Educação e Matemática

Nº 69

Setembro/Outubro de 2002

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre o número temático

Este número temático é dedicado à Literacia Matemática. Convidámos para editora convidada Cristina Loureiro da Escola Superior de Educação de Lisboa, convite a que aderiu com entusiasmo. A Cristina foi um elemento essencial na concepção e orientação deste número. Deu além disto importantes contributos em relação ao seu conteúdo, nomeadamente, dinamizado a mesa redonda sobre o PISA e outros estudos sobre literacia e elaborando o editorial bem como uma reflexão incluída na secção *Pontos de Vista reacções e ideias ...* .

Sobre a capa

A capa deste número temático, subordinado ao tema *iliteracia*, tenta traduzir a tensão de um ambiente constituído por objectos individualmente reconhecíveis mas, cuja combinação, em objectos mais complexos, não tem significado aparente. Na sua concepção foram utilizados elementos de duas pinturas surrealistas:

As Férias de Hegel
René Magritte

Dança de Roda
António Pedro

Neste número também colaboraram

Adriana Figueiredo, Ana Sofia Alves, Conceição Ferreira, Cristina Loureiro, Fernando Nunes, Helena Rajão, Hélia Oliveira, Jaime Carvalho e Silva, João Branco, João Cândido da Silva, João Filipe Matos, João Pedro da Ponte, José Augusto Saleiro, José Duarte, José Galego, José Luís Freitas, José Manuel Matos, Leonor Santos, Lúcia Borrões, Lurdes Serrazina, Magda Bensabat, Maria Eugénia Graça Martins, Maria José Costa, Pascal Paulus, Pedro Almeida, Pedro Esteves, Teresa Dias, Vanda Ramos.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Outubro de 2002.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
e-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

nº 69
Setembro/ Outubro de 2002

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Joana Brocardo
Sub-Directora
Adelina Precatado
Redacção
Alice Carvalho
Ana Paula Canavarro
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes
Editora Convidada
Cristina Loureiro
Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação
Paginação e Pré-Impressão
Gabinete de Edição da APM
Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Tiragem
5000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez
Impressão
Printipo – Indústrias Gráficas, Lda.
N.º de Registo: 112807
N.º de Depósito Legal: 72011/93

Literacia matemática

Cristina Loureiro

Mudam-se os tempos, mudam-se as vontades,
muda-se o ser, muda-se a confiança;
todo o mundo é composto de mudança,
tomando sempre novas qualidades

Luís de Camões

Parece sempre haver uma tendência generalizada para nos agarrarmos ao passado quando falamos de literacia matemática. Com facilidade somos levados a pensar nas nossas aprendizagens aritméticas da escola primária, defendidas como os instrumentos indispensáveis para qualquer cidadão enfrentar seu o dia-a-dia com eficácia e segurança. Embora na raíz do conceito de literacia esteja o de alfabetização matemática, também este há muito que ultrapassou o saber contar e calcular. Recordando Paulo Freire, com as devidas adaptações à matemática, "*alfabetizar é mais do que o simples domínio psicológico e mecânico de técnicas de escrever e ler (…), é entender o que se lê e escrever o que se entende (…), daí que o papel do educador seja fundamentalmente dialogar com o educando sobre situações concretas*" (1965).

Uma perspectiva utilitária de literacia matemática que não encare o desenvolvimento pessoal é limitada. Este conceito deve integrar os aspectos culturais, a valorização dos diversos tipos de saberes, a satisfação do indivíduo. É por isso que se torna tão importante fazer a pergunta: como é que a matemática escolar pode enriquecer, desenvolver e servir os alunos? Para quem se preocupa com os valores sociais é impensável usá-la como factor de discriminação. Uma via possível é a procura de estratégias para colocar a matemática ao serviço da sociedade e dos indivíduos, proporcionando às crianças e aos jovens na escola oportunidades de acesso a uma cidadania feliz.

A literacia matemática não é apenas uma atribuição da escola, ainda que se reconheça à escola uma grande fatia de responsabilidade nessa construção. Talvez mais nos alicerces dessa construção. As vozes que defendem que o ensino da matemática deverá ser suficientemente estimulante e compensador para que os alunos desejem continuar a usar a matemática ao longo da vida, reclamam também para a sociedade a obrigação de oferecer oportunidades continuadas de aprendizagem da matemática e de outros assuntos. E as vozes que atribuem à escola toda a responsabilidade dos baixos níveis de literacia matemática não deveriam questionar os contributos que poderiam dar e não dão? Digamos que deve haver aqui uma espécie de cumplicidade no trabalho conjunto de desenvolver a literacia matemática.

Estas preocupações remetem-nos para uma matemática escolar menos compartimentada, mais significativa e ligada, tanto interior como exteriormente, com experiências de aprendizagem realmente estimulantes e significativas para os alunos. Todas as preocupações de literacia, sejam elas matemática, científica, de leitura e escrita, musical, plástica … têm de ser encaradas de forma articulada e aberta. Em suma, apontam para uma escola diferente que se aproxime mais da vida e que crie o máximo de pontes e ligações com a realidade e sociedade envolventes.

Cristina Loureiro
ESE de Lisboa

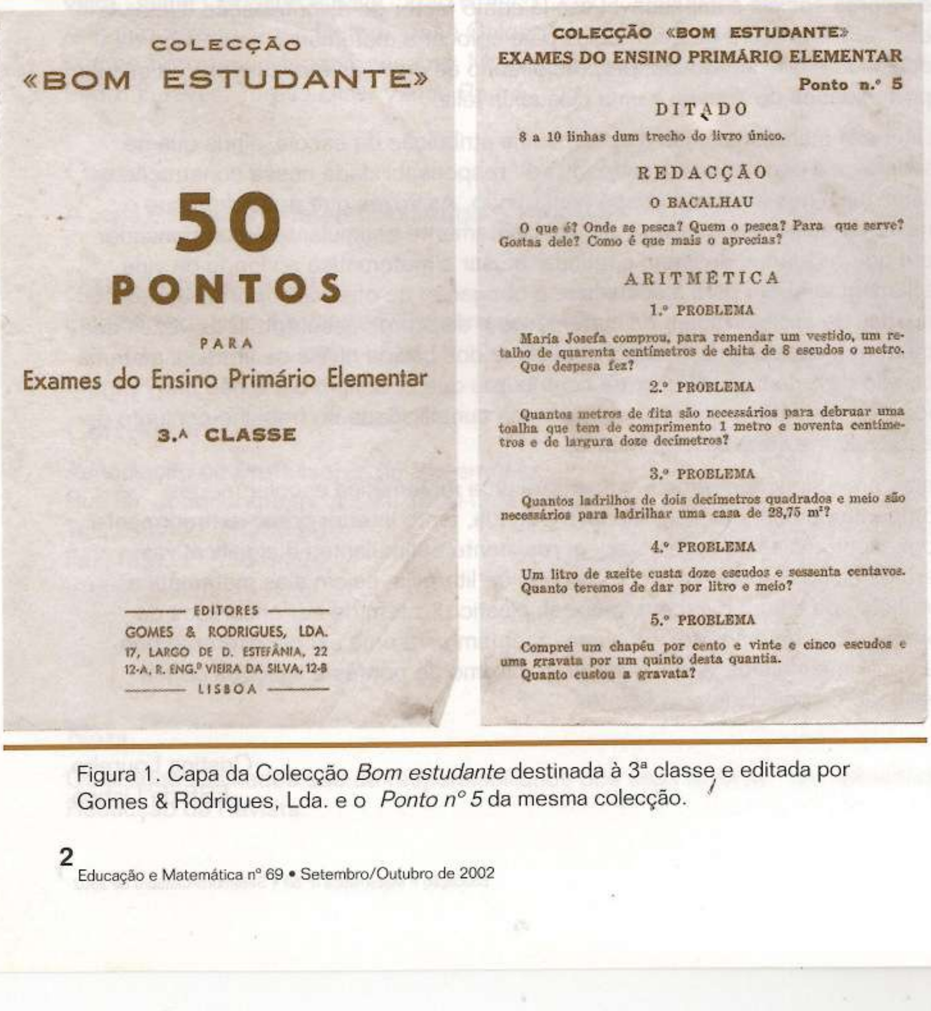
Saber matemático básico: uma comparação com outros tempos

José Manuel Matos

É hoje um lugar comum reiterar a importância determinante da matemática para os modos de ser e de estar na sociedade dos países desenvolvidos deste século XXI. Este protagonismo tem vindo a crescer de uma forma gradual desde o final da Idade Média e tão gradual tem sido que por vezes não nos apercebemos de como as coisas eram diferentes ainda há bem pouco tempo. Os educadores, no entanto, dispõem de uma plataforma privilegiada de observação destas mudanças, pois é sobretudo na Escola, nos currículos escolares em especial, onde estas alterações são mais claramente detectáveis.

Vêm estes comentários a propósito das recentes Provas de Aferição de Matemática de 2002 destinadas aos alunos do 4º e do 9º ano e do que ambas nos revelam sobre os saberes matemáticos básicos, isto é, as competências, capacidades e conhecimentos matemáticos esperados no final da escolaridade obrigatória. A primeira, que é hoje apenas uma prova de fim de ciclo, mais uma, fez-me recordar o tempo (o meu tempo) em que a escolaridade obrigatória terminava com o exame da 4ª classe, etapa mítica que para mim significou a tomada de opções (liceus ou escolas técnicas) e clarificações (constatei que havia amigos meus que não continuariam na escola). A segunda prova, destinada aos alunos do 9º ano, é também uma prova de fim de ciclo. O que a torna especial, pelo menos para o tema deste artigo, é a coincidência de que o termo deste ciclo é hoje simultaneamente o final da escolaridade obrigatória, básica, em Portugal, que neste momento compreende a faixa etária correspondente aos nove primeiros anos de escolaridade. As provas de aferição do 3º ciclo, para além de nos revelarem as expectativas sobre o desempenho dos alunos portugueses no final do ciclo, dão-nos também indicações das expectativas em vigor na sociedade portuguesa actual sobre o que devem ser os saberes escolares básicos que esperamos que os nossos jovens possuam no início deste século XXI, tal como os exames da 4ª classe do meu tempo (1960) revelavam as mesmas expectativas para a viragem 1950/1960.

Decidi, pois, neste artigo fazer uma tripla comparação entre a actualidade e a situação por volta de 1950. Por um lado, usando antigos exames da



COLECÇÃO «BOM ESTUDANTE»
EXAMES DO ENSINO PRIMÁRIO ELEMENTAR
Ponto n.º 5

DITADO

8 a 10 linhas dum trecho do livro único.

REDACÇÃO

O BACALHAU

O que é? Onde se pesca? Quem o pesca? Para que serve? Gostas dele? Como é que mais o aprecias?

ARITMÉTICA

1.º PROBLEMA

Maria Josefa comprou, para remendar um vestido, um retalho de quarenta centímetros de chita de 8 escudos o metro. Que despesa fez?

2.º PROBLEMA

Quantos metros de fita são necessários para debruar uma toalha que tem de comprimento 1 metro e noventa centímetros e de largura doze decímetros?

3.º PROBLEMA

Quantos ladrilhos de dois decímetros quadrados e meio são necessários para ladrilhar uma casa de 28,75 m²?

4.º PROBLEMA

Um litro de azeite custa doze escudos e sessenta centavos. Quanto teremos de dar por litro e meio?

5.º PROBLEMA

Comprei um chapéu por cento e vinte e cinco escudos e uma gravata por um quinto desta quantia. Quanto custou a gravata?

Figura 1. Capa da Colecção *Bom estudante* destinada à 3ª classe e editada por Gomes & Rodrigues, Lda. e o *Ponto nº 5* da mesma colecção.

3ª classe, confrontar o saber matemático básico esperado há 50 anos, no tempo em que a escolaridade obrigatória se ficava pela 3ª classe, com o saber actual esperado para o final do 1° ciclo, usando a Prova de Aferição do 1° ciclo deste ano. Por outro, comparar a Prova de Aferição do 3° ciclo, representante do saber matemático básico actual, com provas de exame do antigo 5° ano dos liceus. Finalmente, a terceira comparação será efectuada ao confrontar estes saberes esperados no final da escolaridade obrigatória nas duas épocas.

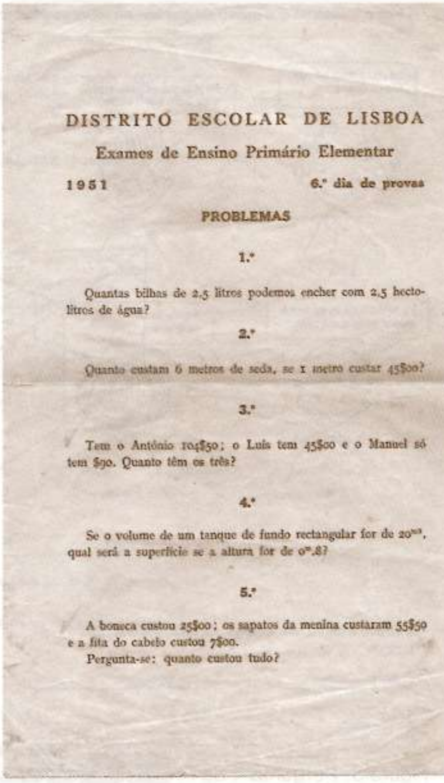
O conceito de saber escolar básico, onde se insere o saber matemático básico, é diferente do de literacia. Esta última noção surge quando em outros países se verificou a existência de percentagens significativas da população que tinham dificuldades na utilização de material escrito, apesar de escolaridades obrigatórias relativamente longas. Estar-se-ia perante um novo analfabetismo, dito funcional, causado por aprendizagens insuficientes, mal sedimentadas e pouco utilizadas na vida. Define-se então o conceito de literacia, traduzindo a capacidade de usar as aptidões (ensinadas e aprendidas) de leitura, de escrita e de cálculo. A literacia é pois diferente de saber escolar básico. Não só é distinta a população alvo, como distintos são os aptidões em foco: a literacia centra-se sobre conhecimentos usados por adultos em contextos de vida activa diária (preenchimento de um cheque, interpretação de uma notícia, selecção de produtos de consumo, etc., para dar apenas exemplos que podem envolver juízos de natureza matemática), enquanto que os saberes escolares básicos são recém-aprendidos, e, embora possam ser aplicados na futura vida dos alunos, estão ainda decididamente inseridos num âmbito escolar.

Esclarecida esta distinção, regressemos ao saber matemático básico, cujo domínio por parte dos alunos o exame da 3ª classe e a prova de aferição do 3° ciclo pretendem avaliar, o primeiro nos anos 50 e a segunda neste ano de 2002. Quais eram os saberes escolares básicos no princípio dos anos 50? Nessa altura o ensino obrigatório era constituído pelos três primeiros anos do Ensino Primário Elementar concluídos com um exame. A passagem da escolaridade obrigatória para três anos fora decidida pelo ministro Cordeiro Ramos em 1929 e representou um retrocesso de dois anos em relação ao proposto pela Iª República onde chegou a ser de cinco anos. Os saberes exigidos para o final deste ensino básico foram ainda mais restringidos pela mão de Carneiro Pacheco que determina uma grande simplificação dos programas do ensino primário em 1936.

Uma primeira aproximação do conteúdo matemático do saber básico nos anos 50 pode ser conseguida observando os 50 "pontos" de treino para o exame do Ensino Primário Elementar da 3° classe publicados na Colecção *Bom estudante* da responsabilidade dos editores Gomes & Rodrigues, Lda. de Lisboa (figura 1). Trata-se de uma publicação destinada a preparar os alunos para o referido exame, e que, embora não tenha indicação de data, deve ter estado disponível no início dos anos 50.

O *Ponto nº 5* (figura 1) é um bom exemplo. Compõe-se de três partes: o Ditado, a ser executado a partir da leitura pelo professor de um trecho de oito a dez linhas do livro único; uma Redacção sobre o portuguesíssimo bacalhau; e a Aritmética, composta por cinco problemas relacionados com a compra de tecidos para trabalhos de costura, a tarefa de ladrilhar uma casa, e duas compras, uma de um bem essencial, o azeite, e outra de roupa. Matematicamente, três dos problemas envolvem uma operação (o 1°, o 3° e eventualmente o 4°), outro, o cálculo de um perímetro (o 2°), e o último (o 5°), mais difícil, duas operações.

A Colecção *Bom estudante* destinava-se a preparar os alunos para o exame e podemos supôr que seria mais exigente do que o exame normal. Tomemos por isso um segundo exemplo do saber matemático básico esperado nesta época. Na figura 2 está reproduzida a parte dos *Problemas* do Exame do Ensino Primário Elementar colocado aos alunos do Distrito Escolar de Lisboa em 1951. Neste ano, os problemas aritméticos



DISTRITO ESCOLAR DE LISBOA

Exames de Ensino Primário Elementar

1951 — 6.º dia de provas

PROBLEMAS

1.º

Quantas bilhas de 2,5 litros podemos encher com 2,5 hectolitros de água?

2.º

Quanto custam 6 metros de seda, se 1 metro custar 45$00?

3.º

Tem o António 104$50; o Luís tem 45$00 e o Manuel só tem $90. Quanto têm os três?

4.º

Se o volume de um tanque de fundo rectangular for de 20^{m3}, qual será a superfície se a altura for de $0^m,8$?

5.º

A boneca custou 25$00; os sapatos da menina custaram 55$50 e a fita do cabelo custou 7$00.
Pergunta-se: quanto custou tudo?

Figura 2. Problemas de Aritmética e Geometria do Exame do Ensino Primário Elementar proposto em 1951 no Distrito Escolar de Lisboa.

e geométricos tiveram lugar no sexto dia de provas—do exame da 3ª classe faziam ainda parte outras provas que eram realizadas em outros dias. Em 1960, por exemplo, o exame tinha as seguintes provas: Ortografia, Redacção, Desenho, Aritmética, Gramática, Moral e Educação Cívica e, para as raparigas, uma prova de Lavores.

Tal como o *Ponto nº 5*, o Exame compõe-se de cinco problemas matemáticos, embora de maior simplicidade do que os da Colecção. Todos os problemas referem situações da vida real: compras de tecido, volumes de recipientes ou adições simples de quantidades de dinheiro. Todos são de natureza aritmética envolvendo apenas uma operação que, em dois casos (o 3° e o 5°), são adições de três parcelas. Apenas o 4° problema poderia ser mais difícil, tendo o aluno necessidade de relacionar o volume de um prisma com a área da base, conhecendo a sua altura. Temos agora uma ideia sobre o conteúdo matemático do saber escolar básico dos princípios dos anos 50. Em

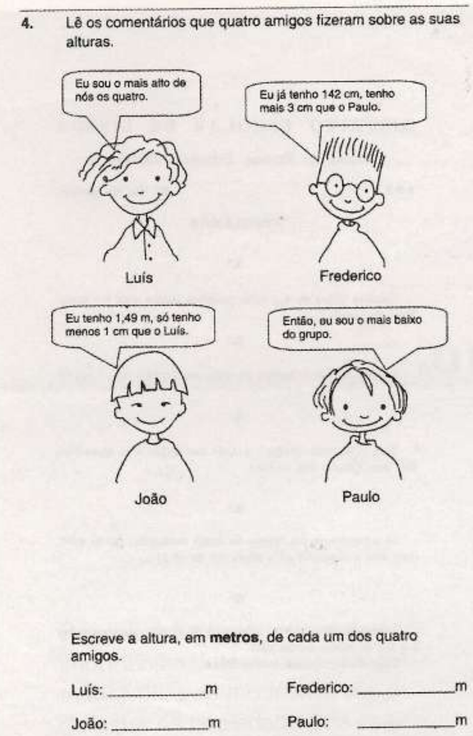


Figura 3. Pergunta 4 da Prova de Aferição de Matemática do 1° ciclo de 2002.

traços gerais: saber aplicar as quatro operações em contextos da vida diária (compras de bens, por exemplo) e saber usar uma versão aritmetizada da geometria, isto é, saber medir comprimentos e calcular perímetros, áreas e volumes, realizando conversões de unidades.

Ao comparar os problemas do Exame de 1951 com os itens da Prova de Aferição do 1° Ciclo de 2002[1] ressalta imediatamente a simplicidade dos primeiros, mesmo na versão mais exigente da Colecção *Bom estudante*. Com efeito, temas presentes na Prova de Aferição, como a resolução de problemas que envolvem mais do que a mera aplicação de operações aritméticas (Questões 2, 4, 9, 10, 12, 13 e 16), a tradução entre modos de representação distintos (Questões 1 e 5), a visualização (Questões 6, 7 e 11), a verbalização de procedimentos matemáticos (Questões 7 e 13), ou a capacidade de estimar (Questão 15) não faziam parte do currículo do ensino básico dos anos 50 mas estão presentes nas questões colocadas na prova de 2002. A pergunta 4 da Prova de Aferição (figura 3) ilustra alguns aspectos da distinção entre as duas provas. Embora apenas esteja envolvida a subtracção (alguns alunos poderão preferir a adição) e a conversão de unidades de comprimento, para resolver o problema os alunos devem interpretar a informação apresentada directamente por numerais ou indirectamente através de relações entre os vários elementos. Não existe um algoritmo cuja aplicação imediata permita encontrar a resposta e uma estratégia de resolução requer a ordenação lógica dos diferentes tipos de dados e a definição de uma sequência de cálculos adequada.

É voz comum que o desempenho aritmético exigido aos alunos dos anos 50 é superior ao dos tempos correntes. Tal não é, no entanto, claramente confirmado pelos casos que estou aqui a analisar. Quer o Exame de 1951, quer os problemas da Colecção envolvem competências algorítmicas com alguma complexidade (para referir apenas problemas da Colecção: 287,5:2,5 no 3° Problema; 12$50 x 1,5 no 4°; 125$:5 no 5°), mas que também estão presentes na Prova de Aferição (Problema 17), embora de complexidade inferior à exigida em 51. As minhas memórias da dificuldade dos algoritmos aritméticos, mecanizados durante o meu ensino primário na segunda metade dos anos 50, confirmam, no entanto, a ideia de que a ênfase nesses algoritmos era então muito superior à dos dias de hoje. No entanto, esta competência, muito valorizada pelas famílias e pela sociedade actual que vêm nela os efeitos benéficos da ginástica mental proporcionada pela matemática, não é cognitivamente muito estimulante. Trata-se essencialmente de treinar o desempenho de tarefas bem delimitadas: identificar o algoritmo pretendido (existia sempre um), realizar a "conta" e apresentar o resultado (que era sempre único). Nesta versão, a aprendizagem da matemática torna-se essencialmente num fenómeno de normalização de comportamentos característicos de um pensamento convergente. A Prova de Aferição mostra bem como os alunos podem ser solicitados para resoluções matematicamente mais estimulantes — a pergunta 4 é apenas um exemplo.

Todas as competências que destaquei — resolução de problemas não-imediatos, tradução entre representações, visualização, verbalização de procedimentos matemáticos, estimação — requerem o que se costuma designar de competências avançadas, já que todas elas envolvem processos cognitivos complexos. Processos cognitivos mais simples continuam a ser necessários, mas deixam de ser vistos como um fim em si, e, encadeados, passam a fazer parte de outros mais elaborados. A pergunta 4 ilustra igualmente esta característica.

Os conteúdos matemáticos da escolaridade obrigatória nos anos 50 eram muito elementares e Carneiro Pacheco, ministro da Educação Nacional do Estado Novo, autor da reforma do ensino primário de 1938 ainda em vigor em 1950, e que tinha simplificado os programas em 1936, justificava a necessidade desta simplificação do seguinte modo:

> É a razão do presente decreto-lei [o que diminui os conteúdos] assente na ideia de que o Ensino Primário Elementar trairia a sua missão se continuasse a sobrepor um estéril enciclopedismo racionalista, fatal para a saúde moral e física da criança, ao ideal prático e cristão de ensinar bem a ler, escrever e contar, e a exercer as virtudes morais e um vivo amor a Portugal (citado em Carvalho, 1996, p. 761).

Este "ideal prático" de Carneiro Pacheco influencia decisivamente os problemas propostos e garante que os alunos que adquirissem a escolaridade básica seriam capazes de convergentemente (mecanicamente) efectuar as operações matemáticas mais simples. Mas conteúdos mais complexos, com respostas solicitando um pensamento divergente (problematizante), perfeitamente adequado à faixa etária dos alunos do ensino primário, não tinham ali cabimento.

Assim como não tinha igualmente cabimento a possibilidade de que uma grande quantidade de alunos ingressassem no ensino liceal ou no ensino técnico. Estes dois tipos de ensino não eram vulgarizados e eram apenas destinados a uma estreita faixa da

ENSINO LICEAL

ANO DE 1950 – EXAME DO 2.º CICLO

MATEMÁTICA

5.º ANO **PONTO N.º 24**

Nome: ....

Data: ....

I

1. Um dos lados de um triângulo mede 3 centímetros; a soma dos outros dois é igual a 10 centímetros, e o dobro de um deles é igual ao triplo do outro. Calcule o perímetro do triângulo.

2. É dada a equação:

$$x^2 - \frac{2a}{b}x = \frac{1-a^2}{b^2}$$

a) Determine, reduzidas à sua expressão mais simples, as raízes da equação dada;

b) Substitua, nas raízes obtidas, a por $\sqrt{2}$ e b por $\sqrt{3}-1$. Calcule o produto dos valores encontrados. (Apresente o resultado com denominador racional).

II

3. *Condições da figura 1:*

A corda $\overline{AB}$ é o lado do triângulo equilátero inscrito na circunferência de centro O $\overline{OM}$ é perpendicular a $\overline{AB}$;

$\overline{AP}$ é tangente à circunferência em A;

O perímetro do arco $\widehat{AMB}$ é igual a 12,56 centímetros ($\pi = 3{,}14$).

a) Calcule o raio da circunferência;

b) Calcule o segmento $\overline{OS}$;

c) Calcule o segmento $\overline{OP}$;

d) Diga como determina os pontos situados sôbre a circunferência, e que distam 3 centímetros da recta AB. Quantos são esses pontos?

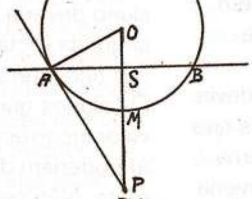


Fig. 1

4. A figura 2 representa um prisma triangular de bases $[ACB]$ e $[A'\ C''\ B']$. Nesse prisma está inscrito um cubo do qual $[EDCF]$ e $[E'\ D'\ C'\ F']$ são duas faces opostas.

A aresta $\overline{CD}$ do cubo é metade da aresta $\overline{CA}$ do prisma, e a aresta $\overline{CF}$ do cubo é metade da aresta $\overline{CB}$ do prisma.

A diagonal $\overline{DF}$ da face $[EDCF]$ do cubo, é igual a 10 decímetros.

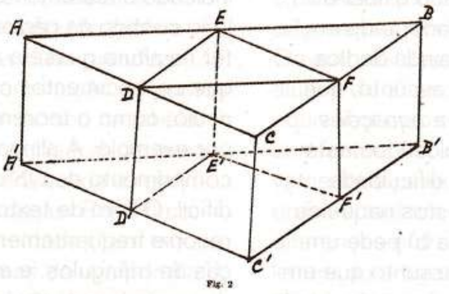


Fig. 2

a) Qual é a posição relativa de FF' e da face $[A\ A'\ B'\ B]$ do prisma? Porquê?

b) Classifique o diedro convexo de aresta $\overline{CC'}$. Justifique a resposta.

c) Calcule o volume do prisma.

III

5. O produto de 3 números em progressão geométrica é igual a 216. Se multiplicar o primeiro por 4, o segundo por 5 e o terceiro por 4, obtém três números em progressão aritmética e dispostos pela mesma ordem. Calcule os números.

Figura 4. Exame de Matemática do 2º ciclo do Ensino Liceal de 1950 destinado a alunos da faixa etária dos actuais 7º, 8º e 9º anos.

população. Conteúdos matemáticos mais elaborados, como a álgebra, trigonometria, o cálculo logarítmico ou o estudo das propriedades geométricas não eram considerados básicos e estavam reservados para os alunos que prosseguissem os estudos. A discussão na Assembleia da República do projecto de reforma do ensino primário que ocorreu em Março de 1938 é reveladora da desconfiança com que o poder da época encarava a escolarização da população. Rómulo de Carvalho no seu livro *História da educação em Portugal* (1996) relata pormenorizadamente os debates. Apenas destacarei o discurso de um dos deputados, Teixeira de Abreu que defendeu a tese de que a escola primária devia ensinar pouco e o mais chãmente possível.

> Os ensinamentos de coisas abstractas e absolutamente em desacordo com o meio em que [o aluno] viva dá como resultado exemplos que todos nós conhecemos, na aldeia: um rapaz que fique distinto na instrução primária é um rapaz perdido para a família. Eu passo citar um caso de uma família da minha terra, tradicionalmente consagrada ao ofício de serralheiro, mas em que houve um rapaz que conseguiu ficar distinto na instrução primária. Pois esse rapaz teve de ir para o Brasil depois de ter cometido dois desfalques (citado em Carvalho, 1996, p. 765).

Esta visão elitista da formação escolar só começou a ser alterada bastante mais tarde. Apenas em 1956 o ministro Leite Pinto aumenta a escolaridade obrigatória dos rapazes para quatro anos, tendo as raparigas sido contempladas em 1960. Somente em 1964, já com Galvão Teles, a escolaridade obrigatória passa a ser de seis anos, ampliada em 1973 no projecto de Veiga Simão para oito, que foram fixados nos actuais nove anos em 1986. Apenas o futuro nos dirá quanto tempo levaremos até a alargar aos doze anos que em alguns meios educativos se vêm reclamando.

Irei comparar agora a Prova de Aferição do 3º ciclo com um exame nacional de Matemática de 1950, possivelmente da 1ª chamada do 2º ciclo do ensino liceal (figura 4), frequentado por alunos na faixa etária do actual 3º ciclo do ensino básico, entrando assim na segunda comparação que me propus efectuar.

O exame[2] é composto por três grupos de perguntas. O primeiro é dedicado à álgebra e contem duas perguntas: a primeira apresenta um problema que se resolve por um sistema de duas equações do 1º grau, tópico do programa do 4º ano. Repare-se que a redacção do problema é ambígua, mas a intenção do autor do exame deveria ser a de que os lados a que se refere a segunda equação do sistema fossem os de comprimento desconhecido. A segunda pergunta tem duas alíneas. A alínea a) envolve a determinação de raízes de uma equação do 2° grau com coeficientes que incluem quantidades indeterminadas. Este assunto não é explicitamente mencionado no programa do 5° ano, no entanto, um livro adoptado para o programa de 1936 (Ribeiro, s/ data), bem como o adoptado em 1965 (Calado, 1965), ainda dedicavam várias páginas ao assunto, que este último denominava *equações literais*. O problema colocado nesta alínea tem um grau de dificuldade semelhante aos propostos naqueles livros de texto. A alínea b) pede um cálculo com radicais, assunto que em 1950 ainda fazia parte do programa do 4° ano, tendo depois passado para o programa do 5°. Trata-se de novo de uma pergunta que depende de uma resposta correcta anterior, mas o cálculo pedido devia ter uma dificuldade mediana pois envolve um produto com números irracionais e uma racionalização de denominadores, operações que deviam ser objecto de bastante prática nas aulas.

O segundo grupo envolve a geometria, plana contida no programa do 4° ano e a do espaço que pertence ao do 5° ano. Comecemos pela geometria plana. O raio pedido na alínea a) da primeira pergunta deste grupo pode ser facilmente obtido reconhecendo que o "perímetro" do arco $\overline{AMB}$ é um terço do perímetro da circunferência. A resolução desta questão influencia o sucesso nas três alíneas seguintes que já são mais difíceis para os dias de hoje. Referem-se a tópicos que desapareceram dos currículos há mais de trinta anos e desafio o leitor a resolver as alíneas b) e c) antes de prosseguir a leitura! A alínea b) pede o apótema $\overline{OS}$ que, no caso do triângulo equilátero inscrito numa circunferência, é igual a metade do raio, e a alínea c) pode ser resolvida reconhecendo a semelhança entre os triângulos $[ROS]$ e $[POR]$. Não devemos, no entanto, exagerar a dificuldade destas alíneas para os alunos da época. Consultando a edição de 1950 do livro aprovado, *Elementos de Geometria para os 4° e 5° anos dos liceus* de A. N. Palma Fernandes[3] (figura 5), constata-se que o estudo de apótemas de diversas figuras geométricas, um dos temas do programa do 4° ano, é bastante trabalhado no livro referido. O conhecimento do comprimento do apótema do triângulo equilátero inscrito (a figura geométrica mais simples para a qual são estudados apótemas) deveria ser de resposta fácil e imediata, pois ele é indicado directamente por um corolário contido na página 93 e deveria ter na altura quase o mesmo estatuto que conhecimentos centrais no currículo, como o teorema de Pitágoras, por exemplo. A alínea c) que pede o comprimento de $\overline{OS}$ devia ser mais difícil. O livro de texto, no entanto, recorre frequentemente a semelhanças de triângulos, e a determinação do comprimento do lado do triângulo equilátero inscrito numa circunferência (p. 92), precisamente a situação em análise no exame, recorre à semelhança de triângulos, numa figura parecida com a do exame o que devia despertar algumas reminiscências nos alunos. O *insight* de que o problema se podia resolver desta forma deveria ter ocorrido a não poucos alunos. Esta alínea, no entanto, devia ter alguma complexidade para a época pois, mesmo intuindo que "isto vai lá pela semelhança de triângulos", é necessário escolher os triângulos e os lados adequados de forma a estabelecer a razão de semelhança conveniente.

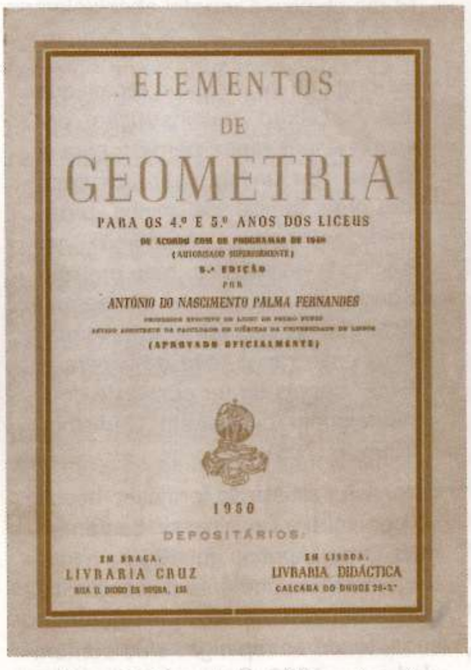


Figura 5. Capa do livro *Elementos de Geometria para os 4° e 5° anos dos liceus* (1950) de A. N. Palma Fernandes.

A alínea d), última da primeira pergunta do segundo grupo, solicita a determinação de um lugar geométrico. Trata-se do primeiro tema do programa de geometria do 4° ano da época (houve alterações posteriores) e a propriedade a aplicar neste caso é a IVª propriedade dos lugares geométricos: "O lugar geométrico dos pontos equidistantes de uma recta são duas rectas, paralelas à primeira e, equidistantes dela da distância dada" demonstrada logo na página 5 do livro adoptado (Fernandes, 1950). Para responder correctamente, o aluno deveria ter em conta que a segunda recta, "abaixo" da recta $\overline{AB}$ não intersecta a circunferência. Os alunos que tivessem obtido um valor incorrecto para o raio na alínea a) poderiam dar uma resposta incorrecta. Não sei como os correctores das provas lidariam com este problema.

A segunda pergunta (pergunta 4) do segundo grupo avalia conhecimentos de geometria do espaço que pertencem ao programa do 5° ano. A resposta à primeira alínea é uma aplicação directa de uma das primeiras propriedades aprendidas na geometria deste ano: "É condição necessária e suficiente para que uma recta seja paralela a um plano que exista neste plano uma recta paralela à dada" (Fernandes, 1950, p. 129). A classificação de diedros é um tópico do programa de 1948 e a alínea b) desta pergunta apenas necessita de conhecimentos que se encontram logo na segunda página (p. 153) dedicada a este tema do livro adoptado. Para o cálculo do volume do prisma, pedido na alínea c), é necessário aplicar o Teorema de Pitágoras, podendo depois o aluno seguir diversos métodos de resolução (consegue o leitor encontrar vários?).

O terceiro grupo contem apenas uma pergunta sobre progressões, última matéria do programa de Álgebra do 5° ano. Trata-se de um problema interessante, mas é difícil imaginar o modo como os alunos reagiram, pois existem modos mais ou menos formais de resolver a questão, exigindo, no entanto, todos eles um conhecimento sólido da distinção entre progressões aritméticas e geométricas. Comparada com os exercícios propostos nos compêndios da época (Calado, 1965; Ribeiro, s/ data) esta pergunta devia ter uma dificuldade elevada.

Temos, em resumo, perguntas cuja resposta é uma aplicação directa de conhecimentos ou a execução simples de algoritmos (1, 2b, 3a, 3b, 3d, 2a, 2b), perguntas de resposta não imediata exigindo o relacionamento de informação (2a, 3c, 4c), e uma pergunta complexa (5).

Não quero terminar este comentário ao exame de 1950 sem um aviso aos leitores. O exercício de apreciar pontos de exame com 50 anos é francamente falível, pois analiso saberes passados, cuja interpretação é inevitavelmente condicionada pelas minhas referências actuais. Nem sequer o facto de ter conhecido como aluno na primeira metade dos anos 60 este programa do ensino liceal me isenta de apreciações passíveis de serem contraditadas por elementos que surjam no futuro. Apenas me serve de consolo o facto de que todo o inquérito histórico sofre deste estigma. O melhor que podemos fazer é procurar uma recolha sistemática de fontes, confrontar deliberadamente elementos diversos, e disciplinar a análise, procurando desenvolver interpretações que façam sentido no quadro mental da época.

Quando comparamos os conteúdos da Prova de Aferição de Matemática do 3° ciclo deste ano com o do exame de 1950, não podemos deixar de ter a vívida impressão do quanto a Escola, e em particular a matemática escolar, mudou. Por exemplo, se os saberes algébricos solicitados aos alunos dos anos 50 eram muito mais elaborados do que as de hoje, a Prova de Aferição do 3° ciclo, tal como constatámos no caso da prova do 1° ciclo, solicita o uso de saberes matemáticos complexos—a resolução de problemas (Questões 3, 9, e 16), a interpretação de informação apresentada em modos de representação distintos (Questões 8, 11 e 13), ou a argumentação matemática (Questões 4.2, 10 e 14) — que estavam ausentes do exame de 1950. Darei apenas um exemplo. A pergunta 8 da Prova de Aferição fornece aos alunos uma tabela relacionando o número de trabalhadores e o número de dias necessários à apanha de uva numa quinta. Informando os alunos que se tratam de grandezas inversamente proporcionais, solicita-se uma representação gráfica da variação destas duas grandezas, exigindo-se a determinação de pontos do gráfico não fornecidos na tabela. Seguidamente, o aluno tem de escolher uma fórmula adequada à relação entre as grandezas. Por último, pede-se uma quantidade ("em média, quantos quilogramas de uva por dia") cuja determinação só se pode fazer após a definição de uma estratégia não trivial e a execução de alguns cálculos complexos. A interligação entre temas matemáticos, bem como a reflexão sobre diferentes representações, estão ausentes dos currículos dos anos 50. Para além disso, embora alguns tópicos matemáticos tenham desaparecido do currículo do 3° ciclo (por exemplo, o aprofundamento algébrico da equação do 2° grau, os diedros, as progressões, ou os logaritmos), temas novos fizeram a sua entrada (destaco apenas a interpretação de gráficos, as probabilidades, e a estatística).

Mas, mais importante do que as próprias alterações curriculares, é o facto de que os saberes mencionados são hoje considerados *básicos*, isto é, desejamos que eles façam parte do património de *todos* os jovens portugueses, pois entendemos que são necessários à sua vida futura enquanto pessoas, cidadãos, ou profissionais. Contrariamente, o saber matemático exigido no exame de 1950 não era considerado básico no sentido referido, quer porque ia muito para além dos três anos de escolaridade obrigatória, quer porque os sete anos dos liceus se destinavam essencialmente à preparação de alunos para a entrada na universidade. Os outros, ou já estavam fora da escola, ou frequentavam as escolas técnicas adquirindo uma formação profissional.

Não disponho de dados sobre as notas dos alunos no exame do 5° ano liceal aqui analisado. Existem, no entanto alguns dados que permitem afirmar que a Matemática era, já nesta altura, a disciplina em que os alunos dos liceus tinham mais dificuldades. Os dados referem-se ao ano lectivo 1955/6 e estão publicados num artigo de autor(es) anónimo(s) precisamente com o título *Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento?* (1958). Os autores deste artigo, estudando alunos do 2° ano (alunos de idade equivalente aos do actual 6°) e do 5° ano (actual 9°), respondem afirmativamente à pergunta que colocaram, embora tenham detectado algumas diferenças entre os dois sexos. Da leitura do artigo, descobrimos que 39,1% dos rapazes e 28,2% das raparigas (34,6% no conjunto), estudantes do 2° ciclo dos liceus de Lisboa naquele ano lectivo, tiveram negativa no último período. A situação real seria bem mais grave, no entanto, e conforme afirma(m) o(s) autor(es) do artigo com confrangedora candura:

> Escolhemos propositadamente [estudar as notas n] este [3°] período por ser o que melhor se prestava ao nosso intento. Não só os professores têm ideias mais definidas sobre cada aluno, e as notas exprimirão, portanto, um juízo mais preciso sobre o seu rendimento escolar, como também é este o período em que a população dos liceus se apresenta mais seleccionada: No decorrer do ano lectivo foram sendo eliminados os mais fracos, desistindo uns de estudar, e transitando outros ao ensino particular. Esta espécie de 'selecção natural' atinge, em certas turmas, quase os 50%" (p. 41).

A percentagem de 34,6% de negativas ocorre pois neste grupo já seleccionado de alunos, depois de ter sido depurado dos mais fracos que em alguns casos constituíam quase 50% da população escolar! E é bom não esquecer que estes alunos ainda iriam ser sujeitos a um exame nacional.

Tratava-se, sem dúvida de um sistema selectivo. Para o leitor ficar com uma ideia mais precisa desta selectividade, e sem qualquer preocupação de apresentar dados sistemáticos, recordo que em 1950 a população portuguesa entre os sete e os onze anos era de 768.271 crianças, das quais apenas

156.219 (20,3%) se encontravam na escola primária (Carvalho, 1996, p. 793). No ano lectivo de 1955/56 estavam matriculados nos liceus 29.924 alunos e nas técnicas 41.759, num total de 71.683 alunos (Emídio, 1981, p. 202). Compare-se com a situação em 1991/92 retratada no quadro 1, onde para os mesmos níveis de ensino existem mais de um milhão de alunos!

Recorde-se ainda que no ano lectivo de 1947/48 existiam no país 83 liceus e escolas técnicas, dos quais 41 (49%!) estavam situados nas cidades de Lisboa e Porto (Emídio, 1981, p. 201). Já em 1995/96 funcionavam 1.496 estabelecimentos de 2° ciclo e 1.854 do 3° ciclo e secundário (Pedro, Santos, Batista e Correia, 2001, p. 154). Diferenças abissais na composição social da população escolar e na estrutura do sistema de ensino, que reflectem, em última análise, distintos objectivos de formação atribuídos à escola. São demasiadas diferenças para nos permitirem comparações simplistas entre "os bons velhos tempos", os do ensino "a sério" e os do ensino "facilitista" actual. Nem os velhos tempos eram assim tão bons — quer pela extrema selectividade que caracterizava o sistema escolar, quer pelo tipo de aprendizagens matemáticas exigidas, quer pelo aproveitamento final dos alunos em Matemática, apesar dessa frequência selectiva — nem da análise das provas do tempo actual se pode retirar a ideia de que elas diminuíram de complexidade matemática.

Chego assim à terceira e última comparação que me propus fazer, entre o saber matemático básico materializado no Exame da 3ª classe de 1951 e o mesmo saber básico de 2002, tal como se encontra expresso na Prova de Aferição de Matemática do 3° ciclo. Quando colocamos lado a lado estas duas provas — e convido o leitor a observar de novo a figura 2 e depois a folhear a Prova de Aferição do 3° ciclo — o difícil é observar quaisquer semelhanças, para além do facto óbvio de ambas serem exames de Matemática, tantas são as diferenças que as separam. Uma comparação de conteúdos matemáticos *tout court* seria muito injusta e mesmo demagógica. Afinal, uma prova dirige-se a uma escolarização de três anos e a outra a uma de nove.

Quadro 1. Número de alunos por nível no ano lectivo de 1991/92

Ciclo/nível	Alunos Matriculados
2° ciclo	326.896
3° ciclo	416.756
Ensino Secundário	302.278
Escolas Profissionais	11.311
Total	1.057.241

Fonte: Pedro, Santos, Batista e Correia, 2001, p. 109.

Mas, em minha opinião, a diferença mais relevante surge exactamente ao usar a metodologia que empreguei ao longo deste artigo, procurando, através das provas de exame, informações sobre os saberes matemáticos básicos. Das provas ressaltam expectativas muito diferentes sobre estes saberes e este exercício de comparação faz emergir acima de tudo diferenças entre momentos históricos distintos, tornando claro o quanto a sociedade portuguesa mudou desde os anos 50. São essas mudanças, percorridas apressadamente nos últimos 30 anos, que determinaram a evolução do saber matemático básico. Por detrás da singeleza da prova de exame de 1951 estão as intenções expressas no discurso de Carneiro Pacheco que citei, tal como a complexidade do conhecimento matemático que hoje solicitamos aos nossos alunos do 3° ciclo, e que está presente na Prova de Aferição do 3° ciclo, reflecte a complexidade das exigências da actual sociedade portuguesa. As diferenças entre estes dois exames espelham pois, em última análise, o caminho gigantesco que o país percorreu desde os anos 50.

Notas

1 As duas Provas de Aferição que refiro neste artigo estão disponíveis em http: //www.gave.pt/.

2 A reprodução deste exame que aparece na figura 3 foi retirada de um livro de exercícios publicado provavelmente no ano lectivo de 1953/4 (Lucas, s/ data).

3 Os *Elementos de Geometria* de A. do Nascimento Palma Fernandes já eram adoptados na reforma anterior e foram adoptados desde o início da reforma de 1948 até ao advento da Matemática Moderna em meados dos anos 70. Na reforma de 1936 o 2° ciclo é composto pelo 4°, 5° e 6° anos e agora na reforma de 1947 passa a conter o 3°, 4° e 5° anos, divisão que se manteve até aos dias de hoje. A edição do livro que importa para este artigo e que estou a usar é a publicada em 1950, ano do exame que tenho estado a analisar, e destinada apenas ao 4° e ao 5° anos, recurso de transição entre as duas reformas.

Agradecimento

Quero agradecer à Darlinda Moreira e ao Henrique Guimarães a disponibilidade com que comentaram uma versão preliminar deste texto.

Referências

Calado, J. (1965). Compêndio de álgebra. Lisboa: Sá da Costa.

Carvalho, R. (1996). *História do ensino em Portugal desde a fundação da nacionalidade até ao fim do regime de Salazar-Caetano* (2ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Emídio, M. T. (1981). Ensino secundário. Em M. Silva e M. I. Tamen (Eds.) *Sistema de ensino em Portugal* (pp. 191-222). Lisboa: F. Calouste Gulbenkian.

Fernandes, A. N. P. (1950). *Elementos de Geometria para os 4° e 5° anos dos liceus*. Lisboa: Liv. Didáctica.

Lucas, A. A. (s/ data). *Matemática. Exercícios de apuramento e pontos de álgebra e geometria para o 5° ano*. Lisboa: Gomes & Rodrigues.

Pedro, M. E., Santos, M. F., Batista, M. Rosário, Correia, P. (2001). Uma leitura quantitativa do sistema educativo. Em R. Carneiro, J. Caraça, M. E. Pedro (Eds.), *O futuro da educação em Portugal, tendências e oportunidades*, Tomo I (pp. 95-232). Lisboa: Ministério da Educação.

Ribeiro, A. S. (s/data). *Álgebra e trigonometria para o II ciclo dos liceus*. Lisboa: Liv. Franco.

Será a Matemática a disciplina em que os alunos dos liceus dão menos rendimento? (1958). *Cadernos de Psicologia e Pedagogia*, 1/2, 41-51.

José Manuel Matos
Faculdade de Ciências e Tecnologia
da Universidade Nova de Lisboa

Literacia estatística

João Branco
Maria Eugénia Graça Martins

Pensar à maneira da Estatística será um dia tão necessário para o cidadão eficiente como a habilidade de ler e escrever

G. Wells

Introdução

Quando, há algum tempo atrás, a palavra literacia surge no nosso vocabulário, embora não necessariamente no nosso dicionário, o seu significado é fundamentalmente o seguinte: capacidade do indivíduo para ler, escrever e falar na sua língua materna, efectuar cálculos e resolver problemas do dia-a-dia, de forma a cumprir as tarefas que lhe são exigidas tanto no emprego como na sociedade.

Numa sociedade em transformação e desenvolvimento, cada vez mais exigente com o cidadão, que vive constantemente exposto a grandes massas de informação, é natural que o conceito de literacia também tenha evoluído. No estudo internacional PISA (**P**rogramme for **I**nternational **S**tudent **A**ssessment), levado a cabo em 29 países da OCDE, considerado o maior estudo sobre as competências dos alunos que terminam a escolaridade obrigatória e de que resultou o volume *Measuring Student Knowledge and Skills: The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical and Scientific Literacy*, o conceito de literacia aparece de forma mais abrangente e mais exigente, destacando já três vertentes específicas (literacia em leitura, literacia matemática e literacia científica) que, citando o dito estudo, têm as definições que a seguir se apresentam:

Literacia em Leitura — A capacidade de compreender, usar e reflectir sobre textos escritos, com o fim de atingir os nossos objectivos, desenvolver conhecimentos e potencialidades, e participar na sociedade.

Literacia Matemática — A capacidade do indivíduo identificar, compreender, e de se ocupar da Matemática, de ter opiniões bem fundamentadas sobre o papel que a Matemática desempenha, como se torna necessário na sua vida presente e futura, na vida profissional, na vida social com os seus pares e familiares, para viver como um cidadão construtivo, interessado e ponderado.

Literacia Científica — A capacidade de usar conhecimentos científicos, de identificar problemas e de tirar conclusões baseadas em evidências para compreender e tomar decisões sobre o mundo natural e as mudanças que lhe são impostas pela actividade humana.

Vários autores, ver Steen (1997, 2001), falam de literacia quantitativa, também designada por numeracia, e uma definição em voga (Steen, 2001) é:

Literacia Quantitativa — Um conjunto de competências, conhecimentos, convicções e predisposições, hábitos mentais, capacidades de comunicação e jeito para resolver problemas que as pessoas precisam para enfrentar de maneira eficaz situações envolvendo quantidades que surgem na vida e na actividade profissional.

Para que se perceba bem o que é literacia quantitativa há o cuidado de fazer a distinção entre literacia quantitativa e Matemática, a Matemática que se ensina nos cursos tradicionais. Esta é uma disciplina, com um programa, cujo objectivo é a aplicação de ideias abstractas ao estudo da relação entre objectos ideais. A literacia quantitativa ocupa-se de problemas concretos relativos a objectos ou acontecimentos reais que surgem em contextos determinados. A literacia quantitativa dá ao cidadão a capacidade de interpretar informação quantitativa de natureza muito diversificada, o que é hoje uma necessidade permanente para a tomada de decisões correctas em praticamente todas as actividades da vida corrente. Trata-se mais de uma linguagem do que uma disciplina. Representa um novo tipo de formação e por isso é natural que outros métodos de ensino e aprendizagem, que não os tradicionais, sejam mais adequados para se conseguirem os objectivos para que ela aponta. A literacia quantitativa não dispensa naturalmente conhecimentos de matemática, e muito menos dispensa a Estatística, aquela parte que se ocupa dos problemas ligados a situações de incerteza. Contudo não parece ser com programas (de matemática ou de estatística) mais vastos ou mais exigentes que o ensino tradi-

Unidade = ano

0	1 1
0	2 2 2 3 3
0	4 4 5 5 5
0	6 6 7 7 7
0	8 8
1	0
...	
6	8 9 9
7	0 0 1
7	2 2 3
7	4 5 5
7	7
7	
8	0

Tabela 1.

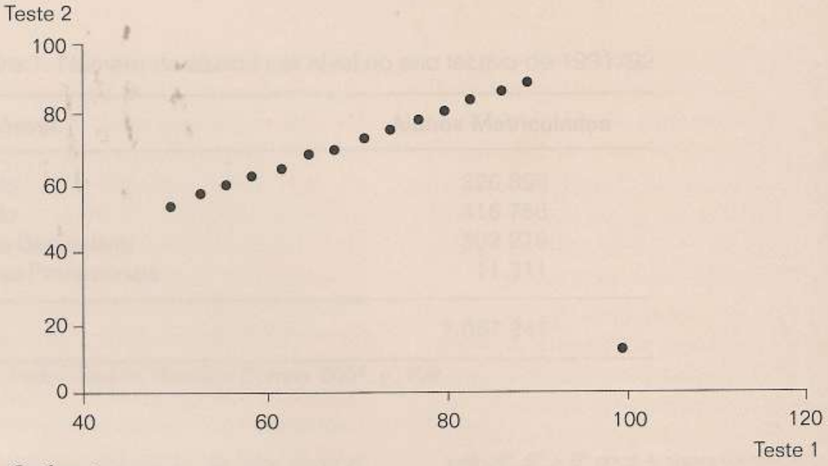


Gráfico 1.

cional leva o estudante a melhorar a sua literacia quantitativa.

O progressivo desenvolvimento da Estatística e a crescente necessidade de conhecimentos estatísticos para enfrentar situações da vida real, levaram à introdução da literacia estatística, à semelhança do que aconteceu com a literacia matemática, exigida por uma "quantização" cada vez mais acentuada da sociedade. Como é referido em Moore (1997), Anne Hawkins define assim a ideia de literacia estatística:

> *Na sua expressão mais simples, literacia estatística pode ser interpretada como uma habilidade de interagir eficazmente num ambiente de incerteza (não determinístico).*

Uma interpretação vaga, mas na qual faz sentido incluir a situação mais concreta que é o frequente contacto com dados e a necessidade da sua análise.

Um aspecto fundamental na literacia estatística é compreender e usar o raciocínio estatístico. Note-se que o tipo de raciocínio estatístico é diferente do raciocínio matemático e a educação estatística não se pode restringir a uma visão da estatística simplesmente como um ramo da matemática (Vere-Jones, 1995). O tipo de raciocínio matemático, eminentemente um raciocínio lógico, em que as proposições ou são verdadeiras ou falsas, não é compatível com o tipo de raciocínio estatístico, em que tratamos com proposições que não podemos dizer que são verdadeiras nem tão pouco falsas, estando numa situação de incerteza, que pode ser quantificada através da probabilidade:

Verdadeiro?

Incerteza

Falso?

Esta situação de incerteza acompanha-nos no nosso dia-a-dia, nas mais variadas situações.

A educação estatística tem uma dimensão diferente das áreas normalmente consideradas como ramos da Matemática, como por exemplo a Geometria, a Análise e a Álgebra, pelo seu envolvimento directo com o estudo de outras ciências como as ciências médicas e afins, ciências políticas e ciências sociais. É importante ensinar um médico, um sociólogo, um técnico da indústria farmacêutica e todos aqueles que fazem uso da Estatística a utilizá-la correctamente. A utilização incorrecta desta ciência pode levar a decisões erradas com consequências negativas quer para o desenvolvimento das outras ciências quer para o desenrolar da vida do cidadão comum. E, como refere Chatfield (1991), em Estatística é possível cometer erros com maior frequência do que em outras ciências, especialmente pelos não especialistas. Em seguida apresentam-se alguns casos de análises estatísticas que podem levar a interpretações e decisões incorrectas quando não se conhecem bem os conceitos estatísticos.

Reflexo de iliteracia estatística

Esta preocupação com a educação estatística, tem levado à introdução de alguns conceitos básicos de Estatística e Probabilidade no ensino obrigatório e pré-universitário de alguns países, nos quais se inclui Portugal. Não nos iludamos, no entanto, com as facilidades por vezes apregoadas de que estas noções são meras questões de "bom senso" ou do "senso comum" que não trazem nada de novo e que não precisam de ser ensinadas. O certo é que elas são necessárias ao cidadão comum na condução da sua actividade diária e o seu desconhecimento pode acarretar graves inconvenientes e prejuízos. Por isso não estamos de acordo com aquela corrente simplista e desactualizada e apresentamos a seguir algumas situações simples, mas que surgem com demasiada frequência para serem ignoradas e às quais é preciso responder com sabedoria.

A média enganadora

A média é largamente utilizada para sintetizar a informação contida num conjunto de dados. Tratando-se de uma redução tão drástica, é necessário acautelar as situações em que a informação que ela transmite não tem qualquer utilidade ou é falsa. O exemplo que se segue é ilustrativo. Numa região começaram a aparecer pessoas com uma doença desconhecida, tendo os médicos do centro de saúde recolhido informação sobre 35 desses doentes, escolhidos aleatoriamente, e concluído que a média das idades era 32 anos. Conjecturou-se que se tratava de uma doença atacando os adultos jovens. Um médico mais curioso, sabedor que a média nem sempre é uma boa medida para resumir a informação contida nos dados, pediu que

País	tmv	pes/TV
Angola	44	200
Austrália	76.5	2
Cambodja	49.5	177
Canadá	76.5	1.7
China	70	8
Egipto	60.5	15
França	78	2.6
Haiti	53.5	234
Iraque	67	18
Japão	79	1.8
Madagascar	52.5	92
México	72	6.6
Marrocos	64.5	21
Paquistão	56.5	73
Rússia	69	3.2
África do Sul	64	11
Sri Lancra	71.5	28
Uganda	51	191
Reino Unido	76	3
Est. Unidos	75.5	1.3
Vietnam	65	29
Yemen	50	38

Tabela 2.

lhe fornecessem as idades dos 35 doentes seleccionados, com os quais construiu a seguinte representação em caule-e-folhas:

Através da representação da Tabela 1, foi possível concluir que afinal a doença estava a atacar as crianças e as pessoas da terceira idade.

A utilização incorrecta do coeficiente de correlação

O coeficiente de correlação é largamente utilizado, nomeadamente na comunicação social, para exprimir o maior ou menor grau de associação entre duas variáveis. Nem sempre o uso do coeficiente de correlação é feito de forma correcta, sobretudo se não forem tomadas certas precauções. Veja-se o seguinte exemplo. Um professor decidiu registar as notas que os seus alunos tinham tido em dois testes, para averiguar se se teria verificado consistência entre os resultados dos dois testes, no sentido que um aluno que tenha tido boa (má) nota no primeiro teste, também tenha tido boa (má) nota no segundo teste. Calculou o coeficiente de correlação e ficou desapontado com o valor obtido, 0.04! Resolveu fazer a representação gráfica dos dados, sob a forma de um diagrama de dispersão e obteve o Gráfico 1.

A representação mostra uma associação linear, quase perfeita, entre os dados, havendo um único valor a fugir desse padrão. Se for retirado o elemento discrepante que aparece no gráfico, já o coeficiente de correlação assume o valor 0.9997.

O exemplo anterior chama a atenção para alguns problemas que podem surgir quando a interpretação do coeficiente de correlação não é acompanhada de uma representação prévia dos dados.

Frequentemente também se esquece que o que o coeficiente de correlação mede é o grau de associação linear entre duas variáveis pelo que, perante um valor deste coeficiente perto de zero, haverá tendência para dizer que as variáveis não se associam, quando na realidade pode existir uma forte associação não linear.

Por outro lado, ao detectar associação entre duas variáveis, nem sempre se toma o devido cuidado com a interpretação que se dá a esta associação. Efectivamente, nem sempre a existência de associação entre duas variáveis significa uma relação de *causa-efeito*. Pode haver outras variáveis, relacionadas com as variáveis em estudo, o que acontece com frequência, que provoquem essa associação, como se exemplifica a seguir.

Para um conjunto de 22 países registou-se o número de pessoas por aparelho de televisão (pes/TV), assim como o tempo médio de vida (tmv), tendo-se obtido os valores que se apresentam na Tabela 2 (Rossman e Chance, 2001).

A representação dos pontos de coordenadas (Pes/TV, tmv) num diagrama de dispersão permite-nos concluir da existência de uma associação linear negativa, com alguma intensidade, isto é, existe tendência para que quanto menor for o número de pessoas por aparelho de TV, maior será o tempo médio de vida. Só por graça é que se poderia dizer que um modo de aumentar o tempo médio de vida, seria aumentar o número de aparelhos de TV! É evidente que a associação negativa encontrada se deve à presença de uma terceira variável, que podemos denominar por "nível de vida", que influencia as variáveis observadas.

Assim, uma regra básica a ter em linha de conta, quando se trabalha com o coeficiente de correlação ou a recta de regressão, é efectuar a representação prévia dos dados, num diagrama de dispersão.

O gráfico com eixos inapropriados

Se é bem verdade que um gráfico vale mais do que mil palavras, nem sempre esta "máxima" deve ser seguida, pois podemos estar perante gráficos enganadores. É uma situação que se verifica, nomeadamente, quando os eixos desses gráficos não são escolhidos convenientemente, quer devido a uma má escolha das escalas num ou mais eixos, quer devido à truncatura do eixo das frequências, isto é, fixando o início da escala nesse eixo num valor superior a zero. Os dois exemplos que se seguem esclarecem estes dois problemas.

Suponha que o número de acidentes, por mês, no IP5, foi, no período de Setembro de 1997 a Janeiro de 1998, o seguinte: 8, 9, 12, 13 e 12. Dois jornais hipotéticos apresentaram representações gráficas para transmitirem a informação anterior (Gráficos 2 e 3).

Como comentário, podemos dizer que um dos jornais tentaria dramatizar o problema.

O segundo exemplo (Gráfico 4.) refere-se ao resultado de uma sondagem relativa às recentes eleições para o novo líder da Juventude Socialista. Os resultados da sondagem (Jornal Expresso Nº 1547 de 22 de Junho de 2002) indicam 215 votos (51%) para Jamila Madeira e 208 votos (49%) para Filipe Costa. A notícia relativa a este evento, propositadamente intitulada "Ilusão de óptica", apresenta um gráfico, semelhante ao que se vê na página seguinte, que faz explodir uma diferença muito reduzida (7 votos, cerca de 2%), entre os desempenhos dos dois candidatos, numa vitória (ou derrota) verdadeiramente impressionante.

O próprio jornalista justifica assim a habilidade do gráfico em transmitir informação deturpada: "O truque para

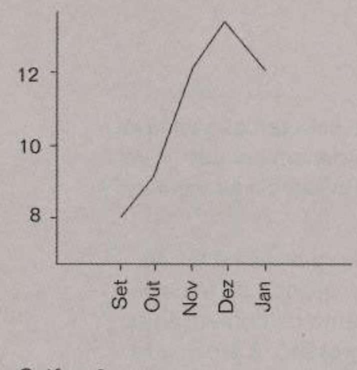


Gráfico 2.

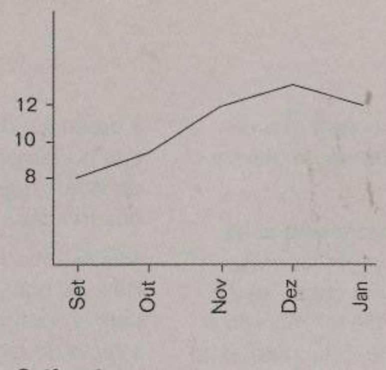


Gráfico 3.

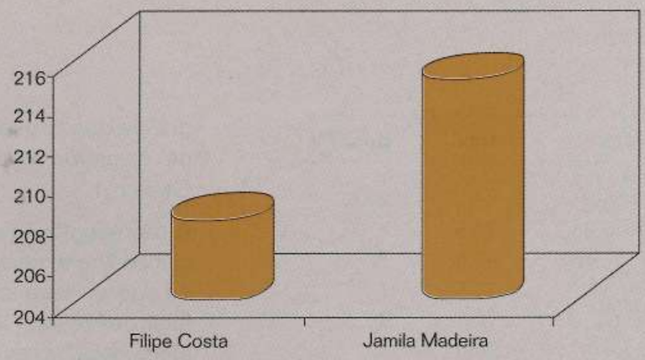


Gráfico 4.

que o resultado de Jamila apareça com o dobro de tamanho da coluna de Filipe foi utilizar, não as percentagens (51% a 49%), mas o número de respostas (215 a 208), e ao desenhar o gráfico, não começar a partir do 0, mas do 204, mostrando apenas o topo da votação. Independências?!!"

Na verdade o truque está, unicamente, na escolha da escala e não no facto de se utilizarem frequências absolutas ou relativas.

Alguns problemas com o cálculo de probabilidades

Assim como se podem cometer erros básicos em Estatística, o mesmo acontece em Probabilidades. Os exemplos seguintes pretendem ilustrar situações probabilísticas em que é comum isso acontecer, já que:

- A intuição é muitas vezes enganadora;
- Em muitas situações uma análise correcta depende da identificação de resultados igualmente possíveis (prováveis ...), o que nem sempre é fácil.

Se perguntar numa turma de alunos qual das sequências MFFMFM, MMMMFM, é mais provável de ocorrer, no nascimento de 6 crianças, onde representamos por M o nascimento de rapaz e F de rapariga e admitimos igual probabilidade para o nascimento de rapaz e rapariga, terá dúvida de que a esmagadora maioria responde MFFMFM? No entanto os dois acontecimentos têm a mesma probabilidade, $1/2^6$.

Se repetir a experiência que consiste em lançar ao ar 6 moedas e deixar cair as moedas sobre uma mesa, experimente perguntar numa turma de alunos o que é mais provável obter:

a) 2 caras e 4 coroas ($15/2^6$)

b) 3 caras e 3 coroas ($20/2^6$)

c) 5 caras e 1 coroa ($6/2^6$)?

Provavelmente a maior parte dos alunos escolheria a resposta correcta b), mas sem ser pela razão certa!

Se numa turma com 30 alunos encontrar 2 alunos a fazer anos no mesmo dia, poderá pensar tratar-se de uma rara coincidência. Efectivamente um resultado que vai contra a intuição é que bastam 23 pessoas para que a probabilidade de haver pelo menos duas a fazer anos no mesmo dia seja superior a 50% (Graça Martins *et al*, 1999a)!

Atente-se na seguinte notícia (Rasfeld, 2001): "Nestes últimos meses, milhares de crianças americanas têm estado a escrever cartas para os soldados americanos estacionados no Golfo Pérsico, seus desconhecidos, para lhes mostrar que eles não foram esquecidos no seu país. Em geral o endereço é: 'Para um soldado'. O sargento Rory Lomas, de 27 anos de idade, natural de Savannah, na Georgia, recebeu uma tal carta na Arábia Saudita. E por pura coincidência : 'a carta para um soldado' foi escrita pela sua própria filha Ceterícka de 10 anos de idade ". Perante este relato, pensamos que uma situação destas só pode ser devida a intervenção divina! A probabilidade de isto acontecer deve ser extremamente pequena, diz-nos a nossa intuição. Mas mais uma vez a nossa intuição nos enganou. Efectivamente a situação descrita é uma versão do conhecido problema dos encontros, que pode ser formulado como se explica já a seguir (Graça Martins, *et al.* 1999a). Uma secretária distraída tinha *n* cartas para enviar a outros tantos destinatários. Meteu aleatoriamente as cartas dentro dos envelopes, sem tomar atenção aos nomes. Qual a probabilidade de pelo menos uma pessoa receber a carta que lhe era dirigida? O valor para esta probabilidade é aproximadamente 0.63, aproximação que já se obtém para $n=4$.

Componentes da formação de uma pessoa estatisticamente literada

Não é pacífico enumerar as componentes da formação exigida pela literacia estatística, já que a própria definição deste conceito não está propriamente estabelecida.

Podemos, no entanto, indicar alguns requisitos básicos que se consideram necessários para que o cidadão possa cumprir o que dele se espera numa sociedade de números e quantidades (Gal, I., 2002):

- Perceber a necessidade de trabalhar com dados (compreendendo que dados não são unicamente números, mas números inseridos num determinado contexto), conhecendo a sua proveniência e a forma de os produzir;
- Estar familiarizado com os termos e ideias básicas de Estatística Descritiva, nomeadamente métodos (medidas, tabelas e gráficos) para reduzir a informação contida nos dados;
- Compreender noções básicas de Probabilidade;
- Entender o mecanismo do processo inferencial, ao tomar decisões estatísticas.

O primeiro tópico considerado, o da origem e produção de dados, é por vezes relegado para segundo plano, sendo no entanto crucial em qualquer procedimento estatístico. Para realçar a importância desta fase consideremos, por analogia, o que se passa quando se realiza um cozinhado

(Graça Martins e Cerveira, 1999b). Começa-se por seleccionar os ingredientes, que serão depois manipulados de acordo com determinada receita. O resultado pode ser desastroso, embora de aspecto agradável. Efectivamente se os ingredientes não estiverem em condições, resulta um prato de aspecto semelhante ao que se obteria com ingredientes bons, mas de sabor intragável. Se os dados não forem "bons", embora se aplique a técnica correcta, o resultado pode ser desastroso, na medida em que se pode ser levado a retirar conclusões erradas. Ficaram célebres e hoje em dia ainda se verificam, antecipações de resultados eleitorais completamente contraditórios com os resultados após os actos eleitorais, devido essencialmente a uma amostra deficiente, a partir da qual se obtiveram esses resultados, eventualmente com técnicas estatísticas adequadas.

A familiaridade com os termos e ideias básicas da Estatística Descritiva já foi realçada, quando falámos no perigo da sua utilização incorrecta.

A compreensão das noções básicas de probabilidade é importante, pois o termo Probabilidade é utilizado todos os dias, mais ou menos de forma intuitiva, já que nos mais variados aspectos da nossa vida, está presente a incerteza. Neste ponto deve ser realçado o facto de nem todos os resultados enunciados sob a forma probabilística, serem baseados em estudos estatísticos, havendo por vezes lugar a juízos probabilísticos subjectivos ou baseados em situações anedóticas.

Hoje em dia somos confrontados sistematicamente com informação, veiculada pela comunicação social, sobre resultados de sondagens, que são apresentados obrigatoriamente com a ficha técnica, onde se inclui nomeadamente a margem de erro. Ora, para que sejamos consequentes com esta exigência, é necessário dar às pessoas as ferramentas necessárias para poderem compreender e assimilar a informação que lhes está a ser transmitida. A compreensão do processo inferencial significa também que as pessoas ficam alerta para a possibilidade de se cometerem erros quando se procura generalizar para um conjunto vasto de indivíduos, algumas propriedades verificadas só em alguns deles, mas que estes erros podem ser controlados e quantificados, através da probabilidade, residindo aqui a enorme potencialidade da Estatística.

Conclusão

O desenvolvimento dos computadores, a sua intervenção crescente na sociedade e a produção intensiva de informação, de que eles são os principais agentes, é um fenómeno que se tem vindo a intensificar desde as últimas décadas do século XX. Esta transformação rápida é de certo modo a responsável pelo nascimento da literacia quantitativa, correspondendo à necessidade do homem moderno se adaptar às novas condições de vida, compreendendo e usando com eficácia a informação que lhe chega diariamente. Aliás, os cálculos automáticos e gráficos automáticos, que lançam a controvérsia entre os matemáticos são fundamentais em Estatística. O uso da tecnologia é, hoje em dia, um aspecto fundamental da prática da Estatística e podemos dizer que a literacia estatística arrasta a literacia computacional.

As definições de literacia em geral e de literacia nos vários domínios e níveis particulares não estão ainda estabelecidas mas, dados os objectivos para que elas apontam, começa já a perceber-se que poderá ser necessário criar adequados mecanismos de educação para a literacia.

No caso da literacia estatística o que se pretende não é criar especialistas em estatística, mas sim criar nas pessoas a capacidade de compreenderem os processos elementares da recolha e análise de dados, entenderem o que está por detrás de um raciocínio estatístico, terem a consciência do que é um fenómeno aleatório, sendo capazes de construir modelos simples da realidade.

A literacia estatística, ao nível do cidadão comum, deve permitir a cada um de nós resolver com ligeireza e segurança um rol de problemas que nos dizem directamente respeito ou que nos são apresentados frequentemente pelos media e cuja resolução apela a conhecimentos e raciocínio estatísticos. Interpretar tabelas e gráficos, entender disputas salariais, índices de preços, oscilações bolsistas, taxas de desemprego, taxas relativas à evolução de doenças, mecanismos e resultados eleitorais e de sondagens, comparar a qualidade e custos de bens ou serviços são apenas algumas solicitações dirigidas ao cidadão e a que ele pode dar resposta fazendo uso da literacia estatística.

Um cidadão com estas competências que lhe dá a literacia estatística é um cidadão bem informado, vive melhor e pode contribuir de forma esclarecedora para uma sociedade mais justa.

Referências

Chatfield, C. (1991). Avoiding Statistical Pitfalls. *Statistical Science*, 6, 3, 240-268.

Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsabilities. *International Statistical Review*, 70, 1, 1-51.

Graça Martins, M. E., Monteiro, C., Viana, J. P. e Turkman, M. A. (1999a). *Probabilidades e Combinatória*. Ministério da Educação. Departamento do Ensino Superior. Lisboa.

Graça Martins, M. E. e Cerveira, A. (1999b). *Introdução às Probabilidades e à Estatística*. Edição Universidade Aberta. Lisboa.

Moore, D. (1997). New Pedagogy and New Content. The Case of Statistics. *International Statistical Review*, 65, 2, 123-165.

Rasfeld, P. (2001). The Role of Statistics in School Mathematics Teaching Today. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.

Rossman A. e Chance, B. (2001). *Workshop Statistics: Discovery with data*. Key College Publishing. Emeryville, CA.

Steen, L. A., ed (1997). *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow America*. The College Board. New York.

Steen, L. A., ed (2001). *Mathematics and Democracy: The case for Quantitative Literacy*. National Council on Education and the Disciplines. Princeton.

Vere-Jones, D. (1995). The Coming of Age of Statistical Education. *International Statistical Review*, 63, 1, 3-23.

João Branco
Centro de Matemática e Aplicações
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Maria Eugénia Graça Martins
Centro de Estatística e Aplicações
Departamento de Estatística
Operacional da Faculdade de Ciências
da Universidade de Lisboa

Combate ao insucesso na Matemática e nas Ciências?

"A média dos exames nacionais do 12° ano de Matemática foi negativa"; "Os alunos portugueses encontram-se nos último lugares dos estudos internacionais ao nível da literacia matemática". Estas são duas afirmações que já nos habituámos a ouvir com alguma frequência principalmente nos momentos de divulgação de resultados de exames e estudos.

De acordo com a notícia do Público de 29/8/2002 "o Governo quer contrariar o sistemático mau desempenho dos alunos portugueses nas áreas da matemática e das ciências e tem já constituído um grupo de trabalho para estudar soluções" — *Comissão para a Promoção do Estudo da Matemática e das Ciências.*

Foi anunciado que esta Comissão será presidida por António Manuel Baptista, professor catedrático de Física e por mais 11 elementos que incluem representantes das sociedades portuguesas da Matemática e da Física, docentes universitários e professores de escolas. No entanto dos nomes vindos a público reconhecemos quase exclusivamente professores universitários. E a primeira questão que se coloca é: qual é a representatividade dos professores que, no terreno, se têm organizado, inovado, trocado experiências e que acima de tudo vivenciam as dificuldades dos seus alunos ou seja conhecem a realidade. Não estará a comissão um pouco viciada à partida na sua constituição?

Esta comissão pretende ser apenas um grupo de divulgação científica ou é mais do que isso e pretende dar resposta aos problemas reais de insucesso que se colocam?

António Baptista, presidente da Comissão, de acordo com a mesma notícia, terá afirmado que "os cientistas são optimistas radicais" e que é possível fazer-se alguma coisa para resolver este problema nacional. Esta é uma posição positiva mas será suficiente ser optimista mesmo que radical? Não será necessário que o optimismo, entre outras coisas, assente em conhecimento da situação e conte com os professores no terreno?

O mau desempenho dos alunos nas áreas da matemática e das ciências é, segundo o ministro da Educação, um "problema estrutural [que] não se resolve em um ou dois dias e que não há soluções milagrosas" e, de facto, estamos conscientes de que assim é, embora pensando que é sempre possível melhorar a situação. No entanto, quando olhamos para as medidas mais recentes tomadas, em cima da hora, pelo Ministério da Educação ficamos assustados com o que virá a seguir. Será que com a alteração de alguns dos princípios da reorganização curricular do ensino básico, a dois meses do início do ano lectivo, tais como a redução do número de professores responsáveis pelas novas áreas curriculares não disciplinares no 3° ciclo, ou a introdução de exames nacionais no 9° ano ao nível da Matemática (e do Português), estão a ser criadas condições propícias ao desenvolvimento de medidas de combate ao insucesso escolar? Não será que estas decisões nos conduzem em sentido contrário àquilo que queremos?

O primeiro relatório da referida Comissão deverá ser produzido até ao final do ano e as primeiras medidas já aplicadas no próximo. Esperemos pelos resultados, mas não temos muitas razões para sermos optimistas!

Adelina Precatado
Esc. Sec. de Camões

Helena Fonseca
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Está criado o grupo para melhorar o desempenho dos alunos a matemática e ciências

DURÃO BARROSO RECEBEU COMISSÃO

Doze professores e investigadores vão tentar encontrar soluções para o ensino destas áreas

O Gov… sistem… dos alu… as da m… e tem já … de trabalho para estudar soluções. O próprio primeiro-ministro quis dar um sinal da sua preocupação e empenho na resolução de um problema que, todos os anos, atira Portugal para a cauda das comparações internacionais e recebeu ontem o ministro da Educação e a recém-nomeada Comissão para a Promoção do Estudo da Matemática e da Ciências.

Com a primeira reunião marcada para o próximo dia 7, no final do encontro de ontem em São Bento foram poucas ou nenhumas as novidades avançadas em relação a possíveis ideias, iniciativas ou projectos. Para … a … do pres… nio Manu… catedrático … mia Militar … ciedade Portu… na Nuclear. A … constituída po… nalidades, desde representantes das sociedades portuguesas da Matemática e da Física a investigadores e professores de escolas.

A ideia, explicou o ministro da Educação, David Justino, é haver "uma paridade entre os que se têm distinguido na divulgação científica e os que têm dado o melhor de si no terreno para qualificar os nossos alunos". E serão … os responsáveis pela … de um programa de …ência para a matemáti… trar boas soluções". Sendo certo, frisou o ministro, que este "problema estrutural não se resolve em um ou dois dias e que não há soluções milagrosas".

António Manuel Baptista pode também não acreditar em milagres mas acredita que os "cientistas são optimistas radicais" e que é possível fazer-se alguma coisa para resolver este "problema nacional", do qual "depende o nosso futuro e independência". "Numa sociedade de descrentes, acreditamos no progresso e que é possível, dentro destas áreas, darem-se alguns passos para ajudar a resolver o problema, com a co… … são deverá produzir um primeiro relatório e o ministro da Educação espera que já no próximo ano sejam aplicadas as primeiras medidas. ■

> e os que têm dado o melhor de si no terreno para qualificar os nossos alunos".

> nenhumas as novidades avançadas em relação a possíveis ideias

OS NÚMEROS NEGROS DA MATEMÁTICA E DAS CIÊNCIAS

Média dos exames do 12° ano na 1ª fase (2002)

Matemática
1ª chamada: 8,7
2ª chamada: 4,8

…ada: 10
…ada: 7,7

…hamada do exame de **Matemática**, mais de metade …nos (56 por cento) tiveram negativa

…hamada do exame de **Matemática**, 45 por cento dos …os não tiveram mais de 4 valores. Oito em cada dez não chegaram aos 10 valores

PISA (Programme for International Student Assesment, OCDE 2000)

Mais do que na leitura, é na **literacia matemática** e na **literacia científica** que os alunos portugueses de 15 anos mais perdem na comparação com os seus parceiros da OCDE

A matemática, entre 27 países da OCDE, Portugal partilha o penúltimo lugar da classificação com a Polónia, Itália, Grécia e Luxemburgo. Apenas o México fica atrás. Portugal afasta-se 46 pontos do valor médio tido como referência.

A ciências, só os alunos do México e do Luxemburgo ficam atrás dos jovens portugueses. Portugal fica 41 pontos aquém da média

Provas de aferição de Matemática

… obtida pelos alunos do 4° ano nas provas …estar a aprendizagem das competências …stas no currículo cifrou-se em 52,8 por …

…mais de 40 por cento dos alunos do 6° ano …sponder de forma totalmente correcta aos …relacionados com a geometria, o cálculo ou a estatística

Também 40 por cento do total das questões ficaram **sem** resposta ou tiveram cotação zero. No grupo dos alunos **do** 4° ano, essa percentagem cai para os 30 por cento

In Público 29 de Agosto 2002.

A Matemática e a literacia quantitativa

Jaime Carvalho e Silva

> Reconhecer a importância da literacia quantitativa (ou numeracia ou literacia matemática) resume-se apenas em querermos ensinar matemática no nosso tempo virados para o futuro. Queremos?

Definições

Segundo o novo Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea da Academia das Ciências de Lisboa (2001) a literacia é a *capacidade de ler e escrever* ou a *condição ou estado de pessoa instruída*. Pela primeira definição, a literacia não parece ter nada a ver com a matemática. Mas, nos últimos anos, a ideia de literacia tem sido bastante alargada, um pouco por todo o mundo. Um dos exemplos mais recentes é o do novo programa de avaliação internacional PISA que veio desdobrar este conceito em três componentes: a literacia em leitura, a literacia matemática e a literacia científica (*reading, mathematical and scientific literacy*). O objectivo deste desdobramento é deixar bem claro que o programa PISA pretende analisar mais do que simples conhecimentos isolados, pretende avaliar também capacidades e competências (*knowledge, skills and competencies*).

A primeira vez que me lembro de encontrar um termo que exprime este tipo ideias, na língua portuguesa, foi no livro do matemático John Allen Paulos, cuja edição original se chamava *Innumeracy — Mathematical Illiteracy and Its Consequences*. A edição portuguesa, de 1991, tem por título *Inumerismo — o analfabetismo matemático e as suas consequências*. Curiosamente o dicionário já referido inclui a entrada *inumerismo* com a definição *falta de domínio das operações aritméticas fundamentais* mas tal não coincide nada com a ideia de *analfabetismo matemático*. John Allen Paulos, no livro referido, define *inumerismo* como *a incapacidade para se lidar naturalmente com as noções fundamentais de números e probabilidades*. A ideia é, pois, de que o simples conhecimento dos números não é suficiente, é preciso saber lidar *naturalmente* com eles.

Nos Estados Unidos há muito que *literacia* e *inumerismo* são termos usados com frequência, como forma de evidenciar que um cidadão dos dias de hoje precisa de saber muito mais do que apenas *ler, escrever e contar*. Por exemplo, a *Woodrow Wilson National Fellowship Foundation*

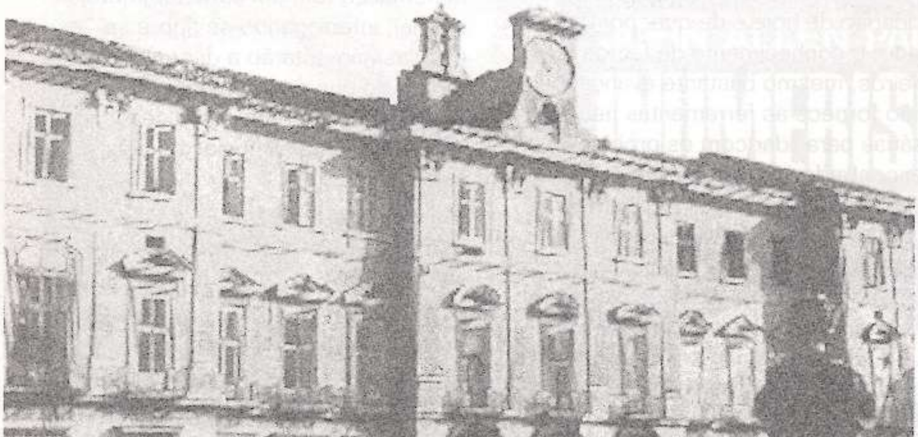


Figura 1. Universidade Frederico II de Nápoles, Itália.

Figura 2 e 3. Helmut Neunzert é professor do Departamento de Matemática da Universidade de Kaiserslautern e autor do livro Oh Gott, Mathematik!?

apoia quatro áreas de literacia entre as quais a *literacia quantitativa*. Em 2001 editou um relatório chamado *Mathematics and Democracy — The Case for Quantitative Literacy* e apoia uma rede de projectos de literacia quantitativa chamado o *National Numeracy Network*. Em 2001 apoiou a realização de um fórum sobre Literacia Quantitativa, organizado pelo MSEB–*Mathematical Sciences Education Board* dos EUA (organismo nacional que inclui matemáticos, educadores matemáticos, professores, administradores e empresários) e pela MAA — *Mathematical Association of America*. Lynn Arthur Steen relata que a definição de trabalho, nesse fórum, de *literacia quantitativa* (*quantitative literacy*) era: "capacidades de raciocínio quantitativo necessários a um cidadão na actual era da informação". Não há dúvida que esta é uma definição muito ampla (vaga talvez), mas que mostra claramente a preocupação de abranger um conjunto alargado de conhecimentos, capacidades e competências matemáticas. Mesmo que o seu âmbito não esteja bem definido, pelo menos mostra uma preocupação muito clara. E não é também de admirar que essa definição reflicta até que ponto todos os países andam um pouco perdidos sobre como ensinar uma matemática adequada às necessidades de um mundo em que a tecnologia tem um peso cada vez maior e onde, ao contrário do que muitos previram e outros recearam, a necessidade de compreensão e espírito crítico é cada vez mais evidente. Mas se a maioria dos cidadãos de hoje não consegue sequer lidar com problemas simples de percentagens, gráficos ou probabilidades, é claro que temos ainda um caminho longo a percorrer.

Um problema actual mas não recente

Contudo, a preocupação com a literacia quantitativa não se espalhou pelo mundo com o programa PISA. A constatação de que, por um lado, a matemática é cada vez mais um instrumento incontornável na vida de um cidadão de hoje e de que, por outro lado, o conhecimento de factos rotineiros, mesmo bastante avançados, não fornece as ferramentas necessárias para lidar com os problemas encontrados na vida de um qualquer cidadão ou numa vida profissional com desafios difíceis de prever, está espalhada por toda a nossa civilização actual. É um facto significativo que o programa PISA seja uma iniciativa do OCDE, embora não seja nada claro qual será o impacto deste programa em cada um dos 32 países que participaram no programa PISA na sua primeira fase.

Que a preocupação com a literacia quantitativa está há muito presente fora dos Estados Unidos é provado com o facto de nas mesas redondas do Terceiro Congresso Europeu de Matemática ter perpassado muito a ideia de que o público em geral tem uma ideia incorrecta ou distorcida da Matemática, o que prejudica tanto o público como a própria Matemática. Claro que esta ideia incorrecta ou distorcida tem muito a ver com o ensino da matemática nas escolas básicas e secundárias, pelo que, consequentemente, o modo como a educação matemática tem sido conduzida em cada país é questionado em muitas das intervenções do Congresso.

Carlo Sbordone, professor de Departamento de Matemática da Universidade Frederico II de Nápoles, Itália e actual presidente da União Matemática Italiana interroga-se, numa dessas mesas redondas, se não teremos de rever e reformar totalmente o sistema educacional e os programas e se não "será verdade que demasiadas vezes os nossos professores insistem em tecnicalidades que afastam os estudantes para longe da matemática e impedem a sua compreensão".

Noutra mesa redonda, o matemático alemão Helmut Neunzert afirma estar "fortemente convencido que a matemática se encontra numa fase de transição; durante algum tempo quase exclusivamente determinada por questões internas à matemática, está a começar a abrir-se a outras disciplinas" e que a "matemática pura e a aplicada precisam uma da outra, hoje mais do que nunca", que a matemática tem um carácter interdisciplinar, interrogando-se sobre se "as escolas não estarão a dar uma ideia errada do que é matemática" e declarando enfaticamente que é necessário "realmente criar entusiasmo pela matemática".

Onde está o problema?

Muitos matemáticos têm exprimido a ideia de que aprender Matemática não se pode reduzir a uma mera transmissão de um certo número de factos, que a Matemática é muito mais do que uma bela linguagem que se desenvolve com a ajuda de argumentos de um rigor impressionante.

O matemático John Allen Paulos é um dos muitos militante da divulgação matemática, sendo altamente recomendável uma visita à sua página na internet http://www.math.temple.edu/~paulos/.

No livro já referido no início apresenta a sua opinião sobre o porquê do analfabetismo matemático:

> As escolas primárias pouco mais ensinam além dos algoritmos básicos para a divisão, multiplicação, adição e subtracção, debruçando-se ainda sobre métodos de cálculo de fracções, decimais e percentagens. Infelizmente, não conseguem ensinar-nos quais são as ocasiões em que é mais indicado recorrer-se à adição ou subtracção, ou à multiplicação e divisão, ou como converter as fracções em decimais ou percentagens. É muito raro vermos uma escola integrar problemas aritméticos noutras disciplinas ou temas (...) Os alunos mais velhos receiam os problemas verbais, em parte, porque nunca lhes pediram para tentar descobrir as soluções quantitativas de problemas de nível elementar. (...) muitos passam ao nível seguinte sem compreenderem que se um carro anda a cinquenta quilómetros por hora durante quatro horas, então terá percorrido duzentos quilómetros (...) não é vulgar ensinar-se a estimar (...) quase nunca se faz ver aos alunos que os arredondamentos e as estimativas ponderadas têm muito a ver com a vida real. (...) É raríssimo ensinarem-se as bases do raciocínio indutivo (...) a grande maioria dos compêndios continua a listar nomes e termos, raramente os acompanhando com ilustrações (...) outros termos são apresentados sem qualquer justificação racional a não ser o facto de nos parecerem impressionantes quando impressos a negro, dentro de uma caixa a meio da página. Há muita gente que fica satisfeita com esta concepção do que é o conhecimento, como se este fosse uma espécie de botânica geral onde há um lugar para tudo e tudo tem o seu lugar. A matemática como ferramenta útil, como modo de pensar ou até como fonte de prazer é uma noção arredada dos programas do ensino elementar (mesmo quando os livros aí usados são adequados).

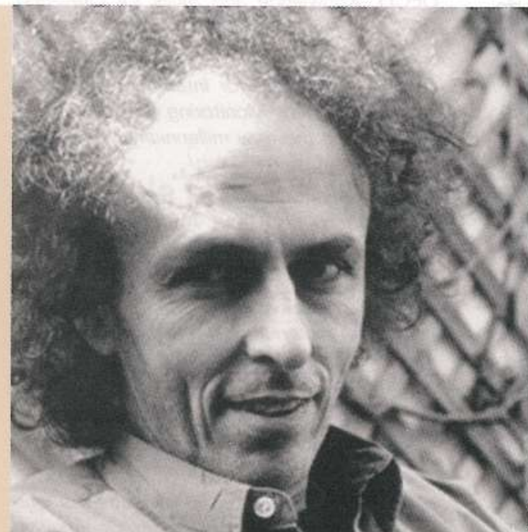
O problema da literacia quantitativa é então em grande parte um problema da matemática que se ensina e de como ela é ensinada.

Um mundo em mudança

São muitas as tentativas de identificar os problemas actuais do ensino da matemática, mas também há a preocupação de ter consciência que o mundo de hoje está muito diferente, para melhor ou para pior, em muitos aspectos. Por exemplo, a MAA — *Mathematical Association of America* nomeou uma comissão, CUPM — *Committee on the Undergraduate Program in Mathematics*, para fazer recomendações sobre os cursos superiores de Matemática; esta comissão reconhece que, actualmente (pelo menos nos Estados Unidos),

> as instituições e os estudantes são mais diversas, o número de estudantes a frequentar cursos de matemática está a diminuir, a falta de professores de matemática e ciências está a tornar-se aguda, a amplitude de disciplinas de matemática ensinadas a nível de licenciatura aumentou dramaticamente, e a necessidade de conhecimentos matemáticos a nível de licenciatura aumentou de forma significativa.

E a mesma comissão interroga-se "Com que frequência encontrou



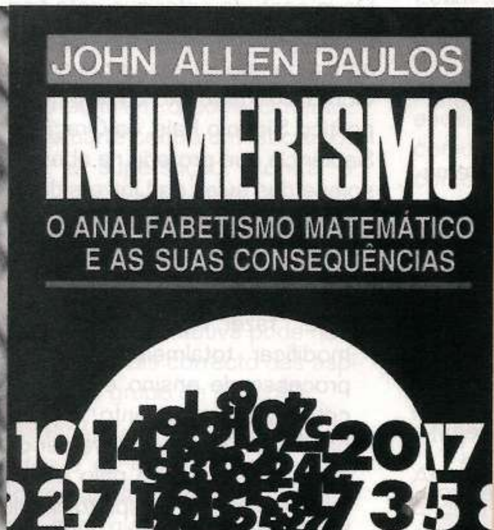


Figura 4 e 5. John Allen Paulos é professor do Departamento de Matemática da Universidade de Temple, Philadelphia, EUA informalmente alguém, lhe explicou que 'Faz matemática', e ouviu em resposta 'Nunca percebi nada de matemática'?" para depois concluir que "as primeiras linhas de defesa contra tal iliteracia são os professores nas nossas escolas." Pelo que toda a formação de professores de matemática (e de ciências) é também um eixo importante de ataque ao problema da literacia quantitativa.

Dimensões da literacia

Que termo usar? Inumerismo, literacia quantitativa, literacia matemática ou analfabetismo matemático? Não penso que a questão linguística seja importante, mas certamente que a próxima edição do Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea da Academia das Ciências de Lisboa já incluirá uma definição mais lata de literacia ou de inumerismo, o que de certo modo até já se adivinha quando o mesmo Dicionário admite que uma das definições de iliteracia seja a "condição ou estado da pessoa que apresenta dificuldades em compreender o que lê".

Neste texto usei *literacia quantitativa* para evidenciar que mesmo quando na matemática estamos apenas a discutir os números e o cálculo, estes não se reduzem a uma mera memorização de operações e suas propriedades, mas envolvem muito mais competências.

Mas talvez o mais importante seja compreender que dimensões poderá ter a *literacia quantitativa.*

No programa PISA a literacia matemática abrange três dimensões:

- o conteúdo matemático (agrupado em classes genéricas como acaso, variação e crescimento, espaço e forma, raciocínio, incerteza e relações de dependência);
- os procedimentos matemáticos (que incluem o uso da linguagem matemática, as capacidades de modelação e de resolução de problemas);
- situações em que a matemática é usada, desde o âmbito da própria matemática, até contextos envolvendo aspectos de outras ciências ou temas de opinião pública.

No mesmo programa, a avaliação da literacia matemática é feita determinando se o aluno manifesta a capacidade de:

- reconhecer e interpretar problemas matemáticos encontrados na vida de todos os dias;
- traduzir estes problemas para um contexto matemático;
- usar conhecimento e procedimentos matemáticos para resolver problemas;
- interpretar os resultados em termos do problema original;
- reflectir sobre os métodos aplicados;
- formular e comunicar os resultados.

Um problema pedagógico

De tudo o que vimos, ressalta claramente que a questão da *literacia quantitativa* é, primeiro que tudo, uma questão pedagógica.

Hyman Bass, actual presidente da AMS — *Sociedade Americana de Matemática* e que em 1999 fez parte dos painéis de avaliação dos Centros de Investigação Matemática portugueses, afirmou mesmo que a literacia quantitativa "não é um curriculum (e certamente não um simples curso), mas uma abordagem pedagógica".

Devo contudo notar que este tipo de preocupações pedagógicas é mais antiga do que muitas vezes se pensa. Como exemplo, cito o matemático e político Sidónio Pais, na Oração de Sapiência que proferiu na abertura solene das aulas da Universidade de Coimbra em 1908. Depois de criticar o sistema de ensino vigente, declara Sidónio Pais:

> Que fazer, pois? Temos de modificar totalmente os nossos processo de ensino e os nossos criterios de julgamento. A preocupação do professor deve ser crear o gosto do alumno pelo trabalho, desenvolver-lhe o espirito de iniciativa, a curiosidade de descoberta, a originalidade. Dar o abalo inicial e deixar marchar a onda, repetir a impulsão tantas vezes quantas fôr necessário. No estudo da sciencia feita, empregar o metodo da redescoberta (*rediscovery*) de que tão bom proveito tiram os americanos. Cada conhecimento, quanto possivel, será achado de novo pelo alumno. Variar os exercicios, graduá-los, até chegar a crear aptidão para investigar e o gosto de vencer difficuldades.

No fundo, pretender ensinar matemática sem dedicar a devida atenção às dimensões explicitadas pela designação *literacia quantitativa* é abdicar da missão de professor ou, como dizia Sidónio Pais, todo o professor precisa de decidir se é "pelo passado, pelo espírito de rotina, pela reacção" ou "pelo progresso, pelo espirito scientifico, e pela liberdade" caso em que tem de procurar em si próprio "a potencia criadora".

Em conclusão, reconhecer a importância da literacia quantitativa (ou numeracia ou literacia matemática) resume-se apenas em querermos ensinar matemática no nosso tempo virados para o futuro. Queremos?

Referências

Tom Berger, Harriet Pollatsek, *Mathematics and Mathematical Sciences in 2010: What should students know?*, Focus, vol. 21, n. 5, p. 12-13, 2001.

C. Casacuberta et al. (ed.), *Mathematical Glimpses into the 21st Century—Round tables held at the Third European Congress of Mathematics*, Societat Catalana de Matemàtiques, Barcelona, 2001.

OECD, *Knowledge and Skills for Life—first results from PISA 2000—executive summary*, 2001, http://www.pisa.oecd.org/

OECD, *Programme for International Student Assessment Monitoring knowledge and skills in the new millennium*, 1999, http://www.pisa.oecd.org/

Sidónio Paes, *Oração de Sapientia*, 16 de Outubro de 1908, Anuário da Universidade de Coimbra, p. XLIII–LIV, 1908-1909.

John Allen Paulos, *Inumerismo—o analfabetismo matemático e as suas consequências*, Publicações Europa-América, Mem Martins, 1991.

Lynn Arthur Steen, *Quantitative Literacy: Why Numeracy matters for Schools and Colleges*, Focus, vol. 22, n. 2, p. 8-9, 2002.

Lynn Arthur Steen (ed.), *Mathematics and Democracy—The Case for Quantitative Literacy*, The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation, 2001, http://www.woodrow.org/nced/mathematics_democracy.html

Jaime Carvalho e Silva
Universidade de Coimbra

Discussões matemáticas

Pascal Paulus

Na nossa sala obrigamo-nos a estudar uma simulação de eleição de vereadores para a nossa sala, antes de analisarmos os resultados das autárquicas. É para descodificar o mundo que nos rodeia e ultrapassar a passividade de "gatos de apartamento" que o ensino da Matemática é indispensável.

A ciência das grandezas, a matemática, é a mal amada? Por tradição ou por ser incómoda? Convém lembrarmo-nos que

> "os valores da ciência e os da democracia são coincidentes e, em muitos casos, impossíveis de distinguir. A ciência e a democracia tiveram início—nas suas encarnações civilizadas—ao mesmo tempo e no mesmo lugar, na Grécia dos séculos VII e VI a.C. A ciência confere poder a quem quer que se dê ao trabalho de a aprender (embora demasiadas pessoas tenham sido sistematicamente impedidas de o fazer). [...] Os seus valores são a antítese do que é secreto. [...] A ciência é uma maneira de desmascarar aqueles que só simulam o conhecimento. É um baluarte contra o misticismo, contra a superstição, contra a religião incorrectamente aplicada a campos onde não deveria interferir." (Sagan, 1997: 53).

Mas não é menos verdade que a democracia representativa pode não ser o espelho mais correcto das aspirações de um grupo de pessoas.

> "Os fanáticos, os verdadeiros crentes e os fundamentalistas de todos os tipos raramente encaram o que quer que seja sob o ponto de vista das probabilidades. [...] Talvez alguém um dia os obrigue a tirar um curso de teoria das probabilidades" (Paulos, 1988: 184)

Na nossa sala, não nos consideramos, nem fanáticos, nem fundamentalistas, ainda que nos obrigamos a estudar mais de perto uma simulação de eleição de vereadores para a nossa sala, antes de analisarmos os resultados das autárquicas.

É preciso saber, que, para o nosso próprio governo, montámos um sistema complexo de discussão e tomada de decisão. Por regra, discutimos todos os assuntos da turma, tanto acerca da programação de actividades, como de regulação de problemas e conflitos, entre pares, em Conselho de turma, único lugar de decisão. Decisão por consenso, de preferência.

Levámos 3 anos para chegar ao ponto onde estamos no momento do relato que segue, no início do 2º período do ano lectivo 2001–2002. Nestes 3 anos, fomos aperfeiçoando a forma como tomámos decisões, a maneira como estabelecemos regras e as avaliámos, a forma como discutimos os conflitos, evitando desde muito cedo a armadilha do castigo e da recompensa fácil.

Aprendemos a analisar situações, a tirar ilações e a escolher pequenos projectos de trabalho para recolher e interpretar informações.

As eleições autárquicas de 2001 dão origem a uma conversa com os meus 17 alunos (11 Cabo-Verdianos, 1 Sulafricano, 1 Guineense, 1 Angolano e 3 Portugueses) acerca da representatividade.

Ela é a continuação de discussões anteriores. No 2º ano, discutimos o que são partidos políticos e o que são políticos e onde trabalham. No 3º ano, analisámos resultados das eleições presidenciais, comparando previsões (nos jornais), resultados nacionais, regionais e resultados dos votos depositados na secção de voto instalada na nossa sala e que encontrámos afixados na nossa porta no dia a seguir às eleições.

Na conversa actual, existem muitas dúvidas sobre como é que se escolhe o presidente da Câmara. A Gisela registou que "qualquer um" pode ser candidato e esta afirmação gera muita discussão. O que significa aqui "qualquer um".

O contexto na sala e o contexto na sociedade civil em geral não é o mesmo. Perceber a diferença entre a democracia directa e a democracia representativa não é fácil. Muito menos para crianças de 9–10 anos. E o facto é que, para a maior parte, a língua portuguesa não é a língua materna, o que dificulta às vezes a clarificação de ideias ou de conceitos.

Como resultado da conversa, proponho, no tempo que prevemos semanalmente para "problemas", utilizar, como ponto de partida para a parte matemática da nossa discussão, um jogo de simulações, que consiste em 4 votações diferentes e seguidas, todas secretas, com as seguintes regras:

1. Escolhes 1 nome entre todos os da sala, como representante preferido.
2. Escolhes mais dois nomes entre todos da sala. Agora escreves três nomes no papel: primeiro o nome da escolha anterior, depois os dois nomes acrescentados, por ordem de preferência.
3. Agora, os partidos políticos indicaram as pessoas que podem ser eleitos. São (A) o Ivan, (B) a Ana Paula e (C) a Margarida. Escolhes o teu favorito.
4. Os partidos continuam a propor estes mesmos 3 nomes. Ordena-os pela tua preferência.

Não houve problemas de escolha nas duas primeiras votações. Na 3ª e na 4ª votações, vários alunos perguntaram o que fazer quando não conseguiam escolher alguém. Combinámos que entregassem o papel em branco. No caso da 4ª votação houve quem não queria dar voto a mais do que um dos candidatos, e quem quisesse deixar o primeiro lugar em aberto. Combinámos escrever os números 1, 2 e 3 à frente, para facilitar a leitura posterior.

Depois da participação, mas antes de contar os votos, tivemos uma primeira conversa:

Marlene — Aquilo do Pascal dizer em quem podemos votar, não era muito justo. Podemos querer votar em outro.

Ivan — Isto não era o Pascal, era o partido.

Ana Paula — É, e menos justo.

Ana Margarida — O mais justo era podermos escolher todos que queremos.

Ruben — Isto era o primeiro.

Adramane — Não era, não, só podias escolher três.

Rui — Mas pode haver quem não quer ser candidato, e assim a gente não sabe se quer ou não.

Bruno — É como nas responsabilidades. Também escolhemos entre quem quer.

Ivan — Mas aqui não era entre quem quer. Era entre quem já era escolhido.

Paula — Mas os políticos não querem ser eleitos?

Pascal — Eu penso que sim, é um pouco como com as responsabilidades.

Marlene — Mas quando não há ninguém que diz "Eu quero ser", então acho que a primeira maneira é mais justo.

Gisela — É Pascal. Por exemplo, agora para a Câmara, só conheciamos o Arnaldo Pereira, não sabemos nada dos outros. Podes votar para os outros?

Pascal — É, por isso que mandámos cartas, não? Para saber o programa deles para Oeiras e Carnaxide.

Sérgio — Mas só recebemos carta do Bloco de Esquerda.

Gisela — E do Arnaldo que é do CDU. Ele não trouxe o programa com ele?

Pascal — Sim. Mas então, o que vocês acharam mais justo, para a votação.

Vários — A primeira maneira.

Outros — Não, a segunda!

Ivan — O Pascal, vamos ter que votar ...

Treze acham a segunda maneira a mais justa, enquanto três optam pela primeira. As outras duas maneiras são menos justas, "porque houve quem perguntou como se fazia se não queria votar em alguém".

Contámos os quatro montes de votos:

Para a 1ª e a 3ª maneira, 1 voto por pessoa.

Para a 2ª e a 4ª maneira, atribuímos respectivamente 3, 2 e 1 ponto aos candidatos, conforme a ordem de preferência que ocupam.

Na semana seguinte, analisámos os resultados, com o quadro 1.

Houve comentários:

Marlene — Quando não podemos escolher quem quiser, não é justo, porque a Naomi por exemplo, com ela não é justo.

Quadro 1.

Votação 1	
Naomi	3 votos
Ruben	3 votos
Gisela	3 votos
Ana Paula	2 votos
Votação 2	
Naomi	14 pontos
Ruben	14 pontos
Ana Paula	12 pontos
Gisela	11 pontos
Votação 3	
Ana Paula	7 votos
Ana Margarida	3 votos
Ivan	2 votos
Brancos	4 votos
Votação 4	
Ana Paula	25 pontos
Ana Margarida	23 pontos
Ivan	18 pontos
Brancos	30 pontos

Ana Margarida — Mas a Naomi também tem mais votos quando só escolhemos uma pessoa.

Ana Paula — A Gisela, uma vez tem mais, outra vez tem menos.

Pascal — Quando é que ela tem mais?

Ana Paula — Quando ela tem 3 tem mais.

Tiago — Como? Quando tem 11 tem mais.

Ana Paula — Não, porque tem mais do que eu, e depois tem menos.

Pascal — Espera um pouco. Quando ordenámos, demos pontos. Quantos pontos é que cada um podia dar ao todo?

Marlene — 6.

Ivan — Não, sim, seis.

Pascal — como sabes?

Marlene — É 3 + 2 + 1.

Pascal — Então, quantos pontos foram ao todo?

Ana Margarida — 6 x 16, é...

Pascal — Exacto. 6 x 16, porque foram 16 a participar.

Algum cálculo mental e algumas máquinas de calcular.

Vários — 96.

Pascal — E quando votaram para uma pessoa só, quantos votos foram ao todo?

Vários — 16.

Pascal — Então a Gisela teve 3 votos em 16 ou 3/16 numa votação e 11/96 noutra. Lembram-se o que o traço significa?

Margarida — São 11 partes de 96.

Ivan — É uma multiplicação, não espera...

Adramane — É uma conta de dividir.

Ivan — É isto que ia dizer.

Pascal — Então se queremos comparar os dois resultados, podemos dividir. O resultado será um número grande ou pequeno?

Vários — Pequeno.

Ruben — Muito pequeno.

Pascal — Porquê?

Ruben — Porque divides com um número grande.

Pascal — E?

Marlene — E o outro número é pequeno.

Pascal — Então, façam lá, com a máquina de calcular.

Aparecem os resultados: 0,1875 e 0,1145833.

Ana Paula — Vês, 3 em 16 é mais do que 11 em 96.

Pascal — É verdade. Já agora, a Ana Paula teve maior resultado na primeira votação ou na segunda votação, quando só podiam escolher entre três colegas?

Margarida — A primeira, foi aquela onde teve 7 votos em 16?

Bruno — Então é 7 em 16 e 25 em 96.

Adramane — O primeiro é mais.

Pascal — Quem pensa que é o segundo?

6 braços, dois com alguma hesitação.

Pascal — Então, podemos procurar como é.

Voltam às máquinas de calcular: os resultados dão respectivamente 0,4375 e 0,2604166. Não restam dúvidas.

Os resultados merecem um comentário: na nossa sala, conseguimos montar uma estratégia para construir uma maioria absoluta, com alguém que à partida não era a pessoa mais votada. Vendo desaparecer as suas escolhas preferidas, algo que deixei ao acaso, já que não sabia por quem tinham votado nas duas primeiras voltas, os alunos preferem não atribuir voto, ficando os "não atribuídos" com o score mais alto.

Este exercício de estilo, feito com os meus alunos pode não mostrar claramente que

> "o ser humano tem tendência para querer tudo para si, assim como para negar a necessidade dos compromissos (e que) os compromissos [...], são frequentemente encobertos ou escondidos sob um diáfano manto de nevoeiro." (Paulos, 1988: 180)".

Por outro lado, teve a virtude de ajudar a dissipar o nevoeiro levantado acerca dos números que são claros e decidem tudo, numa votação.

Todo este trabalho é mesmo necessário?

> "Será indispensável estudar? Talvez não! Durante mais de 40000 anos o Homo Erectus sobreviveu, enquadrado pelo seu ambiente imediato sem projecto a longo prazo, sem memória, sem passado. Submetido a uma natureza, onde tudo parecia hostil, mágico, terrífico, inexplicável. E hoje ainda, é possível vegetar, como um gato de apartamento, fora de toda a cultura, não percebendo mais que os aspectos mais pobres do ambiente circundante. Podemos submeter-nos com docilidade e resignação a todas as manipulações e condicionamentos. Em compensação, para descodificar a mais simples ferramenta que encontramos em funcionamento à nascença, é necessário que assimilemos a herança cultural. É para comunicar esta visão do mundo e permitir ao indivíduo ultrapassar a passividade dos crédulos e dos supersticiosos que o ensino da Matemática é indispensável." (Glaeser, Georges 1999: 27)

Ao longo do ano escolar analisamos dezenas de situações, de formas semelhantes: resultados, comparações de preços entre os supermercados no nosso país e na Bélgica, país dos nossos colegas correspondentes, estudos sobre reacções racistas, sobre a taxa de utilização da estrada em frente a escola para solicitar protecções à Câmara, etc.

O entusiasmo com que os alunos têm discutido variadíssimos assuntos, ganhando pouco a pouco utensílios de interpretação, faz-me acreditar que serão um pouco menos gato de apartamento.

Referências

Paulos, John Allen (1988). *Inumerismo. O analfabetismo matemático e as suas consequências*, Lisboa: Publicações Europa-América.

Glaeser, Georges (1999). *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.

Sagan, Carl (1997). *Um mundo infestado de demónios, A ciência como uma luz na escuridão*, Lisboa: Gradiva.

Pascal Paulos

EB1 de Guturela e Portela

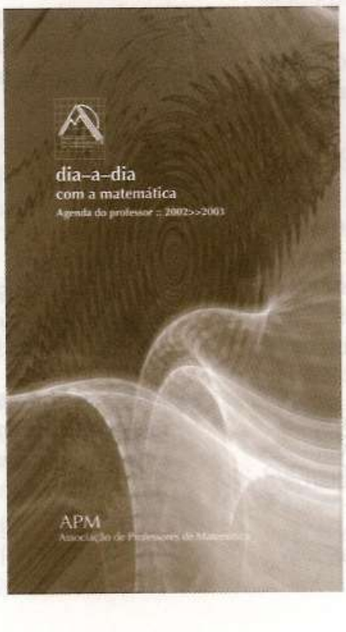
APM
Publicações

Reflectir e investigar sobre a prática profissional

Grupo de Trabalho sobre investigação
APM, 2002

Sócio: €9,10
PVP: €18,20

Todo o campo de prática social constitui um terreno fértil para pesquisa. Investigando as suas práticas, os profissionais da educação — professores, orientadores de estágio, formadores ou técnicos da administração educativa — aprofundam a compreensão dos problemas que se lhes colocam e testam o alcance de estratégias de intervenção. A investigação sobre a prática, realizada individualmente ou em equipas colaborativas, promove o desenvolvimento profissional dos respectivos protagonistas e dá uma maior capacidade às suas organizações para lidarem com os problemas emergentes. Esta investigação constitui, também, um contributo para o conhecimento, por parte da comunidade, dos problemas referentes ao campo profissional da educação. *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional*, é um livro que ganhou forma a partir de uma colecção de experiências realizadas por professores e formadores de diversos níveis de ensino, que nos interpela sobre o papel da investigação na cultura profissional dos professores.



Agenda 2002/2003

APM, 2002

Sócio: €4,00
PVP: €8,00

A 14ª edição da agenda *Dia-a-dia com a Matemática* já se encontra disponível. Com um aspecto gráfico cuidado, a agenda inclui vários problemas e quebra-cabeças que podem conduzir a uma actividade matemática única e geradora de prazer, para quem os abordar, professores ou alunos.

“Em terra de olhos quem tem rei é cego”[1]

Adriana Figueiredo, Conceição Ferreira, Helena Rajão, José Augusto Saleiro e Teresa Dias

A educação para a cidadania realiza-se em acto, pelo que talvez seja mais correcto falarmos em educação na cidadania. A concretização desta concepção na vida de uma escola terá que assumir diferentes aspectos e dimensões a nível programático, relacional e organizativo.

A natureza transversal e integradora que a educação na e para a cidadania comporta deve ter expressão na organização curricular da escola e das turmas e ser considerada no contributo específico de cada área curricular ou disciplina.

Os relatos que apresentamos pretendem testemunhar como a educação matemática pode contemplar este mandato, desde o início da escolaridade básica.

Cravos para o 25 de Abril

Uma turma do 3° ano, de 22 alunos, para comemorar o 25 de Abril, decidiu distribuir cravos conjuntamente com versos feitos pelos alunos.

Na organização desta tarefa, os alunos equacionaram algumas questões:

— Quantos cravos vamos distribuir?
— Que dinheiro tem que trazer cada um para se pagar os cravos?

Resolveram consultar o preço dos cravos em duas floristas.

Depois de constatarem que os cravos se vendiam em molhos de 20, optaram pelo preço mais vantajoso e obtiveram o valor de cada unidade. Chegaram a acordo de quantos cravos iriam comprar, calcularam o montante total a pagar e acharam o valor com que cada um teria que contribuir.

No 25 de Abril, manifestaram a sua alegria pela democracia e afirmaram que querem ser cidadãos de corpo inteiro.

Vamos às compras

A educação para o consumo e o combate ao consumismo tem sido uma temática abordada, por diversas vezes, nos planos curriculares de diferentes turmas.

Uma visita a uma mercearia ou a um supermercado pode constituir uma excelente oportunidade para se organizar diferentes tarefas de natureza interdisciplinar e de exploração específica de conteúdos matemáticos.

Grande, médio, pequeno

Numa turma do 2° ano, de 20 alunos, recolheram garrafões de 5 l, garrafas de 1,5 l e de 0,5 l.

A professora pediu que os alunos, organizados em grupos de 5, estimassem quantas garrafas de água de 1,5 l e de 0,5 l levaria um garrafão.

Depois de terem feito as suas estimativas, verificaram cada uma das questões e confrontaram as suas estimativas com os resultados da verificação.

Num momento seguinte, face aos preços de cada recipiente, foi colocada a questão: o que é mais vantajoso, comprar um garrafão de 5 l, uma

> A natureza transversal e integradora que a educação na e para a cidadania comporta deve ter expressão na organização curricular da escola e das turmas e ser considerada no contributo específico de cada área curricular ou disciplina.

garrafa de 1,5 l ou de 0,5 l?

Estão a imaginar como a azáfama foi grande e o debate rico.

As aparências aparudem ...

Numa outra turma do 3° ano, de 20 alunos, fez-se a recolha de copos de iogurte de várias marcas, naturalmente com formatos diferentes.

A professora propôs aos alunos, organizados em 4 grupos, que, por estimativa, fizessem a seriação (do maior para o menor) de 4 copos de vidro, de marcas diferentes de iogurtes, mas sem qualquer rótulo.

Depois de feitas as estimativas, os alunos procederam à sua verificação. No debate havido, foi interessante alguns alunos referirem que se tinham enganado nas suas estimativas e que era bom consultar os rótulos para se saber exactamente a capacidade de cada recipiente e não se deixar enganar pela sua forma.

2+2≠4

Numa turma do 4° ano, de 22 alunos, foi proposto que os alunos fizessem, em mercados locais, a pesquisa de preços de produtos vendidos à unidade ou em lotes, em embalagens pequenas ou familiares.

Cada um levou uma folha de registo idêntica à da figura 1.

Enquanto os alunos procediam a este trabalho a professora apresentou a seguinte situação: "Um pai foi a um supermercado comprar embalagens de cereais para os pequenos-almoços da filha. Constatou que, naquele dia, havia dois tipos de embalagens—uma embalagem de 500g (normalmente a embalagem desse tipo era de 375g) que custava € 2,19 e outra embalagem de 750g que custava € 4,29. Para ficar mais económico, que embalagem deveria comprar?" (Figura 2.)

Estas duas tarefas provocaram uma actividade intensa por parte dos alunos, quer individualmente, quer em grupo.

Foram múltiplas as estratégias utilizadas para resolver as questões colocadas, nem sempre resolvidas da melhor forma. Foi proveitoso o debate estabelecido em torno de algumas situações.

No final, problematizaram a forma como eram estabelecidos os preços dos produtos, pois descobriram que, por vezes, as embalagens maiores ficavam proporcionalmente mais baratas que as menores, mas, outras vezes, ficavam mais caras. Que implicações tinha isso na defesa do meio ambiente?

Pensamos que as actividades aqui descritas contribuíram para o desenvolvimento da competência geral, definida no currículo nacional: Mobilizar saberes culturais, científicos e tecnológicos para compreender a realidade e para abordar situações e problemas do quotidiano.

Nota

[1] Título de uma peça de teatro do Grupo de Teatro "Realejo".

Adriana Figueiredo, Conceição Ferreira, Helena Rajão, José Augusto Saleiro e Teresa Dias
Agrupamento de Escolas de Caxinas, Vila do Conde

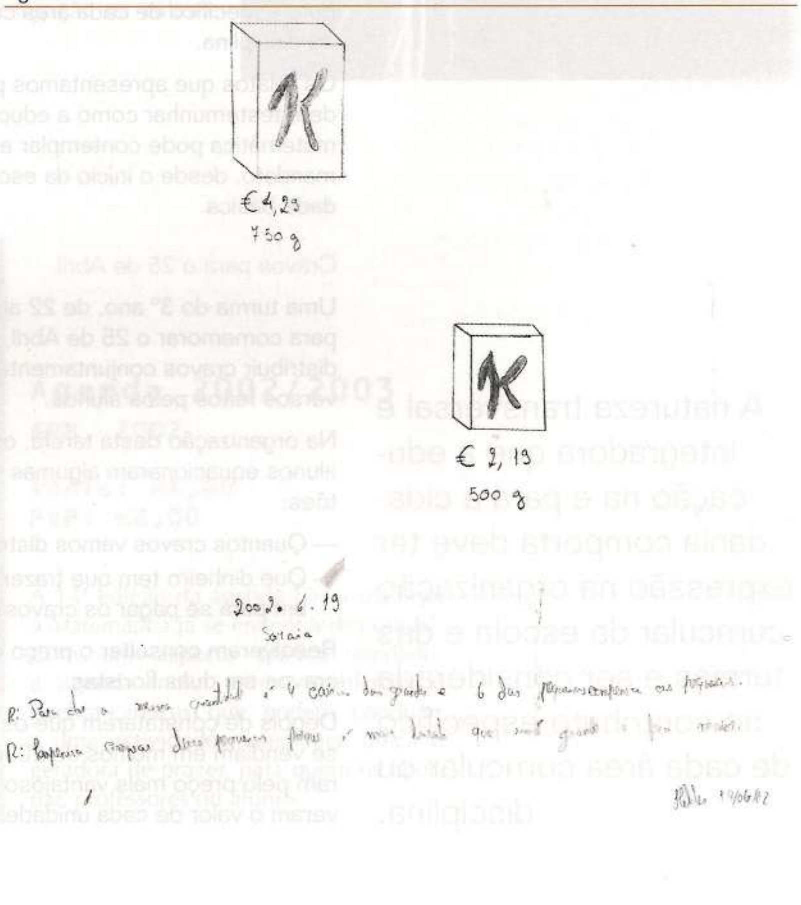
Figura 1.

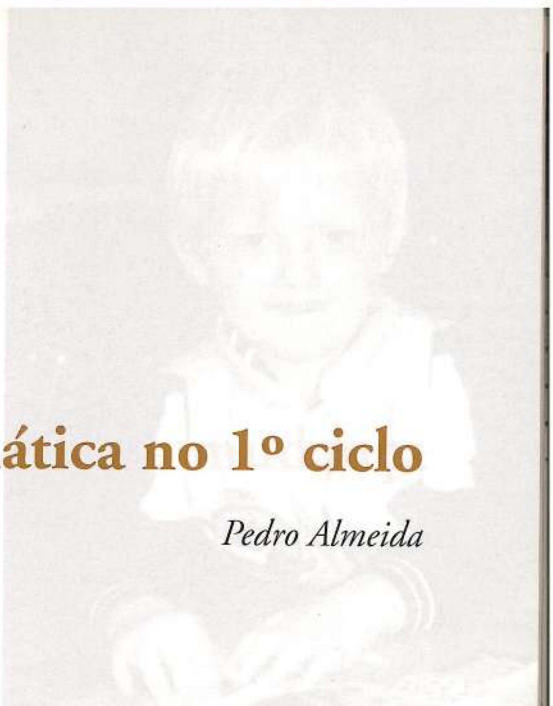
Produto	Preço/unidade	Peso	Preço unidade familiar	Peso	Qual deve ser comprada?
[illegible]	€ 0,55	1 L	€ 1,72	4 L	familiar
[illegible]	€ 1,10	1L	€ 2,30	2L	
água	€ 0,35	1L	€ 0,65	5L	
[illegible]	€ 0,32	1Kg	€ 6,00	20kg	
[illegible]	€ 0,35	180g	€ 1,15	300 g	
[illegible]	€ 1,60	650g	€ 1,75	1,3 [illegible] kg	
[illegible]	€ 0,40	0,33 L	€ 1,12	2,5 l	
[illegible]	€ 0,60	[illegible]	€ 6,95	12 [illegible]	
[illegible]	€ 0,30	40g	€ 0,56	150 g	
[illegible]	€ 0,55	35 g	€ 0,75	40 g	

Estes preços foram investigados em [illegible] mercado [illegible].

Data 12-6-02 Nome [illegible]

Figura 2.





Cidadania e matemática no 1º ciclo

Pedro Almeida

Que faço na área da Matemática para o desenvolvimento da cidadania dos alunos? Pergunta interessante. Há dias atirei, de surpresa, esta batata quente a uma colega.

— Nada! — foi a resposta imediata, com um certo sabor a ironia.

— Nada?! Isso não é possível sequer, — retorqui — fazes, com certeza, alguma coisa.

— Se calhar era melhor explicares primeiro o que entendes por *desenvolvimento da cidadania*.

Era mesmo por aí que tudo devia ter começado. Lá estivemos a discutir o que seria cidadania, qualidade inerente ao cidadão, que o identifica com uma nação, que lhe permite relacionar-se com outros, dentro de um sistema de valores, etc. O dicionário, mais parco em palavras, vai logo directo aos deveres e direitos de cada um.

Este preâmbulo serve apenas para ilustrar a situação desta temática no meio docente do 1º Ciclo: não há uma consciência significativa do papel da matemática no desenvolvimento da cidadania. A consciência que eu tinha até há bem pouco tempo[1] era deveras insignificante. Considerava que promovia a cidadania apenas pelo facto de fazer aprender noções e procedimentos matemáticos — assim como o domínio da Língua Portuguesa, ou do computador, ou da máquina de calcular, … — na medida em que esse domínio possibilita o exercício do poder, pela capacidade de compreensão e de expressão.

Enfim, considerava também que os deveres e direitos que ligam um cidadão a uma sociedade dependem muito directamente da hierarquia de valores assumidos. Partindo do princípio[2] que os valores que nos regem são os da tolerância, solidariedade, justiça, paz, liberdade, sentido crítico, autonomia, procurava e procuro que a Matemática seja aprendida de uma certa maneira:

- pela descoberta partilhada, para dar lugar à pessoa;
- pela comunicação e discussão, para dar lugar à razão;
- em trabalho de grupo, para dar lugar à tolerância, à solidariedade, à cooperação;
- sobre situações problemáticas trazidas da vida, para dar lugar à realidade;
- incentivando a auto-validação dos resultados, para dar lugar à autonomia …

Mas isto não é um contributo específico da Matemática para o desenvolvimento da cidadania, isto é o contributo da forma como se trabalha, da didáctica, que tanto pode (e deve!?) ser assim nesta como noutra área.

A Matemática é como uma ferramenta, pode ser usada por qualquer um, para qualquer fim. Ela é usada para enganar o cidadão mais desprevenido, por exemplo, para argumentar sobre a facilidade de compra de um determinado produto, para alarmar sobre os perigos de uma situação; ela é usada, nos dias de hoje mais do que nunca, como arma, para dominar,

Vemos já acontecer nas escolas alguns projectos que envolvem os alunos em actividades de intervenção no meio, sobre temas hoje tão caros à cidadania como seja o ambiente. E nestes projectos aparece também a Matemática. Mas será que aparece com esta preocupação, de ser usada com sentido, com o objectivo de interpretar realmente a situação e desenvolvermos um sentido crítico?

vejam-se as sondagens de opinião, por exemplo. Nestas últimas eleições, talvez mais que nas anteriores viram-se muitos cartazes apresentando informações de cariz matemático. Por isto tudo, já não podemos considerar suficiente o simples objectivo de nos apropriarmos de habilidades matemáticas, mas temos de juntar a este, o de usarmos as habilidades matemáticas para saber interpretar situações do quotidiano em que se apresentam informações de carácter matemático para justificar uma escolha, uma decisão, uma opinião, ... Porque na nossa sociedade, sendo ela democrática, ser cidadão implica ter o conhecimento e o sentido crítico suficiente para não se deixar ludibriar pelos que procuram monopolizar poderes. Tornou-se um imperativo uma educação matemática capaz de fornecer ao cidadão comum a capacidade de lidar com as exigências da cidadania moderna.

É fácil, no 1° CEB, refugiarmo-nos no horizonte limitado de que as necessidades dos alunos deste nível são bem mais elementares. Elementares são as necessidades dos professores, como eu, deste nível de ensino. Reconheçamos que nos falta formação e exemplos de boas práticas. O máximo de pertinência (!?) de muitos dos problemas apresentados nos manuais não passam do cálculo do que sobrou depois da compra das 3 décimas de não sei quantos quilogramas de fruta.

Para além de procurar que a aprendizagem se realize num ambiente favorável ao exercício dos valores da cidadania, poucas foram as actividades onde seja bastante claro este uso específico da Matemática para interpretar situações reais com o objectivo de desenvolver nos alunos valores de cidadania.

Um exemplo de um problema (adaptado de um manual do 5° ano) usado para explorar esta vertente, conta que os alunos de uma turma fizeram uma recolha de papel para reciclar. Para isso dividiram-se em três grupos (que não tinham o mesmo número de elementos) e ficou decidido que haveria um prémio para o grupo que trabalhasse melhor. Depois da recolha, o papel foi pesado. Os dados apareciam então em 3 tabelas, indicando à frente do nome de cada elemento do grupo o peso do papel recolhido por ele. A questão era saber que grupo devia receber o prémio.

A primeira ideia foi calcular a soma do que cada elemento recolheu e assim se fez. Mas, quando se apresentaram os resultados, a discussão estalou imediatamente à volta da justiça de se considerar o total recolhido, já que os grupos não tinham o mesmo número de elementos e isso foi logo tido como uma vantagem injusta sobre os outros. Perante essa revolta, impôs-se a descoberta de outro critério para encontrar o vencedor. À medida que surgiam ideias eram imediatamente avaliadas, discutidas. Por exemplo, ordenar as pesagens do maior valor para o menor, e considerar para a soma apenas o número de parcelas correspondente ao número de elementos do grupo menor. Mas então, o trabalho dos que apanharam menos não ia contar? Isso era injusto. A determinada altura uma aluna sugeriu a divisão do total pelos elementos do grupo, para ver quanto dava a cada um, porque isso é que era trabalhar em grupo, porque os mais fortes deviam ajudar os mais fracos. Mas esta opinião, não suscitou logo a concordância de todos, ainda teve de ser defendida. O cálculo da média foi aceite como uma solução viável, mas não foi uma sugestão imediata, foi uma descoberta, resultou de uma busca colectiva de um critério justo, ou, pelo menos, aceite por todos. A discussão gerada permitiu um ambiente rico de argumentação, de exercício de cidadania. E talvez tivesse sido ainda melhor se estes alunos, que se confrontaram com o enunciado do problema, tivessem vivido a própria situação descrita no enunciado. A verdade é que vemos já acontecer nas escolas alguns projectos que envolvem os alunos em actividades de intervenção no meio, sobre temas hoje tão caros à cidadania como seja o ambiente. E nestes projectos aparece também a Matemática. Mas será que aparece com esta preocupação, de ser usada com sentido, com o objectivo de interpretar realmente a situação e desenvolvermos um sentido crítico?

Notas

1 Até ao *V Encontro Nacional de Professores do 1° Ciclo—A Matemática no 1° Ciclo* que decorreu na ESE de Setúbal. Sinto-me na obrigação de o dizer, porque nele podemos desenvolver a nossa cidadania!

2 Não sei se todos partimos dos mesmos valores, ou se os hierarquizamos de forma semelhante.

Pedro Almeida
Centro Alfredo Pinheiro

A insustentável leveza da mudança

Lúcia Borrões

Todos sabemos que a iliteracia coexiste com a detenção do diploma da antiga 4ª classe. Estabelecendo uma analogia, a obtenção deste diploma está para o ensino tradicional, como a literacia para a aprendizagem pelo desenvolvimento de competências.

Em meados da década de 90, já no discurso oficial, a antiga concepção de currículo — que até então não era mais do que um plano de estudos, por ano ou ciclo de escolaridade (mera adição de disciplinas), ou uma lista de conteúdos, objectivos e estratégias destinada a uma disciplina específica — tinha dado lugar a uma nova ideia de currículo centrado no objectivo de assegurar a formação integral dos alunos. Após a Reflexão Participada do Currículo surgiu, entre outras, a óbvia necessidade de proceder a uma reorganização curricular que foi lentamente ganhando forma até ser oficialmente assumida em documento escrito.

Assim,

> "... o currículo nacional está associado à definição de orientações sobre as aprendizagens consideradas fundamentais no ensino básico, no seu conjunto e nas diversas áreas que integram. Essas orientações são explicitadas em termos de Competências Essenciais, quer transversais quer específicas das diversas disciplinas, assim como dos diversos tipos de experiências de aprendizagem que todos os alunos devem ter oportunidade de viver, no seu percurso escolar, ao longo do Ensino Básico."[1]

São estas competências e experiências de aprendizagem consideradas essenciais e definidas a nível nacional que constituem as vertentes estruturantes da aprendizagem e uma referência à luz das quais interpretamos os programas, em primeiro lugar a nível da escola, através das suas estruturas de coordenação pedagógica, e posteriormente a nível da turma.

As Competências

Todos sabemos que a iliteracia coexiste com a detenção do diploma da antiga 4ª classe. Estabelecendo uma analogia, a obtenção deste diploma está para o ensino tradicional, como a literacia para a aprendizagem pelo desenvolvimento de competências.

A competência é pois, um caminho para a literacia, por não se identificar com o mero conhecimento memorizado dos termos, factos e procedimentos desprovido de elementos de compreensão, interpretação e resolução de problemas, mas, pelo contrário, incluir a apropriação de um conjunto de conceitos e processos fundamentais que proporcionam o desenvolvimento de capacidades de pensamento e de atitudes favoráveis à aprendizagem ao longo da vida.

O seu desenvolvimento envolve conhecimentos, capacidades e atitudes e passa pela apropriação e transferibilidade das aprendizagens (de disciplina para disciplina, de dentro para fora da Escola, da vida académica para a vida activa), utilizando essas capacidades e esses saberes adquiridos.

Ao nível da Escola, nas estruturas de coordenação pedagógica

Esta ênfase colocada sobre o desenvolvimento das competências leva-nos, não só a fazer uma nova interpretação dos programas (trabalho nos Conselhos de Departamento/Grupo/Disciplina), mas muito principalmente a direccionar esse trabalho para o Conselho de Turma, visando adequá-lo e integrá-lo no Projecto Curricular de Turma.

A assumpção de que cada turma é uma entidade única com a qual um grupo de professores vai trabalhar, durante 2 ou 3 anos, consoante o ciclo, veio dar um novo protagonismo ao Conselho de Turma que é a estrutura pedagógica onde tem lugar todo o trabalho do desenvolvimento curricular, constituindo o Projecto Curricular de Turma.

O Projecto Curricular de Turma cuja duração é a do Ciclo a que diz respeito, baseia-se no desenvolvimento de competências consideradas adequadas para aquele grupo de alunos, naquela altura, e, obviamente integra todas as áreas curriculares. Periodicamente é avaliado e reformulado visando responder às necessidades que forem emergindo.

Ao nível da turma, no trabalho do professor

No trabalho com a turma, para que os alunos, ao invés de se limitarem a adquirir conhecimentos, sejam capazes de dar sentido e de saber usar o que aprenderam, que desenvolvam o gosto por aprender e por se tornarem progressivamente mais autónomos no processo de aprendizagem, os professores passaram a planificar as actividades dando uma atenção prioritária:

- à natureza das actividades de aprendizagem—valorizando as actividades experimentais, de natureza exploratória e investigativa (trabalho prático e consequente reflexão sobre o mesmo)—visando a construção simultânea do conhecimento e de processos de pensamento estruturados;
- aos ambientes de aprendizagem—criando oportunidades de trabalho individual, em pequenos grupos ou com a turma, promovendo uma vivência democrática, incentivando a partilha, a responsabilidade e a autonomia.

Uma aula de Geometria

A introdução dos tempos de 90 minutos têm vindo a facilitar-me a adopção sistemática de metodologias activas (investigação/descoberta, realização de projectos, utilização das novas tecnologias, jogos etc.) cujas actividades nos antigos tempos de 50 minutos eram interrompidas, ou, na melhor das hipóteses, obrigavam ao adiamento da respectiva reflexão e conclusão para a aula seguinte.

O que se segue não é mais do que um exemplo de uma actividade desenvolvida com uma turma de 6º ano relativamente ao conteúdo programático *Área do círculo*, que muito beneficiou da possibilidade de usar um tempo mais extenso de aula.

A insatisfação que me provocava a *tradicional* estratégia utilizada para a dedução da fórmula do cálculo da área do círculo, em que forçava os enquadramentos aos alunos, levou-me a avançar para esta outra, onde eles têm a possibilidade de descobrir por eles próprios sem ter que lhes *impingir* nada, desenvolvendo um competências muito significativas.

Elegi-a pelo facto de ter sido, para mim, uma aula especialmente gratificante nas duas vertentes. Por um lado, pelos motivos que expliquei constituiu, para mim e para os meus colegas, um desafio, pois não a conhecíamos e íamos assim fazer agora o seu teste. Por outro lado, pelo sucesso que alcançou junto dos alunos, pois até os menos motivados se empenharam vivamente no trabalho e todos comungaram duma enorme satisfação por terem sido capazes de descobrir uma fórmula matemática que apresentava um grau de dificuldade muito superior às anteriormente descobertas (áreas do rectângulo, paralelogramo e triângulo).

A actividade

A finalidade desta actividade era levar os alunos a *descobrir* como calcular a área do círculo (chegando mesmo à respectiva fórmula) utilizando o conhecimento já adquirido do perímetro do círculo, da área do triângulo e as respectivas fórmulas.

Os 26 alunos organizaram-se em grupos de 4 ou 5 elementos aos quais foi distribuída uma ficha de trabalho que construí para o efeito, um pedaço de plasticina e uma faquinha de plástico (para cortar a plasticina).

O documento de trabalho começava por recordar aos pré-requisitos e ia dando as instruções estritamente necessárias sobre os procedimentos, a seguir de maneira a construírem um círculo a partir do enrolamento sobre si próprio de um rolo de plasticina de pequena espessura e para a sua posterior transformação num triângulo rectângulo.

Seguidamente era pedida a identificação do raio e do perímetro do círculo, assim como da nova figura obtida e dos respectivos elementos correspondentes ao do círculo (raio = base do triângulo, perímetro = altura do triângulo).

Fazendo as respectivas medições, calcularam a área do triângulo, que reconheceram como sendo a mesma do círculo, e substituíram na fórmula da área do triângulo a base e a altura respectivamente pelo raio e pela fórmula do perímetro. Simplificando obtiveram a fórmula da área do círculo.

Concluída a tarefa organizou-se uma discussão na qual os alunos reconstituíram o processo utilizado e se sistematizou a dedução da fórmula à qual os alunos tinham chegado correctamente.

Finalmente foi distribuído como *Problema da Semana*—a clássica questão sobre a área de pastagem da ovelha (círculo) e do cordeiro (quadrado).

As competências

Através do acompanhamento da actividade dos grupos bem como da posterior discussão em turma, foi-me possível constatar que aquela aula tinha contribuído para o desenvolvimento de várias competências, designadamente competências matemáticas, dos alunos.

Antes de mais, e por serem óbvias, devido à metodologia seguida, as seleccionadas como prioritárias no Projecto Curricular de Turma:

- Geral: Cooperar com outros e trabalhar em grupo.
- Transversal: Melhorar o relacionamento inter-pessoal e de grupo.

Para além disso, desenvolveram-se competências mais específicas da disciplina. Os alunos mobilizaram um grande conjunto de saberes adquiridos para conseguir chegar ao novo conhecimento e tiveram consciência disso. Foi evidente a consolidação da compreensão do conceito de área, designadamente da área do círculo, quer durante desenvolvimento da actividade, quer durante a discussão e sistematização.

Mas mais do que no domínio cognitivo, deu-me especial satisfação constatar o desenvolvimento de competências de natureza sócio-afectiva:

- a forma empenhada como os alunos cooperaram entre si (ajudando-se e respeitando-se mutuamente nas diversas tarefas propostas),
- o prazer que demonstraram no desenvolvimento de toda a actividade até chegarem ao produto final,
- a crescente auto-confiança que infelizmente, por tradição, tão arredada tem andado das aulas de matemática.

A forma viva como participaram na discussão nos pequenos grupos e na final em grupo/turma, contribuiu ainda para reforçar a aptidão para discutir e comunicar ideias.

Conclusão

No fundo, para a maior parte de nós, que temos andado sempre nesta busca incessante por melhores caminhos para que os nossos alunos *aprendam a pescar* isto não é novo. A novidade reside no facto desta mudança ter passado a ser reconhecida oficialmente e a mudança, naturalmente (?) gera sempre resistências.

Contudo a sociedade está a mudar a uma velocidade cada vez maior e é precisamente a constante mutação da sociedade o maior desafio com que hoje a Escola se confronta.

Esse desafio será vencido se, também nós, tivermos competência suficiente para ajudar os nossos jovens a sentirem-se à vontade e competentes para enfrentarem a insegurança constante dessa mudança.

Nota

[1] In Reorganização Curricular do Ensino Básico – 1, DEB

Lúcia Borrões
EB 2,3 Santa Clara — Évora

CASIO® CALCULADORAS PARA O ENSINO

A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado, perfeitamente adaptada ao ensino em Portugal. Prestamos apoio constante a professores e escolas, através de várias acções técnicas e pedagógicas do programa educacional Casio.

GRÁFICAS

CFX 9850 Gb Plus

- Visor a cores
- 32 Kb Ram + 28 Kb Rom
- Estatística Avançada
- Cálculo Financeiro
- Matrizes
- Complexos
- Raízes Reais e Complexos
- Derivados
- Cónicas
- 10 Modelos de Regressão
- Biblioteca Incorporada
- Ligação a PC, Analisador de Dados, e Vídeo/TV
- Modelo com Painel para Retroprojector

FX 1.0 Plus

- Memória Flash 768K + 144K Ram (cerca de 1 Megabyte)
- Excelente Visor Monocromático
- Funções Gráficas de Alto Nível
- Rápido Acesso aos Menus e Diversas Opções
- Gráficos Dinâmicos e Duplas – – Cónicas – Complexos
- Estatística – Equações até 30 Incógnitas
- Matrizes – Integração – Cálculo Diferencial
- Operações Lógicas – Programação Tipo Basic
- Actualização pela Internet com Programas e Aplicações
- Linguagem de Trabalho e Aplicação da Linguagem Portuguesa (download da Internet)

e ainda: FX 7450 G, FX 9750, Álgebra FX 2.0

ACESSÓRIOS P/ GRÁFICAS

CABO SB 87

Ligação a PC das gráficas CASIO com software FA123

TV/VÍDEO - Vi 9850 G

Ligação a TV e Vídeo projector da CASIO CFX 9850 Gb Plus

KITS PARA RETROPROJECTOR

Conjunto Máquina + Data Display + cartão emulador

ANALISADOR DE DADOS

Recolha de Dados vários com sondas incluídas e ligação das gráficas CASIO; Analisador EA-100, Sensor de Movimento EA-2, Sensores da Vernier

CIENTÍFICAS

FX 82

FX 570

FX 350

Científicas de alto nível, Simples, Económicas, Poderosas

- Visor com 2 linhas

ELEMENTARES

HS 8 ER

HL 820 ER

SL 450

- Robustas
- Económicas
- Modelos ER com cálculo de EUROS

P.E.C. Programa Educacional CASIO

Apoio Técnico e Pedagógico - Programa de Empréstimos - Cursos de Formação

O PEC - Programa Educacional CASIO, numa das suas várias vertentes, desenvolve **cursos de formação** (gratuitos), tendo como objectivo familiarizar a classe docente com a tecnologia das calculadoras gráficas e a sua aplicação aos novos programas de matemática.

O programa de cursos de formação desenvolvido pela CASIO, conta com o apoio de uma Equipa de Professores de Matemática a nível nacional, que não só realizarão os cursos como **também responderão a qualquer solicitação técnica e/ou pedagógica.**

CONTACTOS

APOIO PEDAGÓGICO POR TELEFONE: 213 122 868

E-MAIL: ana.margarida@beltraoc.pt

CASIO Japão: ACTIVIDADES DOWNLOADS

www.casio.co.jp/edu_e/

BELTRÃO COELHO

Lisboa, Porto, Barreiro, Braga, Aveiro, Coimbra, Santarém, Setúbal, Faro, Funchal e Sintra

www.beltraoc.pt

Audiências, share e serviço público de televisão: a educação matemática e a cidadania em acção[1]

Ana Sofia Alves, João Filipe Matos e Vanda Ramos

Os alunos têm maturidade e responsabilidade para discutir e trabalhar temas que tipicamente são considerados do mundo dos adultos. A escola deve ter como finalidade 'viver' a educação dos jovens e não ensinar conteúdos disciplinares reificados pelas respectivas comunidades científicas.

Embora revelando concepções muito distintas acerca do que é cidadania e dos modos de participação numa sociedade democrática, a Educação para a Cidadania tem vindo a ser colocada na ordem do dia por vozes de todos os quadrantes sociais e políticos. É reconhecido que a noção de cidadania identifica a escolaridade como incluindo a preparação dos jovens para um papel activo em sociedade. A recente institucionalização de uma dimensão de Educação para a Cidadania nos currículos do ensino básico em Portugal, e um pouco por toda a Europa, pode ser interpretada como um sinal de preocupação acerca do papel que a escola está (ou não) a ter na formação dos jovens. Mas esta preocupação ainda não é nem explícita nem assumida como uma dimensão fundamental da Educação Matemática, quer nos programas do ensino básico quer nos currículos de formação de professores de Matemática. Temos a noção de que não se pode por tudo em causa ao mesmo tempo mas também pensamos que temos de provocar momentos de mudança. É neste quadro que o Grupo de Trabalho em Aplicações e Modelação Matemática (GTAM) da APM tem vindo, desde 2000, a estudar as articulações entre a Matemática, a Sociedade e a Educação Matemática. Recentemente o GTAM decidiu realizar experiências piloto em turmas de 7° e 8° ano com o objectivo de acompanhar a reflexão que tem vindo a fazer de elementos extraídos das práticas dos professores. Neste artigo procura-se dar conta de algumas das questões em discussão através da apresentação de uma das experiências realizadas.

De que falamos quando falamos de Cidadania?

Ao delinear propostas de trabalho para envolver os alunos em actividades que sejam promotoras e veículos da educação para a cidadania, uma das primeiras preocupações consiste em clarificar o que entendemos por cidadania. De que falamos quando falamos de cidadania? À partida assumimos não restringir a noção de cidadania aos aspectos de pertença a uma comunidade nacional, e aos direitos e deveres morais, sociais e legais inerentes à condição de cidadão. A cidadania tem outras dimensões que se abrem perante as possibilidades oferecidas pela própria história das sociedades. De um modo breve podemos considerar a noção de cidadania num contínuo entre duas posições; por um lado, pode assumir-se que a cidadania envolve um elevado grau de participação de todos os cidadãos na 'coisa' pública independentemente do género, estatuto socio-económico, nível de educação formal ou profissão. No âmbito desta ideia de cidadania, um 'bom cidadão' será aquele que participa activamente na comunidade, assume um compromisso com valores democráticos envolvendo a defesa da igualdade de oportunidades de participação de todos, de modo que todas as vozes tenham um lugar e partilhem o poder (em termos políticos, económicos e sociais), reconhecendo a forma como as instituições e as estruturas privilegiam algumas pessoas e grupos, e discriminam outras, tornando-se progressivamente capazes de desocultar os mecanismos utilizados. Trata-se de uma postura muitas vezes rotulada de 'republicana/activista/de esquerda'. Por outro lado, pode considerar-se uma noção de cidadania (com uma natureza sempre algo elitista) que assume que existe sempre um pequeno grupo de pessoas que, por questões de posicionamento social ou de educação, está especialmente vocacionada para dirigir os destinos da sociedade. A participação da generalidade dos cidadãos nas questões públicas (para além de votar) não só não é estimulada como é evitada por constituir um perigo potencial. Neste quadro (que poderíamos designar de 'liberal/passivo/elitista/minimal/de direita') o 'bom cidadão' é alguém que conhece bem as versões 'oficiais' da história nacional, os detalhes técnicos de como as instituições funcionam, o hino nacional, os porquês das cores da bandeira, etc.

Mais do que optar por um daqueles dois posicionamentos, parece-nos importante que sejamos capazes de perceber em que ponto do contínuo entre os dois extremos estamos, e em que ponto queremos estar, certos de que o conhecimento do nosso próprio posicionamento é fundamental para que o assumamos explicitamente já que acreditamos que como professores de Matemática não somos neutros na nossa função de educadores.

Actividade matemática escolar no mundo social

O dia-a-dia é feito de situações e problemas que as pessoas tendem a analisar com recurso a exemplos e casos particulares (demonstrando à evidência as dificuldades dos humanos em pensar em termos abstractos sem elementos situados para se ancorarem). Assumimos que é tarefa da Educação Matemática, como professores, proporcionar aos alunos a análise de fenómenos e situações sociais de um ponto de vista matemático. Esta análise deve traduzir-se por um ganho a adicionar a outros pontos de vista (por exemplo, estético). Ao mesmo tempo, reconhecemos que, no interesse dos alunos, o ênfase da actividade matemática escolar não pode situar-se apenas e sobretudo na transformação de conhecimento matemático (puro) mas deve contemplar e ser entendido em termos do mundo social em que vivemos. Deste modo, a educação matemática inclui necessariamente elementos de formação para o exercer da cidadania que se escapam à interpretação liberalizante da ideia de cidadania.

Mas como concretizar este tipo de intenções nas nossas práticas diárias como professores? Quando nos propomos concretizar actividades que proporcionem possibilidades de articulação entre a Educação Matemática e a Educação para a Cidadania colocam-se diversas questões: como conceptualizar propostas de trabalho potencialmente interessantes? Que pontos de entrada escolher para essas actividades – tópicos de Matemática? Temas ligados à cidadania? – Como avaliar essas actividades? Como articular e legitimar esse tipo de actividades com as finalidades, os objectivos e as metodologias estabelecidas nos currículos?

A escolha do tema e a preparação da experiência

A escolha do tema foi feita tendo em atenção os seguintes critérios: os alunos teriam de mostrar interesse por ele, deveria ser um tema actual e acessível, e que contribuísse para a formação dos alunos como cidadãos participativos e críticos em relação à sociedade em que estão inseridos. Neste sentido, os alunos foram questionados acerca do tema que gostariam de abordar nas aulas, questão essa que foi respondida de uma forma bastante diversificada: desporto, violência, sexualidade, a televisão que temos ... "A televisão que temos" foi o assunto seleccionado devido à maior adesão demonstrada pelos alunos.

Ao longo da preparação deste tema deparámo-nos com uma grande diversidade de aspectos que poderíamos abordar. Desses foram seleccionados três: *audiências*, *share* e *serviço público de televisão*.

Com o objectivo de contribuir para a aprendizagem da Matemática, enquadrando-a no estudo das preocupações sociais, foi observado e analisado o desempenho de quatro turmas, duas do 7° ano e duas do 8° ano, na sala de aula de Matemática, Estudo Acompanhado e Formação Cívica.

Foi dinamizado um conjunto de seis aulas em cada turma, realizadas em três sessões de noventa minutos cada. As turmas em questão rondam os vinte elementos, cada uma, da Escola Básica 2/3 da Baixa da Banheira n.° 3.

A fim de tornar possível a análise e reflexão posterior, as actividades realizadas nas aulas foram registadas em vídeo. Serviram também como dados de análise os trabalhos realizados pelos alunos, nomeadamente uma ficha de trabalho e acetatos. Salienta-se a presença, na sala de aula, de professores, tanto de outras disciplinas como de Matemática, que mostraram disponibilidade para gravarem as aulas e recolher informação escrita, acabando também por interagir e colaborar nesta experiência.

Trabalhou-se com os alunos em pequenos grupos e em grande grupo. Não houve nenhum critério específico ao nível dos conhecimentos matemáticos dos alunos para a formação dos grupos, apenas se teve o cuidado dos alunos estarem predispostos para trabalhar com os restantes elementos do grupo. Na planificação realizada pelas professoras houve a preocupação fundamental de que uma recolha de informação servisse como ponto de partida para a abordagem do tema. A notícia, *SIC ultrapassou a TVI na última semana*[2], referente ao período de 15 a 21 de Abril, foi a escolhida para iniciar este tema (Ver Materiais para a Aula de Matemática, pág. 39). A sua escolha deveu-se não só à actualidade do assunto mas também ao interesse que ela podia despertar

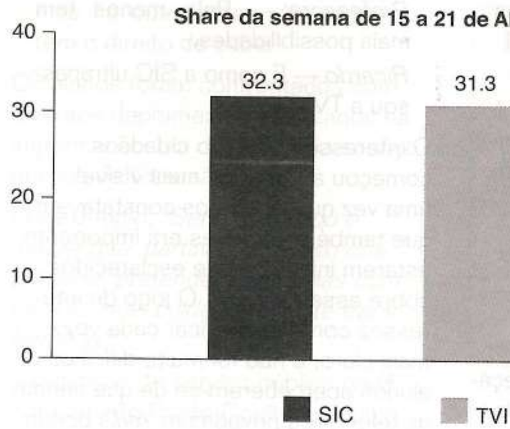


Gráfico A

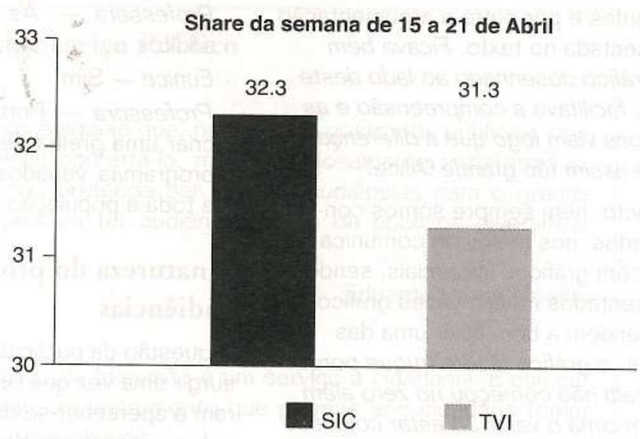


Gráfico B

nos alunos, no que diz respeito à aquisição de novos conceitos e à reflexão de algumas afirmações feitas na notícia, que fazem parte do dia-a-dia televisivo com que todos nós temos contacto. Escolhido o material base de trabalho, foram elaboradas algumas questões orientadoras no sentido de facilitar a leitura e posterior análise do artigo. Este conjunto de questões foi construído de uma forma estruturada mas gradualmente aberta, tentando promover maior discussão entre os vários elementos de cada grupo. Os alunos tinham à sua disposição acetatos para elaborarem esquemas ou reflectirem, mais pormenorizadamente, sobre algum assunto que lhes tivesse despertado maior interesse.

A interpretação dos conceitos

Apesar de os alunos terem identificado o tema do artigo como sendo *a subida das audiências por parte da SIC* é interessante observar como se criaram interpretações diferentes acerca do tema da notícia, provavelmente de acordo com as ideias já construídas por cada um deles acerca deste assunto, fora do contexto escolar. Por exemplo, através do *share* referido no primeiro parágrafo do texto, os alunos eram levados, não só a questionarem o significado deste termo mas também a compará-lo, observando qual a estação televisiva em vantagem.

Professora — A primeira questão passava por saber qual era o assunto do texto. No geral houve facilidade em se perceber sobre o que falava o texto. Hugo, o que responderam?

Hugo — O texto fala sobre um conflito de share entre a TVI e a SIC.

Professora — Um conflito de … share? São palavras fortes! Porque falam em conflito Hugo?

Hugo — Porque a SIC tem mais share …

Professora — O que é o share?

Hugo — É a quantidade de pessoas que vê cada canal.

Professora — Cada canal? Também pode ser relativo a um programa … share dum programa. (…)

Professora — Concordam com o Hugo quando ele fala em conflito? (pergunta à turma)

Sandra — Conflito é uma palavra muito forte! Acho que não é bem um conflito. São duas … duas … estações com audiências muito grandes … eu acho que há uma grande disputa entre essas duas.

Professora — Mais disputa que conflito? Disputa porquê?

Sandra — Porque a SIC é uma estação com o share mais alto e depois a TVI está muito próxima … (…)

Ricardo — Nem tanto uma disputa. Eu acho que é uma concorrência televisiva.

Professora — É uma concorrência entre os canais. Porquê Ricardo?

Ricardo — Porque os canais ganham com isso.

Professora — Ganham o quê Ricardo?

Ricardo — Ganham dinheiro e fama.

Mas esta dificuldade estendeu-se ao estabelecimento de relações entre os conceitos. Inicialmente tentaram ligar a palavra *share* com o seu significado em português (parte ou porção). Esta ligação serviu como ponto de partida para uma 'definição' do conceito (…) *Share é o número de pessoas que vê um programa num certo intervalo de tempo* (Miguel). É interessante notar como os alunos se revelaram críticos em relação a redundância dos números apresentados na notícia que eles identificaram claramente como uma estratégia usada para lhe dar uma certa credibilidade. Não acrescentando nada ao assunto principal, esta estratégia permite de facto levar o leitor a não questionar a veracidade da afirmação.

Esta questão serviu como ponto de partida para alguns grupos iniciarem a construção de gráficos que surgiu assim como um modo de ajudar a clarificar por um lado os conceitos presentes e por outro a argumentação apresentada no texto. *Ficava bem um gráfico desenhado ao lado deste texto, facilitava a compreensão e as pessoas viam logo que a diferença não é assim tão grande* (Alice).

De facto, nem sempre somos confrontados, nos meios de comunicação, com gráficos imparciais, sendo apresentados muitas vezes gráficos que tendem a beneficiar uma das partes: *o gráfico B tem truque porque a escala não começou no zero além de em cima o valor 33 estar colocado no sítio onde devia estar o 40* (aluno). Observou-se aqui um certo espírito crítico por parte dos alunos, uma vez que a escolha do gráfico não foi feita aleatoriamente, comparando os aspectos matemáticos e não matemáticos da situação.

Um outro conceito que motivou larga discussão foi o de *grelha generalista*. Enquanto que alguns alunos pensaram que uma grelha generalista dizia respeito a uma grelha com muitos programas, outros acharam que generalista não se referia apenas a uma grande quantidade mas, principalmente, a uma grande variedade. Para alguns deveria ser uma grelha que agradasse à população em geral, a todas as idades, sexos, estratos sociais, etc.

Professora — Vocês sabem o que é uma grelha generalista?

Marta — É uma grelha com muitas informações?

Professora — Com muitas informações?

Ana — Não necessariamente.

Professora — Não tem necessariamente de ter as muitas informações. Tem que ter informações que sejam …

Juceline — Importantes!

Alice — Necessárias.

Professora — Podem ser só telenovelas?

Alice — Não …

Professora — Então?

Eunice — Tem de ter várias coisas.

Professora — Várias coisas! Que tenham interesse … e que agradem a quem?

Edelene — A todos!

Professora — Às crianças, aos adultos …

Eunice — Sim!

Professora — Portanto a ideia é criar uma grelha de televisão com programas variados que agradem a toda a população.

A natureza do problema das audiências

A questão da publicidade acabou por surgir uma vez que os alunos começaram a aperceber-se de que o horário nobre, por ser aquele com maior audiência, seria o período com mais publicidade.

A dualidade publicidade-audiências elevadas começou aqui a ser 'descortinada'. Os alunos foram-se apercebendo da forma como a publicidade é importante para a subsistência das televisões privadas. Alguns alunos chegaram mesmo a ir mais longe, questionando de que forma é que notícias do tipo da que lhes foi apresentada (ou o marketing das próprias estações valorizando-se dos resultados obtidos) poderiam influenciar a distribuição da publicidade pelos diferentes canais. E onde ficaria a RTP nesta disputa? A publicidade não é importante para o canal estatal? Começaram a surgir questões deste tipo e outras ligadas à situação política vivida no momento, uma vez que se falava da extinção da publicidade na RTP.

Professora — O problema basicamente é a questão da publicidade, do dinheiro. Se cortarem a publicidade da RTP esse dinheiro da publicidade passa para os privados.

Tatiana — Mas isso assim não é justo!

Elizabete — Stora, então a publicidade da RTP passa para a SIC e para a TVI (…), mas eles dividem igualmente?

Professora — Não necessariamente. Cada entidade decide onde vai querer colocar a sua publicidade … E se a SIC for o canal mais visto …

Elizabete — … vai ficar com a maior parte da publicidade …

Professora — Pelo menos tem mais possibilidades.

Ricardo — E como a SIC ultrapassou a TVI …

O interesse enquanto cidadãos começou a tornar-se mais visível, uma vez que os alunos constatavam que também para eles era importante estarem informados e esclarecidos sobre essa situação. O jogo de interesses começava a ficar cada vez mais claro, e não foi muito difícil os alunos aperceberem-se de que seriam as televisões privadas as mais beneficiadas pela extinção da publicidade na RTP, uma vez que poderiam reparti-la. E de que forma? Em partes iguais? Não necessariamente, uma vez que ganharia a estação com maior audiência.

O serviço público de televisão

Houve inicialmente dificuldades na interpretação do conceito de serviço público. Ao longo da discussão deste ponto levantaram-se três questões na turma:

- Serviço público é servir o público?
- Quem deve fazer serviço público?
- O serviço público está ao serviço da cidadania?

Inicialmente os alunos não conseguiram distinguir 'serviço público' de 'servir o público'. Estava por detrás uma concepção forte de prestação de serviços, embora não soubessem muito bem precisar que serviços eram esses.

Eunice — Num serviço público todos devemos participar.

Núria — O noticiário não é?

Professora — O noticiário é um serviço público, porquê?

Ana — Porquê? Porque dá coisas interessantes, que uma pessoa precisa saber.

Alice — O jornal é um serviço público porque dá informações do que se está a passar no mundo.

Ana — É necessário saber em que mundo vivemos.

(…)

Professora — Vocês disseram que as pessoas querem saber, sentem necessidade de saber …

mas há outra coisa. As pessoas têm o direito de saber!

Os alunos foram confrontados com diversos depoimentos publicados na imprensa acerca do que seria serviço público de televisão.

Por exemplo, *'Serviço público é aquele que, partindo do gosto dos públicos, pretende não apenas confortá-lo, mas cuidadosamente transformá-lo*[3]

A definição de serviço público dada por Eduardo Prado Coelho ajudou a clarificar algumas ideias. A palavra 'confortá-lo' foi de encontro às concepções que os alunos tinham de serviço, na medida em que o serviço público confortaria os telespectadores oferecendo-lhes o que estes lhe exigiam. Relativamente à palavra 'transformar', não foi fácil a sua compreensão. Inicialmente alguns alunos deram a ideia de que a transformação seria no sentido de levar o público a 'querer' os produtos oferecidos pelo serviço, mas outros lançaram a ideia de que o serviço público feito pela televisão poderia permitir transformar os telespectadores desenvolvendo o seu espírito crítico ou incutindo-lhes determinados valores e atitudes. Encontrado o caminho, tornou-se mais fácil a discussão em torno de serviço público, uma vez que a ideia começava a assumir novos contornos.

Professora — Nesta definição diz-se que o serviço público deve confortar-nos e ao mesmo tempo deve ir transformando-nos. Transformando-nos, como?

Tatiana — Para melhor!

Tânia — A mentalidade dos portugueses ...

Elizabete — Eu acho que querem transformar para que os portugueses queiram ver determinados programas ...

Tatiana — Eu concordo com a Tânia, querem pôr os portugueses mais liberais, mais modernos ... eu acho os portugueses muito antiquados!

Professora — Bom, mas atenção a isto de 'transformar', isso significa que a televisão é uma arma poderosa, não é?

Definições de Serviço Público

"Serviço público é aquele que, partindo do gosto dos públicos, pretende não apenas confortá-lo, mas cuidadosamente transformá-lo. É aquele que não pretende ser líder de audiências para o grande público, mas procura ter audiência juntos de públicos diversificados."

Eduardo Prado Coelho

"O serviço público de televisão é um serviço à cidadania. È colocar a televisão como um instrumento que permita aos cidadãos tomar decisões mais responsáveis."

Oscar Mascarenhas

"O serviço público deve servir os cidadãos, proporcionando-lhes uma programação de qualidade nas áreas que não são normalmente servidas satisfatoriamente pela programação privada (...), a informação, a cultura e a educação devem Ter mais peso do que o entretenimento e ser prestadas independentemente dos "scores" de audiência ..."

Vasco Graça Moura

"O serviço público de TV do Estado é a apresentação de programas de interesse para a comunidade, ou parte dela, que os outros canais não querem, não podem ou não estão obrigados a passar. (...) Isto não quer dizer que eu anseie por ver um dos canais do Estado privatizado. Preferia que o outro canal fosse gerido pelo Estado mas entregue à sociedade civil, às escolas, aos distritos ou associações de municípios (...) seria um canal de cidadania."

Eduardo Cintra Torres

"... a TV pública deve orientar-se, na minha perspectiva, por estudos qualitativos sobre a sua programação e respectiva recepção (que não «audimétrica»). (...) deve ter conteúdos que se distingam inequivocamente das TV privadas..."

Francisco Rui Cadima

"... [a RTP] deve desenvolver uma programação pluralista, inovadora e variada, que responda a elevadas normas éticas e de qualidade e que não sacrifique esses objectivos às forças do mercado"

in Contrato de Concessão da RTP

Top 5 de programas para sábado, 25 de Maio de 2002

#	Canal	Início	Descrição	Shr %
1	SIC	12:39:11	Grande Jogo—Jogo Particular—China x Portugal	66.8
2	TVI	21:31:17	Super Pai	36.4
3	SIC	21:01:40	Os Malucos do Riso	33.4
4	SIC	21:29:48	Linha da Sorte	29.4
5	TVI	19:59:51	Jornal Nacional	33.2

Dados de audiência retirados do e-telereport.com

Tabela 1.

Judd — Perigosíssima!

Professora — Perigosíssima, porquê?

Marlene — Porque, por vezes, os programas influenciam a maneira de pensar das pessoas, e depois elas tentam imitar …

Professora — E pode ser bom ou pode ser mau, não é?

Tânia — A televisão é uma arma porque pode usar programas de um modo subtil e pode transmitir conceitos e ideias …

Denise — Eu acho que a televisão influencia muito as pessoas e isso dá para reparar agora, tipo essa novela nova, o Clone, todo o mundo quer aprender a dançar, todo o mundo quer ter a pulseira da Jade …

(…)

Professora — O.k., então isso significa que a televisão pode ser um meio de transmitir determinados valores, não é? Que valores podem ser esses?

Tatiana — Por exemplo, nos programas da SIC que ajudam crianças carenciadas, estão a ensinar as pessoas a serem mais sensíveis e solidárias …

Judd — Stora, nos filmes que aparecem na televisão, às vezes ensina-se a roubar …

Tatiana — É verdade, é a parte má …

Tânia — Eu acho que a televisão também pode transmitir ideologias de ganância, racismo, … que são ideologias más.

A pouco e pouco foi surgindo a dúvida acerca de quem deveria praticar serviço público de televisão. Por ser um canal estatal, os alunos apontaram a RTP como sendo a principal responsável pelo cumprimento deste dever. Nas suas concepções, o serviço público só poderia ser feito através de telejornais, talk-shows, programas de informação e cultura, o que assume forte presença na RTP. No entanto, e pela análise das grelhas televisivas, que tinham à sua disposição, verificaram que também nos outros dois canais, se poderia encontrar alguns programas deste tipo, embora em menor número e claramente num período horário pouco acessível. A pouco e pouco começaram a aperceber-se que na maioria dos programas que viam (até nas telenovelas) o serviço público poderia estar presente. Portanto este não estaria limitado à estação da 5 de Outubro mas poderia ser prestado por todos os canais. Mas todos eles o fazem? Claramente que não, pelo menos com a mesma intensidade.

A continuação da discussão mostrou que a noção de serviço público ficou claramente ligada à noção de serviço para a cidadania. A Educação para a Cidadania passa também pelas mãos do media que, na opinião dos alunos, deveriam ser mais responsabilizados por este papel. E já que demonstraram este interesse, será que a maioria dos telespectadores procuram na televisão a Educação para a Cidadania? A resposta é negativa, o que os levou a concluir que a busca pelos elevados níveis de audiências nem sempre é compatível com a prestação de uma educação cívica, daí os programas ditos promotores de serviço público não estarem, no caso das televisões privadas, colocados em horário nobre. A dualidade entre serviço para a cidadania e busca de audiências tornou a discussão bastante acesa, e embora para alguns isso não fosse concretizável, nas concepções de outros seria possível encontrar um ponto de equilíbrio. A tentativa de satisfação de ambas as partes demonstrou reconhecimento da importância da Educação para a Cidadania na formação da entidade dos jovens enquanto cidadãos críticos e activos numa sociedade que se pretende poder melhorar, mas também a constatação que a realidade envolve, por vezes, a submissão a interesses financeiros/políticos/ideológicos, com os quais não temos de concordar, mas que precisamos de saber compreender.

A audimetria

A professora questionou os alunos sobre o programa mais visto no Sábado anterior (25/05/02) e, após uma contagem do número de alunos que visionou um certo programa, concluiu-se que a maior parte da turma tinha assistido ao jogo particular China vs. Portugal. Este foi o ponto de partida para a apresentação dum acetato com o Top5 de programas para o mesmo dia, após consulta do site da *Mediamonitor*.

Os alunos compararam os programas mais vistos com o canal a que pertenciam e o respectivo *share*. Foi claro para os alunos que o grande jogo, ao apresentar um *share* tão elevado, daria uma vantagem significativa à SIC.

A discussão seguiu outros pontos, como por exemplo o facto de não estarem presentes outros dos programas mais vistos pelos alunos. *Afinal o que é uma boa amostra? Será que um grupo de alunos duma Escola Básica constitui uma amostra representativa da população portuguesa?* Os alunos reconheceram a importância duma amostra diversificada, não só no que diz respeito ao sexo, mas também ao nível etário, nível sócio-económico ou mesmo localização geográfica.

Os alunos mostraram interesse em saber como se processa a audimetria. A professora informou-os do modo como a empresa Marktest produz dados de audiências de televisão a partir duma amostra de 850 lares, devidamente estratificada por região, classe sócio-económica e posse de TV por cabo.

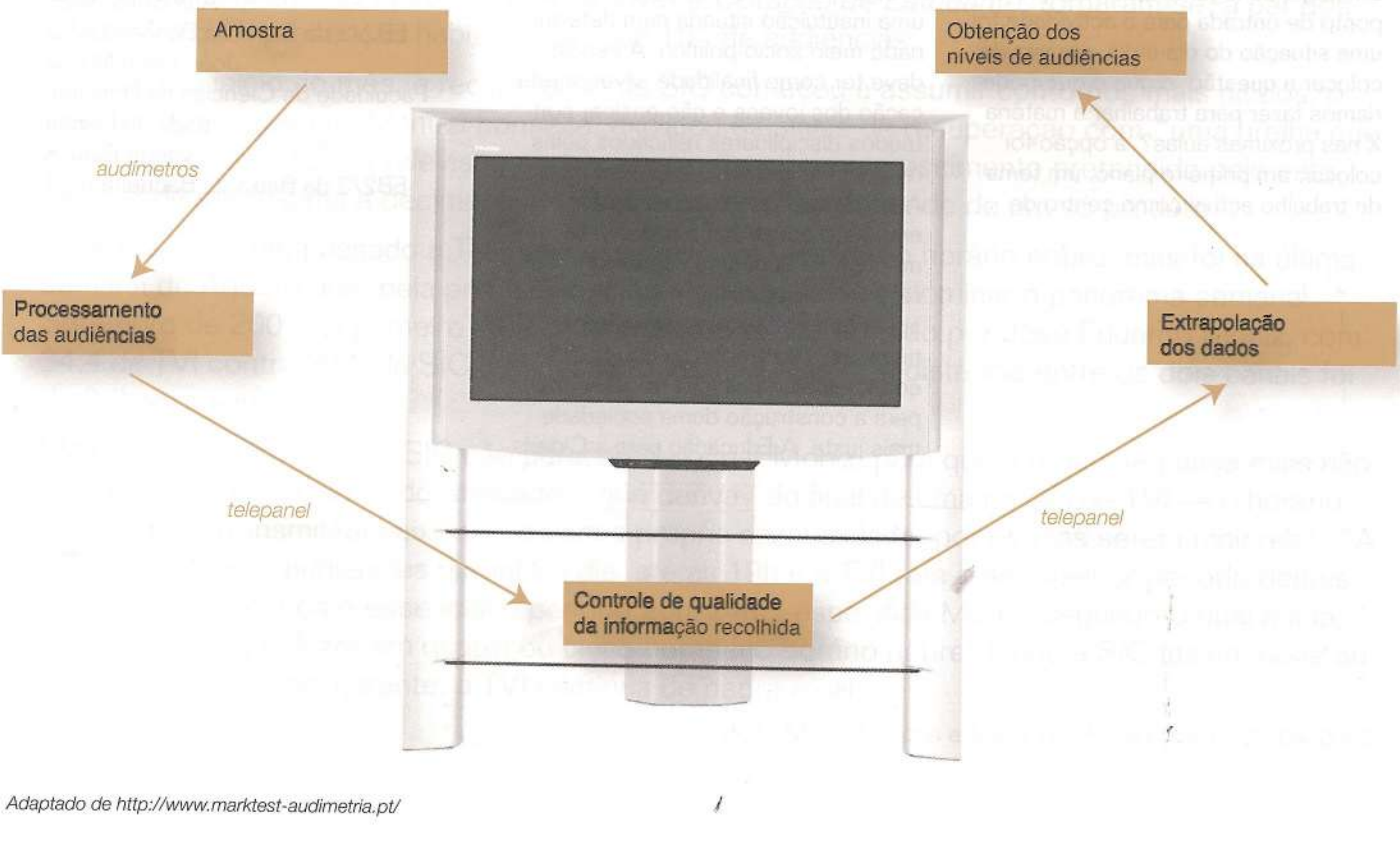
Professora — Os audímetros, instalados nos lares, registam o estado dos televisores e/ou vídeos (ligado/desligado) e identificam a frequência sintonizada (...) O telepanel é um software de recolha e produção das bases de dados, para os produtos utilizados pelos clientes.

Edgar — Então para se obterem os níveis de audiências são precisos os computadores, que com esses programas dá para fazer estatísticas para obter as percentagens de share.

Professora — Acham que existe Matemática neste processo?

Aluno — A Matemática que aqui está presente não é a nossa matemática! É a Matemática só de alguns ... daqueles que fazem os programas de computador ... é a matemática dos cérebros!

Conhecida a forma como se processa a audimetria, foram discutidos alguns conceitos que aqui assumem uma forte presença. Destes, dois suscitaram maior discussão: *audiência de televisão e telespectador*. Após a professora ter questionado sobre o significado destes conceitos, os alunos obtiveram algumas definições intuitivas, tais como, *audiência de televisão é a percentagem de pessoas que assistiu a um programa (...) telespectador é a pessoa que vê pelo menos um programa de televisão* (aluno). A professora apresentou a definição presente no glossário da *Marktest audimetria: audiência de televisão* é a percentagem de indivíduos que estão presentes na sala ou compartimento onde se encontra o televisor ligado e *telespectador* é o indivíduo que viu televisão no dia anterior, durante pelo menos um segundo. Os alunos discordaram imediatamente de alguns aspectos destas definições como por exemplo: *como é que eles sabem se as pessoas quando ligam a televisão estão presentes na mesma sala? Muitas vezes temos a televisão ligada e não estamos a ver ... assim esse programa até pode ter mais audiências sem na verdade ser o mais visto!* (aluno) *(...) ver um segundo de televisão significa que vemos televisão?*



Adaptado de http://www.marktest-audimetria.pt/

Então quando estamos a passar de canal acabamos por ser telespectadores dos canais por onde passamos, se é apenas um segundo? (aluno) *Eu não sou telespectador por ver um segundo de televisão!* (aluno). *Então isto é tudo mentira!?!!* (aluno)

É compreensível que os alunos após terem um maior conhecimento de todo o processo o ponham em causa. Afinal para eles não é aceitável que após todo o percurso, que envolve tantas pessoas, computadores e (até) matemática peque logo no início, por estar a considerar pontos de partida que não são totalmente credíveis.

A concluir ...

Diversas implicações podem ser extraídas da experiência realizada. Limitámo-nos neste artigo a focar quatro delas. Em primeiro lugar, queremos sublinhar o modo como a temática emergiu a partir do conhecimento de temas actualmente em discussão pública e do interesse e curiosidade dos alunos. A abertura que foi necessário manifestar na aceitação do tema implicava obviamente o seu estudo e a preparação de materiais que se sabia não estarem disponíveis. Em segundo lugar, é de notar que o ponto de entrada para a actividade foi uma situação do dia-a-dia; em vez de colocar a questão 'o que é que poderíamos fazer para trabalhar a matéria X nas próximas aulas?' a opção foi colocar, em primeiro plano, um tema de trabalho actual como centro de interesse e trabalhá-lo, sem uma preocupação de fazer 'entrar à força' a Matemática. Trata-se de uma opção que implica o reconhecimento de que ao trabalhar um determinado problema olhando-o em diversas perspectivas (incluindo o questionamento das vantagens de adoptar também um ponto de vista matemático se tal se revelar pertinente) se está a contribuir para a educação matemática dos alunos. Em terceiro lugar, os dados recolhidos mostram como alunos do 7° e 8° ano de escolaridade têm maturidade e responsabilidade para discutir e trabalhar temas que tipicamente são considerados do mundo dos adultos. Este facto dá excelentes argumentos para contrariar a tendência para a aluninização dos jovens em vez de promover o desenvolvimento da sua consciência cívica. Finalmente, deve reflectir-se sobre o modo como o professor toma decisões acerca da forma de gerir o tempo de aula abrindo espaço para realizar o seu papel de 'professor de educação matemática' em que é fundamental trabalhar problemas e realizar investigações em domínios não matemáticos para ser possível olhá-los de um ponto de vista matemático. A actividade do professor ocorre na escola que tem que ser vista como uma instituição situada num determinado meio socio-político. A escola deve ter como finalidade 'viver' a educação dos jovens e não ensinar conteúdos disciplinares reificados pelas respectivas comunidades científicas. Acreditamos que cabe ao professor, enquanto educador, o desenvolvimento nos alunos da capacidade de reflexão, de observar e identificar situações que os rodeiam e questioná-las, idealizando as condições económicas e políticas necessárias para a construção duma sociedade mais justa. A Educação para a Cidadania não se pode limitar aos intervalos da matéria que urge leccionar 'para cumprir o programa'. Se o professor definir como limites do seu trabalho os constrangimentos impostos necessariamente pela sua preocupação com a preparação dos seus alunos para os exames nacionais ou provas globais, não realizará a sua obrigação cívica de educador. É fundamental proporcionar aos alunos práticas que lhes permitam desenvolver todas as suas potencialidades, envolvendo-os na sua própria história com a consciência de quem participa activamente na comunidade, envolvendo a defesa da igualdade de oportunidades e de participação de todos na vida em sociedade.

Notas

1 As propostas de trabalho que dão corpo a esta experiência foram implementadas nas aulas por Vanda Ramos e Ana Sofia Alves. Além dos autores, participou na discussão desta experiência o grupo do GTAM – Grupo de Trabalho de Aplicações e Modelação da Associação de Professores de Matemática

2 in Jornal "Público", 26/04/02. Ver Materiais para a Aula de Matemática

3 Eduardo Prado Coelho, in Jornal 'Público', 26/04/02

Ana Sofia Alves
EB2/3 da Baixa da Banheira n.° 3
João Filipe Matos
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
Vanda Ramos
EB2/3 da Baixa da Banheira n.° 3

Escola..

Ano/Turma.......................... Data.................... Aluno(a)........................

SIC ultrapassou TVI na última semana

Canal de Balsemão liderou em quatro dias da última semana

A SIC ultrapassou na última semana a TVI nas audiências televisivas, o que não acontecia desde Setembro de 2000. Os dados da Marktest relativos à semana de 15 a 21 de Abril, ontem divulgados, dão à estação de Pinto Balsemão, um *share*, ou quota de mercado, de 32,3 por cento, contra 31,3 por cento da TVI. Apesar disso, a média do mês de Abril é, até agora, favorável à TVI em 0,8 por cento: nas três primeiras semanas a SIC registou 31,7 por cento e a estação comandada por José Eduardo Moniz conseguiu 32,5 por cento.

Nos últimos sete dias, a SIC liderou em quatro e obteve um *share* rigorosamente igual ao da TVI noutro. A estação de Paes do Amaral só foi a mais vista em dois dias: na segunda-feira, com um *share* de 31,7 contra 31,1, e na quarta, dia do jogo de futebol Portugal–Brasil, quando conseguiu 38,5, muito à frente dos 30,7 da sua rival.

Os dados da última semana confirmam a recuperação que a SIC vem tendo e devem-se, em boa medida, ao facto de a estação de Carnaxide estar a conseguir colocar mais programas seus entre os dez primeiros — seis em boa parte dos dias da última semana —, ainda que a liderança da tabela continue a pertencer às novelas da TVI. Programas como os *Malucos do Riso*, *O Clone*, *Masterplan* e as novelas *Fúria de Viver* e *Coração de Estudante*, tornaram-se, a par dos telejornais SIC, presenças habituais no "top 10" de audiências.

Quando, no inicio do mês, a recuperação da SIC começou a assumir contornos mais nítidos, o director de programas, Manuel Fonseca, explicou os sinais de recuperação com "uma grelha que é a mais generalista" da televisão portuguesa e disse que o crescimento pretendido pela estação "pode ser décima a décima, mas é sustentado e não depende de um só produto".

Já antes do Verão passado a TVI tinha assumido a liderança no horário nobre, mas foi na última semana de Agosto que, pela primeira vez, a estação passou a dominar o panorama semanal. Setembro de 2001 foi primeiro mês de liderança do canal dirigido por José Eduardo Moniz, com 34,4 da TVI contra 30,5 da SIC. No passado mês de Março, a distância entre os dois canais foi de 2,8 por cento.

Mas esta aproximação da SIC não parece preocupar Moniz, para quem o que se passa mais não é que "um reajustamento do mercado", que deriva "do final de uma novela da TVI — o horário onde ela era transmitida baixou — e com a própria sazonalidade, por os dias serem maiores". "A SIC faz melhores audiências durante o dia, até às 19h e a TVI tem o seu melhor período depois dessa hora. Para nós é essencial o período 20h/24h", especifica Moniz, segundo o qual a sua estação "tem que fazer em quatro ou cinco horas [no horário nobre] o que a SIC faz em nove ou dez". No *prime-time*, garante, a TVI continua de pedra e cal.

João Manuel Rocha e Maria Lopes, *In* Público, 23/04/2002

Perguntas sobre a notícia: "SIC ultrapassou TVI na última semana"

- Qual é o assunto principal desta notícia?
- De 15 a 21 de Abril, o *share* da SIC é o mais alto, mas a média de Abril é ainda favorável à TVI. Comenta estas observações, interpretando os conceitos de média e *share*.
- Qual a razão, apresentada no texto, para que a SIC tenha recuperado?
- Quais os programas mais vistos na estação de Carnaxide? (Como achas que é feita a eleição para os "top 10" de audiências?)
- A recuperação da SIC começou a notar-se desde o início do mês de Abril. Qual a justificação dada pelo director de programas desta estação? Comenta essa afirmação.
- Comenta a frase: "pode ser décima a décima, mas é sustentado e não depende dum só produto".
- Qual a justificação que Eduardo Moniz apresenta para a aproximação da SIC? Achas que essa justificação é satisfatória?
- Observa quais os períodos de melhores audiências da SIC e da TVI. Arranja razões que possam justificar esses níveis.
- Porque será que a RTP não é referida nesta notícia?
- Compara as grelhas televisivas dos três canais.
  Quais as principais semelhanças e diferenças?
  Estará o tipo de grelha relacionado com o nível de audiências?
- De que forma o nível de audiências pode influenciar a programação da televisão?
- Como definirias "serviço público de televisão"?
- Se fosses director da RTP, o que mudarias, relativamente à sua programação?

"Aprendamos a demonstrar, certamente, mas aprendamos também a conjecturar" – O legado de Pólya

Hélia Oliveira

O nome do matemático George Pólya está muito ligado à resolução de problemas, principalmente, através do seu livro mais divulgado, *How to solve it*. No entanto, o seu valioso contributo para a compreensão da actividade matemática e de como esta pode ser concretizada no ensino da Matemática, abrange muitos outros aspectos.

Pretendo através deste pequeno texto destacar algumas perspectivas de Pólya sobre os processos matemáticos envolvidos na actividade de invenção ou criação nesta ciência e que me parecem continuar a ter grande pertinência na actualidade.

O raciocínio plausível na Matemática

Para Pólya fora da Matemática todo o conhecimento é constituído por conjecturas, embora variando estas quanto ao seu grau de respeitabilidade e fidelidade. Deste modo, afirma que enquanto uma demonstração matemática envolve raciocínio dedutivo, a evidência de tipo indutivo de um físico ou a evidência documental de um historiador manifestam o raciocínio plausível. Considera que existe uma grande distância entre estes dois tipos de raciocínio: o primeiro é seguro, além de controvérsia e final; o segundo é incerto, controverso e provisório. No entanto, somente através do raciocínio plausível nos é possível adicionar novo conhecimento àquele que possuímos. Pólya destaca o papel central do raciocínio plausível na Matemática, dado que é aquele que os matemáticos utilizam quando fazem as suas descobertas.

Apesar de considerar a Matemática como o domínio do conhecimento, por excelência, em que se aprende o raciocínio dedutivo, Pólya argumenta que é também através do estudo desta ciência que existe uma oportunidade ímpar para aprender o raciocínio plausível. Para que o ensino da Matemática possa dar a conhecer também os aspectos que envolvem a criação do conhecimento matemático é essencial dar atenção às conjecturas (*guessing*) ou inferências plausíveis. Assim, afirma enfaticamente: "Aprendamos a demonstrar, certamente, mas *aprendamos também a conjecturar*" (1990a, p. vi).

Procurando evidenciar o paralelismo que é possível estabelecer entre estes dois tipos de raciocínio, Pólya afirma que no caso do raciocínio dedutivo é necessário saber distinguir entre uma prova e uma conjectura (*guess*) e entre uma demonstração válida e uma tentativa inválida. No caso do raciocínio plausível, é essencial saber distinguir uma conjectura de outra conjectura e uma conjectura mais razoável de uma outra menos razoável.

Este matemático dá uma atenção particular ao raciocínio de tipo indutivo, sendo um caso particular de raciocínio plausível, e que considera possuir funções semelhantes na investigação matemática e na pesquisa científica. A indução aparece, em Pólya, em associação com a experiência, a que confere extrema importância: "Aprendemos da experiência ou, pelo menos, deveríamos aprender da experiência. Fazer o melhor uso da experiência é um dos maiores empreendimentos do homem ..." (1990a, p. 3). Identifica a indução como o procedimento utilizado pelo cientista para lidar com a experiência. Tal como reconhece não existir um método para aprender o raciocínio plausível, também afirma não existirem regras para a indução, devendo esta ser considerada em estrita relação com a prática dos cientistas.

No livro *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in mathematics*, Pólya ilustra os processos envolvidos no pensamento matemático indutivo através da exploração de diversos exemplos. Alguns destes envolvem processos matemáticos bastante elementares como é o caso da Conjectura de Goldbach, a qual introduz de uma forma muito sugestiva:

> *A indução frequentemente começa com a observação. Um naturalista pode observar a vida dos pássaros, um cristalógrafo as formas dos cristais. Um matemático, interessado nas Teoria dos Números, observa as propriedades dos números inteiros 1, 2, 3, 4, 5, ...*
> *Se desejarmos observar a vida dos pássaros, com alguma possibilidade de obter resultados interessantes, teremos de estar, de algum modo, familiarizados com pássaros, interessados por pássaros, talvez até gostar de pássaros. Similarmente, se desejamos observar números, devemos estar interessados por eles, e, de alguma forma, familiarizados com eles. Devemos ser capazes de distinguir números pares e impares, conhecer os quadrados 1, 4, 9, 16, 25, ... e os primos (...)*
> *Mesmo com um conhecimento tão modesto poderemos ser capazes de observar algo interessante.*
> *Por algum acaso, deparamo-nos com as relações*
> *$3 + 7 = 10$, $3 + 17 = 20$,*
> *$13 + 17 = 30$*
> *e notamos alguma semelhança entre elas. Ocorre-nos que os números 3, 7, 13 e 17 são primos. A soma de dois números primos é necessariamente um número par; de facto, 10, 20 e 30 são números pares. E os outros números pares? Comportam-se eles da mesma forma?* (1990a, p. 4)

Neste exemplo, põe em evidência um primeiro aspecto do processo indutivo: a observação. De seguida, passa a exemplificar o teste da conjectura através de mais alguns casos particulares. À medida que a conjectura vai resistindo ao teste, vai-se tornando mais credível e Pólya formula, então, um princípio que lhe parece fácil de aceitar:

> "Uma afirmação conjectural geral torna-se mais credível se é verificada num novo caso particular" (1990a, p. 7).

A *atitude indutiva*, que Pólya ilustra em muitos outros exemplos neste livro, tem como objectivo adaptar da melhor forma possível as nossas crenças à experiência. Afirma que essa atitude tem três predicados os quais constituem as qualidades morais do cientista. A primeira diz respeito à coragem intelectual necessária para estar disposto a rever qualquer das nossas crenças. A segunda, a honestidade intelectual, que se expressa na disposição para mudar uma crença quando existe uma razão convincente para tal. A terceira, a contenção sábia que se exige para não modificar uma crença sem um exame sério e sem uma boa razão.

Pólya preocupa-se igualmente em discutir a possibilidade da indução conduzir ao erro, interrogando-nos se seria mais apropriado explorar os casos em que a indução falhou ou, pelo contrário, os casos especiais em que esta funcionou. Pegando no exemplo da cristalografia afirma:

> "o estudo das pedras preciosas é, naturalmente, mais atractivo do que os das pedras comuns e, acima de tudo, foram muito mais as pedras preciosas do que as pedras comuns que conduziram ao estudo da magnífica ciência da cristalografia" (1990a, p. 11).

Portanto, também os estudos das excepções, dos casos em que a indução conduziu a um sucesso, parece-lhe merecer maior atenção do que aqueles em que o processo indutivo não foi bem sucedido. A este respeito cita Lagrange, para responder àqueles que poderão afirmar que é por acidente que depois de várias conjecturas falhadas se chega uma certa:

> "tais acidentes acontecem apenas a pessoas que os merecem" (1990a, p. 55).

O raciocínio plausível e o ensino da Matemática

Afirmando o lugar central do raciocínio plausível na actividade criadora dos matemáticos, Pólya defende que este deverá também ser integrado no ensino da Matemática. Dado considerar que este tipo de raciocínio se aprende pela prática e pela imitação. As suas obras estão repletas de exemplos de descobertas matemáticas e da sua génese, colocando em destaque as sucessivas conjecturas que foram sendo formuladas e os processos de raciocínio matemático utilizados. Particularmente, nos livros *Plausible Reasoning*, traça possíveis histórias de diversas descobertas, procurando enfatizar:

> "os motivos subjacentes à descoberta, as inferências (...), em síntese, tudo aquilo que merece imitação" (1990a, p. vii).

É interessante que este livro reflecte também a experiência de Pólya como professor. Nas aulas colocava muitas vezes perguntas do tipo: "Bem, o que fariam nesta situação?". As reacções dos seus alunos a estas questões foram integradas em várias passagens do texto, levando-o, até mesmo, a modificar a versão original.

Este matemático não menospreza o valor do ensino do raciocínio dedutivo, defendendo, inclusivamente, que os dois tipos de raciocínio são complementares e que devem ser ensinados em paralelo. Para tal, julga tornar-se necessário que o professor evidencie perante os alunos que a actividade de conjecturar no domínio da Matemática pode ser, igualmente, sensata, respeitável e responsável.

Contudo, Pólya observava que a realidade no ensino da Matemática era muito diferente daquilo que preconizava. Para muitos alunos a Matemática constituía um conjunto de regras rígidas e que decorria da forma como os professores a apresentavam: um sistema de provas rigorosas. Esta visão acerca da Matemática encontra-se, segundo Pólya, muito distante daquilo que é a actividade do matemático que faz investigação, dado que para este,

> "a Matemática pode por vezes assemelhar-se a um jogo de adivinhar (*guessing*): tem de intuir (*guess*) um problema matemático antes de o provar, tem de intuir (*guess*) a ideia da prova antes de se envolver nos detalhes" (1990b, p. 158).

Deste modo, também o ensino deveria preparar os alunos para a invenção matemática, mas como menciona, "para os mais e os menos inteligentes" (idem).

Embora afirmando a importância do raciocínio dedutivo, argumenta que existem situações em que o ensino da conjectura deve predominar sobre o da demonstração, como é o caso do ensino do cálculo para os cursos de engenharia. Pela sua própria experiência, sabe que é difícil expor estes alunos às demonstrações puras, por isso considera mais favorável apresentar-lhe as demonstrações incompletas e mostrar-lhe, através de exemplos e analogias, a plausibilidade do resultado. Deste modo, defende que estas semi-provas, sendo bem sustentadas, poderão ter um efeito educativo nos alunos, coisa que é impossível conseguir através de um ensino dogmático.

Pólya reconhece que não existe um método para ensinar a conjecturar, e que se trata mesmo de algo difícil de ensinar. Por isso, através dos exemplos que apresenta pretende auxiliar o professor nessa tarefa. Contudo, alerta para que o sucesso do professor a este nível depende muito da sua própria experiência real, dado que não é expectável que este consiga

> "fazer os seus alunos compreender aquelas coisas que ele próprio ainda não entendeu" (1990b, p. 160),

e chama à responsabilidade a formação de professores.

Fica, pois, o desafio de Pólya de dar lugar ao raciocínio plausível nas aulas de Matemática, tendo a confiança de que dessa forma não estaremos a ensinar uma Matemática menos rigorosa ou de menor importância mas a proporcionar aos alunos uma experiência matemática mais completa e mais realista.

Referência bibliográficas

Pólya, G. (1990a). *Mathematics and plausible reasoning: Induction and analogy in mathematics* (edição original de 1954). Princeton: Princeton University Press.

Pólya, G. (1990b). *Mathematics and plausible reasoning: Patterns of plausible reasoning* (edição original de 1954). Princeton: Princeton University Press.

Hélia Oliveira
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

PISA — Estudo internacional sobre Literacia Matemática

PISA é a abreviatura de Programme for International Sudent Assessment, da responsabilidade da OCDE. Como se pode ler no Relatório Nacional, divulgado em Dezembro de 2001, "O PISA é um estudo internacional sobre os conhecimentos e as competências dos alunos de 15 anos realizado em vários países industrializados".

A recolha de informação do primeiro ciclo deste estudo teve lugar no ano 2000 e envolveu cerca de 265 000 alunos de 32 países.

Registam-se as suas intenções explícitas na abertura do referido relatório.

"O PISA procurou avaliar de uma nova forma o desempenho dos alunos:

- a capacidade de os jovens usarem os seus conhecimentos e as suas competências na resolução de problemas da vida real e não especificamente de acordo com um currículo escolar.
- a literacia em leitura, matemática e ciências. Neste ciclo do Pisa a ênfase foi posta no domínio da leitura a que corresponderam mais itens do que nos outros domínios. A escala utilizada em cada uma das literacias foi construída de forma a que, no conjunto dos países da OCDE, a média fosse de 500 pontos e que cerca de dois terços dos alunos tivessem entre 400 e 600 pontos.
- a compreensão dos conceitos fundamentais, o domínio de certos processos e a aplicação dos seus conhecimentos e das suas competências em diferentes situações.
- as atitudes e as perspectivas destes alunos face aos estudo."

Após este primeira fase do PISA, seguir-se-á uma segunda fase, em 2003, com maior incidência em literacia matemática, e uma terceira fase, em 2006, com maior incidência em literacia científica.

Em Portugal, a entidade responsável pelo PISA é o GAVE. Este gabinete elaborou o Relatório Nacional que está disponível em http://www.gave.pt/pisarel.htm.

Os relatórios internacionais estão disponíveis em: http://www.pisa.oecd.org e http://www.pisa.oecd.org/pisa/math.htm.

Mesa Redonda sobre o PISA e outros estudos sobre a literacia

Não é exagero afirmar que em Portugal os estudos comparativos internacionais alimentam muito mais discussões nos meios de comunicação e na opinião pública em geral do que na comunidade educativa, nomeadamente entre os professores e responsáveis educativos, bem como na investigação educacional. A simplicidade com que se criam manchetes a partir de números e gráficos, muitas vezes descontextualizando as afirmações e recorrendo às conclusões de forma leviana e apressada, alertam para os perigos que estes estudos acarretam e para a necessidade de conhecê-los e discuti-los muito mais.

Já ouvi professores do Ensino Superior utilizarem apenas os resultados destes estudos referidos na imprensa para dizer—"Vocês agora na Matemática têm que repensar o que andam a fazer porque está visto que os alunos não estão a aprender nada. Alguma coisa deve estar mal nas vossas metodologias". Também já procurei usar com bastante cuidado resultados do PISA para ilustrar algumas fragilidades e dificuldades do nosso sistema de ensino e ouvi como resposta negar toda a validade do trabalho de investigação que um estudo desta natureza acarreta.

Estes factos fazem-me pensar que estudos desta envergadura não podem ser considerados quando convêm e deitados fora quando não convém. Mas este é precisamente um dos seus grandes perigos, a sua utilização pouco séria ao serviço de interesses particulares, aproveitando o desconhecimento e alheamento da comunidade.

É preciso questionar os problemas que envolvem, desocultar e interpretar os dados obtidos, conhecer as suas opções, objectivos e métodos, aprofundar as ideias subjacentes. Só assim a comunidade educativa poderá contribuir para dar a estes estudos a dimensão e o relevo que merecem. Ou são melhorados e orientados para ter um papel mais útil e eficaz ou então é preferível deixar de participar neles.

Confesso que esta problemática não me atrai mas a necessidade de organizar esta discussão fez-me pensar em muitas questões, algumas das quais esta mesa redonda não vai responder. Quantos professores leram os relatórios nacionais ou internacionais e discutem na sua escola os resultados? Quantos professores ao lerem esses relatórios procuram saber mais sobre esses estudos e integrar algum desse conhecimento na reflexão sobre as suas práticas? Que investigações educacionais em Portugal se ancoram neste tipo de estudos? Qual é o papel que a comunidade de investigação e que a administração conferem a estes estudos? Como é a participação portuguesa, somos meros tradutores e aplicadores? Quanto custa um estudo deste tipo?

A principal razão para realizar e dedicar esta mesa redonda ao PISA, nesta revista temática está naturalmente nos objectivos do estudo, "testar a literacia em Leitura, Matemática e Ciências. Isto é a capacidade de processar a informação adquirida e aplicá-la a situações próximas da vida real". A este propósito é interessante registar aqui a definição de literacia matemática que é apresentada no relatório internacional:

"Literacia matemática é a capacidade individual para identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, para fazer julgamentos matemáticos fundamentados e para utilizar a matemática de acordo com as necessidades individuais actuais e futuras de todo o cidadão activo, preocupado e reflexivo." Vale a pena ler a explicação desta definição desenvolvida no relatório internacional.

Esta mesa redonda virtual, porque foi realizada através da internet, foi coordenada por Cristina Loureiro e contou com a participação de Maria José Costa, Jaime Carvalho e Silva, Fernando Nunes e Leonor Santos. Decorreu entre Maio e Julho de 2002 e foi organizada em duas partes. Na primeira, os participantes receberam as cinco questões a que responderam sem terem conhecimento das respostas uns dos outros. Na segunda parte, receberam as respostas de todos juntamente com as últimas questões.

Utilidade

Na página 4 do Relatório Português pode ler-se:

"Este primeiro relatório não pretende esgotar as possibilidades de exploração destes resultados, mas apenas constituir-se como uma primeira abordagem que, esperamos, venha a ser útil à comunidade educativa."

Em vosso entender que utilidade pode retirar destes estudos a comunidade de educação matemática portuguesa?

Maria José Costa — Penso que a utilidade destes estudos pode ser encarada a diversos níveis.

Muitas são as críticas que recaem sobre a escola e sobre os programas e, nessas críticas passa muitas vezes a citação/comparação com outros países, seja do ponto de vista do desempenho dos alunos desses países seja do ponto de vista do nível de desenvolvimento desses países.

Estes estudos mostram o nível de desenvolvimento de determinadas capacidades dos jovens de uma determinada idade (15 anos). Estes estudos deveriam levar

- a discutir a pertinência das capacidades focadas
- a identificar o ambiente em que se faz a avaliação delas
- a comparar o desenvolvimento que os programas nacionais permitem com o que as questões postas exigem

No caso de a comunidade de educação matemática reconhecer que todo o jovem naquela idade deve ser capaz de responder a questões como as que compõem as provas do PISA, então deve

- contribuir para delinear currículos que permitam atingir tais desenvolvimentos.
- implementar esses currículos de acordo com a filosofia dos mesmos ou contribuir para essa implementação

A implementação de qualquer currículo deveria ser acompanhada por acções de duas ordens de razões: por um lado, a fiscalidade: como é que se está a implementar, a desenvolver, o currículo? Estão a ser postas em prática as recomendações metodológicas, (por exemplo)? O que falta para que o currículo esteja a progredir como era previsto? Por outro lado, a remediação, o apoio à sua implementação que permita a todo o professor, independentemente da sua formação, localização ou da sua filosofia profissional ou até de cidadania, pudesse realmente fazer o desenvolvimento curricular como ele foi concebido.

No momento presente, com a reforma adiada, uma análise deste tipo servia de argumento para a insistência na implementação da reforma, não por uma aposta, uma teimosia mas para favorecer uma aproximação do desempenho dos nossos jovens aos melhores desempenhos, pelo menos, à média da comunidade avaliada.

Apesar de não conhecer tão bem o currículo do ensino básico como conheço o do secundário, penso que os programas de Matemática já permitem o desenvolvimento das capacidades focadas nos testes do PISA. Por experiência própria, conheço a enorme liberdade do professor na condução do programa; talvez seja essa enorme liberdade que faz com que os alunos que tenho recebido no 10° ano, e que são provenientes de diversas escolas e não exclusivamente de uma delas, não tragam, na sua maioria, nem conhecimentos matemáticos nem uma forma adequada de estar na aula e na escola, de aprender Matemática (seja pelo investimento no estudo seja na investigação matemática), não trazem hábitos de trabalho em grupo na sala de aula nem de reflexão.

Por outro lado, o acompanhamento efectuado, aquando da implementação do programa ajustado, independentemente da sua qualidade, revelou-se, a meu ver insuficiente: à partida, a descoberta da não obrigatoriedade da presença nas reuniões promovidas pelas acompanhantes, levou a um decréscimo na lista das presenças efectivas e continuadas; ora, a existência de um corpo inspectivo (talvez com outro nome, para não assustar ninguém!) não permitiria desvios motivados por um afastamento dos programas, não só a nível dos conteúdos mas também das restantes orientações que o compõem.

A comunidade matemática poderia ainda

- produzir documentos de apoio ao desenvolvimento de todas as capacidades reconhecidas como imprescindíveis ao desenvolvimento do aluno
- colaborar na formação de professores para a implementação de programas de recuperação de alunos com dificuldades de aprendizagem

Jaime Carvalho e Silva — Em termos gerais, todas as conclusões que um estudo educacional, de investigação, experimental, estatístico ou filosófico-especulativo permitir retirar devem ser consideradas. A priori nenhuma conclusão deve ser afastada, mas claro que nenhuma conclusão deve ser adoptada sem uma análise crítica adequada.

Em termos específicos, um estudo internacional ajuda-nos sempre a colocar a nossa realidade nacional em perspectiva e ajuda-nos a libertar de algum provincianismo. Não creio que decisões curriculares de qualquer país possam ser tomadas sem conhecer realidades de outros países, embora cada país (e cada região) tenha realidades culturais ou socio-económicas específicas que devem ser sempre consideradas. No meu trabalho com os programas do ensino secundário tentei reflectir com o maior recuo possível olhando, tanto para a nossa própria história do ensino, como para a realidade do ensino de países próximos de nós em termos culturais, socio-económicos ou civilizacionais (como a Espanha, a França, a Inglaterra e os Estados Unidos). E' por exemplo importante saber que dificuldades comuns encontramos entre nós e outros países: se certas dificuldades são comuns, então não podemos esperar que elas possam ser ultrapassadas com medidas simples.

Fernando Nunes—Então comecemos pelo fim, que é tão bom como começar pelo princípio ... De facto, para responder a esta pergunta convinha contextualizar e analisar forças e fraquezas. Responder apenas "nada" ou "pouco" ou "imenso" de pouco adiantará.

Os estudos internacionais que pretendem comparar o desempenho de alunos de díspares sistemas educativos, caracterizados por inúmeros factores, utilizando uma prova escrita de duração limitada, com recurso apenas a papel e lápis, colocam-se na mira das críticas mais diversas, mais bem e menos bem fundamentadas, não conseguindo apresentar argumentos que em verdade possam convencer a maioria dos que se debruçam com profundidade nas suas — dos estudos internacionais comparativos — motivações. A juntar a todas as observações que Keitel e Kilpatrick explanam, podemos ainda referir as inevitáveis diferenças que existem entre os alunos de países diversos no que diz respeito à experiência que podem ter em relação à realização de provas deste género e à própria forma como a entendem. Refiro-me ao esforço que estão com disponibilidade de mostrar em algo que não tem nenhuma influência pessoal, pois o seu desempenho apenas contribui para um lugar do país que representam, algo que lhes é tanto mais exterior quanto mais desvalorizada estiver a ideia de escola.

Como são imensos os factores envolvidos e as limitações deste tipo de estudos, já para não falar das dificuldades de implementação, a comunidade de educação matemática deve ter muito cuidado na sua análise, ser exigente quanto à acessibilidade a toda a informação e, construtivamente, aproveitar a oportunidade para discutir o que é o importante no ensino e na aprendizagem da matemática.

Leonor Santos — Como em tantas outras coisas na vida, muito do que poderá ser a utilidade deste estudo depende daquilo que conseguirmos fazer dele. Contudo, à partida, e dada a natureza do estudo (tratamento quantitativo das respostas dos alunos, questões pensadas para se estabelecer comparações, medição da literacia matemática a partir de um conjunto de questões de papel e lápis, realizadas em tempo limitado, ...) a informação de que se dispõe é muito pouco informativa e sujeita a muitos enviesamentos. Corre-se ainda o risco de um aproveitamento abusivo, quer no seu aproveitamento para notícias bombásticas dadas pelos média, quer para sustentar vontades políticas muitas delas profundamente questionáveis e pouco sustentadas teoricamente. Poder-se-á, contudo, dizer que os usos indevidos não são da responsabilidade do estudo propriamente dito, mas sim da forma como cada qual os usa. Na minha perspectiva não é assim tão linear a rejeição de responsabilidades, porque de facto há estudos que dada a sua natureza se ajustam melhor do que outros a este tipo de aproveitamentos indevidos.

Em síntese, no meu entender, encarar a avaliação segundo um paradigma de medida é extremamente redutor e pobre, como aliás tem vindo a ser documentado ao longo das últimas décadas por diversos educadores. Deste modo, a utilidade deste tipo de estudos é à partida muito reduzida.

Objecto deste tipo de estudos

Na revista *Educação e Matemática nº55* foi publicado um artigo de Christine Keitel e Jeremy Kilpatrick, *Racionalidade e irracionalidade dos estudos comparativos internacionais*, bastante crítico sobre a realização deste tipo de estudos.

Em vosso entender este estudo continua a "comparar o incomparável", como se diz nesse artigo, ou, pelo contrário, vem acrescentar alguma coisa?

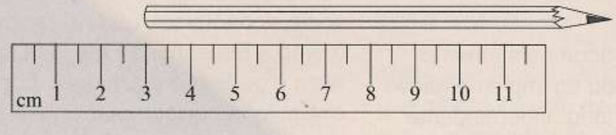
Maria José Costa — Não sei; realmente, tenho a sensação que é isso mesmo! Sou mesmo tentada a aceitar isso!

Mas, depois, penso a outra escala, à dimensão da escola e do país: não é verdade que o currículo é o mesmo de norte ao sul e ilhas e aceitámos os resultados obtidos em exames nacionais para candidatura a um mesmo curso, como se todos tivessem tido as mesmas oportunidades para desenvolver capacidades e adquirir informação? É o que se passa com estes estudos internacionais! Rejeitámos rankings de escolas? Fazer ou permitir fazer determinadas leituras dos resultados destes estudos, é fazer rankings de países!

Com estes estudos internacionais, estamos a comparar as capacidades adquiridas por jovens que estão numa faixa etária em que a escola tem um papel determinante: se os de um determinado país estão muito abaixo,

MEASUREMENT

Approximate length of pencil



Which of these is closest to the length of the pencil in the figure?

A. 9 cm

B. 10.5 cm

C. 12 cm

D. 13.5 cm

Performance Category: Using Complex Procedures ou melhor, significativamente abaixo da média, e se está assegurado o equilíbrio nos itens utilizados (a tradução não trouxe alteração do grau de dificuldade, respeitou as nuances de linguagem, garantiu a ausência da influência de regionalismos; os jovens estão inseridos em meios familiares afins, etc., etc.), os jovens desses país estão menos aptos para realizar as tarefas que dependem dessas capacidades do que os dos outros países.

O que ponho em causa é se é legítimo extrair daí juízos de valor sobre escola, ensino e currículo.

Mas, o sucesso escolar é dependente de tantas variáveis que penso ser difícil senão mesmo impossível, isolar todas essas variáveis ou arranjar em todos os países grupos de jovens educados em ambientes afins de todos os pontos de vista que influenciam o desenvolvimento que conduz ao sucesso. O problema, a meu ver impossível de resolver, é conseguir que as outras variáveis que condicionam o sucesso educativo estejam ausentes; no mínimo, tem de ser assegurado o equilíbrio quanto a elas próprias: garantida a comparabilidade desses ambientes e dos sistemas educativos na sua filosofia e implementação permite a comparação dos sistemas educativos a partir dos resultados.

Há outro aspecto a garantir: o empenho em responder o melhor possível a estes testes! Não tenho qualquer indicador sobre isso, mas será que os jovens respondem todos com o mesmo empenho, com a preocupação de dar o seu melhor?

Jaime Carvalho e Silva — Se aplicarmos esta grelha tão apertada de análise, nenhum estudo educacional é generalizável, pois encontramos sempre diferenças de professor para professor, de escola para escola, de região para região, de época para época ..., etc ..., etc ..., etc ...

Qualquer estudo educacional, de qualquer tipo, tem sempre um certo número de limitações. Essas limitações devem ser sempre levadas em conta quando se pretende tomar uma decisão baseada nesse estudo. Creio que o essencial é, quando se tomam decisões, ter vários estudos à sua disposição, de preferência com análises diversas, para que os pontos principais possam aparecer mais claros, e as limitações ou preconceitos dos autores influenciem menos as decisões.

Por exemplo, o TIMSS concluiu que "os resultados obtidos pelos alunos portugueses nos itens de Matemática não revelam diferenças significativas no desempenho entre rapazes e raparigas" (IIE, 1996, pg. 11) Esta conclusão é ou não relevante (dentro do contexto do estudo, claro)? O TIMSS concluiu que, em vários itens de cálculo, os alunos portugueses do 8° ano obtiveram pontuação superior aos da França, Espanha ou Áustria. Em itens que testavam estimativas (como o que é aqui reproduzido) os alunos portugueses obtiveram resultados significativamente inferiores aos desses países.
Será o problema português apenas um problema de Cálculo?

O problema principal está quando as pessoas apenas dão atenção à ordenação final dos países, considerando que a média nacional é o dado mais relevante. Ora, não há indicador mais traiçoeiro do que uma média estatística ...

Fernando Nunes — Não me parece que o PISA tenha alterado, de modo sensível, as condições dos outros estudos: o instrumento de avaliação permanece essencialmente igual e o objectivo primeiro continua a ser o de hierarquizar o desempenho de grupos de alunos. O que acrescenta é uma maior preocupação em conhecer os sistemas educativos, ou pelo menos alguns aspectos com ele relacionados. Introduz no entanto um novo problema que ainda não está resolvido e que se prende com a sua pretensão em analisar a capacidade de aprender ao longo da vida. De facto, não existe unanimidade quanto à identificação de questões a colocar e que nos podem dar esta dimensão. Além disso, amplia o problema da comparação de sistemas curriculares pois, ao contrário do TIMMS, dirige-se a um nível etário que corresponde a diversos anos de escolaridade que corresponde ao final da escolaridade obrigatória, embora tal não seja verdade em todos os países.

Por tudo isto, quem acha que no TIMMS se tentava comparar o incomparável, terá de concluir que se mantém a mesma apreciação, embora a informação sobre os sistemas educativos dos países participantes e os problemas relativos à sua análise se tenham ambos dilatado.

Leonor Santos — Para que, desde já, a minha posição fique clara e inequívoca, gostaria de declarar que tenho uma opinião muito crítica face a estes estudos comparativos internacionais, devido à escassa clareza dos seus objectivos e propósitos, aos pressupostos base em que assentam, nomeadamente na concepção de avaliação subjacente e no grau de importância atribuído à diversidade cultural; e ainda quanto à forma linear com que se interpretam os seus resultados. Passarei, de seguida, a explicar as minhas razões.

Uma questão que desde logo se levanta é a de saber quais são os propósitos ou objectivos dos estudos internacionais comparativos? Será que eles são suficientemente explícitos? Será que são satisfatoriamente divulgados? Note-se que no relatório feito em Portugal, que apresenta os resultados globais e nacionais, não se encontra de forma explícita a indicação dos objectivos deste estudo. Será que é o de hierarquizar um conjunto amplo de países em termos de excelência de qualidade de sistemas educativos, tomando exclusivamente como indicador o desempenho dos alunos? Decerto que tal pretensão não poderá ser defensável para justificar o envolvimento de tantos recursos, materiais e humanos, uma vez que o estabelecimento dessa hierarquização não implica por si só quaisquer medidas de melhoramento ou desenvolvimento dos países. Servem então para quê? Em Portugal, após a primeira fase deste relatório, houve a preocupação de divulgar os seus resultados. Mas o que mais se fez?

Atenda-se ao conteúdo do relatório que apenas apresenta os resultados obtidos sem se avançar com quaisquer referências à forma como se deverá dar seguimento ao estudo. Como se entende então o procedimento avaliativo? Remete-se para a recolha e tratamento de informação. Qual o lugar da formulação de hipótese explicativas e da intervenção? Ora qualquer processo avaliativo não pode terminar no tratamento dos dados recolhidos, por muito elaborado, técnico e "rigoroso" que ele seja. Investe-se num arsenal de pessoas, procedimentos e dinheiro na construção de instrumentos e na recolha e tratamento de dados. Tal é o esforço desenvolvido e o consumo de tempo gasto que as fases consequentes parecem esvaziarem-se de atenção e de importância. Mas pergunta-se, que cenários explicativos se levantam? Que medidas a tomar de acordo com as hipóteses explicativas decorrentes da análise? Não tenho conhecimento de que medidas foram tomadas quando da altura do estudo TIMMS, nem tão pouco se actualmente estão a ser pensadas algumas. Talvez ignorância minha. O que de facto sei é que o estudo TIMMS veio dar origem ao PISA. Talvez este venha dar origem a um outro. Enfim, a preocupação de medir, medir cada vez de forma mais precisa e rigorosa, vai de algum modo contribuir para reajustar o que é necessário melhorar? Recordando a tão conhecida expressão: "É por tirar muitas vezes a temperatura, que se cura a doença?"

Um outro pressuposto de partida, sem o qual estes estudos dificilmente são defensáveis, é o de admitir que, embora se incluam um número elevado de países marcados por uma multiplicidade de diversidade cultural, social e económica, se sobrepõe um conjunto de aspectos comuns de forma a ser possível estabelecerem-se comparações. Por exemplo, admite-se certamente que, muito embora os sistemas educativos sejam diferentes em muitos aspectos, as grandes finalidades de ensino serão as mesmas. Mas essas finalidades ou são tão abrangentes e gerais que pouco dizem ou se formos para um nível de maior especificidade pergunta-se: Qual ou quais os países de referência? Quem define essas finalidades? Quem tem a legitimidade de os definir? É desejável que países com níveis diferentes de desenvolvimento tenham exactamente os mesmos objectivos para a educação? Os currículos são os mesmos? É possível recorrer-se a metodologias de ensino idênticas? Qual é o papel da comunidade envolvente e dos pais em particular? O que valorizam é o mesmo? Poderíamos continuar a acrescentar um sem número de questões de forma a ilustrar o que poderá distinguir as diferentes realidades consideradas e tornar esta análise comparativa enganosa e, de facto, muito pouco informativa.

Neutralidade

A questão anterior remete-nos para a neutralidade destes estudos. De alguma forma esta sensibilidade é expressa no relatório português quando se afirma na página 25 "parece poder concluir-se que o que é apreciado na avaliação que se faz nas nossas escolas tem pouco a ver com as competências implicadas neste estudo."

Comentem este aspecto da neutralidade.

Maria José Costa — Neutralidade??? Penso que a referência à aprendizagem estar de acordo com o preconizado no programa já foi incluída noutra secção, quando referi a necessidade de fiscalidade.

O certo é que a comunicação social e muitos cidadãos inferem imediatamente dos resultados obtidos nestes estudos a imagem da escola e dos professores!

Eu diria assim: este currículo internacional mostra ou estabelece o que um jovem com 15 anos deve saber ou ser capaz de fazer! Se fizer parte do teste avaliar a capacidade de um jovem apanhado pelo estudo PISA utilizar um saca-rolhas, o estudo dirá que os alunos destes países estão acima ou abaixo ou na média da comunidade; não se preocupa em verificar se a aprendizagem foi feita em família, na escola ou pelas escolas paralelas! Ora, onde anda ele com essa idade? Fundamentalmente, na escola; na grande maioria dos países envolvidos, a formação (incluindo a informação) focadas é adquirida na escola, local oficialmente assim classificado! Logo o bom ou o mau resultado é imputado à escola.

Se é verdade que os jovens até esta idade estão mais tempo na escola do que acompanhados pela família, então, seja qual for o sistema educativo de um país, ele deve permitir que com 15 anos de idade ele esteja apto a responder com sucesso a estes questionários.

Jaime Carvalho e Silva — Existe algum estudo educacional totalmente neutro? Então porquê esta enorme desconfiança perante os estudos comparativos internacionais?

Fernando Nunes — Não me parece possível achar um máximo divisor comum que coloque os sistemas em perfeita igualdade e de onde se possam deduzir conclusões pertinentes. Estes estudos não podem ser neutrais, por maior que seja a vontade dos seus responsáveis em que assim aconteça. Aliás, não é difícil apontar exemplos simples: terá sido por acaso que quatro, dos cinco primeiros países na classificação da leitura, interpretação e aplicação (*reading*) sejam de língua oficial inglesa? Não parece que este facto seja independente da língua original em que os textos foram escritos. A juntar a isso, na literacia matemática e na literacia científica apenas existem dois desses países nos cinco primeiros.

Leonor Santos — A questão só por si só é perturbadora porque admite que a neutralidade é algo que pode ser conseguida e que devemos perseguir. De facto, apenas se nos posicionarmos e aceitarmos os pressupostos orientadores de um paradigma realista (que pressupõe a existência de uma realidade única e objectiva, que existe independentemente do Homem), poderemos compreender o sentido do que foi questionado. É neste quadro de referência que faz sentido falar numa concepção de avaliação estreitamente relacionada com o conceito de medida. Assume-se que é possível medir os desempenhos e que estes têm um valor em si mesmo e são independentes do contexto onde se produzem. Avaliar é simplesmente medir! Estas ideias são ideias chaves numa sociedade tecnocrata, em que a avaliação é associado a um processo frio. Os produtos a avaliar são como objectos físicos e como tal directamente acessíveis e bem delimitados, e a intervenção humana se seguir um conjunto de regras bem definidas não geram nenhuns efeitos imprevisíveis e nefastos. Assim, para que esta medida seja tão rigorosa quanto possível ela é da responsabilidade de técnicos. Cabe-lhes a elaboração de instrumentos na crença de que assim se pode garantir uma medida rigorosa do saber e competências dos avaliados. Acredita-se ainda que é possível construir um mesmo instrumento (ou instrumentos muito próximos e equivalentes) que meça o mesmo em contextos totalmente diversos. Por outras palavras, é assentar, destacar pelo seu grau de importância, os processos avaliativos nos instrumentos e não na interacção social. O facto de a avaliação ser um acto eminentemente social, onde intervêm seres humanos é assim visto, pelos defensores desta perspectiva, como um mal que se não pode evitar!

Literacia Matemática

Comentem também as opções de avaliação deste estudo no que respeita ao conceito de literacia matemática do PISA expressas no relatório internacional.

Apresentem a vossa perspectiva de literacia matemática.

Maria José Costa — Literacia matemática do PISA: não li o relatório internacional.

A minha perspectiva de literacia matemática?

Penso que é algo mais lato do que conhecimento matemático; é o que a educação matemática permitirá adquirir: engloba terminologia, raciocínio e noções básicas de matemática, interpretação matemática do real.

Jaime Carvalho e Silva — A literacia matemática defendida neste estudo está subordinada ao objectivo geral da "capacidade de usar os seus conhecimentos de modo a enfrentar os desafios da vida real". Nesse sentido parece-me que as opções são correctas. Contudo considero que essa definição não é o ponto mais importante; o que me parece mais relevante é que o estudo explicite claramente os seus pressupostos, o que me parece acontecer neste caso.

É difícil dar uma definição completa, sobretudo porque ela depende de outros factores como a maturidade dos alunos ou os objectivos gerais considerados. Dentro de uma definição de literacia matemática generalista diria que, além dos aspectos considerados no estudo PISA, incluiria um conhecimento da matemática como ciência, incluindo a sua história, os seus métodos (problema-experimentação-conjectura-demonstração-teorema-sistema axiomático-aplicações-limitações) e a sua interacção com as outras ciências e com a sociedade.

Fernando Nunes — A literacia matemática, tal como está definida no projecto, toca em pontos importantes e é abrangente. No entanto, fica de fora o que não pode ser avaliado pelo formato que o PISA escolheu. Coloca a literacia como algo eminentemente individual, a tecnologia está ausente e a persistência, associada por exemplo a actividades de investigação, não é valorizada. Para quem pensa que existe cooperação na actividade matemática, que hoje é difícil falar de literacia matemática sem a consideração da tecnologia e que a atitude investigativa foi e deve continuar a ser uma das características da empresa matemática, então a visão de literacia apresentada é algo limitada.

Leonor Santos — Se compararmos este estudo com o TIMMS poderemos numa primeira apreciação falar em evolução positiva dado se ter passado de uma avaliação que se dirigia à aquisição de conhecimentos, mais relacionada com os conteúdos programáticos de cada país, para a avaliação do nível de desenvolvimento da literacia matemática. Segundo o relatório português, literacia matemática é a "capacidade de os alunos reconhecerem e interpretarem problemas matemáticos encontrados no mundo em que vivem, de traduzirem esses problemas para um contexto matemático, de usarem o conhecimento e os procedimentos matemáticos na resolução de problemas, de interpretarem os resultados em termos do problema original, de reflectirem sobre os métodos aplicados e de formularem e comunicarem os resultados" (p. 33). Embora faltem alguns aspectos importantes, tais como a actividade investigativa, a auto-confiança face à matemática, e o trabalho colaborativo, em termos gerais considero que a definição dada cobre aspectos fundamentais.

Assim, a questão não está tanto na definição dada de literacia, mas muito possivelmente na interpretação que cada um faz dessa mesma definição. O reduzido número de tarefas divulgadas, que foram usadas para avaliar a referida literacia matemática, e o conhecimento de outras que apenas serviram para testar a literacia em leitura, muito embora pudessem a meu ver ser utilizadas para a literacia matemática, fazem-nos questionar se o entendimento do significado atribuído a esta definição é tão consensual como parece estar considerado neste estudo.

Para além disso, há ainda que atender à familiaridade dos contextos onde os problemas são formulados. Dificilmente se pode esperar que seja a mesma entre jovens que vivem em realidades tão diversas, quer entre diferentes países, quer mesmo entre distintas regiões geográficas dentro do mesmo país. Sendo a realidade tão distinta e as experiências vividas dos adolescentes cultural e socialmente marcadas, será então possível arranjar "problemas matemáticos encontrados no mundo em que vivem" comuns e igualmente significativos?

Tratamento dos dados

Há quem diga que em estudos desta natureza o tratamento dos dados é totalmente escondido o que pode levar às mais diversas considerações.

Que sugestões dariam para contrariar as dúvidas que se levantam?

Que tipo de opções e alternativas sugerem para a recolha dos dados e para o seu tratamento?

Maria José Costa — A única alternativa que de momento me ocorre, seria a divulgação dos resultados em bruto e a descrição dos processos de tratamento ...

Não sei até que ponto podemos comparar com os rankings divulgados no passado ano lectivo: mas a diferentes critérios, diferentes rankings!

De momento, nenhuma sugestão ...

Jaime Carvalho e Silva — Não concordo com esta afirmação. Os dados não são *totalmente* escondidos. Que não estejam totalmente disponíveis, é verdade, mas muitos deles estão. Os que não estão é por um lado, por questões logísticas, por outro por se guardarem itens para estudos posteriores. E por exemplo, na página `http://pisaweb.acer.edu.au/oecd/oecd_pisa_data.html` estão disponíveis muitos dados do PISA que podem até ser explorados interactivamente.

Entendo que, neste tipo de estudos, o essencial é que os dados fiquem disponíveis para quem quiser fazer as suas próprias análises. Muitos dos dados do TIMSS estão disponíveis na Internet e muitos dos dados do PISA também.

Além disso, é preciso que as equipas coordenadoras dos estudos mereçam alguma confiança. Se é verdade que no caso do TIMSS havia apenas especialistas em avaliação, no caso do PISA isso não acontece, havendo uma equipa de especialistas em educação matemática envolvidos. A sua lista é:

Jan de Lange (Coordenador) (Utrecht University, The Netherlands), Raimondo Bolletta (Istituto Nazionale di Valutazione, Italy), Sean Close (St Patrick's College, Ireland), Maria Luisa Moreno (IES "Lope de Vega", Spain), Mogens Niss (IMFUFA, Roskilde University, Denmark), Kyungmee Park (Hongik University, Korea), Thomas A Romberg (United States), Peter Schüller (Federal Ministry of Education and Cultural Affairs, Austria)

`http://www.pisa.oecd.org/knowledge/annexc/d.htm`

A competência matemática desta equipa é clara (Mogens Niss é bem conhecido em Portugal e até já assinou um editorial dia revista *Educação e Matemática*), pelo que temos mais um argumento para que o estudo PISA mereça a nossa cuidadosa atenção e a nossa reflexão.

Fernando Nunes — A resposta óbvia seria a de tornar públicos todos os dados e processos utilizados. Por exemplo, nesta fase do PISA, a julgar pelos relatórios apresentados, não se consegue ter a certeza que as amostragens dos vários países participantes seguiram realmente regras que as tornem representativas. Também a não publicação dos itens utilizados para avaliar a literacia matemática poderia ajudar a perceber a relevância da avaliação. Mesmo se acontecesse essa divulgação alargada, a quantidade de informação é enorme e a sua fiabilidade não é garantida por esse processo. Parece ser um problema de difícil resolução.

Talvez fosse importante que o foco de todo o estudo não estivesse colocado na seriação de desempenhos. O facto de o objectivo ser a comparação pode despoletar mecanismos de alteração dos resultados. Parece-me importante que o estudo desse uma ideia da forma como se encontra a literacia matemática a nível planetário, mais do que publicitar classificações de países. Os resultados de cada país podiam ser interpretados e analisados à luz dos diversos factores contextuais, e essa análise devia ser da responsabilidade de cada país, que decidiria a forma mais adequada de os divulgar.

Era também importante que a classificação não fosse definida pelo próprio estudo. De facto, quando se diz que média dos países da OCDE vai ser 500 e que cerca de dois terços dos alunos destes países vão ter classificações entre 400 e 600, perde-se completamente a hipótese de se poder analisar os resultados no seu todo. Realmente, tudo se passa como se o que os alunos, considerados na sua totalidade, respondem seja irrelevante e apenas interesse a comparação entre grupos nacionais.

Leonor Santos — Um tratamento quantitativo dos dados é outro aspecto bastante problemático deste tipo de estudos. Sendo um tratamento que não atende aos processos, mas apenas aos resultados, torna muito discutível as evidências que se podem retirar deste estudo. Tudo aponta que falar nos resultados obtidos ou no respectivo nível de literacia é exactamente o mesmo. São formas equivalentes de indicar o mesmo. Sabemos, contudo, que quanto mais complexo é aquilo que queremos medir (já não são conhecimentos, mas sim competências) mais difícil é encontrar instrumentos que garantam a validade dos resultados. Por exemplo, múltiplos estudos apontam para a influência que diversos aspectos contextuais podem ter no desempenho dos alunos. A interpretação que o aluno faz do que se espera da tarefa, o grau de apropriação que se tem do contexto onde o problema a resolver se encontra inserido, a forma como as questões estão colocadas, a própria ordem dessas questões, são exemplos de factores, que embora externos ao que se pretende medir, podem influenciar de forma significativa essa mesma medida. Contudo, o leitor não é alertado para a fragilidade dos resultados deste tipo de estudos. Antes pelo contrário, são-lhe disponibilizados diversos valores numéricos e estatísticos que de alguma forma sugerem um rigor só atingível na matemática, vista ainda pela sociedade em geral como a ciência por excelência do rigor e da certeza ...

Resultados portugueses relativamente a outros países no que respeita à Literacia Matemática

Em minha opinião há vários aspectos dos resultados comparativos sobre os quais interessa reflectir. Registo duas notas:

"Tal como se concluiu relativamente ao domínio da leitura, também em matemática a situação é preocupante: os resultados médios dos alunos portugueses são claramente inferiores aos obtidos, em média, no espaço da OCDE." (pág. 35 Relatório Nacional)

"Em conclusão, tanto os melhores como os piores alunos portugueses em matemática, assim definidos, têm classificações inferiores à média encontrada para a OCDE." (pág. 38 Relatório Nacional)

Que comentários vos sugerem estas conclusões?

Maria José Costa — Que os resultados médios dos alunos portugueses são inferiores aos obtidos, em média, no espaço da OCDE, é um facto que resulta da comparação das médias obtidas por uns e outros, médias obtidas face aos mesmos instrumentos de avaliação; mas já questiono se a situação é "preocupante".

Porquê preocupante? E de que ponto de vista? Quanto valem estes números sozinhos?

Quando leio apreciações desse tipo tenho a sensação de estar a ser levada: elas geram necessariamente, em quem apenas os lê, sentimentos e pensamentos que me preocupam, nomeadamente classificando a situação como grave, preocupante ou inferiorizante sem esclarecer qual é a situação que merece esses adjectivos; um cidadão mais desprevenido, conclui de imediato: "escola mal organizada, programas mal estruturados, currículos mal desenhados, professores deficientemente preparados para os dar".

Há que garantir a equidade de formação dos jovens respondentes: escolas igualmente apetrechadas, professores com formação do mesmo nível, currículos com o mesmo desenho, implementação do currículo igualmente assegurado, ambiente socio-económico de mesmo nível; acautelados todos estes factores, então a diferença de desempenho tem de acarretar preocupações.

Julgamentos a partir da comparação entre os itens sem cruzamento com outras apreciações valem por eles mesmos: uns estão acima ou abaixo de outros: não permite outra leitura. E ainda não está provado que os itens utilizados são os itens ideais para medir as capacidades focadas, que os programas ministrados permitam desenvolver aquelas capacidades e que os jovens abrangidos tenham tido as mesmas oportunidades para desenvolver aquelas capacidades, seja na escola seja no seio da família e que, a escola em geral, e no que respeita ao estudo da disciplina de Matemática, dá aos jovens portugueses o mesmo que os outros jovens da comunidade recebem. Se os números obtidos fazem pender a balança que os compara a favor de outros jovens que não os portugueses, a situação só será preocupante quando todos os outros aspectos estiverem em igualdade de circunstâncias: ambiente socio-económico, ambiente cultural, organização e apetrechamento da escola, programas, metodologias, legislação ... tudo quanto influencia a aprendizagem de um jovem em fase tão formativa quanto o é a idade em causa.

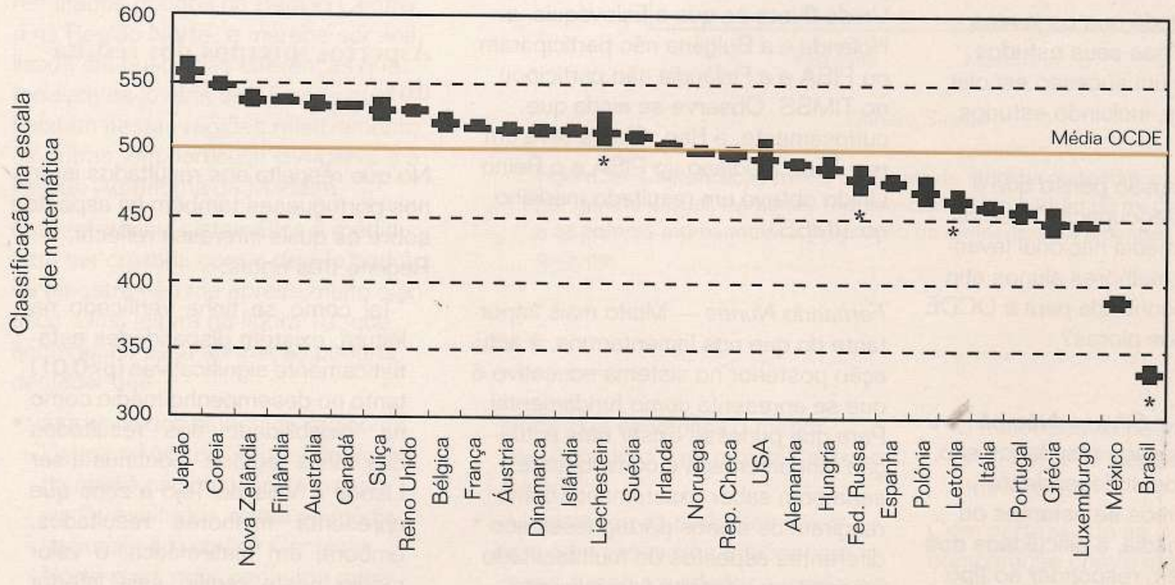


Figura 16. Desempenho médio em literacia matemática: semelhanças e diferenças entre países. A barra horizontal indica a média, e a área a azul indica o I.C. a 95%. Os países com * não pertencem à OCDE.

Até agora, e para já, essas diferenças mostram que há diferenças entre a reacção dos jovens portugueses e dos jovens não portugueses a um conjunto de itens: nada mais.

Há, contudo, dois factores que nem sempre são abordados e me parecem relevantes.

Por um lado, é a falta de empenho dos jovens em obter melhores resultados no ensino regular e dos pais em conseguir aumentar esse empenho: tirando as preocupações em obter, no 12° ano, as notas que permitem entrar em Medicina ou em Arquitectura—e notas, não sabedoria—pouco mais se vê.

Por outro lado é o relevo que o desporto tem na vida de muitos jovens; na mira cega de entrar na faculdade à custa do estatuto de alta competição, consideram a sua preparação desportiva como a meta primeira das suas vidas ficando o ensino subalternizado; e em muitos casos (todos?), esta escolha tem a conivência dos pais. Ora esta situação não é ventilada em nenhuma parte do relatório nem é abordada nos questionários a que os alunos têm de responder, o que ma faz pensar que, a nível da comunidade não é uma situação habitual. É verdade que também não tenho a imagem do país a nível desta questão mas no meio em que estou inserida é bastante elevada a frequência dos desportos mais variados.

Inverter a prioridade que os jovens alunos atribuem aos seus estudos contribuiria para um sucesso escolar a todos os níveis, incluindo estudos internacionais.

A segunda conclusão penso que é um reforço "à preocupação" que os números já em média nacional levantam: se nem os melhores alunos atingem a média encontrada para a OCDE o que esperar dos piores?

Jaime Carvalho e Silva — Não há dúvida que os nossos resultados são, no mínimo, fracos. Independentemente de sabermos se estamos ou não abaixo da média, a dificuldade dos nossos alunos em responder ao tipo de questões colocadas, que podemos resumir como tendo a ver com a resolução de problemas e a modelação matemática, mostram que o nosso ensino está gravemente carente nessas áreas. Primeira constatação importantíssima: *precisamos de investir mais em Portugal na resolução de problemas e na modelação matemática.* O facto de estarmos abaixo da média mostra que outros países estão melhores do que nós (ou não estão tão mal) e talvez possamos aprender algo com a experiência desses países.

Devo notar que a nossa posição relativa no PISA não é tão má como no TIMSS (embora os dois testes não sejam comparáveis directamente por este último pretender avaliar sobretudo conhecimentos). Com efeito, no TIMSS, a nível do 8° ano, Portugal estava atrás, de forma estatisticamente significativa, de todos os países europeus (ver p. 23 do relatório *Mathematics Achievement in the Middle School Years: IEA's Third International Mathematics and Science Study* de 1996). No PISA, não há diferença estatisticamente significativa com países como Itália, Grécia, Polónia e Letónia (ver p. 36 do relatório português) e a distância para a Espanha é relativamente pequena (por esta não ter diferença estatisticamente significativa com a Polónia e a Letónia). Os países europeus melhor colocados no TIMSS (a nível do 8° ano) foram a Bélgica, Rep. Checa, Eslováquia, Suíça, Holanda e Bulgária. No PISA os melhores países europeus foram a Finlândia, Suíça e Reino Unido (Note-se que a Eslováquia, a Holanda e a Bulgária não participaram no PISA e a Finlândia não participou no TIMSS. Observe-se ainda que, curiosamente, a Rep. Checa teve um resultado mediano no PISA e o Reino Unido obteve um resultado mediano no TIMSS).

Fernando Nunes — Muito mais importante do que nos lamentarmos, a actuação posterior no sistema educativo é que se apresenta como fundamental. Para que pudesse existir uma actuação fundamentada e consequente, seria bom saber exactamente como reagiram os alunos portugueses aos diferentes aspectos do multifacetado e complexo conceito normalmente associado à expressão "literacia matemática". Depois deveria ser estudada a relação entre os resultados e a distribuição dos alunos por anos de escolaridade. O conhecimento das questões permitiria que se lançasse alguma luz sobre eventuais e inevitáveis causas, específicas e particulares para o aluno português, que dificultam ou impedem mesmo uma resposta correcta no teste. Seria também importante sabermos qual o grau de interesse que os alunos tiveram e a disponibilidade que demonstraram para tentar responder efectivamente às questões do teste.

Só uma discussão mais informada sobre estes aspectos nos pode dar alguma orientação sobre o modo de actuar, por forma a que os nossos alunos sejam matematicamente letrados, qualquer que seja a definição que adoptemos, e a escolaridade básica seja um momento de enriquecimento para todos.

Leonor Santos — Para uma reflexão informada sobre os resultados portugueses em meu entender dever-se-ia fazer uma análise de conteúdo sobre os processos desenvolvidos pelos alunos portugueses para se poder compreender os raciocínios desenvolvidos, os tipos de erros cometidos, as dificuldades sentidas, as interpretações desenvolvidas, os factores que poderão ter levado a interpretações erróneas, ...

Aspectos internos dos resultados

No que respeita aos resultados internos portugueses também há aspectos sobre os quais interessa reflectir. Registo três notas:

> "Tal como se tinha verificado na leitura, existem disparidades estatisticamente significativas ($p<0,01$) tanto no desempenho médio como na variabilidade dos resultados das várias regiões. Continua a ser Lisboa e Vale do Tejo a zona que apresenta melhores resultados, embora, em matemática, o valor médio nesta região seja inferior ao da média da OCDE." (pág. 38 Relatório Nacional)

"Observando a Figura 20, pode constatar-se que rapazes e raparigas tiveram, em matemática, um desempenho médio não muito distante. A diferença, favorável aos rapazes, é, contudo, estatisticamente significativa ($p<0,05$)." (pág. 39 Relatório Nacional)

"Quando entramos em linha de conta com o ano de escolaridade frequentado pelos nossos alunos de 15 anos, o quadro torna-se mais eloquente. A fig. 21 revela que os estudantes do 10° ano, bem assim como os poucos do 11°, se situam em média, um pouco acima dos valores correspondentes da OCDE. Comparando aqueles com os dos estudantes que frequentam o 9° ano, o decréscimo é já evidente, acentuando-se à medida que nos aproximamos do 5° ano." (pág. 40 Relatório Nacional)

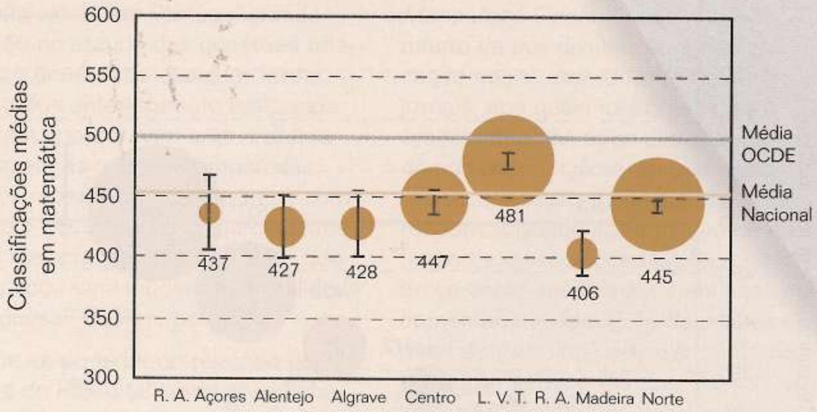


Figura 19. Classificação média na escala de literacia matemática, por NUT II. As barras representam o erro padrão da média e as esferas representam a proporção de elementos na amostra nacional.

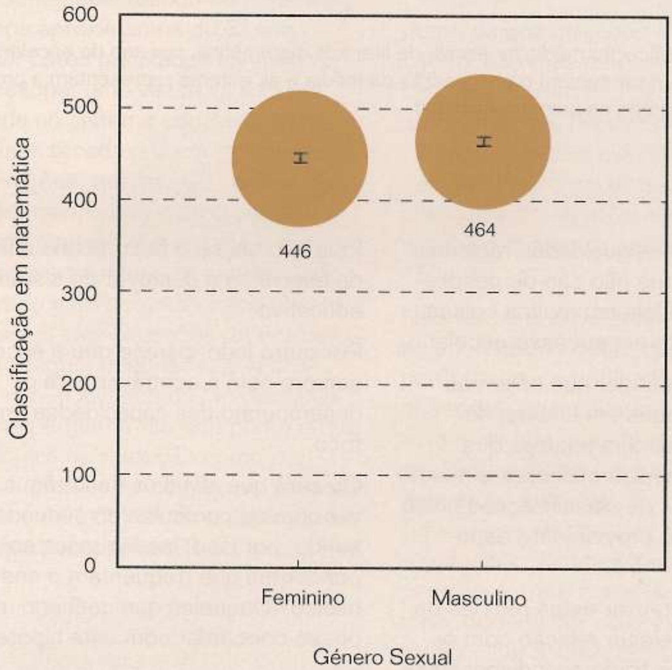


Figura 20. Classificação média na escala de literacia matemática, por género sexual. As barras representam o erro padrão da média e as esferas representam a proporção de elementos na amostra nacional.

Que comentários vos sugerem estas conclusões?

Será interessante que nestes comentários se refiram às dificuldades que estes resultados revelam no nosso sistema educativo e que, caso tenham sugestões, falem um pouco de como poderiam ser ultrapassadas.

Maria José Costa — Esta constatação levanta suspeitas, sobretudo se acompanhada da situação dos resultados obtidos na Região Centro e na Região Norte, e merece ser analisada em busca das diferenças que rodeiam os jovens de 15 anos que habitam nestas regiões relativamente às outras, em particular o Algarve e a Região Autónoma da Madeira.

Esta referência sistemática à média sem ser cruzada com o desvio padrão da amostra não me aprece muito científica. Uma leitura da figura 19, que acompanha essa afirmação poderia destacar que

- a maioria dos alunos da região de Lisboa e Vale do Tejo estão acima da média nacional, encontrando ainda resultados acima da média nacional nas regiões Centro e Norte e em mais nenhuma outra região;
- destas três regiões, é na região Norte que se verifica o menor desvio padrão e na região Centro o maior;
- comparando as restantes amostras com essas três regiões, em todas a média é inferior à média e o desvio padrão é superior ao desvio padrão de qualquer uma delas;
- o maior desvio padrão ocorreu com a amostra da Região Autónoma dos Açores.

Com certeza que se o objectivo é a comparação com a média da OCDE esta leitura não é relevante; mas do ponto de vista de retrato nacional tem alguma importância: faz pensar,

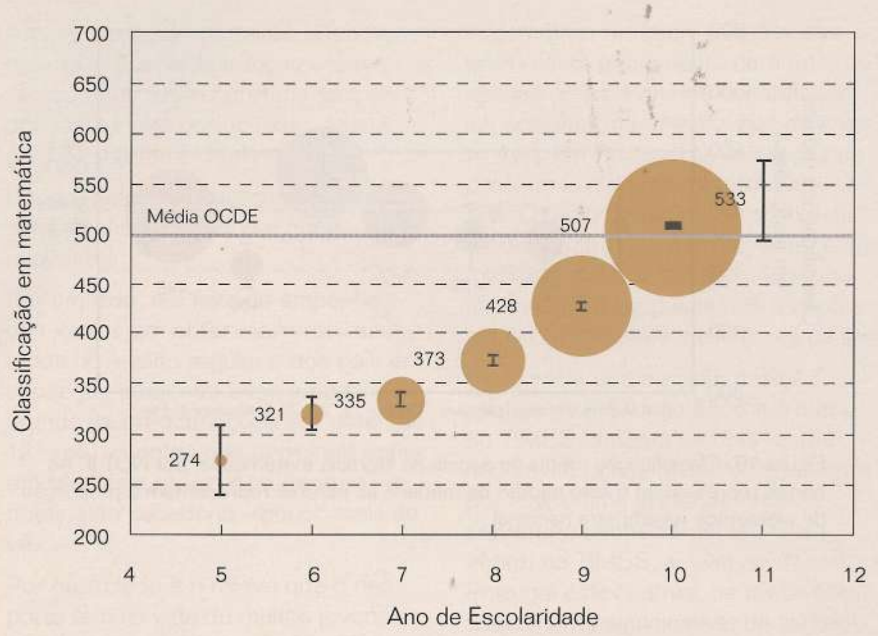


Figura 21. Classificação média na escala de literacia matemática, por ano de escolaridade. As barras representam o erro padrão da média e as esferas representam a proporção de elementos na amostra nacional.

também, nas desigualdades regionais em Portugal, que não são de desprezar quando se fala em muitas coisas, nomeadamente em sucesso escolar.

Será de surpreender que sejam as regiões centradas em Lisboa, no Porto e em Coimbra aquelas que apresentam médias melhores e menores dispersões de classificações? Não é um resultado previamente esperado?

Não sei caracterizar estas regiões de modo a estabelecer relação com os resultados mas torna-se indispensável que alguém—investigador individual ou instituição devidamente credenciados—identifique algum factor que seja responsável por estas diferenças de desempenho.

Embora respeite as diferenças biológicas de desenvolvimento, não tenho grande apetência por estudos sexistas. Aliás, muitos estudos na busca da diferenças suficientemente significativas entre os desempenhos de rapazes e de raparigas têm-se mostrado inconclusivos.

Assim dito, parece que as reprovações não têm qualquer eficácia no desenvolvimento dos alunos.

Pois não sei se o facto abona a favor da escola se a desfavor do sistema educativo.

Por outro lado, parece que a escola sempre está a contribuir para o desempenho das capacidades em foco.

Ou será que afinal os itens têm a ver com os currículos do secundário sendo, por isso, inadequados aos respondentes que frequentam o ensino básico? Daqueles que conheço, não posso concordar com esta hipótese!

Talvez a reorganização curricular do ensino básico venha a corrigir esta situação, uma vez que não parece impossível evitar que isso aconteça: quais são os outros países em que se verifica uma pulverização desta monta? E por que não existe?

A conclusão mais simplicista seria: deixemos passar todos os alunos e os resultados serão melhores! Mas sem dúvida que na prática não se teria a certeza dessa melhoria, nem é de crer que tal decisão traga benefícios automáticos em algum campo, nomeadamente neste; agora, deixar passar todos os alunos e fazê-lo acompanhando-os das medidas necessárias à recuperação para atingir os objectivos não atingidos e que apontavam para uma retenção, talvez já conduzisse a melhores resultados em geral e em estudos internacionais em particular.

Jaime Carvalho e Silva — Tenho algumas reservas quanto a estas conclusões pois estão-se a comparar populações muito diferentes. A minha ideia é confirmada por a Região Centro e a Região Norte, regiões mais semelhantes, apresentarem resultados idênticos. Conjecturo por isso que não haja verdadeiramente diferenças entre as regiões, se considerarmos apenas populações minimamente comparáveis.

No que respeita à figura 21 Seria interessante aprofundar este dado e tentar descobrir razões que possam justificar esta diferença.

A diferença de resultados entre o 9° e o 10° ano é de tal modo grande (equivalente à diferença de pontuação média entre Portugal e a Suíça, um dos países europeus melhor colocados) que não se pode atribuir a diferença apenas à maior maturidade dos alunos do 10° ano.

Conjecturo que tal se deva sobretudo a uma muito deficiente prática de resolução de problemas e de modelação matemática no 2° e 3° ciclos (de que nos podemos aperceber facilmente olhando para os manuais escolares mais adoptados nesses ciclos, muito pobres nestas áreas). Enquanto os programas do Ensino Secundário foram ajustados em 1995-1997 e foi dada maior atenção a estas áreas, houve publicação de materiais, houve formação de professores (e de formadores, chamados "acompanhantes"), no Ensino Básico nada foi feito até à publicação do documento das "Competências Essenciais" que ainda não teve impacto na prática das Escolas Básicas.

Fernando Nunes — Tendo em consideração todas as potencialidades e limitações do estudo que foram apontadas até agora, limitações essas intrínsecas à própria essência do estudo, vem-me à mente o que foi declarado por Gerry Shiel na edição de 14 de Maio do "Público", quando questionado sobre o "salto" dos alunos irlandeses, do TIMSS para o PISA. Depois de afirmar que essa alteração não está relacionada com grandes alterações no sistema de ensino irlandês, aponta o facto de existir um forte paralelo entre o tipo de tarefas que são pedidas aos alunos no PISA e aquilo que é exigido aos alunos irlandeses nas provas do 9° ano, realizadas por todos os alunos quando têm, em média, 15 anos. Portanto, se estivermos convencidos que é "preocupante" o desempenho dos alunos portugueses, temos aqui uma sugestão que parece ser eficiente na resolução do problema, embora seja algo que não se consiga de um ano para o outro. As diferenças entre regiões ou entre sexos, só interessam na medida em que se investiguem variáveis que as possam explicar e que tenham influência a nível global. Parece-me demasiado provinciano ou sexista afirmar que as capacidades inerentes aos alunos da Madeira sejam inferiores aos de Lisboa, ou que os rapazes têm mais jeito para a matemática.

Em relação à distribuição dos alunos por anos de escolaridade, seria interessante que esses dados pudessem estar acessíveis para os diversos países. Realmente, as poucas perguntas do PISA que são públicas no que respeita à literacia matemática mostram a evidência de que alunos de anos de escolaridade mais baixos estão "proibidos" de responder correctamente a questões que se baseiam em conceitos ainda não estudados. Não se trata portanto de um mau desempenho dos alunos portugueses, da sua responsabilidade, ou por deficiente escolarização. Neste caso, pode afirmar-se que os resultados do PISA são um bom indicador da quantidade de retenções!

Leonor Santos — A nível nacional, alguns resultados deste estudo deveriam ser comparados com os obtidos noutros trabalhos desenvolvidos em Portugal. Por exemplo, a diversidade regional confirma-se ou pelo contrário é contraditória? A comparação entre os rapazes e as raparigas apresentam resultados convergentes? Sabemos que não existe em Portugal grande tradição no estudo das questões relativas ao género, de qualquer forma os estudos anteriormente realizados parecem apontar para uma melhoria das raparigas quando comparadas com os rapazes. Será porque se comparavam aquisição de conhecimentos e não literacia matemática? Será que se verificou uma mudança na realidade portuguesa? Se sim, porquê?

Do que se pode ler no relatório português do PISA, tal como já se tinha verificado com a leitura, também na literacia matemática os estudantes do 10° e 11° anos situam-se em média "um pouco acima dos valores correspondentes da OCDE. Comparando aqueles com os dos estudantes que frequentam o 9° ano, o decréscimo é já evidente, acentuando-se à medida que nos aproximamos do 5° ano." (p. 40). Estes resultados levam-nos a questionar uma vez mais a lógica seguida no sistema educativo português, marcada por um regime de reprovações, que se não verifica na grande maioria dos outros países. Até que ponto é que um aluno que não frequenta o ano de escolaridade esperado num percurso escolar sem percalços, vive situações de ensino/aprendizagem adequadas a si próprio, ao seu nível etário? Poder-se-ia mesmo perguntar até que ponto é que esta lógica de retenção como resposta a problemas de falta de aprendizagem é de facto eficaz e defensável por muito mais tempo?

Divulgação de resultados

Recordo que a nível da administração central, segundo sei, existe o Relatório disponível na Internet e foi feita uma sessão pública de apresentação. A nível particular haverá possivelmente professores que já o referiram mas não conheço mais nada. Tendo em conta todo o trabalho que estes estudos representam e a discussão que temos vindo a fazer nesta mesa redonda virtual, é interessante ouvir as vossas sugestões sobre a divulgação destes dados e sobre as discussões que se poderiam realizar a partir eles?

Maria José Costa — Tenho conhecimento da sua divulgação à comunicação social, individualmente a três jornais, aos quais foi apresentado oralmente e entregue um exemplar, e da sua distribuição a escolas superiores de educação e universidades com responsabilidade na formação de professores, associações profissionais de ensino e sociedades científicas e a comentaristas habituais de política em geral e do ensino particular (António, Barreto, Pacheco Pereira, Vasco Graça Moura, se não me engano, foram alguns deles: aqui estou a valer-me da minha situação de conselheira do GAVE em representação da APM: estas informações foram dadas em reunião de conselho Consultivo e ninguém apelou à confidencialidade das mesmas).

Junto da comunicação social a intenção foi boa mas deu maus resultados. Dela resultaram títulos garrafais e alarmistas que deixam mal impressionado qualquer cidadão menos esclarecido sobre ensino e sobre comunicação social e são, a meu ver, insultuosas para os próprios jovens de 15 anos!

Não sei se é viável a apresentação de um relatório deste tipo ser feita a partir de um comunicado que contenha todos os resultados do estudo, acompanhado, com certeza, da divulgação do próprio relatório. Claro está que aqui o autor do comunicado (o Gave, já se vê!) estava, ele próprio, sujeito às crítica resultantes da comparação entre o comunicado e o relatório, poderia ser acusado de agravar ou adocicar a situação, sonegar informação, enfim, ... mas evitava-se que cada jornalista escolhesse o aspecto mais bombástico para o seu jornal. Deixar apenas aos jornalistas a liberdade de escolher este ou aquele título é, já por si, um risco enorme!

Mas a divulgação do relatório na íntegra, pelas escolas onde se pratica a formação de professores e associações ou sociedades científicas, parece uma medida acertada. Para as escolas de ensino não superior, penso que deveria ser enviado, também, em síntese, eventualmente a que seria distribuída à comunicação social, acompanhada não digo de uma ficha de leitura mas de um guia de comentários que exigisse a leitura prévia ao seu preenchimento, a devolver às estruturas ministeriais que superintendem às definições curriculares. Com este procedimento "matavam-se dois coelhos de uma só cajadada": todo o corpo docente ficava informado da realidade nacional face ao estudo e fazia-se o levantamento de sugestões para permitir melhor desempenho face a testes do tipo utilizado e da leitura que os professores que põem em prática os programas oficiais fazem das capacidades a desenvolver com esses programas. Sem dúvida alguma, gostaria que a APM fosse a primeira associação de professores a disponibilizar à opinião pública uma apreciação desses números depois de comparar com as capacidades exigidas para responder satisfatoriamente à totalidade dos testes e as capacidades que os programas da disciplina de Matemática permitem desenvolver. E já agora, quem se responsabiliza pela análise da implementação desses programas? E pela caracterização socioeconómica das regiões?

Jaime Carvalho e Silva — Acho que foi feito muito pouco para divulgar os resultados do PISA. O relatório português é muito curto e nada mais há em língua portuguesa. O relatório internacional é muito mais rico mas não está disponível em língua portuguesa. O debate público que houve foi, no que diz respeito à matemática, e tal como já aconteceu no caso do TIMSS, extremamente insatisfatório. Em particular, a análise dos resultados não foi minimamente aprofundada, não foram feitas quaisquer recomendações nem lançadas pistas para novos estudos. Parece que os estudos só serviram para alimentar manchetes de jornais durante uns (poucos) dias! O Ministério da Educação precisa de investir muito mais neste tipo de estudos e precisa de encomendar a equipas de especialistas análises e investigações que aprofundem nacionalmente algumas pistas lançadas pelos estudos.

Proponho que se crie uma Comissão Nacional para o Ensino da Matemática, com representantes de todas as associações ligadas à matemática, representantes do Ministério da Educação e incluindo outras personalidades, tais como pessoas ligadas à formação de professores. Esta Comissão deveria promover um debate público de estudos como este (há mais, como o do *The Global Entrepreneurship Monitor* que precisam de ser considerados) e elabore recomendações para o Ministério da Educação e para as Escolas Básicas, Secundárias e de Formação de Professores. Entendo que só assim se poderão tirar resultados profícuos de estudos internacionais como o TIMSS e o PISA.

Fernando Nunes — Todas as discussões cooperativas sobre as questões que os estudos internacionais levantam podem ser rentáveis, para utilizar um termo económico. Nesse sentido, fico admirado pelo facto de os responsáveis pela entrada de Portugal no projecto parecerem dá-lo por terminado quando os resultados são apresentados. Parece que ficamos satisfeitos com a envergadura da empresa e as lamentações subsequentes. Aliás, parece-me que esta tradição se pode generalizar a outras realizações. Por que não lançar nas escolas a discussão e envolver sectores ligados ou não à educação? Uma atenção temporalmente alargada permitiria não só identificar problemas, mas também reflectir sobre a forma de os ultrapassar. Esta mesa redonda pode despoletar algum interesse. Será que quem a está a ler tem disponibilidade para fazer chegar duvidas, opiniões e comentários?

Leonor Santos — Apesar de todos os aspectos já por mim apontados que vão no sentido de criticar ou pelo menos por em causa este tipo de estudos comparativos internacionais, a realidade é que eles existem e, com todas as restrições que devemos ter presentes, temos à nossa disponibilidade os seus resultados. Então a questão que se deverá colocar é: Como tirar partido deles, como os rentabilizar? Tomando estes resultados por aquilo que valem, sem especulações e dramatismos que apenas servem interesses de alguns e nada contribuem para melhorar o que existe, que sugestões estes indicadores nos dão? Como proceder? Não tendo qualquer veleidade de ser exaustiva ou de ter a exclusividade do saber sobre o que fazer, avanço com algumas possíveis estratégias. Criar momentos de divulgação e debate entre os diferentes intervenientes do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, nomeadamente os professores de Matemática, parece ser um ponto a investir. Esta mesa redonda é exemplo disso. Identificar aspectos curriculares bem definidos e explícitos, onde grupo de professores, seja a nível de escola, ou de outras estruturas organizacionais, procurassem investir e desenvolver pequenos projectos de desenvolvimento curricular no sentido de responder a essas mesmas necessidades. Volto a afirmar a necessidade de serem disponibilizadas as questões que foram respondidas pelos alunos, para uma compreensão mais clara dos aspectos matemáticos presentes. Procurar informação relativamente a dinâmicas que este mesmo estudo eventualmente despoletou em países com quem Portugal possa ter algumas características afins. Os bons exemplos podem ser inspiradores de boas práticas, não por replicação, mas sim por adaptação a uma outra realidade.

Competência matemática e competências de cálculo no 1° ciclo

Lurdes Serrazina

Trabalhar a Matemática com compreensão ao longo da escolaridade básica não é uma tarefa simples, mas é uma tarefa possível que deve ter continuidade ao longo dos três ciclos.

A Matemática volta a estar na ordem do dia. Os media noticiam a criação de um grupo de emergência para a Matemática, porque os resultados dos alunos no exame do 12° ano foram desastrosos. Mas, e na escola básica, o que é aprender Matemática? Que tipo de competências têm sido privilegiadas? Que competências os nossos alunos devem desenvolver?

Quando relemos recomendações emanadas de organismos nacionais e internacionais (por exemplo, APM, 1988; NCTM, 1991; NRC, 1989) ligados à educação matemática sobre o que privilegiar na escola básica encontramos, para além das relativas à geometria, à organização e visualização do espaço ou à medida, unanimidade no realce a dar à compreensão do número e das operações, ao desenvolvimento do sentido do número, à proficiência e flexibilidade no cálculo (mental, com papel e lápis ou utilizando a calculadora) e à capacidade de resolução de problemas.

Mas, os resultados das diferentes avaliações internacionais (II IAEP, 1991; TIMMS, 1994) e nacionais (Provas de aferição de 2000 e 2001), apesar das limitações que se reconhecem em avaliações deste tipo, não podem deixar de nos preocupar. Todos apontam para o facto que os nossos alunos do 4° ano de escolaridade têm resultados razoáveis no domínio dos procedimentos mais rotineiros com papel e lápis, mas muito fracos nos domínios da geometria, da compreensão de conceitos e da resolução de problemas.

Este artigo procura discutir aspectos relativos aos números e ao cálculo, como têm sido tratados e o que considero deve ser valorizado na educação básica e em especial no 1° ciclo do ensino básico. Estes aspectos estão intimamente ligados com a forma como se aprende, por isso não podem ser discutidos desligados das questões relativas à aprendizagem do número e das operações.

Sabe-se hoje que as crianças através das suas experiências diárias vão desenvolvendo gradualmente um conjunto bastante complexo de ideias informais sobre os números. Assim, quando chegam à escola possuem já muitos conhecimentos e a construção de novos conhecimentos deve ser feita sobre os que já possuem e em estreita ligação com estes. Com o envolvimento em actividades significativas planificadas com o objectivo de aprofundar e estabelecer conexões com os seus conhecimentos, elas vão adquirindo novas ideias matemáticas e alargando a sua compreensão.

Nesta perspectiva, o raciocínio informal e intuitivo através da manipulação de materiais e de representações informais deve ser privilegiado nestes primeiros anos de escolaridade, em contraponto com uma prematura exigência da formalização e do registo escrito, igual para todos, que como muitas vezes tem acontecido.

O que privilegiar

À medida que os alunos vão progredindo na escolaridade devem ir adquirindo um domínio progressivo na compreensão dos números. Isto implica saber: o que são; como se relacionam; como se representam utilizando objectos, algarismos ou na recta numérica; como se relacionam uns com os outros; como são parte de sistemas numéricos[1]; como utilizá-los e operar com eles para resolver problemas.

Um conceito que aparece no Currículo Nacional (Ministério da Educação, 2001) e que me parece importante discutir, é o de *sentido de número*. Este é entendido como uma compreensão global do número e das operações a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e operações (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999). Implica conhecer os números, perceber o que acontece quando se opera com eles, isto é, se adicionar dois números qual a relação entre a soma e cada uma das parcelas e o mesmo para as outras operações.

Este sentido do número não se aprende duma vez por todas, mas vai-se alargando ao longo da escolaridade e até ao longo da vida. No primeiro ano de escolaridade começa por trabalhar-se com números inteiros. A ordem de grandeza destes números vai-se alargando. Mais tarde aparecem os números decimais[2]. O efeito das operações nos diferentes conjuntos numéricos tem de ser compreendido, o que não é compatível com a memorização de regras sem compreensão. Por exemplo, a relação entre o produto de dois números inteiros com cada um dos factores, pode ser diferente quando esses factores são dois números decimais. Esta ideia de construção progressiva dos conceitos, entra em contradição com aquela, ainda muito presente no nosso ensino, de que os conceitos se ensinam e se aprendem duma vez por todas, sendo introduzidos e "treinados" de modo rotineiro, com a convicção que a aprendizagem se faz através da repetição, sem qualquer significado para os alunos. É comum professores do 1° ano de escolaridade afirmarem a determinada altura do ano escolar: "os meus alunos já têm o conceito de número". Na realidade o que querem dizer é que já conseguem lidar com algumas quantidades que progressivamente irão alargando.

Ter o sentido de número implica perceber as diferentes utilizações dos números; na contagem, na ordenação, na localização, na estimação numérica e de cálculos, mas também nas medidas e na estimação de medidas (de comprimento, de área, de volume, de capacidade, de massa, etc). Este modo de encarar os números implica que estes não devem ser tratados de modo isolado, mas relacionados quer com situações do dia a dia, quer com outros temas de matemática como a geometria ou a medida.

A noção de que um número pode ser representado de muitas formas utilizando as operações ajuda a compreender o número e as operações. Por exemplo o saber que 8 se pode representar como: $5 + 2 + 1$, $10 - 2$, $4 + 4$, 4×2, $16 \div 2$ ou $9 - 1$, alarga o conceito de número 8 mas também o significado das operações envolvidas. Esta forma de representar números pode ser utilizada pelos alunos numa perspectiva de resolução de problemas para obter resultados que não conhecem, por exemplo se um aluno sabe quanto é 5×8 pode a partir daí encontrar o 6×8, fazendo $(5 \times 8) + 8$. Ao explicar o seu raciocínio, mostra que compreendeu e alarga essa compreensão estabelecendo novas relações.

Assim, a ideia de sentido de número está intimamente relacionada com as operações e ter o sentido do número é perceber quais são as suas implicações quando se opera com eles. Um aluno com sentido do número não se põe a 'adivinhar' quando lhe é colocado um problema, mas antes é capaz de compreender qual a operação que vai usar e porquê.

Também a geometria pode ser um bom veículo para trabalhar os números. Para além da utilização da recta numérica já referida, existem muitos outros exemplos. Por exemplo, resolver o problema: *quantos fósforos são necessários para construir um quadrado?* Esta situação liga a forma e a contagem. O problema anterior pode dar origem a um novo: *Será que o quadrado que construíste era o mais pequeno? E se quiser construir um quadrado maior, qual o menor número de fósforos que necessito?*

Um outro exemplo, de conexão entre os números e a geometria (e posteriormente a medida) *é o ser capaz de estimar quantos cubos de 3 cm de aresta cabem numa caixa cúbica de 15 cm de aresta.* Pode ser trabalhado desde muito cedo, podendo os alunos confirmar as suas estimativas através da modelação da situação, utilizando materiais.

Desta forma trabalha-se a estimação numérica e ao mesmo tempo desenvolvem-se capacidades ligadas à visualização espacial e de certo modo à medida.

Existem múltiplas situações do dia a dia, onde os números são usados de modo rotineiro, sem muitas vezes se pensar no seu significado. Por exemplo, as crianças ouvem os pais referir-se ao tamanho de uma fotografia dizendo, por exemplo, 9 por 12 (9×12). Situações como esta podem e devem ser exploradas na escola, quer em termos de geometria — trata-se de um rectângulo de 9 por 12 — quer em termos numéricos relacionando-a com a disposição rectangular na multiplicação — 9 filas cada uma com 12 quadradinhos.

As operações

Quando nos referimos ao ensino básico, todos reconhecemos que conhecer as quatro operações: adição, subtracção, multiplicação e divisão é essencial, assim como ter e saber usar métodos correctos, flexíveis e eficientes de cálculo. Estes podem incluir estratégias adequadas de cálculo mental ou a utilização de modo correcto dos algoritmos de papel e lápis ou ainda a calculadora.

Na nossa escola existe, por vezes, alguma pressa com os registos escritos de procedimentos, frequentemente com pouco significado para quem os faz. Estes devem ir adquirindo significado à medida que vão sendo sistematizados pelos alunos a partir de situações significativas.

A investigação recomenda que a introdução dos algoritmos formais das quatro operações seja protelado para mais tarde e seja dada uma forte ênfase ao desenvolvimento do cálculo mental, que pode e deve ser aprendido pelos alunos através da introdução de diferentes estratégias e também de algoritmos informais. Temos hoje noção de que a introdução prematura dos algoritmos formais, bloqueia o desenvolvimento de outras estratégias de cálculo, nomeadamente de cálculo mental. Todos conhecemos crianças que tinham, por qualquer motivo, desenvolvido algumas estratégias informais de cálculo mental, antes de chegarem à escola, mas quando lhes foi "exigido fazer a conta como a professora e os manuais ensinam", não só não desenvolveram as estratégias que tinham, como deixaram de utilizar as que parecia já possuirem.

Já em 1982 o Relatório Cockroft afirmava a propósito da importância do cálculo mental:

> … não deve ser permitido às crianças pequenas passarem de forma rápida para o trabalho escrito em Matemática. Assim, nos estádios iniciais, trabalho oral e mental deve constituir a parte principal da matemática que se faz. À medida que a criança cresce precisa de começar a desenvolver os métodos de cálculo mental que utilizará ao longo de toda a sua vida.

Seja qual for o método utilizado, os alunos devem compreendê-lo, saber explicá-lo e perceber que existem diferentes métodos e para cada caso discutir qual o mais adequado. Simultaneamente têm de ser capazes de avaliar a razoabilidade dos resultados, o que implica terem desenvolvido capacidades de estimação e a compreensão do tipo de resultados (exacto ou aproximado) adequados em cada caso. Por exemplo, perante o problema: *Tenho 50 euros, será que consigo comprar uma mochila de 25 euros, um estojo de 8 euros, uma caneta de 3 euros e três cadernos cada um de 6 euros?* O desenvolvimento do sentido de número implica perceber que para responder a este problema basta fazer um cálculo aproximado. Mas pressupõe ainda que, também compreendam que, se a questão colocada fosse: *Quanto receberei de troco?*, seria necessário um cálculo exacto para poderem dar resposta.

Avaliar a razoabilidade de um resultado também pode ser facilitada se forem desenvolvidos pelos alunos padrões de medida de objectos e situações comuns, por exemplo, perceber que um pão não custa 50 euros e que a idade de um homem não pode ser de 500 anos.

Estas ideias não se desenvolvem isoladamente, mas, através do envolvimento dos alunos em actividades significativas e com o questionamento adequado do professor. Se se criar o hábito de, em cada caso, avaliar da razoabilidade do resultado obtido, os alunos vão desenvolvendo o sentido das operações e ainda o seu sentido crítico perante os dados obtidos. Deste modo a Matemática pode ser um bom veículo para o desenvolvimento da cidadania, contribuindo para que os nossos alunos sejam cidadãos mais críticos e mais conscientes, perante a cada vez maior quantidade de informação com que diariamente são confrontados.

O papel do cálculo

A proficiência de cálculo deve ser desenvolvida a par da compreensão do papel e significado das operações nos sistemas numéricos. O envolvimento dos alunos em actividades significativas, nomeadamente de resolução de problemas e actividades investigativas conduzirá ao desenvolvimento das capacidades anteriores.

Como é afirmado em *A Matemática na Educação Básica*:

> O ensino dos números e das operações na educação básica não deve visar a aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras, mas sim uma aprendizagem significativa ligada a uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações. Não basta aprender os procedimentos; é necessário transformá-los em instrumentos de pensamento.

No primeiro ciclo continuamos a ter uma forte influência das competências de cálculo no sentido mais rotineiro do termo. Ser proficiente no cálculo implica ser capaz de usar procedimentos para adicionar, subtrair, multiplicar e dividir mentalmente ou com papel e lápis e saber quando e onde usar esses procedimentos adequadamente. Os alunos devem ser incentivados a desenvolver as suas próprias estratégias de cálculo com números inteiros e a partilhá-las e discuti-las com os colegas e professor. A investigação mostra que deste modo um importante conjunto de aprendizagens acontecem na medida em que os alunos são incentivados a desenvolver, registar, explicar e criticar as estratégias uns dos outros para resolver os problemas de cálculo. Neste processo os algoritmos tradicionais aparecem ou são introduzidos pelos professores na altura considerada mais adequada e de uma forma que é compreendida pelos alunos. Pode afirmar-se que desenvolver a competência de cálculo exige um equilíbrio e conexão entre compreensão conceptual e proficiência de cálculo.

Tradicionalmente tem sido valorizado o domínio dos procedimentos no sen-

tido mais pobre, isto é, o ensino das quatro operações aritméticas tem sido muitas vezes confundido com o dos algoritmos — saber fazer as 'contas' — interessando o saber fazer, não havendo muita preocupação com a sua compreensão.

Sabe-se hoje que procedimentos de cálculo que são muito praticados sem compreensão são muitas vezes esquecidos ou relembrados de modo incorrecto. Por outro lado, a compreensão sem alguma rotinização pode limitar a capacidade de resolução de problemas. Ou de outro modo, quando uma criança compreende, relembra melhor os procedimentos de cálculo e utiliza-os de uma forma mais flexível para resolver problemas. Isto é, quando já automatizou um determinado procedimento de cálculo, pode dedicar a sua atenção a outros aspectos e pode lidar melhor com novos problemas que irão conduzir a novas compreensões.

As calculadoras devem ser introduzidas nas aulas de matemática do 1° ciclo como instrumentos de cálculo, em especial quando são necessários muitos cálculos ou é necessário o cálculo com números grandes para resolver um dado problema. Mas as calculadoras devem ser utilizadas de forma regulada, isto é, compreendendo quando utilizar a calculadora, o cálculo mental ou os algoritmos de papel e lápis. Para que isto aconteça deve começar-se por estabelecer regras de utilização das calculadoras com os alunos, por exemplo, se o objectivo é desenvolver o cálculo mental ou trabalhar algoritmos de papel e lápis não deve ser permitida a sua utilização. Deste modo, os próprios alunos vão criando hábitos de trabalho e compreendendo quando a utilização da calculadora é ou não uma mais valia. Resultados da investigação têm mostrado que os alunos que possuem uma boa compreensão dos números e das operações compreendem quando a calculadora é útil na resolução de uma dada situação e são capazes de potenciar o seu uso para melhorar o seu desempenho matemático.

Alguns exemplos

1. Aos alunos deve ser dada a possibilidade de desenvolverem as suas próprias formas de pensar em cada caso. Existe uma diversidade de problemas de adição e subtracção de números inteiros e perante cada problema concreto, os alunos aplicarão a sua estratégia, que pode ou não coincidir com aquela que na óptica do professor é a mais adequada.

Para o problema:
O Pedro ganhou 2 berlindes. Tem agora 5 berlindes. Quantos tinha no início?

Os alunos, no início do 1° ano, podem resolvê-lo:

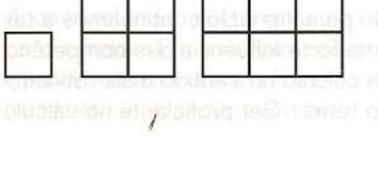
- através de uma adição: Qual o número que adicionado a 2 vai dar 5, podendo fazer uma contagem com os dedos; ou pensar "quantos devo juntar a 2 para obter 5".
- ou perceber que basta fazer uma subtracção $5 - 2 = 3$

Desta forma vão criando e compreendendo as suas estratégias de pensamento e o professor vai também compreendendo como cada aluno pensa, estando atento às suas dificuldades. O que não me parece correcto é que seja o professor a indicar à partida a melhor estratégia.

2. Mas se o problema for:
Uma carrinha tem sete lugares. Em cada lugar podem sentar-se 2 ou 3 crianças. Se há 19 crianças para transportar na carrinha, como é que os alunos se devem agrupar para se sentarem nos sete lugares?

Esta situação pode ser resolvida na sala de aula de modo informal pelos alunos do 1° ou 2° anos, mas para conseguirem responder à situação têm de compreender as quantidades envolvidas e dominar os procedimentos de cálculo necessários para resolver o problema. Inicialmente podem usar desenhos ou esquemas informais, mas à medida que vão evoluindo na escolaridade esses procedimentos irão sendo cada vez mais formalizados.

3. Como já foi referido, os números podem ser trabalhados em ligação com outras áreas da Matemática. Por exemplo, existem múltiplas formas de relacionar os números e a geometria. Disso é exemplo a seguinte situação:
Constrói uma sequência de figuras como esta, utilizando fósforos



Quantos fósforos em cada uma das figuras? Para construir a figura seguinte quantos fósforos são necessários? Quantos quadrados existem em cada uma das figuras?

Nesta situação estão implícitos conceitos de geometria e visualização espacial, mas também conceitos numéricos.

A concluir

As considerações anteriores levam-me a reafirmar que trabalhar a Matemática com compreensão ao longo da escolaridade básica não é uma tarefa simples, mas é uma tarefa possível que deve ter continuidade ao longo dos três ciclos. Nesta perspectiva o desenvolvimento do sentido do número e o sentido das operações não pode ser uma tarefa apenas do 1° ciclo, mas é uma tarefa que tem de ser iniciada no 1° ciclo e continuada ao longo da escolaridade. A proficiência e flexibilidade no cálculo serão conseguidas se ao trabalho iniciado no 1° ciclo, segundo esta perspectiva, for dada continuidade.

Notas

[1] No 1° ciclo os alunos trabalham fundamentalmente com dois sistemas numéricos: o dos números naturais e dos números racionais.

[2] que são números racionais.

Referências

Abrantes, P.; Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). A Matemática na Educação Básica. Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

APM (1988). Renovação do currículo de Matemática. Lisboa: APM.

NCTM (1991). Normas para o currículo e avaliação em matemática escolar. Lisboa: APM/IIE.

NRC (1989). Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education. Washington, DC: National Academy.

Lurdes Serrazina
ESE de Lisboa

Continuidade e mudança no papel do professor

João Pedro da Ponte

O que permanece e o que está a mudar, afinal, na vida profissional do professor de Matemática? O relacionamento directo com o aluno em torno do trabalho matemático, continua a ser, sem dúvida, o eixo central da sua actividade. Este relacionamento desenvolve-se, hoje em dia, num contexto completamente diferente do passado. Tanto a prática lectiva, como a prática extra-lectiva e o campo do desenvolvimento profissional envolvem uma miríade de elementos novos que fazem da docência uma profissão dinâmica, que não deixa de ter as suas dificuldades, mas se afigura repleta de desafios.

Fala-se muito das mudanças sociais e do novo papel que a escola é chamada a assumir. Essas mudanças não podem deixar de se reflectir na actividade do professor, na sua identidade profissional e nos seus processos de formação. Mas, afinal, o que se mantém e o que está a mudar na vida profissional do professor?

Uma sociedade em mudança

O relatório da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI elaborado para a UNESCO, coordenado por Jacques Delors, refere diversas forças contraditórias, cada vez mais visíveis na nossa sociedade. São as tensões entre o global e o local; o universal e o singular; a tradição e a modernidade; as soluções a curto e a longo prazo; a indispensável competição e o cuidado com a igualdade de oportunidades, o extraordinário desenvolvimento e disseminação dos conhecimentos e as capacidades de assimilação por parte do homem (Delors, 1996, p. 14).

Segundo este relatório, a escola precisa de afirmar a sua missão intelectual e social na sociedade, contribuindo para a salvaguarda dos valores universais e do património cultural. Os valores culturais que a educação deve cultivar incluem, na perspectiva deste documento, aspectos como o reconhecimento dos direitos do homem em conjugação com o sentido das responsabilidades sociais; a preocupação com a equidade social e com a participação democrática na tomada de decisões; a compreensão e a tolerância em relação às diferenças e ao pluralismo cultural; a disponibilidade para com os outros; o espírito de cooperação; a capacidade de iniciativa; a criatividade; o respeito da igualdade; o espírito de abertura à mudança; e uma atitude activa de protecção do ambiente e de apoio ao desenvolvimento sustentável. Orientar a educação do homem por estes valores coloca vários desafios à sociedade, à escola e ao professor.

Vivemos numa sociedade cada vez mais marcada pela diversidade resultante dos movimentos migratórios que põem em contacto culturas e civilizações, dos movimentos de diferenciação e afirmação de novos grupos sociais, do reconhecimento das tradições culturais e da afirmação dos direitos individuais. Estes processos de mudança não devem resultar em exclusão, incompreensão ou antagonismo, mas sim em inclusão e cooperação. Integrar positivamente essa diversidade é um dos desafios mais importantes que se colocam presentemente à sociedade e à escola.

No presente, as tecnologias de informação e comunicação constituem uma das principais forças geradoras de dinâmica social, pondo à disposição dos cidadãos uma massa extraordinária de informação, criando novos serviços e abrindo novas possibilidades de participação na vida social.

A escola e os professores vêem-se perante o desafio de desenvolver nos jovens a capacidade de lidar de forma crítica e pertinente com esse importante recurso.

As tecnologias de informação e comunicação constituem um factor de poder que pode ser utilizado no bom e no mau sentido, tanto para automatizar actividades de rotina e tornar mais eficaz a acção humana, como para controlar, manipular e excluir. Elas comprimem o espaço e o tempo, permitem novas formas de aproximação e interacção entre os diversos actores e proporcionam o desenvolvimento de novas facetas da identidade humana. Saber integrá-las no dia a dia da actividade educativa, de modo a que constituam um elemento de emancipação — e não de mistificação —, é outro dos grandes desafios com que se debate hoje em dia o sistema educativo.

A promoção do progresso económico e técnico constitui, sem dúvida, um factor de primeiro plano na educação e na cultura. No entanto, seria um erro subordinar a educação às necessidades da economia. É o desenvolvimento da dimensão humana e cultural, em todos os jovens, que deve constituir o grande objectivo do sistema educativo. Cabe à escola e aos professores equacioná-lo no presente quadro de mudança social.

Os campos de acção do professor

O professor é, antes de mais, uma pessoa que ensina qualquer coisa a alguém. É na relação triádica que se estabelece entre o professor, o aluno e a disciplina que ele ensina, que

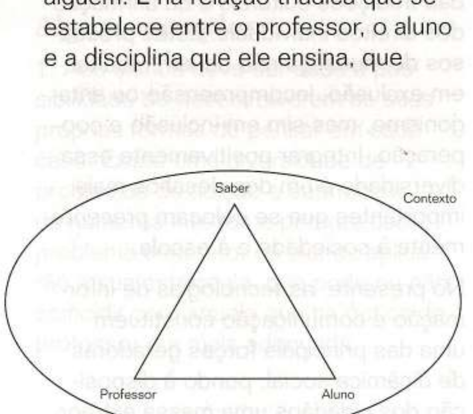


Figura 1. O Triângulo Didáctico inserido no respectivo contexto educativo.

encontramos a essência da actividade docente. Esta relação, no entanto, desenvolve-se sempre num determinado contexto social, institucional e político, que é indispensável ter em consideração (ver a figura 1)

O triângulo professor-aluno-saber constitui uma ideia clássica da didáctica. O que é novo, nos nossos dias, é a saliência do contexto envolvente e o modo como ele influencia não só cada um dos vértices, como todo o conjunto.

Na verdade, o professor é um profissional que exerce uma função no sistema de ensino público ou privado, regida por um contrato que lhe confere certos direitos e lhe impõe deveres. É um cidadão, com uma perspectiva sobre os problemas da sua sociedade, a nível local e nacional, o que lhe atribui uma dimensão cívica e política incontornável. É, também, uma pessoa com sentimentos, preocupações, valores e emoções, pelo que a sua dimensão humana, moral e afectiva não pode ser ignorada. O professor é, ainda, um membro da organização escolar e da comunidade educativa, pelo que há, igualmente, uma dimensão organizacional e, muitas vezes, associativa, na sua actividade integrando uma cultura profissional específica.

A prática profissional do professor desdobra-se por diversos campos. Podemos distinguir três campos fundamentais fortemente interligados: (i) a prática lectiva, (ii) a prática extra-lectiva e (iii) o desenvolvimento profissional.

A prática lectiva corresponde às situações em que o professor interage com o aluno com a intenção explícita de favorecer a sua aprendizagem e promover o seu desenvolvimento. Trata-se, sem dúvida, do campo principal da actividade do professor — mas, sendo o principal, está longe de ser o único.

A prática extra-lectiva inclui todas as restantes situações da actividade profissional em que o professor interage com outros elementos da comunidade educativa (colegas, famílias, responsáveis educativos, autarcas, outros alunos, etc.) ou trabalha (sozinho ou em equipa) no planeamento, na preparação e na avaliação dos momentos de prática lectiva.

Finalmente, o desenvolvimento profissional corresponde às situações em que o professor procura, explicitamente, aprofundar os seus conhecimentos e competências na sua especialidade de docência, no domínio educativo e em aspectos de natureza cultural ou pessoal, tendo em vista o exercício da sua actividade profissional.

Embora de formas diferentes, as dimensões individual e organizacional do trabalho do professor são importantes em todos estes campos, entre os quais existe, aliás, uma forte interligação. Na verdade, uma prática lectiva que não é suportada por um contexto escolar funcional e estimulante, onde se desenvolvem projectos educativos orientados para as necessidades dos alunos e da respectiva comunidade, dificilmente pode promover as aprendizagens visadas. Um professor que não acompanha o progresso do saber no seu domínio de ensino, que não procura conhecer os meios didácticos à sua disposição, que não desenvolve as suas competências profissionais, organizacionais e pessoais, dificilmente pode realizar um ensino de qualidade e dar um contributo positivo à comunidade educativa onde se insere. Olhemos, então, para cada um destes campos com mais pormenor.

A prática lectiva

A prática lectiva envolve a organização e a condução de situações de ensino-aprendizagem, de acordo com uma perspectiva curricular, concebendo tarefas apropriadas para os alunos e avaliando a sua progressão nos diversos objectivos.

A actividade do professor é eminentemente relacional. Ele tem de suscitar no aluno o desejo de aprender, ajudá-lo a compreender o propósito da escola e favorecer a sua capacidade de auto-avaliação. Cabe-lhe ajudar o aluno a construir o seu próprio projecto pessoal. Tem, também, de dar uma especial atenção à gestão da heterogeneidade dentro de cada turma, por forma a que o espírito de colaboração esteja presente.

No campo da prática lectiva muito tem mudado no papel do professor, em função da evolução do currículo. Nos últimos dez anos emergiram novos objectivos, especialmente no que respeita a capacidades, atitudes e valores, com destaque para a resolução de problemas, e para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da compreensão do papel da Matemática no mundo de hoje. Novos conceitos têm sido propostos — como o conceito de competência — remetendo estas perspectivas curriculares para a valorização de tarefas de natureza mais aberta, para novas formas de trabalho na sala de aula, para a utilização de materiais variados incluindo novas tecnologias, bem como para a diversificação dos processos de avaliação.

Neste quadro, duas alterações merecem especial relevo. Uma, é a mudança nas dinâmicas que ocorrem dentro da sala de aula, tendo por base tarefas que colocam a actividade do aluno como a base fundamental do processo de ensino-aprendizagem. A outra, é o papel do professor em face do currículo. O professor está a deixar de ser visto como um simples transmissor de um *programa* estabelecido a nível nacional, para passar a ser encarado cada vez mais como um protagonista com responsabilidades na criação de um currículo em acção verdadeiramente adaptado às necessidades dos seus alunos.

A prática extra-lectiva

O professor faz parte da equipa pedagógica da escola. Pertence a conselhos de turma, envolve-se em projectos, debate problemas comuns com os encarregados de educação e com outros elementos da comunidade. Desenvolve trabalho em cooperação com actores educativos muito diversos e tem de lidar com diferendos e conflitos interpessoais. Para além disso, o professor participa em actividades próprias da sua profissão — frequentando encontros, integrando grupos de trabalho e empenhando-se em actividades de natureza associativa.

Neste campo, uma mudança torna-se por demais saliente: a emergência de uma importante dimensão colaborativa na vida profissional do professor. Cada vez mais, este é chamado a integrar diferentes equipas, no seio das quais se espera que tenha um papel produtivo, ajudando a diagnosticar problemas, a encontrar soluções, a produzir materiais e a contribuir para o desenvolvimento de projectos educativos. Deste modo, aprender a trabalhar com professores da sua e de outras disciplinas e com outros actores educativos e sociais, respeitando as diferenças e capitalizando a diversidade de competências e recursos, constitui uma nova e importante faceta da vida profissional do professor.

O desenvolvimento profissional

Desde o momento em que entra na profissão, o professor debate-se permanentemente com novos desafios. São os alunos, com a sua diversidade, os seus problemas e os seus interesses, que importa saber como levar em consideração. São as dinâmicas na sala de aula, que é preciso saber gerir, criando ambientes positivos e favoráveis à participação de todos os alunos—mesmo daqueles que parecem apostados em dificultar a vida do professor. São as mudanças curriculares que envolvem novos objectivos, conteúdos, metodologias, materiais e concepções e práticas de avaliação e remetem para outros tipos de tarefas e novas formas de trabalho e de relação interpessoal. Enfim, é o próprio professor, que descobre em si mesmo outros interesses e formula novos projectos pessoais e profissionais.

A noção realista das próprias práticas, o balanço de pontos fortes e fracos, a definição das prioridades e o estabelecimento de um programa pessoal de desenvolvimento profissional constituem, hoje, aspectos a reter pelo professor. Deve procurar fazê-lo tendo em conta a instituição em que se insere, tirando partido das possibilidades de colaboração com os seus colegas e, eventualmente, com outros parceiros educativos.

Dois elementos têm emergido como proeminentes no campo do desenvolvimento profissional. O primeiro, é a generalização das práticas reflexivas, pelas quais o professor se interroga sobre os mais diversos aspectos do seu trabalho, desde a simples resposta intrigante dada por um aluno na aula, à adequação das tarefas e formas de avaliação às características das suas turmas, desde o modo como estabeleceu as prioridades curriculares, aos objectivos educacionais que se propõe atingir. Escrevendo diários e relatos de experiências e participando em grupos profissionais, o professor pode criar condições favoráveis à realização de uma reflexão regular sobre a sua prática.

O segundo elemento, que vai na mesma direcção, é a afirmação do valor da investigação sobre a sua prática profissional. Esta envolve uma actividade intencional com vários elementos: (i) a formulação de questões, (ii) o desenvolvimento de estratégias que permitam encontrar respostas, ainda que provisórias, para essas questões, bem como de planos de intervenção e de recolha de dados que documentem os efeitos dessa intervenção, (iii) a análise e sistematização dos elementos recolhidos e (iv) o diálogo com outros actores de forma a partilhar resultados e perspectivas e alcançar uma nova compreensão dos problemas.

A profissionalidade docente

O papel fundamental do professor continua a ser o de ensinar a sua disciplina (ou, no caso dos professores do 1º ciclo, um conjunto de áreas disciplinares), no quadro de um projecto curricular. No entanto, este papel só pode ser desempenhado com sucesso se o professor se envolver noutras actividades, de natureza extra-lectiva, e valorizar o seu próprio desenvolvimento profissional. Em cada um dos campos da actividade docente é possível especificar, de modo muito detalhado, diversas competências necessárias ao professor. Por exemplo, numa obra recente, Perrenoud (2000) inventariou 10 grandes competências que, por sua vez, subdividiu em nada menos que 44 competências mais específicas[1].

No entanto, mais importante que a inventariação detalhada de competências talvez seja a discussão dos grandes valores e princípios que inspiram, cada vez mais, a actividade

- *As novas perspectivas curriculares que valorizam a actividade matemática do aluno*
- *o papel do professor como protagonista curricular*
- *a dimensão colaborativa da profissão*
- *as práticas reflexivas e a investigação sobre a sua prática profissional*
- *a natureza ética da profissão docente*

Figura 2. Linhas de força de mudança no papel profissional do professor

docente. Mais atrás, em relação aos vários campos da prática profissional do professor, referi já várias linhas de força que surgem sistematizadas na figura 2, em conjunto com um novo elemento, a natureza ética da profissão, que abordo já de seguida.

Há, na verdade, um conjunto de exigências éticas transversais, que envolvem todos os campos da prática profissional do professor. A afirmação da escola como instituição propiciadora de mudança social só é possível no quadro de uma atitude de compromisso norteada por valores éticos. Assim, a actividade do professor pressupõe valores como, por exemplo: a) uma obrigação de respeito pelo aluno, empenhando-se no seu desenvolvimento como pessoa e como cidadão, promovendo a sua autonomia e integração na sociedade; b) a assunção de uma atitude de valorização da profissão, contribuindo para a sua afirmação e o seu reconhecimento pela sociedade; c) a procura da valorização da sua escola e do seu projecto educativo. Noutro plano, o professor precisa ter em conta as directizes curriculares oficiais e valorizar a natureza e integridade da sua disciplina. Finalmente, tem de assumir uma posição coerente com os valores sociais e culturais dominantes na sociedade, manifestando ao mesmo tempo respeito por valores minoritários socialmente legítimos, opondo-se a processos de discriminação e exclusão[2].

A grande dificuldade resulta do facto destes valores apontarem, muitas vezes, em direcções contraditórias, tornando extremamente complexa, em cada situação, a definição da conduta a seguir.

A tomada de consciência do carácter profundamente ético da actividade docente, nos seus diversos campos, é, talvez, a mudança mais importante na vida profissional do professor. Esta mudança requer mais atenção aos problemas da ética e da deontologia profissional, nos encontros de professores, no dia a dia das escolas, nas publicações de natureza profissional[3].

No sistema educativo português, cada ciclo de ensino tem os seus próprios objectivos, de onde resulta alguma diferenciação nas atribuições do professor. A educação pré-escolar tem por eixo fundamental o estímulo das capacidades das crianças, visando o desenvolvimento equilibrado de todas as suas potencialidades e contribuindo para a sua estabilidade e segurança afectiva. Na educação básica, articulam-se objectivos centrados no desenvolvimento das crianças com outros objectivos visando a consolidação de uma identidade cultural, a aquisição de conhecimentos e capacidades e a promoção de diversas atitudes. O ensino secundário tem um duplo papel, procurando constituir um patamar educativo com identidade própria, e, ao mesmo tempo, uma via de passagem para estudos superiores ou para a integração directa no mercado de trabalho. Nos seus objectivos, pretende assegurar o desenvolvimento de capacidades intelectuais como o raciocínio, a reflexão e a curiosidade científica, bem como o aprofundamento dos elementos fundamentais de uma cultura humanística, artística, científica e técnica. O professor do ensino secundário assume um vínculo fortemente disciplinar, mas não deixa por isso de ter responsabilidades na formação integral dos alunos a seu cargo e na participação na actividade da respectiva comunidade educativa.

O que permanece e o que está a mudar, afinal, na vida profissional do professor de Matemática? O relacionamento directo com o aluno em torno do trabalho matemático, continua a ser, sem dúvida, o eixo central da sua actividade. Este relacionamento desenvolve-se, hoje em dia, num contexto completamente diferente do passado. Tanto a prática lectiva, como a prática extra-lectiva e o campo do desenvolvimento profissional envolvem uma míriade de elementos novos que fazem da docência uma profissão dinâmica, que não deixa de ter as suas dificuldades, mas se afigura repleta de desafios.

Notas

1 As 10 competências enunciadas por Perrenoud são as seguintes: *Organizar e dirigir situações de aprendizagem; Administrar a progressão das aprendizagens; Conceber e fazer evoluir os dispositivos de diferenciação; Envolver os alunos em sua aprendizagem e seu trabalho; Trabalhar em equipa; Participar da administração da escola; Informar e envolver os pais; Utilizar novas tecnologias; Enfrentar os deveres e os dilemas éticos da profissão; Administrar a sua própria formação contínua.*

Mais perto da nossa realidade educativa, o INAFOP produziu há menos de um ano um "Perfil geral do desempenho profissional do educador de infância e do professor dos ensinos básico e secundário" com 29 competências (Decreto-Lei nº 240/2001 de 30 de Agosto).

2 Lurdes Silva (1993) aponta várias áreas onde se torna necessária a consideração de questões de ordem ética, e onde se incluem, para além dos aspectos referidos, deveres para com o próprio, para com os outros trabalhadores da escola, para com o Ministério, para com as organizações sindicais e para com outras instituições escolares e académicas.

3 Um primeiro passo nesse sentido foi dado num painel no ProfMat 2001, dedicado ao tema da "Profissionalidade docente". Seria interessante ver as organizações de professores tomarem mais iniciativas neste sentido.

Referências

Delors, J., e outros (1996). *Educação: Um tesouro a descobrir (Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI).* Porto: ASA.

Perrenoud, P. (2000). *10 novas competências para ensinar.* Porto Alegre: Artmed.

Silva, L. (1993). Para um código deontológico dos professores. *Colóquio Educação e Sociedade,* 10, 119-136.

João Pedro da Ponte
Departamento de Educação
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Formar professores — um testemunho na 1ª pessoa

José Duarte

As funções que serão chamados a desempenhar os novos professores de Matemática do ensino básico e secundário serão bem mais diversificadas e envolverão, para além de um conhecimento e capacidade de uso dos conceitos-chave da Matemática, capacidades de realizar diagnóstico e identificar necessidades de formação, de gerir trabalho em equipas, de conceber, realizar e acompanhar projectos em Matemática mas também interdisciplinares, de negociar regras e de resolver conflitos.

Iniciei a actividade docente no ensino secundário em 1975, numa altura em que se vivia uma época de grandes mudanças. A revolução de Abril, ainda 'fresca', agitava todas as esferas da actividade social e na educação os seus efeitos começavam-se a sentir. A unificação do ensino básico pôs fim às duas vias que até aí regulavam o percurso escolar dos estudantes: a via liceal e a via do ensino técnico.

Nos anos que se seguiram, vivi com alguma intensidade o processo de gestão democrática que se iniciou nas escolas e que modificou o protagonismo dos até aí considerados 'agentes de ensino'. Os professores tomaram a palavra e envolveram-se nas estruturas pedagógicas das escolas, participando num movimento que teve implicações claras nas relações entre os diferentes actores da escola, nomeadamente entre professores e alunos.

Oriundo das engenharias, com passagem 'obrigatória' pela Faculdade de Ciências de Lisboa e pelo Instituto Superior Técnico, iniciei a docência sem habilitação profissional, mas com uma boa preparação em Matemática, entendida como ciência rigorosa fundada em pilares como a Aritmética, a Análise, a Geometria ou a Álgebra.

Com um percurso associativo com grupos de jovens, diversificado por vertentes como a cultural, a desportiva e a sindical, juntaram-se os ingredientes necessários para ter ganho a 'paixão' por esta profissão.

Do meu ponto de vista, o que era preciso saber para ser professor de Matemática?

'Dominar' a ciência, neste caso a Matemática, ou seja, para aquela época, ser capaz de resolver e propor todo o tipo de exercícios com menos ou mais artifícios, associados ou não a problemas e 'construir' uma relação empática com os alunos capaz de lhes captar a atenção.

Em permanente procura de ideias novas que tornassem a Matemática mais viva e mais ligada à realidade, foi no exercício da profissão, em particular no processo de profissionalização em serviço no início da década de 80, primeiro como formando e depois como orientador, que aprendi alguns princípios de pedagogia e me entusiasmei pelos novos 'ventos' que percorriam o movimento nacional e internacional de renovação do ensino da Matemática e que valorizavam a resolução de problemas, as aplicações da Matemática e a sua ligação à realidade. Em Portugal, estas orientações aparecem claramente explícitas no boletim Inflexão, uma folha informativa cujo primeiro número saiu em Junho de 1981, editada por um grupo de trabalho constituído no âmbito da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) que contava entre os seus principais animadores com os professores João Pedro da Ponte, Paulo Abrantes e João Filipe Matos.

Este movimento acabou por ser aliás percursor, quatro anos mais tarde, da organização do 1° Encontro Nacional de Professores de Matemática, realizado em Lisboa, que conduziu um ano depois à criação da Associação de Professores de Matemática (APM) que congrega hoje vários milhares de sócios, contando entre os seus membros professores e investigadores que têm dedicado muito da sua vida a procurar os melhores caminhos para um ensino da Matemática que se dirija a todos, dotando-os de uma ferramenta essencial à compreensão do mundo e à vida em sociedade e não apenas como mera disciplina de selecção e acesso a alguns cursos superiores.

Nos primeiros anos da década de 80, o aparecimento dos computadores pessoais (os Timex, Spectrum, ...) e a linguagem BASIC vieram enriquecer o meu percurso profissional. Aprendi (também com os alunos) a construir pequenas rotinas que resolviam de forma expedita pequenos problemas (o cálculo do m.d.c. de dois números, uma simulação experimental do limite de uma função num ponto, etc.). Os desafios eram constantes e nos dois sentidos: professor -> alunos e alunos -> professor. Os Clubes de Informática e de Matemática constituíram espaços de liberdade e criatividade nos quais participei e acompanhei. Já na Escola Superior de Educação de Setúbal, em 1985, participei activamente na iniciativa nacional que foi o Projecto MINERVA que trouxe uma visão pedagógica às tecnologias de informação e comunicação da qual destaco, no caso do ensino da Matemática, as potencialidades da folha de cálculo no estudo das regularidades numéricas, da estatística e dos problemas de optimização e da linguagem Logo nos primeiros anos de escolaridade, através da construção e exploração de pequenos procedimentos para a resolução de problemas numéricos e de geometria elementar.

A escola começava a questionar-se e oscilava entre uma instituição predominantemente de transmissão de saber acumulado e disseminado por via dos professores e um lugar onde os alunos podiam realizar actividades estimulantes e 'fazer' Matemática.

O que foi mudando?

O processo de democratização do acesso à escola, trouxe às salas de aula, com particular incidência a partir da década de 90, uma população muito diversificada na sua origem social e fortemente multicultural, bem diferente da 'minoria' que vinte anos antes tinha o privilégio de estudar nos bancos do liceu.

Por outro lado, desde a década de 80, a explosão e desmassificação dos media, o aparecimento dos computadores pessoais e, em geral, o desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação constituíram um desafio à autoridade da escola como única fonte de informação e saber, quer pela forma maciça como invadiram o quotidiano do cidadão, quer da maneira apelativa como o fizeram, deixando a escola pública de quadro e giz completamente desarmada.

Ainda o desenvolvimento da investigação na área das ciências da educação e, em particular, na Educação Matemática, trouxe para primeiro plano preocupações acrescidas com os processos de aprendizagem dos alunos e sua relação com o processo de ensino, propondo o equacionar de novos papéis para os professores, nomeadamente a capacidade de lidar com um vasto leque de recursos e materiais e recriar ambientes de trabalho intelectualmente estimulantes.

A pós-graduação que realizei no início da década de 90, constituiu mais um passo na tomada de consciência de que o ponto de partida é hoje bem diferente, quer pelas características do público com que se trabalha, quer pelas novas exigências que a sociedade da informação e do conhecimento coloca.

Por um lado, esta 'bricolage' multicultural que se senta todos os dias à nossa frente traz consigo experiências de vida bem distintas e expectativas bem diferentes e o professor tem para lhe 'oferecer' um programa único que embora de gestão flexível, o tempo, o espaço e os recursos disponíveis nem sempre deixam a margem desejada para atender as diferenças, principalmente se a sala está bem cheia.

Por outro lado, os exercícios numéricos e algébricos que 'oleavam' as cabeças dos estudantes dos anos 60 e 70 e que lhes valiam um 'lugar ao sol' no acesso às Faculdades de Ciências e às Engenharias, conducentes a um diploma que era, regra geral, sinónimo de emprego não são já suficientes.

Como formador e supervisor da cadeira de Prática e Reflexão Pedagógica do 3° ano do Curso de Formação Inicial de Professores da variante de Matemática e Ciências da Natureza, foi esta realidade que fui constatando nas escolas do ensino básico e procurando respostas ao nível do currículo, nomeadamente nas metodologias da Matemática.

O que se espera então dos professores?

Da minha experiência, hoje querem-se alunos competentes, capazes de lidar com informação de forma diversifi-

cada, de a relacionar e usar em diferentes contextos e de se servir dela como ferramenta de resolução de problemas, de modelação de problemas do quotidiano e de aplicação. Assim, as funções que serão chamados a desempenhar os novos professores de Matemática do ensino básico e secundário serão bem mais diversificadas e envolverão, para além de um conhecimento e capacidade de uso dos conceitos-chave da Matemática, capacidades de realizar diagnóstico e identificar necessidades de formação, de gerir trabalho em equipas, de conceber, realizar e acompanhar projectos em Matemática mas também interdisciplinares, de negociar regras e de resolver conflitos.

Papert, o 'pai' do Logo, afirma no seu último livro, A Família em Rede, que "se os conhecimentos que uma criança adquire estão ultrapassados antes de ela os poder usar, que raio de coisas é que temos de lhe ensinar? A resposta é óbvia: o único conhecimento verdadeiramente competitivo a longo prazo é aprender a aprender".

Concordo que este é um enorme desafio para os formadores que trabalham nas instituições de formação inicial de professores, sejam ESEs ou Universidades, mas exige um amplo debate para clarificar o que pode significar. O que fizermos sobre isso na formação inicial tenderá a ser reproduzido pelos futuros professores 'no terreno'.

Aprender no sentido de se apropriar, tornar seu, só é possível com gosto mas também com esforço. E aprender o quê? A ciência que se ensina, as suas bases estruturantes, as metodologias, as pedagogias diferenciadas e todo um conjunto de outros temas que de forma articulada tentamos dar corpo sob a forma de um currículo cuja carga horária é considerada normalmente 'pesada'.

Mas se pensarmos que estes 4 anos de formação inicial são apenas mais uma etapa na formação dos futuros profissionais e que se processa ao longo da vida, então exige-se que se desenvolva um formação para a autonomia. Tornar-se autónomo na procura do que precisa para resolver um problema, saber dotar-se das ferramentas necessárias para o abordar, é tão importante como saber resolvê-lo. Passa pelo saber, saber ser/estar e saber fazer. Perante um desafio, trata-se de ser capaz de mobilizar os saberes que já tem, o que é um acto que pressupõe uma certa relação afectiva com a tarefa que o envolve, uma atitude positiva. É aqui que penso que se manifesta a competência e é isto que precisamos de trabalhar.

Por outro lado, não podemos continuar a ignorar o enorme potencial das tecnologias de informação e comunicação nos processos de visualização de conceitos e de simulação e modelação de fenómenos reais, onde os aspectos numéricos, geométricos e algébricos se cruzam e complementam, propiciando ambientes de trabalho intelectualmente estimulantes, de exploração e descoberta de conexões e de estabelecimento de conjecturas.

As folhas de cálculo, o Logo, os ambientes de geometria dinâmica, os programas de modelação e a Internet nas suas diferentes vertentes de pesquisa, comunicação e publicação, constituem preciosos auxiliares que os professores devem conhecer e saber identificar as potencialidades pedagógicas, para que as mobilizem de forma tão adequada e natural como o fazem com o transferidor, a régua, a calculadora básica ou o rectroprojector.

O futuro professor deve aprender a valorizar a herança cultural que o aluno traz consigo quando lá chega e fornecer os contextos onde o saber adquire sentido. Isso exige e merece tempo para ser trabalhado, o que nem sempre se consegue compatibilizar com o 'desfiar' contínuo e sequencial de conteúdos em direcção ao tão desejado cumprimento dos programas (leia-se cumprimento dos conteúdos indicados nos programas) que tanto descanso trazem aos pais e às autoridades académicas.

A escola precisa assim, do meu ponto de vista, de professores que não passem sistematicamente aos seus alunos a mensagem de uma 'vida adiada' para o que vem a seguir. O quotidiano escolar tem um sentido em si próprio e cada ciclo de estudos seja básico ou secundário vale por si, pelas competências que se propõe desenvolver e pela preparação que confere. O professor organiza situações de aprendizagem e gere-as de acordo com as características e a vida dessas pequenas comunidades de aprendizes.

Parece-me ser esta a batalha que temos que enfrentar como formadores de professores: o acesso de todos os jovens à Matemática, a par da qualidade das aprendizagens.

José Duarte
ESE de Setúbal

Computadores na formação inicial

Não deveria haver dúvidas sobre a necessidade dos futuros professores, durante a formação inicial científica, se habituarem a utilizar computadores no seu trabalho matemático, e isso a todos os níveis: na resolução de problemas e investigações, na apresentação dos seus resultados ou de tópicos específicos, na publicação de textos matemáticos, na construção de páginas html, etc. Infelizmente, esta situação desejável está ainda muito longe de ser a norma na formação inicial oferecida pelas universidades e pelas escolas superiores de educação. Faltam muitas vezes condições materiais apropriadas, mas falta sobretudo a compreensão dessa necessidade e a percepção de que apenas através desse tipo de formação, na altura própria, os futuros professores poderão na sua actividade profissional incluir os computadores de forma correcta e natural. A descrição que se segue pretende apenas dar breves indicações sobre um exemplo real desse tipo de formação numa universidade portuguesa.

A cadeira "Computadores no Ensino da Matemática"

Na licenciatura em Matemática (ramo educacional) da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto (FCUP) está incluída no 3° ano uma cadeira semestral, com o título em epígrafe. Em contacto com o colega Manuel Arala Chaves, que tem leccionado essa cadeira desde 1995/96, obtivemos algumas informações que resumimos em seguida.

A cadeira tem 4 horas por semana, normalmente divididas em duas horas "teóricas" (exposição com imagem de computador) e duas "práticas".

Os alunos aparecem progressivamente mais familiarizados com a utilização básica do computador, portanto essas questões têm perdido peso.

Um programa que tem sido frequentemente utilizado é o *Scientific WorkPlace* (SW) (escrita matemática — *LaTeX* —, cálculo algébrico simbólico e numérico, resolução de equações algébricas e diferenciais, gráficos 2D e 3D — integra o programa *Maple V*). Além disso são também de utilização permanente o *PowerPoint*, para apresentações, e — cada vez com maior peso — a construção de páginas html, para publicação na WWW, com o *Netscape Composer*.

A partir de 1997 começou a ser "prato forte" o *Geometer's Sketchpad* (GSP), além do SW. Introduziram-se também os applets feitos com o *JavaSketchpad*.

No ano passado (2001/2002) começou a ser utilizado o *Mathematica* em conjunto com o *LiveGraphics3D*. Este *package* está disponível na WWW e permite a produção de *applets* interactivos de objectos 3D. (para apreciar o poder deste *package*, veja a magnífica página dos poliedros incluída no site do Atractor — http://www.atractor.pt/mat/fr-in.htm e depois seleccione "poliedros").

Colocamos algumas questões de exames na página seguinte, para complementar estas breves indicações, sem a pretensão de que possam dar uma ideia da amplitude dos temas tratados e respectivos níveis.

Monografias e Estágios

Existe uma cadeira do 4° ano do Ramo Educacional da FCUP em que os alunos têm que elaborar monografias sob a orientação de um docente.

Alguns alunos de Arala Chaves têm apresentado trabalhos que incluem a utilização do computador nas suas investigações e na própria apresentação do trabalho *online*.

Por exemplo, uma monografia (Sandra Campelo) incidiu no Teorema de Sperner e no jogo do Hex, e incluiu a construção de páginas interactivas, em parte utilizadas na exposição do Atractor (Matemática Viva) no Pavilhão do Ciência Viva, no Parque das Nações. Ainda de uma monografia (Cristina Lopes) sobre Geometria Convexa foi extraída uma parte que se pode encontrar no site do Atractor (http://www.atractor.pt/mat/fr-in.htm e depois seleccione "geometria convexa").

Alguns professores estagiários orientados por Arala Chaves têm também realizado trabalhos implicando o uso intensivo de programas de computador (*Mathematica* e *LiveGraphics* e *Sketchpad*) e a colocação de páginas na WWW. Veja por exemplo:

- o problema da formiga (que talvez tenha encontrado na exposição Matemática Viva) em http://www.atractor.pt/matviva/geral/formiga/formi1/oproblem.htm
- uma tabela de nós até 9 cruzamentos (Vitor Sousa) em http://www.atractor.pt/nos/index.html
- 17 tipos de padrões periódicos (António Alves) em http://www.atractor.pt/simetria/17padroes/index.html.

Algumas questões saídas em exames da cadeira "Computadores no Ensino da Matemática"

1. (a) Construa um segmento horizontal AB (A,B variáveis) e uma circunferência c1 de centro C, cujo raio seja o comprimento de AB; guarde o sketch com o nome 1a.gsp. Produza um script 1a.gss, que, aplicado a um ponto D exterior a c1, construa as duas tangentes (a tracejado) por D a c1 e esconda todas as construções auxiliares (e todos os labels). O script dever incluir um comentário no local apropriado, dando a indicação do que faz e do que são os "dados" ao qual é aplicado como ferramenta. Depois de guardar o script, acrescente labels, por forma que o sketch fique com o aspecto da figura 1 e guarde-o com o nome 1aa.gsp.

(b) Construa um sketch 1b.gsp com um segmento horizontal AB, um ponto C nesse segmento e duas circunferências c1 e c2 de centros e raios, respectivamente, D, |AC| e E, |AB| (ver figura 2).

Construa um script 1b.gss que dependa (não necessariamente por esta ordem) de A, B, C, D, E, c1, mas que possa ser usado como tool apenas aplicado a c1 e construa todas as tangentes comuns às duas circunferências, omitindo completamente todas as construções auxiliares e labels. Se não souber construir as tangentes comuns a duas circunferências, poderá inspirar-se na figura 3, observando os paralelismos que lá encontra.

Aplique o script a 1b.gsp e guarde o sketch resultante com o nome 1bb.gsp: deverá ter um aspecto semelhante ao da figura 4.

2. Converta dois sketches da alínea 1. em applets e inclua-os numa mesma página HTML, que guardará com o nome tg.html. Nessa página, descreva a construção apresentada e crie um link que permita a importação do sketch 1bb.gsp por rede; crie outro link para uma outra página 2.html , na qual deverá escrever o seu nome e o seu número.

3. (a) A partir do texto apolonio.txt, facultado no directório Exame-13doNt-server1 (acessível pelo Network Neighborhood), crie com o Scientific Workpace um ficheiro apolo.tex, que, uma vez compilado, produza algo semelhante ao texto distribuído em papel. Deverá, sempre que pertinente, utilizar as possibilidades do Scientific Workplace.

(b) Determine, usando as possibilidades de cálculo (define, solve, etc) egrá&cas do Scientific Workplace, uma circunferência (vermelho grosso) tangente exteriormente às três circunferências (médio preto), cujos centros e raios são, respectivamente:

(0,0), 2, (5,0), 1 e (3,3), 1

O aspecto final deve ser semelhante ao da figura da página index.html no directório acima indicado.

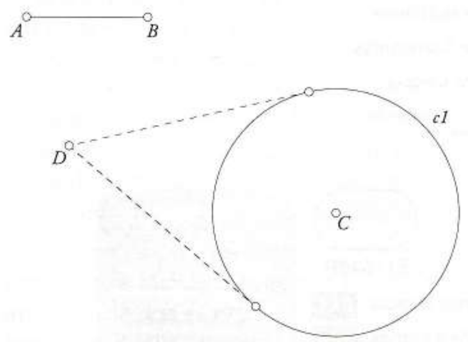


Figura 1.

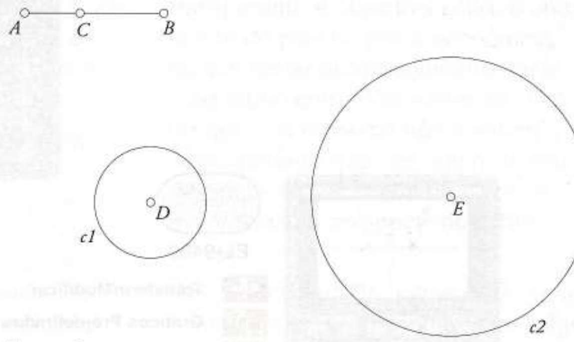


Figura 2.

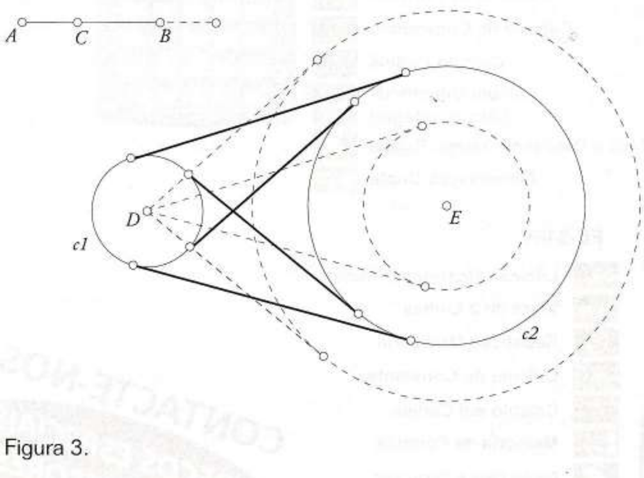


Figura 3.

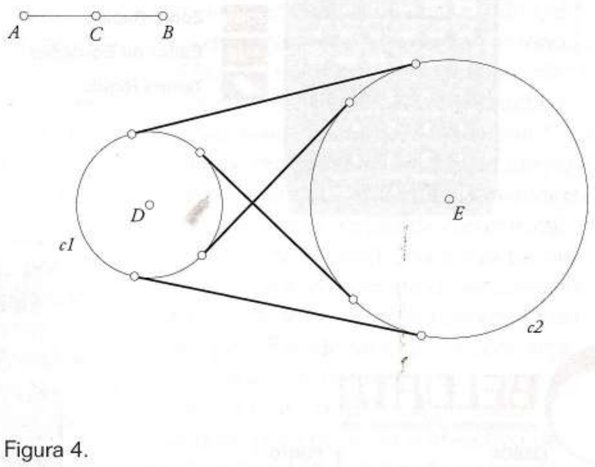


Figura 4.

Calculadoras que fazem a diferença e tornam o ensino e a aprendizagem mais facil

SHARP

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-9650

- Ponteiro Táctil
- Divisão do Visor
- Transferir/Modificar
- Gráficos Pré-definidos
- Gráficos Rápidos
- Janela Rápida
- Zoom Rápido
- Editor de Equações
- Tampa Rígida

Única no Mercado com ponteiro tactil

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-510R

- Lógica Algébrica Directa
- Playback
- Cálculo de Constantes
- Cálculo em Cadeia
- Tampa Rígida

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-520R

- Lógica Algébrica Directa
- Visor de 2 Linhas
- Repetição Multilinha
- Cálculo de Constantes
- Cálculo Cadeia
- Cálculo Diferencial
- Cálculo Integral
- Fecho Fácil e Deslizante Tampa Rígida
- Alimentação Dupla

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-531RHBL

- Lógica Algébrica Directa
- Visor de 2 Linhas
- Repetição Multilinha
- Cálculo de Constantes
- Cálculo em Cadeia
- Fecho Fácil e Deslizante Tampa Rígida

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-9400

- Transferir/Modificar
- Gráficos Pré-definidos
- Gráficos Rápidos
- Janela Rápida
- Zoom Rápido
- Editor de Equações
- Tampa Rígida

AUTORIZADO PELO MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

EL-546R

- Lógica Algébrica Directa
- Visor de 2 Linhas
- Repetição Multilinha
- Memória de Fórmula
- Cálculo de Constantes
- Cálculo Cadeia
- Cálculo Diferencial
- Cálculo Integral
- Fecho Fácil e Deslizante Tampa Rígida
- Alimentação Dupla

EL-546V

- Lógica Algébrica Directa
- Visor de 2 Linhas
- Repetição Multilinha
- Cálculo de Constantes
- Cálculo em Cadeia
- Memória de Fórmula
- Fecho Fácil e Deslizante Tampa Rígida
- Alimentação Dupla

BELDATA
EQUIPAMENTOS DE ESCRITÓRIO, LDA.

LISBOA
Rua Sarmento de Beires, 3 - A
1900-410 Lisboa
Tel.: 218 405 268 • 218 405 435
Fax: 218 485 112
email: lisboa@beldata.pt

PORTO
Rua Aval de Cima, 139 / 155
4202-107 Porto
Tel.: 225 500 639 • 225 504 874
Fax: 225 503 819
email: porto@beldata.pt

www.beldata.pt

CONTACTE-NOS
PREÇOS ESPECIAIS P/ PROFESSORES E ALUNOS

Números certos, contas "erradas"

A esmagadora maioria dos jornalistas que chega a uma redacção para iniciar a sua carreira profissional sabe que uma notícia tem que responder a um conjunto de perguntas essenciais. Transmitir ao leitor informação sobre o quê, quem, quando, porquê e como é uma tarefa incontornável para que qualquer profissional possa considerar o seu dever cumprido.

Na área do jornalismo de economia e negócios há um outro elemento que tem de figurar quase obrigatoriamente em qualquer notícia. Não basta escrever que a inflação "subiu muito" ou que o volume de negócios de uma empresa "desceu ligeiramente". Perante um texto redigido nestes termos vagos e subjectivos, os leitores questionar-se-iam, com toda a legitimidade, sobre qual teria sido o critério do respectivo redactor ao optar por aqueles qualificativos e não outros. Às "regras de ouro" tradicionais para a correcta elaboração de uma notícia há que acrescentar uma outra decorrente de uma simples pergunta: quanto?

Ao folhear as páginas de economia de um jornal, é fácil apercebermo-nos da importância dos números nesta área temática. Basta reparar naqueles títulos que dizem ter o défice público sido de "x" por cento ou que os resultados obtidos por uma determinada empresa se fixaram em "y" euros. Este género de situações visa fornecer aos leitores informação concreta a partir da qual cada um poderá fazer o seu próprio juízo. Mas como um dos objectivos da comunicação social deve ser o de facilitar a vida aos consumidores de informação, o trabalho a realizar por um jornalista pode e deve ir um pouco mais além.

A uma linguagem clara e de fácil apreensão, evitando as chamadas "palavras caras", pode juntar-se a resposta a outras questões. Afirmar, sem mais pormenores, que o saldo da balança comercial foi de "x" euros pode não dizer nada a ninguém, a não ser a um especialista em estatísticas da contabilidade nacional. Sucede que os jornais, assim como as rádios, as televisões ou as publicações "online", não foram feitos para serem entendidos apenas por uma minoria de iluminados.

Acrescentar que aquele indicador aumentou "y" por cento em relação a um período anterior já ajudará a elucidar os leitores. Ficarão a saber que se o défice aumentou é porque se pode estar no mau caminho e se, pelo contrário, o saldo negativo foi reduzido e até houve lugar a um excedente, isso pode ser um sinal de boa saúde financeira para o país. Já agora, nenhum mal virá ao Mundo se o jornalista diligente se lembrar, também, de alertar o seu público para o eventual facto de a taxa de crescimento verificada ter sido inferior à que as autoridades previam, citando, de preferência, qual a projecção oficial que havia sido adiantada.

Frequentemente, as taxas de variação, bem como os resultados de outras contas que ajudam a apreender o significado dos números, já vêm feitas de origem. Os balanços das empresas ou os dados estatísticos oficiais são vulgarmente fornecidos com esses elementos, o que poupa as redacções a algum trabalho. Mas nem sempre é assim e, por outro lado, uma investigação mais profunda, que costuma exigir a realização de cálculos a partir de outros números, obriga os jornalistas a recorrerem aos seus conhecimentos de matemática, entre outros, para concretizarem o seu trabalho.

É o que sucede anualmente, por exemplo, com o tratamento jornalístico da proposta de Orçamento do Estado. O que não falta no documento são números e para que eles revelem alguma coisa sobre as opções do Governo ou as contradições entre o discurso político e a realidade é necessário estudá-los, compará-los e descodificá-los com o objectivo de fornecer a quem lê as conclusões mais relevantes de um documento que, nomeadamente através dos impostos, "mexe" no bolso dos cidadãos. Neste caso concreto, como em qualquer outro, o objectivo prioritário para um jornalista é o de assimilar e compreender a informação que recebe, já que só desta forma poderá conseguir que os leitores entendam aquilo que irá escrever e publicar. Sobretudo se tiver, também, a preocupação de explicar o seu raciocínio, colocando-o a julgamento junto de quem o vai ler ou escutar.

Sucede, porém, que enquanto a matemática é uma ciência exacta, a economia não o é, servindo-se apenas daquela disciplina como um importante auxiliar. Isto significa que, para quem tem por obrigação profissional o fornecimento de informação clara, transparente e objectiva sobre o andamento do país no plano económico, há que tentar quotidianamente fazer o equilíbrio entre dois extremos. Um, diz que "os números não mentem"; outro, garante que "os números são manipuláveis". E o grande drama é que ambas as perspectivas estão certas ....

Mais importante do que verificar se as contas estão devidamente feitas, algo que tem a ver com o grau de solidez dos conhecimentos adquiridos no ensino secundário ou universitário, é a explicação aos leitores dos critérios utilizados por um jornalista sobre os cálculos efectuados com o objectivo de sustentarem uma determinada notícia. Imaginemos o caso de um jornalista que decida fazer uma investigação sobre a evolução da carga fiscal ao longo do mandato de um determinado Governo. A conta óbvia consiste em dividir as receitas anualmente obtidas pelo Estado através da cobrança dos impostos pelo valor do produto interno bruto (PIB), multiplicando, depois, por cem com o objectivo de encontrar uma percentagem. Suponhamos ainda que, uma vez efectuado aquele exercício, se conclui que a carga fiscal foi subindo gradualmente ao longo do período considerado. Até aqui estamos no domínio dos "números que não mentem".

Acontece que aquela simples conta pode transformar-se rapidamente num terreno fértil para a polémica. Interessado em afirmar as suas eventuais virtudes perante a opinião pública, o Governo em causa poderá alegar que as contas estão incompletas, embora não negando o seu rigor. Se os proveitos derivados da tributação dos lucros das empresas tiverem subido e as receitas provenientes da tributação do trabalho tiverem descido, o Executivo poderá alegar que, afinal de contas, a carga fiscal sobre os contribuintes individuais até desceu.

Seguir-se-á, muito provavelmente, uma acesa troca de acusações. O jornalista dirá que, de acordo com os seus cálculos — que ninguém se atreverá a colocar em causa — o Estado foi absorvendo um volume crescente dos recursos gerados pelos agentes económicos e que era isso mesmo que o seu texto pretendia provar. O Governo, pelo seu lado, dirá que se trata de "manipulação", quiçá "grosseira", já que se poderá provar, também através de contas imaculadas, que o IRS terá registado um desagravamento geral, beneficiando o comum dos cidadãos.

Como se vê, o problema de quem faz jornalismo na área de economia e negócios não reside tanto na matemática, desde que a formação nesta disciplina não tenha sido tempo perdido. Trata-se de uma ciência cega a outras considerações e que pode ser utilizada para provar simultaneamente uma tese e a sua antítese. Sendo assim, o que um jornalista deve questionar perante si próprio depois de fazer um texto, é saber se terá ponderado os diversos pontos de vista relacionados com a matéria que está a trabalhar e se os terá explicado com rigor e detalhe à sua audiência.

Ainda assim, uma controvérsia em torno de uma notícia que envolva números exactos, mas passíveis de diferentes interpretações, aguenta-se. Contas erradas é que já são um grande sarilho.

João Cândido da Silva
Jornalista

Números em contexto
Três breves apontamentos

Primeiro apontamento

"Vivemos num mundo em que os recursos, dinheiro e comodidades estão injustamente distribuídos. 1,3 biliões de pessoas sobrevivem com menos de um dólar por dia. Um bilião de pessoas fora da idade escolar são iletradas, mais do que em qualquer outro momento da história. Há 40 anos, os 20% mais pobres da população mundial ganhavam 2% do rendimento global. Hoje recebem apenas 1%."
(notícia de um jornal em Agosto de 2002 e cuja referência se perdeu)

Segundo apontamento

→ financiamento suficiente para ir construindo, em simultâneo, uma colecção, Vicente Todolí foi vendo o número de visitantes subir até fazer do "seu" museu o mais visitado do país em 2001.

Só que agora o desafio vai ser outro. Ao passar do Porto para Londres e de Serralves para a Tate Modern, a fasquia passa de 300 mil visitantes por ano para mais de 3,7 milhões.

— Isso não o assusta?

— A mim não.

— É quase treze vezes mais do que Serralves...

— Se compararmos o número de visitantes que recebe Londres com o número de visitantes que recebe o Porto, se calhar a diferença já não é tão grande. E eu não sou supersticioso. O meu desafio não é manter esse número de visitantes. O meu desafio é ter o respeito de todos os profissionais do mundo.

(extracto de artigo sobre Vicente Todolí, Pública n.º 325, 18 de Agosto 2002, p. 38)

Saltam-me sempre aos olhos registos como este que revelam uma atenta e cuidada utilização dos números. E saltam-me ainda mais quando vêm de pessoas inesperadas. Para além de todos os atributos que tem, Vicente Todolí tem um bom sentido dos números.

Terceiro apontamento

A avaliação em três disciplinas em duas turmas do mesmo ano e curso levou as equipas responsáveis por essa avaliação à necessidade de aferir classificações através da comparação dos resultados. Feitas as médias concluiu-se que numa das disciplinas a diferença entre as médias era de 7 décimas. Comentários de alguns dos professores: — Não está mal!. Diferença de décimas é uma pequena diferença. As notas estão equilibradas.

Foi preciso ripostar: Mas este valor significa que 70% dos alunos de uma das turmas, mais de metade, tiveram mais um valor que os alunos da outra. Tendo em conta que estamos a falar de 28 alunos, estamos a falar de 19 ou 20 alunos que podem estar prejudicados em um valor.

Reacção imediata: Visto assim é totalmente diferente. Não podemos deixar estas notas. Temos de rever as nossas classificações.

Estamos a falar de uma grande insensibilidade para os números, possivelmente muito baseada no seu carácter absoluto e totalmente desligada da relatividade que eles representam. Nunca é demais registar e explorar exemplos que revelem a relatividade das quantificações e o carácter não absoluto com que é preciso olhar e utilizar os números. Não há literacia matemática sem um bom desenvolvimento do sentido do número. Ora é impossível construir um bom sentido do número em situações descontextualizadas, daí a necessidade de ter um universo de exemplos muito amplo e de o renovar constantemente.

Cristina Loureiro
ESE de Lisboa

As quatro operações

Ao sair da aula, a Sónia e a Sílvia estavam todas contentes por terem aprendido as quatro operações. Resolveram logo treinar. Cada uma contou quantos lápis tinha e depois somaram os dois números, subtraíram o menor ao maior, multiplicaram-nos e dividiram o maior pelo menor.

No fim, somaram os quatro resultados e obtiveram 363.

Quantos lápis tinha cada uma delas?

(Respostas até 24 de Dezembro)

As jogadoras de basquete

O problema correspondente ao número 67 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

> *Temos 11 caixas grandes. Algumas estão vazias, outras têm cada uma 8 caixas médias lá dentro. Das caixas médias, algumas estão vazias mas outras têm 7 caixinhas cada uma. Há 102 caixas vazias. Quantas caixas temos no total?*

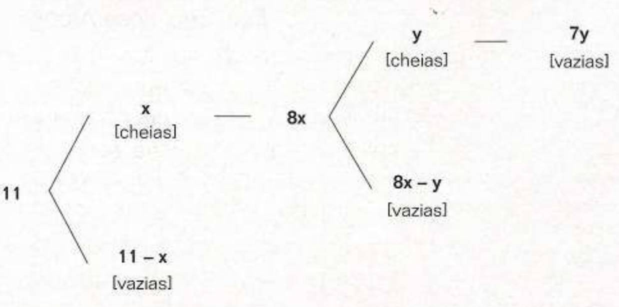
Tivemos 17 respostas: António Bernardes (Lisboa), António Rebolho, António Resendes (S. Miguel - Açores), Armando Fernandes (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Carlos Ribeiro (Faro), Domingos Rijo (Castelo Branco), Eduardo Dinis (Ponte de Sôr), Fátima Cardoso (Moimenta da Beira), Fernanda Correia e Virgílio Cardoso (Viseu), Helder Martins (Lisboa), Jorge Barata e Rosalina Santos (Alcains), João Maria Oliveira (Cartaxo), José Oliveira (Amora), Luís Lopo (Montijo), Sílvia Carvalho (Felgueiras) e Sónia Machado (Bucelas).

Vários processos foram utilizados, desde as tentativas sistemáticas até aos métodos analíticos.

A maior parte dos leitores raciocinou da seguinte forma:

- Há 11 caixas grandes: x estão cheias e $11-x$ vazias.
- Há $8x$ caixas médias: y estão cheias e $8x-y$ vazias.
- Há $7y$ caixas pequenas, todas vazias.

O António fez mesmo um esquema que ajuda a visualizar a situação.



As caixas vazias são 102, logo: $(11-x)+(8x-y)+7y=102$ ou $7x+6y=91$

Temos de ir à procura das soluções inteiras desta equação. Vários caminhos se podem seguir, desde ir experimentando os possíveis valores de x (entre 0 e 11) até resolver em ordem a y e usar a calculadora gráfica para fazer uma tabela para os valores inteiros de x.

As soluções da equação, para valores não negativos de x e y, são: $x=1$ e $y=14$ (impossível, porque y tem de ser menor ou igual a $8x$); $x=7$ e $y=7$ (serve); $x=13$ e $y=0$ (impossível, porque x tem de ser menor ou igual a 11). Conclusão: o problema tem uma única solução, com $x=7$ e $y=7$. Mas o José Oliveira ainda fez de modo mais simples, dividindo a equação por 7: $x+6/7y=13$. Logo, y tem de ser múltiplo de 7 (e as possibilidades são 0, 7 e 14).

Em resumo:

- Há 11 caixas grandes, 7 das quais cheias e 4 vazias.
- Há 56 caixas médias, 7 das quais cheias e 49 vazias.
- Há 49 caixas pequenas, todas vazias.

O número total de caixas é: $11+56+49=116$.

O José Oliveira foi mais longe, usando programação (de várias maneiras ...). Vejamos o que ele faz com uma calculadora: "Podíamos usar um método mais exaustivo utilizando o seguinte programa numa calculadora (Texas). Este programa testa todos os casos e dá-nos o número total de caixas, e todas as soluções se existir mais do que uma (e existe, por exemplo nos casos em que as caixas vazias são: 66, 73, 79, 80, 85, ..., 280). Alterando 102 por outro número de caixas vazias, o programa dá-nos a nova solução.

```
PROGRAMA
:For(G,1,11)
:G*8->M
:For(P,1,M)
:P*7->A
:11-G+M-P+A->T
:If T=102
:Then
:Disp 11+M+A
:End
:End
:M-1->M
:End
```

Nota: "->" significa "store (guardar)".

A Cortiça

Pedro Esteves

O Núcleo da APM de Almada-Seixal teve há alguns anos a ideia de desafiar as Escolas para um concurso de problemas matemáticos que valorizasse as ligações entre a Matemática e a Realidade e o trabalho dos alunos a médio prazo e em equipa. O surgimento dos temas propostos anualmente pela APM (*Matemática e Natureza*, em 2001, e *Matemática e Profissões*, em 2002) foi visto como uma boa oportunidade para concretizar esse concurso, tendo sido estabelecida a regra de associar cada edição ao tema escolhido pela APM para o mesmo ano.

A designação dada ao concurso foi *Interescolas Matemática e Realidade* e as duas primeiras edições podem ser resumidamente descritas através do quadro 1.

Em ambas as edições deste interescolas as equipas dispuseram, com algumas semanas de antecedência, de um texto sobre o tema do curso, tendo de efectuar, na Escola, um trabalho de preparação para a fase presencial, com o apoio dos seus professores.

Na edição deste ano, a fase presencial foi realizada nas antigas instalações da Fábrica Mundet (onde, até há poucos anos, se procedia à transformação da cortiça, e que, entretanto, foi transformada em espaço museológico dedicado ao percurso natural, industrial e comercial da cortiça).

Nas duas edições deste concurso, também os desafios correspondentes à fase presencial foram enviados às equipas com alguns dias de antecedência, como forma de criar para os alunos um ambiente de *projecto*. Os desafios deste ano, em termos muito simplificados, foram:

- Identificar objectos caseiros e escolares em que é utilizada a cortiça e a sua forma geométrica
- Descrever o que se sabe sobre o tempo de vida de um sobreiro, a idade em que se faz a *desbóia*, o intervalo entre as posteriores tiragens de cortiça e as fases de produção e transformação corticeira
- Calcular o diâmetro do sobreiro na altura da *desbóia* (tomando como respectivo perímetro o limite legal para a primeira extracção de cortiça)
- Proceder à estimativa (com o apoio de algumas medidas) do volume de um barril usado para dar água aos trabalhadores envolvidos na extracção da cortiça (ver Figura 1).
- Trabalhar com percentagens florestais e utilizar o método de Monte Carlo para estimar a área coberta pelas copas dos sobreiros numa dada parcela de sobreiral.

Figura 1.

Quadro 1.

	2001	2002
Tema da APM	*Matemática e Natureza*	*Matemática e Profissões*
Tema do concurso	A Matemática e a medição de Distâncias	A Matemática na produção e transformação da Cortiça
Local da fase presencial	Parque da Paz (C. Piedade) e E.S. António Gedeão	Núcleo Mundet do Ecomuseu Municipal do Seixal e E.S. José Afonso
Número de equipas	5	8
3º Ciclo	3	6
Secundário	2	2
Número de alunos	26	36
3º Ciclo	19	29
Secundário	7	7
Número de professores	4	6
Número de escolas	3	2
E.B. 1,2,3	—	1
E.S.	3	1

Pedro Esteves
Esc. Sec. José Afonso

A Matemática e os Moldes

José Galego

Possivelmente sem a Matemática não haveria profissões tal como as conhecemos hoje. Com toda a certeza posso afirmar que a profissão que exerço — fabricação de moldes para matérias plásticas — não existia mesmo.

Se recuarmos vinte e tal anos, período em que o ensino técnico-profissional em Portugal fez a sua travessia no deserto, a principal ferramenta de trabalho dos operários da indústria de moldes, fresadores, torneiros, erosores, rectificadores, etc, era a calculadora científica, pois, a toda a hora, socorrendo-se de uma cábula com as razões trigonométricas e o teorema de Pitágoras, tinham de calcular dimensões, pontos de concordância ou intersecção de rectas, ângulos, raios, etc.

A ironia é que, ainda há meia dúzia de anos, o uso das ditas calculadoras em testes e exames pelos alunos do ensino básico e secundário era considerado crime.

No entanto, apesar da saudável mudança de mentalidades, o problema hoje é bem mais grave. As benditas calculadoras há mais de dez anos que, nas fábricas, estão nas gavetas empoeiradas e sem pilhas. Só recentemente a conversão de escudos para euros lhes deu alguma utilidade. Aconteceu entretanto que os objectos que usamos no dia a dia, desde a colher de sopa ao automóvel, sofreram profundas transformações ao nível do *design* e dos processos de fabricação. As formas arredondaram-se e ganharam maior complexidade. As rectas, os ângulos e os arcos de circunferência deram lugar a elipses, hipérboles e outras figuras, logo os cálculos para a sua execução em referenciais tridimensionais só são possíveis graças aos processadores matemáticos dos computadores e a programas de CADCAM, para não falar no corte por laser que já bateu à porta da indústria e pede licença para entrar.

Apesar dos louváveis esforços de muitos professores para adequar o ensino, nomeadamente da Matemática, às realidades locais, parece que tudo se perde e nada se transforma, na indefinição dos políticos e na atmosfera paralisante do imenso "in vitro" que é a função pública. A ideia que cresce nas empresas e na sociedade em geral é a de que a escola ainda tem algum papel no enquadramento da informação que nos chega hoje em doses maciças pelas mais variadas formas e meios, mas cada vez forma menos e sobretudo prepara muito pouco os alunos para a vida activa. Basta ver os critérios de avaliação dos mesmos, comuns aos diferentes níveis de ensino, que continuam inexplicavelmente baseados nas suas capacidades de memorizar matérias. No entanto, chegados ao mundo do trabalho, outras qualidades vão ser bem mais apreciadas e mais úteis no seu futuro, a saber: a capacidade de trabalhar em grupo, a capacidade de fazer coisas sem o medo paralisante de errar, a capacidade de visualizar, compreender e manipular formas complexas, a percepção de caminhos a escolher e a assunção de que aprender é um trabalho diário, permanente e só útil se for confrontado com a compreensão possível da realidade.

Defendo a criação de uma rede nacional de ensino técnico profissional de nível médio/superior, a partir do 10° ano. Um mundo de velhas e novas profissões está aí à espera de técnicos com conteúdo.

Para isso, em primeiro lugar, é preciso, nem que se tenha de virar o País do avesso, encontrar um grupo de pessoas capazes de pensar o ensino a médio e longo prazo e mudar a realidade que temos. Portugal já está a pagar bem caro o verdadeiro atentado que foi o licenciamento de universidades privadas a torto e a direito, deixando o critério da "rentabilidade económica" presidir à escolha dos cursos. As ciências e por inerência a Matemática, foram as grandes vítimas. Em segundo lugar, a escola tem de reconhecer que hoje sabe-se mais de muita coisa fora dela que dentro e tem aí um imenso trabalho de chamar e enquadrar esse saber do seu convívio.

Por último, é forçoso que os encarregados de educação se dispam do preconceito estúpido de que ter um 'doutor' na família é a única razão pela qual vale a pena ter um filho a estudar. Se nada fizermos, o ensino que devia ser o viveiro das profissões, pode transformar-se rapidamente no cemitério delas.

José Galego
Pequeno Empresário de Moldes

Onde está a Matemática nos Jardins?

José Luís Freitas

"A Arte e a Natureza estão intrinsecamente ligadas numa constante proeza de complementaridade onde observar leva-nos a representar e como consequência imaginar numa constante associação. Falar da natureza é render-se poeticamente a beleza e simplicidade da arte espontânea. Representa-la é Gritar ao mundo em tom de desespero para acordá-lo para o belo ... para a vida."

—Texto produzido pelo aluno Carlos Nóbrega do 12°5

Ao passear num dos parques do Funchal observei os jardineiros, a cuidar de diversos tipos de flores, plantas, arbustos e árvores existentes nos jardins. Será aleatória a forma como começam a trabalhar num jardim? A organização das tarefas parece ser organizada, pois vimo-los a arrancar as ervas daninhas, retirar lixo ou plantas mortas, cavar ou sachar a terra, cortar a relva, plantar novas flores e por fim regar todo o espaço verdejante. A sequência das tarefas é diferente entre os jardineiros? Algumas das actividades são prioritárias e de acordo com o tipo de actuação nos jardins, estes executam-nas de forma a poupar o máximo de tempo possível e deixando os espaços mais verdejantes.

É muito comum observar formas geométricas nos espaços com diferentes tipos de flores, cujos motivos são elaborados por meio de esquemas desenhados por artistas ou produzidas pelo poder criativo dos jardineiros. No jardim Botânico do Funchal, podemos ver vários exemplos de "tapetes" com diversas cores e formas geométricas; triângulos, quadrados, losangos, círculos, etc. (figura 1) e muitas formas geométricas tridimensionais criadas ao longo de vários anos de trabalho.

Como constroem os jardineiros esses tapetes? Para isso basta usar cordel e efectuar algumas medições com fita métrica, de modo a garantir a regularidade dos padrões das formas usadas nos tapetes. Outra arte matemática de alguns jardineiros é a topiária, que consiste na arte de moldar as árvores e arbustos, aparando-os e obrigando-os a crescer segundo formas e direcções determinadas, praticada desde o século I. Em épocas mais recuadas servia para criar figuras e formas fantásticas mas só a partir do século XV surgiu como arte mais arquitectónica de espaços arbóreos (figura 2).

As plantas para executar a Topiária necessitam de desenvolvimento flexível, folhas pequenas e densas e com habilidade de recuperar rapidamente da poda, por exemplo, o buxo (Buxus sempervirens), a duranta (Duranta repens), o cedro (Cupressus macroparta), o ligustro (Ligustrum japonicum) são as plantas mais frequentes nas sebes ou figuras. Para construir as figuras tridimensionais, os jardineiros cortam inicialmente as folhas mais salientes da planta, colocam um suporte envolvente de modo a poder respeitar as características geométricas pretendidas nas figuras e ao longo dos anos de crescimento do arbusto, vão modelando o corte para obter as bonitas formas visíveis nos diversos jardins do nosso planeta (figura 3).

Figura 1.

Figura 2.

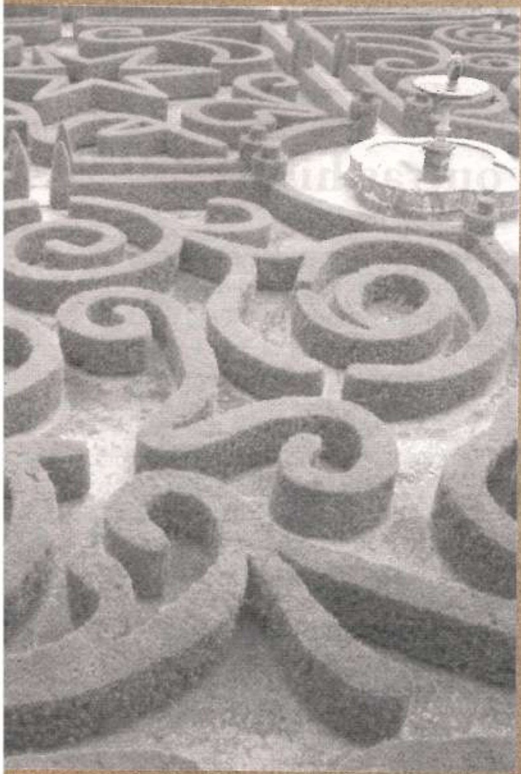


Figura 3.

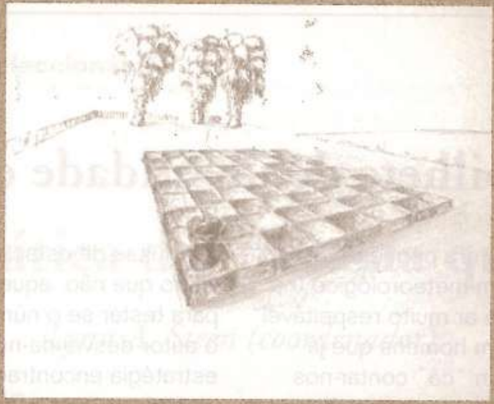


Figura 4.

Os alunos da turma 12°5 da Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva — Funchal, nas disciplinas de Oficina de Artes e de Materiais e Técnicas de Expressão Plástica, leccionadas pela professora Isabel Natal, tiveram o desafio para aproveitar um dos espaços vazios de recreio, para criar um jardim onde estivessem colocadas algumas peças gigantes de Xadrez, a serem produzidas por meio da arte Topiária. Os trabalhos desta turma foram expostos durante a Semana da Matemática 2002, realizada nos dias 13 a 17 de Maio, sob o tema *A Matemática e as Profissões* (figura 4).

Ao construir melhores espaços verdes nas nossas escolas, estamos a promover melhor ambiente e a contribuir para o respeito por actividades muito importantes na conservação da Natureza; e promover conexões entre diversas disciplinas curriculares dos nossos alunos. Quando desenvolvemos trabalho-projecto numa vertente ambiental temos a possibilidade de estudar temas associados à Matemática, por exemplo, sequência das pétalas da flores, textura das folhas, volume de madeira das árvores, e este tipo de trabalho poderá ser uma das múltiplas formas de dar à Matemática, uma imagem mais rica no conjunto de saberes dos nossos futuros cidadãos de Portugal.

Agradecimentos

Ao Sr. Domingos Nóia responsável pelo sector das topiárias no Jardim Botânico da Madeira, pela cedência de imagens e textos incluídos numa publicação editada por essa instituição, à professora Isabel Natal pela colaboração no projecto *Um Xadrez Gigante* e aos alunos da turma 12°5 pelos trabalhos produzidos para a Semana da Matemática 2002.

José Luís Freitas
Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

O mistério do bilhete de identidade e outras histórias

Vou confessar-vos uma coisa. Quando era pequena pensava que os apresentadores do boletim meteorológico (na altura, os próprios meteorologistas, de ar muito respeitável e sem mini-saias nem decotes ...) eram homens que já tinham vivido o dia de amanhã e vinham "cá" contar-nos como tinha sido o tempo. Só poderia ser essa a explicação! ... Claro que depressa percebi que isso não era verdade, mas só recentemente, numa entrevista televisiva a Jorge Buescu, fiquei a saber que estas previsões resultam de equações muito complicadas, tão complicadas que levarão anos até que possamos ter uma previsão segura para mais um dia da semana!

Esta história serve apenas de mote para o livro de que vos quero falar. Não é sobre previsões meteorológicas, nem sobre fantasias de crianças. Trata-se de um livro que fala de Matemática e da sua presença nos fenómenos do quotidiano, mas a meu ver é, sobretudo, um livro de cultura científica e é nesse sentido que enquadramos esta sugestão de leitura nesta revista temática sobre literacia e cultura matemática. *O mistério do bilhete de identidade e outras histórias*, de Jorge Buescu, é um livro de pequenas crónicas, todas elas independentes entre si, escritas para o grande público num estilo simples e bem humorado. Encontra-se organizado em quatro áreas: Matemática, Física, Cepticismos e Fronteiras, sendo a grande maioria das histórias relacionadas com a primeira. Para vos abrir "o apetite" apresento alguns exemplos de situações e questões que o autor aborda.

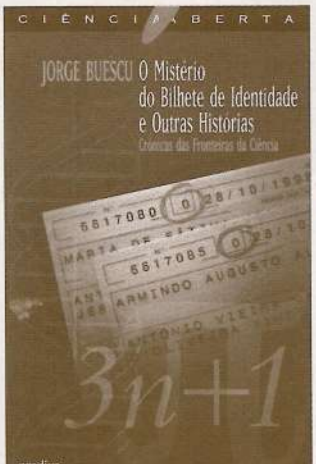
O título do livro sugere-nos a primeira história. *O mistério do bilhete de identidade* refere-se ao mito em torno do algarismo suplementar do número de bilhete de identidade — Quem nunca ouviu a famosa explicação de que se trata do número de pessoas com o mesmo nome? (Esta nunca cheguei a acreditar, pois se só há um Brunheira na lista telefónica de Lisboa ...) Ou ainda mais ridículo, o número de multas de estacionamento que o portador já apanhou? Claro que não, aquele é apenas um algarismo de controlo para testar se o número está bem escrito ... Nesta crónica o autor desvenda-nos como se calcula e por que é que a estratégia encontrada não é, afinal, verdadeiramente eficiente!

Este é um dos casos em que a Matemática está escondida "com o rabo de fora". Mas existem outras situações em que está presente e onde o comum dos cidadãos nem se apercebe da sua importância. Vejamos o caso das compras através da *Internet*. Sabia que a maioria do software comercial utiliza um sistema que codifica a informação e cuja segurança se deve à factorização em números primos? E como é esse processo? Será seguro?

Se o leitor se aventurar também pelas crónicas da Física, verá que não se vai arrepender. Encontrará explicações "de ponta" para o Nobel da Física de 97, entrará no mundo da ficção científica com a discussão sobre teleportação, ou compreenderá a explicação para fenómenos mais mundanos. Por exemplo, já ficou frustrado quando, na tentativa de fazer gelo rapidamente, pôs água fria nas *cuvettes* e ao fim de meia hora obteve apenas uns cubos com um fina parede e interior liquido? Da próxima vez ponha água quente!

Em Cepticismos encontramos um conjunto de crónicas que nos convidam a pensar de uma forma mais crítica sobre algumas "pseudociências" ou sobre afirmações que, proferidas tantas vezes, já ganharam o estatuto (errado) de "facto". Um exemplo de uma dessas afirmações é o mito de que o ser humano utiliza apenas 10% do seu cérebro! Provavelmente reconhece este *slogan* e até está a pensar que nunca acreditou nele. De qualquer forma, se ler a forma como o autor o analisa ficará certamente mais ciente de como uma mentira aparentemente tão ingénua pode servir para fins no mínimo duvidosos ...

Os exemplos que acima referi são apenas ideias muito resumidas de algumas histórias contidas no livro, mas nele são abordadas muitas mais: Por que é que o festival da canção é uma competição mais justa, democrática e representativa que as eleições legislativas? Por que é que a determinação de números primos com biliões de algarismos pode ser assunto de defesa nacional? Que nova vida (ou morte?) trazem os potentes computadores à demonstração matemática? O que é um computador quântico? Por que é que a lua cheia parece enorme ao nascer? E ainda mais ... Contudo, atrevo-me a dizer que mais importante do que ficar a saber como se calcula o algarismo suplementar do número de bilhete de identidade é a visão crítica sobre o mundo, a ciência e o conhecimento que Jorge Buescu nos sugere.



O mistério do bilhete de identidade e outras histórias

Autor: Jorge Buescu

Editora: Gradiva

Janeiro de 2002

222 pp.

Preço: 11.22 €

Lina Brunheira
Departamento de Educação da FCUL

A problemática da literacia quantitativa

Lynn A. Steen (coordenador)

Para este número seleccionamos o artigo The case for Quantitative Literacy *da autoria do grupo de trabalho,* Quantitative Literacy Design Team, *liderado por Lynn A. Steen e constituído por dezasseis notáveis investigadores ligados maioritariamente à área da Matemática. Este grupo foi formado com o objectivo específico de perspectivar o significado de numeracia na sociedade contemporânea.*

O documento que escolhemos aqui publicar traz contributos significativos para a compreensão da literacia matemática, não só porque identifica os vários componentes deste estilo de pensamento, avançando assim na definição de literacia quantitativa, como também porque explicita um conjunto de skills que constituem a literacia quantitativa como um conteúdo disciplinar.

É, pois, um texto cuja publicação nos pareceu particularmente apropriada. De facto, para além da contribuição que dá à compreensão do tema desta Revista, neste ano em que a APM elegeu o tema A Matemática e as Profissões, *nele se podem encontrar uma multitude de exemplos de acções e comportamentos que, em várias profissões, apelam para este tipo de pensamento.*

Este texto constitui a primeira parte do livro Mathematics and Democracy *que foi publicado por* Nacional Council on Education and Disciplines *(NCED) — organismo que tem como objectivo promover uma visão unificadora e orientadora dos esforços de fortalecimento da educação nos níveis K–16 nos Estados Unidos. Nesta obra distinguem duas partes essenciais: a primeira constituída pelo documento que nesta secção vos damos a conhecer e a segunda por doze interessantes comentários críticos ao documento que foram elaborados por investigadores de diversas áreas especificamente convidados para o efeito pelo* Design Team.

O livro está acessível em formato PDF no seguinte endereço: http://www.woodrow.org/docs/nced/mathematics_democracy.html

O mundo do século vinte e um encontra-se imerso em números. Os cabeçalhos dos jornais utilizam medidas quantitativas para nos informarem dos aumentos nos preços da gasolina, das médias dos resultados dos exames nacionais, dos riscos de morte provocada por cancro do cólon e do número de refugiados da mais recente guerra étnica. A publicidade utiliza os números de forma competitiva, anunciando as melhores condições de adesão a determinada rede de telemóveis ou os mais baixos juros na compra de um automóvel. As reportagens desportivas são abundantes em estatísticas sobre equipas e em probabilidades sobre resultados de competições futuras.

O rápido aumento das diferentes utilizações do pensamento quantitativo nos locais de trabalho, na educação e em praticamente todas as outras áreas do desempenho humano, tornou-se, para muitos, ainda mais importante. Os agricultores recorrem à informática para descobrir mercados, analisar solos e fornecer sementes e nutrientes nas proporções adequadas; os enfermeiros convertem unidades para verificarem a exactidão das dosagens de fármacos; os sociólogos fazem inferências a partir de estatísticas para compreenderem o comportamento humano; os biólogos desenvolvem algoritmos para construírem o mapa do genoma humano; os inspectores fabris usam estratégias estatísticas para assegurarem o controlo da qualidade; os empresários fazem projecções de mercados e custos recorrendo a folhas de cálculo informatizadas; os advogados apresentam provas confirmadas pela estatística e argumentações que envolvem probabilidades para convencerem os juízes. Os papéis desempenhados pelos números e pelos dados estatísticos na sociedade contemporânea são praticamente infindáveis.

Infelizmente, e apesar de anos de estudo e experiência de vida num ambiente imerso em dados estatísticos, muitos adultos letrados permanecem matematicamente disfuncionais. A maioria dos alunos americanos termina o ensino secundário com competências quantitativas bastante inferiores às requeridas para se ajustarem à sociedade actual. No meio empresarial existe uma lamentável ausência de conhecimentos e competências técnicas e quantitativas por parte dos candidatos aos empregos e, na maioria das faculdades, os estudantes necessitam de apoio especial na disciplina de Matemática. Dados do *National Assessment of Educational Progress* (NAEP) mostram que, ao nível da matemática, o desempenho médio dos alunos de dezassete anos de idade subiu apenas um por cento em 25 anos, permanecendo, com a pontuação de 307, na metade inferior do intervalo do "nível básico" (286-336), bem abaixo do "nível elevado" (336-367). Além disso, e apesar do seu ligeiro crescimento nos últimos anos, as pontuações médias de alunos de origem hispânica (292) e africana (286) encontram-se praticamente na extremidade inferior do intervalo do "nível básico" (NCES, 1997).

As respostas mais comuns a este conhecido problema consistem no aumento do número de anos de matemática no ensino secundário ou na exigência de padrões mais elevados na avaliação dos alunos. Contudo, mesmo indivíduos que tenham estudado trigonometria e cálculo permanecem insensíveis aos abusos que se cometem com os números e, frequentemente incapazes de compreenderem (e muito menos de articularem) as nuances das inferências quantitativas. Como se tem vindo a mostrar, não é o cálculo mas a literacia numérica a chave para a compreensão desta nossa sociedade, impregnada de números e estatísticas.

Os cidadãos quantitativamente letrados precisam de saber mais do que fórmulas e equações. Necessitam de uma predisposição para observarem o mundo através de olhos matematicamente críticos, para se aperceberem dos benefícios (e riscos) da aplicação do pensamento quantitativo nos assuntos quotidianos e para abordarem problemas complexos com confiança no valor do raciocínio ponderado. A literacia quantitativa confere às pessoas o poder de pensarem por si próprias, de colocarem questões inteligentes e de confrontarem as autoridades com confiança. Estas são as competências necessárias para singrarem no mundo moderno.

Breve história da literacia quantitativa

Embora a matemática seja historicamente muito antiga — quer como um sistema lógico de axiomas, hipóteses e deduções, quer como instrumento de análise empírica do mundo natural —, a expectativa de que o cidadão comum seja quantitativamente letrado é, fundamentalmente, um fenómeno do final do século vinte. Antigamente, os números, sobretudo os de elevada ordem de grandeza, funcionavam mais como termos de comparação ou metáforas do que como medidas reais. A importância dos métodos quantitativos na vida das pessoas comuns foi surgindo lentamente na Idade Média, pela mão de artistas e comerciantes que compreenderam a utilidade da implementação de unidades-padrão de comprimento, tempo e dinheiro nas suas artes e ofícios — por exemplo, na música polifónica, no desenho em perspectiva e no registo dos livros de contabilidade (Crosby, 1997).

Na América colonial, alguns políticos, como Franklin e Jefferson, promoveram a literacia numérica, como meio de suporte à nova experiência democrática, mesmo quando os cépticos questionaram a legitimidade dos argumentos políticos baseados na experiência, por oposição à fundamentação de natureza religiosa (Cohen, 1982). Só no final do século vinte é que os métodos quantitativos atingiram a sua importância actual, como forma dominante de aceitação de evidências, na maior parte das áreas da vida pública (Bernstein, 1996; Porter, 1995; Wise, 1995). Apesar de a sua origem se reportar à astrologia, numerologia e a discussões sobre o fim da humanidade e do mundo, os números tornaram-se nos instrumentos primordiais através dos quais tentamos controlar a natureza, ignorando riscos e, por vezes, a própria vida.

À medida que o fosso entre as necessidades quantitativas dos cidadãos e as competências numéricas que possuíam se alargava, algumas publicações sobre a "ansiedade provocada pela matemática" e o "pânico da matemática" alertaram a opinião pública para as consequências da iliteracia quantitativa (Buxton, 1991; Paulos, 1988, 1996; Tobias, 1978, 1993). Simultaneamente, outras publicações, como a de Edward Tufte, revelaram o poder, sem precedentes, da informação quantitativa na comunicação e persuasão (Tufte, 1983, 1990, 1997). Apercebermo-nos todos os dias desse facto através da prática corrente dos jornais, que utilizam tanto (bem como mal) os gráficos e as tabelas como meio preferencial de apresentação de informação quantitativa.

Como resposta à alteração das necessidades matemáticas da sociedade actual, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) publicou, em 1989, normas para a Matemática escolar, nas quais afirma que todos os alunos devem aprender uma matemática rica e estimulante. Subsequentemente, outras normas vieram a documentar o papel dos métodos quantitativos na educação (na ciência, história, geografia e estudos sociais) e nas profissões (nas biociências, na electrónica, nos serviços de saúde, na fotónica). Em Abril de 2000, o NCTM publicou, com grande antecipação, uma actualização das normas para a matemática escolar (NCTM, 2000). Estas normas e as suas interpretações na estruturação da educação, dos manuais, dos programas e da avaliação têm originado importantes debates públicos sobre os objectivos da educação e sobre o lugar que a matemática ocupa nesses objectivos.

Reconhecendo o aumento da importância da literacia quantitativa na vida das nações, as instâncias governamentais responsáveis pela literacia dividiram em três componentes o que até então se restringia a um único conceito: relativa à prosa, ao documento e à literacia quantitativa (Kirsch e Jungeblut, 1986; NCES, 1993; OECD, 1995, 1998). De modo semelhante, muitas faculdades de belas artes e de profissões liberais tomaram consciência de que os métodos quantitativos seriam úteis nos cursos de artes e humanidades (White, 1981). Simultaneamente, os economistas expandiram os tradicionais pré-requisitos (escrever, ler e aritmética) a cinco competências adicionais: recursos, relações interpessoais, informação, sistemas e tecnologias (SCANS, 1991). Publicações mais recentes têm analisado o papel da literacia quantitativa na economia em mudança (Murnane e Levy, 1996), naquilo que se espera dos recém-licenciados (Sons, 1996), nas perspectivas de trabalho dos profissionais de uma variedade de campos (Steen, 1997) e nas exigências de locais de trabalho com elevados níveis de desempenho (Forman e Steen, 1999).

Em todas as publicações referidas, identificamos a presença da literacia quantitativa, contudo, não encontramos clareza quanto ao seu significado. Estas fontes revelam mais discrepâncias que consensos quanto à natureza da literacia quantitativa, sobretudo no que respeita a sua relação com a matemática. Reflectem a dicotomia histórica existente entre matemática, enquanto disciplina académica, e literacia numérica, de ordem prática e comercial, fazendo referências, no mínimo inconsistentes, acerca do papel que a última desempenha na informação dos cidadãos, e como meio de suporte da democracia. O que aprendemos é que, muito embora a maioria das pessoas considere a literacia quantitativa importante, existe pouco consenso quanto à sua definição exacta.

A matemática, a estatística e a literacia quantitativa

De início, as escolas primárias ensinavam aritmética, enquanto as universidades ensinava matemática. À medida que as escolas secundárias foram constituindo a transição entre as primárias e as universidades, uma diversidade emergente de disciplinas, como a álgebra, a geometria, a trigonometria, a geometria analítica e até mesmo o cálculo infinitesimal, conduziram os estudantes directamente da aritmética para as matemáticas superiores. Simultaneamente, a matemática propriamente dita expandiu-se a uma série de ciências que, juntamente com as tradicionais matemáticas pura e aplicada, incluem actualmente estatística, contabilidade, teoria da informática, investigação operacional e, mais recentemente, a bioinformática. Cada uma destas ciências, embora partilhe grande parte das suas metodologias e fundamentos teóricos com a matemática, possui a sua própria natureza, os seus métodos, normas e objectivos específicos.

A ciência matemática com que a pessoa comum mais frequentemente se depara é a estatística, cujas origens remontam à "ciência do estado" (os tão bem conhecidos censos). A estatística está presente em todas as experiências laboratoriais, em todas as sondagens e em todos os relatórios governamentais sobre a economia do país. Porém, os currículos escolares continuam apenas a preparar os alunos para a matemática tradicionalmente leccionada nas universidades. A matemática ensinada nas escolas dá relativamente pouca ênfase às matérias concebidas para estabelecerem a ligação entre a aritmética e o fascinante e requintado mundo da estatística. Reconhecendo a negligência, a *American Statistical Association* (ASA) e o NCTM têm cooperado, ao longo dos anos, numa campanha que visa a introdução nos currículos escolares de temas como análise de dados e fundamentos de estatística. Curiosamente, este esforço conjunto foi designado por "Projecto Literacia Quantitativa" (os autores deste projecto escolheram o termo "literacia quantitativa", evitando, desde logo, a ansiedade do público relativamente ao termo *estatística*).

Apesar de a expressão ser ocasionalmente utilizada nos currículos escolares como eufemismo para o termo *estatística*, a literacia quantitativa não é o mesmo que estatística. Do mesmo modo, não é matemática, nem (como alguns receiam) uma matemática de "segunda categoria". A literacia quantitativa define-se como um hábito mental, como uma forma diferente de abordar problemas, que emprega e promove o uso da estatística e da matemática. Contrariamente à estatística, que é fundamentalmente uma ciência de incertezas, a numeracia tem como base, no geral, a lógica da certeza. Ao contrário da matemática, primordialmente um conjunto de estruturas abstractas, a numeracia está ancorada a dados que provêm e estão fortemente associados ao mundo empírico. O que poderá surpreender alguns é que esta ligação à realidade torna o raciocínio quantitativo tão estimulante e rigoroso quanto o raciocínio matemático (de facto, estudos efectuados sugerem que alunos de capacidades equivalentes consideram o raciocínio estatístico mais difícil do que o raciocínio matemático baseado em símbolos).

Estabelecer a ligação entre a matemática e um contexto real exige um equilíbrio delicado. Por um lado, alguns pormenores desses contextos poderão esconder ou camuflar uma variedade de padrões e normas que são a essência da matemática; por outro lado, esses mesmos pormenores constituem, muitas vezes, as associações críticas e essenciais para uma aprendizagem duradoura. Poucos poderão duvidar de que o tradicional ensino descontextualizado da matemática tenha fracassado com um grande número de alunos, entre os quais uma elevada fracção de mulheres e minorias, que terminam o ensino secundário sem a confiança ou as competências numéricas necessárias na sociedade contemporânea. Por tradição, a matemática funciona como filtro de entrada na vida académica, sendo essa selecção determinada e agravada pelos níveis de exigência cada vez mais elevados estabelecidos pelas universidades e faculdades. Estas pressões tendem a conduzir os currículos escolares para direcções dificilmente justificáveis, uma vez que deixam muitos alunos matematicamente disfuncionais.

Enquanto o currículo de Matemática está histórica e intrinsecamente associado aos conhecimentos adquiridos na escola, a literacia quantitativa envolve uma matemática activamente relacionada com o mundo que nos rodeia. Os problemas típicos que surgem na numeracia baseiam-se em dados reais e em procedimentos incertos, embora requeiram, principalmente, conhecimentos elementares de matemática. Já os problemas matemáticos típicos recorrem à utilização de números simplificados e procedimentos de aplicação directa, embora empreguem conceitos sofisticados e abstractos. O exame da numeracia, como para qualquer literacia, testa a capacidade de uma pessoa aplicar adequada e naturalmente as suas competências numa diversidade de contextos distintos.

Os professores conhecem já o tão comum fenómeno da compartimentação, em que as competências ou conceitos apreendidos numa aula são completamente esquecidos quando surgem a contextos diferentes. Este problema é especialmente grave no caso da Matemática escolar que, por ser alheia a contextos ricos e significativos, causa, em muitos alunos, uma ausência chocante do sentido do número. De forma a ser útil aos alunos, a numeracia deverá ser ensinada e aplicada numa multiplicidade de contextos — em história e geografia, na economia e na biologia, na agricultura e na culinária (Steen, 1998, 2000). A literacia numérica não constitui uma disciplina independente, mas antes uma parte integrante de todas as outras.

Os elementos da literacia quantitativa

A capacidade de lidar de forma eficiente com os aspectos quantitativos da vida é designada por uma variedade de termos, entre eles *literacia quantitativa*, *numeracia*, *literacia matemática*, *raciocínio quantitativo*, ou, por vezes, apenas por matemática. Porém, cada um destes termos implica diferentes nuances e conotações, que poderão não ser necessariamente interpretadas do mesmo modo.

Uma das primeiras definições do termo *numeracia*, largamente citada por educadores matemáticos, surgiu num relatório emitido pelo governo britânico, sobre o ensino da matemática (Cockcroft, 1982):

> "Desejaríamos que o termo *numeracia* implicasse a posse de dois atributos. O primeiro consiste no "à vontade" com os números e na capacidade de aplicar competências matemáticas, que permitam a um indivíduo lidar com as exigências práticas da vida quotidiana. O segundo representa a capacidade de valorizar e compreender a informação apresentada em termos matemáticos."

Os referidos atributos surgiram igualmente no *National Adult Literacy Survey* (NCES, 1993), definindo *literacia quantitativa* como:

> "Conhecimento e competências necessárias na aplicação de operações aritméticas, isoladas ou sequenciais, à informação quantitativa surgida nos materiais impressos (por exemplo, fazer o balanço do saldo da conta bancária ou preencher um formulário)."

O *National Center for Education Statistics* (NCES) define literacia documental como a relação íntima entre os conhecimentos e as competências necessárias para distinguir e utilizar a informação contida, por exemplo, em folhas de pagamentos, horários de transportes públicos, mapas, tabelas e gráficos. Em contraste, o *International Life Skills Survey* (ILSS, 2000) apresenta, correntemente, uma definição bem mais compreensível de *literacia quantitativa*:

> "Conjunto das competências, conhecimentos, convicções, disposições, hábitos mentais, capacidades comunicativas e de resolução de problemas necessárias a uma eficiente desenvoltura perante a variedade de circunstâncias quantitativas que surgem na vida e no trabalho."

O *Programme for International Student Assessment* (PISA, 2000) adopta uma definição semelhante, mas designa-a por *literacia matemática*:

> "Capacidade de um indivíduo para identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, para formar juízos de valor conveniente e matematicamente fundamentados e para fazer uso da matemática por formas que vão de encontro às suas necessidades presentes e futuras, enquanto cidadão preocupado, responsável e produtivo."

Partindo apenas destas quatro definições, apercebemo-nos da existência de diferenças significativas entre elas. Umas focam sobretudo a capacidade individual de usar instrumentos quantitativos, outras a capacidade para compreender e valorizar o papel da matemática e dos métodos quantitativos em contextos do quotidiano. Algumas dão ênfase às competências básicas ("operações aritméticas"), outras a um nível superior de raciocínio ("juízos de valor conveniente e matematicamente fundamentados"). Para esclarecer estas definições, bem como para torná-las mais úteis, resolvemos separá-las nos seus diferentes elementos, que podem ser combinados, qual átomos em moléculas, de modo a obtermos uma visão mais compreensível da literacia quantitativa. Eis alguns desses elementos:

À vontade na matemática. Estar à vontade com conceitos quantitativos e sentir facilidade na aplicação de métodos quantitativos. Os indivíduos que sentem confiança na área dos números utilizam, habitualmente, estratégias mentais para estimar, interpretar e verificar outras informações. A confiança situa-se no campo oposto ao da "ansiedade provocada pela matemática" e torna a numeracia tão natural quanto a própria linguagem.

Valorização cultural. Compreender a natureza e a história da matemática, o seu papel na investigação científica e nos avanços tecnológicos, e a sua importância na compreensão de assuntos de domínio público.

Interpretação de dados. Desenvolver raciocínios partindo de dados, interpretar gráficos, tirar conclusões e reconhecer possíveis fontes de erros. Esta perspectiva difere da matemática tradicional, na medida em que valoriza os dados, ao invés de fórmulas e relações.

Pensamento lógico. Analisar evidências, desenvolver um raciocínio cuidado, compreender argumentos, questionar hipóteses, detectar falácias e avaliar riscos. Os indivíduos habituados a questionar procuram saber a razão das coisas, exigindo informação adequada para chegar à sua essência.

Tomar decisões. Utilizar a matemática para tomar decisões e resolver problemas do dia-a-dia. Para os indivíduos com estes hábitos, a matemática não é apenas uma disciplina da escola, mas uma poderosa arma para a vida, tão útil e enraizada quanto saber ler e falar.

Matemática contextualizada. Utilizar métodos e ferramentas matemáticas em contextos específicos e significativos. As notações, as estratégias de resolução de problemas e os procedimentos a seguir dependem desse mesmo contexto.

Sentido do número. Possuir um instinto aguçado relativamente ao significado dos números, confiança na realização de estimativas e senso comum na utilização dos números enquanto medidas.

Competências práticas. Saber resolver problemas quantitativos que surgem, com frequência, em casa ou no trabalho. Os indivíduos que possuem estas competências aplicam, habilmente, conhecimentos elementares de matemática numa variedade de situações comuns.

Requisitos de conhecimento. Possuir a capacidade de aplicar uma vasta gama de conhecimentos de álgebra, geometria e estatística, que constituem pré-requisitos em várias áreas do ensino superior.

Sentido do símbolo. Estar à vontade na utilização de símbolos algébricos, ter facilidade na sua leitura e interpretação e conhecer bem as regras sintácticas a utilizar em frases matemáticas.

Estes elementos esclarecem mas não resolvem as confusões linguísticas bem patentes nas discussões sobre literacia quantitativa. Por vezes, os termos *quantitativo* e *matemático* são usados indiscriminadamente; contudo, são muitas vezes utilizados para indicar diferenças relevantes — por exemplo, entre o que é necessário na vida quotidiana (quantitativo) e o que é necessário na educação (matemática); entre o que é necessário em disciplinas escolares generalistas (quantitativo) e o que é necessário em áreas científicas como as engenharias e a física (matemática). Para alguns, o termo quantitativo parece ser demasiado limitativo, uma vez que sugere números e cálculos, em vez de raciocínio e lógica. Para outros, parece ser demasiado vago, sugerindo a desvalorização da matemática tradicional. Do mesmo modo, o termo *literacia* acarreta significados distintos: poderá significar conhecimentos elementares de leitura, escrita e cálculo ou poderá implicar as características que definem uma pessoa bem formada (letrada).

A literacia quantitativa pode ser considerada como a correspondente análoga da literacia verbal, no que respeita as competências necessárias a uma participação diligente e reflectida na sociedade actual. A um nível mais elementar, ensinamos a ler, escrever e calcular, o que constitui os objectivos primários das escolas básicas. Mas estas competências elementares já não são suficientes para suportar uma carreira bem sucedida ou uma participação activa na sociedade democrática contemporânea. Os cidadãos letrados de hoje requerem padrões mais elevados — tanto na literacia como na numeracia —, de modo a reflectirem sobre assuntos expressados num conjunto complexo de formas verbais, simbólicas e gráficas. Além disso, precisam de confiança para se expressarem em qualquer destas novas formas de comunicação. No século vinte e um, ambas as literacias tornar-se-ão qualidades indissociáveis de uma pessoa letrada.

Formas de expressão da literacia quantitativa

Um outro olhar sobre a literacia quantitativa consiste em considerar não as suas definições, mas antes as suas aplicações ou as formas como se expressa. Muitas das suas utilizações são comuns e obviamente importantes, porém não constituem a verdadeira razão pela qual a numeracia é tão importante. Exemplos:

- Saber como dividir a conta do almoço por três;
- Comparar opções para empréstimos ou para compra de um automóvel;
- Ler e compreender as tabelas de calorias e nutrientes presentes em produtos alimentares;
- Verificar os movimentos da conta bancária e procurar possíveis fontes de erro;
- Analisar as proporções indicadas nas receitas de culinária e converter unidades de peso e volume;
- Saber fazer estimativas, mentalmente, de descontos, gorjetas e preços;
- Compreender os efeitos dos juros compostos;
- Interpretar os horários dos transportes e mapas.

Para os estudantes de hoje, e cidadãos de amanhã, são ainda mais importantes algumas expressões de maior sofisticação, associadas ao raciocínio quantitativo, que se tornaram comuns na nossa sociedade conduzida por números. Algumas servem primariamente objectivos pessoais, enquanto outras servem os objectivos de uma sociedade democrática. Juntas, fornecem um retrato diversificado da numeracia no mundo actual.

Cidadania

Praticamente todos os grandes assuntos de interesse público — desde a saúde à segurança social, desde a economia internacional às reformas do sistema social — dependem de números, projecções, inferências e do tipo de pensamento sistemático que constitui os alicerces da literacia quantitativa. Exemplos:

- Compreender que diferentes amostragens combinadas com estimativas estatísticas aumentam a precisão de um censo;
- Compreender que diferentes sistemas eleitorais (por exemplo, maioria absoluta, maioria relativa, proporcionais) podem influenciar os resultados das eleições;
- Compreender os riscos expressos em ordens de grandeza comparáveis e o significado de números de ordem de grandeza reduzida (por

Programa de Empréstimo

TEXAS INSTRUMENTS

education.ti.com/portugal

A Texas Instruments disponibiliza empréstimos de calculadoras e acessórios aos professores de matemática e ciências. Os empréstimos terão uma duração máxima de duas semanas, estão sujeitos à disponibilidade do material e tem como objectivo principal a realização de acções de formação e workshops.

Os seguintes **produtos** estão **disponíveis**:

- TI-83 Plus
- TI-89
- TI-92 Plus
- Voyage 200™
- Calculator-Based Laboratory™ (CBL™) System
- CBL 2™
- Calculator-Based Ranger™ (CBR™) System
- Cabri Geometry II™
- TI Presenter™

Poderá pedir sensores para a sua acção com o CBL. Pode pedir posters, transparências e literatura para distribuir aos participantes durante a sua acção.

Lista de Sensores	Ref #	Lista de Sensores	Ref #
Acelerómetro até 25g	ACC-DIN	Sensor de pressão de 0 a 2.1 atm	GPS-BTA
Acelerómetro de 3 eixos	3D-BTA	Detector de batimentos cardíacos	HRM-DIN
Barómetro	BAR-DIN	Microfone	MCA-CBL
Colorímetro	COL-DIN	Sensor de PH	PH-DIN
Conductividade	CON-DIN	Sensor de humidade relativa	RH-DIN
2 amperímetros e 2 voltímetros	CV-DIN	Monitor de radiações	SRM-DG
Temperatura	DCT-DIN	Termopar tipo K-temperaturas de -200 a 1400°C	TCA-DIN
Sensor de força de duplo alcançe	DFS-DIN	Sensor de luminosidade TI	CBL/CA/C
Sensor de electrocardiograma	EKG-DIN	Sensor de voltagem TI	CBL/CA/G
Monitor de batimentos cardíacos para exercício	EHR-DIN	Sensor de campo magnético	MG-DIN
Sensor de fluxo da água	FLO-CBL	Detector de movimento por ultrasons	MD-CBL

USUFRUIR DOS NOSSOS EMPRÉSTIMOS É GRÁTIS E FÁCIL!

As calculadoras e o ViewScreen™ (caso seja pedido), serão entregues pela nossa transportadora em mala própria, um dia ou dois antes do começo da sua acção. No fim, apenas terá de arrumar as calculadoras na mala, colar a etiqueta fornecida e telefonar para o serviço de entregas para fazer o levantamento.

Não se esqueça de nos contactar pelo menos com um MÊS DE ANTECEDÊNCIA.

CARTA: CSC (Centro de Suporte ao Cliente) C/o Sitel Belgium Woluwelaan 158–1831 Diegem — Bélgica

TELEFONE: 800 832 627 (número gratuito) | **FAX:** 21 424 51 30 | **E-MAIL:** ti-loan@ti.com | **INTERNET:** http://education.ti.com/portugal/apoio/pemprestimo/

Se quiser fazer o pedido por fax ou carta, por favor preencha o formulário seguinte:

Nome: ______ Escola e cursos ensinados: ______

Data do inicio da formação: ______ Data do fim da formação: ______

Telefone (escola): ______ Telefone (casa): ______

Morada: ______ Fax: ______

E-mail: ______

Produtos Necessários	Quantidade	C/ Viewscreen (Sim ou Não)

exemplo, 10 ppm ou 250 ppb);

- Compreender que determinados acontecimentos (como a propagação do cancro) poderão dever-se exclusivamente ao acaso;
- Analisar dados de natureza económica e demográfica para apoiar ou refutar propostas políticas;
- Compreender as diferenças entre taxas e alterações às taxas, como por exemplo, comparar um declínio nos preços com um declínio nas taxas de crescimento dos preços;
- Compreender o cálculo de médias ponderadas, usadas no acesso às faculdades ou na classificação de cidades, produtos, investimentos e equipas desportivas;
- Identificar, em inquéritos, algumas manifestações comuns de preconceitos ou tendências, tais como a existência de vocabulário pobre, de respostas fechadas (pré-fornecidas) e de questões politicamente correctas;
- Compreender que pequenas amostras podem traduzir correctamente a opinião pública, que erros de amostragem reduzem a sua precisão e que amostragens tendenciosas podem influenciar os resultados;
- Reconhecer que a aparente existência de distorções na contratação de funcionários ou na sua promoção pode ser um artifício da forma como os dados estão agrupados;
- Compreender os argumentos quantitativos presentes em panfletos políticos (por exemplo, sobre verbas escolares ou impostos);
- Compreender os resultados dos exames escolares apresentados em percentagem ou percentil e o seu significado, tendo em conta a qualidade das escolas.

Cultura

Do mesmo modo como se espera que homens e mulheres cultos possuam bases de história, literatura e arte, também deverão ter conhecimentos — pelo menos, em termos genéricos — sobre a história, a natureza e o papel da matemática na nossa cultura. Este aspecto da literacia quantitativa é mais frequentemente articulado nos objectivos estabelecidos pelas universidades, tendo em vista uma educação liberal. Exemplos:

- Compreender que a Matemática é uma disciplina dedutiva, em que as inferências só são verdadeiras se as premissas se verificarem;
- Compreender o papel desempenhado pela matemática na revolução científica e as funções que ainda hoje desempenha;
- Compreender as diferenças entre inferências dedutivas, científicas e estatísticas;
- Compreender o poder (e perigos) da utilização dos números na estruturação política da sociedade contemporânea;
- Compreender o significado histórico do zero e do valor posicional no nosso sistema numérico;
- Relacionar a história da matemática com o desenvolvimento da cultura e da sociedade;
- Compreender que as conjecturas influenciam o comportamento dos modelos matemáticos e saber como utilizá-los para tomar decisões.

Educação

Áreas científicas como a física, a economia e as engenharias sempre exigiram sólidos conhecimentos de cálculo. Hoje em dia, nestas áreas são igualmente importantes outros aspectos da literacia quantitativa (como a estatística e a matemática discreta). Contudo, já outras disciplinas académicas têm vindo a aumentar o seu grau de exigência, requerendo que os alunos possuam conhecimentos quantitativos significativos. Exemplos:

- A biologia exige conhecimentos de informática (para elaborar uma base de dados do genoma humano), de estatística (para apreciação de experiências laboratoriais), de probabilidade (para o estudo da hereditariedade) e da análise matemática (para determinação de taxas de desenvolvimento);
- A medicina exige alguns conhecimentos de estatística (para verificação de ensaios clínicos), de probabilidade (para comparar riscos) e de análise (para a compreensão do comportamento dos sistemas eléctricos, bioquímicos e cardiovasculares do nosso organismo);
- As ciências sociais atribuem cada vez mais importância a dados recolhidos através de inquéritos e censos ou presentes em registos históricos ou arqueológicos. Logo, a estatística torna-se tão indispensável nas ciências sociais, quanto a análise matemática nas engenharias;
- Os avanços científicos no estudo dos mecanismos do cérebro têm vindo a transformar a psicologia numa ciência biológica, que requer amplos conhecimentos de estatística, informática e de ainda outros aspectos quantitativos;
- O tremendo impacto da utilização de gráficos concebidos em computador nas artes visuais (cinema, fotografia, escultura) deve-se à aplicação de conhecimentos matemáticos, em particular da análise, geometria e algoritmos, numa área que, até então, se encontrava relativamente desprovida de números;
- A interpretação de acontecimentos históricos depende, cada vez mais, da análise de provas e evidências numéricas (fornecidas por estatísticas governamentais ou indicadores económicos) e da verificação e datação de artefactos;
- Até o estudo das línguas tem sido influenciado por metodologias lógicas e quantitativas, sobretudo na linguística, nas concordâncias e na recente área da tradução automática.

Profissões

À medida que a interpretação de dados se tem tornado cada vez mais relevante em decisões que afectam a vida das pessoas, espera-se agora que os profissionais de praticamente todas as áreas sejam versados na utilização de ferramentas quantitativas. Exemplos:

- Os advogados aplicam uma lógica meticulosa na defesa dos seus casos e servem-se de argumentos subtis sobre probabilidades para estabelecerem ou refutarem a designada "dúvida razoável";

- Os médicos necessitam de possuir conhecimentos estatísticos e capacidade para identificar e explicar riscos com clareza, de modo a obterem um "consentimento informado";
- Os contabilistas necessitam compreender leis e regulamentações complexas sobre ordenados e despesas, de modo a explicar e verificar as contas dos seus clientes;
- Os administradores escolares lidam frequentemente com assuntos complexos como a calendarização, orçamentos, inventários e planificações – todos eles possuindo uma variedade de dimensões quantitativas;
- Os jornalistas necessitam de conhecimentos sofisticados de natureza quantitativa (sobretudo de riscos, taxas, amostragens, inquéritos e dados estatísticos), de modo a desenvolverem um ponto de vista informado e crítico dos acontecimentos;
- Os chefes de cozinha recorrem a ferramentas quantitativas para planearem horários, compararem o lucro final com o preço dos ingredientes e para equilibrarem o valor nutritivo das refeições;
- Os arquitectos utilizam a geometria e os gráficos de computador para conceberem e desenharem estruturas, utilizam a estatística e as probabilidades para modelarem os seus aspectos práticos e a análise matemática para a compreensão dos princípios da engenharia.

Finanças

A boa administração do dinheiro constitui, provavelmente, o contexto mais frequente no qual a pessoa comum se depara com assuntos sofisticados de natureza quantitativa. Curiosamente, é também uma área fortemente negligenciada no tradicional currículo académico de matemática. Exemplos:

- Compreender a desvalorização e os seus efeitos na compra de um automóvel ou de equipamento informático;
- Comparar as diversas opções oferecidas pelos cartões de crédito, tendo em conta que as diferentes taxas de juros variam consoante os períodos de tempo considerados;
- Compreender a relação entre ganhos e tempo da aplicação nos planos de reforma;
- Compreender os benefícios da diversificação dos investimentos e da homogeneização de dividendos;
- Calcular os impostos e compreender as suas implicações em decisões financeiras;
- Estimar os custos, a longo prazo, da redução dos pagamentos fixos mensais do cartão de crédito;
- Compreender as relações entre os diferentes factores que afectam as hipotecas (por exemplo, amortizações extraordinárias, juros variáveis ou fixos, pagamentos mensais e prazos de duração);
- Utilizar a internet para planear viagens e tomar decisões com elas relacionadas (escolher destinos, fazer reservas);
- Compreender que não existem esquemas ou maneiras fáceis de ganhar a lotaria;
- Escolher planos de seguro, de reforma ou de finanças para a aquisição de uma casa.

Saúde

Dado que os pacientes começaram a participar, juntamente com os médicos, nas decisões sobre a sua saúde, e uma vez que o custo dos serviços médicos tem aumentado progressivamente, as competências quantitativas têm vindo a tornar-se cada vez mais necessárias neste importante aspecto da vida das pessoas. Exemplos:

- Interpretar estatísticas médicas e formular questões pertinentes acerca das diferentes opções de tratamento, tendo em conta os riscos conhecidos e as condições da sua saúde pessoal;
- Compreender as dosagens de fármacos e relacioná-las com o peso corporal, duração da medicação e a sua interacção com outros medicamentos;
- Pesar custos, benefícios e riscos de novos medicamentos publicitados;
- Compreender os termos e as condições de diferentes tipos de seguros de saúde. Verificar a exactidão de contas e pagamentos de seguros;
- Saber equilibrar quantitativamente os hábitos alimentares com exercício físico;
- Compreender o significado de expressões-chave contidas nos resumos médicos.

Administração

Muitas pessoas necessitam de competências quantitativas para administrarem pequenos negócios, organizações sem fins lucrativos ou mesmo para levarem a cabo as suas responsabilidades enquanto membros de conselhos e comités de empresas. Exemplos:

- Identificar padrões nos relatórios da empresa, de modo a detectar tendências de custos, vendas e procura;
- Desenvolver um plano de negócios que inclua custos, inventários e o número de empregados necessários para uma pequena loja;
- Determinar o ponto de equilíbrio entre a produção e a venda de um novo produto;
- Saber reunir e analisar dados, de modo a aumentar o lucro;
- Rever o orçamento de uma pequena organização sem fins lucrativos e compreender as suas tendências mais relevantes;
- Compreender as limitações de tirar conclusões a partir de dados contidos numa pequena amostra;
- Saber calcular os diferentes fusos horários e os câmbios de outros países.

Trabalho

Quase todas as pessoas usam, de alguma forma, instrumentos quantitativos no seu trabalho, nem que seja apenas para calcularem os seus salários e benefícios. Grande parte da numeracia necessária numa determinada função é específica da mesma, mas existe outra parte que não o é. Exemplos:

- Elaborar um calendário ou um diagrama em árvore para um projecto complexo;
- Pesquisar, interpretar e aplicar fórmulas relacionadas com a função desempenhada;
- Utilizar folhas de cálculo para modelar cenários distintos na venda de produtos e conceber gráficos que ilustrem essas diferentes opções;
- Compreender e utilizar a notação exponencial e escalas logarítmicas enquanto formas de medição;
- Utilizar e actualizar gráficos de controlo de qualidade;
- Optimizar redes de comunicação para desenvolver estratégias eficazes de planificação de procedimentos;
- Compreender a importância do controlo de qualidade realizado por meios estatísticos e compreender os processos de controlo estatístico.

As competências da literacia quantitativa

Sob uma perspectiva diferente e mais tradicional da literacia quantitativa, poderíamos igualmente elaborar uma lista das competências quantitativas que uma pessoa letrada deverá possuir na sociedade actual. Para muitos, uma lista de competências torna-se mais confortável que uma lista de elementos ou expressões, uma vez que as competências são imediatamente reconhecidas como algo que é ensinado e aprendido na escola. Além disso, muitos acreditam que as competências devem preceder as aplicações e que, uma vez apreendidas, essas competências poderão ser aplicadas quando necessárias. Infelizmente, uma quantidade de estudos sobre a natureza associativa da aprendizagem aponta bastantes imperfeições a esta abordagem. Para muitos alunos, as competências aprendidas fora de contexto tornam-se competências desprovidas de significado e utilidade. De modo a ser eficaz, o ensino e a aprendizagem das competências quantitativas devem ser realizados em contextos significativos e duradouros.

Apesar de tudo, uma lista de competências constitui uma mais valia para a nossa definição emergente de literacia quantitativa — trata-se de uma terceira dimensão, por assim dizer, que complementa as considerações anteriores, em termos de elementos e expressões. Uma lista de competências auxiliará os responsáveis pela educação a planearem o currículo escolar, abordando temas importantes, e os professores a avaliarem os conhecimentos adquiridos pelos alunos. Um apêndice ao relatório sobre literacia quantitativa da *Mathematical Association of America* (Sons, 1996) apresenta — com as devidas desculpas e advertências — o consenso entre os matemáticos acerca das competências especialmente relevantes para os cursos de literacia quantitativa. Esta lista inclui temas previsíveis de aritmética, geometria e álgebra, contidos em todos os currículos escolares, mas inclui também muitos temas novos, como estatística e optimização, que, geralmente, são apresentados aos alunos — quando o são — como facultativos.

De facto, muitas destas competências "facultativas" estão intimamente associadas a elementos e expressões da literacia quantitativa e incluem:

- *Aritmética:* ter facilidade em cálculos aritméticos simples e mentais; fazer estimativas de cálculos aritméticos; raciocinar com proporções; contar por vias indirectas (combinatórias).
- *Dados:* utilizar a informação transmitida por conjuntos de dados, gráficos e tabelas; fazer inferências a partir de dados; reconhecer a desagregação como um factor na interpretação de dados.
- *Informática:* utilizar folhas de cálculo, registar dados, fazer cálculos, elaborar gráficos, extrapolar, construir rectas ou curvas de regressão.
- *Modelação:* formular problemas, identificar padrões e tirar conclusões; reconhecer as relações existentes em sistemas complexos; compreender modelos lineares, exponenciais, multivariáveis e de simulação; compreender o significado de diferentes taxas de crescimento.
- *Estatística:* compreender a importância da variabilidade; reconhecer as diferenças entre correlação e causalidade, entre experiências realizadas ao acaso e observações científicas, entre a ausência de efeito e a ausência de efeitos estatísticos significativos (sobretudo com pequenas amostras), e entre significado estatístico e significado prático (sobretudo com amostras grandes).
- *Acaso:* compreender que coincidências igualmente improváveis são comuns; avaliar os riscos a partir das evidências observadas; compreender a importância da utilização de amostras recolhidas ao acaso.
- *Raciocínio:* usar um pensamento lógico; reconhecer os níveis de rigor usados nos métodos de inferência; verificar hipóteses; fazer generalizações com rigor e cautela.

O que distingue estes tópicos daqueles que se encontram em alguns testes ou cursos especialmente concebidos para transmitirem um determinado tipo de matemática ou conhecimentos quantitativos, constitui a distinção típica entre literacia quantitativa — que dá ênfase à utilização da matemática e da lógica na resolução de problemas do dia-a-dia — e aquilo que designamos por *literacia matemática* — que dá ênfase à utilização de vocabulário e instrumentos matemáticos tradicionais. De facto, é frequente que uma pessoa familiarizada com uma ferramenta matemática ou estatística (por exemplo, a fórmula do desvio padrão) não saiba quando aplicá-la numa situação real — ou, igualmente importante, quando não a deve aplicar. Do mesmo modo, é frequente que uma pessoa habituada a utilizar a fórmula do desvio padrão num contexto específico (no controlo da qualidade, por exemplo), não reconheça o mesmo conceito quando surgido em contextos diferentes (como num curso de economia).

A Literacia Quantitativa Contextualizada

Contrariamente à matemática, à estatística e a bastantes outros tópicos escolares, a literacia quantitativa é indissociável do seu contexto. Sob esta perspectiva, assemelha-se mais à escrita do que à álgebra, ou mais à oralidade do que à história. A numeracia não possui nenhum conteúdo próprio, mas herda-o do contexto em que se encontra.

Outra grande diferença, em relação à matemática, estatística e muitas outras ciências, é que a numeracia cresce mais na horizontalidade do que na verticalidade. A matemática sobe os degraus da abstracção para observar, de uma altura suficiente, padrões comuns em coisas aparentemente distintas. A abstracção é o que torna a matemática tão poderosa; é o que permite que os métodos derivados de um contexto possam ser aplicados em outros contextos. Mas a abstracção não é um objectivo da numeracia; em vez disso, a numeracia está vinculada ao específico, dispondo de todos os aspectos relevantes do seu contexto para chegar a conclusões.

De modo a permitir que os estudantes se tornem quantitativamente letrados, os professores deverão encorajá-los a observar e a aplicar a matemática em tudo o que façam. A numeracia é conduzida por assuntos e temas importantes nas vidas e trabalho das pessoas comuns e não pelas eventuais necessidades de uma minoria, que venha a empregar profissionalmente os seus conhecimentos de matemática e estatística. No ensino da literacia quantitativa, o conteúdo deverá ser indissociável da pedagogia e o contexto inseparável do conteúdo. Felizmente, e dado que a numeracia é omnipresente, não faltam oportunidades para o seu ensino ao longo do currículo escolar. Os alunos só desenvolverão hábitos mentais característicos de pessoas quantitativamente letradas se, aquando da aprendizagem, se confrontarem com elementos e expressões quantitativas em contextos reais e com significado. A numeracia, à semelhança das outras literacias, é da responsabilidade de todos.

Os desafios da literacia quantitativa

A penetração da numeracia nos múltiplos aspectos da vida das pessoas — desde a educação, trabalho e saúde à cidadania e finanças — coloca-nos perante um fenómeno de evolução rápida que, na melhor das hipóteses, mal compreendemos. Os cidadãos americanos têm levado décadas, até mesmo séculos, a reconhecer a importância pública da literacia. São comuns as campanhas a favor da literacia, que actualmente se incluem nas prioridades políticas. Contudo, não se verifica a mesma preocupação pública relativamente à numeracia, com excepção das obsessões sobre os resultados dos exames nacionais e cálculos das médias para ingresso no ensino superior, por parte de pessoas mal informadas (e iletradas). O público parece não entender que, cada vez mais, lhe são exigidos conhecimentos de literacia quantitativa, nem tão pouco as consequências da amplitude desta iliteracia.

Ironicamente, a apatia pública face à iliteracia pode ser ela própria uma consequência disso. Quem nunca experimentou o poder do pensamento quantitativo, frequentemente subestima a sua importância, especialmente para a sociedade de amanhã. Contrariamente, por que a problemática tem sido a peça chave do currículo, a maioria dos adultos reconhece a sua importância mesmo sem se sentir à vontade sobre a sua verdadeira natureza. Mas, como vimos, a numeracia não é matemática e a opinião pública sobre a formação matemática não se transfere automaticamente para a necessidade de literacia quantitativa.

Por este motivo, um desafio-chave nas campanhas pró literacia numérica é a mobilização de vários profissionais para quem a literacia numérica seja particularmente importante. A qualidade dos serviços médicos, por exemplo, depende de pacientes numericamente letrados, tal como a implementação de medidas políticas sensatas depende de cidadãos numericamente letrados. Os dirigentes responsáveis pela educação, economia e política têm interesse na existência de uma população numericamente letrada (mesmo que, por vezes, se aproveitem da ignorância do público para promover produtos ou políticas questionáveis). Porém, e naturalmente, estes dirigentes dão importância aos instrumentos já existentes, como a matemática tradicional, os exames nacionais, os exames e as médias de acesso e ingresso nas universidades e (ocasionalmente) os requisitos universitários para conclusão da licenciatura.

Se, de facto, a literacia quantitativa se tornar cada vez mais importante e necessária, o que parece ser inevitável (ainda que de maneiras distintas em diferentes grupos), um segundo desafio será ampliar os tradicionais instrumentos usados nas políticas de educação, de modo a dar relevo à literacia quantitativa. De facto, à medida que o século vinte e um se desenrola, a literacia quantitativa passará a ser assimilada não apenas como uma pequena variação do que as gerações do século vinte experimentaram, mas como uma medida vantajosa e radicalmente inovadora, com a qual passaremos a abordar, de forma bem diferente, a educação, a política e o trabalho.

Nota

[1] As referências bibliográficas deste artigo podem ser consultadas no endereço electrónico referido na apresentação do artigo.

Tradução
Magda Bensabat

Revisão
Fátima Guimarães
Fernando Nunes

Quota 2002

No ano de 2002 o valor da quota é de €42.00 para professores, €30.00 para estudantes (só considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e €46.00 para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27–A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Nome: ____________ Sócio nº: ____________
Morada: ____________
Código Postal: ____________ Distrito: ____________
Telefone: ____________ Email: ____________
Data de Nascimento ___/___/___ Nº de Contribuinte: ____________
Nº do B.I. ____________ Arquivo: ____________ Data de emissão: ___/___/___
Ano em que começou a leccionar: ____________ Nível de ensino: ____________
Categoria profissional: ____________
Escola: ____________
Morada: ____________
Telefone: ____________ Email: ____________

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ____________ autorizo que seja debitado no meu cartão
número I__I__I__I__I I__I__I__I__I I__I__I__I__I I__I__I__I__I cvv I__I__I__I *

Visa ☐ VISA **MasterCard** ☐ MasterCard

Validade ____________ o valor de ____________ correspondente a ____________
____________ Data ___/___/___

Assinatura ____________

*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura

Assinatura da Revista Quadrante

☐ Sócio(a)	€9.98
☐ Sócio(a) residente no estrangeiro	€12,47

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até €12.47 — 20%; de €12.47 a €24.94 — 15%; mais de €24.94 — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice