Educação e Matemática

Nº 71

Janeiro/Fevereiro de 2003

Preço 5€

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre a capa

A capa deste número é em grande medida motivada pelo artigo de Vidal Minga. O conceito de simetria sempre exerceu sobre nós um grande fascínio e o facto de ser um conceito fundamental reside, não apenas, no facto de ser tratável matematicamente, mas também na forma como surge subjacente a muitos domínios da actividade humana, como é exemplo a arquitectura. A capa reproduz como que uma janela sobre o mundo à luz da simetria.

Mudança de colaborador

O nosso colaborador permanente na área das "Tecnologias na Educação Matemática" é a partir deste número Branca Silveira. Ao nosso anterior colaborador, Eduardo Veloso, expressamos o nosso agradecimento por todos estes anos em que assegurou a publicação da respectiva secção.

Neste número também colaboraram

Ana Cristina Cabral, Eduardo Veloso, Elza Chagas, Helena Luís, Isabel Pereira, Jaime Carvalho e Silva, Joana Lima, João Pedro da Ponte, Lídia Santos, Maria João Lagarto, Paula Gomes, Ricardo Alexandre, Rogério Costa, Sofia Koch, Sónia Eleutério, Susana Diego, Vidal Minga.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Fevereiro de 2003.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
e-mail: revista@apm.pt

Nota

nº 71
Janeiro/
Fevereiro
de 2003

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Joana Brocardo
Sub-Directora
Adelina Precatado

Redacção
Alice Carvalho
Ana Paula Canavarro
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Branca Silveira
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Paginação e Pré-Impressão
Gabinete de Edição da APM
Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Tiragem
5000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez
Impressão
Gráfica Torriana
N.º de Registo: 112807
N.º de Depósito Legal: 72011/93

A Matemática, a Tecnologia e a Escola

Jaime Carvalho e Silva

Apesar da enorme evolução dos últimos anos, temos de reconhecer que a Tecnologia está ainda demasiado arredada do dia-a-dia da escola, ficando muitas vezes limitada às quatro paredes de disciplinas técnicas como "Introdução às Tecnologias de Informação" ou a salas de informática ou de estudo, de utilização mais ou menos livre ou ocasional.

Convém aqui recordar a actual Lei de Bases do Sistema Educativo: "O sistema educativo organiza-se de forma a (...) proporcionar (...) uma formação específica para a ocupação de um justo lugar na vida activa que permita ao indivíduo prestar o seu contributo ao progresso da sociedade em consonância com os seus interesses, capacidades e vocação." (art.º 3º).

Como compreender então que a escola "fuja" ao uso da tecnologia e, por exemplo, os alunos não saibam usar os correctores ortográficos do *software* dos seus computadores, façam cálculos estatísticos laboriosamente à mão (ou usem amostras de 3 ou 4 elementos para poderem fazer as contas à mão), não saibam fazer estimativas e usar criticamente uma calculadora porque só os resultados exactos e feitos à mão é que são enfatizados, não saibam simular numa folha de cálculo uma situação de empréstimo, raramente desenvolvam projectos via Internet, etc., etc., etc.?

Não obstante, a sociedade exige cada vez mais competências tanto ao comum dos cidadãos como a cada profissional. Por um lado, na nossa vida diária, aparecem novas máquinas computorizadas para "facilitar a vida" mas que nos obrigam a complexas manobras de registo, escolha de palavra passe, definição de preferências e sabe-se lá que mais, surgem telemóveis cada vez com mais opções, tropeçamos em esquemas computorizados de tipo "pirâmide" cada vez mais sofisticados, é-nos oferecido acesso em tempo real a dados cada vez mais completos (logo cada vez mais difíceis de "digerir"); por outro lado, em cada profissão, cada vez mais tarefas são automatizadas através de máquinas cuja operação é cada vez mais complexa; quantas máquinas não estão encaixotadas por não haver ninguém para trabalhar com elas? Isto sem falar no cada vez maior número de estudos estatísticos em que supostamente as conclusões se obtêm com um simples carregar de uma tecla, mas que na verdade produzem disparates, conclusões ininteligíveis ou conclusões erradas (como a recente tentativa de provar que o nível socio-económico não influencia os resultados escolares!). Se uns anunciam que agora "tudo vai ser fácil" com uma nova máquina, o que é muito discutível, a verdade é que cada vez somos empurrados para efectuar *mais tarefas* porque passamos a ter acesso a mecanismos *mais complexos*: o mais complexo passa a estar ao nosso alcance e assim somos levados a desafiar o ainda mais complexo.

Em face de tudo isto, só poderemos concluir que a escola não está a desempenhar o papel que a Lei de Bases lhe atribui (e que é obviamente um papel dinâmico pois para o sistema educativo proporcionar formação para um "indivíduo prestar o seu contributo ao progresso da sociedade" terá a escola de estar atenta ao desenvolvimento dessa mesma sociedade!).

Ao contrário do que se poderia pensar, esta não é uma situação nova. A questão da adequação da tecnologia sempre se pôs à escola. Por exemplo, há 60 anos atrás, Bento de Jesus Caraça defendia que, pelo seu interesse prático, se deveriam usar no ensino da matemática as tecnologias mais desenvolvidas, réguas de cálculo e máquinas de calcular, e não as tábuas de logaritmos; Bento

Caraça entendia que a manutenção da tecnologia anterior era um exemplo de "tiraniazinha sobre a pobre massa académica". Hoje as tábuas de logaritmos são realmente métodos do passado (alguém ainda sabe o que são a característica e a mantissa do logaritmo de um número?).

20 anos mais tarde, Sebastião e Silva defendia o estudo da estatística mas alertava: "os cálculos exigidos pelos métodos estatísticos são geralmente muito laboriosos. Por esse facto, não será fácil nem aconselhável resolver nas aulas problemas numéricos de estatística, mesmo simples, sem o auxílio de máquinas de calcular." Temos de reconhecer que, 40 anos depois, o progresso deixa ainda a desejar. Infelizmente as dificuldades em integrar a tecnologia na escola afectam especialmente a disciplina de matemática, ao afastá-la para mais longe da realidade tangível: entre outros aspectos, a capacidade de estimativa e os métodos numéricos aproximados estão aquém das necessidades actuais de qualquer cidadão ou de qualquer profissional. Ainda não podemos contestar a seguinte afirmação do mesmo Sebastião e Silva: "se alguém lhes perguntar como se calculam todas as raízes de uma dada equação algébrica, de grau arbitrário, com a aproximação que se queira, terão de reconhecer que não sabem. Isto dá bem nota de como o ensino tradicional tem sido afastado da realidade."

A integração da tecnologia na escola e na disciplina de matemática é um dos maiores desafios da educação actual. De algum modo a capacidade da escola e da matemática responderem aos desafios da actualidade e do futuro é medida pela eficácia com que a tecnologia é integrada nos currículos escolares. Os próprios conteúdos escolares deverão inevitavelmente sofrer alterações (o que não é nada dramático pois ao longo dos tempos tal sempre foi a regra). Claramente as rotinas elementares que continuam ainda a ser a pedra de toque do ensino da matemática (ainda por cima com notável insucesso) não podem continuar inalteradas. O nosso grande desafio está, tal como afirma o matemático espanhol Miguel de Guzman, em conseguirmos preparar os nossos alunos para "el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente".

Jaime Carvalho e Silva
Universidade de Coimbra

Vocês lá na revista não querem ...? Queremos!

A partir do primeiro número de 2003 o Eduardo Veloso deixa de ser o responsável pela secção "Tecnologias na educação matemática". A participação activa do Eduardo na revista Educação e Matemática tem assumido muitas formas. Uma delas tem sido o de responsável por esta secção. O Eduardo deu-lhe forma e concebeu-a desde o seu início contribuindo decisivamente para que os vários números da revista constituíssem uma importante fonte de informação sobre o uso do computador na educação matemática. Poder contar com o Eduardo como responsável desta secção foi um privilégio que muito contribuiu para melhorar a qualidade da nossa revista.

O Eduardo Veloso lança a si próprio desafios que enfrenta e concretiza com um entusiasmo e qualidade notáveis. A Educação e Matemática tem contextualizado alguns desses desafios e estamos convictos que ela vai continuar a contextualizar novos projectos de participação do Eduardo que nos ajudem a ter uma revista cada vez melhor.

Daqui para a frente, antes da preparação de um número da revista não teremos o habitual contacto com o Eduardo para confirmar a data em que deve ser entregue o conteúdo da secção "Tecnologias na educação matemática". Mas de certeza que continuaremos a poder contar com as suas ideias e a sua participação activa. Sabemos que o ano 2003 é apenas um ano de "novos desafios" e que iremos ouvir ainda mais o Eduardo dizer:

"Olhem vocês lá na revista não querem ... Talvez possa propor um artigo ...".

A redacção da revista Educação e Matemática

A crise no ensino da matemática[1]

João Pedro da Ponte

Periodicamente, por causa dos resultados dos exames ou de algum estudo internacional, a Matemática surge como assunto da actualidade nos meios de comunicação social. Procuram-se então os culpados da crise. Para uns, são os professores, para outros, são os alunos e, para outros, é a administração educacional. Para alguns, mais sofisticados, a culpa é sobretudo dos educadores matemáticos … Que existe crise, parece não haver dúvidas. Mas, mais do que procurar um bode expiatório, vale a pena analisar em que consiste essa crise e discutir que estratégias podem ser usadas para a ultrapassar.

Indicadores de insucesso

Nem todas as pessoas têm o mesmo entendimento do que é o insucesso na disciplina de Matemática. Uma boa forma de abordar este assunto é através de exemplos concretos.

O primeiro exemplo reporta-se a um estudo feito nos anos 90 sobre

Tarefa B10

TAXA FIXA • PRAZO FIXO

CRÉDITO À HABITAÇÃO 12.25%

taxa de juro anual para empréstimos a 5 anos

CÁLCULO DOS ENCARGOS MENSAIS PARA DIFERENTES VALORES

valor do empréstimo	encargo mensal
5000 contos	111.855$00
10000 contos	223.710$00
20000 contos	444.420$00

(Simulação real com base em valores referidos a Julho de 1994)

PERGUNTA B10: Tendo em conta a informação constante no anúncio relativo ao crédito à habitação, diga qual é, em escudos, o valor dos juros que pagará, num empréstimo a cinco anos no valor de 5000 contos. Indique os cálculos que utilizou para chegar a esse valor.

Percentagem de respostas certas: 11,7%

Respostas certas por grau de escolaridade

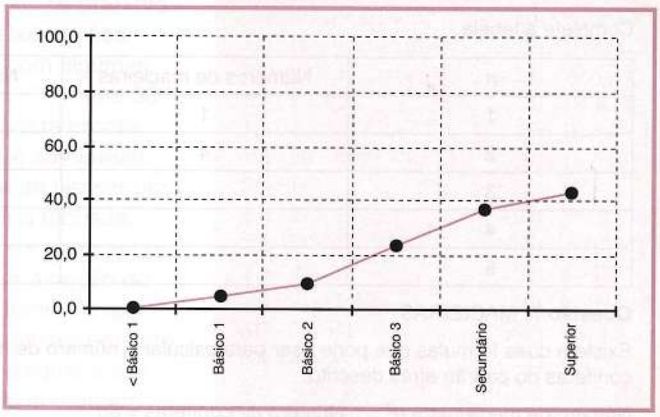


Figura 1. Questão do nível 4 do Estudo Nacional de literacia.

Nota da redacção:

No passado dia 28 de Novembro realizou-se, por iniciativa do Conselho Nacional de Educação (CNE), um seminário subordinado ao tema: *O Ensino da Matemática—Situações e Perspectivas.* Este seminário incluiu dois tipos de sessões, conferências (duas) e painéis (dois). Pela pertinência do tema e relevância das intervenções, a redacção da *Educação e Matemática* convidou alguns dos intervenientes a escreverem artigos para cada um dos números da revista deste ano. Uma das conferências foi proferida pelo João Pedro Ponte a quem solicitámos o primeiro artigo sobre a temática abordada: *O Ensino da Matemática em Portugal: uma Prioridade Educativa?*

Nível de dificuldade das questões	Percentagem de respostas correctas	Mediana do desempenho (em %)	Índice de sucesso relativamente aos outros países	Mediana dos índices de sucesso
3	06,2	06,2	0,44	0,44
	18,0		0,63	
	15,7		0,59	
2	13,7	15,7	0,55	0,59
	47,7		0,86	
	11,8		0,43	
	60,5		0,90	
	86,0		1,03	
1	81,5	60,5	0,99	0,90
	50,3		0,86	
	50,2		0,82	

Quadro 1. Níveis de sucesso no desempenho dos alunos portugueses no PISA e índices comparativos com os alunos dos restantes países da OCDE (Ramalho, 2002).

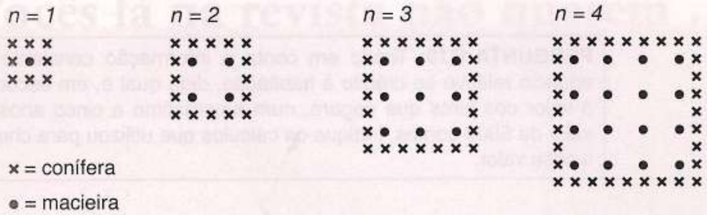
a literacia da população adulta portuguesa[2]. O estudo definiu vários níveis de literacia e, sem surpresa, verificou que a literacia em Portugal não é famosa, tanto em geral como na Matemática. Os resultados foram de tal ordem que os autores resolveram acrescentar uma nova categoria às quatro que já tinham sido utilizadas noutros países—introduziram assim um nível zero, de iliteracia profunda … Menos de 40% dos portugueses mostravam um desempenho aceitável nos níveis mais elevados (níveis 3 e 4) de literacia matemática. No nível 4, o nível de literacia desejável, estavam menos de 12% dos portugueses adultos. Estes dados são certamente preocupantes, embora seja de notar que o problema não diz apenas respeito à literacia matemática mas estende-se à literacia em geral.

O segundo exemplo, são os resultados do *PISA 2000*. Na parte de Matemática, este estudo tem vários níveis. Começa pelo nível mais básico dos cálculos e definições, segue-se o nível das conexões e integração para a resolução de problemas e, finalmente, o nível de matematização, pensamento matemático, generalização e perspicácia. Na questão do terceiro nível, a média das respostas correctas dos alunos portugueses foi de 6,2%, ou seja, baixíssima (ver o Quadro 1). No nível intermédio, as médias das respostas correctas variam entre 11,8% e 47,7%, mas o valor 47,7% é um *outlier*, pois a mediana é 15,7. No que se refere aos cálculos e defini-

MACIEIRAS

Um lavrador planta macieiras num padrão quadrangular. A fim de proteger as árvores do vento, planta coníferas à volta do pomar.

Esta situação está ilustrada no diagrama abaixo representado, no qual se pode ver a disposição das macieiras e das coníferas para um número qualquer (n) de filas de macieiras:



Questão 6: MACIEIRAS

Complete a tabela

n	Números de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Questão 7: MACIEIRAS

Existem duas fórmulas que pode usar para calcular o número de macieiras e o número de coníferas do padrão atrás descrito:

Número de macieiras = n^2 Número de coníferas = $8n$

Em que n é o número de filas de macieiras.

Existe um valor de n para o qual o número de macieiras é igual ao número de coníferas. Descubra esse valor de n e indique o método que usou para o calcular.

Questão 8: MACIEIRAS

Imagine que o lavrador que fazer um pomar muito maior, com mais filas de árvores. À medida que o lavrador aumenta o pomar, o que é que aumenta mais depressa: o número de macieiras ou o de coníferas? Explique como encontrou a sua resposta.

Figura 2. Questões de nível 2 (A e B) e nível 3 (C) do PISA ções, os alunos portugueses têm um nível mediano de resposta de 60,5%, o que também não é brilhante. Vê-se, assim, que os grandes problemas estão no raciocínio, nas conexões e no pensamento matemático. Também há problemas nos cálculos, mas não é aí a situação mais grave, nem em termos absolutos nem em relação à média dos países estudados. Nesse nível mais básico, comparando a realidade portuguesa com a realidade internacional, temos um índice de sucesso relativo de 0,90 e há até uma questão onde estamos acima da média geral, com um índice de 1,03. Nos dois níveis em que é preciso pensar mais para dar a resposta, os nossos alunos estão francamente abaixo daquilo que é o resultado da generalidade dos países, com índices de sucesso relativo de 0,44 e 0,59.

O terceiro exemplo diz respeito aos resultados dos exames do 12° ano. Estes são insatisfatórios desde que há memória. Em 1996, um jornal publicava em manchete: 9 000 zeros a Matemática! ... Em 2002, a média geral na primeira chamada foi de 8,7 e na segunda chamada foi de 4,8. Tantos zeros e tantas notas negativas nos exames de 12° ano, representam um sinal de crise na aprendizagem da Matemática? Penso que não. No meu entender, estes números são enganadores, porque a grande maioria dos alunos que faz estes exames não os devia fazer. A Matemática é uma disciplina de acesso requerida para muitos cursos superiores e os alunos fazem este exame porque querem ingressar nesses cursos. Mas muitos deles deveriam fazer outra prova, com outras características e com base noutro programa. Além disso, estes zeros, que incluem os alunos externos, não traduzem a situação real do ensino-aprendizagem nas escolas portuguesas. Estas questões são discutidas na imprensa com uma grande falta de rigor. No fundo, estes números sobre os exames são uma mistificação sobre a aprendizagem da Matemática e o modo como são discutidas revela também falta de literacia matemática.

O quarto exemplo é o da arroba. Num programa recente da televisão uma sorridente jornalista perguntava aos alunos de várias faculdades: "Quanto é uma arroba?" O programa mostrou-nos muitas caras admiradas e nenhuma resposta certa. Segundo a jornalista, dos 45 abordados só um soube responder. Será isto indicador significativo da iliteracia matemática dos portugueses? Penso que não. A arroba é uma simpática relíquia das medidas medievais mas não é um conhecimento essencial na nossa sociedade. Hoje em dia, memorizar o que é uma arroba, um quarteirão, uma grosa, uma jarda, um pé ... não faz qualquer sentido. Quando precisamos de saber o que é uma destas medidas, devemos saber ir procurar a um dicionário, a um livro, à Internet ou junto de alguém que sabe. Temos de saber procurar o que precisamos, não temos de saber tudo. Ver cada aluno como uma base de dados ambulante é uma perspectiva de ensino completamente ultrapassada.

A jornalista também perguntava quanto é 7 x 8 e este é o meu quinto exemplo. Também aqui os jovens gaguejavam muito. É verdade que aparecer à nossa frente uma jornalista, de microfone em punho, no meio de um grande aparato, a fazer perguntas inesperadas, não será propriamente uma situação muito comum da vida real. Não me admiro que os jovens hesitem. Mais do que pensar matematicamente, estão a procurar perceber o que se está a passar—será para os "apanhados"? ... (e era!) No entanto, não posso deixar de ficar bastante incomodado com algumas respostas: "talvez 47 ...", "hum, 53". Ou seja, não ter a resposta pronta relativamente ao 7 x 8 é admissível, pois podemos precisar de pensar um pouco para reconstituir a tabuada. Agora, assumir que 7 x 8 pode ser um número ímpar, é não ter a noção do que o produto de um número ímpar por um número par é sempre par. Isto é revelador que falta qualquer coisa de essencial no sentido do número.

O sexto exemplo, refere-se a um trabalho de 1947, de Maria Teodora Alves. Esta professora publicou na *Gazeta de Matemática* um estudo sobre a competência em cálculo numérico dos alunos do 2° ano do liceu (actual 6° ano de escolaridade). O estudo teve por base um teste com 50 questões distribuídas por 9 grupos. Duas das questões eram:

$$(9)\ 2 - 3 - 4 + 7$$

$$(10)\ 9 - 2 + 5 - 4$$

Trata-se de questões que não se podem considerar particularmente difíceis. Erraram uma, outra, ou as duas, 76,75% dos alunos. A autora conclui que os alunos revelam "graves deficiências" na técnica de cálculo. Isto mostra com clareza que os problemas com a tabuada e o cálculo não são apenas de hoje.

O sétimo exemplo é a afirmação comum dos matemáticos: "Os alunos que ingressam em Matemática, na universidade, são cada vez mais fracos!". É muito capaz de ser verdade e, por isso, os professores de Matemática do ensino superior têm muitas razões para estar preocupados. É um facto que a Matemática, hoje em dia, não tem o *charme* de outros cursos. Além disso, a imagem pública que tem sido dada da Matemática, quer pelos resultados escolares dos alunos, quer pelas críticas ao profissionalismo dos professores, quer ainda pelo tom azedo com que

Calcule:

1) 170×1	2) 1×120
3) $520:520$	4) $180:1$
5) 0×17	6) 21×0
7) $0:18$	8) $1:1$
9) $2-3-4+7$	10) $9-2+5-4$
11) $(8\times6\times5):(8\times6)$	12) $(7\times3\times9):(3\times9)$
13) $4:0{,}1$	14) $20\times0{,}1$
15) $8-6:3$	16) $7+8:4$
17) $4+3\times2$	18) $10-4\times2$
19) $20-4\times2-15:3$	20) $16-12:4-3\times2$
21) 1^6	22) 1^9
23) $2^3\times2$	24) $3^4:3$
25) $3^8\times2^2:3^8$	26) $2^2\times5^3:5^3$
27) 2^2+3^2	28) 4^2-3^2
29) $2\times(2\times3+3)$	30) $2\times(18:6+1)$
31) $2+3/4$	32) $2/3+2$
33) $3-3/2$	34) $5/2-2$
35) $1/2+2/3$	36) $3/4-2/3$
37) $2/7\times3$	38) $2\times4/5$
39) $3/8:2$	40) $3/5:3$
41) $1+2/3\times2$	42) $1-2/5\times2$
43) $1+3/4:3$	44) $1-5/2:5$
45) $2/3:1/2$	46) $2:3/4$
47) $1\,1/4\times3$	48) $2:2\,1/3$
49) $(2/3)^2$	50) $(4/3)^2$

Figura 3. Página da Gazeta de Matemática de 1947

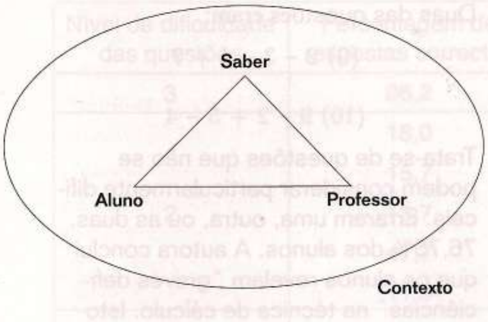


Figura 4. O triângulo didáctico, inserido no contexto educativo

têm decorrido muitas discussões na imprensa, tem contribuído para que esta situação se agrave cada vez mais. Os alunos que se interessavam no passado pela Matemática, hoje em dia interessam-se por outras coisas e procuram outros cursos. Há que pensar como evitá-lo, mas há que pensar também nos outros alunos, os que não querem fazer da Matemática um elemento fundamental da sua vida.

Estes exemplos mostram que nem tudo o que é apresentado como ignorância deve ser visto realmente como ignorância. Além disso, as dificuldades evidenciadas pelos alunos não têm todas a mesma importância. Interessa indicar como podemos combater estes problemas mas, para isso, é preciso ter presente como decorre o processo de ensino-aprendizagem.

Como se ensina e como se aprende

No processo de ensino-aprendizagem há um triângulo didáctico fundamental, envolvendo o aluno, o saber e o professor, que se enquadra num contexto bem definido. Estes elementos têm uma dinâmica própria que é preciso compreender.

Em primeiro lugar, temos a Matemática. Como toda a construção social, a Matemática constitui um campo do saber historicamente situado. Os textos de Matemática de hoje e de há 2 000 anos têm um sabor muito diferente. Há certos conceitos que noutras épocas se entendiam de uma maneira e hoje se entendem de outra. A Matemática tem um carácter dinâmico. A sua história é claramente marcada pelas tendências para a generalização, para a abstracção e para a formalização. A princípio, recebeu de modo muito frio as novas tecnologias, mas parece que, finalmente, isso está ultrapassado. Na época actual, a Matemática tem tido uma expansão sem precedentes, não só nas diversas áreas em que se organiza internamente, como nas suas aplicações a todos os campos da actividade humana. Podemos dizer que a Matemática, como ciência, está bem e recomenda-se. No entanto, é preciso reconhecer que a Matemática escolar tem finalidades diferentes da Matemática–ciência. Têm certamente muitos pontos de contacto mas, tendo outras finalidades, hão-de ter também os seus pontos de diferenciação.

Em segundo lugar temos o aluno. Os alunos hoje em dia têm pouco a ver com os alunos que estavam no liceu nos anos 40 e 50 do século XX. A sociedade hoje é outra, outra é a população discente. Uma sala de aula de hoje e uma sala de aula dessa época, não têm nada em comum. É evidente que não se pode ser um bom professor se não se conhecer os alunos. Não se pode fazer o ensino ignorando o aluno. O professor tem sempre que se dirigir aos seus alunos concretos, isso é um dos elementos fundamentais do seu conhecimento profissional. Ter em conta esta realidade, é uma condição fundamental do trabalho do professor. Ora, para haver aprendizagem, é fundamental que o aluno se envolva. Se o aluno não está disponível para aprender, se não está com vontade em aprender, não aprende mesmo. Para que o professor seja capaz de promover essa atitude no aluno tem do o conhecer profundamente.

Em terceiro lugar temos o professor. Ele tem que conhecer muito bem os outros vértices do triângulo. Tem que conhecer a Matemática, caso contrário não a pode ensinar. Como vimos, tem de conhecer os alunos. Mas, para além disso, tem de conhecer o contexto, as condições em que está a trabalhar. Hoje em dia já se percebeu que o professor tem que ter um papel decisivo na gestão curricular. Por isso, o papel do professor, não é simplesmente o de aplicar um currículo, servir de correia da transmissão a um programa bem definido e desbobiná-lo na sala de aula, mas, pelo contrário, criar situações diversificadas, produzir materiais, conceber tarefas que vão exactamente de encontro aos interesses e perspectivas dos alunos. Cabe-lhe criar situações de aprendizagem, conduzi-las e avaliar os resultados notando que avaliar não é só dar notas (classificar), mas sobretudo realizar uma avaliação reguladora e formativa, quer dizer, perceber se os objectivos definidos foram ou não atingidos e, se não foram, o que fazer para os atingir. Portanto, o papel do professor, hoje em dia, é visto de uma maneira muito diferente de anteriormente.

E, finalmente, temos o contexto. Este tem muitas dimensões, incluindo a escola, o grupo disciplinar, o conjunto dos professores da escola, com a sua cultura própria, a comunidade directamente envolvente da escola, o sistema educativo, incluindo o sistema de avaliação e a própria sociedade. Estes elementos estão em constante mudança.

Desde logo se vê que os problemas do ensino da Matemática, não podem perceber-se olhando apenas para um dos vértices deste triângulo. É preciso olhar para todo o triângulo e é preciso perceber como é que o contexto influencia o que se passa em cada um dos lados e no interior do triângulo. O grande desafio do professor é estabelecer uma ligação entre a Matemática e o aluno, uma ligação que tem de ser viva e dinâmica.

A aprendizagem da Matemática é um processo complexo, que envolve momentos diversificados. Na verdade, envolve várias fases, por exemplo, exploração, formalização, integração. É preciso notar que formalização não é o mesmo que formalismo: a formalização é inerente à Matemática, o formalismo é a formalização levada a um nível exacerbado, em que se perde o significado das ideias matemáticas e esta ciência é reduzida a um jogo de símbolos.

Ouvir o professor e praticar a resolução de exercícios eram as actividades fundamentais no ensino da Matemática dos anos 40 e 50. São actividades que permitem adquirir algumas competências, mas não permitem adquirir todas as competências e, provavelmente não permitem adquirir as competências mais importantes. Portanto, são necessárias outras experiências de aprendizagem como já apontam os programas de 91, e de uma forma mais clara, o *Currículo nacional do ensino básico*. É necessário um currículo organizado e gerido pelo professor, que contemple experiências diversas de acordo com as características dos alunos, em que o aprender resulta muito do fazer. A actividade do aluno é importante, mas não se pode reduzir ao fazer repetitivo, ao fazer sem pensar que era a imagem de marca do ensino tradicional, quando se faziam exercícios e mais exercícios. É preciso ir mais longe, reflectir sobre o que se fez, ter uma capacidade de interligar, de criticar, de relacionar. Isso, evidentemente requer investimento de quem aprende, investimento cognitivo e afectivo, perseverança e vontade de aprender. O aluno tem que investir para aprender algo de sério e significativo, tem de envolver-se na aprendizagem e isso requer que existam certas condições. Criar essas condições é responsabilidade tanto do professor como dos intervenientes no contexto.

Factores que contribuem para o insucesso

Traçado o quadro geral em que se desenvolve o ensino-aprendizagem da Matemática, vejamos os factores que contribuem para o insucesso na disciplina. Como todo o fenómeno social, a crise do ensino da Matemática tem diversas causas, umas próximas, outras afastadas. Desde logo, sofremos o efeito do agravamento da crise geral da escola que, por sua vez, não é mais do que um reflexo da crise geral da sociedade. Tudo o que concorre para a crise da escola, contribui, em particular, para os problemas desta disciplina. Mas a Matemática tem os seus problemas específicos e estes resultam, sobretudo, de cinco factores.

1. Currículo. Os programas actualmente vigentes em Portugal constituem um grande progresso em relação aos programas dos anos 90. No entanto, o currículo não é o programa e em matéria curricular há três pontos fracos a assinalar: (i) a tradição pobre de desenvolvimento curricular, (ii) a insuficiente concretização das orientações dos programas e (iii) o carácter difuso das finalidades do ensino na Matemática e das expectativas de desempenho dos alunos.

Portugal nunca teve uma forte tradição de desenvolvimento curricular em Matemática. Durante muitas décadas vigorou a política do livro único. Até há cerca de 10 anos, o currículo português estava extremamente desfasado das necessidades dos alunos. Na verdade, o programa que vigorou nos anos 70 e 80 era marcado pela Matemática moderna, sobrevalorizava a linguagem da Lógica e as estruturas abstractas da Álgebra, ignorava a Estatística e reduzia ao mínimo a Geometria. Esse programa representou uma autêntica *deriva formalista* que marcou negativamente várias gerações de alunos e professores. Combinando o formalismo com o cálculo, nesse programa as ideias principais de José Sebastião e Silva foram transformadas no seu contrário, dando à Matemática escolar um carácter hermético, desligado da realidade, desinteressante e desmotivador.

A maior dificuldade na concretização das orientações curriculares consiste na definição correcta do papel do cálculo[3]. Para além dos cálculos, a Matemática envolve também conceitos, ideias, estratégias, problemas, modelos, demonstrações, teorias ... De facto, o mais importante não são os cálculos mas sim saber o que fazer com eles!

Finalmente, como mostrou o estudo da APM *Matemática 2001*, os professores sentem alguma indefinição quanto às finalidades da disciplina. Associada a esta indefinição, surge uma certa ambiguidade quanto às expectativas que se devem colocar em relação à aprendizagem dos alunos, sobretudo no ensino básico. A existência de manuais escolares com diferentes níveis de profundidade no tratamento dos assuntos, uns só com exercícios outros com diferentes tipos de tarefas, mostra também que existem interpretações muito contraditórias do mesmo programa.

2. O papel da Matemática como *instrumento de selecção dos alunos*, em especial para o ensino superior. Trata-se de um instrumento cego, baseado num programa único, subordinado à lógica da Matemática Pura e às necessidades dos cursos de ciências e tecnologia. Os alunos dos cursos tecnológicos e dos agrupamentos de ciências sociais e artístico—com uma preparação matemática usualmente muito inferior e uma motivação mais reduzida—têm o mesmo programa dos restantes alunos. Como seria de esperar, os seus níveis de insucesso são elevadíssimos.

3. O modo como têm sido tratadas *as questões da formação e recrutamento de professores*. Neste campo têm-se acumulado os erros. Sucessivos despachos sobre habilitações próprias e sobre grupos afins, conferiram a possibilidade de ensinar Matemática a pessoas com preparação muito reduzida nesta disciplina e sem qualquer formação na sua didáctica. Muitos destes professores têm feito a sua autoformação e têm-se tornado bons profissionais mas de muitos outros não se pode dizer o mesmo. Outro erro é a proliferação de cursos de formação inicial em instituições de ensino público e privado não sujeitos a qualquer processo de acreditação. Por vezes, a preparação matemática é muito fraca e a perspectiva didáctica corresponde mais às orientações dos anos 50 e 60 do século XX do que à época actual.

4. A cultura profissional marcada pelo individualismo e o espírito de funcionário. Vêem-se cada vez mais professores que colaboram com um ou dois colegas na preparação de materiais para as suas aulas ou na elaboração de instrumentos de avaliação. No entanto, vêem-se ainda poucos casos em que o grupo disciplinar de Matemática tem uma prática efectiva de colaboração profissional, indispensável a toda a escola que se quer actuante na identificação e resolução dos problemas com que se defrontam os seus alunos.

5. A falta de investimento político. A Matemática tem estado num plano secundário nas prioridades educativas. É preciso decidir se a sua aprendizagem é ou não importante e, se a resposta é afirmativa, essa importância deve manifestar-se numa acção continuada. Neste campo, as responsabilidades não são só da administração educativa. O ensino da Matemática, depende também dos professores e de outros intervenientes sociais. Se trabalharem todos com alguma coordenação, aumentam as probabilidades de haver algum efeito. Se cada um deles se limitar a defender os seus interesses e perspectivas, sem ter em conta o conjunto, o mais provável é que se intensifique a confusão sobre os problemas e as soluções.

A maior parte destes factores interpela directamente o contexto em que se desenvolve o ensino-aprendizagem da Matemática. Há um deles, no entanto, que remete sobretudo para os professores—a natureza da sua cultura profissional. Esta, embora seja muito influenciada pelas condições de trabalho, pode evoluir graças à acção e reflexão do próprio grupo profissional. Além disso, a acção e reflexão dos professores pode influenciar as políticas curriculares, de avaliação e de formação e as estratégias dos diversos intervenientes educativos, contribuindo assim para alterar os outros factores.

Que caminhos para o combate ao insucesso?

A Matemática tem por grande finalidade contribuir para o desenvolvimento dos indivíduos, capacitando-os para uma plena participação na vida social, tendo em vista o exercício da cidadania. Para que isso aconteça, os alunos devem ter uma experiência matemática genuína, lidando com situações matematicamente ricas e usando conceitos matemáticos na interpretação e modelação da realidade. É preciso que as lógicas instrumentais estranhas a tudo isto—como a selecção para os cursos superiores—não ponham em causa as finalidades fundamentais.

Os factores de insucesso indicados mostram que a melhoria do ensino da Matemática passa por clarificar as finalidades do ensino desta disciplina, definir expectativas claras e positivas para os alunos, diversificar os programas no ensino secundário, reduzir o papel que a Matemática tem como instrumento de selecção, aperfeiçoar as políticas e programas de formação inicial e contínua e promover uma

1. *Clarificar as finalidades do ensino da Matemática*, com equilíbrio, sem esquecer que o está prioritariamente em causa, no ensino básico e secundário, não é a formação de uma elite científica mas é, sobretudo, a formação da generalidade dos alunos para participar activa e criticamente na sociedade.
2. *Expectativas claras e positivas para os alunos*, que devem saber o que se espera deles, que se acredita que eles são capazes de atingir esses objectivos e que se assume terem uma responsabilidade fundamental nesse processo.
3. *Diversificar os programas*, atendendo, no ensino secundário à diversidade de interesses e de capacidades dos alunos e, no ensino básico, à necessidade de se fazer uma gestão do currículo em função das realidades locais e das características dos alunos.
4. *Reduzir o papel que a Matemática tem como instrumento de selecção*, ao estritamente necessário, repensando o sistema de acesso ao ensino superior.
5. *Promover uma nova cultura profissional* entre os professores, apoiando os seus projectos, proporcionando-lhes oportunidades de formação e dotando as escolas das necessárias condições e recursos.

Figura 5. Linhas principais de um programa de combate ao insucesso em Matemática

nova cultura profissional entre os professores. Deverá fazê-lo com um investimento político continuado.

É nos professores que, no meu entender, está a chave para a melhoria do ensino. Este não melhorará sem o seu empenho criativo e responsável, em projectos e iniciativas, envolvendo no seu entusiasmo os seus alunos. Mas para além dos professores, será necessária a intervenção dos educadores matemáticos, dos matemáticos e de muitos outros intervenientes, num projecto nacional mobilizador. A criação de uma imagem positiva de empenho concertado dos principais actores em mudar o panorama do ensino desta disciplina é um passo essencial, sem o qual é difícil vislumbrar qualquer progresso.

Por mim, continuo a acreditar que a Matemática tem algo de fundamental a oferecer a todas as crianças e jovens. Não a Matemática autoritária dos dogmas, do certo e do errado, das humilhações e castigos, mas a Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas. Vários projectos inovadores realizados no terreno mostram que isso está perfeitamente ao nosso alcance. Proporcionar a todos os alunos experiências matemáticas genuínas, deveria ser, por isso mesmo, uma importante prioridade educativa.

Notas

1 Neste pequeno artigo retomo algumas das ideias expostas no Seminário do Conselho Nacional de Educação de Novembro de 2002.

2 O Estudo Nacional de Literacia foi coordenado por Ana Benavente, tendo a parte respeitante à Matemática sido dirigida por Paulo Abrantes (ver Benavente et al., 1996).

3 Tive oportunidade de discutir esta questão num artigo de 1987.

Referências

Alves, M. T. (1947). Algumas deficiências em Matemática de alunos dos liceus. *Gazeta de Matemática, 32*, pp. 14-16.

APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática.* Lisboa: APM.

Benavente, A., Rosa, A., Costa, A. F., & Ávila, P. (1996). *A literacia em Portugal.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian e Conselho Nacional de Educação.

Ministério da Educação (2002). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Ponte, J. P. (1987). A Matemática não é só cálculo e mal vão as reformas curriculares que a vêem como simples disciplina de serviço. *Educação e Matemática, 4*, pp. 5-6 e 26.

Ramalho, G. (2002). *PISA 2000. Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia matemática e competências dos alunos portugueses.* Lisboa: Ministério da Educação, Gabinete de Avaliação Educacional.

João Pedro da Ponte
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Matemática e Tecnologia

Novo ano – velho tema

"Matemática e Tecnologia" foi o tema escolhido pela APM para 2003. A revista EM, não pode deixar de se associar e dar expressão a este tema bem como às iniciativas que em torno dele forem desenvolvidas.

O tema "Matemática e Tecnologia", pela sua importância e actualidade é um velho tema na nossa revista. São frequentes os artigos com ele relacionados, temos uma revista temática a ele dedicado e existe uma secção permanente de Tecnologias. Pensou por isso a redacção que a melhor forma de EM se associar ao tema "Matemática e Tecnologia" em 2003 seria tratá-lo ao longo da revista através de todo o tipo de artigos e/ou secções que habitualmente a constituem e assinalando os artigos com o logotipo do ano temático.

Os núcleos da APM de Leiria e Coimbra sendo dinamizadores do tema estão em condições excepcionais para colaborarem com a EM nomeadamente no que se refere à informação relativa a actividades e iniciativas realizadas ou a realizar. Nesta perspectiva, e no sentido de garantir esta afirmação na revista de "Matemática e Tecnologia" a redacção convidou os colegas Jaime Carvalho e Silva (núcleo de Coimbra) e Rogério Costa (núcleo de Leiria) para colaboradores especiais deste tema durante o ano de 2003.

O desafio é termos ao longo do ano uma diversidade de contribuições (relatos de experiências de sala de aula, textos, recursos, debates, entrevistas, notícias ...) que nos dêem conta do que vai acontecendo, que fomentem o debate e que motivem novas experiências.

Encorajamos por isso, desde já, todos os leitores a escreverem sobre as suas experiências de sala de aula com tecnologia, a enviarem os seus pontos de vista, a darem notícias das iniciativas das suas escolas, ...

A redacção

Os projectos e iniciativas do Ano Temático *Matemática e Tecnologia*

O Ano Temático 2003 *Matemática e Tecnologia* promovido pela APM pretende ser promotor de iniciativas diversificadas quanto aos meios e quanto aos destinatários, incrementando a utilização da tecnologia no ensino da Matemática, procurando compreender melhor a estreita ligação que existe entre ela e a Tecnologia e, em particular, a influência que a tecnologia tem nas mudanças ao nível da aprendizagem da Matemática e das práticas profissionais dos professores. Para isso, a equipa de coordenação deste ano está a desenvolver um conjunto de actividades das quais se destacam não só pela sua dimensão, mas também pelas parcerias que se estabeleceram, as Semanas Ciência Viva – Matemática e Tecnologia, que irão decorrer desde Março a Outubro nos centros Ciência Viva, espalhados pelo País, e que culminará com uma grande realização no Pavilhão do Conhecimento em Outubro deste ano.

Contudo, os projectos não se ficam por aqui. A dinamização dos espaços Internet, que a grande maioria dos municípios portugueses já dispõe, com aplicações interactivas construídas no âmbito do ano temático, a participação nos encontros regionais da APM e no Profmat, o apoio às escolas na organização de semanas de matemática e tecnologia, a promoção de concursos aliando tecnologia e matemática, a disponibilização do contacto entre professores, pais e alunos com matemáticos ou personalidades ligadas à ciência através do chat, são algumas das actividades que pretendemos desenvolver.

A página http://www.apm.pt/mt é o 'portal' desta iniciativa, divulgando, não só as actividades que a APM vai desenvolver, mas também as que as escolas irão dinamizar à volta do Tema.

Mas o portal não se fica pela mera divulgação de eventos ou notícias. De facto, na área das "Actividades" e "Recursos" encontram-se tarefas a realizar na sala de aula em que se utiliza algum tipo de tecnologia, devidamente classificadas por nível de ensino, por temas, por tipo de tarefa, etc., descrições de experiências e indicações de *sites* e outros materiais. Nos "Menus Matemáticos" existem uma série de aplicações interactivas que ajudarão, por certo, a dinamizar um conjunto de iniciativas dentro e fora da sala de aula. Porque a página se constrói com a ajuda de todos, no espaço "Sugira" pode-se propor a publicação de actividades, textos, experiências, *sites*, filmes, notícias, eventos, ou, simplesmente enviar-se um comentário.

Os concursos também não foram esquecidos. Já nos passados dias 19, 20 e 21 de Fevereiro decorreu o concurso "Caça ao Tesouro" organizado por 4 categorias, 1° ciclo, 2° ciclo, 3° ciclo e secundário. Os desafios propostos nestes dias terão continuação na sala de *chat* com a discussão pelos alunos participantes, em dias previamente definidos, do percurso e soluções encontradas às questões colocadas no concurso. Além disso, o *chat* será também utilizado para colocar professores, pais e alunos à conversa com matemáticos e pessoas ligadas à ciência.

Finalmente, o debate de temas como, o papel que a tecnologia poderá ter nos currículos, nos próximos anos, quais os meios necessários para que as mudanças sejam efectivas, ou ainda, saber como é que a opinião pública, em particular os professores e os pais, vêem a utilização das tecnologias na escola, é feito no "Fórum", disponível também na página web.

Com todo este esforço esperamos, sinceramente, que estas iniciativas recolham a participação de todos e contribuam para melhorar as aprendizagens dos alunos.

Rogério Costa
ESE de Leiria

Branca Silveira

Conversando com Eduardo Veloso

A secção das Tecnologias na Educação Matemática começou em 1997, tendo sido até agora da responsabilidade do nosso colega Eduardo Veloso que decidiu deixar de assiná-la.

Ao fim destes anos, parece-nos que os objectivos que levaram à criação desta secção ainda mantêm a sua actualidade, pelo que, continuamos a "pretender acompanhar e apoiar este renovado interesse nas questões da utilização das tecnologias na educação matemática, nomeadamente da Internet. [...] Tentaremos noticiar e exemplificar o que de melhor vai sendo feito entre nós e no estrangeiro quanto às calculadoras e aos computadores no ensino da Matemática" (E&M, nº42).

Gostaríamos, ainda, de colocar em cada número uma proposta de trabalho, para ser pensada utilizando tecnologia, mesmo que possa ser resolvida utilizando métodos mais tradicionais (será que a tecnologia não vai sendo já um "método tradicional"?) branca@esb.ucp.pt

Pensamos que a melhor forma de iniciar esta nova fase da secção, seria ter uma pequena conversa (por correio electrónico) com o Eduardo, a quem agradecemos a sua permanente disponibilidade.

Educação & Matemática (EM): Quais os motivos que te levaram a deixar esta secção?

Eduardo Veloso (EV): Parece-me que a responsabilidade de gerir uma secção deste tipo deve ir mudando, as ideias vão escasseando, é bom haver inovação relativamente aos temas e às opções tomadas, e por isso ao fim de alguns anos pareceu-me que para a Revista e para a secção seria melhor ter um novo responsável. Ainda por cima, neste caso, seria sempre muito fácil encontrar colegas com muita experiência e dedicação ao problema das tecnologias na educação matemática que tomassem conta da secção, melhorando-a, e foi o que aconteceu, como se viu e vai ver.

Devo dizer também que gosto muito de escrever para a Educação e Matemática, e o facto de ter em cada número a responsabilidade de escrever sobre as tecnologias ou encontrar quem escrevesse me impedia de abordar outros temas que me são caros.

EM: Na secção foram aparecendo ao longo dos anos artigos de opinião, informações, entrevistas, recensões, etc ... A certa altura tiveste a ideia de um "consultório" que não continuou. A ideia era interessante. O que falhou?

EV: Essa ideia surgiu do facto de receber pessoalmente, de vez em quando, mensagens em *e-mail* com algumas questões relativas às tecnologias e à sua utilização no ensino da matemática. Pensei que seria lógico e útil que essas questões e essas respostas (dadas por mim ou por outro colega que quisesse colaborar) fossem publicadas. Daí a ideia do consultório nas páginas da revista. Julgo que falhou— ou seja, que quase ninguém perguntou fosse o que fosse—pelas razões pelas quais estas coisas falham ou funcionam mal quase sempre entre nós, a saber, porque faz parte do nosso feitio lusitano o hábito atávico de intervir ou intervir pouco em público—como por exemplo aquele silêncio atroz que se instala sempre depois das conferências seguidas de perguntas, em que se não avança um do costume ninguém tem nunca nada para perguntar. É como a secção das reacções, ideias, etc. da revista, o número de intervenções espontâneas é ainda muito diminuto

EM: Embora a secção se intitule Tecnologias na Educação Matemática, nota-se que a tecnologia mais falada foi sem dúvida o computador (artigos, software, Internet, etc). Porquê? Gosto pessoal?

EV: Mais do que gosto pessoal, eu diria que uma das razões principais deriva de limitações pessoais. Trabalho sempre com computadores nos cursos e em tudo o que faço, e portanto a minha experiência com calculadoras, por exemplo, é quase nula. Tentei que outros colegas dessem contribuições neste campo, mas sem grande êxito, porventura porque não o fiz de modo mais intenso e eficiente. É uma das expectativas que tenho para o futuro da secção, sabendo que fica nesse aspecto (e nos outros) bem entregue.

É preciso no entanto ter em conta que se a utilização das calculadoras, pelo menos no ensino secundário, já é um dado adquirido—e isso devido ao magnífico trabalho que foi feito nos últimos anos por colegas nossos sócios da APM—, a situação relativa aos computadoras é ainda muito incipiente. Por isso talvez seja natural que, sem esquecer as calculadoras, algum privilégio na secção vá para a "promoção" da utilização dos computadores na sala de aula de matemática.

EM: Num painel no ProfMat discutiu-se o porquê de ao fim de tantos anos ainda se continuar a discutir a utilização das tecnologias. Qual é a tua opinião?

EV: Como acabei de dizer, a utilização dos computadores em educação matemática é ainda muito limitada entre nós, e portanto esse será sempre um assunto recorrente nas nossas discussões. Existem diversas razões para aquela situação, e eu gostaria aqui de salientar apenas duas. Em primeiro lugar, a estúpida oposição, nomeadamente na sua própria actividade de formação inicial de professores, que grande parte dos nossos colegas matemáticos faz a essa utilização. Por outro lado, os nossos programas de matemática, apesar das piedosas referências à utilização dos computadores, são estruturados de tal modo que se tornam um obstáculo a essa mesma utilização. De resto, a mesma dificuldade que a nossa cultura curricular e de avaliação levanta a um ensino da matemática com uma forte componente envolvendo actividades de investigação existe relativamente à utilização de computadores, e isto não acontece por acaso, evidentemente.

Esta situação francamente negativa, num país que passou por um projecto educativo tão importante como o Projecto Minerva, mostra bem como os sucessivos ministérios da educação têm tido memória curta e tomam decisões caprichosas, baseadas quase sempre na ignorância e no mais primário tipo de "raciocínio", por exemplo, "parece" que as tecnologias são importantes, então faz-se uma disciplina, uns testes e uns exames e fica tudo resolvido …

EM: A evolução rápida da tecnologia provoca alterações em todas as áreas, inclusivamente na formação de professores, tema que também esteve presente nesta secção. Formação a distância, e-learning: o que pensas sobre isso?

EV: Este assunto é muito importante e daria para uma boa discussão envolvendo colegas como por exemplo o José Miguel Sousa, do Prof2000 com muita experiência (que eu não tenho): fica aqui a sugestão para futuras abordagens na secção. Da minha pouca experiência a reflexão principal é a seguinte: é imprescindível garantir, na formação a distância, um bom nível de actividade e interacção dos participantes. Sem essa actividade não existe aprendizagem nem formação. Essa actividade tem que ir muito para além das sessões de *chat*. Como conseguir isso?

EM: Apenas uma questão mais: a tua opinião sobre a utilização de programas de Cálculo Algébrico Simbólico, no ensino não superior.

EV: Todas as capacidades de realizar tarefas de rotina automaticamente, devido aos avanços tecnológicos, devem ser utilizadas na vida real, e portanto experimentadas e utilizadas na educação. Devemos saudar com satisfação esses avanços que libertam a nossa inteligência para voos cada vez mais altos.

Foi publicado nesta secção, no número 62 de *Educação e Matemática*, de Março/Abril de 2001, o artigo "Algemética", de Lin McMullin, que discute de uma forma muito clara e em termos com os quais concordo inteiramente a questão que colocas. Está acessível a partir do site da APM, no endereço http://www.apm.pt/apm/revista/educ62/educ62.htm.

Proposta de trabalho:

O italiano L. Mascheroni provou em 1797 que "qualquer construção geométrica feita utilizando um compasso e uma régua, pode ser feita usando simplesmente um compasso".

Propomos duas tarefas com grau de dificuldade diferente, que pode resolver utilizando um qualquer programa de geometria dinâmica:

— Dados dois pontos A e B construir um ponto C de modo que AC seja perpendicular a AB
— Construir o centro de um círculo

Notas: Não esqueça que *apenas* possui um compasso

Pode encontrar e resolver estas tarefas (e muitas mais) *on-line*, consultando a página http://www.mathsnet.net/campus/construction/.

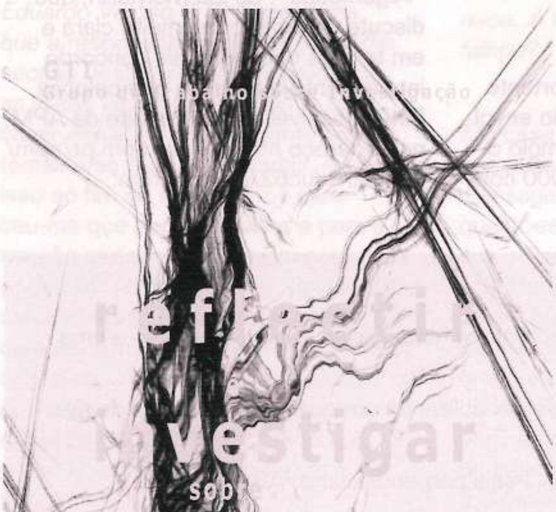
APM
Publicações

Funções no 3º ciclo com tecnologia

Grupo de Trabalho T³
152 pp. APM, 2002

Sócio: €4,00
PVP: €8,00

Esta publicação reúne um conjunto de actividades destinadas à utilização na sala de aula, centradas no tema das Funções e visando o 3º ciclo do ensino básico e a utilização de tecnologia. A quase totalidade das actividades dirige-se às calculadoras gráficas e várias propostas estão associadas a experiências de recolha de dados, com ou sem sensores. Os enunciados das actividades vêm acompanhados de notas para os professores. Como as actividades foram experimentadas em ambiente de sala de aula, no âmbito de Oficinas de Formação, a segunda parte desta publicação pretende ilustrar e comentar essa experimentação.



Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional

Grupo de Trabalho sobre Investigação
335pp. APM, 2002

Sócio: €9,10
PVP: €18,20

Todo o campo de prática social constitui um terreno fértil para pesquisa. Investigando as suas práticas, os profissionais da educação—professores, orientadores de estágio, formadores ou técnicos da administração educativa—aprofundam a compreensão dos problemas que se lhes colocam e testam o alcance de estratégias de intervenção. A investigação sobre a prática, realizada individualmente ou em equipas colaborativas, promove o desenvolvimento profissional dos respectivos protagonistas e dá uma maior capacidade às suas organizações para lidarem com os problemas emergentes. Esta investigação constitui, também, um contributo para o conhecimento, por parte da comunidade, dos problemas referentes ao campo profissional da educação. *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional*, é um livro que ganhou forma a partir de uma colecção de experiências realizadas por professores e formadores de diversos níveis de ensino, que nos interpela sobre o papel da investigação na cultura profissional dos professores.

Vida Real e Cabri

Vidal Minga

O tapete de corda e o seu motivo central

Enquanto esperava a minha vez para o exame clínico, ia observando o tapete artesanal de corda, que ocupava o centro da sala de espera. O motivo central era constituído por 5 círculos, um central mais pequeno e outros 4 periféricos maiores, tangentes ao círculo central e tangentes entre si. (V.fig.1)

As tangências simultâneas dos 5 círculos prenderam-me a atenção e fiquei a pensar como é que o artesão teria conseguido determinar esses pontos de tangência. Simples seria construir o motivo a partir dos círculos maiores, trabalhando de fora para dentro.

A certa altura pensei: "se eu fosse fabricante de tapetes gostaria de começar pelo círculo central". Seria interessante poder confeccionar tapetes com este motivo a partir de um qualquer círculo central, um círculo com medidas pré-determinadas, a gosto do cliente.

Na figura 2 podemos ver que o sistema de eixos perpendiculares e de simetria do círculo central contém o lugar geométrico dos pontos de tangência dos 4 círculos maiores e as bissectrizes dos quadrantes contêm o lugar geométrico dos pontos de tangência entre o círculo central e os outros círculos.

Para elaborar o projecto do motivo de modo a obter as tangências simultâneas entre os círculos, havia que determinar os centros de cada um dos círculos periféricos, nos respectivos quadrantes. Isto seria possível, se conseguíssemos descobrir uma relação entre as dimensões do círculo origem e as dimensões correspondentes dos círculos periféricos. Ampliar ou reduzir o círculo central traduzia-se numa ampliação ou redução dos outros círculos, o que me levou à intuição de que por exemplo as razões entre raios ou entre áreas dos círculos seriam invariantes, qualquer que fosse a composição escolhida.

Medindo e calculando, verificamos que a razão entre as dimensões dos raios, do maior para o menor era 2,41. Ampliando ou reduzindo a figura 3 e medindo e calculando de novo, a cada modificação, verificamos a invariância, daquela razão. Veja-se a tabela da figura 3 com os resultados de algumas dessas experiências.

Conhecida esta razão entre raios e a sua invariância, e tomando um círculo qualquer para origem do motivo, não

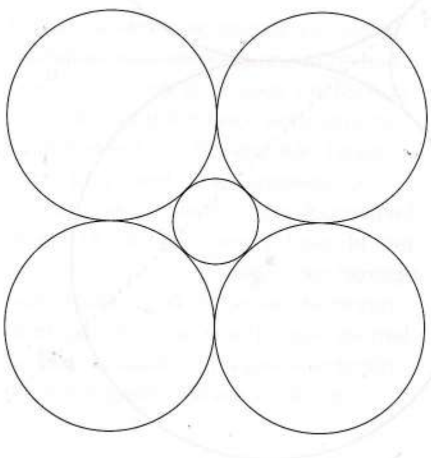


Figura 1.

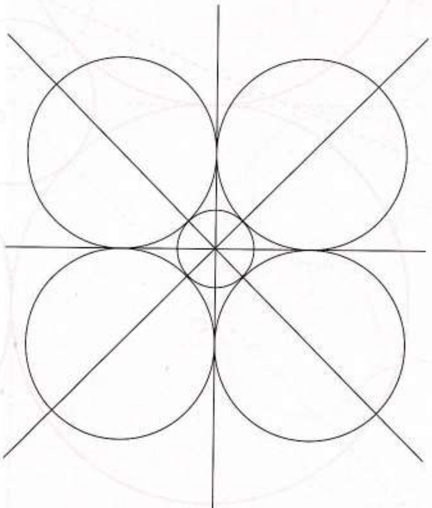
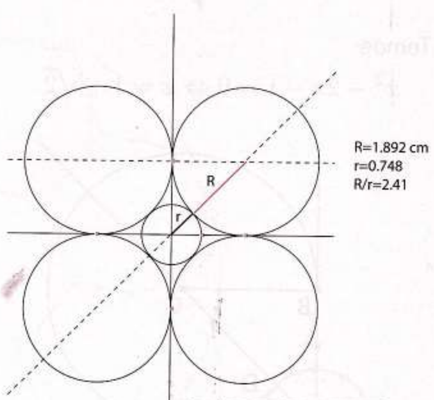


Figura 2.



	R	r	R/r
1	1.884	0.764	2.41
2	2.115	0.893	2.41
3	2.512	1.040	2.41
4	1.892	0.784	2.41

Figura 3.

temos senão de multiplicar o raio do círculo origem por aquele valor, 2.41, para obter o raio de qualquer dos restantes círculos que vão completar a figura em redor do primeiro. Conhecido o raio, a posição tangencial dos círculos não oferece dificuldade e o problema fica resolvido.

O valor 2,41 é um valor aproximado daquela razão por defeito. Tem contudo o rigor necessário e suficiente, para o nosso objectivo, porque o erro, não é significativo quando se trata da confecção de tapetes de corda. Mas se houvesse necessidade do valor exacto daquela razão para o rigor dos cálculos, podíamos conjecturar acerca desse valor exacto.

Como um valor aproximado de $\sqrt{2}$ é 1,41 a nossa intuição sugere-nos que 2,41 poderá ser uma aproximação racional de número irracional $1+\sqrt{2}$ e formular a conjectura de que

$$R/r = 1 + \sqrt{2}.$$

Esta conjectura pode ser validada com a seguinte demonstração sobre a figura 4.

Seja $\overline{AD} = r$, $\overline{DC} = R$, $\overline{BC} = R$.

$$(r+R)^2 = 2R^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow r^2 + 2rR + R^2 = 2R^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{r^2}{r^2} + \frac{2rR}{r^2} + \frac{R^2}{r^2} = \frac{2R^2}{r^2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{R}{r}\right)^2 - \frac{2R}{r} - 1 = 0$$

Fazendo

$$x = \frac{R}{r}$$

Temos:

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}$$

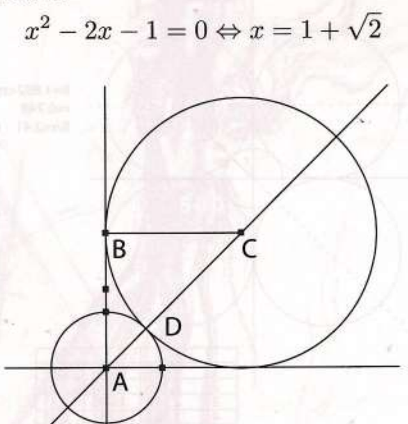


Figura 4.

O objectivo inicial de construir o motivo a partir de um círculo central arbitrário cumpre-se com a descoberta e confirmação desta relação entre raios. Entretanto, as figuras utilizadas até agora foram construídas sempre a partir dos círculos periféricos, tal como teria feito o artesão. Podemos dizer também que se trata da resolução de um problema geométrico através de uma solução numérica.

Ora, ao geómetra pareceria muito mais interessante uma solução exclusivamente geométrica do problema: construir os 4 círculos maiores, dado o círculo central e prescindindo absolutamente do conhecimento de R/r.

Os pontos de tangência com o círculo menor eram previsíveis na intersecção dos eixos ou das bissectrizes dos quadrantes com o próprio círculo. A dificuldade estava em determinar os pontos de tangência dos outros círculos entre si. Com algum trabalho de experimentação foi possível descobrir os outros dois pontos de tangência de cada círculo periférico. Conhecidos os três pontos de tangência de um círculo, a localização do respectivo centro não oferecia dificuldade.

A figura 5 mostra-nos o processo de construção a partir do ponto de tangência T1.

A construção

1. Círculo arbitrário de centro O
2. Perpendiculares c e d passando pelo centro O
3. Bissectriz b do 1° quadrante: T1, 1° ponto de tangência
4. Perpendicular a b por T1: P, intersecção com a recta c
5. Círculo com centro em P e raio igual a [PT1]: T2, 2° ponto de tangência.
6. Bissectriz $b1$ do $\angle$T1PT2: C, intersecção das bissectrizes b e $b1$
7. Círculo tangencial com centro em C.

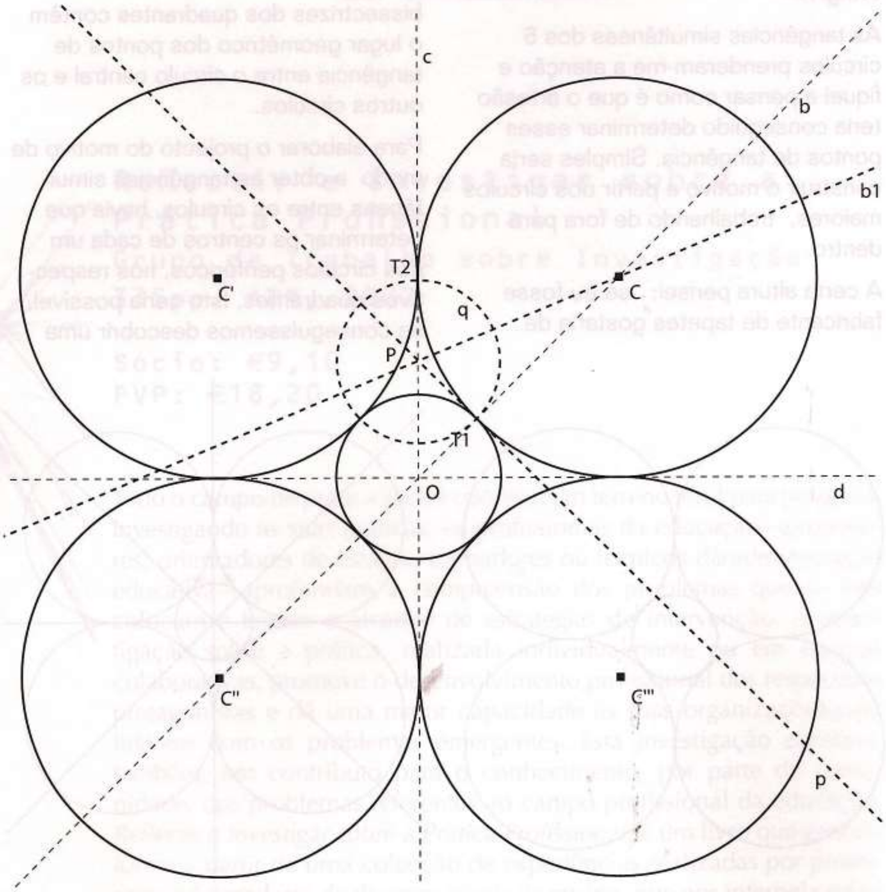


Figura 5.

Os centros dos outros 3 círculos tangenciais, C', C'' e C''' obtêm-se como imagem de C, por reflexão, respectivamente sobre o eixo c, o centro O e o eixo d.

Medindo e comparando os raios r e R nesta figura podemos obter uma tabela de valores com os resultados idênticos aos da tabela da figura 3 para R/r. Mas podemos prescindir desta verificação e com o uso de um simples compasso e da régua não graduada, demonstrar a validade da construção. Com efeito, traçados a tangente p em T1 e a circunferência de centro P e raio r, vem:

1. $\overline{OT1} = \overline{T1P} = \overline{PT2} = r$
2. $\overline{OT1} = \overline{PT1} \Rightarrow \overline{OP} = \sqrt{2}$
3. $\overline{PT2} + \overline{PO} = R = r + \sqrt{2}$

Fazendo $r = 1$, pode escrever-se:

4. $$\begin{aligned} R &= r + \sqrt{2} = \\ &= r(1+\sqrt{2}) \Rightarrow R/r = \\ &= (1+\sqrt{2}) \end{aligned}$$

Esta relação só é válida para a figura com os 4 círculos periféricos. (V. fig. 5) O factor numérico de r aumenta ou diminui conforme diminui ou aumenta o número de círculos à volta do círculo central.

Mas o processo geométrico é universal e pode ser utilizado para qualquer número de círculos periféricos. Vejamos por exemplo o motivo com 5 círculos. (V.fig.6)

Nesta altura, pensei eu, que se acrescentasse mais um círculo à figura, a razão entre os raios dos círculos passaria a ser menor que 1. Não era verdade! (V. fig.7)

Contrariamente ao que eu pensava, verifiquei, não sem alguma surpresa, que no caso de 6 círculos periféricos, o círculo central é geometricamente igual aos outros. Porém, não havia razão para nenhuma surpresa. O conhecimento desta figura é provavelmente tão antigo como o favo de mel ou como a pavimentação com hexágonos regulares. A inscrição de circunferências nos casulos do favo de mel ou nos hexágonos da pavimentação sugere aquele motivo. (V. fig. 8)

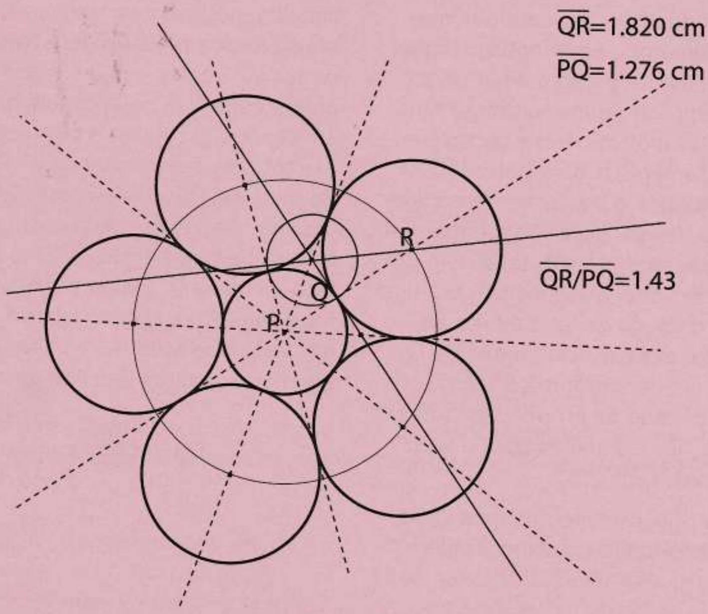


Figura 6.

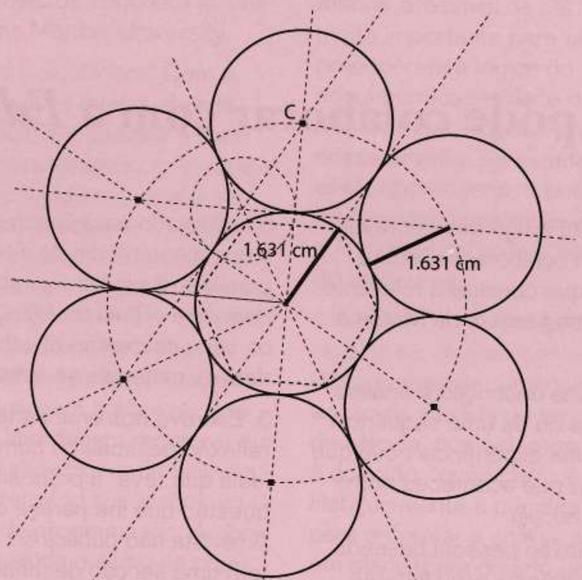


Figura 7.

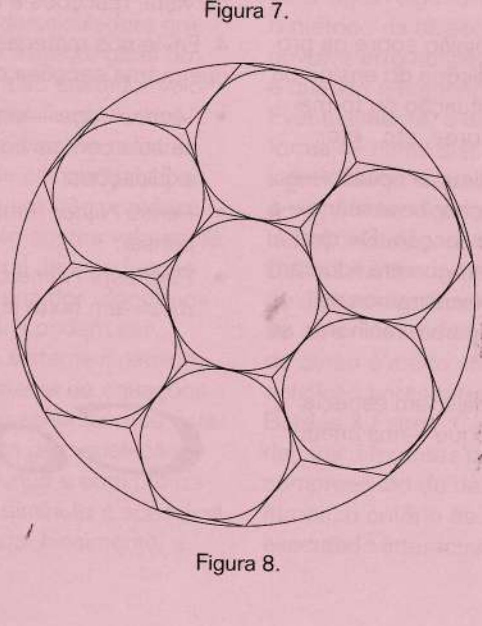


Figura 8.

Em finais de 2001, passando numa loja de comércio, em Alcobaça, fiquei agradavelmente preso a olhar para um quadro ampliado que reproduzia uma rosácea. O motivo central da rosácea era exactamente o do tapete de 7 círculos. Procurei o postal nos estabelecimentos da vila, mas não o encontrei. Supus que seria do Mosteiro. Um dia mais tarde voltei a Alcobaça, para tirar a foto à rosácea do lado direito do transepto, por cima do túmulo de D. Pedro I. Os decoradores do templo, tinham utilizado as propriedades desta combinação de círculos para o vitral da rosácea. (V. Fig.9)

A natureza apresenta-nos uma ideia aproximada desta combinação de círculos, no favo das abelhas, com os seus casulos regularmente hexagonais. Aliás, basta circunscrever apropriadamente em cada círculo da foto um hexágono regular e teremos um extracto da representação de um favo de mel. Ao invés, se inscrevermos circunferências em cada casulo de um favo obteremos figuras como a da foto da figura 9. E quem sabe se não foi a natureza a sugerir a harmonia desta combinação de círculos iguais há muitos, muitos séculos atrás?!

Vidal Minga
EB 2,3 Dr. Joaquim Barros
Paço de Arcos

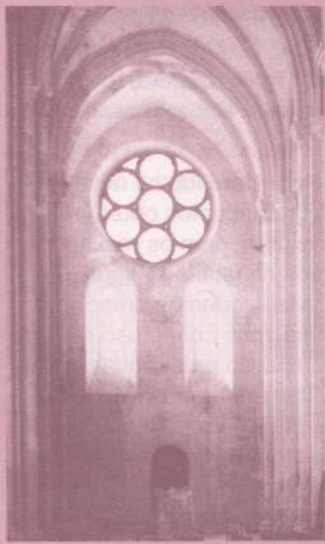


Figura 9.

Como pode colaborar com a *Educação e Matemática*?

1. Envie-nos um artigo que escreveu, sozinho ou em colaboração, sobre uma questão que considere relevante no ensino-aprendizagem da Matemática. O texto

- pode ser uma descrição e análise de uma aula ou de uma sequência de aulas, uma experiência nova que tentou, algo que aconteceu numa aula ou na escola;
- ou uma reflexão pessoal baseada na sua experiência e/ou leituras que fez;
- ou então uma opinião sobre os programas, as condições do ensino da Matemática, a situação ou formação dos professores, etc., etc..

Não hesite em pedir uma opinião—e mesmo ajuda, se achar necessário—a algum colega da Redacção. De qualquer modo, o seu artigo será lido com atenção e nós comunicaremos as nossas sugestões para o melhorar, se for caso disso.

2. Envie-nos materiais (em especial fichas de trabalho) que tenha criado ou adaptado para usar nas suas aulas e que lhe pareçam de interesse para possível divulgação na secção *Materiais para a Aula de Matemática*. Junto os seus comentários sobre o uso desses materiais se achar necessário.

3. Escreva-nos uma carta com a sua reflexão pessoal, ou com uma simples ideia que teve, a propósito de alguma questão que lhe pareça de interesse. A revista não publica só "artigos", tem uma secção destinada a pontos de vista, reacções e ideias breves.

4. Envie-nos materiais para alguma das outras secções da Revista:

- *Vamos Jogar*—um jogo para usar na aula com as correspondentes explicações;
- *Pense Nisto*—uma questão para pensar;
- *Para este Número Seleccionámos*—um texto já publicado mas que seria interessante reproduzirmos na Educação e Matemática (traduzido se o original estiver escrito noutra língua); nós pediríamos autorização para reproduzi-lo.

5. Envie as suas reacções a artigos e materiais que surgiram na Revista, quer sejam de apoio ou de discordância. Seria muito bom mantermos discussões sobre questões polémicas nas páginas da revista.

6. Comunique-nos ideias para temas a tratar na Revista, mesmo que não queira escrever sobre eles. Em especial, pode ser importante sabermos que valeria a pena fazermos uma reportagem numa escola ou numa turma.

7. Envie-nos notícias e informações sobre acontecimentos que lhe pareçam relevantes para publicação, incluindo fotografias e outras ilustrações.

Colabore!

Modelação e Aplicações na Análise Numérica*

William P. Fox e Richard D. West

O artigo que se segue apresenta algumas ideias que têm sido desenvolvidas pelos autores em projectos na área da análise numérica e onde têm sido utilizadas as tecnologias para realizar diferentes abordagens à resolução de problemas.

A modelação e as aplicações têm vindo a tornar-se um tema central de todos os cursos ensinados por estes autores. Com dezoito anos de experiência de uso de projectos em análise numérica, Fox e West começaram a escrever um livro de projectos que pode ser usado em cursos de análise numérica ou integrado em cursos de álgebra do secundário e/ou em cursos baseados no cálculo. Nos últimos dez anos, tanto o computador como a calculadora gráfica mudaram o contexto de aprendizagem dos alunos em muitas áreas, especialmente na análise numérica. A nossa apresentação no ICTCM baseou-se no uso da TI-83 Plus como um "menor denominador comum" da tecnologia. Sentimos que esta era a tecnologia acessível a todos e seria muito útil a professores de tópicos relacionados com a computação numérica.

Enquadramento. Nós trabalhámos conjuntamente no Departamento de Ciências Matemáticas na Academia Militar dos Estados Unidos em West Point, NY, desde 1990 até 1998. Este foi um período de grandes mudanças na matemática em West Point. A ênfase de todos os currículos de matemática mudou das tradicionais técnicas de papel e lápis para uma abordagem de modelação suportada pela tecnologia. Durante este período West dirigiu uma sequência de dois cursos de análise numérica que tinham sido desenvolvidos anteriormente no início dos anos 80, e Fox desenvolveu e escreveu um conjunto de disciplinas sobre modelação para os nossos especialistas matemáticos. Os projectos que apresentámos na nossa sessão têm sido usados em muitos locais durante os últimos vinte anos e continuamos a ver novos usos para estes projectos enquanto ensinamos na Francis Manion University.

O Interface da Calculadora. Com a tecnologia actual há muitas abordagens que podem ser levadas a cabo com vista à representação e compreensão de uma solução numérica de um problema. Geralmente, a representação numérica de uma solução de um problema é uma tabela de valores-solução, os quais podem ser exactos ou aproximados. As quatro abordagens que a tecnologia actual realça são: (1) a abordagem gráfica ou geométrica, (2) a abordagem recursiva ou iterativa, (3) a abordagem de sistema dinâmico discreto (ou sucessão), e (4) a abordagem de programação. A abordagem gráfica ajuda o aluno na compreensão da aproximação. Os modos TRACE e TABLE da calculadora gráfica apresentam o aspecto geral do gráfico e fornecem ao utilizador valores numéricos específicos. A abordagem recursiva e iterativa mostra como uma folha de cálculo trabalha para produzir uma solução numérica. Um gráfico discreto destes valores dá uma ideia mais geral de uma função subjacente. A maioria dos algoritmos em análise numérica podem ser escritos como um sistema dinâmico discreto ou um sistema de equações de diferenças. Nós achamos que esta abordagem discreta da modelação é intuitiva para os alunos e com um trabalho introdutório diminuto é acessível à maioria dos alunos. Finalmente, a abordagem mais tradicional para soluções numéricas é escrever programas para os algoritmos à medida que são desenvolvidos. Este é um aspecto menos acessível da calculadora, mas muito importante para os alunos compreenderem a lógica do computador e adquirirem capacidade de desenvolverem os seus próprios programas. Na nossa sessão, apresentámos todas estas abordagens e encorajámos os professores a escolher a abordagem que melhor se adapta aos objectivos do seu curso.

Análise do erro. Um dos principais objectivos de qualquer curso introdutório de análise numérica é a compreensão da medida do erro. Em termos de cálculo, nós estamos a responder à questão "quão perto é perto?" Habitualmente a primeira oportunidade para enfrentar a análise do erro está em planear um critério de paragem para algum algoritmo simples tal como o método da bissecção. A discussão envolve erro absoluto, erro relativo, e quando é numericamente $f(x)=0$? Eventualmente, a discussão transforma-se numa discussão de dígitos significativos e qual o critério que dará o número de dígitos que desejamos tão eficientemente quanto possível. Consideramos que uma boa definição de dígitos significativos em termos de erro relativo fornecida no início do curso é muito útil. Nós usamos a definição apresentada na 6ª edição de Burden & Faires. Com as muitas abordagens diferentes para o ensino da compreensão de determinados algoritmos, o critério de paragem pode ser executado interactivamente, a partir de uma tabela de valores obtidos, ou de dentro de um programa .

Projectos. Como dissemos anteriormente, muitos dos projectos apresentados aqui foram desenvolvidos durante os últimos vinte anos em West Point. Apresentámos estes projectos no contexto das suas disciplinas além da matemática, de modo a serem relevantes para os alunos ou para o seu futuro. Assim, chamámos a estes projectos interdisciplinares. Muitas vezes usamos estes projectos de um modo sumativo, depois da aprendizagem inicial ter lugar, para cimentar a compreensão do aluno. Contudo, temos usado estes projectos de um modo formativo, para realçar a aprendizagem de algo novo. Finalmente, temos utilizado ocasionalmente estes projectos como parte de um curso, onde os alunos fazem a sua própria pesquisa e aprendizagem através da sua realização.

Na sessão não pudemos cobrir todos os tópicos de análise numérica, pelo que escolhemos aqueles que faziam sobressair a TI-83 Plus e a modelação com sistemas dinâmicos discretos. Os tópicos que escolhemos eram soluções de equações de uma variável, soluções de problemas de valor inicial, aproximações, um pouco de álgebra linear, e sistemas de equações de diferenças.

Sistemas dinâmicos discretos. Usando o modelo de palavras *futuro = presente + mudança* mostrámos as muitas vantagens de utilizar equações de diferenças para abordar os problemas. Provavelmente a vantagem mais importante é que estes modelos são intuitivos e facilmente compreendidos pelos alunos em muitos níveis. Dependendo do nível dos alunos ou dos objectivos do curso, podemos usar tanto a notação de função como a notação sequencial. Iterando estas relações recursivas podemos fornecer ideias rápidas e muitas vezes respostas a problemas sem soluções analíticas. Assim, a distinção entre equações lineares e não lineares torna-se transparente e discutível. A extensão a muitas variáveis dependentes também é simples. Uma escolha pedagógica será usar ou não uma abordagem de álgebra linear ou ficar com a abordagem iterativa aos sistemas de equações de diferenças. Em resumo, fácil acesso, abordagens flexíveis para obter a solução, e a oportunidade para aumentar a complexidade, rapidez, faz com que a modelação através de um sistema dinâmico discreto seja uma escolha óbvia para nós.

Procura de raízes

Quando uma máquina tem t anos, ela rende uma média de e^{-t} dólares por ano. Depois de t anos de uso a máquina pode ser vendida como sucata por $1/(t+1)$ dólares. Quantos anos a companhia deve ter a máquina de modo a maximizar o seu rendimento?

$$R(x) = \int_0^T e^{-t}dt + \frac{1}{t+1}$$

Para maximizar o rendimento, tomamos a derivada e pômo-la igual a zero.

$$R'(x) = e^{-t} - (t+1)^{-2} = 0$$

Aqui, temos uma função transcendente que não permite obter uma solução sob uma forma fechada. Vamos experimentar métodos numéricos utilizando a TI-83 Plus.

- Método da Bissecção
- Método de Newton
- Rotinas internas da calculadora, Plot, Calc de zeros (por exemplo)

Problemas de valor inicial

Dado o modelo de equações diferenciais para a disseminação de uma doença contagiosa ou um modelo populacional:

$$\frac{dN}{dt} = .25N(10-N),\ N(0) = 2$$

vamos analisar completamente o seu comportamento.

(a) Dado que se trata de uma equação diferencial ordinária autónoma (EDO) esboce uma análise gráfica completa:

1. Desenhe o gráfico dN/dt em função de N. Descubra e assinale todos os pontos estacionários.
2. Determine o valor onde a taxa de variação da doença é mais rápida. Porque é que precisa deste valor?
3. Desenhe o gráfico de N em função de t partindo das seguintes condições iniciais: $N(0)=2$, $N(0)=7$, e $N(0)=14$.
4. Descreva a estabilidade de cada ponto estacionário.

(b) Resolva esta EDO usando separação de variáveis (Sugestão: Poderá precisar de uma decomposição em elementos simples). Assegure-se que encontra o valor da constante arbitrária c usando a condição inicial $N(0)=2$.

(c) Usando a solução analítica de (b), desenhe o gráfico de N em função de t.

(d) Compare o seu gráfico actual com a solução gráfica de (a.3).

(e) A partir do gráfico de (c), estime o valor de $N(.5)$ e $N(5)$.

(f) Descubra os valores reais destas duas soluções $N(.5)$ e $N(5)$ usando a solução analítica da parte (b).

(g) Calcule o tempo, t, quando N varia rapidamente usando a condição inicial $N(0)=2$.

(h) Use o Método de Euler com $h=1$, $h=0.5$ e $h=0.1$ para aproximar a solução à EDO para $N(.5)$ e $N(5)$. Descubra o erro relativo ou as diferenças absolutas.

(i) Desenhe o gráfico das aproximações de Euler para $h=0.1$, $h=0.5$ e $h=1.0$ e compare estes gráficos com a análise gráfica de (a) e o gráfico desenhado em (d). Discuta estes gráficos — pode comparar e contrastar estes gráficos.

(j) Repita as questões (h) e (i) usando o método de Runge-Kutta.

Sistemas de EDs (Equações diferenciais ou equações de diferenças). Os dois projectos apresentados de seguida podem ser modelados como sistemas de equações diferenciais ou como sistemas de equações de diferenças (previamente chamadas sistemas dinâmicos discretos). Para a sessão escolhemos modelá-los com equações de diferenças para mostrar as capacidades da calculadora gráfica TI83-Plus.

A poluição nos Grandes Lagos. A maioria da água que entra no Lago Erie vem do Lago Huron, e a maioria da água que entra no lago Ontario vem do lago Erie. Suponha que a poluição dos lagos tinha terminado excepto a poluição provocada pelas fábricas de alumínio no Lago Huron e no Lago Ontario. Quanto tempo levaria para que o nível de poluição em cada lago fosse reduzido em 10% do seu nível actual? Muitas hipóteses são formuladas acerca da mistura, da não entrada de poluentes no Lago Huron, e do significado de terminar a poluição. Então é dito aos alunos que em cada ano a percentagem de água substituída no Lago Huron, Erie e Ontario é aproximadamente de 10%, 35% e 11%, respectivamente. Adicionalmente, as fábricas de alumínio no Lago Huron e no Lago Ontario despejam directamente 35 unidades de poluentes em cada lago em cada ano. Os níveis iniciais de poluentes em Huron, Erie e Ontario são 4500, 2000, 2600, respectivamente.

(a) Escreva um sistema dinâmico discreto usando um sistema de equações de diferenças, que modele este processo.

(b) Itere este sistema para pelo menos 50 anos para conseguir obter uma ideia dos três níveis de poluição à medida que o tempo passa.

(c) Este sistema tem um vector de equilíbrio?

(d) Determine quanto tempo levaria para que cada lago visse reduzido em 10% o seu presente valor.

(e) Descreva o comportamento a longo prazo deste sistema.

Um problema com gosto a peixe. Considerando várias hipóteses, como a taxa de crescimento da truta e da perca em isolamento e factores de como as interacções afectam as populações da truta e da perca num viveiro, será que estas duas espécies podem coexistir no viveiro?

- A taxa de crescimento da truta e da perca em isolamento é de 15% e 10%, respectivamente.
- O decréscimo de trutas devido à competição é .015×nº de trutas×nº de percas.
- O decréscimo de percas devido à competição é .011×nº de trutas×nº de percas.
- As quantidades iniciais de trutas e percas são de 15000 cada.

(a) Modele a população de trutas e percas por meio de um sistema de equações de diferenças.

(b) Desenhe o gráfico da população de trutas em função do tempo e de percas em função do tempo pelo menos durante cinquenta anos ou épocas. Qual a população que se extingue?

(c) Desenhe o gráfico da população de trutas em função da população de percas. Novamente, qual a população que desaparece? Parece que as duas populações se aproximam de um ponto de equilíbrio?

(d) Se existir, determine esse ponto de equilíbrio onde as duas populações poderiam coexistir.

(e) Agora experimente com diferentes populações iniciais e desenhe os respectivos gráficos (trutas em função das percas). Por exemplo, ponha a população inicial de trutas igual a 5000, 8000, 15000 e 20000 para uma população de percas de 5000, 8000, 15000 e 20000. Obteremos dezasseis gráficos. Qual é a tendência geral que observa? Como é que esta tendência ajuda alguém a gerir as trutas e as percas neste viveiro?

Em síntese. Os autores, assim como os seus alunos, gostaram de usar a modelação matemática para adicionar "realismo" à matemática discutida. Os exemplos aqui apresentados são apenas a "ponta do iceberg" de projectos que temos usado em inúmeros cursos de matemática. Os autores têm desenvolvido programas para a TI-83 Plus, folhas de cálculo em EXCEL e programas em MAPLE assim como exemplos para: Procura de Raízes (Método da Bissecção e de Newton), Problemas de Valor Inicial (Métodos de Euler e Runge-Kutta), Aproximações (Splines cúbicos e Diferenças Divididas) e Sistemas Dinâmicos Discretos. Contacte-nos para receber cópias ou informação acerca de qualquer programa ou projecto (e-mail: rwes@fmarion.edu ou wfox@fmarion.edu).

Referências

Burden, R. L. & Faires, J. D. (1997). *Numerical Analysis*, 6th Ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company.

Ellis, W., Bauldry, W., Fiedler, J., Giordano, F., Judson, P., Lodi, E., Vitray, R., & West, R. (1999). *Calculus: Mathematics and Modeling, Updated Preliminary Edition*. Reading, MA: Addison-Wesley.

Fox, W. P., Giordano, F., & Weir, M. (2002). *A first Course in Mathematical Modeling*, 3rd Ed. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Company.

William P. Fox e Richard D. West
Francis Marion University
Depart. de Matemática
Florence, Carolina do Sul

Traduzido por Helena Fonseca e revisto por Jaime Carvalho e Silva

* Sessão apresentada no XIV ICTCM-International Conference on Technology in Collegiate Mathematics, Baltimore, 2001.

GrafEq 2.09

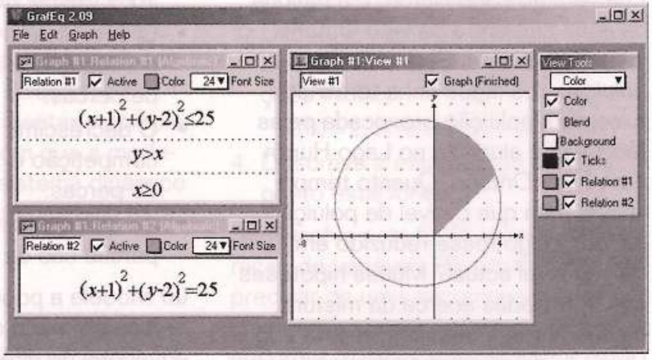
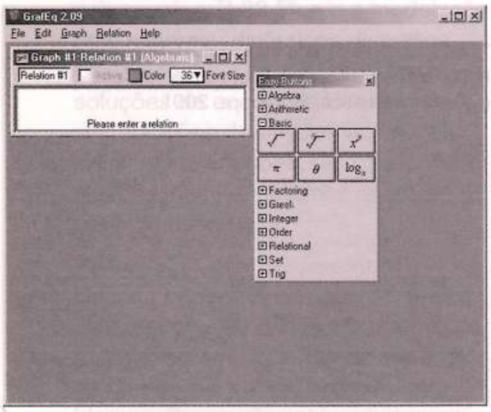


Figura 2. Representação de condições no plano.

GrafEq é um programa excepcional para explorar conceitos matemáticos, quer na perspectiva do aluno, quer na do professor. Os primeiros, devido ao facto de ser um programa extremamente fácil de explorar e fornecer *feed-back* instantâneo às alterações efectuadas pelo utilizador. Os segundos, pela facilidade de exportar os resultados obtidos para outros documentos, por exemplo testes e fichas de trabalho. (ver Figura 1)

Figura 1. Janela inicial de trabalho.



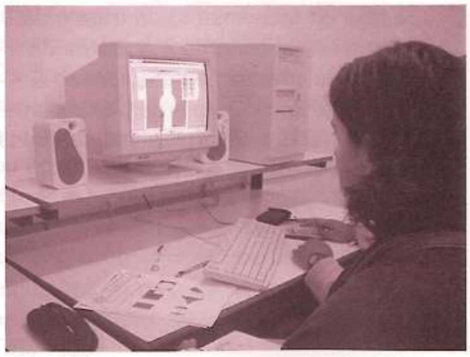
Na janela de trabalho, com alguns cliques em botões de acesso a símbolos matemáticos que não existem no teclado, os alunos facilmente conseguem obter resultados que usualmente são obtidos através de lápis, réguas e compassos. (ver Figura 2)

Por considerar este programa uma boa ferramenta de trabalho e por ser um adepto da utilização da tecnologia nas aulas de Matemática, venho apresentar a minha experiência na exploração do tópico *Conjuntos e condições no plano* no programa de Matemática de 10º ano de escolaridade.

A realização desta aula teve como base uma ficha de trabalho (fig. 3) sobre o tópico atrás referido, cuja introdução já tinha sido feita em aulas anteriores. Além disso, realizei uma apresentação detalhada do programa a toda a turma, permitindo aos alunos uma familiarização com o *software* antes da realização da ficha.

Uma vez na sala de informática, os alunos distribuíram-se dois a dois pelos computadores existentes e foi pedido a cada par que realizasse a ficha de trabalho, registando as respostas numa folha que me entregariam no final.

Fotos retiradas na sala de informática.



1. Desenhe com a ajuda do programa GrafEq, o conjunto de pontos do plano, que satisfaz cada uma das condições:
a) $y \geq x \wedge x \geq -2$ b) $y > x \wedge y \geq -2 \wedge x^2 + y^2 \geq 5$ c) $y < -x \vee -1 > x \leq 3$

3. Numa das nossas cidades, podemos encontrar uma das mais sumptuosas catedrais portuguesas—a Igreja da Misericórdia, que remonta ao início do séc. XVII. Esta igreja, do estilo gótico, apresenta espaços muito amplos, com um imponente frontispício, cantarias interiores bem lavradas e esculturas e talhas primorosamente trabalhadas. *De que cidade estamos a falar?*
Supondo que no mapa abaixo, uma das unidades de medida (uma quadrícula) corresponde a 50 km, investiga com a ajuda do programa GrafEq e das pistas fornecidas, em que cidade portuguesa se encontra a catedral descrita.

Pistas

A cidade de que estamos a falar situa-se:

- a norte da cidade de Moura;
- dentro dum raio de 250 km da cidade de Portalegre;
- a uma distância de Sagres, superior à distância entre Faro e Portalegre;
- a este do meridiano que passa exactamente a meio (em termos de longitude) entre a Covilhã e Coimbra;
- a norte da recta que passa pelas cidades de Évora e Estremoz;
- dista mais de 200 km de Évora;
- a mais de 50 km do meridiano referido atrás.

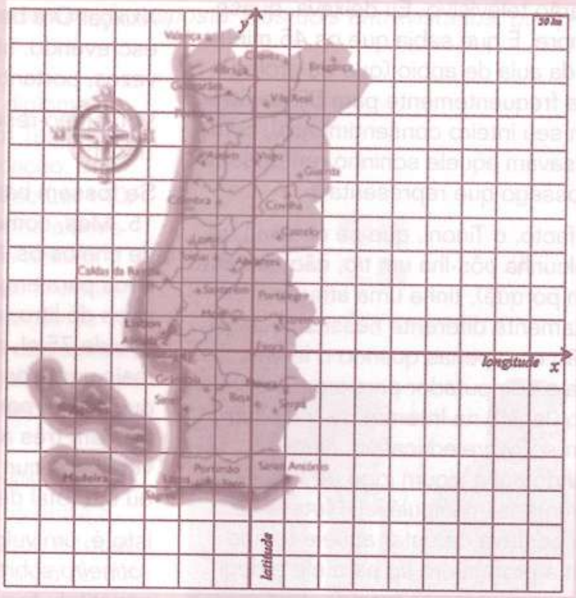


Figura 3. Exemplo de duas questões apresentadas na ficha.

Carlos Rosmaninho
Escola Básica dos 2° e 3° ciclos
com Ensino Secundário Cunha Rivara—Arraiolos

As (in)competências do Tinoni

O Tinoni já é velhote. Tem 13 anos feitos e está no 5° ano pela primeira vez. Nunca cheguei a perceber bem porque chegou tão tarde ao 2° ciclo, pois aquilo que contava não batia muito certo e só tive acesso ao dossier do aluno bastante depois do início do ano e nem aí consegui apurar grande coisa.

A questão é que, ao abrigo do 319 (o rapaz tem qualquer coisa ...), tinha direito a aulas de apoio pedagógico acrescido a Português e a Matemática. Às disciplinas "importantes", claro. Tinha essas aulas com as professoras das aulas "normais", e então, uma vez por semana, precisamente na última aula do primeiro dia da semana, o qual começava às 8:20 e acabava às 17:00, eu trabalhava só com o Tinoni.

Fininho, nervoso, hiperactivo, falador compulsivo, atrevido e cómico, havia alturas em que me punha doida, sobretudo nas "outras" aulas. *Ó Xxtora, Xxtora!, e Xxiçxa!*, ditos com um som engraçado tipo *Duffy Duck* que denotava um pequeno defeito de dicção, eram muletas de linguagem que usava. De pelo na venta, não era raro engalfinhar-se com colegas bem mais avantajados, sem escolher hora nem local. Doido por futebol e coleccionador de bonés: já tenho mais de *binte Xxtora!* Um deles nunca lhe saía da cabeça, senão depois de alguma negociação. Quando a grande custo o tirava, exibia marca inequívoca no cabelo preto, liso e suado da bola.

Como morava perto da escola e no meu caminho, comecei a dar-lhe boleia no fim do apoio (sei que é um risco, mas pequeno e compensador). Falava ininterruptamente durante os

500m, muitas vezes do Putchi e do outro cão de que não fixei o nome, dos filmes que ficava a ver até que horas. Fiquei a ver o Godzilla até às 2. Começou à meia noite. E a tua mãe sabia? Sim, disse-me que se não me levantasse me dava uma coça.

Feitas as apresentações, vamos àquilo que interessa e que é importante: à Matemática do Tinoni.

Nas aulas, pouco participava e não era lá muito para trabalhar em grupo. Então nas do 1° tempo, dormia sempre um bocadito, para compensar o serão televisivo. Eu deixava, quase sempre. É que sabia que os 45 minutos da aula de apoio (que eu prolongava frequentemente para 55 ou 60 com seu inteiro consentimento), compensavam aquele soninho reparador e o sossego que representava.

De facto, o Tinoni, que se chama Luís (a alcunha pôs-lha um tio, não se sabe bem porquê), tinha uma atitude completamente diferente nessas sessões. E não era apenas quando o levava para o computador para jogar algum jogo (legal!) na Internet ou trabalhar com *software* educativo. Nem só quando tinha algum jogo de tabuleiro ou material manipulável. Notava-se que gostava de estar aquele tempo com a professora só para ele e dedicava-se mesmo às tarefas, ainda que rotineiras. Tinha facilidade em me compreender e dominava bastante razoavelmente o cálculo, principalmente o mental, jogando com a sua compreensão do sistema de numeração decimal e decompondo os números. De certeza que não saberia traduzir *a soma do quadrado de cinco com a diferença entre dois ao cubo e cinco décimas*, mas não teve qualquer problema de adaptação ao Euro, o que é bem mais do que pelo menos 35,7978% dos europeus comunitários poderão dizer.

Um dia em que eu coscuvilhava um dossier com fichas do ano anterior, à disposição na biblioteca, resolvi dar-lhe um problema do dia a dia (de quem?)/exercício-tipo-terceira-classe-do-meu-tempo: " Numa quinta do Alentejo pretende-se colocar 750 litros de vinho em barris com 48 litros cada um (barris de bolso, portanto; isto não fazia parte do enunciado). Se sobrar vinho, vão-se encher garrafas de 0,75 litros. a) Quantos barris vão ser utilizados? b) Quantas garrafas se vão encher?

Nada que saber. É de dividir. Divide-se 750 por 48, dá 15 e sobram 30. Depois divide-se 30 por 0,75, o que dá 40. Trivial.

Mas não foi isto que o Tinoni fez.

Atirou-se a ele, de cabeça. Ou seja, sem dividir. Ainda balbuciei qualquer coisa, mas resolvi deixar correr. Xxixça! Ora bem, 50, 50, 50, ... Foi escrevendo, até perfazer 750. Quinze vezes, portanto.

Vou então resumir o raciocínio do Tinoni:

Se fossem barris de 50 litros, enchia 15. Mas, como eram só de 48, depois de cheios os 15 barris, vão sobrar 30 litros para engarrafar. Se fossem garrafas de litro, encheria 30, mas como são de 75 cl, além das 30 encheria mais uma por cada 3 vezes os 25 cl que faltam para o litro. Contando de três em três as "parcelas" de 25 cl, verificaria que dava mais 10 garrafas, ou um total de 40.

Isto é, um vulgar e quase "*exercício rotineiro* sobre a divisão inteira", constituiu tarefa bem mais interessante embora morosa e sujeita a erros, pela sua maior complicação. De tal maneira que o Tinoni se enganou mesmo e, em vez de 15 barris achou que eram 13, o que acarretou uma sobra de 26 litros, que ele engarrafou em 34 garrafas e ainda lhe restou meio litrito.

E este, Luís? Ah, este?! Bebo-o!! ...

Ora cá está a resposta sensata a um problema do dia a dia.

Tu bebes, Luís? Só nas festas! É o meu tio que me dá. O meu pai não.

Esforcei-me um bocado para lhe fazer ver que o processo dele, embora engenhoso, seria um pouco desesperante no caso de uma produção razoável de bom vinho do Alentejo. Nem o facto de lhe ter mostrado que se tinha enganado, ou a limpeza do algoritmo da divisão, o convenceram. Xxtora! Fique com a sua, que eu fico com a minha!

E fiquei. Fiquei com a certeza de que o Luís tinha compreendido o enunciado, delineado uma estratégia, implementado a estratégia e dado uma resposta àquilo que constituiu um verdadeiro problema para ele.

...

Depois de desenhar um par de dançarinos descalços, quando notou que a mulher tinha um pé mais gordo que o outro, não apagou nem voltou a desenhar. Escreveu por baixo: a mulher partiu o pé direito.

...

Numa das viagens:

Xxtora eu sei o que quer dizer aquilo! Aquilo o quê, Luís? Ali, na parede! (um *grafiti* com a palavra *MUB*). Ai sim? Sim, *Xxtora*, é daquela canção "*MUB yór bodi* ... "

Ah, ah, é uma boa hipótese, Luís, mas se calhar ...

...

Nos testes tinha nega, a não ser que lhe desse mais algum tempo na aula de apoio. Mas os meus testes testavam as competências ou as incompetências do Tinoni? Não hesitei em atribuir-lhe o nível 3, em todos os Períodos.

Como reagiria este aluno a um exame nacional no 9° ano? Alguém tem dúvida?

A quem pediria eu mais depressa para me comprar alguma coisa, escolhendo o melhor preço e sabendo conferir o troco? Ao Luís, ou a outro dentre tantos alunos que seriam etiquetados de eficientes numa prova dessas?

Susana Diego
EB 2,3 de Perafita

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão das contribuições recebidas no espaço disponível da Revista.

Projecto Pr@net

Com esta entrevista pretendemos divulgar um projecto em curso (Pr@net) que envolve as escolas do 1.º ciclo do distrito de Leiria e a Escola Superior de Educação de Leiria, coordenado pelos colegas Isabel Pereira (área de Psicologia) e Rogério Costa (área de Matemática). Parece-nos que este é um projecto de grande relevância, no sentido de revitalizar o projecto "Internet nas escolas", neste caso nas escolas do 1.º ciclo. Optámos, tendo em conta o tema, por realizar a entrevista através de correio electrónico. A fotografia testemunha um dos momentos da resposta. Aos dois entrevistados, que prontamente acederam ao desafio, o nosso agradecimento.

EM: Como surgiu o Projecto Pr@net? Seus Objectivos?

O projecto Pr@net surge na sequência do protocolo estabelecido entre a Escola Superior de Educação de Leiria (ESEL) e o Ministério da Ciência e Tecnologia, assinado em Fevereiro de 2002, que visa o acompanhamento pedagógico de professores e alunos das escolas públicas do 1° Ciclo do Ensino Básico do distrito de Leiria na utilização educativa da Internet.

Este projecto integra o Programa Nacional Internet na Escola e é supervisionado pela Fundação para a Computação Científica Nacional (FCCN).

Tendo em conta que em todo o distrito de Leiria há 565 escolas do 1° ciclo, a ESEL estabeleceu no seu Plano de Acção a adopção de um modelo de acompanhamento das escolas criando equipas de dois monitores que, em conjunto, se deslocam, durante o ano lectivo 2002/2003, no mínimo 4 vezes a cada escola do 1° ciclo para apoiar professores e alunos na utilização dos recursos informáticos aí instalados.

Neste momento, temos 16 equipas no terreno, o que perfaz um total de 32 monitores, todos licenciados, que diariamente estão no terreno a desenvolver um conjunto de actividades, convergentes com a criação da página Web da escola e com a aquisição, por parte de alunos e professores, das competências básicas em tecnologia de comunicação e informação.

De facto, a aquisição do diploma de competências básicas em Tecnologias da Informação e Comunicação, definidas em diploma legal (Dec-Lei 140/ 2001), pretende abranger os alunos das escolas do 1° ciclo do ensino básico, em especial os que finalizam este nível de ensino. A criação da página Web de cada uma das escolas cujos conteúdos são trabalhados com os alunos, é outro dos grandes objectivos deste projecto.

É também objectivo do Pr@net, a criação de laços mais estreitos entre a Escola Superior de Educação e todas as escolas públicas do 1° ciclo do distrito de Leiria no sentido da partilha de experiências e envolvimento em projectos conjuntos de modo a continuar este projecto para além do horizonte temporal previsto no protocolo, um ano lectivo.

EM: Como foi "agarrado" o Projecto?

Desde há muito que a ESEL sente que as potencialidades das Tecnologias aplicadas à Educação estão pouco exploradas. Por condicionalismos vários, nunca tinha conseguido criar um grupo, dentro da Escola, que, além de assegurar a leccionação das disciplinas de tecnologias de comunicação e informação, estivesse envolvido em projectos nesta área. Perderam-se, inclusive, determinadas oportunidades que ao longo dos anos têm surgido.

Por isso, uma das preocupações da equipa coordenadora do Pr@net foi

aproveitar este projecto para constituir um grupo, que integra diferentes áreas científicas, criando espaço para o debate, a investigação e a dinamização de projectos nas áreas das TIC. Pretende-se lançar os alicerces para que haja uma efectiva integração das TIC na formação de professores.

Num primeiro momento, tivemos de conhecer a realidade instalada no terreno pois não sabíamos que equipamentos estavam instalados nas escolas, qual o grau de formação dos professores na área das TIC, que apoio estava a ser fornecido às escolas por parte das entidades governamentais, etc. Para isso, começamos por reunir com a Unidade de Apoio à Rede Telemática Educativa (Uarte), e com a Fundação para a Computação Científica Nacional (FCCN) para perceber o que até então tinha sido feito por parte destas entidades e quais as formas de colaboração futuras.

Depois efectuámos reuniões com todos os agrupamentos de escolas, delegações escolares e escolas não agrupadas do distrito, para avaliar as dificuldades, anseios, angústias e motivações dos professores do 1° ciclo. Simultaneamente solicitámos aos centros de formação de professores do distrito o reforço da oferta de formação em TIC para os professores do 1° ciclo.

Finalmente reunimos com os representantes das 16 câmaras do distrito para os informar sobre o projecto e sensibilizar para a necessidade de assegurarem a manutenção técnica do equipamento instalado nas escolas uma vez que a nossa acção se centra apenas no acompanhamento pedagógico do uso da Internet.

Todas estas reuniões permitiram-nos um primeiro conhecimento da realidade de muitas escolas e ajudaram-nos a delinear uma estratégia que, como já dissemos, passa pela presença efectiva nas escolas de uma equipa de monitores mas que vai muito para além disso.

A necessidade de gerir, num curto espaço de tempo todo o programa, a necessidade de saber em qualquer momento a taxa de realização do projecto e o problema da comunicação com as equipas dispersas pelo distrito, levou-nos a, internamente, criar uma estrutura que facilitasse a gestão das actividades que iam sendo desenvolvidas no terreno. Assim, com o apoio de uma empresa da região, tem vindo a ser desenvolvida uma plataforma informática baseada na Web que permite à equipa coordenadora calendarizar as acções, atribuir tarefas aos monitores e elaborar, com base nos relatórios de visita que os monitores diariamente preenchem *on-line* nas escolas que visitam ou no final do dia, os relatórios de progresso e acompanhar passo a passo o desenrolar das actividades. Além disso, a criação de um centro de recursos na Web mostrou-se bastante enriquecedor para toda a equipa pois foi um momento de discussão e reflexão sobre a construção de portais educativos. Pensamos que, também aqui, estão criadas as bases para a criação e manutenção de um verdadeiro portal educativo que apoie e divulgue as práticas lectivas das escolas da nossa região.

EM: E os monitores como foram recrutados? Também pensaram nos alunos da ESEL?

Considerámos também, que todo este esforço só tinha sentido com a participação dos alunos da nossa escola nestas actividades. Por isso, em diversas disciplinas, nomeadamente, em algumas práticas pedagógicas e seminários, muito do trabalho foi feito tendo por base a utilização das TIC na actividade docente.

Quanto aos monitores foram recrutados através de uma bolsa de formadores que criámos a partir de Março de 2002. No início do recrutamento cerca de 50% dos monitores eram nossos alunos que entretanto concluíram as licenciaturas, nomeadamente alunos da variante Matemática e Ciências da Natureza e alunos do curso do 1.° Ciclo. Alguns destes, após a 2.ª fase do concurso para colocação de professores, foram colocados com horários completos (e ainda bem para eles) em localidades diversas o que não lhes permitiu continuar no projecto.

EM: Aspectos positivos e negativos no desenrolar do Pr@net

Gostaríamos de referir, que é comum em todos os pós relatórios dos monitores que se deslocam às escolas o entusiasmo e a facilidade com que as crianças deste nível de ensino aderem às actividades que envolvem o computador, o *scanner*, a máquina digital, entre outros meios.

Embora existissem escolas que à partida já possuíam página, a dinâmica agora iniciada tem conduzido a que um número já razoável de escolas possua a sua página ou, pelo menos, a tenha planeado.

Há professores muito entusiastas, outros que se têm vindo a libertar dos medos e das vergonhas, o que, obviamente, se traduz numa utilização integrada do computador, como mais uma ferramenta que existe na sala de aula.

A equipa Pr@net, tem sido também contactada por algumas Associações de Pais que pretendem conhecer melhor o projecto e pô-lo ao serviço das crianças.

Se estes aspectos são muito gratificantes para nós, há dificuldades que têm impedido muitas escolas de avançar, nomeadamente as avarias e roubos de equipamento, as dificuldades de ligação à Net, a demora de algumas Câmaras em responder aos pedidos das diferentes escolas para a reparação do equipamento, o que tem desmotivado alguns professores. Aliás, se professores motivados para a utilização educativa do computador e da Internet são o melhor motor para as aprendizagens das crianças, aqueles que não querem ou não podem aderir e viver estas novas experiências são, de facto, uma dificuldade que gostaríamos de ser capazes de ultrapassar.

EM: Que novos projectos têm?

A estratégia delineada mostrou ser, até ao momento, bastante adequada, tanto mais que novos projectos estão já a ser implementados, como sejam o *NetBus*, um autocarro equipado com computadores que percorrerá as escolas do distrito para formação de pais, alunos e professores, fazendo prever que o projecto continuará no futuro, em moldes a pensar.

EM: Sabendo do isolamento de algumas escolas, do menor interesse de *algumas Câmaras, não haverá perigo de retrocesso se não forem definidas, desde já, medidas a longo prazo? Com base na vossa experiência que recomendações fazem?*

Continuamos a defender a importância do acompanhamento pedagógico das actividades que se desenvolvem nas EB1. Contudo, temos verificado que a quantidade de problemas técnicos, seja por causa do *hardware* seja pela dificuldade de ligações, seja pela falta de celeridade com que algumas Câmaras resolvem os problemas (avarias, furtos, etc.) têm levado alguns professores a desanimar e a não se envolver em pleno na utilização da Internet nas suas actividades pedagógicas. A não resolução dos aspectos técnicos condiciona bastante o desenrolar das actividades e, sobretudo, agrava as inseguranças e as desconfianças dos professores.

Apesar de tudo, gostaríamos de referir que diariamente somos surpreendidos com mensagens de professores, de escolas isoladas e não só, a colocarem dúvidas muito concretas sobre a utilização da Internet, a construção de páginas e a consulta do correio electrónico. Estes pequenos/grandes acontecimentos ligados à manifestação de alegria e de realização pessoal e profissional que alguns professores manifestam aquando das deslocações dos monitores às escolas, faz-nos acreditar que o projecto continuará com aqueles que quiserem, de facto.

Materiais para a aula de Matemática

Dificuldades de comunicação

O material que aqui propomos foi desenvolvido no âmbito da acção de formação *Modelação no Ensino da Matemática*, realizada em Novembro/Dezembro de 2001 em Évora e corresponde a uma actividade de modelação, destinada a turmas do 8.° ou do 10.° anos de escolaridade, que pode facilmente ser implementada numa sala de aula, dispondo apenas de um CBL 2, de um sensor para medir a pressão sonora e duma calculadora gráfica.

Interessámo-nos por investigar como varia a intensidade máxima de som numa sala à medida que se altera o número de pessoas que falam simultaneamente. Começámos por questionar-nos se essa variação seria proporcional (directamente proporcional) ao número de pessoas que fala.

Durante o desenvolvimento da actividade deparámo-nos com algumas dificuldades, as quais só foi possível superar com alguma persistência e pesquisa, sobretudo em bibliografia relacionada com a Física. Destacamos as principais questões a que tentámos dar uma resposta:

1. Que dados recolher?

Como nos interessava estudar a variação do som em função do número de pessoas, não poderíamos efectuar uma única recolha, pois assim saberíamos apenas o que acontecia com um determinado número de pessoas a falar. Decidimos, pois, efectuar várias recolhas de dados. Aumentaríamos sucessivamente o número de pessoas e observaríamos, de seguida, o que acontecia com a pressão sonora. Assim, decidimos registar os dados relativos a uma pessoa e juntar as restantes em grupos de 4 elementos. Desta forma, começaria por falar uma pessoa, depois 5, 9, 13, ... até que todos as pessoas dentro da sala estivessem a falar. Evidentemente que o número de pessoas a considerar de cada vez deve ser decidido em função da dimensão da turma em questão, pelo que na ficha de trabalho que propomos deixamos estes valores em aberto.

2. Quais os dados relevantes?

Como queríamos efectuar várias recolhas de dados, haveria necessidade de registar um dado (ou conjunto de dados) para cada recolha. Que dados deveríamos registar? Experimentámos. Preparámos o sensor, que recolhe a pressão de uma onda sonora, para recolhas com 0,01 s de intervalo, num total de 75 recolhas. A primeira coisa que nos ocorreu foi calcular a média de cada conjunto de dados, o que corresponderia a calcular a pressão média da onda sonora obtida em cada um dos casos. No entanto, quando realizámos a experiência verificámos que, a partir de certa altura, e contrariamente ao que esperávamos, a média da pressão diminuía. Este facto fez-nos pensar que a média não seria uma boa escolha. Mas porquê? Depois de observarmos melhor, concluímos de imediato a razão do nosso erro. O som propaga-se por ondas, e os respectivos valores da pressão das ondas sonoras assumem a forma sinusoidal. Desta forma, quando calculamos o valor médio da pressão de diferentes ondas sonoras, este pode aumentar, diminuir ou até manter-se constante, não sendo um bom indicador para estudar a situação pretendida. Optámos então por determinar o valor máximo da pressão em cada uma das recolhas efectuadas, este sim revelador das diferenças que pretendíamos analisar. Este valor permitir-nos-ia ainda, depois de feita a correspondência com a intensidade do som, analisar os efeitos do ruído produzido no ouvido humano.

3. Como interpretar os dados?

O sensor que utilizávamos regista, como dissemos, a pressão sonora, mas as escalas de que dispúnhamos para falar de sensibilidade auditiva davam-nos apenas dados da intensidade do som. Como fazer a correspondência entre pressão e intensidade? Em bibliografia da Física conseguimos alguma informação que considerámos importante, e que nos permitiu relacionar as duas variáveis em causa, nomeadamente através do gráfico aqui reproduzido, sobre o qual é dito:

"A sensibilidade do ouvido humano é tal que, para cada frequência, existe uma intensidade mínima, ou *limiar de audibilidade*, abaixo do qual o som não é audível e uma intensidade máxima, ou *limiar de dor*, acima do qual o som produz desconforto ou dor. Esse facto está ilustrado para cada frequência pelas duas curvas da figura, que indicam também as amplitudes de intensidade e de pressão." (Alonso & Finn (1972), Física-Um Curso Universitário-Volume 2, pág. 264 [ver Fig. 1])

Resta acrescentar que esta actividade foi posta em prática numa turma de 8º ano e foi óptimo ver o entusiasmo com que os alunos a encararam.

Os dados recolhidos na turma estão representados na Tabela 1.

Depois do tratamento matemático da situação, seguindo a ficha que apresentamos, seguiu-se uma discussão muito interessante sobre os efeitos da poluição sonora.

Pensamos que com esta actividade, se consegue alcançar diversos objectivos, nomeadamente os enunciados no programa do secundário: resolver problemas da vida corrente que envolvam funções; construir uma tabela ou um gráfico a partir de dados fornecidos; identificar uma função dado um exemplo de uma correspondência ligada à vida real; identificar numa função o domínio e o contradomínio, reconhecendo objectos e imagens; representar graficamente uma função dada por uma tabela; reconhecer situações de proporcionalidade directa. Além destes, é ainda possível dar cumprimento à indicação para o uso das calculadoras gráficas, constante do referido programa, onde pode ler-se: "... devem ser explorados com a calculadora os seguintes (dez) tipos de actividade matemática: (...)

- Modelação, simulação e resolução de situações problemáticas;
- Condução de experiências matemáticas, concepção e testagem de conjecturas." (DES, 1997, p.11)

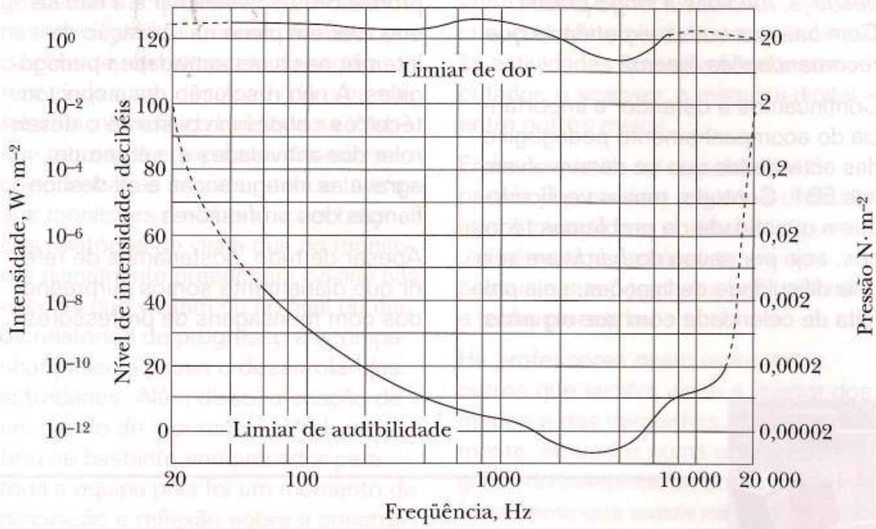


Figura 1. Sensibilidade média do ouvido humano

Número de pessoas	1	5	9	13	17
Pressão máxima do som	0,049	0,068	0,088	0,13	0,17

Tabela 1.

Referências bibliográficas

Alonso e Finn (1972) Física — Um Curso Universitário (volume II): Campos e Ondas. Edgard Blucher Lda.

DES (1997). Matemática: Programas 10º, 11º e 12º anos. Ministério da Educação.

Universidade de Aveiro, Departamento de Física (1997), Apontamentos de Física II

Moretto, V. (1980). Física em Módulos de Ensino - Óptica, Ondas, Calor. Ática.

Helena Luís, E.B. 2,3 Paulo da Gama—Amora

Lídia Santos, E.B. 2,3/S Dr. Isidoro de Sousa—Viana do Alentejo

Paula Gomes, Escola Secundária da Amora

Sónia Eleutério, E.B. 2,3 de Reguengos de Monsaraz

Nota

A actividade de modelação apresentada nesta secção é adequada para o 8º ano. No caso de se destinar ao 10º ano poder-se-iam substituir as questões 2, 3 e 4 pelos enunciados que se seguem:

2. Insere o número de pessoas numa lista da tua calculadora e a pressão máxima do som noutra lista. Analisa as listas. O valor da razão entre a pressão do som e o número de pessoas é constante ou não?
3. Analisa o gráfico e a janela que resultaram da representação dos dados inseridos. O que observas?
4. Encontra uma função que modele a situação e representa-a graficamente.

Escola..
Ano/Turma.......................... Data.................. Aluno(a)..........................

Actividade de modelação — 8.º Ano

Dificuldades de comunicação

Material:

- Calculadora TI83 Plus
- CBL 2
- Vernier Microphone/Amplifier
- *Viewscreen*

Objectivo de estudo:

O objectivo deste estudo é investigar como varia o som numa sala em função do número de pessoas que falam simultaneamente. Para tal, recorrendo ao equipamento, recolhe os valores da pressão da onda sonora do som produzido por grupos de pessoas, de dimensão variável, que falam ao mesmo tempo dentro da sala de aula.

Como recolher os dados?

- Ligar o sensor ao CBL 2
- Ligar o CBL 2 à calculadora
- Posicionar o CBL 2 num local da sala (à escolha) para recolher os dados
- Correr o programa DATAMATE (que já deverá estar na calculadora)
- Seleccionar o tempo e o número de amostras pretendido para cada recolha de dados
- Pedir a uma pessoa que vá falando, enquanto se selecciona 2: START , recolhendo assim a pressão do som para uma pessoa
- Guardar os dados recolhidos pressionando 5: TOOLS, 1: STORE LATEST DATA, ENTER, 6: QUIT
- Calcular o máximo dos valores colocados na lista L2 (pressão do som)
- Registá-lo numa tabela análoga à que está na proposta de actividade e pedir aos alunos que façam o mesmo nas suas propostas
- Repetir o processo o número de vezes que for necessário até recolher dados da totalidade dos alunos a falar simultaneamente

Questões:

1. Usa os dados recolhidos para preencher a tabela abaixo, onde se relaciona a pressão máxima do som com o número de pessoas:

Número de pessoas	1	5	...	...	...	...	...	...
Pressão máxima do som								

2. A pressão do som é função do número de pessoas que falam. Justifica.

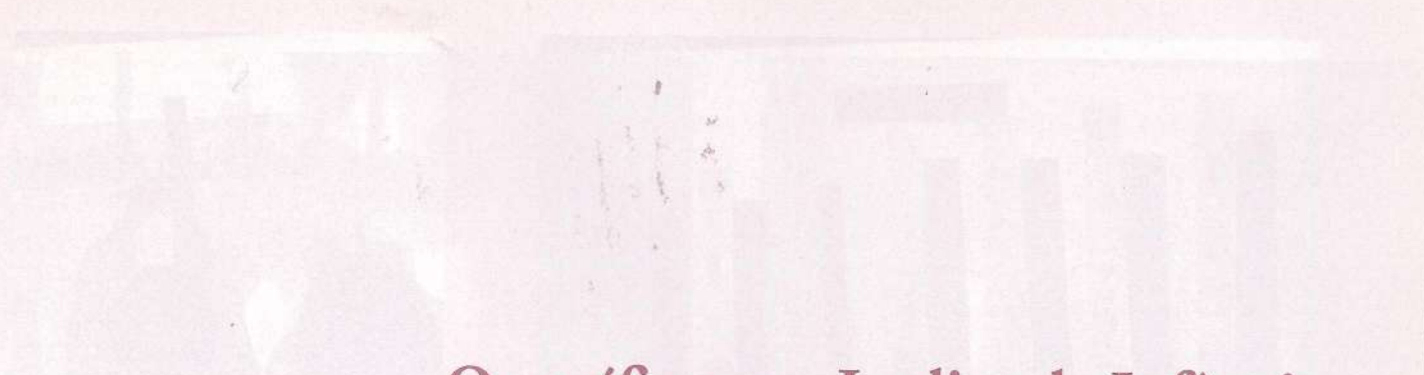
3. Relativamente à função representada, indica a variável independente; a variável dependente; o domínio e o contradomínio.

4. Representa graficamente os dados da tabela.

5. Observando o gráfico, escreve, justificando, se as grandezas representadas são ou não directamente proporcionais.

6. A unidade de medida do nível de intensidade sonora é o décibel. 60 decibéis correspondem a uma pressão de 0,02 Nm^{-2} e 80 decibéis correspondem a uma pressão de 0,2 Nm^{-2}. Com base na seguinte afirmação, comenta os dados obtidos na tua turma. "A experiência mostra que o ouvido humano submetido frequentemente a sons com intensidade entre 80 e 85 decibéis é afectado, perdendo a sensibilidade auditiva." (Moretto, V. (1980), Física em Módulos de Ensino-Óptica, Ondas, Calor, pág. 284, Ática.)

(Figura copiada de www.dra-n.pt/temas/ambiente/ruído/características)



Os gráficos no Jardim de Infância

Ana Cristina Pratas Cabral

> É no Dialogar que as crianças desenvolverão as estruturas lógicas. O papel do educador torna-se então primordial. Ele deverá ser o activador de toda a aprendizagem matemática. O uso de quantificadores no discurso deve ser tomado em atenção. Usar e levar as crianças a usar quantificadores ajuda-as a esclarecer a situação e a construir uma estrutura mental associada às imagens e representações decorrentes das actividades. Por esta razão, durante o decorrer das actividades com gráficos (e não só) o diálogo torna-se fundamental.

Alguém disse uma vez que uma gravura tem o valor de mil palavras, e o que é um gráfico senão uma gravura? Os gráficos e as crianças apresentam uma combinação perfeita e o quotidiano do Jardim de Infância dá oportunidade às crianças de aprenderem matemática, através de inúmeras experiências com gráficos.

Separar/agrupar objectos ou pessoas atendendo a uma característica é o ponto de partida para a realização de um gráfico. Se, após isto, às partes separadas dermos uma forma de organização que permita comparar as suas grandezas relativas, então, estamos perante um gráfico. O gráfico é uma apresentação visual da estatística. A sua forma e conceito torna-se para a criança, mais fácil de compreender que uma apresentação numérica. Ele providencia uma estrutura visual para ordenar uma série de figuras ajudando a criança a melhor interiorizar o conceito de quantidade numérica; permite à criança perceber que o conhecimento matemático é uma parte integral da vida quotidiana e pode ser aplicado a múltiplas situações. Nós os adultos, todos os dias somos confrontados com gráficos e estamos aptos a sintetizar a informação que deles advém. A estatística compara valores e permite conclusões lógicas que podem ser desenhadas. Os gráficos são uma ferramenta útil, não só para interpretar resultados directamente, mas também para construir hipóteses inferenciais. Através do gráfico a criança tem oportunidade para comparar, contar, juntar, subtrair, sequenciar e classificar dados.

A criança tem necessidade de experienciar, em primeiro lugar, a matemática, para entender os efeitos que ela tem na sua vida e desenhar conclusões matemáticas acerca do mundo que a rodeia. Uma representação táctil e visual da quantidade facilita nas crianças a compreensão de valores comparativos.

Construir gráficos com as crianças é algo que se pode fazer todos os dias sem que para isso, o educador necessite de material específico. Um gráfico é apropriado em qualquer situação que exija comparação de números, valores e somas e mais enriquecedor se torna quando surge de situações verdadeiramente significativas para as crianças.

Atrevemo-nos a partilhar algumas experiências com gráficos vivenciadas com as crianças durante este ano lectivo e que pensamos terem sido enriquecedoras para a aprendizagem no âmbito da matemática.

É comum na maior parte dos Jardins de Infância, no início do ano lectivo, criar situações de comunicação de forma a que a criança se familiarize com o outro e desenvolva um sentimento de grupo e de valor individual. Aprender sobre si próprio, sobre a sua relação com os outros ou com o espaço, proporcionam situações ideais para a elaboração de gráficos cuja oportunidade não deve ser desperdiçada pelo educador. Foi numa dessas situações que surgiu o "Gráfico das alturas".

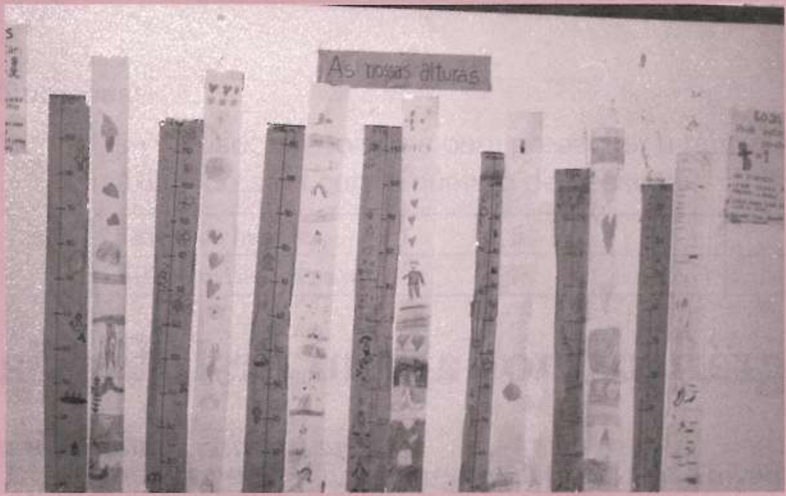


Figura 1.

Figura 2.

Por várias vezes observámos as crianças a dialogarem sobre a sua estatura:

- *"Sou mais alto"*;
- *"O Pedro é o mais baixinho"*
- *"Não, não é! A Luzia é que é. Ela só tem 3 anos! ..."*.

Ou então a colocarem-se lado a lado e compararem as alturas:

- *"Sou tão alto como tu!"*.
- *"Não! Eu sou um bocadinho mais alto!"*.

Pensámos estar diante de uma situação óptima para a elaboração de um gráfico que os iria iniciar nos gráficos de barras. Em primeiro lugar convidámos as crianças a formarem uma fila por ordem crescente (do mais baixo ao mais alto) A discussão aumentou uma vez que as crianças apresentaram dificuldade em visualizar as diferenças mínimas nas estaturas. Por essa razão convidámo-las a medir o seu corpo. Colocámos uma grande folha de papel de cenário no chão e, uma a uma, deitaram-se sobre o papel para serem medidas. Durante esta tarefa as crianças iam tecendo hipóteses e perspectivando resultados. Após a respectiva marcação construímos para cada criança uma barra que a seguir foi recortada, decorada e identificada por cada uma. O segundo passo era escolher um local visível para as barras. A parede foi o local escolhido pelo grupo.

O terceiro passo consistiu na exploração do gráfico à medida que este ia surgindo. Como nenhuma experiência gráfica está completa até que as perguntas sejam formuladas e respondidas, encorajámos as crianças a discutir e interpretar o gráfico no sentido de descobrirem relações. Ordenaram (do mais alto ao mais baixo), compararam e usaram quantificadores (A F. é tão alta como a S; o I. é mais alto que o D ...) Descobriram quantos meninos foram medidos no total, quantas meninas e quantos meninos existem na sala, quantos têm a mesma altura, etc.

Este gráfico foi mantido ao longo do ano escolar, permitindo mais tempo de partilha colectiva e por consequência mais tempo para comparações. (Ver Figura 1.)

A meio do 2º período lançámos o desafio: *Vamos ver se crescemos?* Este desafio foi desde logo "abraçado" com euforia. Todos afirmavam que sim, que estavam mais altos! Voltámos a medir cada um dos corpos, a recortar e decorar as novas barras e colocámo-las ao lado das anteriores. Todos chegaram à conclusão que tinham crescido. Contudo, quando questionados sobre quem tinha crescido mais, a resposta foi unânime: "*Foi o I.*" O *I.* era a criança mais alta e as crianças relacionaram o mais alto com o que tinha crescido mais. Novo desafio foi lançado—confirmar se o I. teria sido o que cresceu mais. Para isso as crianças teriam que medir a diferença entre as duas barras. A solução encontrada foi a de recortar barras de cartão canelado e colocá-las por cima da primeira e marcar o limite da última. (Ver Figura 2.)

Após cada criança ter medido a diferença com o apoio das barras de cartão, cortaram-nas pela marca assinalada e passou-se à discussão dos resultados. Observaram e concluíram que as barras não eram todas iguais. Umas eram maiores do que outras o que levou à conclusão que uns tinham crescido, neste espaço de tempo, mais do que outros. De forma a que se visualizassem melhor os resultados, ordenaram-nas, dispondo-as sobre uma folha de cartão e colando-as da maior à mais pequena. (Ver Figura 3.)

No final concluíram que o *I.* embora fosse o mais alto, não foi o que cresceu mais; a *L.* tinha sido a que cresceu mais e *A.* continuava a ser a mais baixa e a que menos tinha crescido. (Ver Figura 4.)

No final do ano escolar repetir-se-à o mesmo procedimento e cada criança levará para casa as três barras que corresponderam ao crescimento durante este ano lectivo.

Outras experiências com gráficos foram realizadas. Inúmeras situações do dia a dia do Jardim os desencadearam.

Muitos dos gráficos realizados têm mais significado quando mantidos ao longo do ano lectivo, permitindo mais tempo para serem partilhados colectivamente e comparados. É o caso do gráfico das presenças das crianças durante a semana, o gráfico das áreas de trabalho preferidas ou o dos aniversários. A rotina do nosso Jardim inclui um tempo de ventilação no qual as crianças relembram os projectos vivenciados nesse dia, o que fizeram, onde estiveram, que dificuldades encontraram. É um tempo de descrição da sequência ordenada

Figura 3.

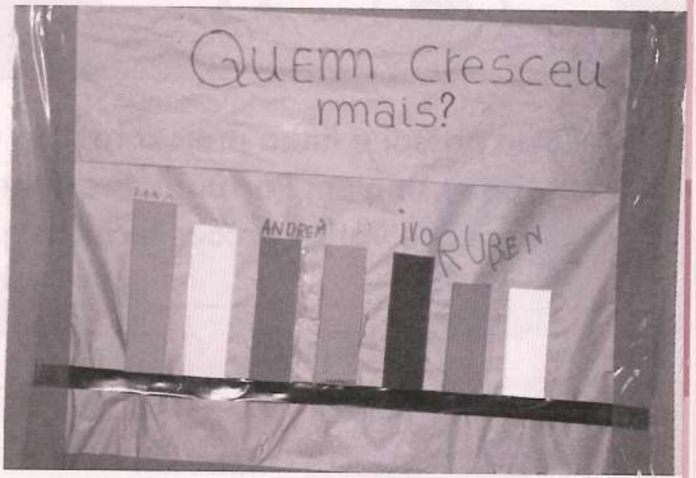


Figura 4.

de acontecimentos. Diariamente as crianças preenchem o gráfico das áreas de trabalho. Trata-se de um gráfico simbólico onde cada criança coloca o seu símbolo nas áreas onde esteve a brincar. Assim as crianças e o educador visualizarão com facilidade as preferências de cada um, qual a área mais solicitada, a que tem menos visitas, se há alguma que naquele dia não foi visitada, se há alguma que foi visitada pelo menos por uma criança, etc. É no Dialogar que as crianças desenvolverão as estruturas lógicas. O papel do educador torna-se então primordial. Ele deverá ser o activador de toda a aprendizagem matemática. O uso de quantificadores no discurso deve ser tomado em atenção. Usar e levar as crianças a usar quantificadores ajuda-as a esclarecer a situação e a construir uma estrutura mental associada às imagens e representações decorrentes das actividades. Por esta razão, durante o decorrer das actividades com gráficos (e não só) o diálogo torna-se fundamental. Quando exploramos o gráfico dos aniversários, por exemplo, e se a atenção for focalizada na característica mês em que fazemos anos, poderemos inferir que:

Nenhum menino que nasceu em Dezembro faz anos em Agosto, e vice-versa; nenhum menino que faz anos em Agosto nasceu em Dezembro.

Todos os meninos que nasceram em Dezembro fazem anos em Dezembro e todos os que nasceram em Agosto fazem anos em Agosto.

Quando estamos com as crianças, a brincar com miniaturas de animais e, focalizamos a atenção para mais que uma característica para agrupar os animais no Zôo, estamos perante uma classificação múltipla. Usando os quantificadores podemos dizer que:

Todos os leões são animais, mas nem todos os animais são leões, isto é, alguns animais não são leões;

Contudo, não há nenhum leão que não seja animal.

Continuando com o exemplo do zôo, se pedirmos às crianças que agrupem os animais que vivam na água, e os que vivam na terra e se questionarmos se há animais no zôo que vivam na terra e na água elas concluirão que estes últimos fazem parte dos dois anteriores.

Estamos perante operações lógicas de:

Conjunção/intersecção—traduzidas pelo vocábulo e;

Disjunção/reunião—traduzidas pelo vocábulo ou;

Implicação/inclusão—traduzidas pelo vocábulo se ... então.

Estamos a fazer com as crianças uma classificação simples uma vez que focalizamos apenas uma característica no processo de agrupamento dos animais.

Quando os levamos a observar os animais do Zôo e lhes pedimos que agrupem os que comem carne e os que têm pêlo, o uso dos quantificadores vai ajudar as crianças no agrupamento.

- Alguns animais que comem carne têm pelo.
- Alguns animais que têm pêlo comem carne.
- Todos os animais que têm pêlo comem carne?
- Nem todos os animais com pêlo comem carne.
- Alguns animais que têm pêlo não comem carne!

Neste género de actividades, as crianças classificam os animais considerando duas características para os agrupar, logo, o mesmo animal pode ter ambas as características e pertencer a ambos os conjuntos. Estamos perante uma classificação múltipla.

Quando pedimos à criança que na jaula das girafas construa uma série ordenada, estruturando o grupo das girafas por uma relação de ordem, como por ex: colocar as girafas de forma a que à frente vá a mais alta, depois a menos alta e assim sucessivamente, estamos perante uma actividade que desenvolve a capacidade de ordenação.

Quando solicitamos à criança que estabeleça uma correspondência um a um entre um conjunto de animais e um conjunto de taças para eles comerem, o número é a propriedade comum aos dois conjuntos com o mesmo cardinal.

Todas estas actividades constituem o prelúdio da construção do número.

Ana Cristina Pratas Cabral
Educadora de Infância
J. Infância de Mortágua

Calculadoras gráficas, programação e jogos

Helena Rocha

O recurso à programação e, em particular, à elaboração e exploração de jogos para a calculadora gráfica, pode ser uma forma agradável de auxiliar os nossos alunos a desenvolver uma verdadeira compreensão sobre alguns aspectos da Matemática e, nomeadamente, sobre as principais características de algumas famílias de funções.

Há muito que os jogos parecem constituir uma inesgotável fonte de interesse. O fascínio que alguns matemáticos encontravam no jogo chegou mesmo a estar na origem de algumas das actuais áreas do saber matemático. E o facto parece não poder ser considerado surpreendente. Com efeito, há mesmo quem reconheça, em determinados tipos de jogos, grandes semelhanças com a actividade matemática (ver Gernes, 1999 ou Cannone e Socas, 1999). Na verdade, por vezes parece não ser difícil encontrar uma correspondência entre as diferentes fases da actividade matemática e as diferentes etapas do jogo, como, por exemplo, a existente entre as regras e situação inicial do jogo e os axiomas e definições matemáticos.

Não se pode no entanto dizer que o fascínio que o jogo sempre exerceu junto dos que experimentam esta actividade seja de estranhar, afinal jogar é quase sempre uma actividade profundamente envolvente. E, embora o carácter lúdico do jogo seja aquele que por norma lhe surge associado, e que muito provavelmente é a fonte do seu poder atractivo, a faceta eminentemente didáctica, que também frequentemente lhe está associada, é igualmente bem conhecida e talvez seja uma das responsáveis pela sua grande divulgação. Com efeito, um bom jogo pode constituir muito mais do que uma agradável diversão.
Se, por um lado, as características lúdicas da actividade poderão dar um contributo significativo para a motivação do jogador, por outro lado, o empenho em encontrar uma estratégia vencedora, poderá dar origem a uma reflexão sobre o jogo e a aprendizagens diversas.

Jogar nas aulas de Matemática surge assim como uma actividade potencialmente enriquecedora, em que o aluno assume um papel activo na procura do conhecimento. Cabe ao aluno analisar as situações que se lhe vão colocando ao longo do jogo, reflectindo sobre as suas jogadas e as dos seus adversários, numa tentativa de melhorar a sua estratégia de actuação. Este tipo de actividade pode pois dar um forte contributo para o desenvolvimento de aspectos tão importantes como uma atitude positiva face à disciplina, a confiança em si próprio, o raciocínio e o conhecimento de conteúdos específicos envolvidos no jogo.

Perante as potencialidades atribuídas à utilização didáctica de jogos, seria de esperar que estes fossem alvo de uma grande utilização nas nossas escolas, mas não é isso que sucede. De acordo com os resultados divulgados pelo projecto Matemática 2001, mais de 75% dos professores do ensino secundário nunca, ou raramente, optam por este tipo de metodologia. Um facto aparentemente surpreendente.

Alguns professores parecem apontar os poucos recursos materiais existentes na sua escola, como a razão da exclusão desta metodologia; mas, actualmente há um recurso que cada vez mais tem uma presença assídua nas nossas aulas, integrando ainda, com uma frequência crescente, o material individual de cada aluno

— as calculadoras gráficas. Efectivamente, a crescente divulgação desta tecnologia veio tornar-nos acessível um recurso de grandes potencialidades.

Já as calculadoras científicas nos permitiam a realização de alguns jogos, mas as calculadoras gráficas ultrapassam largamente essas possibilidades.

Uma das grandes potencialidades destas calculadoras, facilmente identificável pelo seu nome, é a possibilidade de traçarem gráficos, no entanto, esta está longe de ser a única das potencialidades destas máquinas. Este facto leva mesmo Kissane (1994a) a discutir se esta será a designação mais adequada para uma calculadora que é, afinal, um autêntico computador de bolso. Segundo Kissane (1994a, 1994b), o nome de calculadoras gráficas está a levar-nos a centrar a nossa atenção nas potencialidades gráficas e a negligenciar outras igualmente importantes, como é o caso da programação. Realmente, a possibilidade de programar a calculadora põe à nossa disposição toda uma imensidade de explorações, que eu me atreveria a dizer que têm por limite apenas a nossa imaginação... e claro a capacidade de memória da máquina.

Numa época em que os computadores, as consolas, os *game boy* e todo o tipo de jogos que em geral aí são utilizados, exercem uma enorme atracção sobre os nossos alunos e em que os computadores, e respectivo *software*, nem sempre estão disponíveis nas escolas, a programação das calculadoras gráficas, apesar das diferenças óbvias, permite-nos simular alguns desses jogos, contribuindo não só para motivar os alunos mas também, e principalmente, para os ajudar a descobrir o prazer de reflectir sobre questões matemáticas. Para que isso aconteça, são todavia necessários alguns cuidados na escolha ou elaboração do jogo.

Um bom jogo deve desafiar o aluno a encontrar a melhor estratégia para sair vencedor. Torna-se portanto importante equacionar adequadamente o grau de dificuldade que este encontrará. Se o jogo for muito difícil, o aluno terá dificuldade em estabelecer uma estratégia adequada e muito provavelmente acabará por se desinteressar e desistir. Por outro lado, se o jogo for demasiado fácil, o aluno encontrará rapidamente uma estratégia vencedora e o jogo corre o risco de se transformar num mecânico carregar de botões, em que já não existe qualquer reflexão sobre a situação e, consequentemente, também já não tem lugar qualquer tipo de aprendizagem... e o aluno acabará igualmente por se desinteressar do jogo e desistir. Uma das formas de contornar esta situação passa pela criação de diferentes níveis dentro do jogo. Torna-se assim possível manter o interesse do jogador, pois este tende naturalmente a passar ao nível seguinte quando se sente suficientemente confiante no nível em que se encontra. Esta poderá ainda ser uma forma de lidar com os diferentes níveis de conhecimentos e ritmos de aprendizagem que em geral coexistem numa turma.

Foi pois atendendo a estes aspectos e com o intuito de tirar partido das potencialidades didácticas dos jogos que idealizei o jogo MODULO (referido na secção *Vamos Jogar* deste número da revista). Com este programa/jogo pretendia levar os alunos do 10° ano a explorar o efeito da variação dos diferentes parâmetros das funções do tipo $a + b \mid x + c \mid$ com $(a, b, c \in \Re)$ no aspecto do seu gráfico.

A utilização didáctica do jogo

A exploração didáctica deste jogo pode assumir diversas formas. Em grupo, com recurso a um *viewscreen*, ou individualmente... Na aula de Matemática ou fora desta... São várias as possibilidades. No entanto, embora todos os alunos sintam a necessidade de fazer algumas experiências individualmente, jogar em grupo na sala de aula é considerado pela grande maioria a forma ideal. As razões apontadas para esta preferência têm a ver com a ideia de diversão que os alunos associam ao jogo (é muito mais aprazível uma aula em que se joga), mas também com o facto do recurso ao *viewscreen* disponibilizar uma visualização do jogo que consideram mais agradável.

Ainda assim, se o tempo disponível para jogar na aula fôr reduzido, podemos optar por disponibilizar o jogo dois ou três dias antes do previsto para a sua utilização, encurtando deste modo o tempo despendido na sua exploração, uma vez que pelo menos parte desta já foi realizada. E o mais interessante é que, em geral, nem é necessário pedir aos alunos que experimentem o jogo. Basta disponibilizá-lo e a curiosidade fará o resto.

A decisão de jogar em grupo torna contudo conveniente fazer algumas alterações na forma de jogar. A primeira alteração que me parece necessária diz respeito à forma de estabelecer quem é o vencedor. Poder-se-á optar por considerar que é o aluno que conseguir somar o maior número de pontos após um determinado período de tempo, fixado à partida, ou após um determinado número de jogadas.

Penso que o jogo se torna mais interessante se se acrescentar como regra adicional que cada aluno perde a vez se propuser para algum dos parâmetros uma resposta incorrecta ou se descobrir o(s) valor(es) correcto(s) do(s) parâmetro(s) de duas funções. Esta regra reforça o interesse dos alunos nas jogadas dos colegas pois, uma vez que o jogo só termina (ou seja só é apresentada uma nova função) quando são encontrados os valores correctos, as anteriores tentativas falhadas dos colegas podem ser muito úteis para conseguir ganhar alguns pontos. Esta alteração tem ainda a vantagem de reduzir o tempo de espera entre jogadas, um aspecto importante se não quisermos que os alunos se desinteressem de jogar.

O tempo de espera entre jogadas é aliás um dos aspectos delicados quando consideramos a utilização deste jogo com uma turma. Com efeito, se resolvermos jogar com toda a turma usando apenas uma calculadora e o correspondente *viewscreen*, mesmo que cada aluno tenha direito a fazer uma única tentativa para descobrir o(s) valor(es) correcto(s) do(s) parâmetro(s) da função, o tempo que decorrerá até que volte a ter oportunidade de tornar a jogar será sempre demasiado longo. Para contornar este problema, podemos optar por formar grupos e utilizar uma calculadora e respectivo *viewscreen* por grupo. Se a turma for grande, é ainda aconselhável utilizar o jogo nas aulas de turnos.

Uma outra hipótese é pensar na criação de equipas. Ou seja, a decisão quanto ao(s) valor(es) a introduzir na calculadora pode ser tomada, por exemplo, a pares, em vez de individualmente. O recurso a equipas teria a vantagem de tornar possível a criação de grupos maiores sem aumentar o tempo de espera entre jogadas, permitindo assim diminuir a quantidade de material necessário (calculadoras e *viewscreens*). Teria, contudo, o inconveniente de dar menos hipóteses a cada aluno de realmente jogar, podendo fazer com que alunos menos confiantes acabassem por se apoiar num colega, não chegando efectivamente a pensar nas situações colocadas pelo jogo.

A divisão da turma em grupos não impede que se determine quem é o melhor jogador da turma (um aspecto muito do agrado de algumas turmas, mas que também pode ser delicado para alguns alunos), uma vez que é sempre possível ir fazendo um registo colectivo das pontuações alcançadas por cada um.

A pontuação é outro dos aspectos que é conveniente ponderar, ao optarmos por uma realização colectiva do jogo nos moldes aqui referidos. Ora como cada aluno apenas tem direito a fazer uma tentativa e como a pontuação obtida quando se acerta depende do número de tentativas efectuado, um aluno que jogue a seguir a outro que erre com alguma frequência só raramente obterá a pontuação máxima. Este aspecto pode assim ser sentido por certos alunos como potencialmente injusto. Como tal, poderá ponderar-se a possibilidade de, ao jogar em grupo, atribuir sempre a pontuação máxima a quem acertar, independentemente do valor exibido pela calculadora.

Dizer a resposta fora da sua vez de jogar parece ser uma tentação quase irresistível. Este comportamento não é obviamente o mais desejável, uma vez que tem o grande inconveniente de impedir alguns alunos, menos confiantes nas suas capacidades, de pensar numa resposta. Como forma de o tentar evitar pode ser estabelecida uma penalização que incentive esses alunos a controlarem os seus impulsos, por exemplo, fazê-los ficar uma vez sem jogar.

A exploração do jogo pode ser concluída pedindo aos alunos que, em pequenos grupos e se necessário voltando a jogar, elaborem um pequeno texto explicando qual a melhor forma de proceder para ganhar o jogo. Este relato poderá depois servir de base a uma discussão em grande grupo que permita concluir o estudo desta família de funções.

Alguns casos interessantes

Este jogo pode por vezes surpreender-nos, ao apresentar algumas situações em que, pelo menos à primeira vista, não temos qualquer hipótese de conseguir descobrir o valor dos parâmetros que a máquina utilizou. Todavia, se tivermos presente que os parâmetros escolhidos pela calculadora são sempre números inteiros entre –10 e 10 (inclusive) e que os gráficos são sempre apresentados utilizando uma janela da visualização com x e y entre –10 e 10, já podemos elaborar algumas conjecturas... e reduzir consideravelmente os casos possíveis.

Por exemplo, se estivermos a jogar no nível 1, o gráfico da figura 1 pode corresponder à função $0.|x|$, não sendo visualizada qualquer parte do gráfico por este se encontrar sobre o eixo dos xx; mas também pode corresponder à função $10 + |x|$, sendo neste caso impossível observar o gráfico por ele se encontrar fora da janela de visualização. Contudo, se estivermos a jogar no nível 2, esta mesma figura pode corresponder ao gráfico da função $-10 - |x|$, sendo esta outra das situações em que o gráfico fica fora da janela de visualização utilizada.

A figura 2 ilustra outro caso interessante. Nesta situação o gráfico é perfeitamente visível, mas tem um aspecto um pouco diferente do que provavelmente esperávamos: é uma recta. Trata-se evidentemente de uma função da família $a + 0\,.|x + c|$. Repare-se, no entanto, que o gráfico disponibiliza informação relativamente aos valores dos parâmetros a e b, mas não nos dá qualquer pista relativamente ao valor do parâmetro c. Neste caso a única hipótese é mesmo... um bom palpite!

É evidente que, ao programar a calculadora, podia ter optado por excluir casos como os aqui referidos, contudo, estes parecem-me demasiado interessantes para serem simplesmente excluídos. Claro que os alunos terão dificuldade em analisá-los se estes surgirem numa fase em que ainda têm pouco domínio sobre o jogo, mas podemos sempre optar por adiar essa análise para um momento final de discussão sobre o jogo.

A reacção dos alunos

Os alunos, em geral, acolhem este jogo com entusiasmo, vendo-o claramente como uma diversão e uma quebra no trabalho normal da aula. O nível 1 é por norma o escolhido para começar a jogar, o que evidentemente não evita que as primeiras tentativas de resposta sejam feitas ao acaso. Esta situação faz com que, por vezes, alguns alunos exteriorizem uma certa relutância em jogar. Ainda assim, esta fase é rapidamente ultrapassada, pois depressa começam a perceber a relação entre o número que introduzem e o gráfico que observam. Antes de se tornarem exímios neste nível, todos parecem passar por uma fase intermédia, em que, embora tendo dificuldade em indicar de imediato o valor correcto, não têm problemas em o descobrir após duas ou três tentativas.

O nível 2 tende a ser considerado mais complicado, mas a confiança alcançada durante as jogadas efectuadas no nível 1 e o facto de uma resposta certa permitir alcançar o dobro

(continua na pág. 37)

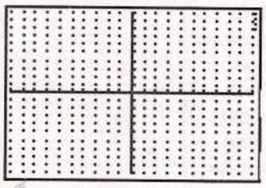


Figura 1.

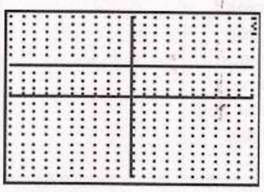


Figura 2.

Uma equação difícil

No passado dia 28 de Novembro, o Conselho Nacional de Educação organizou um seminário sobre "O ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", onde estiveram em foco questões tão diversas como a formação inicial e contínua de professores de Matemática, contratação, programas e metodologias de ensino. A propósito deste seminário, o Jornal de Letras publicou um suplemento "O ensino da Matemática: Situações e perspectivas. Uma equação difícil". Neste suplemento são confrontadas as posições de Jorge Buescu, e de João Pedro da Ponte (*). Correndo o risco de simplificar as suas ideias, pensámos ser interessante reproduzir aqui algumas das suas opiniões, sobre aspectos que ambos consideraram críticos, e reflectir sobre elas. Convidamos o leitor a fazer o mesmo...

Jorge Buescu	Aspectos problemáticos	João Pedro da Ponte
Programas vagos, pouco objectivos, não normativos, conceptualmente muito pobres, ênfase enorme e errada no papel das calculadoras.	Programas/ Currículo/ Tecnologia	Tradição pobre de desenvolvimento curricular; insuficiente concretização das orientações dos programas, carácter difuso das finalidades do ensino da Matemática e das expectativas de desempenho dos alunos.
Enormes carências científicas, os professores que entram para o sistema educativo não são necessariamente os melhores.	Formação	Por vezes a preparação matemática [dos professores] é muito fraca e a Didáctica da Matemática corresponde mais às orientações dos anos 50 e 60 do que à época actual.
Uma questão importante são os exames [...] por exemplo no Reino Unido há exames nacionais em vários estádios chave (7/8, 11/12 e 14/15 anos) que funcionam como uma validação externa da progressão dos alunos mas também das próprias escolas, para identificar e corrigir problemas e, por outro lado, são uma forma de assegurar que todos aprendem nas mesmas alturas.	Exames/ selecção	O papel da Matemática como instrumento de selecção dos alunos, em especial para o ensino superior é um factor de insucesso. Trata-se de um instrumento cego baseado num programa único, subordinado à lógica da Matemática Pura às necessidades dos cursos de ciências e tecnologia.

As perspectivas ou propostas de solução do problema passam por:

Para Jorge Buescu, "se conseguíssemos ter as melhores escolas a formar professores, ter os melhores professores a ingressar no sistema educativo, a ensinar os melhores programas com os melhores livros e ter os alunos a estudar mais, tenho a certeza que 90 por cento dos problemas da Matemática em Portugal desapareciam. [...] a única maneira de garantir que o sistema funciona é avaliando o desempenho das escolas, dos candidatos a professores, das reformas curriculares, dos manuais e dos alunos. A solução passa necessariamente por uma opção política que faça uma avaliação com consequências de todos estes aspectos".

Para João Pedro da Ponte, "a Matemática tem por grande finalidade contribuir para o desenvolvimento dos indivíduos, capacitando-os para uma plena participação na vida social, incluindo o exercício da cidadania. Para que isso aconteça, os alunos devem ter uma experiência matemática genuína, lidando com situações matematicamente ricas e usando conceitos matemáticos na interpretação e modelação da

A MATEMÁTICA É ESTRUTURANTE PARA A APRENDIZAGEM DOS CURRÍCULOS ESCOLARES E PARA A COMPREENSÃO DA CULTURA CIENTÍFICA PRODUZIDA PELO MUNDO CONTEMPORÂNEO

realidade [...] Um programa de combate ao insucesso em Matemática tem de clarificar as finalidades do ensino da Matemática, definir expectativas claras e positivas para os alunos, diversificar os programas no ensino secundário, reduzir o papel que a Matemática tem como instrumento de selecção e promover uma nova cultura profissional [assente numa prática colaborativa] entre os professores."

Apesar de identificarmos um conjunto de pontos críticos sobre temas comuns são enormes os contrastes entre as posições/soluções que defendem.

Jorge Buescu critica os programas pela sua pouca objectividade e pelo seu carácter não normativo e afirma até a vantagem dos exames como instrumento que assegura que todos aprendem as mesmas coisas nas mesma alturas. Mas será possível que isso aconteça? Será desejável? E mesmo que fosse possível seria a existência de exames garantia de aprendizagem? Avaliar é importante, mas como? e para quê?

Parte da argumentação de Jorge Buescu, ao longo da entrevista publicada, deriva da análise dos resultados de uma prova de aferição realizada este ano no I.S.T., deles podemos fazer leituras do que os alunos responderam ou não responderam – podemos levantar questões, formular hipóteses mas poderemos deduzir conclusões para o sistema de ensino?

João Pedro da Ponte fala, por exemplo, do papel da Matemática como instrumento de selecção dos alunos, em especial para o ensino superior. Estará suficientemente avaliado o efeito que tem tido sobre a aprendizagem este papel selectivo da Matemática no acesso? Será possível perceber esse efeito? Entre outras medidas defende a diversificação de programas no ensino secundário. Que vantagens poderá trazer? E que problemas?

Afinal será possível encontrar um consenso mínimo sobre que Matemática devem os alunos do ensino básico e secundário aprender e porquê? Estaremos todos dispostos a tentar perceber no terreno as dificuldades reais que existem para propor soluções?

Vamos no próximo ano 2003/2004 iniciar novos programas de Matemática no ensino secundário que curiosamente fazem parte de uma reforma a entrar em vigor em 2004/2005. Será uma boa estratégia para iniciar a resolução desta difícil equação?

(*) Jorge Buescu professor de Álgebra e Análise no Instituto Superior Técnico; João Pedro da Ponte professor do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa, especialista em Didáctica da Matemática

Adelina Precatado
Lina Brunheira

(continuação da pág. 35)

da pontuação, parecem constituir incentivo suficiente.

O entusiasmo que o jogo despertou junto dos alunos que o experimentaram é aliás visível nos comentários que estes fizeram mais tarde, ao expressarem a sua opinião sobre esta aula, em resposta a uma das questões de um pequeno questionário:

"Quero + + +"

"Foi uma aula divertida em que a competição que existe entre os alunos desta turma se tornou numa disputa saudável."

"Acho que foi a melhor, pois até eu acertei em alguns jogos."

"Um dos raros momentos em que consegui aprender Matemática e divertir-me ao mesmo tempo."

Conclusão

O recurso à programação e, em particular, à elaboração e exploração de jogos para a calculadora gráfica, pode ser uma forma agradável de auxiliar os nossos alunos a desenvolver uma verdadeira compreensão sobre alguns aspectos da Matemática e, nomeadamente, sobre as principais características de algumas famílias de funções.

Depois de terem experimentado este jogo, alguns alunos interessaram-se por conhecer outras famílias de funções. Alteraram então a expressão da função no programa e passaram a desafiar os seus colegas e amigos a jogar... e, claro, também a sua professora de Matemática! Destes desafios surgiram por vezes conclusões, mas também discussões, que frequentemente acabavam por integrar a aula de Matemática. Pode pois dizer-se que este tipo de jogos pode perfeitamente ser uma fonte para futuras investigações, bem como uma forma de desenvolver uma atitude positiva em relação à disciplina. Afinal, porque é que os momentos em que nos divertimos enquanto aprendemos Matemática têm que ser raros (como afirmou um dos alunos)?

Bibliografia

Abrantes, P. et al. (1998). *Matemática 2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática.* Lisboa: APM e IIE.

Cannone, G. e Socas, M. (1999). Jogos educativos ADI e ADIBÚ no ensino e aprendizagem da matemática em educação primária. In Vale, I. e Portela J. (Eds.), *Investigação em educação matemática – Actas do IX SIEM*, pp. 165–190. Lisboa: APM.

Gernes, D. (1999). The rules of the game. *Mathematics Teacher*, 92(5), pp. 424–426.

Graham, A. et al. (1986). *Calculators in the secondary school.* Centre for Mathematics Education. Cambridge University Press.

Kirkby, D. (1992). *Games in the teaching of Mathematics.* Cambridge University Press.

Kissane, B. (1994a). Sophisticated calculators: mathematics for a new age. In T. Andrews, B. Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom*, pp. 17–26. Adelaide: AAMT.

Kissane, B. (1994b). The programmable calculator: a neglected resource?. In T. Andrews, B. Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom*, pp. 133–144. Adelaide: AAMT.

Helena Rocha
Univ. Nova de Lisboa

José Paulo Viana

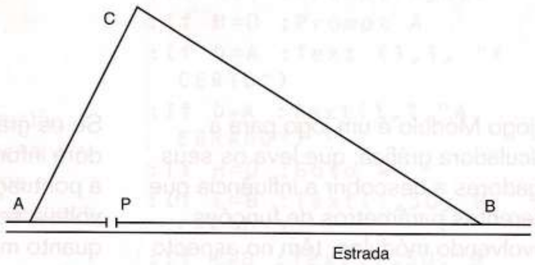
O problema deste número

Um terreno por herança

Dois irmãos receberam de herança um terreno com um dos lados encostado a uma estrada. O terreno tem a forma de um triângulo irregular. Para aceder da estrada ao terreno existe um portão P, mais perto de um dos vértices que do outro.

Os irmãos querem dividir o terreno em duas partes com a mesma área e um deles sugeriu que o melhor era construir, a partir do portão, um caminho em linha recta.

Como irão eles traçar esse caminho?



(Respostas até 28 de Abril)

As quatro operações

O problema correspondente ao número 69 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Ao sair da aula, a Sónia e a Sílvia estavam todas contentes por terem aprendido as quatro operações. Resolveram logo treinar. Cada uma contou quantos lápis tinha e depois somaram os dois números, subtraíram o menor ao maior, multiplicaram-nos e dividiram o maior pelo menor.

No fim, somaram os quatro resultados e obtiveram 363.

Quantos lápis tinha cada uma delas?

Tivemos 21 respostas:

Alice Martins (Torres Novas), António Pinto Leite (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Conceição Martinho (Guarda), Domingos Rijo (Castelo Branco), Edgar Martins, Eva Morais (Vila Real), Graça Braga da Cruz, Graça Lopes (Campia) & Armando Fernandes (Esgueira), Helder Martins (Lisboa), Helena Cunha (Viseu), Isabel Viana (Porto), João Maria Oliveira (Cartaxo), Jorge Barata e Rosalina Santos (Alcains), Julieta Flores (Braga), Luís Lopo (Montijo), Luisa Andrade (Angra do Heroísmo), Paula Mendes (Ovar), Pedrosa Santos (Queluz), Vanderlei Monteiro (Chaves) e um grupo de 8 alunos do Colégio Valsassina (Lisboa): Ana Rita Messias, Ana Silvestre, Bernardo Chaves, Joana Almeida, Lara Batista, Martim Sanches, Marcos Infante e Miguel Leal.

Apareceram, como de costume, vários processos de resolução. Quase todos seguiram uma resolução analítica, embora houvesse quem tivesse usado simplesmente uma folha de cálculo para analisar todos os casos possíveis e assim chegar à solução.

Das resoluções analíticas, umas mais complicadas que outras, a mais simples foi a escolhida pela maioria dos leitores. Eis como Jorge Barata e Rosalina Santos chegaram à resposta:

Sejam:

x – número de lápis de uma aluna

y – número de lápis da outra aluna.

Segundo o enunciado:

$$x + y + x - y + xy + \frac{x}{y} = 363$$

$$2x + xy + \frac{x}{y} = 363$$

$$x\left(2 + y + \frac{1}{y}\right) = 363$$

$$\frac{x}{y}(2y + y^2 + 1) = 363$$

No primeiro membro temos, entre parênteses, um caso notável. Logo, fica:

$$\frac{x}{y}(y+1)^2 = 363$$

Decompondo 363 num produto de factores primos:

$$\frac{x}{y}(y+1)^2 = 3 \times 11^2$$

Logo:

$$\frac{x}{y} = 3 \quad e \quad y + 1 = 11$$

e portanto

$$x = 30 \quad e \quad y = 10$$

Uma das meninas tinha 30 lápis e a outra 10.

Módulo

O jogo Módulo é um jogo para a calculadora gráfica, que leva os seus jogadores a descobrir a influência que diferentes parâmetros de funções envolvendo módulos, têm no aspecto do respectivo gráfico. A versão que aqui se apresenta foi elaborada para a calculadora TI-83 da *Texas Instruments*, no entanto, esta pode evidentemente ser adaptada, por forma a adequar-se a outros modelos de calculadoras.

Algumas das possíveis utilizações deste jogo, em contexto de sala de aula, são analisadas no artigo *Calculadoras gráficas, programação e jogos*, que se publica neste número da revista.

Nº de jogadores: 1

Material necessário: uma calculadora gráfica e o programa MODULO

Preparação: Antes de começar a jogar é obviamente necessário introduzir o jogo na calculadora gráfica. Tal pode ser feito criando um programa novo e digitando em seguida todos os comandos que constituem o programa. Uma vez introduzido o programa numa máquina, este poderá ser transferido para outras, utilizando o cabo de ligação entre calculadoras (nos modelos em que esta potencialidade esteja disponível).

Modo de jogar

O jogador começa por executar o programa e por decidir em qual dos dois níveis existentes quer jogar.

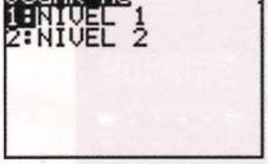
No nível 1 é apresentado o gráfico de uma função do tipo $a+|x|$, $a.|x|$ ou $|x+a|$, sendo pedido o valor atribuído aleatoriamente pela máquina ao parâmetro a. Uma vez introduzido *um palpite* para este valor, a calculadora volta a apresentar o gráfico inicial, a que sobrepõe outro gráfico, elaborado com o número indicado pelo jogador.

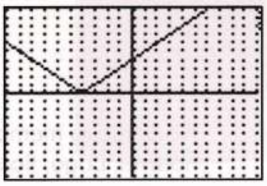
Se os gráficos coincidirem a calculadora informa que se acertou e mostra a pontuação alcançada. Se se errou, volta a ser pedido um *palpite* ... e quanto mais vezes se errar, menor será a pontuação quando se conseguir descobrir o valor correcto.

No nível 2 o jogo é semelhante, mas as funções em causa são do tipo $a+b.|x+c|$, sendo agora pedidos os valores dos parâmetros a, b e c.

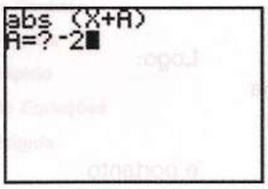
Exemplo de possíveis jogadas

Vejamos um exemplo de um possível jogo.

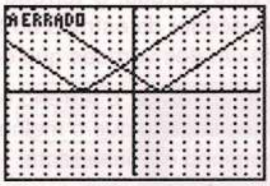




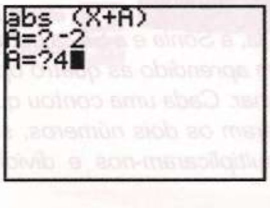
O jogador opta pelo nível 1 e a calculadora apresenta-lhe o gráfico de uma função.



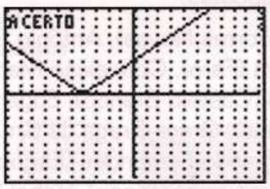
A calculadora informa que se trata de uma função da família $|x+a|$ e pede que seja introduzido o valor utilizado no parâmetro a. O jogador introduz o número -2.



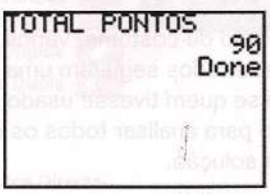
A calculadora volta a apresentar o gráfico inicial, sobrepondo-lhe o gráfico da função dessa família em que a=-2. Indica ainda que a resposta não está correcta.



É dada ao jogador a possibilidade de tentar de novo e este opta por introduzir o número 4.



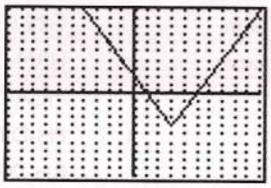
Uma vez mais a calculadora mostra o gráfico inicial sobrepondo-lhe o gráfico da função da família escolhida pelo jogador, $|x+4|$. Os gráficos coincidem, pelo que o valor indicado está correcto.

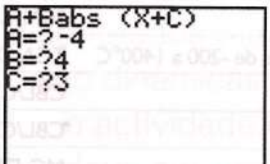


O jogo termina e é apresentada a pontuação alcançada. Como houve uma tentativa falhada, dos 100 pontos possíveis apenas foram obtidos 90.

No nível 2 o jogo é semelhante só que, em vez de apenas ser pedido um parâmetro, agora são pedidos os três parâmetros de uma função da família $a+b.|x+c|$.

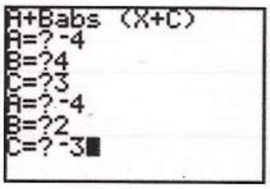
Vejamos também o exemplo de um jogo neste nível.

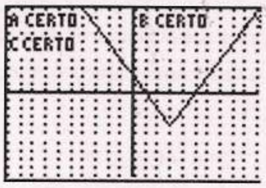




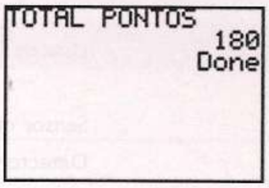
O jogador opta pelo nível 2, observa o gráfico de uma função e procura indicar valores para os três parâmetros a, b e c.

A calculadora apresenta o gráfico inicial com o gráfico da função proposta pelo jogador sobreposto. São indicados quais os parâmetros cujo valor está correcto e quais não estão.





Como nem todos os valores estão correctos são pedidos mais uma vez os valores dos três parâmetros e apresentados em seguida os respectivos gráficos.



Uma vez encontrados todos os valores é apresentada a pontuação, que neste nível é o dobro da do nível anterior.

Programa MODULO

```
:AxesOn :PlotsOff
:Func :FnOff
:ClrHome :GridOn
:110->P :1->H
:randInt(-10,10)->D
:Menu("JOGAR NO", "NIVEL
  1", 1, "NIVEL 2", 2)
:Lbl 1 :0->H
:randInt(0,8)->I
:If I<3 :Then
:"D+abs(X"->Y1
:Disp"A + abs(X)"
:"A+abs(X"->Y2
:Else
:If I<6 :Then
:"D abs(X"->Y1
:Disp"A abs(X)"
:"A abs(X"->Y2
:Else
:"abs(X+D)"->Y1
:Disp"abs(X+A)"
:"abs(X+A)"->Y2
:End :End
:FnOff 2
:Zstandard :FnOn 2
:Goto 3 :Lbl 2
:randInt(-10,10)->E
:randInt(-10,10)->F
:"D+E abs(X+F)"->Y1
:DispGraph
:"A+B abs(X+C)"->Y2
:Disp"A + B abs(X+C)"
:Lbl 3 :P-10->P
:If H=1 :Prompt A,B,C
:If H=0 :Prompt A
:If D=A :Text (1,1, "A
  CERTO")
:If D≠A :Text(1,1,"A
  ERRADO")
:If H=0 :Goto 4
:If E=B :Text(1,50,"B
  CERTO")
:If E≠B :Text(1,50,"B
  ERRADO")
:If F=C :Text(10,1,"C
  CERTO")
:If F≠C :Text(10,1,"C
  ERRADO")
:Lbl 4 :DispGraph :Pause
:If ((D=A and E=B and
  F=C) or (D=A and H=0))
:Then :ClrHome
:Disp"TOTAL PONTOS",
  P+100H
:Stop :End :Goto 3
```

Helena Rocha
Univ. Nova de Lisboa

Programa de Empréstimo

TEXAS INSTRUMENTS

education.ti.com/portugal

A Texas Instruments disponibiliza empréstimos de calculadoras e acessórios aos professores de matemática e ciências. Os empréstimos terão uma duração máxima de duas semanas, estão sujeitos à disponibilidade do material e tem como objectivo principal a realização de acções de formação e workshops.

Os seguintes **produtos** estão **disponíveis**:

- TI-83 Plus
- TI-89
- TI-92 Plus
- Voyage 200™
- Calculator-Based Laboratory™ (CBL™) System
- CBL 2™
- Calculator-Based Ranger™ (CBR™) System
- Cabri Geometry II™
- TI Presenter™

Poderá pedir sensores para a sua acção com o CBL. Pode pedir posters, transparências e literatura para distribuir aos participantes durante a sua acção.

Lista de Sensores	Ref #	Lista de Sensores	Ref #
Acelerómetro até 25g	ACC-DIN	Sensor de pressão de 0 a 2.1 atm	GPS-BTA
Acelerómetro de 3 eixos	3D-BTA	Detector de batimentos cardíacos	HRM-DIN
Barómetro	BAR-DIN	Microfone	MCA-CBL
Colorímetro	COL-DIN	Sensor de PH	PH-DIN
Conductividade	CON-DIN	Sensor de humidade relativa	RH-DIN
2 amperímetros e 2 voltímetros	CV-DIN	Monitor de radiações	SRM-DG
Temperatura	DCT-DIN	Termopar tipo K-temperaturas de -200 a 1400°C	TCA-DIN
Sensor de força de duplo alcançe	DFS-DIN	Sensor de luminosidade TI	CBL/CA/C
Sensor de electrocardiograma	EKG-DIN	Sensor de voltagem TI	CBL/CA/G
Monitor de batimentos cardíacos para exercício	EHR-DIN	Sensor de campo magnético	MG-DIN
Sensor de fluxo da água	FLO-CBL	Detector de movimento por ultrasons	MD-CBL

USUFRUIR DOS NOSSOS EMPRÉSTIMOS É GRÁTIS E FÁCIL!

As calculadoras e o ViewScreen™ (caso seja pedido), serão entregues pela nossa transportadora em mala própria, um dia ou dois antes do começo da sua acção. No fim, apenas terá de arrumar as calculadoras na mala, colar a etiqueta fornecida e telefonar para o serviço de entregas para fazer o levantamento.

Não se esqueça de nos contactar pelo menos com um MÊS DE ANTECEDÊNCIA.

CARTA: CSC (Centro de Suporte ao Cliente) C/o Sitel Belgium Woluwelaan 158–1831 Diegem — Bélgica

TELEFONE: 800 832 627 (número gratuito) | **FAX:** 21 424 51 30 | **E-MAIL:** ti-loan@ti.com | **INTERNET:** http://education.ti.com/portugal/apoio/pemprestimo/

Se quiser fazer o pedido por fax ou carta, por favor preencha o formulário seguinte:

Nome: ____________________ Escola e cursos ensinados: ____________________

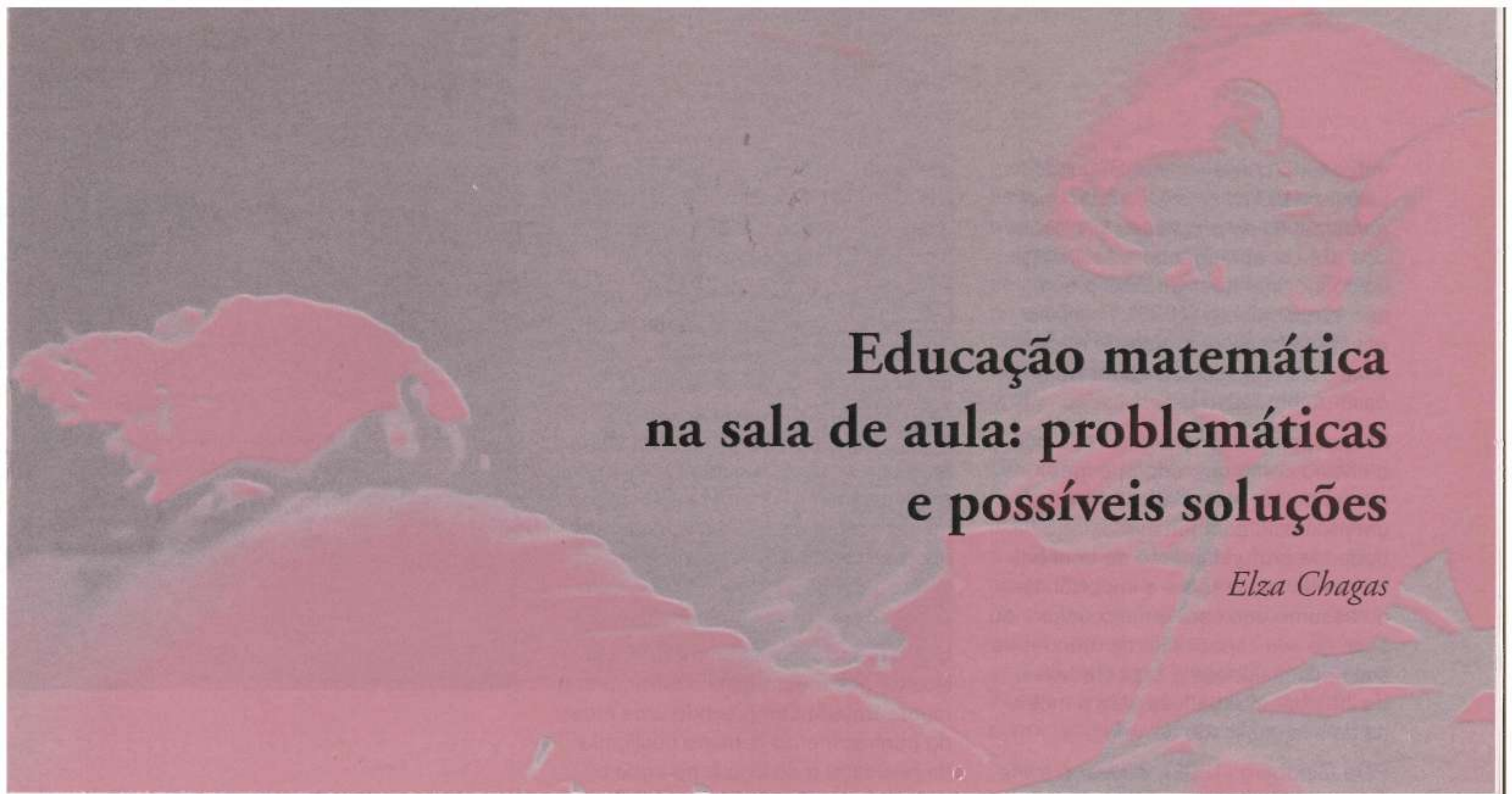
Data do início da formação: ____________________ Data do fim da formação: ____________________

Telefone (escola): ____________________ Telefone (casa): ____________________

Morada: ____________________ Fax: ____________________

E-mail: ____________________

Produtos Necessários	Quantidade	C/ Viewscreen (Sim ou Não)



Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções

Elza Chagas

As relações entre professor de matemática, aluno e conteúdos matemáticos são dinâmicas; por isso, a actividade de ensino deve ser um processo coordenado de acções docentes, em que o professor deverá organizar, com o máximo de cuidado possível, suas aulas, levando em conta sempre as reais necessidades dos seus alunos nos diversos tipos de ambientes onde estão inseridos.

Introdução

Actualmente, encontramos, dentro da educação matemática, resultados insatisfatórios obtidos na docência desta disciplina nos diversos níveis de ensino, ou seja, desde a pré-escola até a universidade.

São muitas as causas que contribuem para este lastimoso quadro. Abaixo, cito algumas delas:

- inadequação do ensino de matemática em relação ao conteúdo, à metodologia de trabalho e ao ambiente em que se encontra inserido o aluno em questão;
- "má" formação de professores, ou seja, falta de capacitação docente;
- programas de matemática não flexíveis e muitas vezes baseados em modelos de outros países e, conseqüentemente, são modelos que muitas vezes não representam a realidade sócio-económica do país;
- falta de compreensão e domínio dos pré-requisitos fundamentais que ajudariam este estudante a obter um bom desenvolvimento nas aulas de matemática;
- desvalorização sócio-económica dos professores.

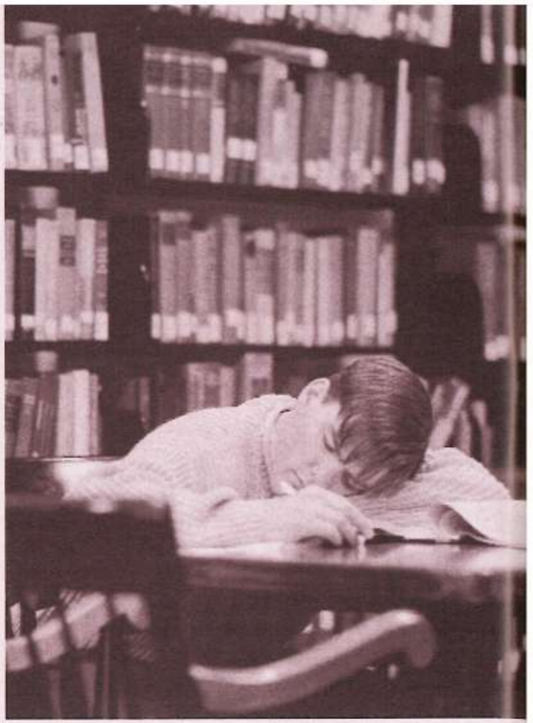
Acredito que o último item acima citado tem influenciado os aspectos negativos que permeiam o trabalho docente como um todo. Tal influência é exercida pois a educação por si só pressupõe que seja como um fenômeno social, isto é, ela é parte integrante das relações sociais, económicas, políticas e culturais da sociedade. Entretanto, os aspectos relacionados com a valorização do professor em termos financeiros não é objecto de estudo deste texto. Aqui, pretendo fazer uma análise dos aspectos puramente educacionais que norteiam o fracasso educacional, mais especificamente o fracasso da educação matemática.

Sendo assim, o principal objectivo deste trabalho é levantar esta problemática tão presente em nossas instituições de ensino e, ao mesmo tempo, iniciar um estudo mostrando caminhos que possibilitem que o aprendiz, através de seu mestre, integre as informações fornecidas por seus professores, pelos livros ou até mesmo pela Internet, incorporando-os, após breve análise, à sua estrutura cognitiva.

Entendo que só conseguiremos isto através de trabalhos que enfatizem a experimentação, a pesquisa e a descoberta, em vez da rotina e da memorização.

O ensino da matemática — alguns problemas

Antes de apontarmos alguns problemas sobre o ensino da matemática que ocorrem frequentemente em nossas escolas, devemos primeiro



entender o que é ensino. Segundo Libâneo (1991), *o ensino é um meio fundamental do progresso intelectual dos alunos*, abrangendo a assimilação de conhecimentos. Citando o que escreve Goldberg (1998), *o ensino resume a instrumentalização necessária à transmissão do conhecimento, base do processo de educação.*

Muitas pesquisas têm mostrado que o ensino como um todo e, especialmente, da matemática, deve ser um processo compartilhado, logo depende profundamente do conhecimento do aluno sobre a importância do assunto que está em discussão, ou seja, de sua capacidade de atender as suas necessidades e expectativas e de lhe abrir alternativas para a melhoria da sua qualidade de vida.

Para Goldberg (1998), *educar é transformar; é despertar aptidões e orientá-las para o melhor uso dentro da sociedade em que vive o educando*; é desenvolver estruturas cognitivas que permitam ao indivíduo não somente ler e compreender o mundo em que vive, mas actuar e, se possível, gerar progresso na sociedade como um todo.

No entanto, sabemos que o processo de educar, como conceituado anteriormente, não se aplica na maioria das nossas escolas brasileiras, principalmente nos aspectos que se referem à educação matemática. Como resultado imediato, verificamos o fracasso do ensino da matemática em muitas instituições educacionais.

Para Rodriguez (1994), ao longo dos anos, a causa deste fracasso tem sido atribuída aos alunos, o que levou os professores a procurarem diversas estratégias e alternativas metodológicas que motivassem e facilitassem a compreensão dos conteúdos. No entanto, esta procura tem provocado a conscientização da influência de uma base teórica para fundamentar a prática, pois ainda observamos professores de matemática com posturas e rigores científicos, supervalorizando a memorização de conceitos e, principalmente, o domínio de classe.

Não é raro encontrarmos, dentro do trabalho cotidiano das escolas, professores de matemática ensinando esta disciplina de forma *rotineira*, onde os conteúdos trabalhados são aqueles presentes no livro didáctico adoptado e o método de ensino se restringe a aulas expositivas e a exercícios de fixação ou de aprendizagem.

Essa postura do professor faz com que os educandos entendam o processo de estudo como sendo mera memorização, desestimulando, com isso, actividades mais elaboradas que envolvam raciocínio. Além disso, estes mesmos estudantes tornam-se excessivamente dependentes do professor e do livro didáctico, uma vez que seu principal objectivo dentro da instituição educacional é obter nota suficiente para serem aprovados.

Outro grande problema refere-se ao fato de que a matemática é frequentemente tratada como sendo uma área do conhecimento humano desligada da realidade e do cotidiano onde o indivíduo encontra-se inserido. Sendo assim, é comum ouvirmos nossos alunos perguntarem: *Para que serve isso? Onde vou utilizar aquilo?* Em muitos casos, tais perguntas não chegam sequer a ser respondidas. Com isso, teremos mais dúvidas, mais conflitos e mais fracassos estudantis.

Por outro lado, se nos dirigirmos a certas escolas e observarmos alguns professores de matemática entrarem na sala de aula, verificamos que eles colocam-se imediatamente à frente da turma diante do quadro-negro. Parecem encontrar, neste local, seu ponto de apoio e de referência com relação à turma. Assim, estes professores passam a dissertar sobre seus conteúdos, propõem questões, formalizam algumas perguntas à classe e, seguros, podem até efectuar algumas demonstrações, exposições, correcções, etc. A postura destes professores pode ser classificada, sem sombra de dúvidas, como uma postura ou metodologia tradicional.

Nas escolas onde professores de matemática trabalham com o ensino tradicional, podemos observar que o processo ensino-aprendizagem dos alunos torna-se mera transmissão da matéria, ou seja, o professor *transmite* e os alunos *recebem*. Esta actividade de transmissão e recepção vem acompanhada da realização repetitiva e puramente mecanizada de exercícios, acarretando, por parte do aluno, futuras memorizações de como estes exercícios foram inicialmente desenvolvidos.

De forma mais abrangente, o professor reproduz a matéria para a classe e, por sua vez, os alunos respondem ao *questionário* do professor. E a prova? Ah, cabe agora os alunos decorarem tudo o que foi dito, feito e esquematizado pelo professor. Este, então, se esquece de que cada educando é um ser humano e como tal possui capacidades natas, como pensar.

Mas há aqueles alunos que ainda tentam apresentar suas próprias soluções de forma a solucionar os problemas propostos pelo seu professor. Entretanto, tais considerações ou são ignoradas ou quando não, são consideradas pelo professor como não sendo adequadas. Nesse momento, o professor então apresenta o *modo correto* de resolver o problema e os alunos, por sua vez, esquecem suas sugestões; apagam suas anotações e copiam o *modo correto* fornecido pelo professor.

Neste tipo de contexto, a ênfase na disciplina de matemática é dada ao *é assim que se faz* ao invés de *pense um pouco sobre isso* ou *que relação poderá existir entre este problema e os conhecimentos que você possui, que já foram anteriormente adquiridos por você?*

Diante destes fatos, podemos concluir que muitas vezes a actividade mental de nossos alunos é subestimada, privando-os de desenvolverem suas potencialidades cognitivas, suas capacidades e habilidades. Devemos estar cientes de que o ensino da matemática deve ser algo mais do que mera transmissão da matéria, deve ser algo mais do que mera cópia dos exercícios resolvidos pelo professor no quadro-negro, deve ser algo mais do que mera memorização.

Outro factor presente em nossas escolas que afecta o aprendizado de matemática se refere ao fato de que muitos professores possuem excessiva preocupação em apenas *vencer* o conteúdo a qualquer custo. Para estes professores, o importante é a matéria que se encontra no livro didáctico que foi adoptado no início do ano lectivo. De forma alguma estou negligenciando aqui a importância do livro. Apenas acredito que ele deva ser usado pelo professor de matemática como recurso auxiliar. Por essa razão, é fundamental que o docente domine muito bem a disciplina que está ministrando, além, é claro, de possuir forte discernimento para saber seleccionar o que realmente é básico e indispensável para o desenvolvimento da capacidade de pensar dos alunos.

Outro problema grave que pode ocorrer em salas de aulas é o fato de que o ensino somente transmitido não toma muitas vezes o cuidado de verificar se realmente os alunos encontram-se preparados para enfrentar assuntos novos a serem transmitidos pelo professor. Nestes casos, o acúmulo de dúvidas por parte dos alunos é quase que inevitável. Este problema, por um lado, também deve ao fato do professor utilizar a metodologia tradicional de ensino.

Talvez, dos problemas mais corriqueiros que o professor enfrenta em sala de aula, o mais difícil de solucionar seja o da falta de motivação dos alunos. Consequentemente, este problema produz atitudes de resistência àquilo que está sendo ensinado. E assim, diante de perguntas tais como: *Eu preciso estudar isto para a prova?*, *Isto é importante?*, o professor tende a desistir de melhorar sua actuação e então passa a racionalizar, e o seu discurso passa a ser: *Os estudantes não estão interessados em minhas aulas porque lhes faltam pré-requisitos necessários à compreensão da minha matéria.*

Agravando mais ainda a situação, alguns professores utilizam o método de distribuir recompensas, na tentativa de motivar esses alunos a *participarem* de suas aulas. Podemos observar que o que está acontecendo aqui é a antológica frase *Eu finjo que ensino e vocês fingem que aprendem.* Mas e se as recompensas não funcionarem? Bem, o professor passa a utilizar um outro método para conseguir a atenção dos alunos, ou seja, o professor passa a fazer ameaças — implícitas ou explícitas —. Mas e se isso também não funcionar? Pode-se recorrer para o último estágio — a punição. Resultado, mais rebeldia, insatisfação, apatia com relação ao professor e a disciplina de matemática.

Como resultado deste emaranhado de problemas, encontramos de um lado alunos desinteressados, considerando a matemática como um processo de aprendizagem árdua, mas necessária para a tão sonhada aprovação, e por outro, professores desgostosos de seus alunos pois, segundo eles, estes alunos não sabem nada do que foi supostamente *trabalhado* em sala de aula.

O ensino da matemática — algumas soluções

Os avanços teóricos têm comprovado que a aprendizagem não se dá pelo treino mecânico descontextualizado, ou pela exposição exaustiva do professor. Pelo contrário, a aprendizagem dos conceitos ocorre pela interacção dos alunos com o conhecimento.

É importante observarmos que o processo de ensino é constituído por diversas actividades que deverão ser organizadas pelo professor, visando a assimilação, por parte dos alunos, de conhecimentos, habilidades e hábitos, do desenvolvimento de suas capacidades intelectuais, objectivando sempre o domínio dos conhecimentos e habilidades e suas diversas aplicações.

O fundamental dentro do processo ensino-aprendizagem é a alteração de *como ensinar* para *como os alunos aprendem e o que faço para favorecer este aprendizado.* Para isso, devemos entender que os conteúdos direccionam o processo ensino-aprendizagem onde priorizam-se a construção individual e a colectiva. Com isso, oportunizamos situações em que os educandos interagem com o objecto de conhecimento e estabelecem suas hipóteses para que estas sejam, posteriormente, confirmadas ou reformuladas.

Entendo que o primeiro passo a ser dado é a ruptura da educação matemática com o modelo tradicional, optando-se por um contexto mais construtivista, onde os alunos devem analisar um determinado problema para que, só então, passem a compreendê-lo. É importante aqui que o professor ofereça espaço para discussões e interaja continuamente com seus alunos.

Além disso, o professor deve se dar conta que para um bom aprendizado de matemática é fundamental que o aluno se sinta interessado na resolução de um problema, qualquer que seja ele, despertando, assim, a sua curiosidade e a sua criatividade ao resolvê-lo.

Citando o que escreve Biaggi (2000), *não é possível preparar alunos capazes de solucionar problemas ensinando conceitos matemáticos desvinculados da realidade, ou que se mostrem sem significado para eles, esperando que saibam como utilizá-los no futuro.*

No que se refere às avaliações escolares, estas devem ser realizadas permanentemente pelos mestres, lembrando-se sempre que elas têm a função de qualificação do educando e não a de classificação. Teriam, pois, um papel de diagnóstico da aprendizagem e não de uma ferramenta que o professor possa utilizar para lembrar aos alunos quem detém o poder.

Por último, não podemos nos esquecer dos aspectos que regem a contínua formação de nossos professores, além, é claro da formação básica indispensável para a boa formação docente, pois a eles são atribuídas responsabilidades para com a sociedade dos homens e sua cultura.

Entendo por formação básica do professor aquela desenvolvida pelos cursos de licenciatura e não apenas pelas disciplinas pedagógicas, com o objectivo de preparar professores que actuarão no magistério de ensino fundamental e médio.

Entretanto, reconhecemos, hoje, a necessidade urgente de uma revisão nas licenciaturas, principalmente a que abrange o ensino de matemática. Assim sendo, as universidades devem intervir, de modo responsável e inequívoco, no quadro caótico em que se encontra o ensino de matemática, mas este assunto já produzirá, quem sabe, outro artigo.

Conclusão

As relações entre professor de matemática, aluno e conteúdos matemáticos são dinâmicas; por isso, a actividade de ensino deve ser um processo coordenado de acções docentes, em que o professor deverá organizar, com o máximo de cuidado possível, suas aulas, levando em conta sempre as reais necessidades dos seus alunos nos diversos tipos de ambientes onde estão inseridos.

Não podemos nos esquecer que o ensino de matemática tem carácter bilateral, pois combina a actividade do professor — ensinar — com a actividade do aluno — aprender.

Assim sendo, acredito que a matemática deveria ser ensinada de modo a ser um estímulo à capacidade de investigação lógica do educando, fazendo-o raciocinar. Neste contexto, a tarefa básica do professor seria o desenvolvimento da criatividade, apoiada não só na reflexão sobre os conhecimentos acumulados pela ciência em questão, mas também sobre suas aplicações às demais ciências, à tecnologia e ao progresso social. Quanto à escola, ela deve oferecer recursos materiais para tornar possível o trabalho docente.

Finalmente, o ensino da matemática deveria estar apoiado em experiências agradáveis, capazes de favorecer o desenvolvimento de atitudes positivas, que, por sua vez, conduzirão a uma melhor aprendizagem e ao gosto pela matemática.

Não se pretende, com este artigo, oferecer modelos inalterados de procedimento que os professores devam utilizar em suas salas de aula. O que se deseja é transmitir a confiança em tentar de novo, em arriscar, e, quem sabe, alterar esta realidade tão negativa em que a educação matemática se encontra.

Referências

Aquino, Júlio R. G.. *Relação professor-aluno: uma breve revisão crítica.* Didática. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, v. 30, p. 97-111. 1995.

Biaggi, Geraldo Vitória. *Uma nova forma de ensinar matemática para futuros administradores: uma experiência que vem dando certo.* Revista de Ciências da Educação. XXXX, v. xx, p. 103-113. 2000.

Goldberg, Marco César. *Educação e qualidade: repensando conceitos.* Revista brasileira de estudos pedagógicos. São Paulo, v. 79, p. 35-45, set./dez. 1998.

Lourenço, Marcos Luiz. *Por que ensinar matemática?* Didática. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, v. 28, p. 131-135. 1992.

Libâneo, José Carlos. *Didática.* São Paulo: Cortez, 1991.

Ribeiro, M.. *Etnomatemática: uma proposta.* //[on line].// <http://www.iis.com.br/~mribeiro/links.html>./ 1997.

Rodriguez, Rita de Cássia M. C.. *(Re)Construindo a matemática. Fazer pedagógico – construções e perspectivas.* Série Interinstitucional Universidade Educação Básica. Ijuí, p. 82-87. 1994.

Elza Chagas
Faculdades Integradas de Palmas
Paraná — Brasil

Concurso *Pedro Nunes, O Ser e o Saber*

No passado dia 13 de Janeiro decorreu no Museu de Marinha, em Lisboa, o encerramento do concurso *Pedro Nunes, o Ser e o Saber*.

A ideia do concurso surgiu do "ex" I.I.E., como forma de envolver alunos e professores no desenvolvimento pedagógico de projectos sobre a criação e desenvolvimentos científicos na obra de Pedro Nunes.

Na altura, alguns dos interlocutores do concurso propuseram que este fosse adiado e se realizasse em 2003. Não, porque não se considerasse pertinente este ser realizado em 2002, ano do 500º aniversário de Pedro Nunes, mas, essencialmente, pela escassez de material bibliográfico adequado, e o seu adiamento poderia dar tempo há elaboração de algum material.

É também esta lacuna que tem impedido muitos professores de trabalhar a História da Matemática na aula e foi provavelmente, esta dificuldade acrescida, que contribuiu para que apenas oito projectos tenham sido apresentados a concurso.

Todos os envolvidos estão de parabéns, não só pela sua coragem em seguir em frente mas também pela criatividade dos seus trabalhos. A maior parte não estavam limitados ao comum trabalho escrito de pesquisa e organização de informação, tendo sido utilizados diferentes tipos de suporte para a sua apresentação, como: portfólios, página de Internet, apresentação em *Power Point*, vídeo, maquetas, guião de uma peça de teatro, ... Os projectos ultrapassaram os trabalhos apresentados, tendo sido realizadas peças de teatro, exposições, *peddy papers* e artigos que foram incluídos em jornais escolares, realizações estas que permitiram uma maior divulgação da obra, vida e época de Pedro Nunes junto da comunidade escolar.

Assim, dia 13 de Janeiro, houve uma cerimónia de entrega de prémios que contou com a presença do Ministro da Educação, onde os professores e as dezenas de alunos envolvidos nestes projectos puderam ver o seu esforço recompensado, não apenas com um prémio mas com a participação num programa que promoveu um maior conhecimento da obra do matemático português e da sua época. Os participantes puderam visitar o Museu de Marinha, a Caravela *Vera Cruz* (réplica de uma caravela do século XV), assistir a uma sessão do Planetário e ouvir uma conferência proferida pelo Prof. Doutor Nuno Crato e pelo Comandante Jorge Semedo de Matos.

Pessoalmente, gostaria de ver este tipo de iniciativas multiplicadas, não só porque promoveu o gosto e a divulgação da ciência, e em particular da matemática, mas porque permitiu uma ligação da matemática à sua história, e a outras áreas do saber científico e em particular ao desenvolvimento das técnicas.

Maria João Lagarto
Escola E.B. 2,3 Vieira da Silva

Um testemunho!

A participação no concurso *Pedro Nunes O Ser e o Saber* foi uma experiência deveras enriquecedora.

Foi graças à divulgação levada a cabo pela professora Maria José Costa que tivemos o conhecimento deste concurso promovido pelo I.I.E., e de quem recebemos o respectivo apoio na concretização deste trabalho que visava a comemoração do quinto centenário do nascimento de Pedro Nunes.

Por se considerar um tema muito pouco divulgado, achamos que seria interessante que o nosso trabalho incidisse num estudo aprofundado das curvas loxodrómicas.

O nosso projecto, intitulado " As linhas que deram rumo...", consistiu, deste modo, na elaboração de uma maqueta, na qual se procurou representar as curvas loxodrómicas num globo; acompanhada de um poster e de um dossier no qual se focaram alguns aspectos biográficos de Pedro Nunes, tal como um estudo aprofundado e comparativo das curvas loxodrómicas e ortodrómicas, aplicando-se conhecimentos matemáticos de 11º ano, nomeadamente o cálculo vectorial e trigonometria.

O primeiro prémio foi recebido com muito entusiasmo, visto que se tratou do reconhecimento de todo o empenho e dedicação que depositámos na concretização do nosso projecto. Consideramos que este tipo de iniciativas devem ser valorizadas uma vez que apostam na divulgação da ciência, servindo de incentivo e estímulo para todos os jovens estudantes.

Joana Lima, Ricardo Alexandre
e Sofia Koch
Esc. Sec. Augusto Gomes

Encontros

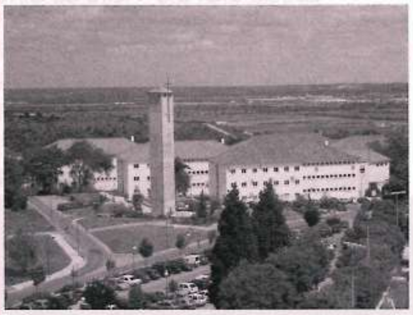
ProfMat2003

O Encontro Nacional de Professores de Matemática, *ProfMat2003*, realizar-se-à nos dias 19, 20 e 21 de Novembro na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Santarém. Brevemente será divulgado o endereço electrónico da página do encontro, onde será disponibilizada informação diversa. Fiquem atentos!

A página da ESE de Santarém: www.eses.pt

O nosso e-mail é profmat2003@eses.pt

Até Breve.



Escola Superior de Educação de Santarém

ITEM – Integrating Technologies into Mathematics Education

Este congresso realiza-se entre 20 e 22 de Junho em Reims, França. Neste encontro serão discutidas as diversas tendências, opções curriculares e experiências ao nível da utilização de várias tecnologias.

Para mais informações sobre o encontro consulte a página da internet:

http://www.reims.iufm.fr/Recherche/ereca/colloques/tice_math_juin_2003_gb.htm

PME 27

O PME 27 é um congresso internacional organizado pelo *International Group for the Psychology of Mathematics Education* e que terá lugar entre 13 e 18 de Julho de 2003 em Onolulu, no Hawai.

Poderá obter informações sobre este encontro em: http://www.hawaii.edu/pme27

XII Encontro de Investigação em Educação Matemática

Este encontro, organizado pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, vai realizar-se entre 18 e 20 de Maio de 2003 em Évora. São objectivos deste encontro a promoção de um debate em torno da componente matemática na formação do professor, nos diversos níveis de ensino.

Para mais informações consulte:

http://www.dpe.uevora.pt/xiieiem/index.htm

XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática

Este seminário organizado pelo Grupo de Trabalho de Investigação da APM, vai realizar-se nos dias 17 e 18 de Novembro em Santarém, na Escola Superior de Educação.

ICTMA 11

A 11ª Conferência Internacional do Ensino das Aplicações e Modelação Matemática, com a temática *Mathematical Modelling: A Way of Life*, realizar-se-à em Milwaukee, Wisconsin, Marquette University, de 27 a 31 de Julho de 2003.

Para mais informações consulte a página da internet: http://www.mscs.um.edu/

I Congresso Brasileiro de Formação de Professores: passado, presente e futuro da Formação de Professores

Este congresso vai realizar-se entre os dias 23 e 24 de Julho de 2003 em Campo Largo, Paraná, Brasil. Este encontro terá como áreas temáticas: 1) Políticas Públicas e Formação de Professores; 2) Educação de Jovens e Adultos e Formação de Professores; 3) Educação Especial e Formação de Professores; 4) Educação Infantil e Formação de Professores; 5) Educação Básica e Formação de Professores; 6) Educação Superior e Formação de Professores.

Poderá obter informações sobre este congresso em: http://www.presidentekennedy.br/eventoedu ou pelo e-mail: shigunov@presidentekennedy.br

CIEAEM 55

A 55ª Commission internationale pour l' etude et l' amelioration de l' enseigment des mathematiques terá lugar em Plock, na Polónia, de 22 a 28 de Julho. O encontro terá como tema "A utilização de materiais didácticos para desenvolver a actividade matemática dos alunos"

Mais informações poderão ser encontradas em: http://www.wlodkowic.pl/iso/c/cieaemen.htm

ICME 10

O 10º Congresso Internacional em Educação Matemática realizar-se-á em Copenhaga, de 4 a 11 de Julho de 2004. Este encontro será organizado conjuntamente pelos países nórdicos – Dinamarca, Finlândia, Noruega e Suécia.

Para mais informações sobre o encontro consulte a página da internet: http://www.ICME-10.dk

Quota 2003

No ano de 2003 o valor da quota é de €43,00 para professores, €30,50 para estudantes (só considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e €47,00 para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27–A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Nome: ______________________ Sócio nº: ________

Morada: ______________________

Código Postal: __________ Distrito: __________

Telefone: __________ Email: __________

Data de Nascimento ___/___/___ Nº de Contribuinte: __________

Nº do B.I. __________ Arquivo: __________ Data de emissão: ___/___/___

Ano em que começou a leccionar: __________ Nível de ensino: __________

Categoria profissional: __________

Escola: ______________________

Morada: ______________________

Telefone: __________ Email: __________

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________ autorizo que seja debitado no meu cartão número |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| cvv |__|__|__| *

Visa ☐ **MasterCard** ☐

Validade __________ o valor de __________ correspondente a __________ __________ Data ___/___/___

Assinatura ______________________

*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura

Assinatura da Revista Quadrante

☐ Sócio(a)	€10,00
☐ Sócio(a) residente no estrangeiro	€12,50

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até €12,47 — 20%; de €12,47 a €24,94 — 15%; mais de €24,94 — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice