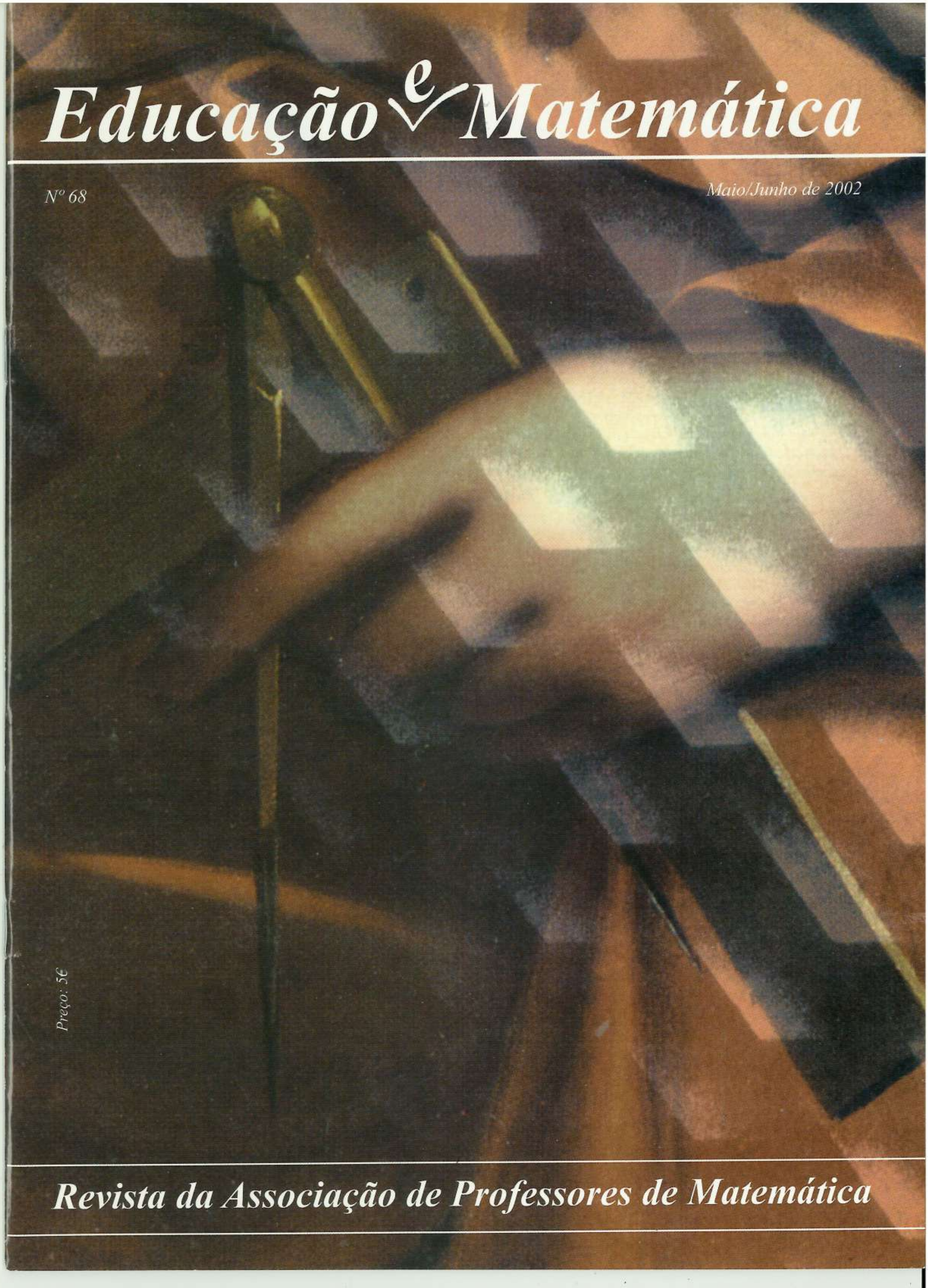
Educação e Matemática

Nº 68

Maio/Junho de 2002



Preço: 5€

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre a capa

A capa deste número é dedicada à secção *Matemática e Profissões*. Uma vez que seria impossível representar objectivamente a diversidade desta relação, optou-se por uma referência à dicotomia entre o conhecimento prático e o teórico. Para tal recorreu-se a detalhes da obra *Alegoria da Geometria* de Laurent de la Hire (1649), actualmente em exibição no Toledo Museum of Art no Ohio.

Neste número também colaboraram

Alice Tinoco, Branca Silveira, Elsa Fernandes, Hugo Lopes Menino, Irene Segurado, Isabel Viana, João Filipe Matos, José Luís Ramos, Maria do Céu Silva, Maria João Bruno, Nuno Lavado, Pedro Alberto, 1° Grupo da Esc. Sec./3°CEB da Batalha e Departamento de Matemática da Esc. Sec. A. Calazans Duarte.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Junho de 2002.

Correspondência — A revista tem novo e-mail!

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27 - A, 1500-236 Lisboa
Tel: (351) 217163690
Fax: (351) 217166424
e-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

nº 68
Maio/ Junho de 2002

E agora?

A redacção da revista Educação e Matemática

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Joana Brocardo

Sub-Directora
Adelina Precatado

Redacção
Alice Carvalho
Ana Paula Canavarro
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Paginação e Pré-Impressão
Gabinete de Edição da APM
Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Tiragem
5200 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez
Impressão
Scarpa impressores
N.º de Registo: 112807
N.º de Depósito Legal: 72011/93

Nas reuniões da redacção da revista temos sempre muitos assuntos para tratar: discutir os temas que gostaríamos de privilegiar, programar o trabalho a realizar, fazer o ponto da situação da revisão dos artigos que recebemos, analisar as revistas saídas, discutir formas de melhorar o nosso funcionamento, ... E, se os assuntos a tratar são muitos, o tempo, esse, é sempre pouco... Comentar as últimas medidas e intenções oficiais relacionadas com a educação acaba por ser uma actividade latente. Mas na última reunião decidimos que o editorial desta revista seria da autoria da redacção. Porquê? Porque sentimos que deveríamos reflectir sobre o *E agora?* que nos passa pela cabeça quando vamos ouvindo as medidas governamentais relativas à educação. De facto, nas nossas reuniões, vamos respondendo a muitos *E agoras?* mais pragmáticos ... mas, neste editorial, gostávamos de nos centrar num outro *E agora?*.

Os três últimos editoriais da revista abordam ideias que gostaríamos de retomar, uma vez que acreditamos que constituem rumos em que vale a pena continuar a investir. Sobre a reorganização curricular do Ensino Básico ... diz-se que continua, mas ninguém parece saber ao certo se ela vai ou não ser iniciada em 2002, tal como previsto, de forma generalizada, no 7º ano. Entretanto, nos últimos tempos e sobretudo durante este ano, fomos ganhando alguma experiência de romper as fronteiras características das "escolas aos quadradinhos" de que nos falava a Rita Bastos na revista nº 65. Vamos desperdiçar esta experiência?

Sobre a Revisão do Ensino Secundário ... depois da longa história que teve este processo e que a Paula Teixeira resume no editorial da revista nº 66, o quadro ainda é mais negro do que ela considerava como sendo "a pior das soluções". Não se adia somente a implementação da revisão: diz-se que ela está suspensa, sem se perceber o porquê, o para quê e o que virá... Não teremos uma palavra a dizer sobre isso?

Como lembra o Fernando Nunes, no editorial da última revista, a APM, em 1988, definiu um conjunto de princípios e orientações curriculares que marcaram a actividade da Associação e tiveram claras repercussões em vários dos aspectos contemplados nos programas de Matemática generalizados em 1991. Talvez que a nossa possibilidade de intervenção seja, pelo menos nos tempos mais próximos, mais deste tipo. Em Setembro não iremos preparar as mudanças previstas há uns meses para o novo ano lectivo. Independentemente do muito, ou pouco, que se ganharia, ou ganhou, consideramos, como refere o presidente da APM, que seria imprescindível avaliar o que está proposto e avançar a partir daqui. Mas, depois do espaço que temos de nos dar para recuperar forças, estaremos (de novo) preparados para questionar, criticar, indicar rumos. Teremos de continuar a afirmar o que queremos, a tentar melhorar o que está mal, a trabalhar nas escolas, a discutir com os colegas, a desenvolver projectos, enfim, a procurar promover um debate e uma prática que contribua para melhorar a educação matemática dos nossos alunos.

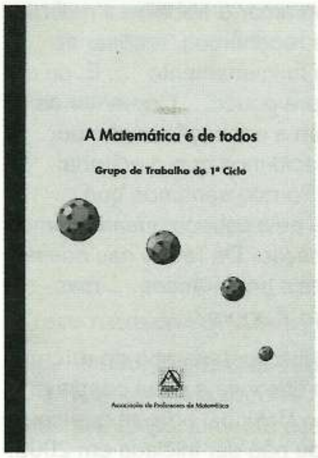
Por cá, na redacção da revista, iremos procurando dar contribuições para encontrar respostas possíveis ao *E agora?*. A revista temática sobre literacia matemática estará pronta na altura do ProfMat, a secção Matemática e Profissões continuará a dar-nos conta de aspectos e práticas interessantes relacionados com este tema, continuaremos a reflectir sobre as Actualidades, a divulgar materiais e experiências, a discutir temas, a publicar pontos de vista, ...

E agora? O Fernando Nunes, no último editorial, dizia "e segue". Que acrescentar? Apenas, que há que ganhar novo alento e *seguir com mais força*!

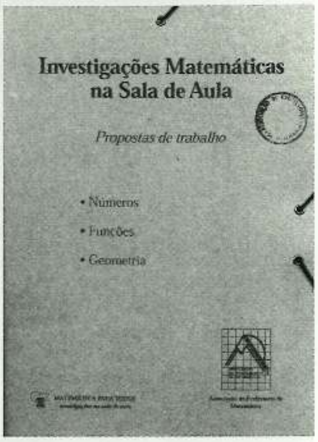
APM — Publicações

Colecção de Pastas de Actividades e Materiais

Conjunto de propostas de actividades e materiais já experimentados na sala de aula, que poderão ser adaptados em conformidade com os alunos. Estas propostas incidem sobre alguns dos conteúdos programáticos dos diversos níveis de escolaridade e itens de exploração, investigação e descoberta.



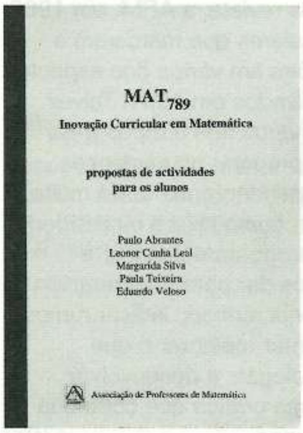
A Matemática é de Todos, APM, 2001
PVP: € 20,95
Sócio: € 10,47



Investigações Matemáticas na Sala de Aula: Proposta de Trabalho, APM, 1998
PVP: € 25,94
Sócio: € 12,97

Publicações com Actividades para a Sala de Aula

O projecto MAT789 desenvolveu, durante vários anos, um trabalho que constituiu na concepção, experimentação e avaliação de um currículo inovador de Matemática para o 7°, 8° e 9° anos. Esta publicação reúne materiais usados pelos alunos (os quais podem sugerir ideias para novas actividades de aprendizagem), sequências de fichas de trabalho relativas à maior parte das unidades temáticas e testes em duas fases.



MAT$_{789}$ — Inovação Curricular em Matemática: Propostas de Actividades para Alunos

Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal, Margarida Silva, Paula Teixeira e Eduardo Veloso, 1997
PVP: € 14,96
Sócio: € 7,48

A Aprendizagem da Matemática e o Jogo
António Júlio César de Sá, 1995
PVP: € 14,96
Sócio: € 7,48

A Aprendizagem da Matemática e o Jogo faz a ponte entre jogos matemáticos e aprendizagem, desde a perspectiva teórica até aos exemplos práticos de jogos matemáticos praticados por alunos. Nesta publicação podemos, também, encontrar extractos de interacções entre os alunos quando jogaram alguns destes jogos. Após uma parte em que os jogos são analisados pormenorizadamente, temos outra na qual nos são mostrados vários jogos que podemos utilizar na nossa sala de aula.

Equações no *Libro de Algebra* de Pedro Nunes

Maria do Céu Silva

Este ano, em que se completam 500 anos sobre a data do nascimento de Pedro Nunes, queremos lembrar aqui as seguintes palavras suas: "A sciência não trata só das coisas que são somente imaginárias ou impossíveis: mas das certas e verdadeiras: as quaes todas tem nome em qualquer lingoagem por mui barbara que seja." *in* Dedicatória do Tratado da Shpera.

Apontamentos biográficos de Pedro Nunes

Ainda nos finais do século XIX a biografia de Pedro Nunes era praticamente ignorada ([8], p.37) e o que sobre ela se escrevia estava cheio de inexactidões. Documentos autênticos poucos se conheciam e alguns deles não se referiam ao nosso matemático, mas a homónimos seus que viveram na mesma época e que com ele eram confundidos pelos estudiosos. Embora alguns aspectos da sua biografia sejam ainda hoje desconhecidos, sabe-se que nasceu em 1502 em Alcácer do Sal, pois ele mesmo o declara em *Opera quae complectuntur*, publicada em 1566 "*... anno Domini 1502 quo ego natus sum ...*". Em rigor não se sabe quem foram os seus pais ([3], p.9) e se teve ou não irmãos, mas supõe-se que era cristão novo.

Também dos seus primeiros estudos não existem indicações precisas, mas fê-los em Portugal. Depois, terá ido para Salamanca onde viveu, estudou como aluno livre, e casou, em 1523, com Guiomar de Árias. Joaquim de Carvalho ([2], p. 371) admite que Pedro Nunes deve ter ido ainda muito jovem para esta cidade. Como curiosidade, cita-se o apontamento que fez, referindo-se ao manuscrito dos *Libros del Saber* de astrologia, de Afonso o Sábio: "... Não é crível que [P.N.] tivesse examinado este manuscrito pelos anos em que frequentou a Universidade de Salamanca (1521?, 1525?) porque tais curiosidades e canseiras não são normalmente toleradas pela verdura dos anos e pelos impulsos e aspirações de quem felizmente vive mais como estudante do que como estudioso..." .

De qualquer modo, já por volta de 1525 devia ter regressado a Portugal, pois quando em 16 de Novembro de 1529 foi nomeado Cosmógrafo do Reino, já era bacharel em Medicina pela Universidade de Lisboa. Em Dezembro desse ano foi incumbido da regência da cadeira de Filosofia Moral da Universidade de Lisboa, em Janeiro de 1530 foi incumbido da cadeira de Lógica, e nos dois anos seguintes, da de Metafísica ([1], p.16). Em 1532 abandonou esta instituição de ensino, mas nessa altura já tinha aceite o convite que o rei D. João III lhe endereçara para ser mestre dos seus irmãos, os infantes D. Luiz e D. Henrique, tarefa que terá desempenhado durante cerca de dois anos ([2], p.297). Dos conteúdos das lições e do tempo que a elas dedicava não há informações precisas, mas os *Elementos* de Euclides, o *Tratado da Esfera* de Sacrobosco, as *Teóricas dos Planetas* de Purbáquio, o *Almajesto* de Ptolomeu, a *Mecânica* de Aristóteles e a Cosmografia estavam entre os assuntos estudados ([5], pp.297-303).

Em 16 de Outubro de 1544 foi nomeado lente da cadeira de Matemática na Universidade de Coimbra e em 22 de Dezembro de 1547 foi promovido a Cosmógrafo-Mor do reino.

Em 1572, foi encarregado pelo Rei D. Sebastião de proceder à reforma dos pesos e medidas. Faleceu a 11 de Agosto de 1578, em Coimbra, uma semana após a batalha de Alcácer-Quibir.

Pedro Nunes é sobretudo conhecido pelas obras que publicou. Entre elas citamos o *Tratado da Esfera* (publicado em 1537, em Lisboa, e dedicado ao infante D. Luiz), o *De Crepusculis* (publicado em 1542, em Lisboa, e dedicado ao rei D. João III) e o *Libro de Algebra en Arithmetica e Geometria*[1] (publicado em 1567, em Antuérpia, e dedicado ao cardeal D. Henrique).

Apesar de publicado em 1567, o *Libro de Algebra* começou a ser escrito cerca de 30 anos antes. Os textos então mais divulgados onde o assunto era tratado eram as obras dos italianos, Pacioli, Cardano, e Tartaglia. Em Portugal, o primeiro livro de matemática impresso foi o *Tratado da Pratica Darismetica*, por Gaspar Nicolas (1519). Era um manual prático com regras para as quatro operações aritméticas elementares, para a raiz quadrada e fracções, em que para os problemas apresentados as soluções eram indicadas sem qualquer explicação. O segundo livro de matemática só apareceu passados trinta e seis anos, foi o *Tratado da Arte d'Aritmetica*, publicado em 1555 por Bento Gonçalves.

Nos princípios do século XX, Bosmans ([1], p.222) afirmava: "A Álgebra de Nunez é hoje muito pouco conhecida, para não dizer completamente ignorada. Teve, contudo, o seu momento de glória, e teve-o justamente. Simon Stevin, Adrien Romain, Guillaume Gosselin, por exemplo, juízes competentes, falam dela em termos elogiosos. Donde vem, então, a falta de atenção dos historiadores de matemática? Há para isso uma razão; a extrema raridade da obra. E não há outra pois a obra de Nunes é, sob todos os pontos de vista, notável."

Abramos o Libro de Algebra

Desde logo ficamos a saber que Pedro Nunes escreveu esta Obra porque reconhecia que a álgebra, "abreviando as ideias e arranjando-as de uma forma natural", era de grande utilidade para a invenção de toda a espécie de teoremas e para a resolução de problemas e que o seu conhecimento se justificava numa cidade como Lisboa, em que o comércio era a actividade dominante. Diz Pedro Nunes: "O meio de que usamos para alcançar este fim é a igualdade. As principais quantidades a que por discursos demonstrativos procuramos esta igualdade, somando-lhe ou retirando-lhe quanto convém, como quem põe na balança, são três: Número, Coisa, Censo." (Lembramos que coisa e censo designam, como era tradição italiana na época, a incógnita e o seu quadrado, respectivamente).

O *Libro de Algebra* é constituído por três partes principais, duas das quais inteiramente dedicadas à resolução da equação do 2° grau, e termina com uma Carta aos leitores, onde o autor faz diversas considerações sobre a resolução da equação do 3° grau. É, também, nesta Carta que Pedro Nunes nos fala das preocupações de carácter didáctico que teve na elaboração da obra, dizendo a esse respeito ([6], p.393): "Eu neste meu livro levo sempre ordem, e os casos de Aritmética e Geometria que são mais fáceis, vão como "iguaria", que é a doutrina de Aristóteles, e tanto nos fáceis como nos difíceis trago os discursos necessários. Demonstro todas as Regras que uso e não refiro outro autor que não seja Euclides, e onde convém, nem trago mais do que o necessário".

Vejamos, então, como Pedro Nunes faz o estudo das equações de grau não superior a 2.

As equações do 2° grau no *Libro de Algebra*

Como atrás dissémos, estas equações são tratadas no *Libro de Algebra* em dois momentos diferentes. Na Parte Primeira (com apenas 23 folhas), o autor parece ter tido a intenção de fazer uma introdução elementar que preparasse os leitores que apenas pretendessem ficar com um conhecimento básico do assunto e motivasse os mais interessados, mostrando-lhes a importância da álgebra e cativando-lhes a atenção para uma abordagem mais detalhada. Ao retomar estas equações, na Terceira Parte Principal (constituída por 200 folhas), Pedro Nunes fez um estudo mais profundo, dando novas demonstrações e apresentando muitos e variados exemplos de aplicação não só à aritmética (como acontecia na Primeira Parte) mas também à geometria. As aplicações à aritmética têm, ao contrário do que era costume na época, o carácter de exercícios abstractos sobre números ([7], pp.4-5) desligando-se o autor da geometria, à qual recorre apenas para fazer a prova dos resultados que estabelece.

Os seis capítulos que constituem a Parte Primeira têm por objecto o estudo das *conjugações* (que são as seis versões da actual forma canónica das equações de grau não superior a dois, envolvendo apenas coeficientes positivos) com o consequente estabelecimento e demonstração das respectivas regras de resolução.

Nesse estudo são considerados dois tipos de conjugações, descritos na Tabela 1.

E é usada a seguinte metodologia:

Cada conjugação é tratada por sua vez, sendo, em cada caso, indicada uma regra geral, formulada em linguagem comum, para a sua resolução; em seguida é dado um exemplo de aplicação da regra e feita a verificação do resultado; depois, a regra é praticada com um problema cuja matematização conduz à conjugação em causa; por fim é feita uma primeira demonstração à qual se segue uma segunda, que no seu entender é "mais perfeita". Ambas as demonstrações são extensas, detalhadas e com suporte geométrico.

Figura 1. Reprodução de um selo emitido em 1978 (400 anos sobre a data da morte de Pedro Nunes). Nela podem ver-se, entre outros elementos, uma operação envolvendo duas expressões do 2° grau, em álgebra sincopada, utilizada por Pedro Nunes. As expressões parecem ser: *30.p.15.co.p.2.ce*, *3.m.12.co.p.7.ce* e uma parte do resultado (suposta soma), *.p.3.co.p.9.ce*. Em notação usual, essas expressões escrevem-se: $30 + 15x + 2x^2$, $3 - 12x + 7x^2$ e $+3x + 9x^2$.

Tabela 1.

Conjungações simples		Conjungações compostas	
Censos iguais a coisas	$ax^2 = bx$	Censo e coisas iguais a número	$x^2 + bx = c$
Censos iguais a número	$ax^2 = c$	Coisas e número iguais a censo	$bx + c = x^2$
Coisas iguais a número	$bx = c$	Censo e número iguais a coisas	$x^2 + c = bx$

(A segunda e a quarta colunas são as versões moderna da primeira e terceira.)

A título de exemplo, mostramos como esta metodologia é posta em prática para o caso da 4ª conjugação, a primeira das compostas.

1° — É enunciada a conjugação e indicada a respectiva regra:

"Quando um censo e as coisas forem iguais a número, multiplicaremos metade do número das coisas por si mesmo, criando quadrado, e a este quadrado juntaremos o número proposto, e de toda a soma tomaremos a raiz. Dessa raiz tiraremos a metade do número das coisas, e ficará manifesto o valor da coisa". ([6], p.2)

Seguindo as indicações de Pedro Nunes, e utilizando a notação usual, o texto anterior propõe que se proceda do seguinte modo: Dada a equação $x^2 + px = q$, calcular sucessivamente,

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2, \ \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q, \ \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q}, \ \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$$

O valor da incógnita é

$$\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 + q} - \frac{p}{2}$$

2° — A regra geral é aplicada ao seguinte exemplo:

"Suponhamos que um censo e dez coisas são iguais ao número 56 e queremos saber o valor da coisa".

O que temos a fazer é: calcular

$$5^2 = 25, \ 25 + 56 = 81, \ \sqrt{81} = 9, \ 9 - 5 = 4\,.$$

O valor da coisa é 4.

A este procedimento, segue-se a verificação, nos seguintes termos: "E assim é, porque, sendo 4 o valor da coisa, será o quadrado 16 que junto a 40 que é o valor de 10 coisas, fará 56 que se supôs serem iguais a 1 quadrado e 10 coisas."

3° — A regra é aplicada à resolução do problema:

"Partamos 60 por um número tal que o que vier na partição exceda o partidor em 4".

Este problema, que em termos actuais pode ser traduzido por $60/x = x + 4$, conduz à equação $x^2 + 4x = 60$, cuja solução, de acordo com a regra dada, é 6.

4°- Esboço da primeira demonstração da conjugação $x^2 + px = q$.(Ver Figura 2.)

Tomar ab igual a $p/2$ e prolongar ab até c, obtendo bc, um lado do quadrado desconhecido, x.

Construir o quadrado sobre ac e decompô-lo em dois quadrados $(hfye)$ e $(bcgf)$ (de lados iguais a ab e bc, respectivamente) e dois rectângulos iguais $(abfh)$ e $(fgdy)$.

Por ser ab igual a $p/2$ e bf igual a x, a área dos dois rectângulos $(abfh)$ e $(fgdy)$ é px. Como a soma desta área com a área do quadrado de lado bc é q (conhecido), então a área do quadrado de lado ac é igual à soma de q com a área do quadrado de lado ab, isto é, $ac^2 = q + ab^2$ (onde, como vimos, ab e q são conhecidos). Daqui se conclui que: $ac = \sqrt{q + ab^2}$ e, portanto, $bc = \sqrt{q + ab^2} - ab$ (ou seja,

$$x = \sqrt{q + \left(\frac{p}{2}\right)^2} - \frac{p}{2}).$$

Esta demonstração, que não é inovadora, apoia-se em *Elementos* de Euclides (Prop. II, 4).

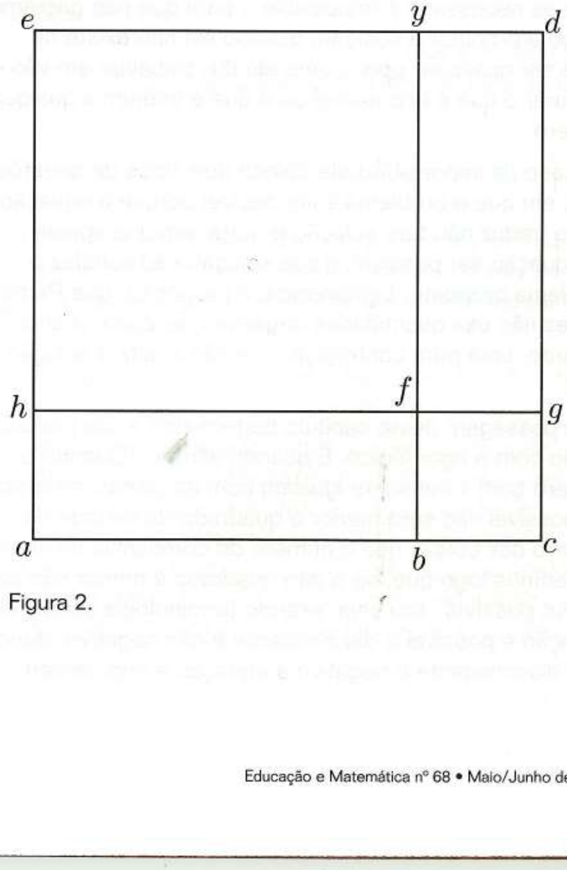


Figura 2.

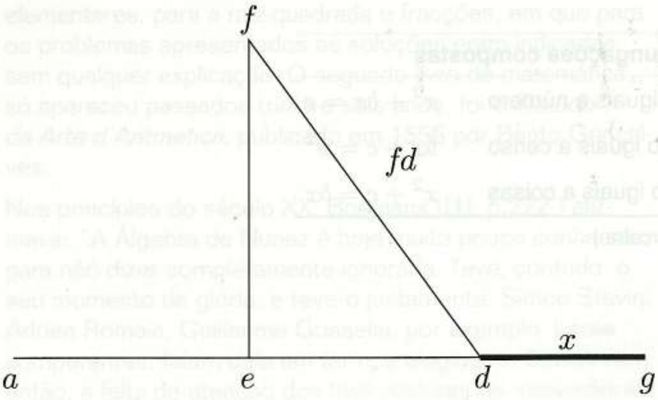


Figura 3.

5º — Esboço da segunda demonstração da conjugação $x^2 + px = q$. (Ver Figura 3.)

Tomar um segmento ad, de comprimento p, e designar o seu ponto médio por e. Marcar na perpendicular a ad, por e, um segmento de comprimento $\sqrt{q}$, obtendo o ponto f. Determinar o ponto g como intersecção da semi-recta ed com a circunferência de centro e e raio fd. Então, $x = dg$.

Como $fd^2 = ef^2 + ed^2$ e $fd = eg$, então $eg^2 = ef^2 + ed^2$; substituindo nesta expressão eg por $ed + dg$ e simplificando, vem: $dg^2 + p \cdot dg = q$.

Logo, dg é a solução.

Pedro Nunes inclui nesta Parte um capítulo no qual dá indicações para reconhecer se o caso que estamos a tratar é impossível ou indeterminado: "Como conosceremos si el caso es necessario o impossible", para que não gastemos tempo a procurar a solução, quando ela não existe ou pode ser qualquer; pois, como ele diz, trabalhar em vão é procurar o que é impossível ou o que é comum a qualquer número.

No caso da impossibilidade coloca dois tipos de questões: uma, em que o problema é impossível porque a equação que o traduz não tem solução e outra, em que apesar da equação ser possível, a sua solução não satisfaz o problema proposto. Lembremos, a propósito, que Pedro Nunes não usa quantidades negativas, às quais chama "um absurdo, uma pura contradição", e não aceita a solução nula.

Uma passagem deste capítulo testemunha a sua preocupação com o rigor lógico. É quando afirma: "Quando o número com 1 censo se igualam com as coisas, se o caso for possível não será menor o quadrado da metade do número das coisas que o número de companhia do censo e inferimos logo que, se o dito quadrado é menor não será o caso possível" (ou seja, usando terminologia actual, se a equação é possível o discriminante é não negativo, donde, se o discriminante é negativo a equação é impossível).

Como atrás referimos, só na Terceira Parte Principal do *Libro de Algebra* Pedro Nunes volta a tratar equações do segundo grau, explicando o que fazer para as reduzir a uma das conjugações. A este respeito diz: "E quanto à ordem que devemos ter no igualar, parece coisa mais razoável que, primeiramente se compensem os defeitos, se os houver, e depois se reduza o redundante, que for comum a ambas as quantidades, pois embora não haja inconveniente em trocar a ordem, é aquela mais fácil de entender". Assim, por exemplo, se tivermos $3x + 20 - x^2 = 10$, compensamos o defeito, que é x^2, somando x^2 a ambos os membros; obtemos $3x + 20 = 10 + x^2$. Em seguida, reduzimos o redundante, que é 10, subtraindo 10 a ambos os membros; obtemos $3x + 10 = x^2$.

As equações de grau superior a 2 no *Libro de Algebra*

É na Terceira Parte Principal e no Posfácio (em que Pedro Nunes se dirige aos leitores) que aparecem referências às equações de grau superior a dois.

Algumas destas equações são tratadas com generalidade, como por exemplo, as do tipo $ax^m = bx^n$, para as quais é indicado um processo igual ao que hoje utilizamos, e que em geral passa pela extracção da raiz. Mas, na maioria dos casos, o autor indica um procedimento que lhe permite reduzir as equações em causa a uma das conjugações. É o que acontece com as equações dos tipos: $ax^{n+2} + bx^{n+1} + cx^n = 0,\ x^{2n} + ax^n + b = 0$ e $ax^4 + bx^2 \pm cx^3 = d$, com $c = 2\sqrt{a}\sqrt{b}$.

Para as primeiras, divide por x^n; para as segundas, faz a substituição $x^n = y$; e para as últimas, em cujo primeiro membro reconhece o quadrado de um binómio, extrai a raiz quadrada.

Sobre este último caso Pedro Nunes dá dois exemplos curiosos.

Um é o da equação $4x^4 + 9x^2 + 12x^3 = 196$ que, por extracção da raiz quadrada a ambos os membros, transforma em $2x^2 + 3x = 14$; o outro é o da equação $9x^4 + 16x^2 - 24x^3 = 225$ que, à semelhança da anterior, transforma em $3x^2 - 4x = 15$, concluindo que $x = 3$. Porém, aqui, detém-se para observar que, se tomar para raiz de $9x^4 + 16x^2 - 24x^3$ o binómio $4x - 3x^2$, em vez do seu simétrico, é conduzido à equação $4x - 3x^2 = 15$, que não tem solução. Este facto deixa-o confuso, como pode depreender-se das suas palavras ([6], p.161): "E nesta parte notaremos uma coisa muito digna de se saber, e que é muito difícil, e muito estranha ao nosso entendimento, pelo pouco exercício que temos nas subtilezas da Aritmética". Contudo, logo de seguida o problema é ultrapassado e a resposta é dada nos seguintes termos ([6], p.161): "Assim como $9x^4 + 16x^2 - 24x^3$ tem duas raízes, assim também 225 tem duas raízes, uma é $+15$ e a outra é -15".

Não quisemos deixar de mencionar este caso paradigmático, que mostra como a sua experiência na manipulação algébrica o fez reflectir sobre importantes aspectos aritméticos.

Para resolver equações do terceiro grau Pedro Nunes recorre a várias estratégias, como somar um número conveniente a ambos os membros da igualdade ou dividir polinómios, com o fim de conseguir um abaixamento de grau; e aconselha o leitor que queira por em prática este processo, sem grande esforço, a compor e memorizar uma tábua de produtos de polinómios do tipo $(ax+1)(x+b)$ com a,b=1,2,...,10.

A propósito das equações do tipo $x^3 = ax + c$, quando $a = c + 1$, o número que soma a ambos os membros é 1 (é o que convém), para em seguida, cada um deles ser divisível por $x + 1$; mas se, em vez disso, for $2a = c + 2^3$, o número passa a ser 8, e o polinómio divisor é $x + 2$.

Como exemplo de aplicação toma a equação $x^3 = 7x + 6$, que está nos dois casos referidos. De facto, somando 1 a ambos os membros obtém $x^3 + 1 = 7x + 7$, que se transforma na conjugação $x^2 = 6 + x$ depois de dividir ambos os membros por $x + 1$; ou, em alternativa, somando 8 a ambos os membros, obtém $x^3 + 8 = 7x + 14$, que depois de dividida por $x + 2$, dá $x^2 = 2x + 3$.

No *Libro de Algebra* são trabalhados, por processos análogos a este, muitos exemplos de equações do terceiro grau, mas o nosso matemático não conseguiu atingir o seu objectivo principal — obter a forma geral de resolução da cúbica.

Antes de publicar a sua obra, Pedro Nunes teve conhecimento da regra geral de resolução da equação do tipo $x^3 + px = q$ divulgada por Tartaglia a Cardano, em forma de verso. Decidiu, então, inclui-la na "Carta aos Leitores" ([6], p.404):

"Quando o cubo junto com as coisas
Se iguala a algum número:
Descobre outros dois que difiram do conhecido.
E faz como é usual,
Que o seu produto seja sempre igual
Ao cubo da terça parte das coisas;
Então a diferença
Dos seus lados cúbicos, bem subtraída,
Valerá a tua coisa principal ... "[2]

acrescentando alguns detalhes sobre a sua invenção e divulgação.

Da leitura do Posfácio podemos concluir que Pedro Nunes procurou sempre actualizar os seus conhecimentos, inteirando-se da principal produção matemática da sua época. Por isso ele refere obras de Pacioli, Tartaglia e Cardano, que por vezes critica e explica, procurando tornar mais acessíveis e rigorosas algumas das provas nelas apresentadas.

Notas

1 A escolha da língua castelhana para a escrita desta obra teve como objectivo tornar o livro acessível a um maior número de leitores. ([6], p.XIV,XV.)

2 A regra implícita nestes versos dá a solução

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} + \frac{q}{2}} - \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3} - \frac{q}{2}}$$

para a equação cúbica $x^2 + px = q$.

Referências bibliográficas

[1] Bosmans, H. (1908)."L'Algèbre de Pedro Nuñez" in *An. Sc. Academia Politécnica do Porto*, vol 3, pp 221-271. Porto.

[2] Carvalho, Joaquim (1943). *Anotações ao "De Crepusculis"*.

[3] Costa, Fontoura(1969). *Pedro Nunes (1502-1578)*. Agência geral do Ultramar. Lisboa.

[4] Nunes, Pedro (1940). *Obras: De Erratis Orontii Finaei Regii Mathematicarum Lutetiae Professoris*. Imprensa Nacional de Lisboa.

[5] Nunes, Pedro (1943). *Obras: De Crepusculis*. Imprensa Nacional de Lisboa.

[6] Nunes, Pedro (1950). *Obras: Libro de Algebra en Ariyhmetica y Geometria*. Imprensa Nacional de Lisboa.

[7] Silva, Maria do Céu e Ribeiro, Rosa Maria (1999). "Aspectos do Libro de Algebra de Pedro Nunes", in *Informat*, Ano I, vol.4, Ministério da Educação.

[8] Vasconcellos, Fernando (1925). *História das Matemáticas na Antiguidade*, Paris-Lisboa.

Maria do Céu Silva
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

A revista *Educação e Matemática*

A revista Educação e Matemática editou o seu primeiro número em 1987 e, desde aí, tem marcado presença junto dos professores, constituindo uma fonte preciosa de recursos. Os textos seleccionados, os relatos e materiais de sala de aula, os artigos de opinião e os pontos de vista, as entrevistas, os problemas e os jogos, as informações, são elementos importantes de apoio à actividade e reflexão dos professores.

Faltam-lhe alguns exemplares? Logo um dos números em que saiu um artigo que gostaria de ler? Agora pode fazê-lo nas mesmas condições das outras publicações, ou seja, por metade do preço de capa, no caso de ser sócio.

Alguns dos números estão esgotados, podendo as revistas ser policopiadas, mas existem outras, algumas das quais reeditadas, que poderão ser adquiridas. Na página on-line da APM poderão consultar informação mais detalhada sobre os números existentes em *stock*, salientando a redacção da revista a importância dos números temáticos, pela sua especificidade. Assim, existem exemplares dos números 27 – História e Ensino da Matemática, 31 – O Professor de Matemática, 35 – Viver e pensar a aula de Matemática, 40 – A Matemática nos primeiros anos, 45 – Tecnologias (inclui um índice de artigos sobre tecnologias na Educação Matemática e Actas do ProfMat), 50 – Educação, Escola, Matemática, 55 – O currículo e 60 – A Matemática. O último número temático – 64 – foi dedicado à Matemática e Natureza. O número 65, apesar de não ser temático, inclui um dossier do 1° ciclo.

A redacção

Ensinando jovens matemáticos: os desafios e as recompensas*

Cyndi Frakes e Kate Kline

O artigo que se segue apresenta a história de uma professora que se envolveu num projecto (Implementing Investigations in Mathematics) que tinha por objectivo apoiar os professores na implementação de tarefas de investigação nas suas aulas com alunos muito jovens.

Este artigo é da autoria de Cyndi Frakes e Kate Kline (kate.kline@wmich.edu). Cyndi Frakes ensina crianças do jardim de infância na Indian Lake Elementary School, Vicksburg e também lecciona cursos de educação matemática na Western Michigan University, Kalamazoo. Kate Kline lecciona no Departamento de Matemática da mesma universidade.

Como é que um professor reconhece jovens matemáticos? Qual é o papel do professor no desenvolvimento desses matemáticos? Colocámos esta questão a nós próprios e a um grupo de educadores, como mote para um projecto de desenvolvimento profissional intitulado *Implementing Investigations in Mathematics* (InMath). O objectivo do projecto era apoiar os professores à medida que implementavam investigações sobre Números, Estatística e Geometria, um dos novos currículos de matemática suportados pela National Science Foundation. O programa *Investigations* é focado na aprendizagem através da exploração de ideias matemáticas e na estimulação das crianças para inventarem as suas próprias estratégias de resolução de problemas. Para mais informação acerca de *Investigations*, ver www.terc.edu/investigations.

Os livros incluem um conjunto de *Teacher Notes* que estimulam os professores a focarem-se no pensamento dos alunos criando um ambiente de questionamento e curiosidade e colocando questões que provoquem o pensamento. Além disso, *Dialogue Boxes* mostram exemplos de diálogos entre professores e alunos que oferecem verdadeiras orientações para promover o pensamento matemático nas crianças.

Embora todos os educadores que participaram no projecto concordassem com esta abordagem, muitos consideraram que pô-lo em prática foi um desafio. Quando lhes foi pedido, a meio do ano, para escreverem acerca do que havia mudado nas suas práticas e quais os aspectos do programa que consideravam desafiantes, várias respostas surgiram:

"O meu ensino mudou - preocupo-me em colocar os alunos a pensar por si mesmos. Fiz um esforço para perceber se os alunos estavam a ter dificuldades devido à falta de experiências anteriores ou se eles estavam efectivamente a ser desafiados pelas actividades de investigação."

"O meu ensino mudou na medida em que passei a ser essencialmente um recurso, um guia, um apoio. Espero continuar a guiar os meus alunos; e encontrar maneiras de os encorajar a explorar ideias e a correr riscos."

"Gosto mais de matemática. Normalmente detestava trabalhar matemática. Estou a aprender muito com as crianças. Gostei das *Teacher Notes* – elas ajudaram-me a ver que nem todas as crianças chegam lá ao mesmo tempo. Contudo, isso assusta-me um pouco, porque tenho que repensar constantemente as minhas expectativas."

"Definitivamente já não dou respostas imediatas [aos alunos]. Estou a melhorar a minha capacidade de deixar os alunos descobrirem coisas por si mesmos. A minha maior preocupação é encontrar os tempos necessários para lhes proporcionar investigações frutíferas."

Cyndi Frakes tem trabalhado com crianças do pré-escolar em jardins de infância durante vários anos; neste artigo, ela discute como as suas noções acerca do ensino/aprendizagem da Matemática se modificaram depois da participação no projecto InMath. Ela explana ainda o modo como lidou com alguns desafios do projecto.

A história de uma professora

Antes de participar no projecto InMath, eu pensava que se os meus alunos conseguissem contar até 100, reconhecer e escrever os números até 20, contar 10 itens, contar elementos de pequenos conjuntos, nomear as seis formas standardizadas, tinham sucesso em matemática. Estes eram os *skills* que constavam do programa oficial e eu sabia, assim, que eles tinham de ser "cobertos". Claro que propunha às crianças outras actividades tais como: padrões a partir do calendário, classificar e fazer gráficos dos brinquedos que trazem para a escola, estimativa desde maçãs a sementes de zínia, exploração e registos com materiais manipuláveis, entre outras. As ideias para estas actividades retive-as da observação e conversas informais com outros educadores acerca do trabalho que realizavam com as crianças. Para ser honesta, tomei como certo que as tarefas que propunha eram apropriadas e suficientes. A minha ideia da matemática era que se as crianças fossem capazes de fazer as actividades mencionadas tal como as requeridas no programa oficial, estariam preparadas para ingressar no 1° ciclo e estariam na posse das capacidades necessárias para obter sucesso.

Como educadora eu era o que chamaria uma *expositora de técnicas* e uma *fornecedora de informação*. Eu *mostrava* aos meus alunos como fazer um padrão ou como continuar um padrão já elaborado. Colocava muitas questões mas *fornecia* às crianças toda a informação necessária para as respostas, pelo que pouco raciocínio era requerido. Um dos meus principais objectivos era tornar a matemática simples para que todas as crianças obtivessem sucesso. E a maioria das vezes, eu pensava que as minhas estratégias de ensino estavam a funcionar. Os meus alunos divertiam-se e pareciam aprender matemática. Como os alunos estavam a adquirir os *skills* que eu considerava importantes, não tinha motivos para questionar o currículo ou as minhas práticas.

Ao utilizar investigações pela primeira vez este ano e através da discussão das características dos jovens matemáticos, percebi que a matemática que os meus alunos estão a aprender é apenas uma pequena parte do conjunto de aprendizagens que lhes devo proporcionar. Estão a memorizar estratégias que usam na resolução de problemas simples que têm uma única resposta correcta. Ao mesmo tempo eu compreendi as mudanças que estão a ocorrer noutros níveis de ensino no nosso distrito. Muitos dos professores do ensino básico decidiram que a resolução de problemas deve ser a actividade central em Matemática. Eu concordava que esta abordagem era importante, mas nunca a havia considerado relevante no contexto do ensino pré-escolar.

Depois de ler as *Teacher Notes* e *Dialogues Boxes* e de dialogar com outros professores apercebi-me que é possível centrarmo-nos na resolução de problemas, mesmo com crianças pequenas. Eu sabia que se se espera que as crianças pensem quando estiverem noutros níveis de escolaridade, então tenho de começar a fazer mudanças desde o jardim de infância, para estabelecer bases apropriadas. Sabia que fazendo isso seria ir atrás das estratégias de ensino e expansão do meu pensamento acerca da Matemática, para vê-la como uma actividade de resolução de problemas e que faça sentido.

Cedo percebi que teria de trabalhar nas próprias percepções e tornar-me num matemático! Esta mudança não surgiu de repente, mas processou-se ao longo de um ano de uso fiel desta abordagem de ensino/aprendizagem da Matemática. Senti muitas vezes vários desequilíbrios. Por vezes sentia que já não controlava as aprendizagens dos meus alunos, porque eles estavam dispostos a progredir em direcções muito diferentes. Por exemplo, durante um tópico em que trabalhei os padrões, os alunos criaram, registaram e dividiram padrões em unidades repetidas. Eu estava impressionada pelo facto de algumas crianças estarem a criar padrões diferentes dos tipos A–B. No passado, teria dado muitas aulas focando os padrões A–B e certificar-me-ia de que todas as crianças estavam a trabalhar unicamente nos padrões A–B. Permitir aos alunos a exploração e investigação de várias possibilidades leva à exposição de um muito maior e variado número de padrões em simultâneo. Eu percebi que isto era benéfico porque não inibi aqueles que conseguiram ir mais longe, apesar de me sentir desconfortável com a situação.

Achei também incrível a experiência de colocar questões/desafios ao pensamento dos alunos (*thought-provoking questions*) sem fornecer as respostas. Por exemplo, para uma actividade — *Questão do dia*, coloquei aos alunos uma questão do tipo sim/não. A acompanhar a resposta a esta questão os alunos colocaram o seu nome num gráfico num quadro da sala. Uma das questões do dia foi: "Apanhas o autocarro para vir para a escola?" Lembro-me do enorme desafio que foi para mim elaborar questões de exploração. Perguntei: "Qual é a categoria que tem mais meninos?"; "E menos?"; "Quantos responderam sim?"; "Quantos responderam não?", entre outras. Quando reflecti sobre esta lição mais tarde, percebi que estava a conduzir o processo de pensamento dos meus alunos. Pensei então na pertinência de colocar questões diferentes, questões mais abertas e que permitissem uma maior discussão, tais como: "O que vês no gráfico?". Tendo por base as respostas dos alunos, teria de estar preparada com outras questões: "Como sabes isso? Tens a certeza?". No caso de surgir alguma dúvida ou desacordo poderia perguntar: "Como poderemos verificar qual de vocês tem razão?". No início, achei necessário reflectir sobre as lições para pensar com mais cuidado quais seriam as boas questões. Estava demasiado preocupada a pensar em questões em cima da situação. Com o passar do tempo, à medida que ia reflectindo sobre as minhas aulas e discutindo várias questões possíveis com outros professores sentia-me cada vez mais confortável com este tipo de questões.

A recompensa do uso desta abordagem no ensino provoca mudanças que valem a pena. Os alunos começam a fazer as suas próprias descobertas. Estas tornam-se mais significativas para eles e a prova disso é que os alunos as aplicam no contexto das suas vidas. Conseguem ir muito além dos *skills* tradicionais e tornam-se matemáticos.

Por exemplo, usámos um cartaz numerado até 100 para registar o número de dias que frequentámos a escola. Um dia, um aluno espontaneamente reconheceu que o cartaz tinha dez números em cada linha e relacionou essa observação com a formação de conjuntos de dez elementos. Esta descoberta foi o alicerce para que outro aluno descobrisse que o mesmo dígito se repetia sucessivamente ao longo de cada coluna, o 1 na primeira coluna, o 2 na segunda coluna e assim por diante. O meu primeiro ano no projecto *Investigations* gerou muitos exemplos e experiências que me abriram os olhos e que vou partilhar nos parágrafos seguintes.

Normalmente para ensinar padrões limitava-me a solicitar aos alunos que fizessem reproduções. Eu pensava que se os alunos conseguissem fazer um padrão usando cubos encaixáveis, ou continuar um padrão dado usando blocos ou formas geométricas, então iriam compreender o conceito de padrão. Este ano, contudo, comecei a pensar que outro aspecto importante é a compreensão de padrões e a capacidade de aplicar os conhecimentos a novas situações. Esta aptidão revela que as crianças não memorizam simplesmente um padrão, mas pensam como é que os padrões surgem à sua volta, no seu meio ambiente. Este ano, os meus alunos examinaram padrões, analisaram as relações que existiam entre os diferentes elementos dos padrões, e reflectiram sobre como esta informação pode ser usada para antecipar o que irá acontecer de seguida.

Figura 1. Museu dos padrões.

Eu aprofundei o trabalho na sala ao incluir uma discussão acerca dos padrões no meio ambiente e ao propor a criação de um *Museu dos padrões*, que é uma ideia sugerida em *Investigations*. Os alunos criaram um quadro na sala de aula para colar os padrões descobertos em casa (Ver Figura 1).

Esta actividade poderia ter sido muito elementar. Os alunos compilaram uma colecção de padrões e não foram mais além, mas as questões que coloquei acerca do *placard* tornaram-na numa actividade significativa. Estas questões incluíram: "Como é que irias descrever o *Museu dos padrões* a alguém que estivesse a visitar a nossa sala de aula?"; "Todos estes arranjos são verdadeiros padrões?"; "Como podes saber?"; "Se nós fossemos agrupar alguns deles, quais é que colocarias juntos? Porquê?".

Estas questões alicerçaram discussões ricas da parte dos alunos sobre que tipos de padrões estavam no museu e quais as características que fazem com que algo seja um padrão. Por exemplo, os alunos não concordaram que o papel de embrulho tivesse um padrão. A unidade que se repetia no papel de embrulho aparecia de 4 em 4 itens e era difícil de reconhecer. A criança que havia colado o pedaço de papel no *placard* teve de defender a sua escolha explicando porque é que considerava que o papel tinha um padrão. Outro aluno ajudou a sua defesa construindo uma sequência usando cubos coloridos; escolheu cubos de 4 cores e explicou: "Reparem, isto é muito parecido com o jogo 'faz um comboio'. Têm azul, amarelo, vermelho, verde e azul, amarelo, vermelho, verde!".

Tive experiências similares durante a unidade de geometria. Nunca pensei que a geometria no jardim de infância fosse outra coisa além do reconhecimento de algumas formas. Eu fui levada para além da minha zona de conforto, tomando consciência de como um jovem matemático deve pensar acerca da geometria. Esta unidade de geometria ajudou-me a reflectir e a perceber que uma criança pode aprender terminologia da geometria através de um esforço matemático de procura de semelhanças, diferenças e relações entre as formas. Os meus alunos começaram por descrever as características importantes das formas geométricas e identificar estas formas no meio ambiente. Nós analisámos e descrevemos as características das formas geométricas, o que exigiu muito mais do que responder simplesmente com um nome. Por exemplo, depois de recolher formas à volta da sala, os alunos trabalharam em grupo para agrupar as formas de acordo com algumas características que tinham em comum. Os alunos agruparam as formas por cor, peso, tamanho, número de vértices, número de lados. Eu usei os grupos feitos com o critério "número de lados" e solicitei aos alunos uma descrição das formas que se incluíam em cada um destes grupos. Depois dos alunos terem identificado as características mais importantes, introduzi os rótulos formais de cada uma das figuras.

Uma actividade de uma das unidades de números que tinha uma componente fortemente geométrica consistiu em solicitar aos alunos que encontrassem todos os arranjos possíveis para seis quadrados (Ver Figura 2). Foi pedido aos alunos que explorassem diferentes arranjos usando quadrados coloridos e depois que reproduzissem esses arranjos em papel quadriculado usando quadrados de cartolina (Ver Figura 3).

A actividade deve respeitar uma regra: Cada quadrado deve tocar outro quadrado, num dos vértices ou num dos lados. Só os três arranjos superiores respeitam esta regra.

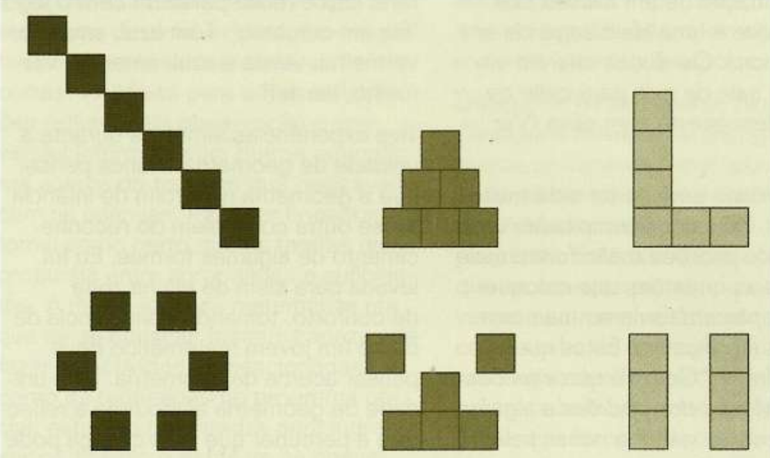


Figura 2. Arranjos de seis quadrados.

Fiquei surpreendida ao perceber que alguns alunos que conseguiam contar e reconhecer o numeral 6, não tinham necessariamente a capacidade de pensar de forma flexível nestes arranjos de 6 quadrados. A experiência de interpretar um número usando capacidades espaciais ajudou estes alunos a construir conexões entre representações numéricas e geométricas e alargar o seu sentido tanto de número como de espaço.

Foco no pensamento matemático

Quando o foco das nossas aulas de matemática muda no sentido de procurarmos desenvolver o pensamento matemático, as evidências que procuramos quando estamos a avaliar também têm de mudar. Avaliar no contexto deste programa foi difícil porque estava a trabalhar muito no sentido de mudar a minha abordagem de ensino. Contudo, o projecto *Investigations* forneceu algumas orientações em relação à avaliação. Todas as actividades incluíam uma secção chamada *Observing the students* que fornecia pistas ao educador acerca de que aspectos do pensamento observar enquanto os alunos estão a trabalhar. A Figura 4 apresenta um exemplo específico de uma das secções que acompanham a actividade *Total de seis*. Neste jogo, vários conjuntos de cartas foram numeradas de 0 a 6 e colocadas viradas para cima em 3 linhas, 4 cartas em cada linha. As cartas restantes são colocadas num monte viradas para baixo. Durante a jogada, o jogador procura combinações de cartas que totalizem 6 pontos. Uma vez encontrada a combinação, o aluno coloca as cartas à sua frente e repõe aleatoriamente (utilizando cartas do baralho) todas as que retirou do conjunto 3x4.

O jogo continua até que não possam ser feitas mais combinações que sejam a decomposição do número 6.

A secção *Observing the students* fornece um grande suporte para os professores quando avaliam como os seus alunos estão a pensar durante esta actividade. Por ser difícil estar perto de todos os alunos enquanto estão a trabalhar, eu colocava frequentemente questões à turma. Nesta actividade, reuni toda a turma e perguntei: "Como combinaram os números para jogar este jogo?" e "Como é que descobriram que o jogo tinha terminado?". Eu percebi que esta estratégia não era a forma mais eficiente de colocar estas questões porque não me fornecia informações acerca de cada aluno em particular. No próximo ano, penso utilizar uma grelha de observação com itens para cada uma das questões incluídas na secção *Observing the students* para ajudar a gerir a avaliação (Figura 5). Eu sei que irei desenvolver esta tentativa inicial ao longo do tempo. Quero manter antes de mais nada na minha mente, à medida que crio estas grelhas de observação e avalio os meus alunos, o facto de que devo procurar o pensamento que eles apresentam, não apenas os *skills*.

Figura 3. Alunos construindo diferentes arranjos.

Pensando no futuro

Com o começo do segundo ano no projecto In Math, estou entusiasmada em ver como estas ideias irão afectar uma nova turma de crianças do jardim de infância. Pensar sobre o que significa ser um matemático e ser um professor de matemáticos transformou a minha visão do ensino. Eu sei que irei continuar a mudar as minhas concepções com experiências posteriores e reflexão. Pensando no próximo ano lectivo, procurarei dedicar especial atenção aos seguintes aspectos:

- Dispender mais tempo na observação dos alunos enquanto trabalham, para conseguir ouvir o que vão dizendo quando explicam o seu pensamento a outras crianças.
- Dar mais tempo para que as crianças possam pensar nas questões que coloco, incitar a variedade de respostas; dar pistas essenciais, em momentos oportunos, quando ninguém responde.
- Implementar o programa de forma mais rigorosa, porque é muito fácil cair nos moldes do ensino tradicional quando se tenta mudar de rumo. Depois de ter mais experiência com investigações estarei mais à vontade para estabelecer alterações construtivas ao próprio programa.
- Aprender mais acerca do modo como as ideias matemáticas se desenvolvem ao longo dos anos. Assim será mais fácil construir os alicerces essenciais às aprendizagens futuras.

- Que estratégias os alunos usam para construir as suas somas? Parecem trabalhar ao acaso, escolhendo um número para começar e então combinam-no com diferentes números para obter 6? ("Há um três. Esta carta é um dois. Isto funciona? Quatro, cinco. Não, preciso de mais.") Apercebem-se de quantos mais precisam para obter seis? ("Tenho um três e um dois, então preciso de mais um porque cinco e um são seis.") Procuram combinações particulares?
- Como é que os alunos combinam os números? Contam a partir do um em cada vez? Contam a partir de um dos números? Utilizam o conhecimento de combinação de números?
- Como é que os alunos determinam que o jogo acabou? Continuam a tentar combinações com as cartas que sobraram até obter seis? Pensam sobre as cartas que restam? ("Temos um três, um quatro e um cinco. Sei que acabou porque as duas mais pequenas são o três e o quatro e isso é mais do que seis.")
- Os alunos jogam cooperativamente e entre-ajudam-se? Se alguns alunos estão a jogar competitivamente lembre-lhes que o objectivo é trabalhar em conjunto para usar tantas cartas quanto possível.

Figura 4. Secção "Observing the students" de *Investigations, How many in All*, p. 85.

"Total de seis"	Pedro	João	Ana	Filipa
Escolhe as cartas aleatoriamente				
Escolhe as cartas criteriosamente				
Sabe quando o jogo terminou				
Conta os valores das cartas de 1 em 1				
Adiciona sucessivamente os valores de cada carta				
Reconhece as decomposições do n.º 6: 1+5				
2+4				
3+3				
4+2				
5+1				
Justifica aos outros as cartas que escolheu				
Comentários:				

Figura 5. Grelha de observação do jogo *Total de seis*.

Quais são as características dos jovens matemáticos?

As minhas concepções acerca do ensino/aprendizagem da Matemática mudaram dramaticamente no meu primeiro ano do projecto *Investigations*. Agora acredito que crianças do jardim de infância sejam capazes de desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática quando lhes fornecemos as ferramentas e a oportunidade de explorar e descobrir ideias matemáticas. O que é que significa então ser um matemático? Acredito que os jovens matemáticos devem ser capazes de:

- *Fazer um esforço para resolver qualquer problema e sentir-se confiante ao fazê-lo.* O professor deve dar aos alunos o tempo suficiente para resolver problemas e evitar, por um lado, fornecer pistas antes deste tempo de reflexão e, por outro, corrigir os seus erros de forma imediata.
- *Partilhar ideias com os outros e ouvir ideias dos outros.* Algumas crianças contentam-se em ficar sentadas a observar durante as explorações; outras ou são descuidadas ou estão desatentas na actividade que está a decorrer; outras ainda estão sempre muito confiantes e enérgicas, empenhadas nas suas descobertas. É importante ser

(Continua na página 17)

A brincar... aprendemos matemática*

Alice Tinoco

Quando se fala de matemática no jardim de infância colocam-se-nos muitas questões. Que matemática? E, como fazer a matemática?

A educação matemática não é, como a aprendizagem de uma língua estrangeira, por exemplo, uma actividade que podemos iniciar num qualquer momento da vida... Tal como a aprendizagem da língua materna ou do conhecimento do mundo, a aprendizagem da matemática começa de forma espontânea com as primeiras experiências que são proporcionadas à criança no seu universo familiar.

É pelo jogo natural dos processos de abstracção que cada criança, a pouco e pouco tomará consciência dos diferentes conceitos, construindo-os e recriando-os. Gestos, palavras e grafismos desempenham um papel importante como instrumentos para pensar e comunicar. À linguagem verbal associa-se a linguagem gráfica, através da qual a criança traduz a sua representação de uma situação em que se apoia para a elaboração do seu pensamento.

E a vida do dia-a-dia no jardim de infância, rica e complexa, contém possibilidades matemáticas que permitem uma abordagem aos conceitos necessários para a sua posterior aprendizagem sistemática.

A actividade que apresentamos foi desenvolvida no Jardim de Infância de Semide, no ano lectivo de 2000/01, com um grupo misto de vinte e duas crianças. Nesta actividade as crianças exploram o sentido de medida da divisão procurando responder à questão "quantas garrafas de sumo precisaremos de comprar?" levantada no decorrer do projecto de organização da festa do baptizado das bonecas que queriam realizar.

Descrição da actividade

Na conversa com o grupo e na sequência do projecto que estávamos a desenvolver: "a festa do baptizado das bonecas" era necessário organizar o lanche.

Para o lanche precisávamos de comprar um bolo de baptizado e sumo.

Colocou-se então a questão:

— *quantas garrafas de sumo vamos comprar ao supermercado?*

— Uma garrafa (Manuel).

— Duas garrafas (Júlia).

— Não, não chega... 10 garrafas (Vasco).

A Vera propõe comprar cem garrafas.

— Não, são demais... (Cláudia).

— Não sabemos quantas comprar (Pedro).

Coloco novamente a questão: *Quantas garrafas de sumo precisamos de comprar?*

O Manuel propõe comprarmos uma garrafa de sumo para cada menino. Os outros consideram que é muito... Uma garrafa de sumo para cada dois meninos, propõe ainda o Manuel. Os outros consideram que ainda é muito.

O João afirma: — com uma garrafa de sumo enchemos 4 copos.

Questionei de novo as crianças: — *Será verdade?*

Ficou tudo calado.

— Não o sabemos (Pedro).

Coloquei então a questão: *Como poderemos sabê-lo?*

— É preciso medir com uma garrafa de sumo e encher os quatro copos (Cláudia).

— Mas não temos sumo (Telmo).

— Podemos experimentar fazê-lo com a garrafa cheia de água (Vasco).

Foram buscar o material necessário para realizar a experiência: copos e uma garrafa com água.

Colocaram-se os copos em cima da mesa e a Cristiana encheu quatro copos.

Peço às crianças que verifiquem o que aconteceu.

— Depois de enchermos os quatro copos ainda há água na garrafa (Vera).

Constatamos, assim, que com uma garrafa podemos encher mais de quatro copos.

— O que vamos fazer?

— Encher outros copos (Júlia).

Peço às crianças que contem quantos copos pudemos encher com uma garrafa de água.

— Com uma garrafa de água enchemos 6 copos (Vera).

— Quantas garrafas precisamos de comprar?

Ainda não sabemos. Mas sabemos que uma garrafa vai encher 6 copos... e seis copos correspondem a 6 meninos.

— Podemos colocar os meninos por seis... por grupos de 6 (João).

— A cada grupo corresponderá uma garrafa (Cláudia).

As crianças organizam-se espontaneamente por grupos de seis.

Verificamos que temos três grupos completos (cada um com seis crianças) e um grupo de quatro.

Coloco novamente a questão: *Quantas garrafas de sumo precisamos de comprar?*

Figura 1.

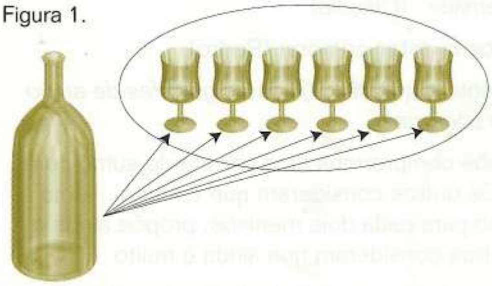


Figura 2.

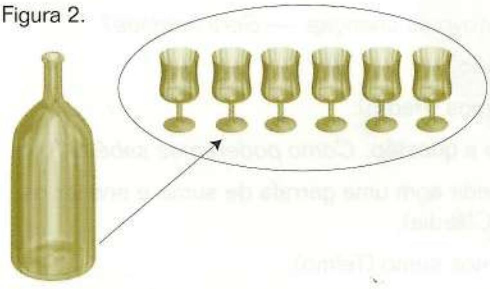
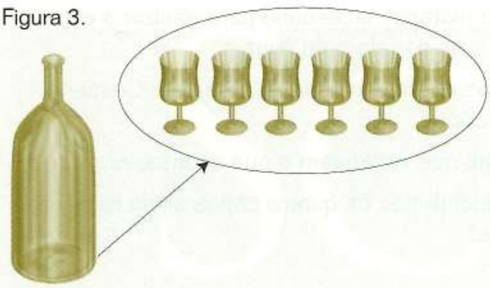


Figura 3.



— É preciso comprar 4 garrafas, mas uma não será toda bebida, porque sobra.

Para nos lembrarmos da quantidade de sumo a comprar, vamos registar os resultados numa folha de cartolina.

As crianças propuseram:

— cada um recorta um copo em papel (Pedro).

— faremos grupos de seis copos (Cláudia).

— ao lado de cada grupo põe-se uma garrafa recortada em papel (João).

— Tem que se pôr uma seta que vai da garrafa para chegar aos copos... a seta indicará uma garrafa para seis copos (Patrícia).

Experimenta o Manuel. (Ver Figura 1.)

— Não está bem, não foi isso que dissemos (Cláudia).

As outras crianças concordam.

A Cláudia propõe. (Ver Figura 2.)

Ainda não está bem, nós dissemos que "é preciso uma garrafa de sumo para um grupo de seis copos" (Patrícia).

O João rectifica. (Ver Figura 3.)

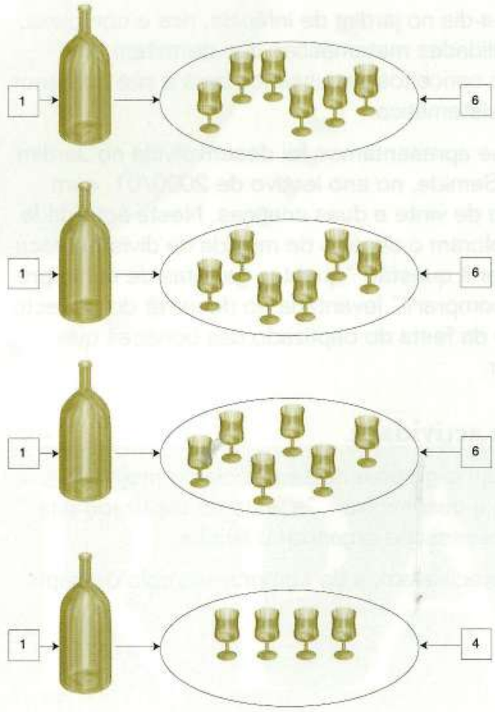
— Agora precisamos de fazer três grupos de seis copos para uma garrafa e um grupo de quatro copos para outra garrafa (Patrícia). (Ver Figura 4.)

Por fim registamos o problema inicial e a sua resolução. (Ver Figura 5.)

Após este momento de reflexão em grupo, cada criança elaborou, individualmente, o seu registo da actividade.

No momento de reunião do grupo, confrontámos os trabalhos executados individualmente por cada uma das crianças

Figura 4.



e seleccionámos os registos que iriam ser colocados no livro dos trabalhos do mês e os que iriam ser afixados no placard da sala.

Neste problema de divisão de uma quantidade contínua (líquido), as crianças são levadas a calcular:

- Inicialmente estabelecem a relação: uma criança — um copo
- Descobrem por tentativa e erro que a quantidade de sumo de uma garrafa corresponde à quantidade de sumo de seis copos.

Figura 5.

Quantas garrafas de sumo tempos de comprar?

Precisamos de comprar 4 garrafas de sumo.

- Simbolizam os copos e organizam-nos em grupos de seis.
- Procuram simbolizar "uma garrafa para um grupo de seis copos".

A iniciação à matemática é, pois, ao mesmo tempo, uma iniciação a um melhor uso da língua materna.

A acção e a linguagem apoiam-se mutuamente. É assim que a criança aprende o vocabulário fundamental da linguagem matemática, que utiliza as expressões que descrevem a acção em vias de se realizar. Progressivamente a criança vai sendo cada vez mais capaz de associar uma acção real e uma expressão verbal, ou seja, é capaz de descrever as acções que realizou sem ter que as executar em simultâneo. Neste sentido, a criança regista verbalmente as suas vivências, reconta-as. E a sua linguagem traduz uma experiência real: a sua.

As suas descrições reúnem os elementos concretos de situações reais que podem ser completadas, enriquecidas e ascenderem à representação do pensamento matemático.

*Texto da comunicação apresentada no XI Encontro de Investigação em Educação Matemática que se realizou, em Coimbra, de 5 a 7 de Maio de 2002.

Alice Tinoco
Jardim de Infância de Semide

Para este número seleccionámos

(Continuação da página 13)

paciente! Os jovens matemáticos precisam de tempo para desenvolver estas qualidades. Com mais experiência, orientação e papel de modelação por parte do professor, os alunos tornar-se-ão mais decididos, mais peremptórios e melhores ouvintes e mais capacitados para afirmarem quando concordam ou quando discordam e porque é que o fazem.

- *Aplicar ideias matemáticas a diversos contextos das suas vidas, fazendo conexões espontaneamente.* A capacidade para estabelecer conexões entre conceitos matemáticos e para os aplicar ao mundo real é um importante atributo de qualquer matemático. Como descobri na minha aula quando os alunos espontaneamente reconheceram padrões no cartão numerado até 100, esta capacidade é a mais surpreendente e gratificante para qualquer educador.
- *Desenvolver estratégias de pensamento.* Aos alunos devem ser dadas oportunidades para desenvolver uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas. A expressão essencial é "oportunidade para desenvolver". Com jogos como *Total de 6*, as estratégias surgem à medida que os alunos jogam. Proporcionar momentos em que os alunos partilham as suas estratégias com os seus colegas dá-lhes a oportunidade de pensar sobre as estratégias num contexto significativo. Por exemplo, enquanto jogam *Total de 6* fazem comentários como: "Eu sei que dois e dois são quatro porque é um double, por isso se eu tiver mais dois, ficarei com seis".

É um grande desafio ensinar jovens matemáticos. No final, encorajá-los a falar sobre as suas ideias, explorar novas situações, revelar confiança nos seus argumentos, e aplicar ideias matemáticas a outras áreas irá transformar os seus alunos como aprendizes e a si como educador.

Bibliografia

Economopoulos, Karen, Megan Murray, Kim O'Neil, Doug Clements, Julie Sarama e Susan Jo Russell. *Making Shapes and Building Blocks.* White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.

Eston, Rebeka e Karen Economopoulos. *Pattern Trains and Hopscotch Paths.* White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.

Kliman, Marlene, Christopher Mainhart, Megan Murray e Karen Economopoulos. *How Many in All?* White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.

Cyndi Frakes e Kate Kline
Western Michigan University
Traduzido por Hugo Lopes Menino e revisto por Helena Fonseca, Isabel Rocha e Manuela Pires.

Uma investigação na aula de Estudo Acompanhado

Irene Segurado

Estávamos no final do segundo período e as tarefas escolhidas por mim e pela Rute, colega de Inglês que lecciona comigo a área curricular de Estudo Acompanhado, já tinham sido todas trabalhadas com os nossos alunos do 5ºF. Prontifiquei-me para pensar uma nova tarefa. Cheguei a casa e, sem nenhuma ideia predefinida, retirei da estante alguns livros que achei poderem ser úteis nesta minha incumbência. Não tive que me esforçar muito. Ao folhear *Materiais para a sala de aula* deparei-me com uma tarefa que já conhecia e achei de imediato ser uma boa proposta para levar aos alunos.

Quem tem dinheiro pode usar palavras "caras", é este o nome da tarefa escolhida. Apesar de já elaborada em termos de ficha para alunos no CD-Rom que acompanha o livro, introduzi-lhe algumas modificações. Procurei torná-la um pouco mais curta pois apenas dispunha de uma aula de 90 minutos para a sua concretização. Assim, tentei fazer uma fusão entre a tarefa apresentada no livro e uma outra idêntica que me havia sido fornecida numa acção de formação pelo seu próprio autor. Os escudos tiveram também de ser transformados em euros.

Contente com a opção feita, entreguei à Rute a tarefa para que a criticasse. Foi aceite com entusiasmo pelo que definimos algumas regras. A tarefa iria ser realizada em pequenos grupos, faríamos uma pequena explicação do que se pretendia e haveria um momento para discussão colectiva.

Uma outra decisão que tomámos foi deixar ao critério dos alunos o uso ou não da máquina de calcular e do dicionário.

Conforme o combinado, informámos os alunos que a actividade que iam desenvolver se iria realizar em pequeno grupo, que haveria um espaço para a sua concretização e um momento para apresentação do trabalho realizado. De seguida procedemos à distribuição da ficha e à sua leitura de forma a colmatar dificuldades de interpretação e de algum modo motivar os alunos para a sua concretização. Ao mesmo tempo que a Rute foi lendo e explicando a primeira questão registei no quadro: a=1 euro, b=2 euro, c=3 euro, d=4 euro, e=..., com o fim de lembrar os alunos de que há necessidade de organizar os dados, sem contudo o verbalizar. Importa ainda referir que estes alunos já haviam desenvolvido trabalho investigativo nas aulas de Matemática.

Tarefa

Quem tem dinheiro pode usar palavras "caras"

Supõe que todas as letras têm um preço. O "a" custa 1 euro, o "b" 2 euro e assim por diante, até ao "z" que é a letra mais cara, pois custa 26 euro.

1. Qual é a palavra portuguesa mais "cara" que consegues encontrar?
2. Quantas palavras portuguesas, que custem menos de 5 euro, consegues achar?
3. Encontra o maior número possível de palavras que custem mais de 35 euro, mas menos de 45 euro.
4. Tenta agora fazer o mesmo para as palavras inglesas que já conheces.

Após a nossa breve introdução, os alunos começaram a trabalhar. Numa primeira passagem pelos grupos verificámos que todos, habituados a jogar o *Jogo da forca*, haviam optado pela escolha da mesma palavra *otorrinolaringologista* sem pensar muito nas razões da sua escolha, a não ser que é uma palavra que utiliza muitas letras. Nem sequer uma tabela com o preço das letras havia sido elaborada, pelo que eu e a Rute decidimos tornar essa palavra proibida.

Os alunos não se mostraram aborrecidos pois também não lhes agradava que a sua palavra fosse igual à dos outros grupos. Em breve novas palavras foram aparecendo e para saberem o seu preço surgiu a necessidade de organizar os dados. Só então tomou significado o que eu havia começado a delinear no quadro quando introduzimos a tarefa.

Haviam decorrido 25 minutos e todos os grupos tinham elaborado uma tabela de preços e procuravam encontrar uma palavra bastante cara. A Rute havia conseguido transformar a motivação *Vamos ver quem é o grupo que consegue encontrar a palavra mais cara?* num desafio que foi agarrado pelos diferentes grupos.

Figura 1. Alunos realizando a tarefa *Quem tem dinheiro pode usar palavras "caras"*.

Na procura de uma palavra suficientemente cara para vencer a dos seus colegas os alunos foram-se apercebendo que era vantajosa a utilização de determinadas vogais e consoantes. Nenhum grupo ficou pela primeira palavra escolhida tendo sido feitas várias tentativas.

Durante a fase de realização da tarefa há a referir alguns episódios que me parecem reflectir de algum modo o trabalho desenvolvido nos grupos.

Num grupo os alunos escolheram, como primeira estratégia, procurar as palavras nos manuais. Abandonaram-na e optaram por "construir" por si próprios a palavra, a partir das letras mais caras. Noutro grupo, após a escolha de uma palavra, procederam à sua alteração de forma a torná-la mais cara, obtendo assim uma família de palavras. Houve ainda um grupo que nos questionou quanto ao preço de um acento propondo que este valesse 50 cêntimos. Colocada a proposta à turma esta foi aceite.

Quando faltavam 15 minutos para a aula terminar os grupos apenas haviam concretizado as duas primeiras questões. Como estávamos na última aula deste período, pareceu-nos ser mais importante que os alunos comunicassem aos outros grupos o trabalho que haviam desenvolvido do que dar resposta às questões que faltavam. Assim, pedimo-lhes que interrompessem o trabalho e revelassem as palavras escolhidas justificando a opção feita.

As palavras escolhidas foram as seguintes: Arqueologia; Arqueologistas; Ovovivíparos; Ortopedista; Informáticos. As justificações apresentadas passaram por: *ter vários Os; ter muitas letras, as consoantes serem do fim, palavra com muitos Os e Vs; usar o plural*... Quanto à 2ª questão, quase todos os grupos haviam descoberto as palavras mais baratas.

Estávamos a dar por terminada a aula quando a Raquel nos perguntou *Mas afinal qual é a palavra portuguesa mais cara?*, pergunta para a qual não tínhamos resposta imediata...

No fim da aula eu e a Rute conversámos sobre a tarefa. Para nós era uma proposta de trabalho que havia tido sucesso e como tal ia ser divulgada aos outros colegas (prática corrente na nossa escola). Apesar da tarefa não ter sido concluída, a actividade realizada pelos alunos fez apelo ao trabalho de grupo, à autonomia, à persistência, à comunicação e ao raciocínio, ao mesmo tempo que os levou a perceberem a necessidade de organizar dados, conjecturar e validar resultados. Deste modo, pensamos que a tarefa pode contribuir para o desenvolvimento de competências que permitem *a apropriação pelos alunos de métodos de estudo e de trabalho e proporcionem o desenvolvimento de atitudes e de capacidades que favoreçam uma cada vez maior autonomia na realização das aprendizagens (Decreto-Lei 6/2001).*

Irene Segurado
EB 2,3 Dr. Rui Grácio

Extinção do IIE
Condenação à morte da novidade educativa?!

Na sequência de um conjunto de *medidas de austeridade* iniciadas pelo actual executivo toda a sociedade portuguesa foi confrontada no dia 8 de Maio com a publicação de uma lista de institutos e organismos de estado destinados a serem extintos, fundidos ou reestruturados. Entre estes contavam-se três institutos na área da educação — o Instituto de Inovação Educacional — IIE, o Instituto de História da Educação — IHE e o Instituto Nacional de Acreditação da Formação de Professores — INAFOP. Se os dois últimos contam com um tempo de vida relativamente curto, apesar do trabalho já desenvolvido, o IIE, criado em 1989, no primeiro governo de Cavaco Silva tem um espólio de recursos, experiências e trabalho junto de escolas e professores muito significativo.

A extinção dos institutos com a reserva de que o "Governo pretende salvaguardar o trabalho que estava a ser feito" sem a definição de como se pretende dar continuidade às funções que vinham desempenhando, é algo, por si só, preocupante.

A metodologia de extinção, ou seja, a "presidente do IIE foi apanhada de surpresa pela notícia: 'Soube pelos jornais'", e de que ao presidente do IHE a "notícia também chegou pela imprensa", são indicadores de que algo há a questionar. Como medidas puramente economicistas, quando os orçamentos dos referidos institutos são ridículos, não parecem decisões ajustadas. Tentemos problematizar, então, os objectivos para que estas instituições foram criadas. O IIE criado durante o primeiro governo de Cavaco Silva tinha, com toda a certeza, objectivos que do ponto de vista político não deveriam ser questionáveis no actual contexto político. Se a sua extinção se devesse ao facto de não estar a cumprir as finalidades da sua criação e estas se reconhecem como importantes, então deveria ter havido uma particular atenção em atribuir as funções a outra instituição que desse cumprimento aos objectivos definidos. Não parece ser o caso. Teremos que concluir que os objectivos definidos para estas instituições deixaram de fazer sentido. Desenvolver e apoiar projectos de inovação e proceder à sua divulgação, bem como publicar estudos e investigações no campo educativo deixaram de constituir objectivos a atingir. As restrições do que já foi iniciado nesta área, ainda frágil, terão consequências inimagináveis.

A tendência parece acentuar-se no isolamento e individualismo do trabalho dos professores com implicações nefastas em termos de desenvolvimento profissional e no ganho de conhecimento em educação.

Em relação ao espólio, um centro de recursos em educação, único no país, pela sua actualidade, pelo conteúdo e acessibilidade e às dinâmicas já iniciadas - "actualmente estavam a decorrer alguns concursos cujo futuro, para já, o ME desconhece" - ignora-se o destino. O mesmo acontece em relação ao *know how* acumulado ao longo dos anos de actividade, provavelmente um dos bens menos visível mas de valor inestimável.

Tudo leva a crer que se estão a definir outros objectivos para a educação no País que, à falta de coragem de os assumir, não são explicitados.

Parece acentuar-se a tendência de encontrar formas de dominar a formação e informação de todos e controlar as opiniões.

Em consequência desta medida extremamente preocupante, o cenário é de recusa da educação como formação e toma as cores do que de mais retrógrado pensávamos já não existir na sociedade portuguesa.

Elisa Figueira
Esc. Sec. D. Luísa de Gusmão
Helena Amaral
EB 1 n.º 124, Lisboa
Maria José Bóia
EB Prof. Noronha Feio

Três inst área
da educaçã superior

IIE, IHE E INAFOP SACRIFICADOS

Estruturas internas dos ministérios vão absorver o trabalho que estava a ser feito

BÁRBARA WONG

Dois dos quatro institutos que o actual Ministério da Educação (ME) tutelava vão ser extintos: o Instituto de Inovação Educacional (IIE) e o Instituto Histórico da Educação (IHE). Também o Instituto Nacional de Acreditação da Formação de Professores (Inafop), herdado pelo Ministério da Ciência e do Ensino Superior, vai ter o mesmo destino. Contudo, o Governo pretende salvaguardar o trabalho que estava a ser feito.

Ontem de manhã, Maria Emília Brederode dos Santos, presidente do IIE, foi apanhada de surpresa pela notícia: "Soube pelos jornais." Embora estivesse demissionária, jamais pôs a hipótese de o instituto pudesse ser [illegible]to. "Manifesto a min[illegible] estranheza", começa po[illegible] dizer, lembrando que o IIE foi criado no primeiro governo de Cavaco Silva, em 1989. Nomes como "Noesis", "Inovação", "Teia", "Educação Inclusiva", "Boa Esperança", "Boas Práticas", "Educação Ambiental" ou "Educação para os Media" não são desconhecidos dos professores. Trata-se de publicações ou concursos promovidos pelo IIE e a que docentes e escolas podiam candidatar-se. Actualmente, estavam a decorrer alguns concursos cujo futuro, para já, o ME desconhece.

A presidente demissionária classifica esta opção do Governo como um "retrocesso". "A missão do IIE era apoiar a inovação, temos um centro de documentação que é dos melhores", diz Brederode dos Santos, que não compreende a decisão, embora admita que não deva ter sido "tomada de ânimo leve". No entanto, acrescenta que se a intenção da tutela é poupar, o orçamento do IIE é de cerca de um milhão de euros (200 mil contos), portanto, "ridículo". Maria Emília põe a hipótese de haver interesses imobiliários por trás da decisão ministerial: "O IIE tem um grande valor patrimonial, recentemente restaurado, muito apetecível e com um valor muito superior ao dos orçamentos anuais. Estou curiosa com o que vai acontecer a seguir."

Quanto ao IHE, ainda em fase de instalação, mas a trabalhar em pleno, garante o seu presidente Luís Couto Raposo, a notícia também chegou pela imprensa, "mas confirmada pelo gabinete do senhor ministro". Quando se reuniu com David Justino, foi dito ao responsável do IHE que a contenção orçamental poderia atingir o instituto, mas não pensou que pudesse ser extinto. O orçamento anual é de 385 mil euros (73 mil contos).

O IHE foi criado em 1998, depois de um estudo preparatório dirigido pelo professor António Nóvoa, da Universidade de Lisboa, em que se concluía que era necessário preservar o património histórico, arquitectónico, museológico e arquivístico da educação, que corria o risco de desaparecer. "Sabemos que há vontade de acautelar o trabalho prestado, esperamos que isso se concretize", declara Couto Raposo.

O Presidente do Inafop, Bártolo de Paiva Campos, preferiu não prestar declarações. O instituto que preside tem como funções apreciar candidaturas e preparar a acreditação de cursos para educadores de infância e professores do básico e secundário.

A justificação dos ministérios é semelhante: os organismos foram extintos, mas não as suas funções. "As estruturas internas do ME podem absorver o trabalho que estava a ser feito", diz fonte da Educação. "As funções não vão ser extintas, mas rearrumadas", garante, em relação ao Inafop, fonte do Ministério da Ciência e do Ensino Superior. ■

in *Público*, 9 de Maio de 2002.

Agora, que o ano finda...

O ano de estágio, para mim, é um ano rico: em trabalho e emoções. Não há dúvida, que durante este tempo passámos por alguns dias menos bons, mas também ganhámos momentos de alegria e satisfação. É sempre difícil encontrar os equilíbrios necessários e é também complicado estar sempre contente e a sorrir, quando passamos por algumas contrariedades: foram vários os momentos em que me questionei sobre tudo e todos, inclusive e especialmente sobre mim e a minha prática lectiva: Agi bem? E se eu não tivesse feito assim? Escolhi a profissão certa? Estarei bem aqui? Terão valido a pena estes anos de estudo?

Foram também vários os momentos em que pus em causa os valores e os princípios da sociedade, que cria estes miúdos (porque embora com a idade que têm, agem muitas vezes como crianças, com corpos de homens e de mulheres — alguns bem mais altos que eu!) num ambiente um pouco diferente daquele que era o meu quando tinha a idade deles: agora os interesses são mais que inúmeros e há tantas coisas para explorar!

A sensação que a maioria faz chegar até mim é, contudo, uma falta de planos para o futuro, quer a curto, quer a longo prazo... Vivem a escola como mais um sítio onde se está com os amigos e de vez em quando, *ouvem-se e aturam-se* uns professores. São miúdos que até se portam bem e se portam muito bem quando nos zangamos um pouco mais com eles ou quando temos uma aula assistida; são simpáticos e divertidos mesmo aqueles com vidas familiares desajustadas e alguma falta de atenção em casa, e, por vezes, até com falta de carinho...

Gosto deles e até sinto saudades... Sei que às vezes me apetece dizer: *Desapareçam!* mas... Por exemplo, nas férias do Natal e da Páscoa senti bastantes saudades daquelas piadas e da sua agitação. E agora, que o ano finda... já tenho saudades antes de me despedir... Alguns marcaram-me mesmo...

São estes miúdos e a relação com eles que, se por um lado me fazem cabelos brancos (porque são mesmo irrequietos!), por outro me dão muitas alegrias e histórias para contar.

Gosto destes miúdos e tento estabelecer com eles uma relação de quase igualdade. Quase, porque sinto que não posso, nem devo, permitir tal troca tão completa; é preciso estabelecer alguns limites caso contrário, perdemos o controlo do barco. Mas quase, porque me parece que assim é mais fácil chegar até eles. Estabelecendo este tipo de relação, conseguimos estabelecer momentos de trabalho sério e outros de descontracção. Respeito-os e sinto que sou respeitada mas isso não invalida algumas conversas sobre o seu dia-a-dia: os namoros, os concertos, e até mesmo o futebol. Sou sincera, também não os faz estudar muito mais... Aqueles diabinhos são quase uns primos ou uns sobrinhos, que arranjei a mais!

Esta é uma profissão exigente e desafiadora, embora nem todos a considerem assim. É curioso, que mesmo alguns professores, que dão aulas todos os dias, não partilham desta opinião e acomodam-se a uma situação ou a umas folhas amarelas a que recorrem durante anos e anos.... Eu sei que estou no início de uma carreira mas cá dentro tenho um bichinho que me conduz a uma procura incessante de algo novo! Existe sempre alguém que descobriu uma forma mais gira de falar sobre determinado tema, apareceram novos materiais manipuláveis, há sempre novos artigos para ler ou novas acções de formação para fazer. E este foi, e é, um aspecto onde gostaria de me aperfeiçoar e ao qual gostaria de ter podido dedicar mais tempo. Fico, no entanto, com a sensação que, mesmo com esta falta de tempo, o ano de estágio foi um ano produtivo também nesta matéria porque aprendi novas coisas, apliquei algumas e conheci sítios, pessoas e sites que num futuro me vão ensinar muito mais. E este é um dos meus desafios: manter-me actualizada, saber mais para ensinar melhor.

Ser professora não é, por si só, uma profissão fácil mas eu gosto. Acabamos por ser um bocadinho de tudo: explicadores, educadores, modelos, actores, enfermeiros, psicólogos, amigos... E é especialmente este lado humano da profissão que me atrai. No entanto, dá-me especial prazer olhar para aqueles rapazes e sentir que lhes ensinei alguma coisa, a todos! Eu sei que nem todos ficaram a saber determinar o vértice de uma parábola, ou a calcular a mediana de uma distribuição, mas aprenderam alguma coisa comigo (nem que seja a tirar o boné ao entrar na sala de aula ou a dizer *Bom Dia!* mesmo que lá fora esteja a chover torrencialmente), e eu aprendi muito com eles! Aprendi a interpretar pequenos sinais, desde descobrir que aqueles olhos semi-fechados significavam dúvidas no exercício anterior, um problema com o namorado ou uma noite mal dormida; aprendi como é importante a minha postura na sala (mais para trás, mais para a frente, aproximar-me do quadro ou do retroprojector, explicar para um ou para todos...) e como é indispensável saber colocar a minha voz.

E o que é que vem aí? O problema é mesmo esse. A incerteza de um futuro... Um pensamento, um sentimento de dúvida que se levanta a todos os momentos e mais ainda, agora que nos aproximamos do fim do estágio. E quando os nossos alunos, aqueles com que durante um ano nos zangámos e divertimos, nos perguntam se para o ano vamos novamente ser os seus professores, ainda dói mais...

Pelo menos, a mim dói.

Maria João Bruno
Escola Secundária Alves Redol

À Descoberta da Estatística

Como todos nós sabemos os alunos têm uma grande cumplicidade com as novas tecnologias. Cada vez mais os alunos passam o seu tempo, livre ou não, em frente a um computador.

A Escola onde lecciono, EB2/3 Padre Franklin de Vieira de Leiria, dispõe de uma Sala de Informática com 11 computadores, ligados em rede a um servidor, todos com acesso à Internet.

A ideia de utilizar a Sala de Informática, nas aulas de Matemática, foi amadurecendo ao longo do primeiro período. O facto de uma vez por semana ter uma aula com a turma numa sala com 5 computadores, embora sem ligação à Internet, facilitou o processo.

Optei por, na estatística, alterar o esquema das aulas da minha turma do 7.° Ano, turma A, de forma a passarem, um dia da semana na Sala de Informática, desenvolvendo actividades diferentes das aulas *normais*.

Esta turma tem vinte alunos e é composta por 12 rapazes e 8 raparigas, com idades compreendidas entre os 12 e 15 anos. Trata-se de uma turma bastante heterogénea, com interesses muito diversos. Dentro da sala de aula, a turma mostrou, sempre, alguma animosidade face à Matemática, e aos seus conteúdos. Isto porque, na ideia da maioria dos alunos, a Matemática nada mais era que ser capaz de resolver exercícios.

Procurei levar os alunos a apreciar a matéria em causa, a compreendê-la e a reconhecer a sua utilidade na resolução de muitos problemas. Isto porque, quando gostamos de um assunto, debruçamo-nos com mais gosto e empenho sobre os seus desafios.

Os 20 alunos foram distribuídos por 10 computadores, em grupos de 2 alunos, previamente estabelecidos. Na primeira aula, já na Sala de Informática, foi distribuída a cada elemento dos grupos uma ficha que orientava os alunos para a pesquisa no *Site da ALEA — Acção Local de Estatística Aplicada* (http://alea-estp.ine.pt/) dos conceitos teóricos sem que os mesmos fossem expostos da forma habitual. Os alunos percorreram estas páginas, guiados pela ficha de trabalho, e foram anotando os conceitos que eles acharam mais relevantes e importantes sobre a estatística. Antes ainda de começarem a pesquisar dados para executar o trabalho prático, foram questionados acerca dos conceitos relembrados, tais como: o que é a frequência absoluta? Como é obtida a frequência relativa? Entre outras procuraram solucionar algumas dúvidas que foram surgindo em alguns grupos.

A ficha previa, após a consulta dos conceitos teóricos, a elaboração de vários gráficos circulares e de barras com base em dados a serem obtidos a partir dos resultados dos CENSOS 2001 no *Site do Instituto Nacional de Estatística — INE* (www.ine.pt). A primeira aula (90 minutos) manifestou-se insuficiente para desenvolver todas estas tarefas, pois apesar de a exploração dos conceitos ter decorrido conforme previsto, a aquisição dos dados dos censos foi mais demorada e culminou para quase todos os grupos com o final desta aula.

A segunda aula, na Sala de Informática, foi dedicada em exclusivo à construção dos gráficos em *Microsoft Excel* com os dados recolhidos por cada um dos grupos. Como alguns alunos estavam menos familiarizados do que outros com a folha de cálculo, foi necessário explicar a esses alunos algumas das funcionalidades e modos de operar por forma a efectuar a construção dos gráficos propostos, culminando a aula com a elaboração de um relatório em *Microsoft Word* com os gráficos elaborados, respectivas legendas e um pequeno comentário ao trabalho efectuado.

Foram duas aulas diferentes em que os alunos exploraram os conceitos e os aplicaram para executarem um tarefa e conceberem um produto final, de uma forma que não estão habituados a fazer.

A terceira aula, já na sala de aula, serviu para assentar ideias sobre a estatística e a sua utilidade e propor aos alunos um trabalho individual de investigação, que passava pela recolha de dados no terreno, e pela realização de um estudo estatístico com os dados por eles recolhidos.

Como já havia notado em conteúdos anteriores desenvolvidos na Sala de Informática, deve haver algum cuidado na constituição dos grupos, ou num possível ajustamento a fazer à posteriori. Isto porque, se muitos alunos estão bastante familiarizados com a manipulação dos computadores, muitos existem também que têm medo de lhes mexer, o que os prejudica, pois não retiram, assim, o prazer que este tipo de actividades poderia proporcionar. Engraçado foi reparar que alguns dos melhores alunos na aula tradicional não se sentem tão seguros em frente a um computador (talvez pela falta de hábito).

A maioria dos alunos associa os computadores a jogos, e mais recentemente à navegação na Internet. É fundamental levar os alunos a associar o computador com a utilização da Internet a uma nova função que é, explorando por sua própria iniciativa e/ou incentivados por tarefas propostas pelo professor, aprender Matemática.

É indispensável que nós, os PROFESSORES, utilizemos os meios informáticos como meio interactivo de aprendizagem que cativa os nossos alunos para esta área disciplinar.

Pedro Alberto
EB 2,3 Padre Franklin, Vieira de Leiria

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar compatível a inclusão de todas as contribuições no espaço disponível na revista.

Exposições no Funchal

Matemática e Profissões na Secundária Francisco Franco

No final de Abril o Núcleo de Estágio da Escola Secundária Francisco Franco (Claúdia Ferraz, Eugénio Rodrigues, Helder Andrade e Márcia Dória, orientados pela Paula Cró) apresentaram à comunidade educativa e ao público em geral uma das vertentes do seu trabalho de estágio – a exposição subordinada ao tema Matemática e Profissões. Aderindo ao tema lançado este ano pela APM, os estagiários decidiram investigar sobre a Matemática usada pelos diferentes profissionais. "O que tentámos fazer foi pensar em algumas profissões e estabelecer a ligação entre estas e um conteúdo matemático, para deste modo concretizarmos os nossos objectivos.", escreveram eles no relatório que elaboraram sobre esta actividade.

Esta exposição contava com 10 *placards* contendo cerca de 60 cartolinas. Eis algumas das relações apresentadas: o economista e o "custo marginal"; o carpinteiro e a mesa de xadrez (utilizando escalas, medições, etc...); o engenheiro civil, funções e geometria; o pasteleiro e as proporções; o criptógrafo e os sistemas de codificação e comunicação relacionados com *Teoria dos Números*; o músico e os tempos das notas; o programador matemático e a tecnologia – códigos de barras; o desenhador de mosaicos e as translações; o artesão e as simetrias; o farmacêutico e os poliedros regulares; entre outros.

"Na tentativa de envolver os alunos para a actividade e para a Matemática em geral, sugerimos que elaborassem trabalhos relacionados com o tema. Estes trabalhos (os mais completos), também foram expostos." escreveram também os estagiários no relatório.

Realço o bom trabalho deste núcleo de estágio relativamente a esta temática e a promessa de um artigo para a nossa revista sobre uma das profissões que estudaram, bem como a exposição do mesmo no ProfMat 2002.

Algumas iniciativas no âmbito da Semana da Matemática na Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

A Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, realizou entre 13 a 17 de Maio a Semana da Matemática. Entre as muitas iniciativas dos professores desta escola, desde acções de formação para alunos e professores até o já habitual torneio de xadrez, podíamos também visitar a exposição patente na sala de sessões da escola. Os trabalhos expostos eram muitos, mas três tipos de actividades prenderam particularmente a minha atenção.

O primeiro *placard* logo à entrada expunha os resultados de um interessante concurso lançado pelo nosso colega António Gomes, para toda a Região da Madeira intitulado *Uma foto, uma composição*. Os alunos tinham que observar e fotografar algo relacionado com uma profissão e escrever um pequeno texto sobre a relação entre essa profissão e a Matemática. Entre os muitos e interessantes trabalhos destaco três: o ciclista, o empregado de mesa e o engenheiro Eiffel.

Do lado direito encontrava-se um outro placard, resultado da iniciativa das colegas Ana Rita Mendoça, Luz Perez e Olga Freitas. No 2° Período lançaram o tema *Inferir como a Matemática entra nas profissões dos pais ou familiares* para um trabalho de grupo, nas turmas de 9° ano que leccionam. Os alunos deveriam escrever um pequeno texto sobre a Matemática da profissão em questão podendo enriquecê-lo com uma imagem ou com uma entrevista ao profissional. De entre os muitos trabalhos sobre as mais diferentes profissões expostas (pedreiro, torneiro-mecânico, piloto de aviação, costureira, arquitecto, conta-

Figura 1. Exposição na E.S. Francisco Franco.

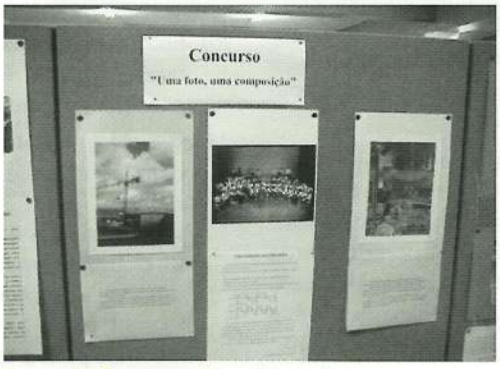


Figura 2. Concurso *Uma foto, uma composição*

bilista, bordadeira, pianista, topógrafo) três merecem o meu destaque: bordadeira de bordado Madeira, por razões óbvias; pianista, pois a aluna que o realizou estuda piano e relacionou a Matemática que conhece com a música que toca — muito interessante — e o piloto de aviação, por estar muito explícito na entrevista que os alunos realizaram, o envolvimento da Matemática na aviação como se pode depreender das palavras do piloto

— "Durante o vôo a Matemática resolve muitos problemas. Antes do vôo, usa-se a Matemática para se saber qual o peso total do avião com passageiros, carga e combustível e determinar se o avião pode descolar com o peso que tem (o peso afecta de duas maneiras, quer pelo peso propriamente dito, quer pela sua localização — carga, combustível e passageiros — pois pode levantar problemas com o centro de gravidade)."

Podíamos também ver uma vitrine com várias imagens muito diferentes, encimadas pela questão *Onde está a Matemática?* iniciativa do colega Luís Freitas.

Bem hajam os professores que, apesar dos avanços e recuos dos nossos governantes, continuam motivados para trabalhar.

Elsa Fernandes
Universidade da Madeira

A matemática no consultório

Há uns tempos consultei um alergologista pediátrico por causa dos problemas alérgicos que a minha filha vinha a manifestar. Foi uma consulta muito interessante para mim, não só pelo que aprendi sobre alergias, mas também pela oportunidade que constituiu de observar um médico a lidar profissionalmente com a matemática. Já tinha assistido, diversas vezes, a médicos a rabiscar regras de três simples e multiplicações nas costas das receitas para determinar a quantidade de medicamento a prescrever à criança em função do seu peso. Mas este, remeteu toda a consulta para as estatística e probabilidades! É isso que agora aqui recupero de memória, sem preocupações de rigor de pormenor mas sendo fiel às ideias e números...

Vamos então à consulta. Depois de uma longa conversa para traçar a história clínica da minha filha, o médico realizou-lhe um exame físico, observou atentamente as análises que ela já tinha feito e realizou-lhe uma bateria de testes cutâneos para verificar a sua reacção a determinadas substâncias específicas. Passado cerca de uma hora, apresentou então o seu diagnóstico e prognóstico...

Médico: Bom, vamos lá juntar isto tudo. A sua filha é claramente alérgica. O facto de ser filha de mãe alérgica já lhe dava, à partida, cerca de 25% a 30% de propensão para vir a ser alérgica, risco que seria ainda maior, cerca de 50% a 60%, no caso de os dois progenitores serem alérgicos. Os resultados das análises e dos testes confirmam inequivocamente esta probabilidade. Para além disso, a tosse seca e irritativa de que se queixa, que aparece depois de se deitar, corresponde àquilo que chamamos de um equivalente asmático, que indicia que a sua filha poderá vir a desenvolver uma asma a breve, médio ou longo prazo. Repare que não se sabe se vai lá chegar, mas tudo indica que sim...

Eu: E não há forma de saber?

Médico: Não. Nem há forma de a curar, caso se manifeste. Mas actualmente, há forma de a controlar, através de terapêutica adequada. Se nada for feito, a probabilidade de ela vir a ser asmática é cerca de 70% a 80%. Se fizer o tratamento adequado, baixa essa probabilidade para cerca de 20%. É uma grande diferença... As possibilidades de conseguir viver sem ter uma crise são bastante boas... Há que confiar nas estatísticas... Embora não haja certezas de nada... Está a ver?

Eu: Estou, estou. Confiar nas estatísticas... pois... — E pensei já em silêncio — Logo eu...

Médico: No entanto, a sua filha tem dois contras: é polialérgica e é rapariga. Nos rapazes, a asma tem tendência a desaparecer com a chamada mudança de idade, embora em crianças os meninos tenham maior tendência do que as meninas para a ter. A relação entre o sexo masculino e o sexo feminino é de cerca de 3 rapazes para 1 rapariga, na população pediátrica. No entanto, na idade adulta, a relação aproxima-se de 1 para 1, e o número de mulheres com asma é até ligeiramente superior ao de homens. Por isso, uma criança do sexo feminino terá menores possibilidades de a sua asma cessar ao atingir a puberdade... Bom, vamos lá falar do que há a fazer...

E assim continuou a consulta, com esclarecimentos sobre as medidas a tomar: controlo do ambiente e da alimentação, criação de determinados hábitos de vida, medicação. E esta última, confesso, é o que mais me custa. Tenho dificuldade em aceitar a ideia da minha filha depender de medicamentos, em particular, de tomar corticosteróides diariamente. Imaginando a eventualidade de poder dispensar este tipo de medicação, arrisquei perguntar ao médico a sua opinião acerca da eficácia das medicinas alternativas para o controlo da asma. A resposta trouxe-me outra surpresa matemática:

Médico: Bom, por exemplo, a acupunctura tem, especificamente para asma, uma eficácia reduzida e muito inferior ao que se consegue com os medicamentos de que lhe falei. Às vezes há pessoas que acham que melhoram com a acupunctura mas isso pode acontecer porque elas iriam melhorar de qualquer modo ou por causa da expectativa que criam em relação ao tratamento. A parte psicológica tem muita influência, não é? É por isso que na medicina, sempre que se testa um medicamento, se usa o teste de duplo cego...

Eu: Duplo cego?!

Médico: Sim. É uma forma de tentar controlar os efeitos das melhoras que não se devem ao medicamento mas sim ao efeito psicológico. Divide-se a amostra de doentes em duas, a uma dá-se o medicamento a testar e a outra dá-se placebo, mas os pacientes não sabem... E os médicos também não sabem, para que não sejam estes a influenciar, ainda que inconscientemente, os doentes... por isso é duplo cego, cegos os pacientes e cegos os médicos... quem não sabe é como quem não vê... E quer acreditar que mesmo assim, sempre que isto é feito, se verificam algumas melhoras em todos os pacientes, quer nos que tomam o medicamento, quer nos que ingerem placebo? É verdade!

E a consulta continuou, cheia de explicações, como eu gosto. Quando de lá saí, fui comprar capas anti–acáros e aviar a receita. Há que confiar nas estatísticas... Embora não haja certezas de nada... Está a ver? Ai, quem me dera que a medicina fosse menos probabilística!

Ana Paula Canavarro
Univ. de Évora

Matemática e Moda

Desfile de Moda Geométrica

No âmbito da Semana da Educação de 2000/2001 da Escola Secundária/3° CEB da Batalha e inserido no plano anual de actividades do nosso grupo disciplinar, surgiu a ideia de ligar a Matemática à moda, desta vez não moda estatística. Depois... quando soubemos que o tema proposto pela APM para este ano era sobre as profissões, decidimos experienciar a de repórter e contar sobre as profissões vividas no nosso desfile!

Logo em Dezembro auscultaram-se os alunos e não faltaram voluntários, uns para desfilar e outros, mais envergonhados, como estilistas ou costureiros; todos queriam era aplicar a Matemática. Todos os dias surgiam modelos para a nova colecção que se aproximava — Moda Geométrica. Depois da selecção feita tendo em conta os (poucos) recursos existentes, a evidência das formas geométricas e a facilidade em conceber os fatos, era hora dos costureiros darem o seu melhor. Provas e mais provas, os fatos surgiram. Os manequins foram ensaiados e as maquilhagens estudadas de forma a realçar, em palco e sob o efeito das luzes, o tipo de fato. No próprio dia era ver as cabeleireiras profissionais de secador em punho e as maquilhadores improvisadas de pincel e baton na mão. O espectáculo ia começar! A música *futurista* chamava-os ao palco e vários estilos de manequins foram aparecendo: clássico, desportivo, vanguardista, étnico, prático e por fim a noiva.

O público ao aplaudir efusivamente reconheceu a importância da Matemática em qualquer realidade, até mesmo na da moda.

No final todos os participantes se sentiam recompensados e os sentimentos misturavam-se: euforia, orgulho, cansaço, satisfação pela descoberta de mais algumas capacidades, etc. Nunca para tantos alunos a Matemática os tinha feito brilhar tanto!

1° Grupo da Escola Secundária/3° CEB da Batalha

Calazans Fashion 2002

Uma peça de roupa pode ser vista como uma obra de arte: reflectimos sobre ela como um fotógrafo reflecte sobre uma fotografia ou como um pintor reflecte sobre uma tela. A moda é uma arte.

E o que tem a moda a ver com a matemática? "A essência da matemática reside na liberdade", disse Cantor. A essência da moda também reside na liberdade. Não há ditaduras da moda.

E que melhor dia para conjugar matemática e moda que o dia da liberdade? Às vinte e duas horas do dia 24 de Abril, no ginásio da Escola Secundária Calazans Duarte, aconteceu moda, matemática, criatividade, música, cravos e liberdade — o *Calazans Fashion 2002*. Tinha sido lançado o desafio aos alunos e restante comunidade escolar para se fazer um desfile de moda matemático. Juntou-se a ideia dos recicláveis e alunos e alunas pensaram, produziram ideias, descobriram respostas e novos caminhos. A moda festejou a cor, a criatividade e a geometria, e não esqueceu as inspirações de Yves Saint Laurent nas obras geométricas do pintor holandês Piet Mondrian. O vestuário foi uma arte constituída por formas e materiais novos. Não se orientou exclusivamente pelo corpo humano mas debruçou-se mais sobre o movimento e os novos materiais — o papel, o plástico, o material de embalagem, os recicláveis e os transformáveis (as muito usadas calças de ganga converteram-se numa espectacular saia fashion...)

E a música aconteceu: a Inês cantou e o Rui acompanhou-a à viola. E todos cantámos *Uma gaivota voava, voava...* enquanto recebíamos das mãos da Inês um cravo vermelho e assistíamos à substituição da saia da ditadura pela saia da revolução.

No percurso para o ginásio já se sentia a envolvência da matemática e da moda: nos corredores, armários antigos mostravam roupa de várias épocas; um conjunto de barbies alta costura, livros, revistas e a colecção de desenhos dos modelos criados pelos alunos estavam nas vitrines e os trabalhos sobre texturas realizados nas aulas de artes estavam pendurados do tecto. Máquinas de costura antigas, outros artefactos relacionados e muitas flores campestres completavam o *cenário*.

Este evento, *Calazans Fashion 2002*, foi o culminar de um trabalho iniciado nas Jornadas Culturais da escola, em 21 e 22 de Março, com a realização de um *workshop* intitulado *Simultâneos*, onde participaram activamente cerca de trinta alunos e alunas de ciências e de humanidades, alguns professores e funcionários. O tema escolhido para este *workshop*, a moda, a Matemática e os materiais recicláveis, permitiu criar um espaço facilmente dinamizável por e para alunos, que dando asas à criatividade e à liberdade de expressão foram estilistas, costureiros, designers e modelos. O código de funcionamento deste espaço foi articulado de modo a consentir diversas variantes, deixando-se a invenção à fantasia do utente, à escolha individual, num contexto de respeito pelo colectivo.

Pensamos ter conseguido mostrar que:

- Descobrir padrões, proporções e formas originais, faz parte da aprendizagem matemática;
- É possível reutilizar materiais muito mais do que se pensa;
- O vestuário é mais do que o que vestimos. Escreveu Umberto Eco:
  O vestuário é comunicação:
  Em Citânia: tem mini-saia — é uma rapariga leviana.
  Em Milão: tem mini-saia — é uma rapariga moderna.
  Em Paris: tem mini-saia — é uma rapariga.
  Em Hamburgo, no Eros: tem mini-saia — se calhar é um rapaz.
- A escola é uma forma de vida comunitária.
- Cada um de nós é um ser autónomo e criativo.
- Não é apenas a escola que molda as pessoas; as pessoas também moldam a escola.
- Há muitas coisas que se sabe e que as notas não dizem.

Para nós, que organizámos, para os trinta jovens que participaram activamente no *Simultâneos*, para os quarenta e cinco jovens envolvidos no *Calazans Fashion* e para as cerca de quatrocentas pessoas que assistiram ao desfile, ficará para sempre gravado na memória o prazer de ter organizado, participado, criado, costurado, desfilado, assistido, cantado e aplaudido.

Como escreveu John Dewey, no final do século dezanove, "[a] escola não é uma preparação para a vida. A escola é a própria vida."

Este texto envolve um *remix* de Umberto Eco (semiólogo), John Dewey (pedagogo), Sónia Delaunay, Yves Saint Laurent e Miguel Flor (criadores de moda)

Departamento de Matemática da
Esc. Sec. A. Calazans Duarte

As flores e a matemática

As flores desempenham um papel importante nas nossas vidas. Desde o início dos tempos, têm sido utilizadas para celebrar acontecimentos. As flores são apropriadas para muitas ocasiões, sentimentos e experiências diferentes. Um simples ramo torna-se mágico quando oferecido a alguém de quem se gosta. Uma decoração da casa para um acontecimento especial cria uma afirmação imensamente pessoal. As flores podem resplandecer nos momentos de alegria, tranquilizar-nos de serenidade e reconfortar-nos na tristeza. A sua beleza pode alegrar os dias mais vulgares.

Depois disto, o que é que as flores terão a ver com Matemática? Se calhar há bastantes pontos que lhes são comuns, que se tocam. Por exemplo, se pensarmos em formas geométricas. Se unirmos as pontas das pétalas de um narciso, obtemos um hexágono perfeito. Quantas flores não nos sugerem polígonos estrelados?

Se repararmos nas formas de alguns arranjos florais e de alguns ramos de mão, aí as formas podem ser as mais diversas. Desde formas triangulares, redondas, ovais, em forma de losango, etc. Ainda nos arranjos, eles podem ser feitos com a definição clara de determinado tipo de linhas, arranjos paralelos, por exemplo. Basta estar atento. Observar.

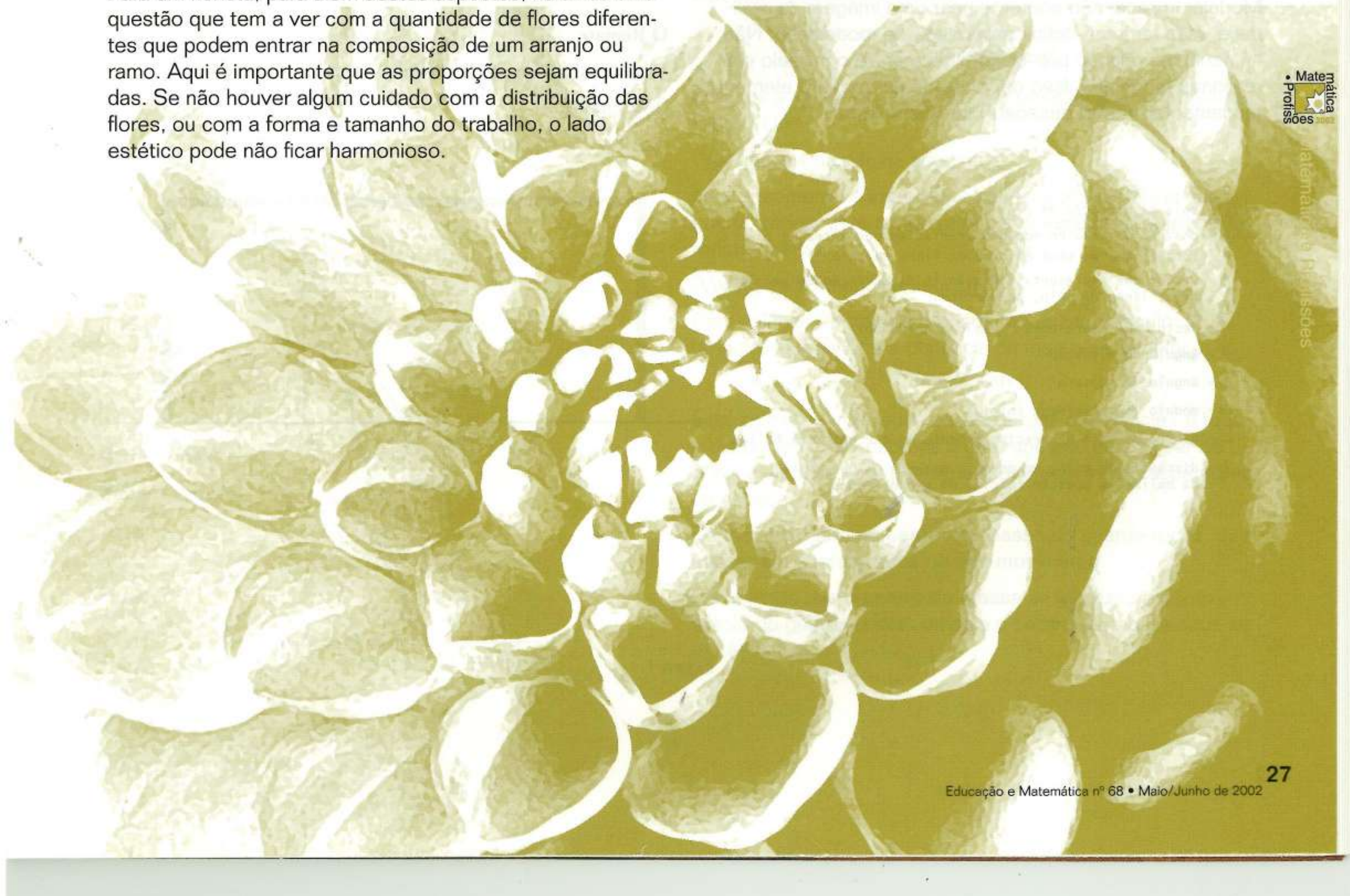
Para um florista, para além destes aspectos, há ainda uma questão que tem a ver com a quantidade de flores diferentes que podem entrar na composição de um arranjo ou ramo. Aqui é importante que as proporções sejam equilibradas. Se não houver algum cuidado com a distribuição das flores, ou com a forma e tamanho do trabalho, o lado estético pode não ficar harmonioso.

Depois as contas... qual é o florista que não tem a sua contabilidade (Matemática, cá está outra vez) em ordem. Quanto se gastou e que percentagem sobre os produtos e o trabalho criativo (porque um florista tem que ser criativo) vou aplicar de modo a ter algum lucro?

Como vêem, nesta área em que aparentemente a Matemática não tem nada a ver com as flores, ela está intimamente ligada à organização de um florista.

José Luís Pereira Ramos
Professor de EVT
Florista diplomado

Nota: Este artigo foi publicado, em 2000, numa das edições do Jornal de Leiria, correspondendo à participação do seu autor numa coluna intitulada *O contributo da matemática na construção do meu percurso pessoal e profissional*. A criação desta coluna, no referido jornal e durante o ano de 2000, foi mais uma das iniciativas locais promovida pelo Núcleo Regional de Leiria da APM, ESEL, ESTG e CAE para assinalar o Ano Mundial da Matemática.



Golo—É necessário saber Matemática para ser treinador de futebol?

Elsa Fernandes e João Filipe Matos

Na véspera de um importante jogo de Futebol (no qual a Elsa jogaria como guarda-redes da equipa) reflectíamos na possibilidade do jogo ser decidido através da marcação de grandes penalidades. Começámos a pensar em algumas questões interessantes associadas a esta situação. Dado que o guarda-redes tem, talvez a tarefa mais difícil, quando o árbitro resolve marcar um *penalty*, a questão principal foi formulada de imediato: *existe algum* ponto *na baliza, para onde o jogador possa chutar a bola de tal forma que seja impossível o guarda-redes defender?*

Este é um exemplo de uma situação real, vivida por um dos autores. A Matemática tem aqui um papel importante na análise da situação. É sabido que os problemas da vida real (i) normalmente não emergem como questões bem definidas; (ii) necessitam da identificação da informação relevante e do conteúdo da situação e (iii) têm informação disponível que, na maioria dos casos, está incompleta e é desorganizada ou excessiva (Lesh, 1981). Isto significa que temos que lidar com tópicos particulares da situação, tentando ao mesmo tempo mobilizar artefactos matemáticos para modelar o problema.

A situação real é apresentada, mas o problema não está formulado. Se queremos modelar matematicamente a realidade necessitamos de um objectivo preciso. Se não o tivermos, não podemos avaliar a eficácia, qualidade e validade do modelo.

Modelar implica, não somente criar uma imagem da realidade, mas também definir propósitos de modelação. Não há nenhuma relação pré–determinada entre o modelo e a realidade modelada. Isso depende de um terceiro elemento fundamental — a(s) pessoa(s) que modela(m).

1. O problema definido é o seguinte:

A guarda-redes sabe que a bola será chutada para a sua esquerda e não será enganada pelo jogador que remata. Será sempre possível defender o *penalty*, se se atirar para o seu lado esquerdo e intersectar a bola? Ou haverá alguma situação em que seja verdadeiramente impossível defender o *penalty*?

O problema está formulado. Temos agora que analisar a situação, encontrar aspectos relevantes, fazer simplificações e propostas.

2. Consideremos:

- Distância da marca de *penalty* à baliza (11 metros)
- Altura do guarda–redes
- Dimensões da baliza
- Posição da bola no preciso momento em que entra na baliza
- Trajectória do guarda-redes (admitamos que, como é natural, o guarda-redes se atira em voo, para agarrar a bola com as mãos).

3. O esquema da situação

A Baliza

Ver Figura 1.

O Remate

A bola estará em cima da linha de golo, no ponto O.

(Ver Figura 2.)

$O(t_0)$ - bola na marcação de *penalty*

$O(t)$ - posição da bola no momento preciso em que entra na baliza, isto é, quando está em cima da linha de golo

d - vector que representa a distância da marcação de *penalty* até à linha de golo, na vertical

d' - vector que representa a deslocação da bola

θ - ângulo de elevação

ϕ - ângulo de 'desvio'

v_0 - módulo da velocidade inicial

h' - altura da bola no preciso momento em que entra na baliza

L - distância da bola, no preciso momento em que entra na baliza, à posição inicial do guarda-redes

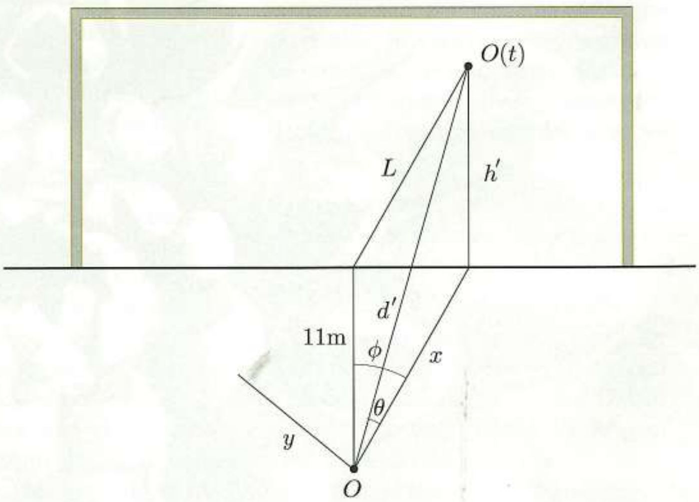
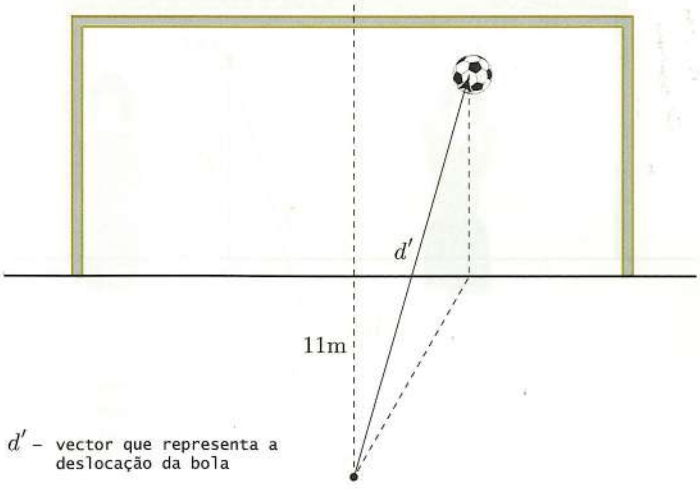
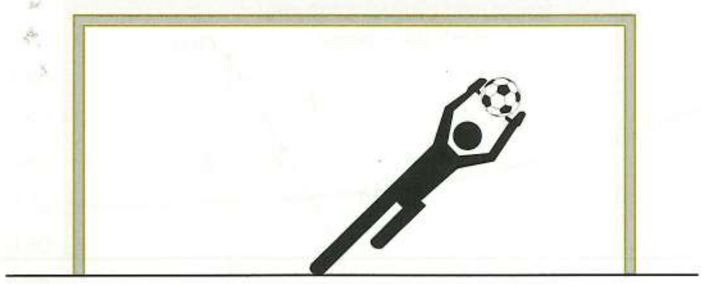


Figura 1.



d' - vector que representa a deslocação da bola

Figura 2



L - distância da bola, no momento preciso em que entra na baliza, à posição inicial do guarda-redes

Figura 3

Defesa

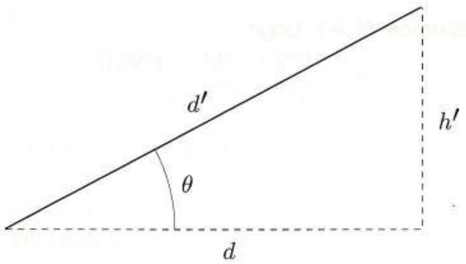
O guarda-redes deve intersectar a bola no ponto O.

(Ver Figura 3.)

4. Interessa-nos saber precisamente em que condições o guarda-redes atinge o ponto O (com as mãos) no momento preciso em que a bola lá está.

(a) Qual é a altura do ponto O até à linha de golo? (h')

Calculemos h':



$$\boxed{d' = d + h'}$$

$$d = v_0 x t \qquad v_0 x = v_0 \cos\theta$$

$$h' = v_0 y t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad v_0 y = v_0 \sin\theta$$

$$d = v_0 t \cos\theta \qquad h' = v_0 t \sin\theta - \frac{1}{2} g t^2$$

Sabemos que:

$$d = \frac{11}{\cos\phi}$$

Então:

$$\frac{11}{\cos\phi} = v_0 t \cos\theta \Leftrightarrow t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

Substituindo na equação que define h':

$$h' = v_0 \sin\theta \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta} - \frac{1}{2} g \left(\frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta} \right)^2$$

h' é a altura atingida pela bola (em cima da linha de golo) como função da velocidade inicial (v_0) e dos ângulos ϕ (ângulo de desvio) e θ (ângulo de elevação).

Primeira conclusão

Agora sabemos que as mãos do guarda-redes devem estar a esta altura no momento em que a bola está no ponto O, que sabemos ser o instante

$$t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

(b) Qual a distância do ponto O à posição inicial do guarda-redes? (L)

(Ver figura 4 na página seguinte.)

Neste momento é importante saber qual a distância que o guarda-redes deve atingir para a sua esquerda (respectivamente direita).

(Ver figura 5 na página seguinte.)

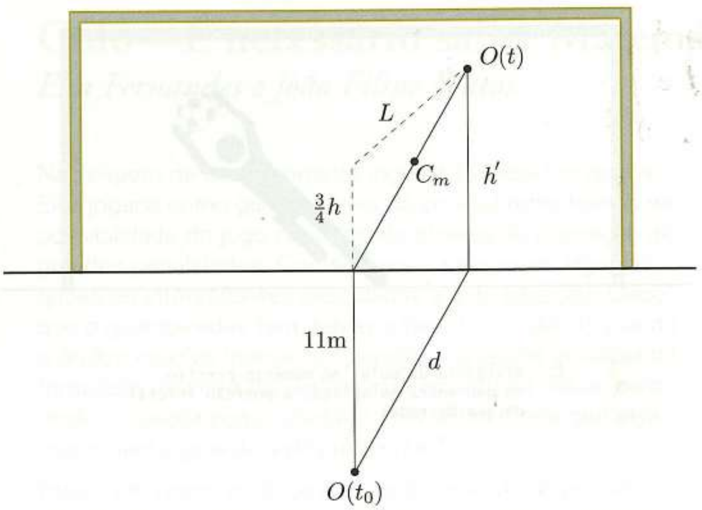
Para calcular l somente é necessário usar o ângulo ϕ (ângulo de desvio) e a distância da marca de *penalty*:

$$l = 11 \tan\phi$$

Será que o guarda-redes percorre toda a distância l e toda a distância h'? A resposta a esta questão parece ser não, porque além de *voar* o guarda-redes estica os braços acima da cabeça.

Pensemos agora no centro de massa do guarda-redes, que substitui o guarda-redes no seu movimento.

Admitamos que o centro de massa se localiza no ponto médio do guarda-redes, ou seja o centro de massa situa-se em $h/2$.



h - altura do guarda-redes

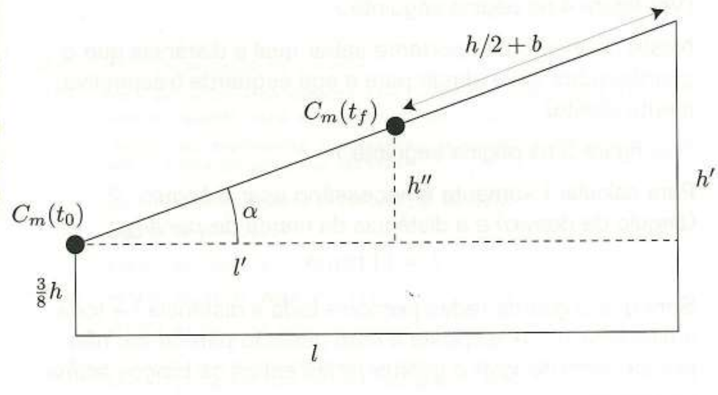
L - distância da bola, no preciso momento em que entra na baliza, à posição inicial do guarda-redes

C_m - centro de massa do guarda-redes

$\frac{3}{4}h$ - altura do guarda-redes na posição de pré-impulso

Figura 4

Agora (ver figuras 6 e 7) é importante perceber quanto é que o centro de massa se desloca (para o lado e para cima) para que as mãos do guarda-redes estejam no ponto O no momento preciso. Sabemos que no instante inicial o centro de massa está situado em 3/8 de h, porque o guarda-redes está na posição de pré-impulso (o guarda-redes com as pernas semi-flectidas e afastadas e o corpo curvado para a frente).



O centro de massa desloca-se:

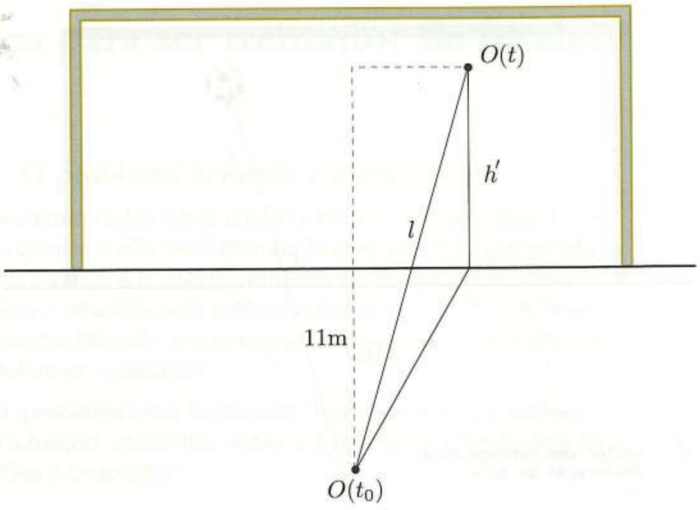
1 — para a esquerda: l'

2 — para cima: h''

Então:

$$h'' = h' - 3/8h$$

e por semelhança de triângulos:



l - distância que o guarda-redes deve atingir para a sua esquerda

Figura 5

$$\frac{h'}{l} = \frac{h''}{l'} = \tan\alpha$$

Já conhecemos h' e l. Logo

$$l' = \frac{h''l}{h'} = \frac{(h' - 3/8h)l}{h'}$$

Finalmente, para saber em que condições será possível o guarda-redes chegar a esse ponto, precisamos calcular a velocidade inicial deste para que o seu centro de massa esteja em l' (para a esquerda) e em h'' (para cima) no tempo

$$t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

Em termos reais, o que o guarda-redes deve treinar é o impulso de que necessita para se deslocar seguindo o ângulo adequado.

A velocidade está realmente em relação com o impulso ou quantidade de movimento do guarda-redes entre os instantes $t = 0$ e

$$t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}.$$

O ângulo é:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{h'}{l}\right),$$

e o impulso é:

O centro de massa situa-se aproximadamente no umbigo do guarda-redes

Figura 6

b - Altura dos braços em relação à cabeça do guarda-redes quando ele os eleva

Figura 7

$$I = -mgt = -mg\frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

E agora usando uma folha de cálculo e as fórmulas a que chegámos, é possível estudar o tempo que o guarda-redes necessita para apanhar a bola dependendo (i) da velocidade e mantendo constante os ângulos; (ii) do ângulo horizontal e mantendo constante o ângulo vertical; (iii) do ângulo horizontal, mantendo constante o ângulo vertical e variando a velocidade inicial.

Como podemos observar no gráfico 1, na página seguinte, quando o ângulo horizontal aumenta (mantendo o ângulo vertical constante, por exemplo 18 graus) o tempo que o guarda-redes necessita para apanhar a bola aumenta também.

Outra situação que podemos também estudar é manter o ângulo horizontal constante e fazer variar o ângulo vertical. Qual a variação dos ângulos (vertical ou horizontal) que mais influencia o tempo necessário para que o guarda-redes apanhe a bola? Isto pode ser usado como uma estratégia para o jogador que vai marcar o penalty porque esse tempo deve ser o mínimo possível. E talvez a resposta a esta questão seja importante, se o treinador quiser usar esta simples exploração da Matemática de um *penalty*, nos seus treinos.

No gráfico 2, a seguir, podemos ver que o tempo necessário para apanhar a bola diminui quando a velocidade aumenta e os ângulos (vertical e horizontal) são constantes. Podemos inferir que se existir um jogador com um remate muito potente, o tempo necessário para o guarda-redes alcançar a bola será muito próximo do zero e a sua missão, na realidade, seria impossível. Esta é também uma questão importante para o treinador. O treino do marcador de *penaltys* poderá ser orientado em termos de potência do remate e colocação da bola porque como sabemos o objectivo é ganhar o jogo.

Gráfico 1

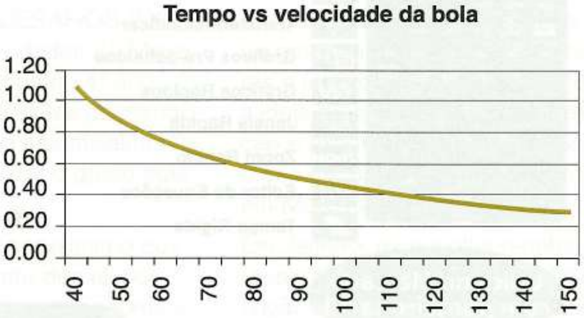


Gráfico 2

Comentários Finais

O futebol constitui um desporto que atrai multidões de todas as faixas etárias em todos os países do mundo. Desvendar alguns aspectos da prática do futebol e do treinamento que os clubes realizam adoptando um ponto de vista matemático pode ser uma actividade aliciante. Por um lado, porque isso ajuda a compreender alguns factos inerentes a essa prática desportiva e, por outro lado, porque coloca a matemática em acção revelando algum do seu poder. O futebol envolve pessoas em acção, envolve competitividade, envolve esforço. Mas situações tais como a defesa de um *penalty* apresenta uma grande complexidade quando queremos olhá-la de um ponto de vista matemático. Se simplificamos demasiado a situação deixa de pertencer ao domínio da prática do futebol e passa a ser algo demasiado artificial recontextualizado num problema que nada tem já que ver com o futebol. Se se mantém grande parte da complexidade da situação o problema torna-se difícil de lidar e arrasta dificuldades na sua matematização.

Uma das questões centrais em processos de modelação matemática é o saber lidar com a complexidade. Modelar implica tornar salientes aspectos estruturais da situação e ao fazer isto perdem-se algumas das características dessa situação. Existe, por isso uma tensão entre a simplificação (necessária) e a necessidade de preservar elementos importantes da situação sem os quais se pode

(Continua na página 34)

Desafios 2002

Isabel Rocha

APM
CAEL
ESEL
Escolas do 1.º ciclo 2002

No ano 2000, a Associação de Professores de Matemática — Núcleo de Leiria, o Centro de Área Educativa de Leiria, a Escola Superior de Educação de Leiria e a Escola Superior de Tecnologia e Gestão não quiseram deixar de se associar nas comemorações do Ano Mundial da Matemática, promovendo um conjunto de iniciativas locais.

Entre elas, surgiu o DESAFIOS 2000, um concurso de actividades de Matemática, dirigido a alunos do 4º ano de escolaridade de escolas do distrito de Leiria e que visava essencialmente incentivar e desenvolver o gosto pela Matemática.

Pela receptividade e entusiasmo que tal iniciativa gerou junto dos alunos e professores, decidiu-se dar continuidade a este concurso tendo surgido o DESAFIOS 2001 e, mais recentemente, o DESAFIOS 2002.

Esta iniciativa tem como principais objectivos: alargar a imagem que os alunos do 1º ciclo têm da Matemática; apresentar uma Matemática que vai para além das contas, e que se alarga à resolução de problemas e ao uso de raciocínios informais de conjecturas e justificações; e ainda, reforçar a ideia de que actividades de exploração e experimentação que envolvam o uso de materiais, são fundamentais em Matemática.

Em Janeiro, as escolas receberam o respectivo regulamento e ficha de inscrição e no dia 21 de Março decorreu a primeira fase deste concurso, no qual participaram 826 alunos de 46 escolas.

Na elaboração das actividades que são propostas, participaram os docentes da secção de Matemática da Escola Superior de Educação de Leiria e os alunos do 3º ano, dos cursos de formação inicial de professores do ensino básico. Os mesmos alunos deslocaram-se às escolas participantes dando todo o apoio logístico na realização desta prova. As actividades propostas podem ser consultadas na página da ESEL (www.esel.iplei.pt), nas actividades do Departamento de Matemática e Ciências.

Desta eliminatória foram seleccionados 50 alunos para participar numa final, que se realizou no passado dia 23 de Maio. Neste dia, os alunos acompanhados dos respectivos professores (e alguns pais), foram recebidos no auditório da ESEL, pelos representantes das entidades organizadoras. De salientar a valorização que tem sido dada a esta recepção, que contou com a presença da Coordenadora da Área Educativa de Leiria e dos Vices-Presidentes do Conselho Directivo da ESEL, um dos quais "acumulando" a representação do Núcleo de Leiria da APM. Claro que todos

Bolas coloridas

Três sacos idênticos contêm bolas coloridas. Cada saco tem uma bola preta e uma branca. Tira-se uma bola do saco 1, outra do saco 2 e outra do saco 3. Indica todas as possibilidades de se tirarem exactamente duas bolas brancas. Mostra como chegaste à tua resposta, usando palavras, ou desenhos, ou esquemas, ou contas.

Actividade realizada na 1ª fase do Concurso.

aproveitam para fazer a "sua publicidade", uns mais à matemática outros à própria escola, pois alunos precisam-se, mas numa interacção interessante com as crianças, que revelaram não serem desconhecedoras do que se faz na escola dos "grandes". Para além de palavras de boas vindas, foram entregues os certificados de participação, t-shirts com o logotipo do concurso (de salientar que temos uma empresa patrocinadora) e outros prémios (um puzzle e um poster para cada criança) oferecidos pela APM. Terminada esta sessão, os alunos foram resolver mais algumas actividades de exploração de padrões, numéricos e geométricos, de identificação de quadrados (recorrendo ao geoplano), ...

Finalmente chegou a hora do lanche, mais do que merecido.

Pel' A organização
Isabel Rocha
ESE de Leiria

As mesas do banquete

Uma mesa de banquete é feita juntando mesas mais pequenas (secções). Esta mesa com duas secções tem 12 lugares.

a) Completa.

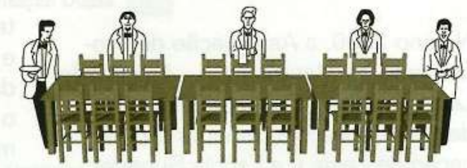
n.º de secções	n.º de lugares
2	12
3	
5	
10	

b) Descreve como calcular o número de lugares sabendo o número de secções.

Há um empregado de mesa em cada secção e um em cada um dos topos da mesa de banquete.

a) Completa

n.º de secções	n.º de empregados de mesa
2	
3	5
6	
10	



b) Descreve como calcular o número de empregados de mesa sabendo o número de secções.

Actividade realizada na final do Concurso.

• Matemática e Profissões 2002 (Continuação da página 31)

perder muito do seu sentido. A dificuldade que emerge desta tensão resulta do facto de, em muitas situações, a identificação de características importantes da situação emergir da exploração do próprio modelo matemático. Este facto está na origem do carácter cíclico que assume tipicamente o desenvolvimento dos modelos matemáticos.

Por outro lado, deve notar-se que os modelos matemáticos são de algum modo externos às situações, são explicações externas que nos permitem prever e actuar sobre as situações. Os profissionais que usam matemática de forma intencional têm consciência deste facto. Mas muito frequentemente as actividades profissionais desenvolvem-se sem uma consciência quer da matemática envolvida quer da eventual utilidade da utilização de algum elemento de matemática. De facto, a actividade de um profissional como o guarda-redes de uma equipa de futebol é feita de acções com carácter intencional em que virtualmente a matemática não tem lugar. A sua percepção da trajectória da bola em direcção à baliza é regulada por um conhecimento corporizado e resultante do desenvolvimento dos mecanismos visuais-motores e não de uma avaliação matemática dessa mesma trajectória. Mas é também um facto que esses mesmos mecanismos podem ser educados e é precisamente isso que é feito nos treinos. É nesse ponto que se pode tornar relevante a matemática se houver um trabalho de análise da situação que informe o guarda-redes das possibilidades de ter sucesso numa defesa se ele adoptar determinado posicionamento e estiver pronto para determinada acção.

A matemática é portanto vista como um recurso que ajuda a estruturar a acção do profissional mesmo que não faça parte do reportório explícito e intencional desse profissional.

Referências

Lesh, R. (1981). Applied Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 2 (12), p.235-264.

Elsa Fernandes
Universidade da Madeira
João Filipe Matos
Universidade de Lisboa

Cabri-géomètre

O Cabri (**CA**hier **BR**ouillon **I**nformatique) é um programa de geometria dinâmica da autoria de Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain, desenvolvido na Universidade Joseph Fourier em Grenoble e no Centre National de la Recherche Scientifique, no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didáctica e na equipa Environnements Informatiques de l'Apprentissage Humain do laboratório Leibniz.

A ideia deste projecto data de 1985 e a primeira apresentação do programa foi feita em 1987. Inicialmente idealizado para computadores Macintosh, em 1989 surgiu a versão MS-DOS. Mais tarde foi lançada a segunda versão do Cabri, e em 1998 apareceu a versão Windows.

A versão que vamos analisar permite escolher o idioma de trabalho, podendo essa escolha ser feita em qualquer momento da sessão. Os idiomas disponíveis são: inglês, francês, espanhol, italiano, alemão, português (não standard). Mas há ainda outros países com a sua própria tradução do Cabri, como por exemplo a República Checa.

Algumas características

O trabalho com o Cabri é feito à custa de objectos iniciais e com recurso a uma série de construções previamente definidas. Trabalhamos com o Cabri do mesmo modo que trabalhamos utilizando apenas uma régua e um compasso.

O ecrã inicial tem o aspecto que se ilustra na figura 1.

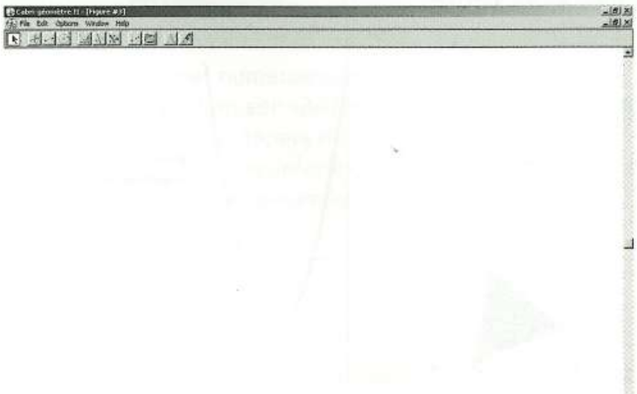
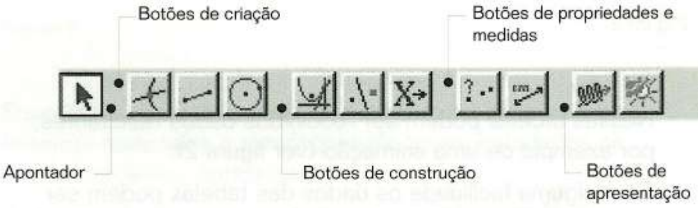


Figura 1.

Apresenta uma zona de desenho, um menu e uma barra de botões, que permitem aceder à maior parte dos comandos do Cabri.

Estes botões estão agrupados do seguinte modo:



O Cabri possui um conjunto de objectos, tais como: pontos, rectas, segmentos, semi-rectas, vectores, triângulos, circunferências, arcos e cónicas, polígonos regulares e irregulares aos quais se pode aceder com os botões de criação.

As construções pré-definidas, como por exemplo: construção de uma recta perpendicular ou paralela a uma direcção passando por um ponto dado, o ponto médio e a mediatriz de um segmento, a bissectriz de um ângulo, o vector soma de dois vectores dados, etc, assim como as transformações geométricas (translação, rotação, simetria central, reflexão, homotetia e inversão) e as macros acedem-se a partir dos botões de construção.

A resposta a algumas interrogações como por exemplo: saber se três pontos são colineares, se duas rectas são paralelas ou perpendiculares, se um dado ponto pertence a um dado objecto, assim como informações sobre a distância entre dois pontos o comprimento de um segmento, o perímetro ou a área de um polígono, a amplitude de um ângulo e o declive de uma recta, obtêm-se a partir dos botões de propriedades e medidas.

Com os botões de apresentação é possível colocar texto e etiquetas, valores numéricos, colocar eixos e grelhas, fazer animação ou simplesmente modificar o aspecto do desenho, em termos de traçado ou grossura de linhas, cores, definir quais os objectos que se pretendem visíveis ou escondidos.

O Cabri tem integrada uma calculadora e permite ainda a utilização de tabelas.

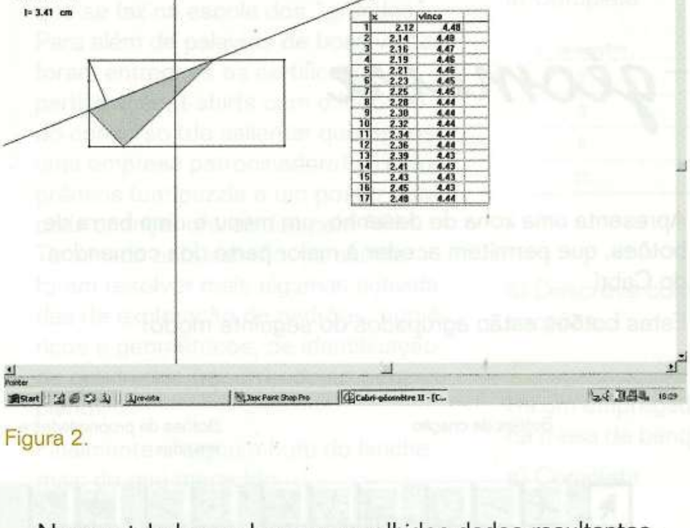


Figura 2.

Nessas tabelas podem ser recolhidos dados resultantes, por exemplo de uma animação (ver figura 2).

Com alguma facilidade os dados das tabelas podem ser copiados para uma folha de cálculo, por exemplo o Excel, para serem tratados posteriormente.

Esta versão do Cabri permite a sua utilização no estudo da Geometria Analítica.

Está definido, por defeito, um sistema de eixos que pode estar visível ou não. É possível ainda definir novos sistemas de eixos.

Se estiver definido apenas o sistema inicial, quando são pedidas as coordenadas de um ponto, ou o declive de uma recta, ou a equação de uma recta ou de uma cónica, etc, as informações são dadas relativamente a esse sistema de eixos, estejam os eixos visíveis ou não.

Se outros sistemas estiverem definidos, então terá que ser indicado o sistema relativamente ao qual se pretendem por exemplo as coordenadas de um ponto, ou a equação da recta.

Quando um objecto se desloca pode ser dada a instrução *Trace* para que esse objecto deixe rasto ao efectuar o seu movimento. Esta facilidade é muitas vezes associada à animação de um objecto.

Importa também salientar o papel da instrução *Locus*, que permite determinar o lugar geométrico de um objecto relativamente a um ponto.

Aproveitando as facilidades anteriores e utilizando o editor de texto e o editor numérico é possível fazer, por exemplo, o estudo de funções e famílias de funções, como se vê na figura 3, ou resolver problemas recorrendo a representações gráficas, como mostra a figura 4.

A animação é bastante utilizada neste tipo de programa. No Cabri a animação pode ser simples se animarmos apenas um objecto, mas também podem ser animados vários objectos em simultâneo, fazendo uma animação múltipla.

O Cabri possui um *histórico*, isto é, o comando *Replay Construction* permite visualizar os passos que foram seguidos na construção de uma figura.

Macros

Uma das características principais do Cabri é a possibilidade de construção de macros. As macros são de facto uma ferramenta poderosa que nos facilitam imenso todo o trabalho.

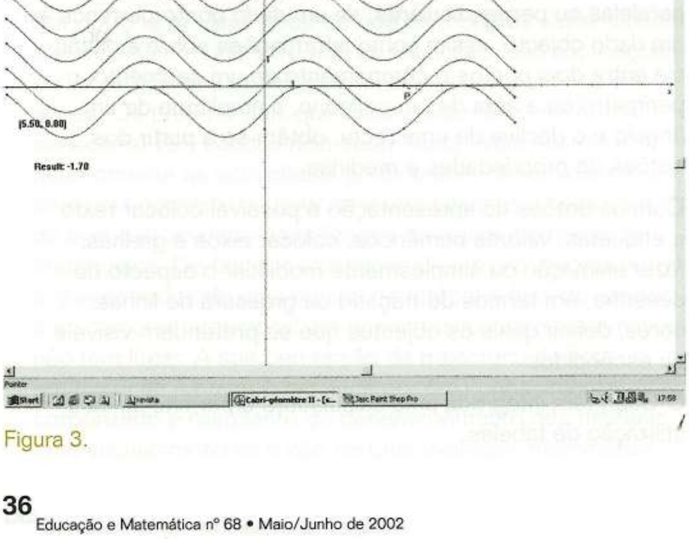


Figura 3.

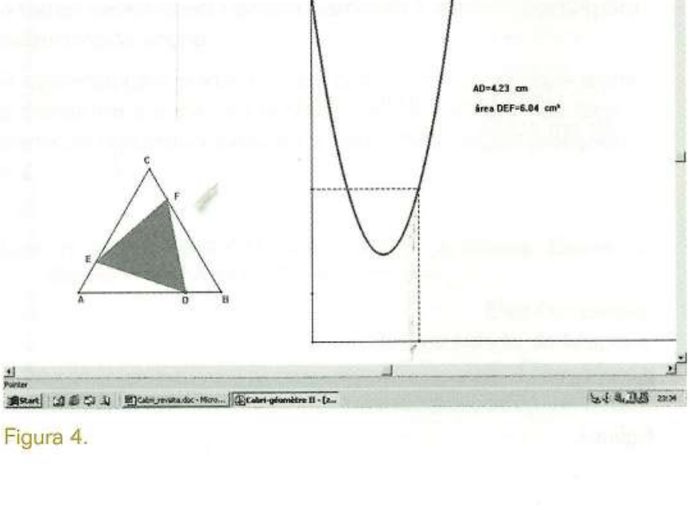


Figura 4.

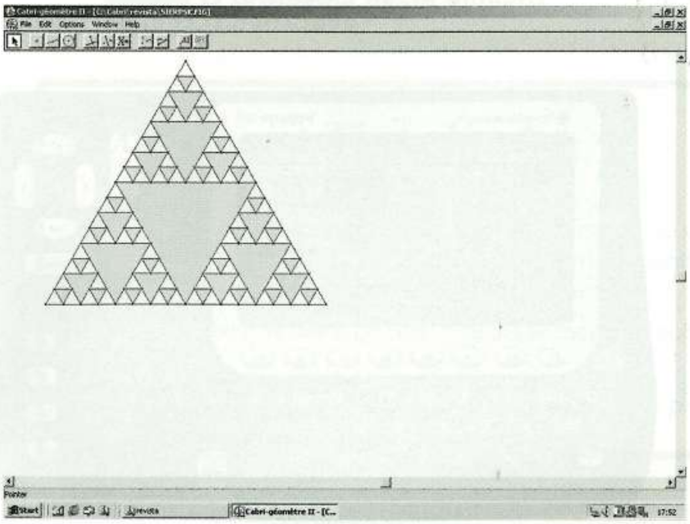


Figura 5.

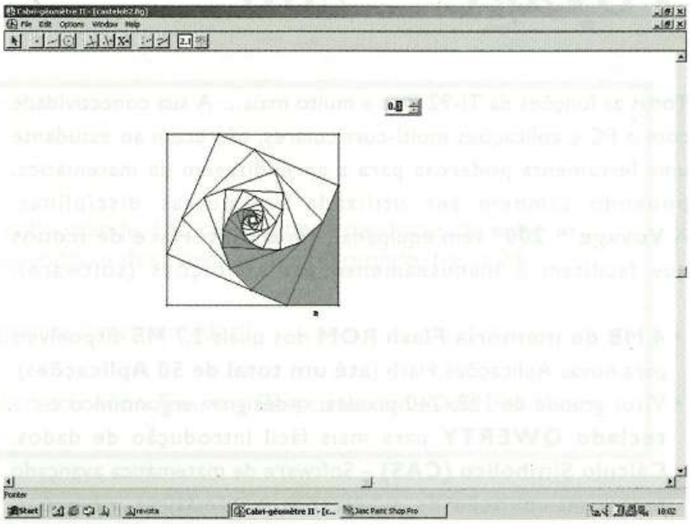


Figura 6.

Uma macro não é mais do que uma construção que efectuada uma vez à custa das construções existentes, pode ser gravada e utilizada em trabalhos posteriores.

Para definir uma macro, efectua-se a construção pretendida (ou uma parte, dependendo da macro a definir), indicam-se quais os objectos iniciais, quais os objectos finais e finalmente grava-se a macro. Essa gravação pode ser apenas temporária e nesse caso a macro desaparece quando terminar a sessão de trabalho, ou então pode ser gravada como um ficheiro para ser utilizada sempre que seja necessária.

Na construção de uma macro podem ser utilizadas outras previamente definidas.

Utilizam-se macros, por exemplo, para fazer pavimentações, fractais, simular situações e resolver problemas, etc. (Ver figuras 5 e 6.)

O Cabri na Internet

Pode obter-se uma versão de demonstração do Cabri em http://www.cabri.com/en/downloads

Existem na Internet numerosos ficheiros disponíveis para *download* que podem ser utilizados com o Cabri, ficheiros esses que versam os temas mais variados, como por exemplo: triângulos, circunferências, geometria hiperbólica, cortes em sólidos, mecanismos, curvas, etc.

Encontram-se também muitos locais onde é possível obter ficheiros dedicados a simulações de temas estudados na Física (mecânica, óptica, etc).

Pesquisando em http://mathforum.org utilizando "cabri" como palavra chave encontram-se muitos sites dedicados à geometria dinâmica e em particular ao Cabri-géomètre

O Cabri tem vindo a ser actualizado e neste momento já é possível colocar ficheiros Cabri na Internet utilizando o CabriJava.

O CabriJava nasceu de um projecto levado a cabo por Gilles Kuntz. Para facilitar a criação de ficheiros utilizando o applet CabriJava, foi desenvolvida uma aplicação chamada CabriWeb, que está disponível em: http://www.cabri.net/cabrijava/CabriWeb.jar.zip, na versão para Windows. Existem também versões para Linux e para Mac.

Quando se fala em Cabri pensa-se sempre num *software* para computador, mas existem versões do Cabri integradas nas calculadoras gráficas TI-92 e TI-89.

Em actas e arquivos dos ProfMats encontram-se muitas sessões realizadas com o Cabri. O grupo de trabalho T³, publicou uma brochura com base nas actividades propostas no curso de formação "Geometria", que este grupo dinamiza.

Branca Silveira
branca@esb.ucp.pt

Mesa redonda sobre programas de geometria dinâmica

Estava previsto que, à sequência dos três artigos sobre programas de geometria dinâmica publicados nesta secção (Geometer's Sketchpad — Revista nº 66; Cinderella — Revista nº 67; e Cabri-géomètre — neste número), se seguia uma mesa redonda com os três respectivos autores. Como a próxima revista é a temática, a mesa redonda apenas será publicada no nº 70, a sair no final deste ano.

Nova Calculadora Gráfica Voyage™ 200

TEXAS INSTRUMENTS

education.ti.com/portugal

Todas as funções da TI-92 Plus e muito mais... A sua conectividade com o PC e aplicações multi-curriculares, oferecem ao estudante uma ferramenta poderosa para a aprendizagem da matemática, podendo também ser utilizada em outras disciplinas. A **Voyage™ 200*** vem equipada com um **interface de ícones** que facilitam o manuseamento das aplicações (software).

Voyage™ 200

- **4 MB de memória Flash ROM** dos quais 2,7 MB disponíveis para novas Aplicações Flash **(até um total de 50 Aplicações)**.
- Visor grande de 128x240 pixeles, <<design>> ergonómico e **teclado QWERTY** para mais fácil introdução de dados.
- **Cálculo Simbólico (CAS)** – Software de matemática avançado para a manipulação de expressões matemáticas e funções.
- Inclui todo o **software** de matemática avançada da **TI-92 Plus**: software de cálculo, equações diferenciais, gráficos em 3-D com animação, álgebra linear, solucionador numérico interactivo, constantes, estatística, programação em linguagem assembly, e muito mais...
- Cabo de ligação ao Computador **(TI-GRAPH LINK™ USB incluído)** permite actualizar o Sistema Operativo, e proceder ao <<download>> de software da Internet para a Voyage™ 200.
- **Relógio e data** – Podendo ser utilizado em experiências.
- A Voyage™ 200 permite a **ligação** ao painel retroprojectável **Viewscreen™**.

O utilizador encontrará o seguinte software (Aplicações) as quais ampliam o potencial da Voyage™ 200:

- **CellSheet™** – Folha de cálculo (spreadsheet) e a possibilidade de exportar e importar datos de e para Microsoft Excel™.
- **StudyCards™** – Aplicação para criar e revisar fichas electrónicas de diferentes disciplinas.
- **Estatística com o Editor de Listas** (Statistics with List Editor) – Captura de dados para cálculos de probabilidade e estatística, estatística de inferenciais e estatística avançada.
- **Finanças** – Aplicação que incorpora operações de tempo, valor de dinheiro, análise de fluxos de capitais e amortização.
- **Interface em Português** – Veja todos os comandos, mensagens de erro e a maioria das funções em Português.
- **The Geometers Sketchpad®** – Aplicação dinâmica para construir, analisar e transformar modelos matemáticos em diagramas geométricos.
- **Cabri Geometry™** – Aplicação interactiva para desenvolver funções de geometria Euclidiana, analítica e transformacional.
- **Equações Simultâneas** (Simultaneous Equation Solver) – Aplicação para calcular soluções de sistemas lineares até 30x30.
- **Raízes de Polinomios** (Polynomial Root Finder) – Entrada de coeficientes, identificação de raízes reais e complexos e gráficos.

Cabo TI-Graph Link™ USB incluído

APOIO PROGRAMA EDUCACIONAL

Revista TI-CIÊNCIAS! CONTACTE-NOS...

Programa de Empréstimo de Calculadoras - Acções de Formação | Bibliografia de Apoio à Calculadora ...

Programa Educacional
Rua 25, 177
4500-281 Espinho
Tel. 22 7639195
Fax. 22 763 38 22
e-mail. x0amaral@ti.com
education.ti.com/portugal

Texas Instruments CSC (Centro de Suporte ao Cliente)
C/o Sitel Belgium
Woluvelaan 158
1831 Diegem - Bélgica
Tel. 800 832 627 (chamada gratuita)
Fax. 21 42 45 130
e-mail. ti-cares@ti.com ou ti-loan@ti.com

Visite-nos! Faça o download em:
http://education.ti.com/product/tech/83p/apps/apps.html

José Paulo Viana

O problema deste número

Cubinhos e Tinta Verde

Com vários cubinhos iguais e de aresta 1 construiu-se um cubo grande. Depois, algumas das faces do cubo grande foram completamente pintadas de verde. Quando se voltou a desmanchar o cubo grande, havia 24 cubinhos que não tinham nenhuma face verde.

Quantos cubinhos havia no total e quantas faces do cubo grande foram pintadas?

(Inspirado num problema do Math Forum – Respostas até 30 de Setembro)

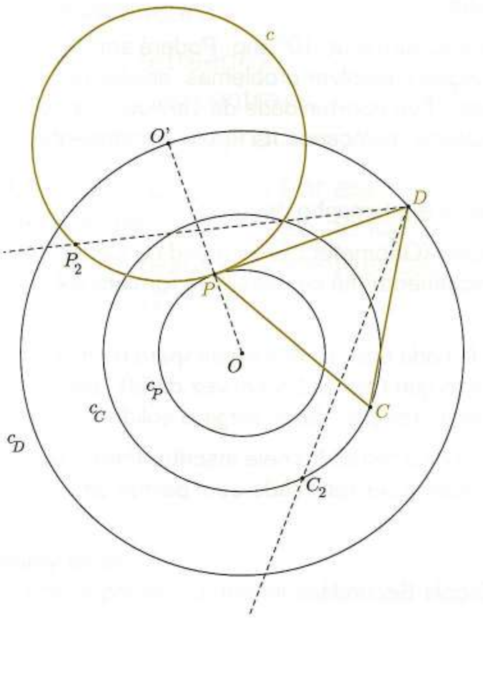
As Jogadoras de Basquete

O problema correspondente ao número 66 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

> *Três jogadoras estão num campo de basquete.*
>
> *A Paula está a 3 metros do centro do campo, a Cristina está a 5 e a Dulce está a 8.*
>
> *As distâncias entre elas são absolutamente iguais. Qual é essa distância?*

Tivemos apenas 11 respostas:

Armando Fernandes (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Eduardo Veloso (via internet), Fátima Cardoso (Moimenta da Beira), Graça Braga da Cruz (Ovar), Helder Martins (Lisboa), João Barata (Castelo Branco), João Maria Oliveira (Cartaxo), Manuela Ribeiro (Mem Martins), Paula Garção (Amadora) e Paula Gomes (Nogueiró).



Quase todas as resoluções usaram um programa de geometria dinâmica (Cabri ou GSP). Este é o típico problema que *apetece* resolver com estes programas. Depois, quase todos tentaram (e alguns conseguiram) encontrar uma justificação analítica para o resultado encontrado (ou não fôssemos nós matemáticos…).

A resposta do Eduardo foi a mais curta:

> *Resposta ao problema do trimestre E&M 66: 7.*
>
> http://www.apm.pt/gt/gtg/ce2002/paginas/javas/problemarita.html
>
> *Um abraço.*

E naquele endereço lá estava a resolução, em GSP, do problema.

Mas demos a palavra à Graça, que conseguiu apresentar o processo mais simples (ou menos complicado…):

Consideremos três circunferências c_P, c_C e c_D de centro em O (o centro do campo de basquete) e com raios 3, 5 e 8. Consideremos como posição da Dulce um ponto D em c_D e C_2 uma possível posição da Cristina em c_C. Construamos P_2 de modo que o triângulo DC_2P_2 seja equilátero.

Utilizando o GSP construímos o lugar geométrico dos pontos P_2 quando C_2 se desloca na circunferência c_C. O que observamos leva-nos a conjecturar que tal lugar geométrico se trata de uma circunferência congruente com c_C.

A demonstração é simples: P_2 é o transformado de C_2 numa rotação de centro D e amplitude 60°, $R(D,60°)$. Quando C_2 descreve a circunferência c_C, a rotação $R(D,60°)$ transforma C_2 em P_2 e c_C em c, circunferência congruente com c_C e cujo centro é o transformado do centro de c_C por $R(D,60°)$. A intersecção de c com c_P (se existir) define o vértice P (posição da Paula) do triângulo pedido. Para determinar C (posição da Cristina) em c_C basta construir o transformado de P na rotação inversa da considerada, ou seja, $R(D,-60°)$.

Como as três circunferências são concêntricas e o raio da maior é igual à soma dos raios das menores $(8=5+3)$, a circunferência c é tangente a c_P, sendo P o ponto de tangência (solução única).

Sendo O o centro das três circunferências do nosso problema, o centro de c é O', transformado de O por $R(D,60°)$. Os pontos O, O' e P são colineares e os ângulos POD e $O'OD$ são iguais, com amplitude 60°.

Para determinar $\overline{PD}$, basta aplicar o teorema de Carnot ao triângulo POD:

$$\overline{PD}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OP}^2 - 2\overline{OD} \cdot \overline{OP} \cdot \cos 60°$$

donde $\overline{PD} = 7$.

A Fátima, a Manuela e o Helder colocam as três circunferências num referencial e depois escrevem as equações que estabelecem a igualdade de distâncias entre as três jogadoras. Resolvem depois o sistema destas equações com radicais. O Helder, depois de substituir variáveis, de elevar ao quadrado e simplificar, chega a uma equação do 3° grau numa variável. E como encontra ele as soluções? Simples: *utilizo a calculadora gráfica e confirmo analiticamente por substituição directa na expressão simplificada.*

Com estas pistas, querem tentar também a resolução analítica?

Materiais para a aula de Matemática

Um sólido composto por cinco tetraedros

A tarefa proposta — Um sólido composto por cinco tetraedros — foi adaptada de uma actividade apresentada por Francis Dupuis na revista francesa *Tangente* de Fevereiro/Março de 2000, intitulada *Cinq Tétraèdres imbriqués.*

Estava-se em 2000, Ano Mundial da Matemática, e a escola estava envolvida num projecto que incluía a construção de um sólido composto por dois tetraedros, a Stella Octangula.

Por outro lado, tinha sido lançado entre todos os alunos do 10° ano um concurso de sólidos geométricos, que seriam expostos durante a Semana da Matemática.

Quando recebemos a revista, faltavam apenas cinco dias para o início da Semana. Era uma oportunidade óptima de expor um sólido tão interessante, mas não havia tempo de executar a tarefa com os alunos envolvidos no projecto, ou durante as aulas de 50 minutos. Assim foi num fim de semana, com uma aluna do 8° ano, outro do 12° ano e outro do 10° (e amigos...) que metemos mão à obra.

Na segunda–feira o efeito foi espectacular.

Mais tarde, montámos um cartaz explicativo com as fases da construção do sólido.

Nunca foi experimentada em sala de aula, no entanto, penso que é adequada a uma turma do 10° ano. Poderá ser uma forma de motivar o estudo de Geometria. Há sempre alunos que não conseguem resolver problemas, apesar de compreenderem, vendo a sua resolução, todo o raciocínio que conduz à resposta. Tive oportunidade de verificar, com a construção de outro sólido vistoso, que esses alunos se revelam muito participativos, colocando na tarefa um empenho diferente do que é habitual.

Para despertar o interesse, basta mostrar um modelo do sólido, feito previamente, em tamanho pequeno.

A planificação de um "bico" pode ser executada num dos programas de geometria (Geometer's Sketchpad ou Cabri-géomètre), num tamanho adequado, e as cartolinas poderão ser impressas directamente (há cartolinas de formato A4, utilizáveis na maioria das impressoras).

Supondo que cada "bico" é impresso numa cartolina, com as 25 cartolinas (5 de cada cor), já impressas (para o caso de os alunos se enganarem a cortar, convém fazer um "bico" suplente de cada cor, o que totaliza 25 em vez de 20 "bicos"), e com uma boa colecção de tesouras e de tubos de cola, 90 minutos serão suficientes para fazer surgir o sólido.

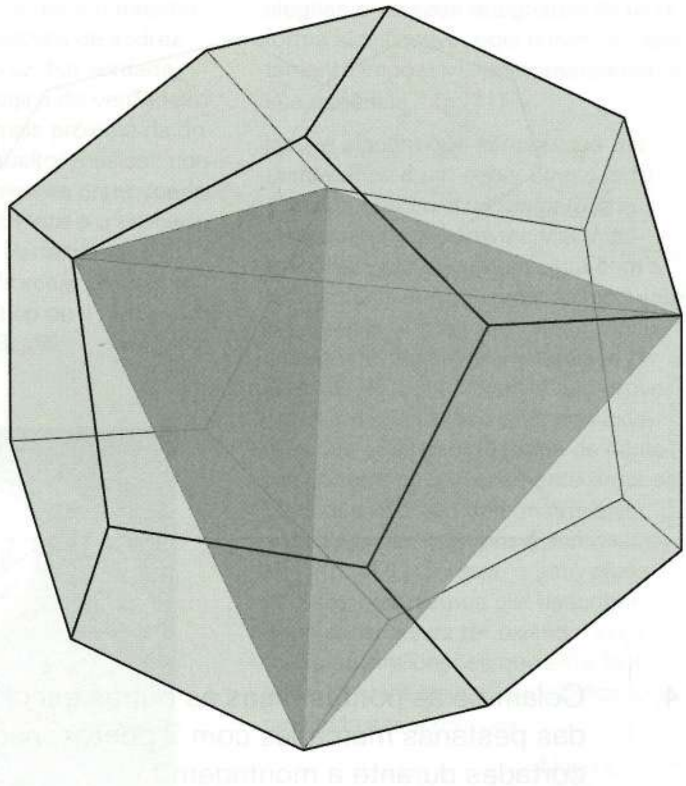
Um bom complemento desta actividade, é construir a estrutura do dodecaedro com o tetraedro nele inscrito. Para isso basta utilizar palhinhas de refrescos, ligadas por um fio resistente, cujo interior deverá ser reforçado com palitos de espetadas...

Isabel Viana
Escola Secundária Infante D. Henrique, Porto

Escola..

Ano/Turma........................... Data......................... Aluno(a)..........................

Um sólido composto por cinco tetraedros



Que sólido é este?

Num dodecaedro regular é possível inscrever um tetraedro, como o da figura.

Considera uma das seis rectas que contêm os centros de duas faces opostas do dodecaedro.

Tomando para eixo de rotação essa recta, a rotação do tetraedro segundo os ângulos 72°, 2x72°, 3x72° e 4x72° dá origem a outros quatro tetraedros também inscritos no dodecaedro.

Os cinco tetraedros, cada um com 4 vértices, partilham entre si os 20 vértices do dodecaedro original.

O sólido composto por estes cinco tetraedros é uma estrelação do icosaedro (icosaedro que resulta da intersecção dos cinco tetraedros).

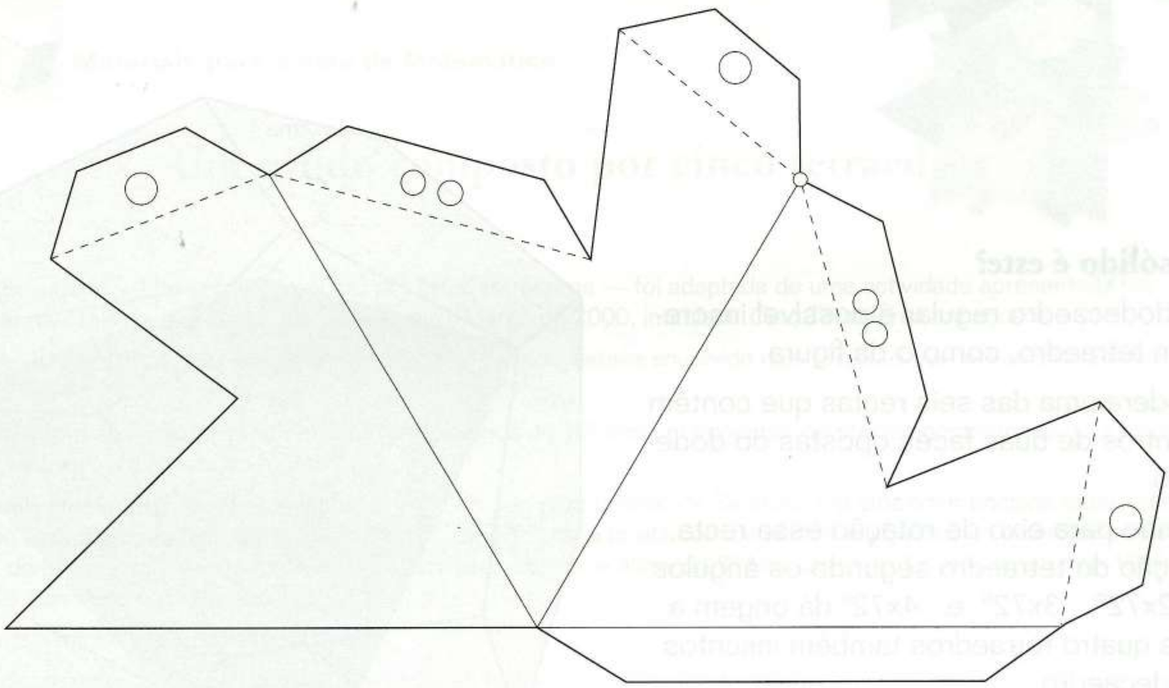
Como é que se constrói?

Para construir o sólido é necessário:

- 5 ou 10 folhas de cartolina de 5 cores diferentes
- Um modelo da planificação de um "bico" colado em cartão
- 2 tubos de cola, régua, uma tesoura

O processo é simples:

1. Com o modelo em cartão reproduz-se 4 vezes na mesma cor a planificação de um "bico". Repete-se este processo com cada uma das 5 cores.
2. Recortam-se os 20 "bicos".
3. Em cada recorte, dobra-se para dentro pelas linhas a cheio, e para fora pelas linhas a tracejado. Depois, cola-se a maior pestana, montando a ponta em "bico".



4. Colam-se as pontas umas às outras escolhendo cuidadosamente as cores. (Algumas das pestanas marcadas com 2 pontos, não serão necessárias, pelo que deverão ser cortadas durante a montagem.)

Esta proposta de trabalho, da autoria de Francis Dupuis, foi adaptada da revista "Tangente", nº 73

O Tio Petros e a Conjectura de Goldbach

Num epitáfio do Primeiro Cemitério de Atenas está gravada a seguinte mensagem póstuma:

Qualquer número par maior do que 2 é a soma de dois números primos.

Admitido na Universidade de Columbia de Nova Iorque com apenas 15 anos, após ter entregue um trabalho original no Departamento de Matemática, Apostolos Doxiadis, é o autor de *O Tio Petros e a Conjectura de Goldbach*, uma história fascinante sobre um matemático suficientemente brilhante e audacioso para dedicar toda a sua vida à luta contra um monstro da Teoria dos Números com mais de 200 anos na galeria dos resultados por demonstrar: a Conjectura de Goldbach.

Como já deve ter deduzido na mensagem póstuma está enunciada a conjectura em questão. Este problema que nos seduz com a sua aparente acessibilidade é, segundo o autor do livro, um dos problemas mais difíceis da matemática, comparável com a Hipótese de Riemann ou o Último Teorema de Fermat (já demonstrado).

O matemático desta história é-nos apresentado pelo seu sobrinho, que desde sempre se intrigou com o estranho modo de estar na vida de seu tio. Apesar do seu percurso académico ser digno de um génio, o tio Petros era considerado pelos seus irmãos como a ovelha negra da família, um exemplo a não seguir. Até ao dia em que o seu sobrinho descobre que o tio Petros é afinal um matemático famoso na comunidade científica. Desta descoberta resulta um profundo interesse pela figura do tio, que nos vai conduzir aos meandros da actividade de um matemático a fazer matemática.

Esta viagem ao mundo do tio Petros, é rica na discussão de algumas questões fundamentais para a compreensão da essência da Matemática:

O que é a Matemática? O que fazem os matemáticos?

"[...] a verdadeira matemática não tem nada a ver com aplicações, nem com os processos de cálculo que aprendes na escola. Estuda idealizações intelectuais abstractas que, pelo menos enquanto o matemático está ocupado com elas, não tocam de forma nenhuma no mundo físico e sensível.[...] Os matemáticos [...] sentem nos seus estudos o mesmo prazer que os jogadores de xadrez encontram no xadrez. Na verdade, a estrutura psicológica do verdadeiro matemático está mais próxima da do poeta ou do compositor musical, noutras palavras, de alguém preocupado com a criação da Beleza e a procura da Harmonia e da Perfeição. Ele é o pólo oposto do homem prático, o engenheiro, o político ou o homem de negócios." (pp. 28, 29)

Tio Petros e a Conjectura de Goldbach

Autor: Apostolos Doxiadis

Editora: Publicações Europa-América

Fevereiro 2001 151 pp.

Como é a investigação em Matemática?

"A solidão do investigador a fazer matemática original é diferente de todas as outras. Numa acepção muito real da palavra, ele vive num universo que é completamente inacessível tanto ao grande público como ao seu ambiente imediato. Nem mesmo as pessoas que se encontram mais perto dele podem partilhar as suas alegrias e os seus desgostos de uma forma significativa, pois é-lhes completamente impossível compreenderem a sua essência." (p. 71)

Houve alguém que afirmou que *um matemático é um cego, num quarto escuro, à procura de um gato preto, cuja existência é apenas uma hipótese*. Esta ideia fica bem clara com a leitura deste livro, a partir do momento em que se introduz um factor conhecido por Teorema da Imperfeição de Kurt Gödel. Este teorema veio provar "que, independentemente dos axiomas que aceitar, uma teoria de números conterá necessariamente proposições que não são demonstráveis! [...] *a verdade nem sempre é demonstrável*". (p. 101) Ou seja, o gato preto que nos esforçamos por descobrir pode afinal nunca ter existido, com todas as implicações que este facto pode ter para alguém que dedica toda uma vida à sua procura.

Nuno Lavado
Instituto Politécnico de Santarém

Encontros

Nesta página divulgamos alguns encontros nacionais e internacionais que se irão realizar proximamente.

ProfMat 2002

O encontro nacional de professores de Matemática vai realizar-se em Viseu nos dias 2, 3 e 4 de Outubro de 2002 na Escola Superior de Tecnologia do Instituto Superior Politécnico de Viseu.

Consulte a página do encontro em http://www.apm.pt/profmat2002 para recolher toda a informação sobre datas, alojamentos, programa, como participar no encontro, as fichas de inscrição e participação, etc.

XIII Seminário de Investigação em Educação Matemática

Este seminário, organizado pelo Grupo de Trabalho de Investigação da APM, vai realizar-se nos dias 30 de Setembro e 1 de Outubro de 2002.

Para mais informações: http://www.apm.pt/siemxiii

ICTE 2002

A International Conference on Information and Communication Technologies in Education terá lugar em Badajoz, Espanha, de 20 a 23 de Novembro de 2002.

Mais informações poderão ser encontradas em: http://www.formatex.org/icte2002.html

XII Colóquio AFIRSE 2002

A Secção Portuguesa da Association Franchophone Internationale de Recherche Scientifique en Education (AFIRSE), em colaboração com a Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Lisboa e com a Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, vai realizar o XII Colóquio subordinado ao tema A Formação de Professores à Luz da Investigação. O Colóquio terá lugar nos dias 21, 22 e 23 de Novembro de 2002, na Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Lisboa.

CERME 3

A terceira conferência da European Society for Research in Mathematics Education vai realizar-se de 28 de Fevereiro a 3 de Março de 2003 em Bellaria, Itália.

Poderá obter informações sobre esta conferência em: http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3

XI Conferência Inter-Americana da Educação Matemática

O Comité Interamericano da Educação Matemática (CIAEM) e a Universidade Regional de Blumenau (FURB) vão realizar entre 13 e 17 de Julho de 2003, em Blumenau-SC, Brasil, a XI Conferência Inter-Americana da Educação Matemática.

Para mais informações consulte a página: http://www.furb.br/xi-ciaem

3º Simpósio Ensino das Ciências e de Matemática

O Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa promove o 3º simpósio que tem como tema central a Formação de Professores: Perspectivas e Desafios. O simpósio terá lugar nos dias 30 e 31 de Janeiro e 1 de Fevereiro de 2003, na Faculdade de Ciências. Para obter mais informações contacte Carmen Galinhas/Fernanda Freire (DEFCUL) Campo Grande, C1–Piso 2, 1749–016 Lisboa. Telef.: 351 21 750 00 49/21 750 01 41. E-mail: educacao@fc.ul.pt

Quota 2002

No ano de 2002 o valor da quota é de €42.00 [8.420$00] para professores, €30.00 [6.015$00] para estudantes (só considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e €46.00 [9.222$00] para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27–A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Nome: ______________________ Sócio nº: __________

Morada: ______________________

Código Postal: __________ Distrito: __________

Telefone: __________ Email: __________

Data de Nascimento ___/___/___ Nº de Contribuinte: __________

Nº do B.I. __________ Arquivo: __________ Data de emissão: ___/___/___

Ano em que começou a leccionar: __________ Nível de ensino: __________

Categoria profissional: __________

Escola: ______________________

Morada: ______________________

Telefone: __________ Email: __________

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________ autorizo que seja debitado no meu cartão número |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| cvv |__|__|__| *

Visa ☐ VISA **MasterCard** ☐ MasterCard

Validade __________ o valor de __________ correspondente a __________ __________ Data ___/___/___

Assinatura ______________________

*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura

Assinatura da Revista Quadrante

☐ Sócio(a) €9.98 [2.000$00]

☐ Sócio(a) residente no estrangeiro €12,47 [2.500$00]

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até €12.47 [2.500$00]— 20%; de €12.47 [2.501$00] a €24.94 [5.000$00] — 15%; mais de €24.94 [5.000$00] — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice