponível e activa. Até lá!

Isabel Paula
E.B. 2,3 Conde de Oeiras

Dados

sobre dados

Luís Reis

Muitos utensílios de jogo remontam a práticas ancestrais de adivinhação, constituindo artefactos mágicos que o homem primitivo usava para adivinhar o futuro. Quando o sacerdote pré-histórico, ou o feiticeiro, lançava ao solo as flechas sagradas (ou paus, canas, palhas, conchas, seixos, cascas de nozes ou caroços de frutos) e recitava as palavras mágicas, ele interpretava a vontade dos deuses e previa a boa ou má fortuna da tribo. O actual jogo do Mikado (em que se tenta apanhar varetas coloridas sem mover nenhuma das restantes) descende directamente dos actos divinatórios de lançar paus. Por outro lado, o facto da palavra *kwai*, o nome dos ceptros de jade dos nobres da antiga China, se escrever com um carácter que, combinado com o radical de *mão*, origina *kwa*, que significa *adivinhar com palhas*, sugere a origem divinatória dos ceptros reais. A própria varinha mágica seria um produto deste tipo de evolução.¹ (Fig. 1)



Figura 1. Artefactos para adivinhação

Gradualmente o significado místico foi-se perdendo, os lançamentos passaram a determinar pontuações e a decidir o resultado de apostas. Os rituais litúrgicos transformaram-se em jogos e os objectos primitivos para adivinhar a fortuna transformaram-se em objectos para ganhar fortuna!

Os dados, pré-requisito para jogos de azar (ou sorte!), têm sido usados há milhares de anos por povos de todos os continentes, com as mais diversas formas e marcas². Os primeiros *geradores aleatórios* talvez tenham sido os de duas faces, mas o dado mais antigo seguramente identificado como tal tem forma cúbica e é da Síria, dos finais do quinto milénio a.C.; é notável verificar que possui as características que desde então quase invariavelmente se seguiu em todo o lado, nomeadamente a de faces opostas somarem sete.³ Estes dados rivalizaram com os dados oblongos (fig. 2) e os astrágalos (fig.3), de quatro faces.⁴



Figura 2. Dados oblongos

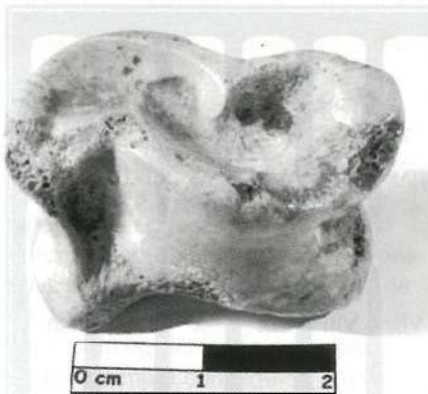


Figura 3. Astrágalo⁵



Figura 4. Sortido de dados oblongos e cúbicos da Índia (ver nota 3)

Os dados eram claramente populares nas eras grega e romana. A maioria era feita de osso, madeira ou marfim, mas também havia dados de pedras preciosas, bronze, alabastro, âmbar, porcelana, etc..

Antes de lançar os dados os jogadores agitavam-nos num copo. Para evitar a fraude usava-se, por vezes, um copo recurvo, sem fundo, munido no interior de degraus que os dados deviam transpor antes de rolar na superfície de jogo.

Sófocles (496–406 a.C.), o grande poeta trágico grego, afirmava que os dados foram inventados por Palamedes, que ensinou os soldados a jogar durante o cerco de Tróia (há cerca de 3000 anos). Por sua vez o historiador Heródoto (484?–420 a.C.) atribuía a invenção dos dados aos Lídios da Ásia Menor, que os usaram como diversão durante o período de fome no tempo do rei Atys. Também Platão (427–347 a.C.) considerou, na obra Fedro, que a invenção dos dados tinha origem estrangeira, no deus egípcio Tot.

Entre os romanos, tal como entre os gregos, praticava-se sobretudo um jogo simples, mas que era o mais

apreciado pelos amadores: o jogo do *melhor lance* ou do *seis triplo*. Os jogadores concordavam em pagar certa soma se tirassem ases. Saindo dois ou três, a penalidade era duplicada ou triplicada. Se saísse o seis triplo a um jogador, ele recolhia todas as entradas.

Os imperadores Calígula, Cláudio, Nero e Cómodo tiveram grande paixão por este jogo. Nero, segundo o historiador Suetónio, pôs em jogo num só lance de dados quatrocentos mil sestércios (o equivalente ao salário de 400 soldados). Séneca representou Cláudio nos Infernos a jogar dados com um copo furado. O suplício do imperador consistia na fuga perpétua de dois dados, que ele jamais poderia fazer rolar na mesa. Juvenal condenava os jogadores nestes termos: "Que combates são estes? É simplesmente o furor de perder cem mil sestércios e de não dar uma túnica a um escravo que morre de frio!"

Mesmo assim, o gosto pelo jogo de dados, originado pela conquista romana, invadiu todas as classes sociais entre gauleses, germânicos, godos e francos.

A paixão pelos dados é ancestral e vem já mencionada no hino aos dados do Rig-veda, escrituras do povo ariano

védico: "Amo com embriaguez os filhos do grande Vibhâcada [o deus do jogo], os dados que, agitados, tombam no ar e rolam no solo! A minha embriaguez é semelhante à que produz o Soma [bebida sagrada]. Que Vibhâcada, sempre desperto, me proteja!" (Fig. 4)

Apesar de todas as proibições, nomeadamente pelas autoridades religiosas, os jogos de azar foram um dos passatempos favoritos ao longo dos tempos, por vezes com consequências nada agradáveis.

Notas

- 1 <http://members.aol.com/dicetalk/history1.htm>
- 2 Ver a galeria de dados em <http://membres.lycos.fr/arjan/>
- 3 <http://www.asiasociety.org/arts/asiangames/chance01.html>
- 4 O astrágalo de ovelhas e cabras, um osso pequeno que fica entre o calcanhar e o carpo, é um dado que pode cair em 4 posições diferentes: o lado plano, o côncavo, o convexo e o sinuoso.
- 5 Imagem em http://arqueoblog.blogspot.com/2004_05_01_arqueoblog_archive.html

Referência

ALLEAU, René, direcção. Dicionário de Jogos. Editorial Inova. Porto. 1973.

Luís Reis
Centro de Competência Nónio
ESB-UCP

Tabula

Na maioria das vezes, os jogos de tabuleiro baseiam-se em três actividades primitivas do homem: a guerra, a caça e a corrida. Nesta última categoria incluem-se jogos com dados. Exemplos de existência milenar são o Jogo Real do Ur, Senet e Cães e Chacais. Também os romanos deixaram muitos vestígios de um jogo de dados a que chamavam Ludus Duodecim Scriptorum, abreviadamente XII Scripta, jogo dos doze pontos. Jogava-se num tabuleiro 3x12 com 3 dados cúbicos, mas as regras nunca foram completamente determinadas. Este jogo teve a variante de 2x12 casas, passando o nome a Alea ou Tabula, como é por vezes denominado. O Gamão é um sucessor destes jogos.

Material: Tabuleiro com 24 casas numeradas de I a XXIV (figura 1); 3 dados e 15 peças por jogador.

Número de jogadores: 2

Objectivo: Retirar todas as suas peças do tabuleiro.

Regras:

- 1) Lança-se um dado para decidir quem começa o jogo.
- 2) Inicialmente o tabuleiro está vazio. Todas as peças entram no tabuleiro na casa I e avançam no sentido anti-horário.
- 3) Lança-se os três dados. O número de pontos corresponde ao número de casas a avançar. O jogador pode decidir mover uma só peça ou repartir os pontos por 2 ou 3 peças.

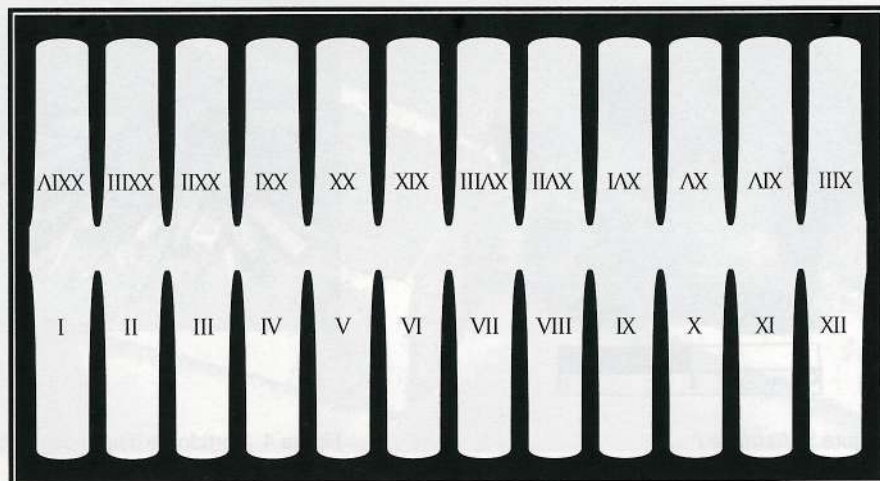


Figura 1

Exemplo: saíram os números 1, 2 e 4. O jogador pode mover:

- uma peça 7 casas;
- duas peças utilizando uma das três possibilidades: (1, 6), (3, 4) ou (2, 5);
- três peças, movendo (1, 2, 4).

Não é permitido mover uma peça mais de 12 casas, pelo que nem sempre se pode adicionar o valor dos três dados.

- 4) O jogador tem de aproveitar todos os pontos de um lançamento. Caso não seja lhe possível perde a parte correspondente da jogada.
- 5) É permitido saltar por cima das suas peças ou das adversárias.
- 6) Se um jogador colocar uma peça numa casa onde já exista uma peça adversária, esta última é retirada e deve reentrar para o início do tabuleiro na jogada seguinte do adversário. Diz-se que essa peça foi *atacada*. Os jogadores não são obrigados a atacar as peças adversárias.
- 7) Um jogador não pode atacar nem ocupar uma casa onde estejam duas ou mais peças adversárias.

8) Nenhum jogador pode ocupar a segunda metade do tabuleiro se não tiver todas as suas peças em jogo.

9) Uma peça só pode ser retirada do tabuleiro, quando todas as peças estiverem no último quarto do tabuleiro (casas XIX a XXIV). Isto quer dizer que se uma peça for atacada, as peças restantes devem esperar no último quarto até que essa peça as alcance novamente.

10) Todas as peças abandonam o tabuleiro pela casa XXIV. Se, por exemplo, um jogador tiver uma peça na casa XIX, terá que ter pelo menos 6 no lançamento dos dados para a retirar do tabuleiro. Não é obrigatório obter o número exacto de pontos.

11) Ganha o jogador que primeiro retirar todas as suas peças do tabuleiro.

Nota

O tabuleiro deste jogo pode ser o do Gamão, atendendo às semelhanças entre ambos os jogos.

Teoria de jogos: Jogos de n-jogadores

Maria Cristina Peixoto Matos e Manuel Alberto Martins Ferreira

Todos os trabalhos até agora apresentaram considerações sobre jogos de dois jogadores. Constatámos que à medida que incluíamos mais considerações os jogadores perdiam o controlo sobre as consequências das suas decisões. E de facto, nos jogos de dois jogadores de soma zero com pontos de equilíbrio, os participantes podiam sempre conseguir o *payoff* matematicamente, se não havia equilíbrios poderiam obtê-lo como valor médio. Nos jogos de dois jogadores de soma variável estes tinham de partilhar o controlo dos *payoffs* com o seu opositor, mas em contrapartida podiam influenciar os seus *payoffs*, podendo utilizar esta dependência como uma ameaça. Vamos agora mostrar que nos jogos de n-jogadores, tudo se pode tornar mais difícil.

1. A teoria de von Neumann-Morgenstern

John von Neumann e Oskar Morgenstern foram os primeiros investigadores a definir os jogos de n-jogadores e introduziram o seu conceito de solução. Todo o trabalho desenvolvido desde então para jogos de n-jogadores está fortemente influenciado pela obra daqueles investigadores e o livro que escreveram sobre esta matéria, *The Theory of Games and Economic Behaviour* converteu-se num clássico sobre esta matéria. Vamos discutir o método de von Neumann-Morgenstern apresentando um exemplo concreto.

Suponhamos que três empresas — E_1 , E_2 e E_3 — valem cada uma 1€. Imaginemos também que duas delas, ou as três, podem formar uma coligação. Se se formasse essa coligação, o grupo valeria mais 9€, ou seja, a coligação de duas empresas valeria 11€ e a de três valeria 12€: o € que valia cada empresa mais os 9€ da valorização da coligação. Suponhamos que as três empresas estão perfeitamente informadas desta situação e, para simplificar, admitamos que a

valorização em termos económicos é igual à quantidade de dinheiro envolvida. Falta determinar qual a coligação que se formará, e como se repartirá o dinheiro entre os sócios. Para isto vamos fazer algumas observações sobre os jogos de n-jogadores.

2. A forma da função característica

O jogo, tal como o descrevemos, diz-se que está na *forma característica*. A cada coligação associa-se um número: o *valor da coligação*. O valor de uma coligação tem o mesmo significado do *payoff* definido nos jogos de dois jogadores, e é igual à quantia mínima que pode obter a coligação se todos os seus elementos se associam e jogam em equipa.

Para muitos jogos, a descrição mais natural é a forma da sua função característica. Por exemplo, na Assembleia da República, as decisões são tomadas pela maioria de votos e é evidente o valor da coligação. Uma coligação que engloba a maioria dos jogadores tem todo o poder; uma coligação sem maioria não tem nenhum. No caso de uma coligação entre compradores e vendedores e um mercado sem restrições, o valor da coligação não é tão evidente.

No método de Neumann-Morgenstern, estes começam com um jogo de n-jogadores na sua forma normal. As possíveis estratégias dos jogadores podem ser emitir um voto, fixar uma quantidade, fixar um preço, contratar um certo número de empregados, etc. Montado o cenário do jogo, Neumann-Morgenstern questionam o que se passaria se se formasse uma coligação de jogadores — C — e esta decide actuar em uníssono para conseguir o máximo *payoff* conjunto que permite o jogo. Quanto poderia obter C ?

Este problema, de acordo com Neumann-Morgenstern, é exactamente igual ao que se depara num jogo com dois jogadores. Os elementos de C

constituem, de facto, um só jogador, e assim podemos calcular o máximo *payoff* possível de C supondo que os jogadores que não fazem parte da coligação actuam hostilmente contra ela. Este *payoff* é designado por $V(C)$, é definido como o valor da coligação C , e o valor e qualquer coligação pode ser calculado da mesma forma.

Esta metodologia leva-nos a perguntar se os jogadores excluídos da coligação irão realmente minimizar os *payoffs* de C . Neumann-Morgenstern afirmam que sim desde que o jogo seja absolutamente competitivo. Por esta razão, Neumann-Morgenstern supõem que o jogo de n-jogadores é de soma zero, isto é, que se ao valor de qualquer coligação C se adicionar o valor da coligação composta pelos jogadores restantes não incluídos em C , a soma será sempre a mesma. Torna-se evidente que, no caso de mais de duas coligações, a soma dos *payoffs* a cada uma poderá diminuir, mas nunca aumentar.

3. Superaditividade

Dada a existência de muitas classes diferentes de jogos de n-jogadores, os valores associados às coligações podem adaptar-se a quase qualquer modelo. Existe uma relação fundamental entre os valores de certas coligações, que é consequência da forma como são definidos estes valores.

Suponhamos C_1 e C_2 duas coligações sem jogadores comuns. Imaginemos que se forma uma nova coligação composta por todos os participantes que estavam em C_1 e C_2 , esta nova coligação designa-se por $C_1 \cup C_2$. É evidente que o valor da nova coligação deve ser pelo menos igual à soma dos valores de C_1 e C_2 . Os elementos de C_1 podem adoptar a estratégia que lhes assegure $V(C_1)$, e os de C_2 a que lhes garante $V(C_2)$. Desta forma, $C_1 \cup C_2$ pode obter como mínimo $V(C_1) + V(C_2)$. Este requisito, que deve ser satisfeito pela função caracte-

terística chama-se *superaditividade*. Doutra forma, uma coligação característica é superaditiva se para quaisquer duas coligações C_1 e C_2 que não têm jogadores comuns, $V(C_1) + V(C_2) \leq V(C_1 \cup C_2)$.

Voltemos ao problema original. Uma possibilidade plausível é que os três jogadores se unam. Neste caso, a simetria sugere que cada jogador receba um *payoff* de 4€. Designemos este *payoff* por (4, 4, 4), no qual os montantes indicam, respectivamente, o valor recebido pela empresa E_1 , E_2 e E_3 . Outra possibilidade é a coligação entre apenas duas empresas, por exemplo E_2 e E_3 , e que repartem equitativamente os 11€ deixando o remanescente para a empresa E_1 . Neste caso o *payoff* seria (1, 5.5, 5.5), pois E_1 apenas obterá o seu valor inicial de 1€. Por último, existe também a possibilidade das empresas não chegarem a acordo quanto a uma coligação. Neste caso o resultado seria um *payoff* de 1€ para cada empresa, isto é, o resultado seria (1, 1, 1). Para ver se algum destes resultados, ou outro qualquer, é provável que se concretize, imaginemos como poderiam desenvolver-se as negociações.

Suponhamos que alguém começa por propor uma solução de (4, 4, 4). Isto parece o mais justo. No entanto, uma empresa mais ambiciosa, por exemplo E_1 , dá-se conta de que pode fazer melhor se se associar apenas a uma das outras duas empresas, suponhamos E_2 , e propõe-lhe distribuir equitativamente o benefício extra. O *payoff* seria (5.5, 5.5, 1). Esta alteração será uma proposta muito mais aliciante. Ambas as empresas ganhariam mais se a coligação fosse formada por elas apenas. Claro que a empresa E_3 não iria gostar muito da ideia apesar de pouco ou nada poder fazer para contrariar esta situação, pelo menos directamente. Mas E_3 pode fazer uma contra oferta. Pode conversar com E_2 e propor-lhe um *payoff* de 6€ se abandonar E_1 enquanto ela se contentaria com um *payoff* de 5€. O resultado seria (1, 6, 5). Se E_2 aceitar a contra oferta de E_3 , será agora E_1 que deverá voltar às negociações para conquistar um melhor *payoff*.

Intuitivamente estamos já antever um processo de negociações longo

e instável, para cada *payoff* existem sempre dois jogadores que podem obter conjuntamente mais de 8€ e unindo-se podem levar até aos 11€. Logo este processo não serve.

4. Os resultados possíveis e a racionalidade individual

Quando nos deparamos pela primeira vez com um jogo de n -jogadores, o primeiro impulso consiste em procurar a melhor estratégia para cada jogador e encontrar o *payoff* que poderia esperar-se que obtivesse um grupo de jogadores inteligentes. Isto é, tentar-se-ia adaptar a teoria que se aplica aos jogos de 2 jogadores. Quando se começa a desenvolver o jogo constata-se que isto é um objectivo demasiado ambicioso. Até os jogos mais simples são muito complexos para permitir um só *payoff*. Além disso se se estabelecesse tal teoria ela não reflectiria a realidade pois geralmente existe sempre uma grande variedade e resultados possíveis quando se joga na vida real. O que se passa é que há demasiadas variações relevantes para se poderem introduzir todas dentro de uma teoria formal como por exemplo a capacidade de negociação, as pressões sociais, a habilidade de cada jogador, etc.

No entanto, o que podemos fazer é limitar o número de resultados possíveis eliminando aqueles que claramente não se verificam na prática. Isto é o que fazem Neumann-Morgenstern em primeiro lugar. A teoria de Neumann-Morgenstern supõe que o *payoff* final será um *ótimo de Pareto* — não existe nenhum outro *payoff* para o qual algum jogador possa melhorar o seu resultado sem piorar o resultado dos outros jogadores. Aparentemente isto parece razoável. Voltando ao nosso problema original podemos colocar a questão: porquê as empresas se contentam em receber um *payoff* de (1, 1, 1) contra um *payoff* de (4, 4, 4)? Neumann-Morgenstern supõem também que o *payoff* final tem de ser *individualmente racional* — cada jogador tem que obter com o *payoff* final pelo menos o que conseguiria obter quando estava sozinho. No nosso exemplo isto significa que cada jogador deveria obter pelo menos 1€.

5. Racionalidade da coligação e núcleo do jogo

Quando se tem que decidir quais os resultados plausíveis é necessário verificar se os resultados são colateralmente racionais. Isto é, os elementos de cada coligação recebem um *payoff* total pelo menos igual ao que obteriam quando estavam incluídos noutra coligação mais restrita. Por que formariam uma coligação os jogadores se poderiam obter um melhor resultado se se mantivessem numa outra coligação anterior?

O problema consiste na possibilidade de não acontecer um *payoff* racional para a coligação ampliada. Se (a, b, c) fosse uma coligação com racionalidade, então $e_1 + e_2 > 11$, $e_1 + e_3 > 11$ e $e_2 + e_3 > 11$; somando ambos os lados da inequação, e dividindo ambos os membros por 2 obteríamos que $e_1 + e_2 + e_3 > 16.5$, que é impossível pois o valor da coligação das três empresas é 12€.

Os *payoffs* colateralmente racionais, considerados em conjunto, constituem o *núcleo*, o centro de gravidade do jogo. Se um jogo não tem núcleo será instável no sentido de que qualquer que seja o *payoff*, existe outra coligação que tem mais poder, e motivações suficientes, para alterá-lo e procurar outro resultado mais vantajoso. Se no exemplo que estamos a analisar, o valor da coligação das três empresas fosse de 20€ em vez de 12€, um *payoff* final estaria no núcleo do jogo se cada jogador recebesse pelo menos 1€, cada par obtivesse um mínimo de 11€, e claro o *payoff* total das três empresas fosse 20€.

6. Coligação dominante e conjunto efectivo

Voltemos ao nosso exemplo mas supondo que as propostas dignas de consideração são as individualmente racionais, isto é, os *payoffs* que são ótimos de Pareto. Formulando-se uma proposta (coligação e *payoff* associado) sob que condições poderá esta ser ultrapassada por outra proposta alternativa?

O primeiro requisito é que exista um grupo de jogadores suficientemente forte para poder esboçar uma oferta alternativa. Além disso, os jogadores

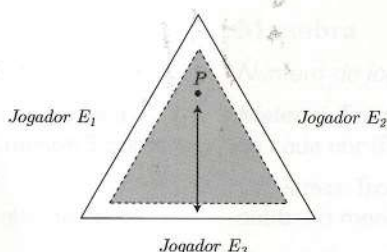
que fazem a nova proposta devem estar convenientemente motivados para isso, o que significa, em última análise, que cada um deles passará a estar em melhores condições do que na coligação anterior. Nestas condições dizemos que a nova coligação *domina* a anterior, e chamaremos a esta nova coligação *conjunto efectivo*.

Para vermos como funciona tudo isto no nosso exemplo, suponhamos que a coligação original é composta pelos três jogadores com o *payoff* (5, 4, 3). O *payoff* alternativo (3, 5, 4) é preferido por E_2 e E_3 , uma vez que cada um receberia mais 1€. Dado que E_2 e E_3 podem chegar até aos 11€ se actuarem em conjunto, podem impor um novo *payoff*. Então (3, 5, 4) domina (5, 4, 3) com E_2 e E_3 como conjunto efectivo. Por outro lado, se (1, 8, 3) fosse o *payoff* alternativo a (5, 4, 3), não seria aceite pois ainda que quaisquer dois dos jogadores possam propor esse *payoff*, não existem dois jogadores que, simultaneamente, estejam incentivados para o fazer. Tanto E_1 como E_3 prefeririam o anterior e E_2 , que é o jogador verdadeiramente interessado neste resultado, não tem força suficiente por si só para o fazer. O *payoff* (6, 6, 0) seria um resultado preferível ao original por E_1 e E_3 simultaneamente, mas para obter um *payoff* de 12€ os três jogadores têm de estar em acordo, e evidentemente E_2 não estará.

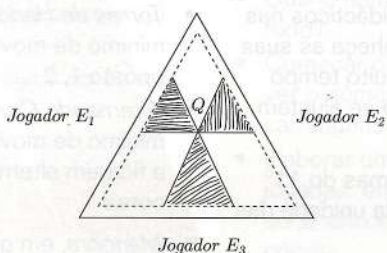
Uma forma de ilustrar este raciocínio baseia-se na seguinte propriedade geométrica:

Propriedade: Num triângulo equilátero a soma das distâncias de qualquer ponto interior aos três lados é a mesma.

No nosso exemplo um *payoff* é um resultado plausível se todos os jogadores recebem pelo menos 1€, e a soma dos resultados obtidos é igual a 12€. Todas as combinações possíveis que cumprem estas condições podem representar-se graficamente pelos pontos interiores de um triângulo equilátero que estejam separados um ponto no mínimo de cada lado. Na figura seguinte, os resultados admissíveis estão representados pelos pontos situados no interior da zona sombreada, e o ponto P indica o *payoff* (2, 2, 8). (Figura 1)



Na figura seguinte, o ponto Q representa o *payoff* (3, 4, 5). Na área raiada horizontalmente encontram-se todos os resultados possíveis que dominam Q pelo conjunto efectivo E_2 e E_3 . Tanto E_2 como E_3 conseguiriam mais com qualquer resultado incluído na área raiada horizontalmente com o *payoff* representado por Q . (Figura 2)



As zonas raiadas vertical e diagonalmente, representam os resultados com os quais os conjuntos efectivos E_1 e E_3 e E_1 e E_2 dominam Q , respectivamente. As zonas sem raiado são as soluções dominadas por Q , e as linhas de traços descontínuos nem dominam nem são dominadas por Q .

7. O conceito de solução de von Neumann-Morgenstern

Se nos pedissem para escolher um único *payoff* como o resultado previsto de um jogo, o candidato mais atractivo seria aquele que não fosse dominado por nenhum outro. No entanto, podemos nos deparar com a existência de vários *payoffs* nestas condições ou, pode ser que não exista nenhum *payoff* nessas condições. Como vimos no nosso exemplo, cada *payoff* era dominado por muitos outros. De facto, a relação de domínio é o que nós matemáticos chamamos intransitiva. O *payoff* P pode dominar Q que, por sua vez pode dominar um outro R , por sua vez R pode dominar P . Esta é a razão pela qual as negociações podem ser eternas.

Von Neumann-Morgenstern recusaram encontrar um *payoff* que resultasse como solução única para todos os jogos de n -jogadores. Para estes

investigadores uma solução consiste numa ou mais imputações que têm em conjunto uma certa consistência interna. Por outras palavras, uma solução S . É um conjunto de restrições que tem propriedades essenciais:

- Nenhuma restrição que esteja compreendida na solução pode estar dominada por outra restrição que também esteja dentro da solução;
- Qualquer restrição que não esteja compreendida na solução, está dominada por outra restrição que esteja dentro da solução.

8. Conclusão

Actualmente o dinamismo da Teoria de Jogos é maior do que nunca, contudo, muito há ainda por fazer, apesar das amplas aplicações desta disciplina ela possui limitações próprias. Os pressupostos impõem restrições que guiam a acção dos jogadores envolvidos, sem nenhuma consideração sobre a personalidade dos mesmos; mas quando o jogo é jogado são os agentes que definem o que é considerado como objectivo desejável.

Sem intenção de trazer descrédito às técnicas e análises estudadas, como é óbvio, as suas limitações são apontadas com o objectivo de permitirem ao leitor adquirir uma consciência clara das limitações dos métodos analíticos que se estudam, pois sem isso "podemos tornar-nos seus escravos ao invés de seus senhores".

Bibliografia

- [1] Dresher, Melvin, *Games of strategy: Theory and Applications*, Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1961.
- [2] Gibbons, Robert; *Game Theory for Applied Economist*; Princeton University Press, 1992.
- [3] Neumann, J. von; Morgenstern, O.; *Theory Of Games and Economic Behaviour*; John Wiley & Sons, Inc; New York, 1967.
- [4] Osborne, Martin J.; *An Introduction to Game Theory*; Oxford University Press, 2000.

Maria Cristina Peixoto Matos
Instituto Politécnico de Viseu
Escola Superior de
Tecnologia de Viseu

Manuel Alberto Martins Ferreira
Instituto Superior de Ciências do
Trabalho e da Empresa

Sucessões e jogos

João Rino

Quando se pensa em utilizar jogos com fins didáticos nas aulas no Ensino Secundário, embora se reconheça as suas virtudes, usualmente acha-se que se *perde* muito tempo e que, além disso, as idades e programas não se ajustam muito a esse tipo de estratégia.

A situação aqui apresentada foi aplicada a turmas do 11º ano, no 3º período, aquando da leccionação da unidade das Sucessões.

A par das aulas dadas com os conteúdos explicitamente mencionados no programa, foi pedido a cada grupo de dois alunos que efectuasse um trabalho. Os trabalhos eram diferentes para cada grupo e consistiam em jogos que o par tinha de:

- Jogar, para se familiarizar com as regras
- Descobrir por tentativa e erro uma estratégia ganhadora
- Investigar uma possível lei de formação, que mais não era do que o termo geral para uma Sucessão
- Elaborar um relatório, onde se explicasse o processo e as conclusões
- Apresentar e defender o trabalho perante os outros pares

Resumidamente, os trabalhos foram:

- *Regiões num círculo*, em que se pretende saber o número máximo de regiões formadas num círculo quando se traçam $1, 2, \dots, n$ secantes
- *Sim*, em que se pretende saber quantas cordas se podem traçar sem formar um triângulo inscrito, para $3, 4, \dots, n$ pontos da circunferência
- *Sprout*, em que se pretende saber o número máximo de arcos (entre dois pontos e criando um terceiro) que é possível traçar, para $2, 3, \dots, n$ pontos originais
- *Bilhar Quadriculado*, em que se pretende saber quantos percursos diferentes pode fazer uma bola saindo de um canto a 45° , num tabuleiro de dimensões $2 \times 1, 2 \times 2, \dots, 2 \times n, 3 \times 1, 3 \times 2, \dots, 3 \times n, \dots, m \times n$

- *Torres de Hanói*, em que se pretende saber o número mínimo de movimentos para passar para o espigão oposto $1, 2, \dots, n$ discos
- *Alternando Cores*, em que se pretende saber o número mínimo de movimentos com os lápis de cores de modo a ficarem alternados, para 4 de cada cor e $2, 3, 4, n$ cores
- *Manobra*, em que se pretende saber o número mínimo de deslocamentos das *carruagens* ao trocar de estação, para $1, 2, \dots, 5$ carruagens
- *Amontoando*, em que se pretende colocar todas as moedas o mais à direita possível, para $1, 2, \dots, n$ moedas
- *Escadas*, em que se pretende colocar todas as moedas o mais em baixo possível, para $1, 2, \dots, n$ moedas

Alguns dos jogos propostos são bastante conhecidos mas os quatro últimos, sendo simples e passíveis de adaptações (que foram feitas, para outros pares), permitiram bastante entusiasmo aos alunos.

Os trabalhos foram realizados extra-aula e nas aulas de Laboratório, com as turmas desdobradas, em grupos de dois. Nas aulas de Laboratório eram feitas experiências e discutidas situações, como por exemplo, o aprofundamento das sucessões por recorrência e a determinação de termos gerais por resolução de sistemas, quando a sequência descoberta *experimentalmente* estabilizava o acréscimo à segunda ou terceira.

Segundo a avaliação dos alunos, o trabalho permitiu ter uma noção mais profunda de Sucessão, das relações existentes e foi excelente descobrirem que é possível encontrar um modelo para quando se quer generalizar uma determinada evolução.

Foi um trabalho que entusiasmou, aprofundou conhecimentos, não *fez perder tempo* e levou aos alunos perspectivas novas de olharem conhecimentos matemáticos.

Alternando cores

Número de jogadores: 1

Material: Lápis de cor (ou outro material, que tenha a mesma forma), 4 de cada cor, tendo pelo menos 5 cores diferentes

Objectivo: Alinhar os lápis, com as cores alternadas e sempre na mesma sequência.

Descrição:

- Colocar 4 lápis em linha de modo que haja 2 cores e os da mesma cor estejam juntos.

Exemplo:

trocar v v a a

de modo que fique v a v a

- Considera-se uma troca quando um lápis troca com o que lhe está encostado
- Em cada jogada, um lápis apenas pode trocar com um que lhe está junto
- Colocar 6 lápis em linha de modo que haja 3 cores e os da mesma cor estejam juntos.

Exemplo:

trocar

v v a a b b

de modo que fique

v a b v a b

- Continuar a lógica acrescentando 2 de cada cor
- Iniciar, mas com 3 de cada cor

Questão: Elaborar uma tabela com o número mínimo possível de jogadas, em função do número de cores iniciais e do número de lápis de cada cor, e procurar encontrar o termo geral das sucessões que lhe dão origem.

Manobra

Número de jogadores: 2

Material: Tabuleiro próprio; Dez peças (carruagens), cinco de cada cor (figura 1).

Objectivo: Trocar todas as peças de uma cor com as de outra, no menor número de jogadas possível.

Descrição:

- Em cada jogada só se pode jogar uma peça e uma só casa
- As peças podem deslocar-se em qualquer direcção, ao longo do carril
- Não se podem *saltar* peças
- Em cada casa (estação) só pode estar uma só peça

Questões:

- Qual o número mínimo de jogadas possível para trocar tudo?
- Começar o jogo só com uma carruagem de cada lado e ver o número mínimo de jogadas, e aumentar para duas carruagens.
- Elaborar uma tabela com o número mínimo possível de jogadas, em função do número de carruagens, e procurar encontrar o termo geral da sucessão que lhe dá origem.

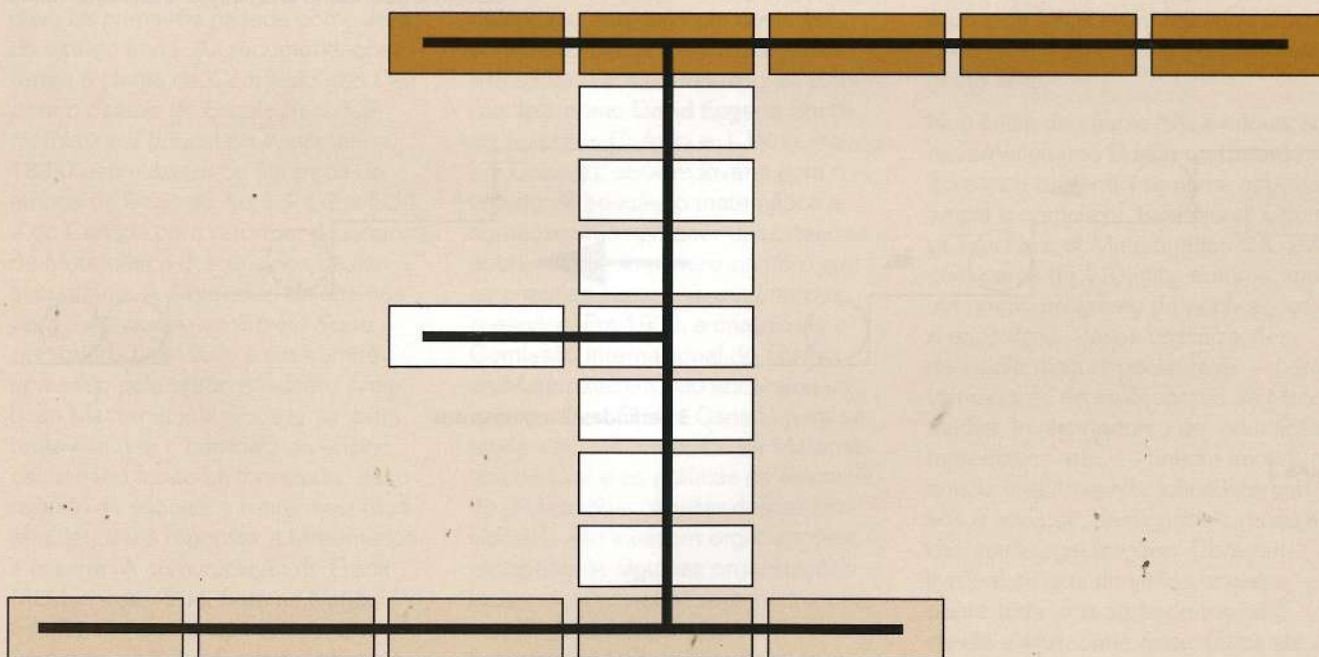


Figura 1

Amontoando

Número de jogadores: 2

Material: Tabuleiro próprio, quadrados numa tira; 5 moedas (figura 2).

Objectivo: Colocar todas as moedas o mais à direita possível. Ganha o último a jogar.

Descrição:

- Colocam-se as moedas casa sim casa não, deixando a 1ª da direita livre
- Em cada jogada só se pode jogar uma peça e uma só casa
- Joga-se alternadamente qualquer peça
- As peças só podem deslocar-se para a direita
- Não se pode *saltar* peças, somente ir até uma casa que já tenha peças
- Em cada casa podem estar várias peças

Questões:

- Qual o número mínimo de jogadas possível para 1, 2, 3, 4, 5 moedas?
- É possível saber quem ganha, dado um certo número de moedas?
- Começar o jogo com uma, duas, três, ... até cinco moedas e ver o número mínimo de jogadas para cada.
- Elaborar uma tabela com o número mínimo possível de jogadas, em função do número de moedas, e procurar encontrar o termo geral da sucessão que lhe dá origem.

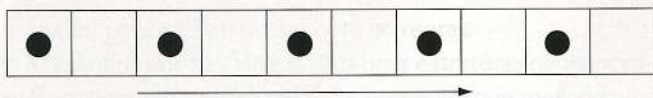


Figura 2

Escadas

Número de jogadores: 2

Material: Tabuleiro próprio, imitando um escada; Berlindes (ou moedas iguais)

Objectivo: Colocar todas as moedas o mais à direita e baixo possível, no fundo das escadas. Ganha o último a jogar (figura 3).

Descrição:

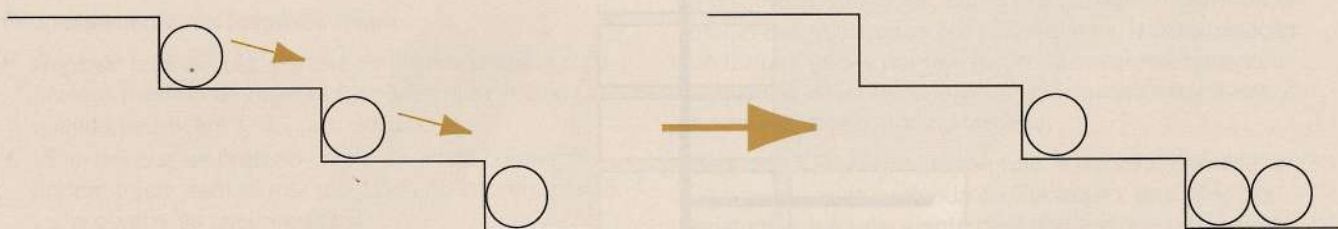
- Colocam-se as moedas, uma em cada degrau
- Colocam-se primeiro 2 moedas e em seguida vai-se acrescentado uma a cada jogo
- Em cada jogada (cada movimento) só se pode jogar uma moeda e descer um só degrau
- Joga-se alternadamente qualquer moeda
- As moedas só podem descer
- Em cada degrau só podem estar duas moedas, no máximo
- O jogo acaba quando nenhuma moeda se puder mover

Questões:

- Qual o número mínimo de jogadas possível para 2, 3, 4, 5, ... moedas?
- É possível saber quem ganha, dado um certo número de moedas?
- Começar o jogo com 1, 2, 3, ... e ver o número mínimo de jogadas para cada.
- Elaborar uma tabela com o número mínimo possível de jogadas, em função do número de moedas, e procurar encontrar o termo geral da sucessão que lhe dá origem (procurar para um número par e para um número ímpar de moedas).

João Rino

Escola Secundária Domingos Sequeira, Leiria



3 berlindes, 2 movimentos

Figura 3



Para este número seleccionámos

Neste número da Educação e Matemática publicamos um texto de dois conhecidos académicos norte-americanos, Jeremy Kilpatrick e Edward Silver, onde procuram reflectir sobre os grandes desafios com que se defronta a educação matemática naquele país. Trata-se de uma tradução de um artigo¹ publicado em 2000, com o título original *Unfinished business: Challenges for mathematics education in the next decades*, num livro do NCTM, editado por M. Burke, intitulado *Learning mathematics for a new century*.

Definindo como educadores matemáticos todos aqueles que lidam profissionalmente com o ensino e a aprendizagem da Matemática, seja em que nível for, os autores começam por sublinhar os grandes progressos feitos desde o início do século XX, marcado por fortes controvérsias curriculares e por incipientes estruturas associativas.

De seguida, assumem um olhar crítico sobre a situação actual e apontam diversos domínios onde os educadores matemáticos são chamados a aprofundar o seu trabalho: no campo do currículo, assegurando uma experiência formativa para todos os alunos, promovendo a sua compreensão da Matemática, e mantendo o equilíbrio entre as diversas componentes; no campo da avaliação, transformando-a numa oportunidade de aprendizagem; e no campo profissional, desenvolvendo a prática e a reflexão sobre a prática, usando de forma crítica os instrumentos de que dispomos.

Trata-se de um texto claramente vinculado pelas suas referências concretas à realidade norte-americana. No entanto, os problemas que aborda são perfeitamente gerais e, por isso, todos os que se preocupam com a direcção geral do movimento de educação matemática em Portugal — e, naturalmente, noutros países — certamente tirarão deste texto muitos pontos para reflexão.

Uma tarefa inacabada: Desafios aos educadores matemáticos para as próximas décadas

Jeremy Kilpatrick e Edward Silver

No início do século XX, a educação matemática na América do Norte dava os primeiros passos como área de estudo séria. As recomendações fortes e claras da *Comissão dos Dez para o Estudo da Escola Secundária* (National Education Association, 1894) estimularam os esforços de ambos os lados da fronteira dos EUA e do Canadá para reformar programas de Matemática dos ensinos básico e secundário. A *Comissão de Exames para a Admissão no Ensino Superior*, criada em 1900, e um comité nomeado pela então nascente American Mathematical Society também tentavam que o currículo do ensino secundário fosse uniformizado, encorajando as escolas a retirar assuntos obsoletos e a repensar a Matemática a ensinar. A comunicação de Frank McMurry de 1904, feita na National Education Association despoletou uma discussão prolongada, acompanhada por um manancial de investiga-

ção sobre a Matemática usada pelos adultos. Nessa comunicação, o autor defendia que o currículo devia ser construído sobre essa Matemática, limitando-se a ela. Pensadores pioneiros, tais como David Eugene Smith no Teachers College e J. W. A. Young em Chicago, atraíram jovens para o estudo da educação matemática e começavam a aparecer dissertações sobre temas do género *como é que as crianças percebem o número e o espaço*. Em 1908, a criação da Comissão Internacional do Ensino da Matemática (ICMI) encorajou os esforços nos EUA e Canadá para se analisarem os currículos de Matemática escolar e as práticas de formação de professores. Apesar destas actividades, não existiam organizações, exceptuando algumas organizações locais e associações regionais recém criadas, que congregassem os professores de Matemática na análise e reflexão sobre o seu trabalho. Não

existiam publicações periódicas norte-americanas de educação matemática e poucos livros eram editados discutindo questões e desenvolvimentos nesta área.

Nos finais do século XX, a educação matemática nos EUA e no Canadá floresceu tornando-se numa actividade ampla e complexa. O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), com cerca de 110 mil membros, geria um amplo programa de publicações e encontros. Várias organizações de índole mais especializada — para formadores de professores de Matemática, investigadores em educação matemática, etc. — tinham encontros anuais e editavam boletins informativos e revistas, destinados a membros das suas organizações. Choviam livros e artigos de várias origens, sobre toda uma série de tópicos, desde a ansiedade matemática até à aprendizagem da análise infinitesimal



com a ajuda de calculadoras gráficas. O campo estava marcado não só por estas actividades mas também por programas universitários, graus académicos, departamentos e grupos de docentes de educação matemática.

Os educadores matemáticos, definidos como alguém que está profissionalmente envolvido com o ensino e a aprendizagem da Matemática, a qualquer nível, conseguiram fazer imenso durante o século XX. Os estudantes de hoje tiram partido de uma série de materiais e propostas de ensino, concebidas para os ajudar na sua aprendizagem. Em geral, os professores estão mais bem preparados, matemática e pedagogicamente, do que os seus colegas de 1900, para implicarem os seus alunos na utilização desses materiais e na realização dessas propostas. A maioria dos currículos escolares de Matemática são mais ricos em tópicos e levam o seu estudo mais longe do que o que acontecia há um século. Contudo, apesar destes sucessos, ainda se ouvem muitas das queixas que já se ouviam no passado: os alunos não estão a aprender Matemática suficientemente bem e saem da escola a detestar a disciplina. Os professores não sabem Matemática suficiente e não sabem como a devem ensinar de modo a que os alunos a aprendam. O currículo escolar de Matemática é superficial, aborrecido e repetitivo, falhando na preparação dos alunos para a usarem na sua vida, fora da escola.

Neste artigo, vamos considerar alguns importantes desafios que os educadores matemáticos enfrentam no início do século XXI. Estes desafios não são diferentes dos que foram trabalhados no passado, tendo persistido, assumido outras formas e proliferado enquanto a escola e a sociedade iam aumentando em complexidade. Se queremos que mais alunos aprendam e utilizem mais Matemática, com mais sucesso do que presentemente acontece, precisamos de enfrentar esses desafios.

Garantir uma Matemática para todos

O crescimento rápido da população escolar na América do Norte marcou o começo do século XX e colocou nitidamente à prova a capacidade dos estados e províncias propiciarem pelo menos alguma escolaridade secundária a todos os alunos. Durante o século XIX, a expansão continuada para o Oeste e as sucessivas vagas de imigrantes alimentaram a procura de uma educação pública gratuita, em todo o continente. Muitos dos que entravam na população escolar tinham referências culturais e falavam línguas diferentes dos seus professores. Estes alunos novos eram geralmente considerados como muito menos capazes do que os que pertenciam a culturas mais familiares. G. Stanley Hall, um famoso psicólogo desse tempo, viu um *enorme exército de incapazes* a invadir as escolas. Em resposta, muitos educadores argumentaram que a Matemática escolar necessitava de ser pensada e delineada de modo a ajustar-se às massas com menos capacidades.

Durante as primeiras décadas do século, os educadores pensavam que o intelecto das crianças, apesar de poder ser exercitado, estabelecia limites razoavelmente bem definidos ao que elas poderiam eventualmente aprender. Assim sendo, uma ideia popular nesse tempo era a de que, para tornar eficaz a escolarização, os alunos deviam estar separados em *capazes* e *incapazes*. No que se refere à Matemática escolar, isto significava que se acreditava que alguns alunos poderiam beneficiar de um estudo que fosse além da Aritmética mas outros não. Assumia-se que os educadores podiam detectar uns e outros com rigor, com a ajuda de testes objectivos e normalizados.

Parece que não ocorreu a muitos que o conceito de capacidade pudesse ser questionado. As crianças que, dizia-se, tinham falta de capacidades podiam, em vez disso, terem falta de oportunidades para aprender ou da necessária ajuda para alcançarem as expectativas de aprendizagem,

tal como mostrou a investigação do último meio século. Assim, os chamados *incapazes* poderiam simplesmente não terem experimentado situações significativas com uma Matemática relevante nem terem alguém a quem recorrer para serem ajudados a compreendê-la. Os adeptos da seriação baseada nas capacidades também não se preocuparam com o facto da valorização das capacidades ser difícil e sujeita a erros. De facto, a capacidade matemática de cada um pode revelar-se em certas circunstâncias mas não noutras. Dê-se a um aluno um conjunto de problemas matemáticos para serem resolvidos em dez minutos e classificados com precisão em comparação com o trabalho de outros e o seu desempenho pode ser fraco. Coloque-se o mesmo aluno numa situação em que os problemas se apresentam com significado, em que se usa a mesma Matemática e se valorizam as resoluções. O desempenho do mesmo aluno pode tornar-se muito melhor.

Actualmente, os educadores ainda enfrentam o desafio de encontrar formas de propiciar Matemática a todos os alunos e a ideia de que eles podem e devem ser seriados segundo as suas capacidades matemáticas continua muito generalizada. Enquanto essa capacidade individual for tomada como a toda a prova, permanece comprometido o empenho em assegurar uma educação matemática ótima para todos. As diferenças no desempenho matemático associadas à seriação sistemática e à selecção dos alunos têm sido bem documentadas (e. g., Oakes, 1985). Assim, apesar da expressão *Matemática para todos* se ter tornado num lema popular entre os educadores matemáticos e a aprendizagem matemática equitativa ser um princípio central dos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), mantêm-se desafios importantes a enfrentar durante o próximo século, de modo, a que este lema se torne realidade. Um sistema educativo que desde há muito baseia as suas políticas e práticas na ideia de uma capacidade matemática inata, necessita de pro-



porcionar a todos os alunos o acesso a uma Matemática de alta qualidade, de forma a apoiá-los para que tenham sucesso na aprendizagem e no uso da Matemática. Uma sociedade que teve a tendência de ver a capacidade matemática como pertencendo apenas a uns poucos escolhidos, necessita de promover e apoiar modos de ensino que ajudem todos a atingir níveis altos de literacia quantitativa, adquirir proficiência na utilização da Matemática e valorizar a sua natureza e importância. Tanto líderes políticos como cidadãos comuns preocupados com a qualidade da escolarização necessitam de compreender que a educação matemática a nível nacional nunca pode ser realmente excelente a não ser que exista uma educação matemática excelente em cada sala de aula. Os educadores matemáticos devem desempenhar um papel fulcral no acompanhamento do modo de enfrentar estes desafios.

Promover a compreensão dos alunos

Para os educadores matemáticos, uma das lições do mais profundas do século passado está numa observação de John Dewey: aprendemos fazendo e também pensando sobre o que fazemos. Muitos alunos deixam a escola com um conjunto de procedimentos e fórmulas muito exercitados, mas apenas com uma ténue compreensão do seu significado ou de quando podem ser utilizados. Os alunos necessitam de mais e melhores oportunidades para compreenderem a Matemática que estão a aprender. Precisam de um bom ensino. Mas o que quer isso dizer? Ao longo do século XX, um bom ensino da Matemática foi visto de várias formas: dar aos alunos explicações claras; identificar objectivos de ensino claros; preparar o ensino de conhecimentos e capacidades complexas com sequências hierarquizadas de pré-requisitos; dividir o ensino em pequenos passos que os alunos possam facilmente realizá-los por si próprios; apresentar aos alunos dilemas a enfrentar; ajudar os alunos a resolver as interrogações dos outros; adaptar actividades de aprendizagem às formas de aprendiza-

gem individuais. Reconciliar pontos de vista tão díspares implica que cada um deles seja minuciosamente analisado, à luz das outras formas de ensino.

Um exemplo consiste na tensão entre dois modelos para planificar e conduzir as aulas, concebidos para melhorar a compreensão. Naquele que pode ser chamado por modelo *contingente*, exemplificado nas vinhetas das *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática* (NCTM, 1994), o rumo que o ensino segue emerge durante a aula. O papel do professor consiste na organização do discurso, de modo que os alunos da turma funcionem como uma comunidade intelectual. O professor organiza uma situação e depois responde ao que os alunos disserem, elaborando os seus comentários, procurando clarificações e desafiando-os a explicar e a justificar. O objectivo é ajudar os alunos a desenvolverem a sua própria compreensão, assim como a dos outros. Por outro lado, o modelo de *antecipação*, resultante de estudos sobre o ensino em alguns países asiáticos, segue um rumo cuidadosamente preparado com antecedência. Todas as aulas têm uma questão clara que deve ser resolvida. Pelo facto de uma dada lição ter sido experimentada e melhorada muitas vezes, por vários professores, um professor pode antever a resposta dos alunos. O objectivo é ajudar o aluno a reconhecer, compreender e criticar diferentes formas de resolver problemas, de modo a aperfeiçoar a sua compreensão. Ambos os modelos utilizam o pensamento dos alunos, o *contingente* como um leme para dirigir a lição na direcção de um objectivo emergente, o de *antecipação* como um veículo para chegar a um objectivo pré-determinado. O conflito aparente entre estas duas abordagens pode ser o ponto de partida para a reflexão crítica dos educadores matemáticos. O desafio não é assegurar que um dos modelos está certo e o outro errado, ou mesmo achar qual é o melhor. Em vez disso, interessa perceber como é que cada um destes modelos contribui para ajudar os alunos a compreenderem a Matemática — especialmente os custos e benefícios associados

a cada um deles — e como é que a tensão entre eles pode ser ultrapassada num dado momento.

Manter o equilíbrio no currículo

Ao longo do século XX, foram bem vivas as controvérsias sobre a Matemática que os alunos deviam aprender, por que razões a deveriam aprender e como é que ela devia ser ensinada. Objectivos como exercitar as capacidades intelectuais de cada um, preparar-se para o mundo do trabalho, tornar-se um cidadão esclarecido, experimentar prazer estético, ajudar o seu país na competição militar ou económica e ganhar confiança nas suas capacidades impulsionaram argumentos para incluir certos temas matemáticos no currículo, manter ou eliminar outros. Durante o primeiro quartel do século, como já foi referido, foram apresentados argumentos que sustentavam que a análise da vida adulta forneceria uma imagem clara da Matemática que os alunos precisavam de saber e ser capazes de fazer. No entanto, os educadores matemáticos que valorizavam o assunto como uma das artes liberais tradicionais resistiram a essa argumentação. Por volta da metade do século, os educadores matemáticos começaram a perceber que nenhum currículo poderia ser revisto suficientemente depressa, de modo a acompanhar as mudanças sociais e tecnológicas. Ninguém conseguia prever com rigor que Matemática os alunos iriam precisar quando chegassem a adultos, mesmo que se soubesse as saídas profissionais que eles iriam escolher. De acordo com esta ideia, os autores de currículos propuseram que a Matemática escolar armasse os alunos de capacidade e compreensão que os ajudassem a aprender, na idade adulta, a Matemática específica que então precisassem. As estruturas matemáticas abstractas, como os grupos, anéis e espaços vectoriais pareciam fornecer a fundação óbvia. Foi assim que surgiu a *Matemática moderna*. Nos finais do século, ainda se avançava o argumento de que os alunos precisavam de estar prepa-



rados para aprenderem Matemática quando adultos, mas a nível curricular o acento tinha mudado para a Matemática aplicada, como constituindo a melhor preparação. Durante a sua vida, o adulto mudaria entre uma variedade de empregos e o problema da previsão tornou-se ainda mais difícil de resolver. A controvérsia continuou com alguns educadores matemáticos a começarem a questionar mais uma vez se a preparação para a profissão seria a única ou mesmo a melhor razão para se aprender Matemática. Uns queriam que a Matemática abstracta voltasse a ter primazia nos currículos escolares, outros defendiam que a Matemática funcional fosse a finalidade principal.

No século XXI, alguns dos desafios curriculares mais importantes têm a ver com o equilíbrio. Como é que os educadores matemáticos vão equilibrar as finalidades multifacetadas que os indivíduos e a sociedade propõem para a Matemática escolar? Como é que se podem equilibrar as facetas pura e aplicada da Matemática? Como se pode conservar um equilíbrio entre capacidade e compreensão? Este desafio foi referido há décadas por William A. Brownell (1956) mas tornou-se ainda mais difícil de equacionar com o advento das novas tecnologias que competem com a utilidade das capacidades de papel e lápis.

O papel que a tecnologia pode e deve desempenhar é um desafio especialmente difícil, particularmente porque desconhecemos ainda os efeitos a longo prazo da utilização de computadores e calculadoras. Muitos educadores matemáticos e a quase totalidade do público em geral acham que o desenvolvimento de capacidades deve preceder necessariamente qualquer utilização da tecnologia. Claramente que não é este o caso, mas a questão de como articular a utilização da tecnologia e o desenvolvimento de capacidades está longe de estar resolvida, tal como acontece com a questão de saber em que grau se deve desenvolver capacidades sem utilizar tecnologia. Apesar de existirem uma grande quantidade de opiniões e

histórias sobre estas questões, tem havido um défice de reflexão apoiada em evidência forte que possa clarificar e aprofundar a discussão.

Para além do desenvolvimento de capacidades, a tecnologia coloca outros desafios. Nas próximas décadas, os alunos utilizarão cada vez mais instrumentos tecnológicos na aprendizagem da Matemática, usando computadores e calculadoras para uma panóplia de actividades, incluindo comunicar, recolher e analisar dados, modelar fenómenos do mundo real, manipular expressões matemáticas e apresentar graficamente informação. Sem dúvida que estas ferramentas podem ajudá-los a desenvolverem capacidades na compreensão de ideias matemáticas, de novas e diferentes formas. No entanto, também podem muito bem ser capazes de fazer aparecer concepções erróneas curiosas e, por vezes, profundamente enganadoras. Levados por um desejo de actualizar o seu ensino, os educadores matemáticos não prestaram suficiente atenção crítica ao desafio de melhorarem a aprendizagem via utilização de qualquer tecnologia, e não só de computadores. A tecnologia foi frequentemente adoptada como uma dádiva inquestionável. As suas limitações e desvantagens para o ensino da Matemática, assim como o seu potencial para modificar o currículo, têm ainda de ser seriamente questionadas e analisadas.

Um aspecto desafiador relativo ao conseguir um maior equilíbrio curricular tem a ver com as características específicas da Matemática, comparadas com as das outras disciplinas. Por exemplo, as tentativas para se conseguirem conexões mais fortes entre a Matemática e as outras disciplinas escolares levaram os educadores matemáticos a dar mais atenção ao lado indutivo da Matemática, de forma que a indução é utilizada em generalizações matemáticas de um modo muito semelhante ao que é utilizado em Biologia ou História. Da mesma forma, os esforços para desenvolver as capacidades dos alunos em argumentar e comunicar as suas observações em Matemática

apoiaram-se em ideias da Linguística e da Ciência. Os professores têm agora pela frente desafios para ajudarem os alunos a apreciar tanto a forma como a Matemática está relacionada com as outras actividades que eles próprios desempenham dentro e fora da escola, como os aspectos específicos da Matemática que a individualizam como disciplina, tais como a demonstração por dedução e a abstracção e generalização formais. À medida que os alunos se vão familiarizando com o processo de conjectura e a respectiva verificação, como é que devem ser levados a perceber que ainda não têm uma demonstração? Quando a Matemática está a ser utilizada para responder a questões concretas, como é que os alunos chegam a saber o que é que uma demonstração acarreta e qual a razão da sua necessidade? Para assegurar que os alunos desenvolvem uma perspectiva sensata sobre o que é a Matemática e o que se pode fazer com ela, os educadores matemáticos necessitam de dedicar muito mais reflexão e esforço para reconciliarem tensões contraditórias a nível curricular.

Tornar a avaliação numa oportunidade de aprendizagem

Em 1993, o National Research Council propôs, entre vários princípios de avaliação, o *Princípio da aprendizagem*: "A avaliação deve promover a aprendizagem da Matemática e apoiar uma boa prática de ensino" (p. 33). Dois anos mais tarde, o NCTM (1995) ecoou esse princípio na sua norma de aprendizagem: "A avaliação deve promover a aprendizagem matemática" (p. 13). Em ambos os documentos, a argumentação consistia em que a avaliação devia ser não um intervalo na aprendizagem, mas sim uma oportunidade para aprender, tanto para o aluno como para o professor. Os testes e questionários tradicionais mostram ao professor, com rigor ou não, como é que os alunos estão, mas a avaliação importante é aquela em que os alunos não só reflectem sobre a sua própria compreensão, mas também aprendem Matemática. Quanto mais artificial e afastada do ensino está a avaliação,



menos promove a aprendizagem. Quanto mais perto estiver das situações em que se usa e aprende Matemática, mais útil se torna para todos.

No entanto, modificar a avaliação de modo que ela possa promover a aprendizagem dos alunos, em vez de a inibir, coloca um enorme desafio. Alguns dos aspectos deste desafio residem na mudança de práticas de avaliação na sala de aula, de modo a que não só esta integre o processo de ensino, mas também forneça informação útil a avaliadores externos. É necessário fazer um grande esforço para melhorar a avaliação regulada por autoridades fora da sala de aula. Os educadores matemáticos precisam de dedicar mais atenção na análise e crítica de tais avaliações, de modo a não se intrometerem nem entrarem em conflito com a aprendizagem dos alunos. Enquanto os educadores matemáticos advogarem simplesmente novas formas de avaliação, mas não estudarem e trabalharem para melhorar as condições em que a avaliação é realizada, incluindo a sua elaboração e utilizações subsequentes, a aprendizagem matemática encontrará dificuldades.

Outros aspectos relativos ao desafio da transformação da avaliação envolvem os próprios alunos. Glaser e Silver (1994), ao reverem a evolução das provas de avaliação educativas, defendem que as desejadas mudanças nas práticas de avaliação devem facultar novas oportunidades para a aprendizagem dos alunos (p. 143):

Laços mais estreitos entre a avaliação e o ensino implicam que a natureza dos desempenhos a avaliar e os critérios para julgar esses desempenhos se tornem mais visíveis para alunos e professores. (...) À medida que os critérios de desempenho sejam mais divulgados, os alunos ficam mais capazes de julgarem o seu próprio desempenho, sem a obrigatoriedade de recorrerem aos juízos de terceiros. As situações de ensino e a avaliação viabilizam treino e prática de modo a ajudar os alunos a reflectir sobre os seus

desempenhos. As ocasiões de auto-avaliação possibilitam que os alunos (...) julguem os seus próprios resultados e desenvolvam uma orientação que os leve a atingir finalidades mais exigentes.

Quando a avaliação está harmonizada e integrada no ensino, torna-se uma oportunidade fértil para os professores aprenderem sobre o que os seus alunos compreendem e o que podem fazer. Por os professores ficarem desanimados quando os procedimentos de avaliação parecem requerer demasiado tempo e conhecimentos profundos, outro aspecto importante do desafio da avaliação passa por convencê-los que o tempo gasto na avaliação é bem empregue quando a avaliação faz parte integrante do ensino. Outro aspecto ainda consiste no desenvolvimento da confiança do professor. Demasiados professores vêem-se a si mesmos como necessitando que lhes sejam dados instrumentos de avaliação e lhes seja dito o quê e como deve ser avaliado. A sua capacidade para avaliar tem sido subvalorizada e pouco desenvolvida. No próximo século, tal como já era verdade no passado, ninguém estará em melhor posição do que o professor de Matemática do próprio aluno, para fazer juízos correctos relacionados com a essência e a quantidade dos conhecimentos matemáticos deste.

Desenvolver a prática profissional

Melhorar a confiança e a competência dos professores nas suas actividades de avaliação está estreitamente ligado a outro desafio crucial, enfrentado pela comunidade de educadores matemáticos e pela sociedade em geral: alterar as condições em que os professores exercem a sua profissão. A maioria dos professores de Matemática trabalha em relativo isolamento, com reduzido apoio para inovar e poucos incentivos para aperfeiçoar a sua prática. São raras as ocasiões de colaboração com outros professores no desenvolvimento de materiais de ensino e instrumentos de avaliação. Muitos deles percebem que

precisam de se manter actualizados no campo profissional e de melhorar a sua preparação para ensinar Matemática, mas não há nada no seu local de trabalho que lhes faculte as oportunidades e recursos necessários.

Parte do desafio diz respeito à estruturação de sistemas de desenvolvimento profissional, no sentido de serem mais eficazes para capacitar os professores a manter-se actualizados sobre desenvolvimentos recentes e em contacto com colegas que pensam de forma parecida. A investigação recente sugere que os professores se tornam mais capazes de enfrentar o tipo de desafios anteriormente discutidos se tiverem oportunidades de trabalho conjunto, para melhorar a sua prática, tempo para dedicarem à reflexão pessoal e uma forte ajuda dos colegas e de outros profissionais qualificados (e. g., Smith, a editar). Actualmente, muitas das condições de trabalho dos professores opõem-se à prática reflexiva e, portanto, conseguem vencer ou atenuar repetidas tentativas de reforma. Deve aprofundar-se a compreensão sobre como as práticas dos professores — identificar objectivos matemáticos, planificar e conduzir lições, conceber tarefas, acompanhamento do pensamento e aprendizagem dos alunos, reflectir sobre objectivos e resultados — podem fornecer instâncias ricas e poderosas para a aprendizagem destes (Brown e Smith, 1997).

Uma atenção séria às condições de trabalho dos professores pode ajudar a criar contextos em que todos os alunos tenham uma maior probabilidade de aprenderem bem Matemática. No entanto, existe outro desafio a enfrentar. A profissão de professor de Matemática também precisa de analisar outras formas de actualizar o conhecimento e a competência profissional dos seus membros. Muitos alunos frequentam a disciplina de Matemática, ensinados por pessoas que não têm uma preparação que se considera mínima para a ensinar, nomeadamente uma licenciatura ou um mestrado em Matemática. Os dados a nível norte-americano indicam que cerca de um em cinco alunos nos



EUA tem um professor de Matemática sem uma qualificação mínima (National Center for Education Statistics (NCES), 1999). Além disso, existe também um problema importante relacionado com a distribuição. As escolas das zonas urbanas pobres ou rurais, que servem minorias em alta percentagem, têm maior probabilidade de apresentarem professores com falta de preparação matemática em comparação com escolas que servem comunidades favorecidas ou que têm poucos alunos das minorias (NCES, 1999). O problema da preparação dos professores é especialmente grave no ensino básico, onde muitos deles têm fracos conhecimentos matemáticos e apresentam tanto falta de confiança como de competência, no que diz respeito à disciplina. Existem muitas razões para o problema em questão e os profissionais de ensino da Matemática partilham a responsabilidade da sua resolução com muitos outros sectores, incluindo os gestores escolares, os legisladores e políticos e os formadores de professores. Contudo, não há dúvida que não se pode enfrentar efectivamente os outros desafios que se colocam aos educadores matemáticos nas próximas décadas, a não ser que se enfrentem igualmente os desafios relacionados com o desenvolvimento da sua prática profissional.

A importância da reflexão

O título deste artigo *Uma Tarefa Inacabada* não pretende sugerir que os desafios identificados vão ser vencidos com um sucesso completo nas próximas décadas. Pelo contrário, reconhecemos que os educadores matemáticos têm a tarefa permanente de empreender o aperfeiçoamento da aprendizagem da Matemática. A mudança do ensino e aprendizagem da Matemática não é uma questão técnica mas implica uma forma de mudança social. É necessário que se mude não apenas o que os alunos e professores fazem, mas também a forma como eles perspectivam os seus esforços e as circunstâncias sobre as quais desenvolvem o seu trabalho. Apelos fortes exortando

os professores a melhores práticas e materiais impressos de forma elegante a mostrar o caminho são inúteis se quem está envolvido na Matemática escolar, desde os alunos aos professores, passando por gestores, encarregados de educação ou políticos, não vir nenhum motivo para mudar. No entanto, o simples facto de se querer mudar numa certa direcção não é suficiente. A mudança social implica que as pessoas se ajudem mutuamente, à medida que caminham na direcção de um objectivo comum, claramente percebido. Lidar com os desafios esboçados neste capítulo vai precisar de uma postura crítica, na qual se analise a profissão de modo profundo, se critique amplamente e se discuta com vigor estes desafios. Numa palavra, é necessário que exista reflexão.

A reflexão tem sido um processo pouco utilizado para enfrentar as complexidades do ensino e aprendizagem da Matemática. As teorias recentes sobre a forma como os alunos aprendem e os professores ensinam colocam o acento na reflexão, como um poderoso mecanismo para aperfeiçoar o raciocínio. As pessoas melhoram o pensamento e a acção ao fazerem dos seus próprios processos mentais o objecto do seu pensamento e alterando para melhor esses processos. Aprender nunca foi simplesmente uma questão de adquirir e reter informação. Para que a informação se transforme em conhecimento pertinente, é necessário transformá-la de modo a que fique à medida de cada um, vê-la de todos os lados, perceber as suas relações e pensar sobre o seu significado. Por outras palavras, quem aprende deve, de alguma maneira, reflectir sobre a sua aprendizagem, se ela tiver de ser posta em prática.

Se os desafios colocados anteriormente forem para ser levados a sério, temos de ver a reflexão de um modo muito mais responsável, não apenas aplicada a casos individuais, mas a todo o campo da educação matemática. Para que os educadores matemáticos formem uma verdadeira comunidade profissional, precisam dedicar-se à prática reflexiva. A profissionalização

da educação matemática em desenvolvimento na América do Norte, tal como já foi referido, gerou numerosas organizações, encontros, livros, publicações periódicas, projectos de desenvolvimento curricular, materiais curriculares e de avaliação e actividades profissionais, assim como muitas tradições de prática e canais informais de comunicação e diálogo. O que a profissão ainda não fomentou foi uma tradição de reflexão crítica no seu próprio trabalho. Nessa tradição, tudo o que os educadores matemáticos fizerem será sujeito a uma apreciação cuidadosa. Tanto a prática conservadora como a inovadora estarão abertas ao questionamento e discussão. Os educadores matemáticos considerariam de modo crítico os pressupostos não examinados, nem usualmente expressos, que orientam muito do seu trabalho. Todos os tipos de investigação (investigação-acção feita por professores, avaliação de materiais e de práticas de inovação, estudos de aspectos básicos do ensino e de processos de aprendizagem) tornar-se-iam tanto uma actividade central dos educadores matemáticos, como um recurso para o aperfeiçoamento. A investigação conduziria a reflexão profissional e vice-versa. Em resumo, a reflexão que os professores encorajam nos alunos e que os formadores de professores encorajam nos professores tornar-se-ia habitual para a totalidade da profissão (Kilpatrick, 1986, pp. 19–20). Se isto se tornasse realidade, então os documentos de autoridades, mesmo os que fossem elaborados através de consensos, como os *Principles and Standards for School Mathematics* do NCTM, seriam vistos mais como problemáticos do que como dogmáticos.

Principles and Standards: Texto sagrado ou instrumento de reflexão?

Esta forma de ver a reflexão conduz-nos a um desafio final para a próxima década, neste caso para o NCTM como organização profissional: fomentar a utilização dos seus princípios e normas, não apenas como soluções propostas, mas também



como instrumentos para uma melhor compreensão da natureza dos problemas e desafios. Por muitas e boas razões, sempre que podem, os professores procuram orientações fiáveis. Quem estiver preocupado em ajudar os alunos a compreender, valorizar e usar a Matemática, procurará ansiosamente ajuda de várias fontes. Organizações profissionais, tais como o NCTM, ficarão satisfeitas se puderem responder, mas as condições de ensino e aprendizagem numa sala de aula específica tornam impossível que alguém exterior à aula seja capaz de dar conselhos concretos. Recomendações sobre o ensino e a aprendizagem têm de ser tomadas como necessariamente indeterminadas e requerendo interpretação.

Nos seus *Standards 2000*, o NCTM avança com uma visão do que a Matemática escolar poderá ser nas próximas décadas. Muitas pessoas olharão para o documento como um texto sagrado ou um livro de orientações que responde às complexas questões sobre o que ensinar, como ensinar e de que maneira avaliar, de modo que a aprendizagem seja fomentada e os alunos se sintam confortáveis e confiantes no poder matemático que estão a ganhar. No entanto, essa forma de olhar para os *Principles and Standards for School Mathematics* tem menor probabilidade de ajudar os educadores matemáticos do que uma perspectiva do documento que o considere um instrumento para ser usado no desenvolvimento de uma prática reflexiva. O documento dá orientações, mas identifica também, directa ou indirectamente, muitas questões com que os educadores matemáticos se debatem, clarificando assim muitas situações de desenvolvimento profissional. Assim sendo, o documento pode servir como uma plataforma para reflexão, discussão e debate, a nível profissional.

A perspectiva enfatizada pelo NCTM não necessita de apoio cego nem de crítica sem fundamento. Os educadores matemáticos precisam de se envolver em diálogos construtivos sobre a perspectiva do que é o ensino, o currículo e a avaliação que o NCTM nos dá. Precisam resistir a alinharem por uma só perspectiva, tomando-se demasiado defensivos e desdenhando mudanças adicionais, sem examinarem criticamente os seus custos e benefícios. Qualquer visão sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática na escola necessita de ser submetida a uma crítica informada. Além disso, precisa de se transformar continuamente, à luz da experiência profissional, e de chegar a uma melhor compreensão, através de um debate equilibrado, amplo e intelectualmente exigente.

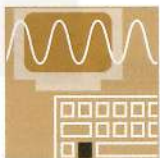
Se os educadores matemáticos puderem adoptar uma postura mais crítica em relação ao seu trabalho, existem boas razões para se estar optimista em relação a muitos dos desafios a serem enfrentados nas próximas décadas, de forma que conduzam a uma prática profissional mais efectiva. Como anteriormente referido, a tarefa estará sempre por terminar, mas um forte envolvimento numa mudança firme e incremental, através de um processo que aproveite tanto a acção como a reflexão sobre a acção, pode garantir que seja realizado um progresso contínuo, no sentido de melhorar a aprendizagem matemática de todos os alunos.

Nota

- 1 Kilpatrick, J., & Silver, E. (2000). Unfinished business: Challenges for mathematics education in the next decades. In M. Burke (Ed.), *Learning mathematics for a new century* (pp. 223–235). Reston, VA: NCTM.

Referências

- Brown, C. A. & Smith, M. S. (1997). Supporting the Development of Mathematical Pedagogy. *Mathematics Teacher*, 90, 138–43.
- Brownell, William A. (1956). Meaning and Skill: Maintaining the Balance. *Arithmetic Teacher*, 3, 129–36.
- Glaser, R., & Silver, E. A. (1994). Assessment, Testing, and Instruction: Retrospect and Prospect. In L. Darling-Hammond (Ed.), *Review of Research in Education*, (Vol. 20, pp. 393–419). Washington, D.C.: American Educational Research Association.
- Hall, G. S. (1904). *Adolescence: Volume II*. New York: D. Appleton.
- Kilpatrick, J. (1985). Reflection and Recursion. *Educational Studies in Mathematics*, 16, 1–26.
- McMurry, F. (1904). What Omissions Are Desirable in the Present Course of Study, and What Should be the Basis for the Same? In *Journal of Proceedings and Addresses of the Forty-Third Annual Meeting*. Winona, Minn.: National Education Association.
- National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education (1999). *Teacher Quality: A Report on the Preparation and Qualifications of Public School Teachers*. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Education Association (1894). *Report of the Committee of Ten on Secondary School Studies, with the Reports of the Conferences Arranged by the Committees*. New York: American Book.
- National Research Council (1993). *Measuring What Counts: A Conceptual Guide for Mathematics Assessment*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Oakes, J. (1985). *Keeping Track: How Schools Structure Inequality*. New Haven, Conn.: Yale University Press.
- Smith, M. S. 'Balancing on a Sharp, Thin Edge': A Study of Teacher Learning. In the Context of Mathematics Instructional Reform. *Elementary School Journal*, in press.



Cabriworld 2004



De 9 a 12 de Setembro realizou-se em Roma o terceiro encontro internacional dedicado ao Cabri. As duas primeiras edições decorreram em São Paulo (1999) e em Montreal (2001).

O encontro teve cerca de mil e quinhentos participantes de trinta e três países.

Os dois primeiros dias foram preenchidos com trinta e um mini-cursos e cento e oito comunicações em paralelo e tiveram lugar na Escola de Engenharia da Universidade *La Sapienza* de Roma e na Escola Galileo Galilei.

Sábado e domingo foram dedicados às nove sessões plenárias que se realizaram no magnífico auditório *Parco della Musica*, na sala Santa Cecilia.

O encontro tinha como objectivos principais:

- fornecer informação sobre as potenciais aplicações dos programas de geometria dinâmica
- fornecer instrução básica e avançada na utilização desses programas
- comparar diferentes experiências de implementação desses produtos
- facilitar a criação de redes de intercâmbio entre os professores que utilizam a geometria dinâmica.

Conferências plenárias:

A primeira Conferência *20 Years of Cabri! Perspective of Geometry Based Computing Means of Tomorrow* foi proferida por Jean-Marie Laborde, Cabriolog, CNRS, Grenoble, France. Nesta intervenção foi feita uma muito breve história da criação e evolução do Cabri ilustrada com exemplos das novas potencialidades das últimas versões.

Seguiu-se Charles Vonder Embse Universidade Central Michigan e Eugene Olmstead, Elmira Free Academy, USA.

A conferência intitulada *An Odyssey of Discovery: Vertical Development of Geometric Thinking in the Secondary School Curriculum*, focou especialmente "a oportunidade única que os sistemas de geometria dinâmica dão a professores e alunos para experimentarem o verdadeiro sentido da descoberta em matemática". Partindo do estudo de um triângulo e dos seus quatro centros básicos apresentaram casos práticos e simples, para níveis mais elementares usando o Cabri Junior, passando depois para uma exploração mais avançada recorrendo ao Cabri II Plus.

Omella Robutti, Universidade de Torino e Domingo Paola, L.^a *Issel*, Finale Ligure, Itália falaram sobre a possibilidade que as tecnologias dão de introduzir desde muito cedo temas e problemas anteriormente acessíveis apenas aos últimos anos do ensino secundário. Apresentaram casos práticos e analisaram os processos de raciocínio dos alunos para resolverem esses casos. A conferência intitulou-se *Experiencing and explaining change for learning functions with Cabri*.

Masami Isoda, Universidade de Tsukuba, Japão falou sobre *Historical tools and Cabri Geometry: Didactical perspectives for using tools with examples of perspective drawings and mechanics*. Foi uma conferência muito teórica e extremamente confusa, quer na exposição das ideias, quer na própria apresentação, agravada ainda pelo fraco inglês do conferencista.

O sábado terminou com a conferência de Jen-Chung Chuan, NTHU, Taiwan, *Famous Curves and Their Tangents*.



O conferencista partiu das curvas existentes no site The MacTutor History of Mathematics e construiu as tangentes a cada uma dessas curvas. Salientou que a ligação entre a Álgebra e a Geometria é tão forte que as curvas planas hoje em dia não são apresentadas pelas suas formas mas sim pelas suas equações. Neste trabalho as curvas e as tangentes são definidas por um processo analítico e o Cabri é usado para visualizar a interpretação das fórmulas algébricas.

As sessões de domingo começaram da melhor maneira com a conferência *Probing Polynomials* de John Mason, Open University, UK. Esta sessão foi aquela que mais gostei. Muito sóbria, muito prática, com problemas muito interessantes envolvendo polinómios e pequenas investigações que a geometria dinâmica ajuda a resolver.

Estava com alguma expectativa com a conferência seguinte de Vinício Villani, Università di Pisa, Itália, intitulada *The Point of View of a Mathematician*.

Foi de facto uma conferência muito interessante, focando casos em que a utilização da geometria dinâmica é fundamental, mas chamando sempre a atenção para os erros que a visualização pode originar. A ideia principal da conferência pode resumir-se a: visualização sim mas não chega, embora seja ótima como ponto de partida para trabalho mais avançado em Matemática.

Depois do intervalo, Mario Barra, Universidade *La Sapienza* de Roma, Itália apresentou uma conferência visualmente muito atractiva que deixou os assistentes um pouco espantados com o que se pode fazer com o Cabri. Intitulava-se *Old and New Geometric Transformations, Tessellation, Projections with Cabri*.

A conferência final foi proferida por Colette Laborde, Université J. Fourier, Grenoble, França. *The interaction between instrumental and mathematical knowledge in Cabri-geometry in the learning and teaching of mathematics*. Foi uma conferência muito boa, que teve por base: assumir que uma ferramenta não é transparente e que usar uma ferramenta para fazer matemática não só modifica o modo de fazer ma-

temática, como requer uma boa apropriação da ferramenta; assumir também que a utilização deste tipo de ferramenta, além de promover a construção do conhecimento matemático nos alunos, necessita de uma boa integração destes conhecimentos com conhecimentos instrumentais.

Apresentou alguns exemplos de casos trabalhados com alunos dos primeiros níveis de escolaridade.

Além das sessões plenárias assisti a várias sessões em paralelo das quais destaco um mini-curso de exploração do novo Cabri 3D, de que falarei num dos próximos números desta secção.

Os temas das comunicações eram muito variados e para todos os níveis de ensino. Foi difícil fazer uma escolha. Algumas comunicações eram de cariz puramente teórico, mas a maior parte eram de carácter muito prático e tratavam de casos trabalhados efectivamente com alunos.

Assisti apenas a uma comunicação para o 1º Ciclo de um professor dos Estados Unidos, que recriou a sessão que realizou na formação dos professores e posteriormente com alunos, utilizando o Cabri Junior das TI 83 para estudar pontos especiais em triângulos.

Estive em duas comunicações, uma de um professor canadiano, outra de um francês que trabalhavam a geo-

metria esférica, e numa outra bastante interessante sobre o princípio de Cavalieri, apresentada por um professor mexicano.

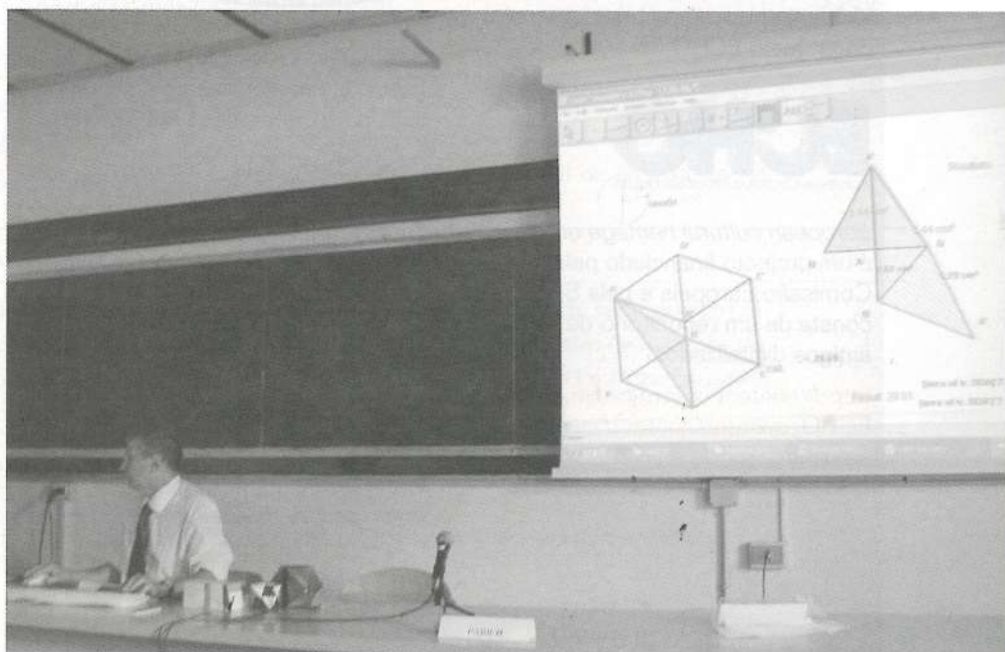
Não faltou a história da matemática numa comunicação sobre o *Cabri e a história da geometria grega*, que fez parte de um projecto Comenius envolvendo vários países.

Claro que os poliedros, os duais, os cortes, etc ... tinham que estar presentes (uma comunicação a que assisti foi feita por um professor polaco ainda com a primeira versão do Cabri II).

As transformações geométricas e os padrões foram temas de um apreciável número de comunicações. Uma delas relatou um caso bastante interessante de um projecto de trabalho que tratou os padrões islâmicos, realizado nos Estados Unidos com alunos de artes que não têm matemática.

Um projecto belga, de que já tinha ouvido falar, tratou o estudo das anamorfoses.

O já nosso conhecido Adrian Oldknow (Profmat 2003) apresentou uma comunicação utilizando as capacidades do Cabri II Plus para trabalho com imagens digitais e nas palavras dele, "numa homenagem aos amigos portugueses," usou uma fotografia onde estava o Zé Paulo Viana que ele *apresentou* aos assistentes.





Também apareceram várias comunicações de professores de Física. Aquela a que assisti, de um professor italiano, tratava de campos de dipolos, movimentos, forças, leis de Kepler, etc.

Ainda houve comunicações onde a utilização do Cabri era complementada

com outros programas como, por exemplo, o Maple ou a Autograph.

Tudo isto para falar apenas nas comunicações a que pude assistir.

A organização do Encontro não foi das melhores. As informações não eram muito claras e houve alguma desorien-

tação entre os membros da Comissão Organizadora o que levou em certos casos a informações contraditórias.

Embora as línguas oficiais do encontro fossem o italiano e o inglês, assisti também a sessões em francês e em espanhol(!)

A Escola de Engenharia está situada num edifício antigo em pleno centro histórico de Roma mesmo junto à igreja de San Pietro in Vincoli, onde se encontra o famoso *Moisés* de Miguel Ângelo, mas a Escola Galileo Galilei situa-se a cerca de um quilómetro e meio de distância da Escola de Engenharia, o que dificultou a escolha das sessões em paralelo que decorriam em simultâneo nestes dois locais.

Já não falando do auditório onde se realizaram as plenárias, que felizmente foram todas programadas para os dois últimos dias, pois o auditório situava-se num dos extremos da cidade.

Apesar do calor terrível, valeu a pena. De um modo geral os trabalhos correram muito bem e Roma é uma cidade fantástica com *história* ao virar de cada esquina.

Navegando na Internet

Procurando informações sobre um matemático português do século XVI, encontrei uma obra sua no site do projecto ECHO



European cultural heritage online é um projecto financiado pela Comissão Europeia e pela Suíça, e consta de um repositório de livros antigos digitalizados.

http://content.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHO_content/content/mechanics/archimdesecho

Anamorphic Art

Site bastante completo sobre o estudo das anamorfoses e com vários links para outros sites sobre o tema.

<http://www.mathsyear2000.co.uk/explorer/anamorphics/restore.shtml>

Na Internet encontram-se vários sites dedicados ao soroban. Na página



<http://www.japan21.org.uk/teachers/resources/downloads/soroban.html>

encontram-se actividades para download, dedicadas aos anos iniciais.



Encontrei também a página do Soroban Education Center de Singapura em:

<http://www.soroban.com.sg/>

Neste site não deixe de visitar o museu, tem cerca de 200 fotos de diferentes ábacos criados por Philly Wong a partir dos mais diversos materiais.



Vale sempre a pena visitar o site do NRICH em

<http://www.nrich.maths.org.uk/public/index.php>

Está sempre actualizado e com problemas com bastante interesse.

Mais perto da APM

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição ligada ao Ensino da Matemática, abrangendo todos os níveis de escolaridade. Um dos seus objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na vida política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais. Descrevem-se, de seguida, as condições de adesão à APM:

Quadro 1

Sócio	Sócio residente no estrangeiro	Sócio Estudante	Sócio Aposentado	@-Sócio*
44,50€	48,50€	31,50€	35,00€	35,00€
Revista <i>Educação e Matemática</i> impressa e <i>on-line</i> (saem 5 números por ano e uma delas é temática)				Revista <i>Educação e Matemática on-line</i>
APMinformação impresso e <i>on-line</i> (5 números por ano)				APMinformação <i>on-line</i>
Opção de assinatura da revista <i>Quadrante</i> impressa (2 números por ano -10,50 €)				
Acesso à zona <i>on-line</i> para sócios				
Beneficiar de desconto nas inscrições para os Encontros promovidos pela APM (30 a 40%)				
Usufruir de desconto na aquisição das edições APM: 50% sobre o preço de capa				
Usufruir de desconto na aquisição de publicações de outras editoras: 15% sobre o preço de capa				
Beneficiar dos acordos resultantes dos protocolos da APM com outras instituições				
Ter acesso prioritário a todo o material do Centro de Recursos de acordo com o seu regulamento				
Poder recorrer à APM para divulgação de iniciativas no âmbito da Educação Matemática, através de propostas enviadas à Direcção				

* O estatuto de @-sócio oferece muitos benefícios, mas não inclui acesso à **informação impressa**.

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www.apm.pt/socio.php.

Instituições

Quadro 2

Opções	Valor
Opção 1 Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> (5 números)	33€
Opção 2 Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	20€
Opção 3 A Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> (5 números); APMinformação (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	44€
B Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	15€
Opção 4 A Assinatura anual da revista <i>Educação e Matemática</i> – 2 exemplares de cada número (5 números); APMinformação (5 números); Requisição do material do Centro de Recursos da APM; Aquisição de materiais e publicações a preço de sócio; Actas do ProfMat (Encontro Nacional de Professores de Matemática)	63€
B Assinatura anual da revista <i>Quadrante</i> (2 números)	15€

Para efectuar a sua inscrição como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço www.apm.pt/socio.php

Publicações — Loja on-line

Agora já pode encomendar as publicações da APM na nossa loja virtual, no endereço <http://loja.apm.pt/index.asp>, onde tem todas as informações sobre as modalidades de pagamento. A sua encomenda ser-lhe-á enviada pelo correio.

Índice

- 1 Um ponto de situação necessário
João Pedro da Ponte
- 2 Como estamos de aprendizagens?
- 3 Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 4º ano
Alice Carvalho e Helena Maria Amaral
- 8 As práticas dos professores de Matemática em Portugal
João Pedro da Ponte e Lurdes Serrazina
- 13 Actualidades
Rankings, para que vos quero?, *Adelina Precatado e Ana Paula Canavarro*
- 15 A Matemática na escola, reportagem na Pontinha
Ana Paula Canavarro e Lina Brunheira
- 21 Materiais para a aula de Matemática
Conservação da energia mecânica
- 23 Materiais para a aula de Matemática
Prever o alcance da esfera
- 25 Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 6º ano
Fátima Guimarães e Maria José Boia
- 30 A transição do ensino básico para o ensino secundário vista por alunos e professores
Ana Vieira Lopes, Maria Lúcia Grilo e Teresa Carrilho Graça
- 37 Currículo de Matemática e formação de professores
Mesa redonda com Olívia Sousa, Isabel Fevereiro, Cristina Loureiro e Henrique Manuel Guimarães
- 44 Foram os desdobramentos e a tecnologia e ... ficaram os exames?!
Adelina Precatado
- 46 O estado dos manuais escolares de Matemática em Portugal
Célia Sofia Silva
- 51 Como estamos de aprendizagens? Um olhar sobre o 9º ano
Fernanda Perez e Manuela Diogo
- 56 Pontos de vista, reacções e ideias ...
Exames e tecnologia, *José Paulo Viana*
Provas de aferição do 3º ciclo do ensino básico, *Jacinto Salgueiro*
O gosto pela Matemática e o gosto por ser professor de Matemática, *Eduardo Veloso*
- 59 A formação inicial de professores de Matemática: Contributos para uma reflexão
Leonor Santos
- 65 O problema deste número
Berlindes em quatro taças
- 66 O problema do ProfMat 2004
- 68 Vivências do ProfMat 2004
Isabel Paula
- 70 Matemática e Jogo
- 70 **Dados sobre dados**, *Luís Reis*
- 72 **Tabula, regras do tabuleiro de jogo**
- 73 **Teoria de jogos: Jogos de Dois n-jogadores**, *M^a Cristina Matos e Manuel Ferreira*
- 76 **Sucessões e jogos**, *João Rino*
- 79 Para este número seleccionámos
Uma tarefa inacabada: Desafios aos educadores matemáticos para as próximas décadas
Jeremy Kilpatrick e Edward Silver
- 86 Tecnologias na educação matemática
Cabriworld 2004