Educação e Matemática

N.º 5

1.º trimestre de 1988

200$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

CORPOS GERENTES
DA ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

MESA DA ASSEMBLEIA GERAL (1987-89)

Presidente:

Raul Fernando Carvalho, Escola Superior de Educação de Setúbal

Vogais:

Isabel Quinta Santos, Escola Secundária de Padrão da Légua, Porto
Manuel Saraiva, Universidade da Beira Interior, Covilhã

CONSELHO FISCAL (1987-89)

Presidente:

Maria de Lurdes Cangueiro, Escola Preparatória Gaspar Correia, Sacavém

Vogais:

Alice Inácio, Escola Secundária de D. Pedro V, Lisboa
Ana Maria Lopes, ESE de Lisboa - Escola Secundária Marquês de Pombal

DIRECÇÃO

Presidente:

Leonor Filipe, Escola Superior de Educação de Lisboa

Vice-presidente (presidente eleito para 88-89):

Paulo Abrantes, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Secretário:

Conceição Mesquita (87-90), Escola Secundária da Falagueira, Amadora

Tesoureiro:

Cristina Loureiro, ESE de Lisboa - Escola Secundária Ferreira Borges

Outros membros:

Ana Leitão Rodrigues, Escola Superior de Educação de Bragança
Carlos Próspero, ESE de Faro, Escola Secundária João de Deus
Eduardo Veloso (87-90), Projecto Minerva, Lisboa
Fátima Mendes, ESE de Portalegre - Escola Secundária de S. Lourenço
Fernando Duarte (87-90), Escola Superior de Educação de Viseu
Gertrudes Amaro, Escola Superior de Educação de Castelo Branco
Isabel Vale (87-90), Escola Superior de Educação de Viana do Castelo
José António Duarte, Escola Superior de Educação de Setúbal
Margarida Queirós, Escola Secundária Fontes Pereira de Melo, Porto
Maria do Loreto Couceiro (87-90), FCT da Universidade Nova - Escola Secundária Camões
Odete Bernardes, Escola C+S de Montelavar

FICHA TÉCNICA

Título da publicação:
EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA
N.º 5, 1.º trimestre de 1988

Directora: Leonor Moreira

Redacção
Eduardo Veloso
Henrique M. Guimarães
José Manuel Duarte
Paulo Abrantes

Colaboraram neste número:
Adelina Precatado, Ana Baltazar
António Bernardes, Ana Maria Lopes, Cristina Loureiro, Helena Pato, Hélia Correia, Henrique Guimarães, João Filipe Matos, José Manuel Duarte, Leonor Moreira, Luís Lopo, Lurdes Serrazina, Margarida Silva, Maria do Rosário Costa, Paulo Abrantes

Entidade proprietária:
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade: Trimestral

Tiragem: 1500 exemplares

Fotocomposição: Textype - Artes Gráficas, Lda.

Montagem e fotolito:
Execução e oferta da Texto Editora, Lda.

Impressão: Costa e Valério

N.º de Registo: 112807

Correspondência:
Associação de Professores de Matemática
a/c de Leonor Moreira
Av. 24 de Julho, 134, 4.º
1300 LISBOA

NOTA: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Este é o Primeiro Ano do Resto da Nossa Vida

Fazer propostas de reforma do sistema educativo sem pensar nos recursos materiais e humanos necessários à sua implementação, sem pensar nas condições de trabalho de todos os que forem chamados a participar, é criar falsas esperanças, é mobilizar esforços inúteis, é apostar no fracasso.

Pensar na promoção do sucesso escolar, sem cuidar do estado físico e psíquico daqueles que se espera sejam bem sucedidos, sem cuidar da sua integração na escola e na sociedade, é ignorância.

Não esqueceram tais coisas os elementos da Comissão de Reforma do Sistema Educativo. Curiosamente, esqueceram a reforma! A reforma que todos nós — professores, pais e alunos — esperávamos. Porque o insucesso educativo não se explica, apenas, pela fome, pelo frio, por um ambiente familiar deteriorado ou por um qualquer atraso no desenvolvimento do jovem aluno. O insucesso passa, também e sobretudo, pelo desinteresse pelas matérias escolares, pelo tédio que se vive na sala de aula, pelo carácter alienante com que se luta pela nota que abre as portas da Universidade. Sem falar, já, do outro tipo de insucesso que tem a ver com a profissão que se é obrigado a *escolher* e a carregar pela vida fora.

O paradigma da **escola cultural**, de que tanto se esperava, é, afinal, um projecto ambíguo. Define-se por contradição ao modelo de escola curricular, mas justapõe-se-lhe. Critica os seus objectivos, mas engloba-os. Considera-a lugar de constrangimento, mas preserva-a.

Ora, não será o constrangimento impeditivo de sucesso? A *atitude de receptividade do saber,* associada nos documentos preparatórios, à escola curricular não será responsável por um certo enciclopedismo estéril ou, até mesmo, por uma regressão ao analfabetismo? Não serão os objectivos da escola curricular, eles mesmo, factor de insucesso? Não se estará, no dealbar do século XXI, a preservar saberes, mas, sobretudo, procedimentos e técnicas, de pouca utilidade para o cidadão interveniente, de interesse nulo para o aluno que se deseja aprendiz permanente?

É evidente que, neste último ponto, nos estamos a referir ao que sobre a Matemática é dito; que é pouco, mas, por isso mesmo, assustador. Outros artigos tratarão esta questão em mais detalhe. Por agora, um grito de alerta:

— que *nenhum educador digno desse nome* deixe passar este ano, sem reflectir sobre estas questões;

que *nenhum educador digno desse nome* deixe passar uma reforma que se caracteriza por uma certa indefinição, uma grande incoerência, uma visão, em muitos aspectos, ultrapassada, da Escola do ano 2000.

«Se 1987/88 for bem aproveitado para preparar 1988/89, este pode ser um Ano Novo na educação portuguesa.»[1]

[1] In Documentos Preparatórios, Comissão de Reforma do Sistema Educativo.

A PALAVRA AOS LEITORES

Manual escolar — que futuro?

— A utilização que se faz actualmente do manual é a mesma de há anos atrás?
— Será que houve evolução nos manuais de Matemática nos últimos anos (não apenas no aspecto gráfico)?
— Poderão os livros de exercícios e as fichas de trabalho substituir o manual?
— E o computador poderá vir a substituir definitivamente o «velho» manual?

Estas perguntas são apenas uma pequena amostra do mundo de dúvidas que se nos deparou quando nos debruçámos sobre este assunto. Mas o leque é muito variado e as respostas não são fáceis. Daí que nos tivéssemos lembrado de lançar um desafio aos leitores desta revista para que, em conjunto, possamos levantar e debater questões relacionadas com este velho amigo (ou inimigo?) que sempre nos tem acompanhado.

Através da revista tentaremos travar um diálogo com as pessoas (ou grupos) que queiram pensar sobre este assunto e que nos enviem as suas reflexões.

Um debate mais alargado poderá vir a ser feito no PROFMAT 88. Então, mãos à obra, e digam-nos que preocupações já nos têm assaltado quando utilizam, escolhem, recomendam ou, simplesmente, esquecem o manual de Matemática.

Ana Vieira Lopes
Júlia Geraldas
Lúcia Grilo

A Escola de Montelavar não pára!

Depois da realização do dia do Egipto, foi a semana da Matemática e anuncia-se, já, o dia da Grécia.

Sobre a semana da Matemática, respigámos do jornal da escola, um dos «penúltimos ecos».

«Viva a Matemática»

A primeira semana de Fevereiro da nossa escola decorreu sobre a égide da Matemática.

Foi o labirinto dos mil cálculos do «Rally Paper» para os 7.°, 8.° e 9.° anos, foi a visita de matemáticos famosos às turmas do 5.° e 6.° ano e foram ainda os jogos que durante a semana nos obrigaram a usar os conhecimentos de Matemática. Todos nós, professores e alunos, aprendemos, durante esta semana, mais sobre a Matemática.

Matemáticos famosos saíram dos seus «túmulos» e vestidos como na sua época, pediam licença para entrar nas salas de aulas e falavam dos seus «gloriosos» contributos para a Matemática: Arquimedes, Leonardo de Pisa, Pedro Nunes, Gauss, Cantor.

E assim, todas as manhãs, um Matemático com a sua família, com o seu mestre ou com os seus colegas marinheiros, visitava a nossa escola e apresentava o problema do dia aos alunos. Quem respondesse ao problema, teria direito a um cromo, para colar na caderneta sobre a história da Matemática.

À tarde, os alunos munidos das suas ferramentas (lápis, borracha, papel) partiam para o Rally, Pavilhão em Pavilhão, percorrendo as etapas, descobrindo o código das mensagens ao efectuar as operações indicadas... Foi o Rally dos mil cálculos...

Estão de parabéns todos os alunos e professores de Matemática.

De Alcochete, uma reflexão, um desabafo!...

Há dias, reflectindo sobre a pouca ou nenhuma actividade do núcleo de professores em formação da minha Escola, ocorreu-me que não são só os currículos desadaptados da realidade, nem as Escolas superlotadas, nem todas aquelas razões que nós habitualmente apresentamos, que são as principais responsáveis pelo INSUCESSO da nossa disciplina.

Pensando melhor no assunto pareceu-me, então, que a causa primeira está em nós professores de Matemática (muitas vezes apenas professores), que não somos capazes ou, pior do que isso, não queremos motivar os nossos alunos para a Beleza e o Encanto da nossa DISCIPLINA.

A maior parte de nós chega à sala de aula, «despeja» o que traz escrito nas suas folhas (por vezes até dá a aula ditando as suas folhas!!!), obriga os alunos a decorarem e papaguearem as regras e os conceitos na ponta da língua, como soi dizer-se, regras essas que já trazemos direitinhas para as impingirmos, e quando os alunos conseguem questionar algo sobre o assunto versado, nem nos dignamos dar-lhes resposta.

Na realidade, assim, estamos a cortar toda a espontaneidade e curiosidade natural dos alunos, e conseguimos transformá-los em bonecos de corda que repetem tudo o que lhes ensinámos e como lhes ensinámos.

(continua na pág. 29)

Aprender a não pensar

Helena Pato, Escola Preparatória Nuno Gonçalves

«As mutações sociais, culturais, económicas e políticas que se processam a ritmo acelerado determinam que se privilegiem determinados saberes e atitudes. Para além das bases culturais fundamentais, «aprender a aprender» e «aprender a empreender», *passando dos slogans à prática escolar,* parece ser a resposta possível. Para tanto os alunos deverão em particular:

— adquirir a capacidade de seleccionar o conhecimento e de o aplicar a novas situações
— dominar métodos de pesquisa e auto-descoberta e construir novas possibilidades de resposta a problemas
— desenvolver atitudes de cooperação para uma maior eficácia.»[1]

E contudo... Não será necessário esperar pelas «propostas pormenorizadas e específicas sobre as diferentes disciplinas, seus conteúdos, metodologias... trabalho que será solicitado a especialistas e a generalistas, logo que aceites as linhas gerais da estrutura curricular», para se ter a opinião de que, no que respeita a Matemática, *este projecto não passa* — nem possibilita que se passe — *dos slogans à prática escolar.*

Escamoteia-se a evolução científica e tecnológica, não se tem em conta a avaliação de reformas de conteúdo idêntico operadas em países da Europa, na década de 70 e privilegia-se acentuadamente a instrução, em detrimento do desenvolvimento intelectual e da educação dos jovens.

Pretende-se, ao que parece, reduzir a Matemática a uma disciplina de cálculo. Nos «planos de estudo» dos dois primeiros ciclos do Ensino Básico refere-se o cálculo, o cálculo, sempre e apenas o cálculo.

Como se houvesse desta área do saber (Matemática) a concepção tradicional popular tão bem traduzida pelo meu merceeiro quando me diz «a senhora que é professora de Matemática faça lá a conta»...

Se é um facto que diferentes intervenientes no processo educativo definirão diferentes perfis «para um jovem à saída do ensino secundário, em termos de conhecimentos, capacidades e comportamentos», quem poderá ver esta «Matemática» — enquanto disciplina de cálculo — em coerência com os objectivos educacionais e os princípios explicitados neste projecto de reforma? Quando se lêem os objectivos da educação básica (nomeadamente «dimensão das aquisições básicas e intelectuais fundamentais») fica a interrogação: que papel para a Matemática? Na verdade, a «conta», o cálculo (em aritmética ou em álgebra) podem significar um saber-fazer essencial, entre os produtos da aprendizagem em Matemática. Contudo, a sua hiper-valorização ou tratamento exclusivo (1.º e 2.º ciclos) e o privilegiar da operacionalização em detrimento do conceptual (3.º ciclo) parecem reflectir limitações de formação tecnicista ou de perspectiva tecnocratizante, por parte de quem assim encara os conteúdos desta disciplina nas opções curriculares para o ensino básico.

Opção ou equívoco?

Não podemos deixar de pressupor que os autores deste documento têm conhecimento quer da evolução das Ciências Matemáticas e da Psicologia do Desenvolvimento, quer dos resultados mais significativos de pesquisas internacionais recentes no campo da Pedagogia e da didáctica específica desta disciplina.

Poderá (e parece) tratar-se de uma opção, na perspectiva de caminhar para atingir determinado perfil de cidadão português, europeu. No entanto, admitamos que, existindo contradição entre o que se prevê como conteúdos curriculares e os objectivos educacionais (e tenhamos presentes os princípios subjacentes ou claramente explicitados deste projecto de reforma), o equívoco existe.

E, se não existe no pensamento dos reformadores, aparece objectivamente quando professores de Matemática se recusam a acreditar que não se trata de lapso ou de deficiente explicitação e, perplexos, aguardam com ansiedade e receio a publicação dos projectos de programas.

O receio existe. Receio de que não haja equívocos. De que por trás do que se pode vislumbrar como conteúdo curricular da «Matemática» no ensino básico, haja princípios em consonância com processos de aprendizagem reduzidos à acumulação quantitativa de conexões entre estímulos e respostas, onde se sucedem exercícios visando o adestramento mecânico — forma suprema de subdesenvolvimento do raciocínio matemático.

Receio de que a «Matemática» surja como disciplina de técnica e não como contributo para o desenvolvimento de formas científicas de raciocínio, na sua verdadeira relação entre os objectos matemáticos e o mundo real.

Receio de que nesta disciplina se venha a ensinar os alunos, *não a aprender a pensar, mas a aprender a não pensar.*

Quem tem medo dos conceitos?

Quase dói ver assim maltratada uma disciplina cujas potencialidades, sendo exploradas e utilizadas, poderiam dar elevado contributo para a preparação de jovens que estão a integrar-se num mundo em evolução tão acelerada que não perdoa erros de «cálculo» por parte de quem é responsável por reformas educativas.

Um ensino dirigido para o cálculo, transmissor de técnicas, um ensino de cariz estritamente utilitário, que escamoteia a aquisição e a interiorização progressivas de conceitos, de noções, de estruturas, não poderá responder à essência da razão de ser das Ciências Matemáticas, não possibilitará o desenvolvimento do raciocínio lógico, da capacidade de análise, de abstracção, da imaginação; será um entrave no forjar de uma visão interdisciplinar dos diferentes saberes.

E provavelmente não responderá sequer aos objectivos de quem assim pretende conduzir os jovens para uma melhor preparação para a vida profissional e social. Se está fora de questão que o domínio do cálculo é extremamente importante (pressupondo a sua compreensão e justificação), resta saber se, enquanto técnica, será essencial na entrada do séc. XXI, quando se assiste generalizadamente ao recurso (cada vez mais acessível) a múltiplas inovações tecnológicas, aperfeiçoadas e alargadas dia após dia. O uso de mini-calculadoras nos relógios de pulso ou pelos pequenos comerciantes, nas regiões do interior do País, são um exemplo significativo.

A reforma dos conteúdos curriculares da Matemática há muito que se impunha.

Para além das causas do insucesso escolar em geral, de correntes do sistema educativo, da política educativa, da política económica e social e de outras mais directamente ligadas a processos de mudança que se vêm reflectindo no enquadramento familiar dos alunos e nos seus valores, os actuais programas de Matemática contêm em si determinantes de insucesso. Carecem de reformulação que vise uma correcta articulação vertical, que possibilite uma actualizada ligação à vida, que preveja metodologias de interdisciplinaridade, que tenha em conta o desenvolvimento psicológico e intelectual dos níveis etários a que são destinados, que redimensione os diferentes conteúdos (eliminando aqueles que se revelam científica ou socialmente desactualizados), que responda às exigências que a nova sociedade impõe.

Temo-nos preocupado com a saúde da Matemática, mas entendemos que tratar-lhe da saúde não pode significar reduzi-la ao esqueleto, privando-a dos seus órgãos vitais. Se há o perigo de doenças de risco, tomem-se medidas profilácticas, não se proceda à ablação de órgãos saudáveis apenas porque, eventualmente, se admite poder aí surgir um mal. Quando se responsabilizou as «Matemáticas modernas» pelo insucesso nesta disciplina escamoteou-se o facto de serem ensinadas recorrendo a métodos tradicionais. *Há medo dos conceitos porque são abstractos? Porque não reflectir sobre a forma descontínua e abstracta como são abordados e centrar neste aspecto acções de formação?*

Bruner afirmou que se pode ensinar qualquer assunto a qualquer criança de inteligência normal, em qualquer idade, através de uma preparação didáctica adequada. Acreditamos nisto porque a nossa prática docente no-lo demonstrou, mas também sabemos que viver à evidência a afirmação de Bruner passa por dispor de condições de trabalho para alunos e professores muito melhores que as actuais, com acesso a um equipamento e material didáctico funcionais e actualizados; exige a formação científica e pedagógica adequada da generalidade dos docentes; requer professores em condições psicológicas de se empenharem com disponibilidade, segurança, alegria e compreensão na formação de crianças e jovens que pouco têm de comum com os alunos dos anos 50 ou 60.

Matematização e participação activa na sociedade

Na vida activa, profissional e social, a Matemática aparece como um instrumento indispensável face aos problemas que se colocam a diferentes níveis. Actualmente, quase não há área de actividade em que não se seja confrontado com a necessidade de saber Matemática:

— *Dominar uma linguagem que lhe é própria, universal e que está associada a conceitos* cujo conhecimento é essencial, quer para a compreensão e a aplicação em outras áreas do saber, quer na actividade profissional, quer para a interpretação de situações do quotidiano, na comunicação.

— *Saber problematizar, saber resolver problemas, saber validar respostas.*

Num mundo que avança com transformações constantes, os conhecimentos tendem a desactualizar-se rapidamente ou, por vezes, esquecem. Mas a capacidade adquirida de problematizar, de resolver problemas em diferentes situações permite superar qualquer obstáculo, quando se aprendeu a pensar, aprendeu a aprender, aprendeu descoberta, criatividade, segurança, persistência e se tem da Matemática uma visão de estruturas e conceitos que permite situar o problema e definir uma estratégia para a sua resolução.

Os conteúdos dos programas têm em si como que uma informação genética, predeterminadora do desenvolvimento dos processos de aprendizagem. Destes dependerão em grande parte os processos cognoscitivos desencadeados na aquisição de conhecimentos. Concordamos que é importante, ou essencial mesmo, que o ensino possibilite aos jovens aprendizagens traduzidas em resultados observáveis (passíveis de avaliação) que facilitem a sua participação produtiva na construção de uma sociedade de progresso e, naturalmente, contribuam também para a sua realização pessoal. No entanto, não consideramos menos importante — nem do ponto de vista individual, nem da comunidade — o desenvolvimento, que nestas idades, pode ser conseguido pelo percurso feito pelas acções mentais. *Queremos ou não formar cidadãos inteligentes?*

Esta é uma outra questão. Haverá quem acredite que os «inteligentes» nascem-no, os «não-inteligentes» também e são-no irremediavelmente.

Para quem assim pensa, esta «Aritmética», esta «Matemática» (referidas no projecto de reforma para o E. Básico) — tanto quanto calculamos a partir da reflexão sobre a proposta dos planos curriculares — terão vantagem: a de seleccionar discreta e «democraticamente» as cabeças deste País.

E... a organização dos grupos de ensino por «níveis de desenvolvimento e ritmos de progressão» estão no projecto e poderão dar a grande ajuda nessa selecção.

[1] Proposta de organização dos planos curriculares dos ensinos Básico e Secundário.

Algumas perguntas a propósito de uma Proposta...

Henrique M. Guimarães, Faculdade de Ciências de Lisboa

«A Matemática é a matéria mais importante da vida. Com a Matemática nós ordenamos o pensamento com a vida pessoal.

A Matemática não é só as soluções dos problemas nem as contas; e muito menos o que os alunos pensam de que os professores são chatos.

Sem a Matemática não somos inteligentes.»

Alfragide, 17.10.1980

Carlos Manuel, 1.° ano do Ensino Preparatório

A proposta a que me refiro é a *Proposta de reorganização dos planos curriculares dos ensinos Básico e Secundário*[1] da autoria de um grupo de trabalho coordenado pelo Prof. Fraústo da Silva. As perguntas são só algumas e referem-se, essencialmente, à Matemática, ou melhor, ao modo como o papel desta disciplina e os seus objectivos aí parecem ser encarados, e à enfase que aí se recomenda para o seu ensino.

1. No referido documento, são apresentados objectivos, mais gerais ou mais específicos, dizendo respeito quer a grandes linhas educacionais quer a níveis de ensino. Alguns dos objectivos de nível de ensino, apresentados como específicos, assumem um carácter vincadamente disciplinar como por exemplo:

«Promover a compreensão da estrutura e do funcionamento básico da língua portuguesa em situações de comunicação oral e escrita»;

«Assegurar a aprendizagem de uma primeira língua estrangeira e proporcionar a iniciação ao estudo de uma segunda»;

«Fomentar o conhecimento dos elementos essenciais da expressão visual e estética e as regras da sua organização» (p. 44-45).

Isto para o ensino básico, acontecendo algo de paralelo quando se enunciam esses objectivos para o ensino secundário.

Ao percorrer todos esses objectivos em que é patente um carácter disciplinar, não se encontra nenhum claramente específico da Matemática. Será que isto quer dizer que não se atribui, a essa disciplina, um papel autónomo a desempenhar neste nível de escolaridade? Que se não reconhece, à Matemática, uma especificidade formativa própria?

Será que isto traduz uma concepção, em que a experiência matemática não é reconhecida como um momento, de certo modo único, para certas aquisições e desenvolvimentos, necessários «ao desenvolvimento global e harmonioso da personalidade» (p. 42), ao «espírito crítico e criativo» (p. 26), ao «aprender a aprender e a empreender» (p. 27)?

2. A primeira «característica» que é enunciada para o ensino básico na *Proposta de reorganização...* é: «Aquisição de conhecimentos, de valores e desenvolvimento de aptidões, destrezas e capacidades *básicas* para a determinação da actividade, do destino escolar e/ou profissional e da integração social do aluno» (p. 41). Mais adiante, quando nesse documento se introduz o plano de estudos para o primeiro ciclo, recomenda-se como «especialmente desejável», para estes primeiros anos de escolaridade: «Valorizar as aprendizagens relativas ao domínio de competências, *básicas* — leitura, escrita e cálculo — considerando que são as estruturadoras dos mecanismos cognitivos desta fase etária e os instrumentos indispensáveis ao sucesso de qualquer outra aprendizagem escolar» (p. 51).

Assim, no que diz respeito a *competências básicas* e no que poderá envolver a Matemática, o cálculo é a única que é referida e valorizada; o que é proposto, para o referido primeiro ciclo, é a *aprendizagem do cálculo,* salientando-se mesmo a necessidade de uma «maior ênfase» no seu ensino a par de uma *valorização do operacional em detrimento do conceptual* (p. 104).

Será que ao definir as *competências básicas,* as tais competências eventualmente *determinantes* do futuro do estudante — do ponto de vista pessoal, escolar e profissional — e *estruturadoras dos seus mecanismos cognitivos,* a única que se encontra, e se valoriza, no que à Matemática diz respeito, é o cálculo? Não equivalerá isto, muito mais, a uma restrição do horizonte do estudante e da pessoa, do que a um verdadeiro abrir e garantir, de possibilidades? As diferentes capacidades individuais, interesses e motivações de cada um, não exigirão ênfases diferenciadas ao nível das competências básicas e, até, eventualmente, diferentes conjuntos dessas competências a instaurar ou desenvolver no estudante?

Será que, hoje como ontem, poderemos continuar a encarar do mesmo modo a importância do cálculo? Não será razoável admitir que, em termos das referidas *competências básicas,* aquilo que é considerado essencial numa época, pode não o vir a ser na época seguinte, pelo menos no lugar que lhe será reservado ou na ênfase que lhe deverá ser dada no ensino?

3. A certa altura, no documento que tenho vindo a referir, é apresentada uma articulação vertical entre o primeiro e o segundo ciclo do ensino básico (p. 58-59). Nessa articulação, na sequência da *Aprendizagem do Cálculo* do primeiro ciclo (porque será que não se utiliza aqui a palavra Matemática?),surge a *Matemática* no segundo ciclo. Não há aqui qualquer outra referência à Matemática, isto, apesar de surgirem na sequência das *Actividades de Descoberta* do primeiro ciclo, áreas disciplinares como as *Ciências da Natureza* e a *História e Geografia de Portugal,* estas do segundo ciclo.

Será que isto quer dizer que, no contexto da educação básica em geral e da educação matemática em particular, se considera que não é possível *descobrir* nada em Matemática e com a Matemática?

Não favorecerá, esta concepção, uma prática de ensino em que a Matemática é apresentada como um corpo de conhecimentos perfeitamente organizado, pronto e acabado, desligado de qualquer contexto que lhe dê significado o que, para além de dificultar a compreensão da sua história, do seu valor e alcance, dificulta a sua própria aprendizagem?

Será que isto traduz uma concepção em que a Matemática é vista apenas como linguagem ou ferramenta de outras ciências? Não valorizará esta visão restritiva, independentemente da real importância da Matemática como instrumento, os seus aspectos informativos, esquecendo potencialidades verdadeiramente formativas da Matemática, e, portanto mais merecedoras de atenção num currículo para uma educação básica?

São estas algumas perguntas que deixo aqui, acreditando que, para ser realmente importante, hoje, e cada vez mais, a Matemática não pode, de facto, ser «só as soluções dos problemas nem as contas»; sobretudo se também quisermos dizer que «sem a Matemática não somos inteligentes», pelo menos de certa maneira.

H. M. Guimarães

[1] Trata-se da versão posta a circular, em Novembro de 1987, num seminário organizado pelo Sindicato dos Professores da Grande Lisboa.

PROFMAT 88
Faro, 7 a 9 de Setembro

Tal como já foi noticiado no último número de «Educação e Matemática», o Encontro Nacional da APM —PROFMAT 88— vai realizar-se em Faro. Os trabalhos terão lugar nas instalações da Escola Superior de Educação nos dias 7, 8 e 9 de Setembro. Durante os dois dias precedentes decorrerão cinco cursos de formação sobre LOGO (iniciação), Folha de cálculo, Resolução de problemas, Geometria (três perspectivas) e Cónicas.

A questão lançada no final do PROFMAT-87, em Bragança, para aprofundamento ao longo deste ano —a renovação dos currículos e programas de Matemática— ganhou ainda maior actualidade com a discussão pública gerada pelos documentos da Reforma do Sistema Educativo. Assim, a renovação será naturalmente o foco central do Encontro. Foi já assegurada a presença do Prof. Luis Santaló, da Argentina, cuja conferência será justamente dedicada a esse tema.

Foram enviadas a todos os sócios, em fins de Fevereiro, informações pormenorizadas sobre as modalidades de inscrição no Encontro, de apresentação de trabalhos e de reserva de alojamento. Entretanto, o Secretário de Estado Adjunto do Ministro da Educação — a pedido da Direcção da APM — concedeu, por despacho, autorização par a dispensa de serviço aos professores que participarem no PROFMAT-88, pelo que estes não precisarão de utilizar qualquer outra forma legal de justificar a ausência nas suas escolas, para além dos documentos que receberem em Faro.

A participação activa de todos nós, professores de Matemática, nos trabalhos do Encontro será o factor decisivo que determinará o êxito desta iniciativa. Neste sentido, estão previstos espaços para a apresentação de comunicações e para a realização de sessões práticas.

Até Faro! Havemos de nos encontrar lá!

Datas importantes:

* até 31 de Março: 1.º prazo para inscrição no Encontro, nos Cursos e para reserva de alojamento;
* até *30 de Abril:* envio do resumo de Comunicações e Sessões Práticas;
* até *31 de Maio:* 2.º prazo para inscrição.

Informações:

Carlos Próspero: Tel. 24160 (Faro)
Maria do Loreto Couceiro: Tel. 7581387 (Lisboa)
João Filipe Matos: Tel. 602501 (Lisboa)

Depoimentos sobre a Reforma Curricular

Desde o início da discussão pública sobre a Reforma do Sistema Educativo, muito se tem dito e escrito. «Educação e Matemática» prossegue neste número o esforço para porporcionar aos seus leitores uma participação no debate sob formas variadas, e prestando uma especial atenção aos aspectos relacionados com a disciplina de Matemática. Noutros locais da revista, podem ler-se artigos de opinião e diversas notícias. Neste espaço, publicamos as respostas que recebemos, referentes a um conjunto de três questões que colocámos a alguns professores de diferentes níveis de ensino:

1. Qual é a sua opinião genérica sobre a proposta de renovação curricular apresentada pela Comissão da Reforma do Sistema Educativo?

2. E sobre os aspectos que dizem especificamente respeito à disciplina de Matemática?

3. Gostaria de acrescentar algum comentário sobre o futuro do Ensino da Matemática?

Lurdes Serrazina. Professora Adjunta da Escola Superior de Educação de Setúbal. Foi professora de Matemática no Ensino Secundário e no Magistério Primário de Lisboa. Realizou um mestrado em Ensino da Matemática na Universidade de Boston.

1. A proposta de renovação curricular apresentada pela Comissão de Reforma tem aspectos muito positivos e inovadores, designadamente quando preconiza a ligação da escola ao meio, prevê a existência de uma área gerida pela própria escola, a área escola, diminui o número de disciplinas no terceiro ciclo básico, etc. A questão que ponho é que tipo de condições e de autonomia vão ser dadas às escolas e aos professores para os poderem pôr em prática. Se as escolas não deixarem de ser armazéns de alunos e professores e não ganharem alguma autonomia em relação ao Ministério, corre-se o risco de tudo isto não passar de um conjunto de boas intenções.

2. No entanto, em relação à Matemática o que é explícito na proposta não é nada animador. Se, por um lado, se mantém a carga horária e se considera a Matemática a par com a Língua Portuguesa como uma área básica, o tipo de Matemática preconizado não parece o adequado para os nossos alunos do limiar do século XXI.

No ensino primário é designada por «Aprendizagem do Cálculo». E a «Aprendizagem da Geometria»? Se se considera que o cálculo é importante, é discutível se se deve continuar a gastar muito tempo em práticas de algoritmos numa época em que as calculadoras proliferam por todo o lado e o seu preço chega a ser inferior ao de qualquer livro escolar, por outro lado não há dúvida que a geometria e a compreensão espacial são necessárias para interpretar, compreender e apreciar o mundo que nos rodeia.

Nos anos mais avançados da escolaridade, mantém-se a carga horária atribuída à Matemática, mas diz-se que «os conteúdos deverão ser alterados no sentido de privilegiar a operacionalização de conceitos». Todos estamos de acordo que os programas devem ser alterados, mas será que esta é a direcção correcta? E a Matemática como, por exemplo, uma actividade de resolução de problemas? É com certeza muito mais útil que o aluno perante um problema decida quais os dados que deve utilizar, os cálculos que deve fazer, como fazer a validação dos resultados e como relacioná-los com o que já conhece acerca de um dado assunto, do que fazer cálculos complicados para os quais existem calculadoras e programas de computador para os resolver.

A Matemática deve estar ao serviço das outras disciplinas, mas não pode ser só isso, nem fundamentalmente isso. Deve contribuir para o desenvolvimento de formas de raciocínio cada vez mais elaboradas, dum espírito crítico, do poder de análise, da criatividade, da auto-confiança.

3. Em relação ao futuro do ensino da Matemática parece-me que a questão fundamental não está numa mudança dos conteúdos, mas sobretudo na natureza das actividades que os alunos desenvolvem nas aulas de Matemática, no tipo de organização da sala de aula e na relação professor/aluno. Pouco interessará modificar os conteúdos se tudo o resto se mantiver como está.

A escola deve proporcionar a todos os alunos um ambiente onde eles possam experimentar e fazer Matemática através de actividades que tenham em conta o seu nível de desenvolvimento e maturidade. O professor deve estar atento a todas as experiências e solicitações dos alunos, correspondendo às suas curiosidades e aproveitando-as para fazer matemática viva.

O ensino da Matemática cada vez mais tem de estar ligado a actividades como: resolução de problemas, actividades de exploração e descoberta, formulação e verificação de conjecturas, entre outras.

O ensino da Matemática deve afastar-se cada vez mais de exercícios rotineiros com grandes cálculos ou onde os alunos se limitam a aplicar velhas fórmulas, que normalmente conduzem ao desinteresse e à aversão à Matemática.

No ensino da Matemática deve tirar-se partido desse método excelente de organização das actividades que é o trabalho de projecto — projectos ligados à Matemática ou interdisciplinares — através do qual os alunos podem experimentar o principal processo pelo qual a Matemática se relaciona com o mundo real — o desenvolvimento de modelos matemáticos.

Adelina Precatado. Professora de Matemática da Escola Secundária de Camões em Lisboa. Pertenceu ao Conselho Directivo e foi delegada de grupo da mesma escola.

1 — Duvido. Receio. Porque penso que qualquer proposta de Reforma tem que passar por:

— um balanço sério das muitas transformações e experiências inovadoras feitas nas escolas desde Abril de 74, que não foi feito.
— a apresentação de um plano concreto de metas e meios que responda a questões fundamentais como sejam a Implantação da Rede de Educação Pré-escolar, a construção e transformação das escolas em boas escolas, o fim dos regimes duplos e dos turnos, etc.
— a criação de condições que permitam despertar o entusiasmo e criatividade dos professores.

Sem que isto seja feito parece-me que os aspectos mais positivos de alguns projectos apresentados (criação da área escola, ligação à comunidade ou autonomia da escola) correm o risco de não passarem de princípios teóricos que na prática serão reduzidos a mera burocracia e desvirtuados.

O interesse e expectativa manifestados por grande número de professores em relação ao Projecto de Reforma Curricular não são estranhos ao facto de o documento questionar de forma muito explícita a situação hoje existente nas escolas, no entanto a resposta que dá não é muito diferente das outras propostas (Gestão, Avaliação, etc.), ao perspectivar a Escola como uma empresa e esperar que sejam autarquias e empresários da zona a resolver os problemas.

Penso que na Escola as crianças e jovens têm o direito de encontrar vida, alegria e prazer, de aprender, de debater, confrontar e questionar a realidade exterior, de desenvolverem espírito crítico, criativo e solidário, que a Escola deve e tem que estar ligada à comunidade, mas que por isto mesmo se não pode tornar numa empresa rentável e competitiva, fornecedora de mão-de-obra (certamente barata) e de alguns serviços (às empresas da zona) para adquirir em troca o mínimo de condições para funcionar.

2 — O que é proposto para a matemática parece-me um retrocesso no tempo, incompreensível e contraditório; por um lado, ela é uma das disciplinas mais importantes (a ver pelo número de horas e outras referências), por outro, ao reduzi-la à aritmética e ao cálculo e ao desprezar as novas tecnologias como se não fossem um facto (nomeadamente calculadoras e computadores) transforma-se a matemática numa disciplina insignificante, repetitiva, de que os alunos continuarão a não gostar nem perceber para que serve, onde o insucesso certamente não será reduzido.

3 — Penso que seria bom deixar definitivamente de se pensar a matemática como a rainha das ciências, conceito que tem feito dela uma disciplina questionável, difícil, desinteressante, selectiva e mesmo elitista, mas que por outro lado se lhe devia reconhecer o valor formativo que, ao lado das outras ciências, deve ter no desenvolvimento de capacidades, de analisar, criticar, criar. Neste sentido penso que o ensino da matemática deve ter como orientação base a resolução de problemas e a exploração de aplicações que a liguem muito mais à realidade e à vida, dando resposta à pergunta sistemática dos alunos «isto para que serve?» e permitindo o gozo da descoberta.

Penso que esta perspectiva implica de imediato uma reformulação ao nível de conteúdos programáticos que tem que passar por uma redução drástica da sua extensão e eliminação de formalismos absurdos que hoje os caracterizam, mas implica também um investimento sério no apoio e formação dos professores de matemática.

Não deixem que a água se aquiete!...

Razões que se prendem com a «estação alta», em editoras e tipografias, têm impedido que Educação e Matemática chegue às vossas mãos a tempo e horas e, ainda assim, com gralhas em número superior ao normal (já que é inútil pensar que de tal passaroco alguma vez nos veremos livres).

Mas as culpas não caem todas em seara alheia. A redacção assume, também, a sua quota parte de responsabilidade por não ter sabido (ou conseguido) programar o trabalho, prevendo eventuais atrasos. E, atenção, a culpa é, também, de todos vocês; de vocês que aguardam a revista com alguma expectativa, que nos interrogam sobre o seu atraso, mas que, infelizmente, tão pouco têm contribuído para a sua elaboração.

Não estaria no espírito de ninguém, em Portalegre/86, que a APM viesse a tornar-se em cooperativa de consumo, que Educação e Matemática se limitasse a dar voz a uma dezena de associados.

Grandes transformações se anunciam no panorama escolar português. É preciso dar voz à perplexidade, à dúvida, à opinião, à crítica; é preciso mostrar o que se pensa e o que se faz por esse país fora. A hora não é de repouso, sob pena de nos virmos a afogar nas águas pantanosas da nossa inépcia.

Não deixem que a água se aquiete!

Esparguete, triângulos e probabilidades

João Filipe Matos, Departamento de Educação da F.C.L.

Os trabalhos de Polya, em torno da resolução de problemas no ensino da Matemática, encerram a ideia de que um Problema deve constituir, tanto quanto possível, uma situação interessante para quem o resolve. Isto poderá acontecer com um problema estreitamente ligado a uma situação real ou poderá tomar a forma de uma situação imaginária mas interessante. Com uma embalagem de esparguete, alguma imaginação e um computador para fazer os cálculos, proponho um breve passeio pela Matemática, através de um desses problemas inventados enquanto se faz o jantar.

O Problema

Se partirmos um pedaço de esparguete, ao acaso, em três pedaços, qual é a probabilidade de se poder construir um triângulo com esses três bocados?

Uma forma de abordar o problema poderá ser através da realização de uma simulação. Pegar numa embalagem de esparguete e, com o pretexto de ajudar a preparar o jantar, realizar tantos ensaios quantos os bocados de esparguete que encontrarmos na embalagem. «Basta» partir aleatoriamente cada esparguete em três pedaços e tentar construir com eles um triângulo. Poderemos no entanto ter alguma dificuldade em partir aleatoriamente o esparguete. Uma solução será deixá-lo cair sobre uma mesa, mas não temos a garantia de que ele se parta em três pedaços. Além disso a fractura do esparguete poderá mesmo não ser aleatória e teremos outro problema interessante a investigar (curiosamente encontrei uma regularidade notória na fractura por queda numa conhecida marca de esparguete).

Por outro lado, poderemos querer saber, à partida, o número aproximado de esparguetes que existem numa embalagem, sem termos de os contar individualmente. Desta forma criaremos um outro problema que tem interessantes abordagens e que deixarei para outra ocasião.

Simulação em computador

Parece portanto suficientemente demonstrado que não é prático realizar a simulação do problema proposto através da manipulação dos esparguetes (para além do atraso na preparação do jantar...). Aqui o computador poderá ser extremamente útil. Através da função *random* o computador pode gerar números (pseudo)aleatórios[1].

Se designarmos por X, Y e Z os comprimentos dos três pedaços de um esparguete de comprimento unitário, as condições em que é possível construir um triângulo são as seguintes:

$X+Y+Z=1$ e $|X-Y|<Z<X+Y$
com X, Y e Z positivos.

Usando a linguagem LOGO podemos construir, de diferentes formas, um conjunto de procedimentos que permita simular o problema para um dado número de esparguete. Os procedimentos ESPARGUETE e TESTE constituem uma das formas de realizar esta simulação em LOGO:

```
TO TESTE
MAKE ''X 1+RANDOM 98
MAKE ''Y 1+RAMDOM (99-:X)
MAKE ''Z 100-:X-:Y
IF AND :Z<:X+:Y :Z>ABS (:X-:Y) [OUTPUT ''TRUE]
OUTPUT ''FALSE
END

TO ESPARGUETE :N
MAKE ''R 0
REPEAT :N [IF TESTE [MAKE ''R :R+1]]
PRINT :N
PRINT :R
PRINT :R/:N
END
```

O procedimento ESPARGUETE inicializa a variável R com o valor zero. Esta variável é o contador de casos em que a construção do triângulo é possível. Realizando N ensaios (isto é, partindo N esparguetes) temos que fazer N vezes o teste de possibilidade de construção do triângulo, através do subprocedimento TESTE. Os valores de X, Y e Z (comprimentos dos pedaços de esparguete) são gerados pelo computador através da função *random.* Notar que, por exemplo, *random 98* gera um número aleatório entre 0 e 97. No caso de o teste ser positivo (isto é, ser possível a construção do triângulo) resultará do procedimento TESTE o valor TRUE, sendo incrementado de uma unidade o valor de R. No final dos N ensaios, o computador imprime os valores de R, N e R/N.

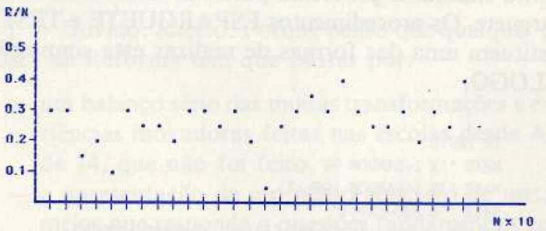
Resultados da simulação

Diversos ensaios realizados com estes procedimentos na versão LOGOWRITER produziram os seguintes resultados:

```
– ESPARGUETE 20  R/N=0.2
– ESPARGUETE 50  R/N=0.12
– ESPARGUETE 100 R/N=0.15
– ESPARGUETE 400 R/N=0.2375
– ESPARGUETE 800 R/N=0.2117
```

O ensaio ESPARGUETE 1000000, realizado na versão IBM-LOGO, produziu o resultado R/N = 0.241812. De notar que o aumento do número de ensaios não corresponde necessariamente a um valor mais aproximado da probabilidade. É preciso ter em consideração os erros de arredondamento cometidos pelo computador (ver a este respeito o artigo PI nesta revista).

Estes resultados permitem ter uma ideia do valor da probabilidade procurada. Notar ainda que com uma sucessão de ensaios representada num referencial poderemos criar uma ideia da tendência do valor da probabilidade.

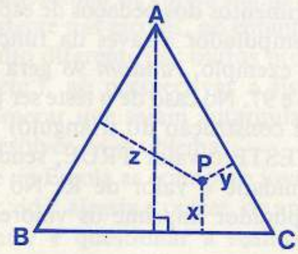


E naturalmente que poderíamos avançar nesta previsão através de meios mais sofisticados.

Interessa-nos no entanto encontrar o valor exacto da probabilidade.

A solução exacta em coordenadas triangulares

Tomando um triângulo equilátero ABC de altura igual à unidade, e se para todo o ponto P do plano, considerarmos X a sua distância a BC, Y a sua distância a AC e Z, a sua distância a AB, teremos o ponto P definido pelas suas coordenadas triangulares em relação a ABC. Para cada uma das rectas suporte dos lados do triângulo, o semiplano positivo é o que contém o triângulo.



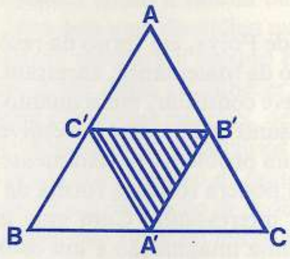
Nestas condições, os pontos interiores ao triângulo são pontos M tais que

$$X>0,\ Y>0,\ X+Y+Z=1$$

o que é facilmente verificado, por exemplo, através da equivalência entre os valores das áreas dos triângulos de alturas X, Y e Z, e a área do triângulo ABC.

Desta forma todo o esparguete ideal partido em três pedaços é representado de forma biunívoca por um ponto interior ao triângulo. Assim, a probabilidade que procuramos corresponde à probabilidade de o ponto M ficar num dado domínio interior ao triângulo, sendo portanto proporcional à área desse domínio, qualquer que seja a sua forma e posição.

As condições $X+Y+Z=1$ e $|X-Y|<Z<X+Y$ resultam em $X<1/2$, $Y<1/2$ e $Z<1/2$, o que corresponde ao interior do triângulo A'B'C'. Podemos então concluir que o valor da probabilidade é 1/4.



Conclusão

Não considerámos o caso limite do triângulo degenerado em que $Z=X+Y$ e, na verdade, podemos agora concluir que esses casos não alteram o valor da probabilidade, dado que a área da linha poligonal ABC é nula. Deve notar-se, a propósito, que na simulação apenas considerámos casos em que o esparguete é partido em pedaços de comprimento inteiro, quando na realidade há infinitas formas de partir o esparguete. Isto pode sugerir uma nova formulação para o problema: tomando dois pontos ao acaso sobre o intervalo [0 1] de **R**, e sendo X e Y as suas abcissas, eles determinam três segmentos cujos comprimentos totalizam 1 unidade. Qual é a probabilidade de que, com aqueles três segmentos, seja possível construir um triângulo?

Deixo a resolução ao leitor, sugerindo apenas a utilização da medida de Lebesgue (correspondente à probabilidade).

Trata-se de um tipo de problema que permite integrar domínios da Matemática que são habitualmente considerados «estanques» no ensino secundário, nomeadamente as Probabilidades, a Geometria, a Análise. Pode permitir ajudar a construir uma visão integrada da Matemática, através do reconhecimento da necessidade de aplicar numa mesma situação elementos tradicionalmente separados no ensino. Aliás, esta visão da Matemática, como «um conjunto de capítulos» organizados numa certa sequência sem uma perspectiva integradora, é infelizmente muito comum entre os estudantes e mesmo entre alguns professores.

Simultaneamente pode constituir um tipo de problema que permite uma exploração rica, quer através de novas formulações, quer em problemas «paralelos» (como por exemplo, a caracterização do tipo de fractura do esparguete no caso do problema proposto). É importante que o problema seja suficientemente aberto para permitir diferentes vias de exploração. E uma situação interessante — mesmo que imaginária — é certamente o melhor contexto para o Problema.

[1] Na realidade os números gerados com esta função não são aleatórios, mas dado que o período de repetição desses números é muito elevado, podemos considerá-los como tal para a nossa simulação. Note-se que apesar de tudo o computador «simula» a criação de números aleatórios.

O milagre da multiplicação dos professores

José Manuel Duarte, Esc. Secundária da Parede

No estudo dos *Números Reais* (Teorema de Pitágoras, etc.), segui em duas turmas do 8.º ano da Escola Secundária da Parede, em cada um dos anos lectivos 85/86 e 86/87, a seguinte metodologia[1]:

1) Os alunos de cada turma dividiram-se livremente[2] em quatro grupos, cada um dos quais estudou, durante as aulas correspondentes a uma quinzena, um dos seguintes temas:

a) medidas e comprimentos;
b) raiz quadrada (com revisão de áreas de figuras planas);
c) teorema de Pitágoras e suas aplicações;
d) Pitágoras na História.

2) Os alunos de cada grupo estudaram o seu tema com base em compêndios de Matemática do 8.º ano de vários autores e editoras, que pus ao seu dispor, bem como outros materiais (textos, problemas) de Emma Castelnuovo[3].

3) Com a minha ajuda pontual (para ajudar a ultrapassar alguma dúvida mais persistente), os alunos estudaram colectivamente o seu assunto, por vezes dividindo-o e estudando pequenas partes em subgrupos de dois.

4) Na fase final desta quinzena, cada grupo preparou a apresentação da sua matéria à turma: ordem dos assuntos, tempo aproximado previsto, metodologia, exercícios adequados, etc. Ficou definido o contributo individual de cada membro do grupo.

Sendo o coordenador desta planificação, não me coibi de criticar certas ideias avançadas pelos alunos (metodologia da apresentação; tipo, número e dificuldade dos exercícios), mas sempre concedi ao grupo a opção final. Cuidei de incutir confiança nas suas capacidades, sobretudo a uma fatia significativa da turma, mais insegura.

Adesão

Toda esta metodologia foi por mim apresentada à turma como uma «experiência de trabalho em grupo», uma «hipótese de estudar de forma diferente» este tema, que a turma *poderia* seguir, *caso* estivesse de acordo e tivesse vontade; caso contrário, o professor asseguraria o tratamento da matéria.

As turmas sempre deram o seu assentimento à experiência, ainda que num caso a opção tenha sido polémica, com discussão e inclusivamente votação, que me foi ligeiramente favorável.

Porquê?

Esta experiência não pretende assumir o estatuto de «trabalho de projecto», mesmo com a (justa) amplitude lata que ao conceito de «trabalho de projecto» dá João Pedro Ponte na sua útil brochura «O computador e o trabalho de projecto».

Ela visa quebrar a maioritária antipatia discente pela Matemática, dar aos alunos um papel activo na procura, estudo e apresentação de conhecimentos, constituir uma experiência (rara para alguns) de trabalhar em equipa e de ser apresentador-actor.

O resultado

Ultrapassadas as piadas-risos palermas iniciais, tudo se desenrolou sem acréscimo de problemas de indisciplina, com uma atenção superior, com elevado nível de responsabilidade[4] e uma superior capacidade geral de explicação à turma: nalguns casos, além de mim, havia mais quatro, cinco, seis «professores» a tirar simultaneamente dúvidas.

O nível de aprendizagem atingido foi em geral equiparável ou ligeiramente superior ao que se alcançaria com uma exposição do professor[5]. Cada grupo ficou, deste modo, mais conhecedor do seu assunto (que estudou e apresentou). E duma coisa estou certo: foi uma experiência diferente e agradável para os alunos, e ajudou-os a enfrentar e vencer o nervosismo e o sentimento de impotência de apresentar ideias a uma audiência vasta.

Os alunos falam

No fim, pedi a cada aluno um comentário escrito individual sobre:

— a experiência em geral;
— o trabalho do seu grupo;
— o seu trabalho (ou de algum colega individual).

Os comentários foram para mim muito animadores, até porque os julgo sinceros.

Eis algumas opiniões dos alunos, agrupadas de acordo com o seu conteúdo.

«Pró»:

a) «Em geral acho que foi uma boa experiência» // «Em geral penso que foi uma experiência boa para os meus colegas» // «Foi uma experiência agradável, o trabalho que se realizou foi bom, mas a organização não foi a melhor, mas para a primeira vez foi boa, e trabalhámos todos» // «Foi porreiro, mas um bocado barulhento (...) mas lá estava o professor para manter a ordem. Foi porreiro, não me importava de fazer mais vezes»;

b) «Eu gostei de fazer este trabalho de grupo, foi muito giro» // «Achei a experiência gira e acho que deu resultado» // «Em geral acho que valeu a pena»;

c) «Uma boa ideia» // «Gostei muito da ideia que o professor teve em fazermos o trabalho em grupo, embora a nossa turma não seja boa para esses trabalhos em conjunto» // «Acho que este trabalho de grupo foi giro e é como um teste para vermos e aprendermos a trabalhar em grupo pois o trabalho colectivo é muito giro»;

d) «Acho que foi uma experiência boa, porque os alunos tiveram que se esforçar para fazer um bom trabalho» // «Achei uma experiência bem boa, pois puxou bastante de nós (...) acho que nem com todas as turmas pode resultar»;

e) «Gostei de trabalhar assim porque foi uma maneira diferente de descobrir a Matemática» // «Em geral eu gostei porque é uma maneira engraçada de aprender Matemática» // «Achei uma coisa diferente e gira» // «Eu acho que foi giro, mas não tirámos o máximo proveito das aulas porque falámos muito (...) o professor devia ter mandado pessoal para a rua para nós acalmarmos. Esta é a minha opinião»;

f) «Gostei bastante do trabalho porque o descobrimos sozinhos» // «*Setor,* no geral eu propriamente gostei da minha primeira experiência de estudar um assunto sozinho»;

g) «Em geral eu achei gira a experiência: penso que foi mais fácil de aprender as matérias com os alunos»;

h) «Gostei da experiência porque assim vimos que nós temos capacidade de fazer aquilo»;

i) «Penso que o *setor* deve fazer isto para outras turmas» // «Espero que continue a ter ideias dessas e que convença os outros *setores* de Matemática a fazer o mesmo» // «Acho que o *setor* para o ano deve continuar com esta ideia, pois agradou-me e deve agradar a muito mais gente»;

j) «As aulas desta maneira correram melhor»;

l) «Foi diferente e gostei bastante de fazer de professora, assim já sei o que sentem os professores quando querem falar e não podem»;

m) «Deu para divertir um pouco enquanto trabalhávamos. Foi uma maneira original de aturarmos e termos paciência com as aulas» // «(...) gosto bastante da aula de Matemática, pois é diferente e divertida, sem aquelas regras todas...» // «Não tenho muito a dizer. Gostei, sim, é verdade, embora ache que o *setor* deixa a malta abusar um bocado no aspecto de deixar mandar algumas bocas. Mas de resto até é divertido pois não gosto de Matemática e o *setor* ajuda muito a fazer com que goste. Quanto ao trabalho de grupo foi óptimo, embora a princípio não acreditasse que fosse dar certo»;

n) «Embora eu achasse que não ia dar resultado, deu» // «Eu, quando me ocorreu a ideia de fazerem trabalho de grupo, fui contra, mas agora sei que os resultados foram bastante lucrativos para os alunos (preocuparem-se com a matéria) e para o professor (que beneficiou com o interesse dos alunos)» // «Não estava de acordo com a organização dos trabalhos de grupo porque pensei que iria ser uma confusão. O *setor* dá demasiada liberdade. Mas depois de o trabalho estar realizado, julgo que foi um pouco positivo e um pouco negativo. Houve mais liberdade, mas deu para aprender a matéria. Posso considerar que este modo de dar a matéria teve vantagens apesar de tudo isto».

«Contra»:

«(...) mas eu preferia que o professor desse a matéria porque os grupos explicavam todos de maneira diferente» // «Gostei de fazer este trabalho embora goste de fazer trabalhos em individual ou então fazer o trabalho só a dois. Neste trabalho éramos quatro pessoas e, embora não fosse mal de todo, lá discutimos umas vezes...» // «Eu gostei da experiência, mas não acho que gostaria de fazer outra vez, mas se o fizesse acho que era melhor fazer com menos gente».

A «ajuda» do professor

No fim, colmatei as falhas mais evidentes de alguns grupos, claro. Mas, durante as exposições dos elementos dos grupos, que fazer perante hesitações, atrapalhações e erros? Intervir logo? Fazer uma pausa, aguardando que o aluno detecte a sua própria falha e, caso isso não aconteça, intervir no fim?

A palavra ainda aos alunos

a) «Em relação ao professor, acho que nos deixou descobrir o teorema sozinhos, dando uma mãozinha pelo meio. Quando estávamos a apresentar o trabalho, não

(continua na pág. 32)

A travessia do deserto e as sucessões!

Ana Baltazar, Escola Secundária Maria Amália

A ideia surgiu quando tentei resolver um problema proposto na publicação «Jogos, Enigmas, Problemas» da Associação de Professores de Matemática. Apesar de não ter resistido a espreitar a solução — era um dia de pouca paciência — a pesquisa que efectuei sobre a própria solução revelou-se fértil...

Vejamos o que sucedeu...

O Problema:

Um homem tem de atravessar um deserto para entregar uma mensagem. Atravessar o deserto demora 9 dias. Cada homem apenas consegue transportar consigo comida suficiente para 12 dias. No local onde será entregue a mensagem não existe hipótese de obter alimentos.

Há dois homens disponíveis para a missão. Poderá a mensagem ser entregue e ambos os homens regressarem ao ponto de partida sem que lhes falte a comida?

(Nota: Há possibilidade da comida ser enterrada na ida e desenterrada na volta.)

Variante:

Qual poderá ser a extensão do deserto se houver 3 ou 4 ou 5... homens disponíveis?

Solução do problema:

Os dois homens iniciam juntos a viagem levando «24 dias de comida». Ao terceiro dia um deles volta para trás, levando com ele «3 dias de comida» para o regresso. Portanto, contando com esse regresso, até ao 3.º dia estão gastos «9 dias de comida» $(3+3+3)$. Ao viajante que prossegue a travessia, restam-lhe $6+6+3$ dias de viagem. E restam-lhe «15 dias de comida». Esse homem enterra «3 dias de comida» antes de prosseguir e leva «12 dias de comida» — precisamente os necessários para os 12 dias que tem de caminhar até regressar ao ponto onde se encontra; precisamente o máximo que ele consegue transportar!

★

Suponhamos que queremos testar o mesmo problema para uma travessia mais longa... Tentemos, seguindo a resolução, equacionar o problema. Se admitirmos que o esquema seguido pelos homens é idêntico, o que precisamos encontrar (em cada caso) é o dia em que eles se separam — ou seja, o n.º de dias que eles viajam juntos

Sendo x = n.º de dias que os homens viajam juntos, o nosso problema traduz-se por:

$$24-4.x=12$$

dias de comida que os dois homens podem transportar

dias de comida gastos até ao dia x, contando com os dois regressos

dias de comida que um homem pode transportar

Se, em vez de 2 homens, houver *n* homens disponíveis (cada um transportando 12 dias de comida):

$$12.n-2.n.x=12$$

dias de comida que os *n* homens podem transportar

dias de comida gastos até ao dia x, contando com os *n* regressos.

Com esta equação, podemos «atacar» rapidamente a variante do problema.

Qual poderá ser a extensão do deserto, se houver 3 ou 4 ou 5... homens disponíveis?

Experimentemos...

$n=3 \longrightarrow x=4$ dias
$n=4 \longrightarrow x=4{,}5$ dias
$n=5 \longrightarrow x=4{,}8$ dias
$n=6 \longrightarrow x=5$ dias
etc...

Repare-se que a extensão do deserto em cada caso é:

$$x+6 \text{ dias}$$

Portanto, com 6 homens consegue fazer-se a travessia de um deserto com $5+6=11$ dias de «comprimento».

Questão: *Quantos homens são precisos para se conseguir fazer o mesmo, num deserto que demore 12 dias a atravessar?*

Continuemos a tentar...

$n=7 \longrightarrow x=5{,}14$ dias
$n=8 \longrightarrow x=5{,}25$ dias

(Precisamos que x tome o valor 6)

$n=15 \longrightarrow x=5{,}6$ dias
...
$n=200 \longrightarrow x=5{,}97$ dias

Ora bolas!... Nem duzentos homens...?

$n = 1000 \longrightarrow x = 5{,}994$ dias
$n = 5000 \longrightarrow x = 5{,}9988$ dias ?!!

Imagine-se o desespero de um aluno que nunca ouviu falar em limites!

É que, reformulando a equação $12.n-2.n.x=12$

obtém-se ... $x = 6 - \frac{6}{n}$ sucessão cujo limite é 6.

A minha sugestão é que se apresente o problema inicial aos alunos, dando um certo tempo para o resolverem — dois dias, três dias, uma semana... Depois de alguns deles apresentarem a resolução, discuti-la na aula e tentar que eles cheguem à equação (1). Depois, através da variante do problema e da questão apresentada, conduzir os alunos ao conceito de limite de uma sucessão.

O problema pode ser apresentado a alunos sem qualquer conhecimento de sucessões e nesse caso é aproveitado para introduzir a ideia de sucessão... e depois a de limite!

N. da R. — A nossa colega Ana Baltazar tomou uma iniciativa excelente; não se satisfez com o conhecimento da solução de um problema e resolveu reformular o seu enunciado, alargando-o para outros casos. O que propomos aos leitores de Educação e Matemática é continuar a exploração e travessia do deserto, ou seja, tentar responder às seguintes perguntas:

— valerá a pena mudar de estratégia, utilizando os carregadores de comida de modo diferente?

— existirá uma estratégia óptima?

— existirá uma lei que dê a possível extensão do deserto em função do número de acompanhantes?

Publicações e Programas de Computador
Envio pelo Correio

- as publicações e programas disponíveis são os que vêm anunciados **neste número da revista**, sob os títulos

  — *Publicações APM*
  — *Publicações e Programas Educacionais do Projecto Minerva, Núcleo da FCUL.*

- fotocopie e **preencha** uma ficha (ver abaixo; utilize mais do que uma ficha se for necessário; note que o envio de software tem porte fixo).
- no caso de Software, não deixe de indicar, além do título, **a referência** (51, 52, etc.) respectiva e a **marca e modelo do computador** em que vai utilizar os programas.
- envie a ficha, juntamente com um cheque ou vale postal em nome da **Associação de Professores de Matemática** e no **valor total** calculado, para

  Paulo Abrantes
  Faculdade de Ciências
  Av. 24 de Julho, 134 - 4.º
  1300 Lisboa

- escreva a indicação «pedido de publicações» no sobrescrito.

Publicações e Programas Educacionais do Projecto Minerva, Núcleo da FCUL

1. *Materiais de Formação*

- *Actas do Seminário Sobre o Computador no Ensino: Relatório do 1.º Ano de Actividade do Projecto Minerva, Núcleo DEF-CUL* — Organizado por João Ponte
  ☐ 2.ª Edição, Fevereiro 1988: 112 pp.; *preço: 300$00*
- *Vamos Trabalhar com a Folha de Cálculo* — Eduarda Fonseca
  ☐ 2.ª Edição, Junho 1987: 22 pp.; *preço 100$00*
- *Sistemas Operativos para Microcomputadores* — João Ponte
  ☐ 1.ª Edição, Fevereiro 1987: 18 pp.; *preço: 100$00*
- *LOGO Português: Manual de Utilização e Sugestões de Actividades* — João Filipe Matos e João Ponte
  ☐ Versão 5, Fevereiro 1988: 110 pp.; *preço 300$00*
- *Actas da Semana do LOGO, Portalegre 87* — Organizado por João Ponte
  ☐ 1.ª Edição, Abril 1987: 48 pp.; *preço: 200$00*
- *A Música e o LOGO* — João Filipe Matos
  ☐ 1.ª Edição, Abril 1987: 24 pp.; *preço: 100$00*
- *O Computador e o Trabaho de Projecto* — João Ponte
  ☐ 2.ª Edição, Fevereiro 1988: 32 pp.; *preço: 150$00*

2. *Investigação*

- *A Natureza do Ambiente de Aprendizagem Criado com a Utilização da Linguagem LOGO no Ensino Primário e as suas Implicações na construção do Conceito de Variável* — João Filipe Matos
  ☐ 1.ª Edição, Junho 1987: 219 pp.; *preço: 500$00*

3. *Programas Educacionais*

- LOGO.GEOMETRIA — Eduardo Veloso
  ☐ Versão 1.0, Setembro 1987; 1 diskette e manual de utilização com 55 pp. e cartão com os comandos principais, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; *preço: 1250$00* (ref. 51, diskette 5¼; ref. 52, diskette 3½)
- TRINCA-ESPINHAS — João Ponte e Jaime Sacadura
  ☐ Março 1988; 1 diskette 5¼ e manual, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; *preço: 500$00* (ref. 53)
- ESTIMATEMP — Paulo Abrantes e Jaime Sacadura
  ☐ Março 1988; 1 diskette 5¼ e manual, para IBM PC compatíveis com placa compatível CGA; *preço: 500$00* (ref. 54)
- TRINCA-ESPINHAS e ESTIMATEMP
  ☐ 1 diskette 3½ e dois manuais; *preço: 800$00* (ref. 55)

Todos estes materiais podem ser pedidos pelo correio, utilizando a ficha da página 32.

Passeio Cronometrado: uma simulação gráfica

Margarida Cristina Silva e Luís Lopo, Escola Secundária Camões

O programa «Passeio cronometrado» — que apresenta duas versões — simula graficamente o movimento de um automóvel, a partir da indicação, pelo utilizador, da velocidade média pretendida para cada hora de viagem.

Descrição do programa

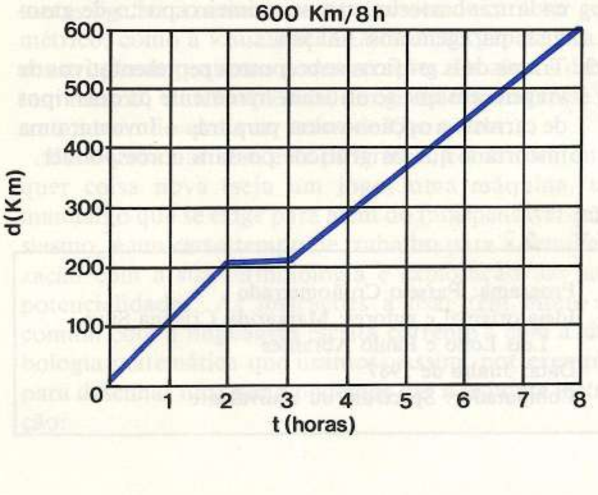
Na primeira versão, as condições a satisfazer são as seguintes:

- Distância a percorrer: 600 km.
- Tempo de viagem: 8 horas.
- Consumo do automóvel: 8 l aos 100 km para velocidades inferiores a 120 km/h e 10 l aos 100 km para velocidades iguais ou superiores a 120 km/h.
- Capacidade máxima do depósito de gasolina: 40 litros.
- Velocidade máxima do automóvel: 160 km/h.
- Pode realizar-se o reabastecimento do depósito de gasolina, uma só vez, numa das duas bombas existentes no percurso.
- Caso se pretenda, podem visualizar-se, ao mesmo tempo e no máximo, dois gráficos.

No ecrã, surge inicialmente um sistema de eixos que representa a distância ao ponto de partida (km) em função do tempo (h), e uma tabela onde são registados, hora a hora, os valores respeitantes à gasolina disponível, à distância percorrida e ao tempo gasto.

Pretende-se que o aluno introduza, em cada hora, o valor que pretende para a velocidade média de modo a percorrer os 600 km nas 8 horas.

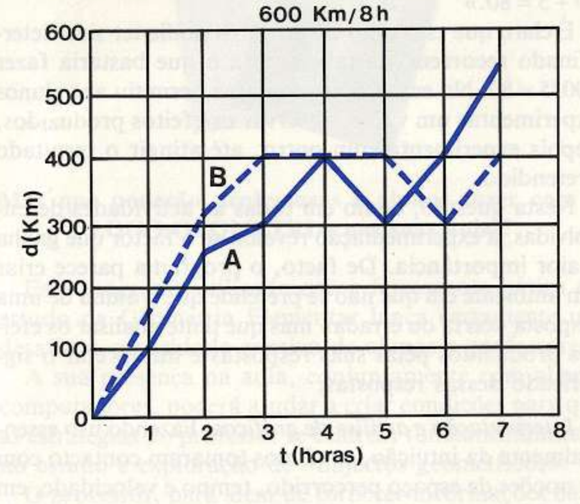
O gráfico seguinte representa a situação em que o automóvel percorre os 600 km em 8 h tendo efectuado o reabastecimento na primeira bomba de gasolina.



A segunda versão do programa difere da primeira na medida em que:

- permite que se escolha previamente a distância a percorrer e o tempo a gastar;
- possibilita a escolha entre um carro «normal» (utilitário) e um carro «de desporto» — este último não tem limitação de velocidade mas consome 10 l aos 100 km para velocidades inferiores a 120 km/h e 15 l aos 100 km para velocidades iguais ou superiores a 120 km/h;
- permite a opção «voltar para trás», ou seja, inverter o sentido da marcha, no decorrer de uma determinada viagem.

O gráfico seguinte representa duas situações: o carro A (normal) percorre 400 km em 7 h, reabastecendo o depósito na segunda bomba de gasolina e voltando para trás 100 km na 5.ª hora; o carro B (de desporto) percorre 550 km em 7 h, optando também pelo segundo posto de gasolina e voltando para trás 100 km na 4.ª hora.



Actividades realizadas com alunos

Este programa foi utilizado por alunos dos 7.º e 9.º anos de escolaridade que realizaram diversas actividades vividas com grande entusiasmo e envolvimento em todos os momentos. Os alunos trabalharam sempre em pequenos grupos, dentro dos quais cada um participava activamente através das suas sugestões e opiniões.

Um aspecto dominante em todas as sessões foi o processo de experimentação, imediatamente adoptado pelos alunos para resolverem os problemas propostos. Os alunos, sobretudo os mais novos, começavam quase sempre por ver «o que acontecia se...», seguindo frequentemente uma estratégia de tentativa e erro. Este ambiente foi claramente proporcionado pelo carácter de simulação do programa.

Apresentam-se, a seguir, exemplos de episódios significativos ocorridos durante algumas das sessões de trabalho.

Experimentação de valores. Foi proposto aos alunos o seguinte problema: percorrer 600 km em 8 h mantendo uma velocidade constante até ao posto de reabastecimento escolhido e depois até ao final do percurso.

Um grupo do 7.º ano utilizou a seguinte estratégia:

a) introduzir a velocidade de 100 km/h duas vezes seguidas, parando depois para encher o depósito;

b) após o reabastecimento, introduzir sempre 75 km/h.

Os alunos verificaram que não tinham conseguido percorrer 600 km mas apenas 575 km. Decidiram então:

c) repetir o passo anterior mas tomando agora o valor de 80 km/h.

Este valor resolveu o problema. Um aluno justificou o procedimento utilizado da seguinte maneira: «Quando meti 75 faltavam 25 km para atingir os 600; como tínhamos 5 horas, distribuí os 25 km pelas 5 horas, ou seja $75+5=80$.»

É claro que este valor de 80 km/h podia ter sido determinado recorrendo à tabela para o que bastaria fazer $400/5=80$. No entanto, o programa permitiu aos alunos experimentar um valor, observar os efeitos produzidos, depois experimentar um outro, até atingir o resultado pretendido.

Nesta questão, como em todas as actividades desenvolvidas, a experimentação revelou-se o factor que ganha maior importância. De facto, o programa parece criar um ambiente em que não se pretende que o aluno dê uma resposta «certa ou errada» mas que tente analisar os efeitos produzidos pelas suas respostas e interpretar o significado dessas respostas.

Interpretação e análise de gráficos. Fazendo uso essencialmente da intuição, os alunos tomaram contacto com as noções de espaço percorrido, tempo e velocidade, em relação umas com as outras, quando surgiu a ideia de incluir no mesmo referencial dois gráficos distintos, cada um dizendo respeito a um carro, e se levantaram questões do tipo:

- O que é que linhas paralelas indicam sobre a velocidade dos dois carros?
- Qual o significado físico do ponto de intersecção das rectas?
- Qual dos dois carros andou mais depressa num determinado intervalo de tempo?
- Qual a relação entre a velocidade e a «inclinação» das rectas?

De notar que a discussão deste tipo de questões foi feita exclusivamente com base na interpretação dos gráficos.

Sugestões de actividades

Como foi referido atrás, o programa «Passeio» tem, em diversos aspectos, o carácter de uma simulação gráfica, não apresentando exercícios pré-estabelecidos para fazer nem quaisquer comentários ou juízos de valor sobre as respostas dadas pelos alunos. Neste sentido, não há limites para a imaginação dos alunos e professores que o utilizarem quanto às situações a explorar, obviamente desde que se situem dentro das possibilidades técnicas que o programa permite. Em todas as sessões de trabalho realizadas, surgiram sempre ideias de situações ou problemas para tentar resolver ou investigar que não tinham sido previstas pelos autores do programa.

No entanto, a experiência já adquirida na exploração didáctica do programa permite que se apresentem algumas sugestões de problemas que podem proporcionar interessantes momentos de aprendizagem:

Versão 1:

1. Percorrer 600 km em 8 h; 600 km em 7 h; 500 km em 8 h.
2. Percorrer 600 km no menor tempo possível.
3. Percorrer 600 km em 8 h com velocidades constantes antes e depois do reabastecimento na estação escolhida. Essas duas velocidades poderão ser iguais? E se o objectivo fosse percorrer 6009 km em 7 h?

Versão 2:

1. Descobrir a distância máxima que um carro de desporto pode percorrer em 5 h?
2. Percorrer 600 km em 8 h, com cada um dos carros, obedecendo às seguintes condições pela ordem indicada: reabastecimento no primeiro posto de gasolina; paragem aos 300 km.
3. Traçar dois gráficos sobrepostos representativos de viagens em que se utilizam livremente os dois tipos de carros e a opção «voltar para trás». Inventar uma história a que os gráficos possam corresponder.

Programa: Passeio Cronometrado
Ideia original e autores: Margarida Cristina Silva, Luís Lopo e Paulo Abrantes
Data: Junho de 1987
Computador: Spectrum ou equivalente

Programas de computador

LOGO.GEOMETRIA

Um desafio à Geometria que ensinamos

LOGO.GEOMETRIA é um programa educacional, que corre em computadores com sistema operativo MS-DOS, destinado a alunos e professores do Ensino Secundário, e que se propõe facilitar actividades de exploração em Geometria Elementar. O seu autor é Eduardo Veloso do Núcleo do Projecto Minerva do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

A *disquete* que contém o programa é acompanhada por um manual de utilização, que além de conter informações de carácter técnico acerca do funcionamento dos diferentes módulos que constituem o programa, reúne um conjunto de propostas de actividades a trabalhar por professores e alunos.

O programa LOGO.GEOMETRIA não se apresenta como um substituto atraente do professor para o ensino da Geometria, nem é seu objectivo criar programadores em LOGO. Pelo contrário, pretende ser essencialmente uma ferramenta, muito actual e poderosa, a juntar às tradicionais régua e compasso, para professores e alunos utilizarem no estudo da Geometria.

Para os professores de Matemática, o programa LOGO.GEOMETRIA aparece associando dois aspectos que à partida representam um desafio: a Geometria Elementar e o computador.

Para os alunos, a utilização do computador fornecerá sem dúvida um complemento de trabalho motivante e que talvez favoreça o seu bom relacionamento com a Geometria. Esta matéria, no Ensino Secundário, tem vivido uma situação difícil nos últimos anos — ou é pura e simplesmente ignorada (sob os mais diversos pretextos) ou é tratada cerimoniosamente de forma formal e pouco viva. Esta situação vem impedindo os alunos de adquirirem conhecimentos fundamentais de Geometria Plana Elementar e de desenvolverem capacidades importantes ligadas a raciocínios e processos de carácter geométrico, como a visualização, a intuição geométrica, a construção de pequenas demonstrações. Os alunos denotam mesmo, com frequência, um grande desinteresse no tratamento de qualquer tema de Geometria.

Para trabalhar com este programa, como com qualquer coisa nova (seja um jogo, uma máquina, um manual) o que se exige para além do indispensável entusiasmo, é um certo tempo de trabalho para a familiarização com a sua terminologia e exploração das suas potencialidades. As instruções a usar têm muito de comum com a linguagem escrita corrente e com a simbologia matemática que usamos. Assim, por exemplo, para desenhar uma recta podemos dar a seguinte instrução:

FAZ.RECTA "a [[20 23] [-23 30]]

em que *a* é o nome da recta e [20 23], [-23 30] são as coordenadas de dois pontos que definem a recta.

Este programa tem definidas e prontas a serem utilizadas figuras geométricas elementares como pontos, rectas, semi-rectas, quadrados, triângulos, círculos, etc. desde que se indiquem as instruções adequadas. É também possível construir bissectrizes de ângulos, mediatrizes de segmentos, rectas paralelas a uma recta dada, etc., utilizando instruções do tipo:

PERPENDICULAR "a [10 45]

em que [10 45] são as coordenadas do ponto por onde passa a perpendicular a *a*.

Mas que poderão professores e alunos fazer com o LOGO.GEOMETRIA nas suas aulas?

Este programa utilizado como ferramenta básica do estudo da Geometria Elementar lança certamente um desafio à capacidade criativa de alunos e professores.

A sua presença na aula, conjuntamente com alguns computadores, poderá ajudar a criar condições para que as estratégias do professor se centrem fundamentalmente no estudo e exploração de «objectos geométricos».

O professor, para além de fornecer informações básicas, poderá organizar situações de aprendizagem com carácter problemático capazes de conduzir os alunos na (re)descoberta de conhecimentos geométricos. O professor poderá assumir-se como o gerador de problemas, o animador de discussões, o sistematizador das «descobertas». Ser-lhe-á talvez mais fácil partilhar com os alunos a transmissão de novos conhecimentos.

Nas aulas, o trabalho dos alunos poderá ganhar também dimensões diferentes. Os alunos serão desafiados a abordar situações geométricas que, tradicionalmente lhes são apresentadas como factos indiscutíveis, e terão que ser capazes de as estudar, formulando as suas conjecturas e criando as suas soluções. E o trabalho de construção da solução de um problema tipo geométrico não apela única e exclusivamente a capacidades de carácter mecânico, mas envolve também capacidades importantes para a estruturação de qualquer raciocínio geométrico (a visualização, a intuição geométrica).

O comando MARCAR certamente terá aqui um papel essencial, permitindo ao aluno a abordagem da situação proposta por tentativas. Permitir-lhe-á ensaiar os primeiros passos mesmo que não domine totalmente a situação.

Este programa não tem capacidade para construir demonstrações. Contudo, numa segunda fase de trabalho, os alunos poderão ser mais facilmente sensibilizados para a generalização das soluções encontradas, para a sua demonstração.

O LOGO.GEOMETRIA, poderá talvez apoiar a modificação das usuais aulas de Geometria — com definições e enunciados de propriedades e teoremas, e a resolução de exercícios tipo — aulas fundamentalmente centradas no professor, e que sobrevalorizam aspectos mecânicos do raciocínio. Poderá apoiar a realização de aulas de Geometria mais estimulantes da actividade dos alunos e que apelem mais à sua criatividade e participação. Talvez o computador e o LOGO.GEOMETRIA possam ser um meio capaz de captar e mobilizar a atenção dos alunos para actividades de exploração geométrica.

Que tipo de actividades serão possíveis?

No manual sugerem-se várias actividades e encontram-se neste momento já editadas algumas folhas que contêm mais propostas. Aqui, referiremos como exemplo duas delas e avançaremos desde já com alguns aspectos de uma possível exploração:

(2). Partindo de duas rectas «r» e «s», por exemplo, verificar se os pontos da bissectriz, do ângulo das duas rectas, construída pelo procedimento BISSECTRIZ distam igualmente das duas rectas.

(9). Construa um triângulo e as respectivas mediatrizes. Qual a posição relativa das rectas?

(2) desafia os alunos a testarem o funcionamento do programa. Mais do que saber enunciar as propriedades da bissectriz eles terão que saber fazer uso delas. Neste caso eles terão que saber

— como se mede a distância de um ponto a uma recta,
— que para fazerem a verificação terão que escolher qualquer ponto da bissectriz,

e terão que saber decidir

— qual o ponto com que querem fazer a verificação,
— qual a(s) perpendicular(es) que necessita(m),
— quais as medidas a comparar.

O aluno terá que ser capaz de planear as etapas da sua verificação. O professor poderá mesmo por vezes ir mais além e questionar:

— a possibilidade ou não de se fazer a verificação para todos os pontos;
— como demonstrar a propriedade.

No final, seria talvez oportuno construir com os alunos a demonstração desta propriedade.

(9) conduzirá rapidamente à verificação de que as mediatrizes dos lados de um triângulo se intersectam num mesmo ponto. Da caracterização do ponto encontrado poderá surgir a circunferência circunscrita. Será possível inscrever no triângulo uma circunferência? Qual é o seu centro? E o seu raio? Estas questões e muitas outras poderão talvez ser o ponto de partida para a procura de propriedades relacionadas com as «linhas notáveis dos triângulos» como bissectrizes dos ângulos internos, alturas e medianas.

Ao longo do curriculum do secundário, é no 9.º ano que maior atenção se dá ao estudo da Geometria Elementar. É normalmente para professores e alunos, uma época difícil!... PORQUE NÃO TENTAR O LOGO.GEOMETRIA?

Sabemos que neste momento algumas experiências já estão em curso. Sabemos também que está a haver uma boa aceitação por parte dos alunos. Contudo gostaríamos de conhecer de perto mais experiências e pormenores da sua realização...

Ana Vieira Lopes
D.O. Escola Sup. Educação de Lisboa

Nota: Para a elaboração deste texto contou-se com a experiência e as opiniões da colega M.ª Carmo Belchior — Esc. Sec. Josefa Óbidos.

Materiais para a aula de Matemática

Quando, a respeito de uma situação problemática, se conhece o estádio final, há vantagem em seguir uma estratégia que, partindo precisamente dessa posição, vá acedendo, sucessivamente, aos estádios anteriores. Foi o caso do célebre problema da Maria e das maçãs, saído no número dois de «Educação e Matemática».

Não é este tipo de problemas muito vulgarizado entre os alunos do ensino básico e, por isso mesmo, esta estratégia não lhes ocorre, quando com eles confrontados. Muitos ensaiam alguns números cegamente, mas a maior parte pura e simplesmente desiste, à partida.

A ficha de trabalho, que incluímos neste número, pode constituir um primeiro contacto com este tipo de situações. A primeira parte sugere, imediatamente, esse tipo de estratégia e prepara a resolução do problema que constitui a segunda parte. Finalmente, pede-se a «invenção» de um problema semelhante. Esta terceira tarefa, desmitificando o problema assim posto ao nível do aluno, aprofunda a compreensão da sua estrutura matemática.

Ponto de partida...

• Qual é o número de partida em cada caso?

Partida **Fim**

☐ => subtrair 7 => dividir por 5 => multiplicar por 3 => subtrair 4 => $\boxed{20}$

☐ => multipl. por 0,5 => subtrair 7 => dividir por 1,5 => adicionar 3 => $\boxed{10}$

☐ => adicionar 11 => dividir por 2 => subtrair 3 => multipl. por 3 => $\boxed{30}$

☐ => multipl. por... => adicionar... => dividir por... => subtrair... => $\boxed{15}$

A Joana foi às compras com o seu irmão mais novo.
Na primeira loja, gastou metade do dinheiro que levava e mais trinta escudos num chupa-chupa para o irmão.
Na segunda loja, gastou um terço da quantia restante e mais sessenta escudos num gelado para si.
Finalmente, gastou o último dinheiro num livro de banda desenhada que lhe custou 130$00.

• Que quantia tinha a Joana ao sair de casa?

....

• Inventa um problema semelhante.

....

....

....

O João passou as férias em África em casa do seu amigo Ali.
Entre as muitas aventuras que correram, conta-se a exploração ao deserto de AHA.
Durante uma tempestade de areia, perderam o mapa e a bússola e ficaram completamente perdidos. Fazia um calor terrível e a água era pouca.
No primeiro dia beberam um quarto da água que levavam. No segundo dia beberam um terço da água que restava e, ainda, 2 copos mais. Ao terceiro dia o calor apertou, pelo que beberam metade da água que restava e, além disso, 6 copos mais. Quando, nessa tarde, o pai de ALi os encontrou só lhes restavam 3 copos de água.

• Que quantidade de água tinham levado para esta exploração.

....

«Façam-no com lógica».
«Isto não tem lógica nenhuma».
«Vamos lá pensar com lógica».

Ouvimos muitas vezes frases deste tipo, frases com «lógica». Palavra muito querida dos professores de Matemática, que é usada para referir indiscriminadamente aspectos formais, rigor, processos demonstrativos, coerência e até sentido. Talvez por referir tantos aspectos ligado à Matemática se oiça até dizer «Matemática é Lógica».

Independentemente de todas as questões que se possam levantar e até da própria Matemática, usamos regularmente formas de raciocínio lógico. Uma das preocupações da Lógica é formalizá-las. Esta formalização constrói-se por uma progressiva abstracção da linguagem, até que, substituindo as proposições por simples letras do alfabeto, se despreza o sentido das frases. No fim «ficam as formas puras como únicos componentes possíveis dos enunciados lógicos» (Bertrand Russel).

Não se pretende desprezar o valor da formalização, mas sim repensar os excessos e repor o sentido que julgamos tão necessário quando se trabalha na educação matemática.

São duas as preocupações que nos levam a propor problemas de lógica. Por um lado, apresentar situações com significado, por outro, procurar que nessas situações seja fundamental a compreensão dos enunciados.

Um bom solucionador de problemas sabe quanto é importante a organização da informação. Desenvolver a capacidade de resolução dos problemas passa, também, por consciencializar os alunos para a necessidade dessa organização. Uma das formas de o fazer é propor aos alunos problemas cuja solução se torna mais fácil (quando não, óbvia), recorrendo a uma boa organização da informação. É o caso do primeiro e do segundo problemas que, agora, se propõem, em que uma tabela de verdade não só facilitará a retenção dos factos, como evidenciará os acontecimentos incompatíveis, como ainda servirá de suporte às deduções possíveis.

O primeiro dos problemas propostos é acessível a alunos do ensino preparatório; os outros devem ser propostos a alunos mais velhos.

Quem comprou o quê?

Quatro rapazes — o Filipe, o Paulo, o Rui e o Tomé — compraram, cada um, uma miniatura de automóvel das seguintes marcas: Fiat, Peugeot, Renault e Toyota.

Nenhum rapaz comprou uma miniatura cuja marca comece pela mesma letra que o seu nome.

O Rui é amigo do rapaz que comprou o Fiat e o Tomé comprou o Peugeot.

Quem comprou as outras miniaturas?

Mas onde? Em que data? A que distância?

O célebre cantor Serafim Saudade perdeu a agenda onde registava todos os detalhes relativos às suas actuações. Lembra-se, porém, que actuaria em Porto Triste, Castelo Preto, Caldas do Rei, Vila Velha e Vale de Gatos e nos seguintes clubes: O Leme, O Azulejo, Os Amigos de Baco, O Leite Creme e Laranja's.

Fixou, ainda, as datas 16, 23 e 30 de Abril e 7 e 14 de Maio, recordando-se, também, das distâncias que teria de percorrer desde a sua casa até às diferentes localidades: 5, 7, 12, 14 e 24 quilómetros.

Só que não consegue lembrar-se de como se relacionam estas diferentes informações.

É capaz de reconstituir o programa completo do cantor, atendendo a que:

1. O Azulejo é um clube de Castelo Preto que fica situado a mais de dez quilómetros da casa do cantor;
2. A 23 de Abril actuará na localidade mais próxima de sua casa;
3. Em Maio, visitará Caldas do Rei que fica a doze quilómetros de sua casa; o clube onde actuará não é O Leme;
4. Em Abril, actuará no clube mais distante de sua casa, Os Amigos de Baco;
5. Uma semana depois de actuar em Vila Velha, actuará no Laranja's que é sete quilómetros mais próximo de sua casa do que o clube que visitará em 16 de Abril;
6. O concerto a realizar em 7 de Maio não será no Leite Creme;
7. Porto Triste é mais distante da casa do cantor do que Vale de Gatos.

O gládio suspenso!

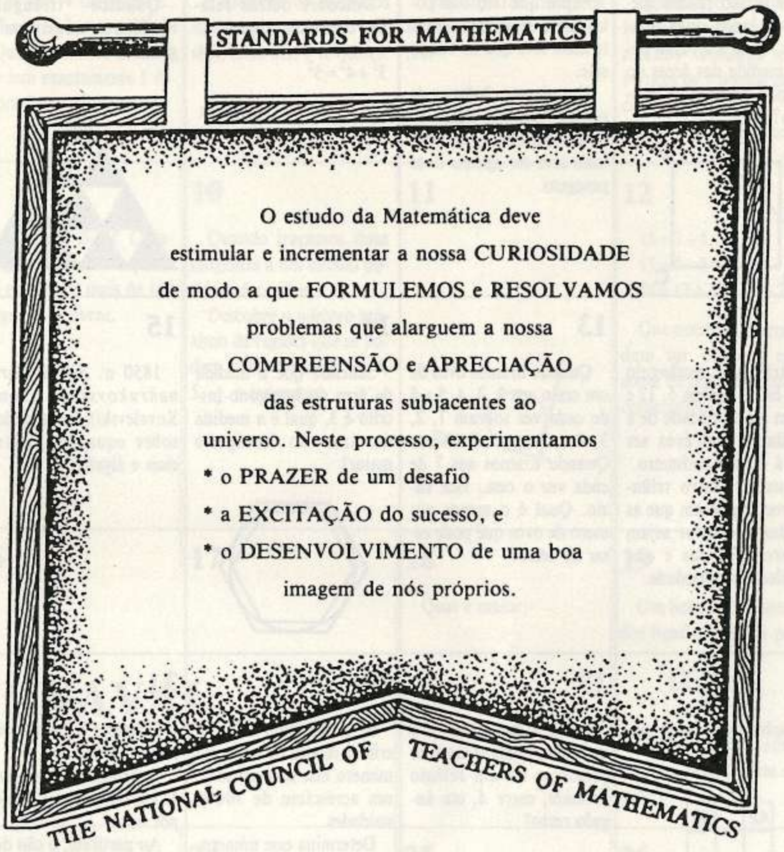
Um povo xenófobo promulgou a seguinte lei: «Todo o estrangeiro, detido no território do Estado, será apresentado em juízo num tribunal, onde lhe será imposto que pronuncie uma frase dotada de sentido e verificável no prazo de vinte e quatro horas:
Se essa frase for verdadeira, o estrangeiro será fuzilado;
Se essa frase for falsa, o estrangeiro será enforcado.»

O gládio da Justiça feriu sem desfalecimento, até ao dia em que compareceu um estrangeiro, espertalhão de nascença, que pronunciou uma frase que lhe salvou a vida. Que frase foi essa?

Colabora com

Educação e Matemática

PENSE NISTO



JOAN HALL

Que pensa disto?

Nota: Um documento intitulado **Curriculum and evaluation standards for schools mathematics** foi recentemente proposto para discussão pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Esse documento foi preparado por um conjunto de grupos de trabalho no âmbito de uma comissão *(Commission on standards for school mathematics)* do mesmo NCTM. O que acima se reproduz, constitui uma das páginas introdutórias do referido documento, sendo a seguinte a versão original do texto traduzido:

«The study of mathematics should stimulate and increase our CURIOSITY so that we FORMULATE and SOLVE problems that expand our COMPREENSION and APPRECIATION of the underlying structures of the universe. In the process, we experience

* the ENJOYMENT of a challenge
* the EXCITMENT of success, and
* the DEVELOPMENT of a good self-image.»

2.ª-feira	3.ª-feira	4.ª-feira	5.ª-feira	6.ª-feira	Sábado

JANEIRO

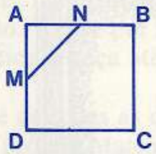
4

$1! = 1$
$2! = 2$
$3! = 6$
$4! = 24$
$5! = 120$

Haverá algum factorial maior que 1 que seja um quadrado perfeito?

5

M e N são pontos médios de lados dum quadrado. Qual é a razão entre a medida das áreas do triângulo AMN e do quadrado?



6

Supõe que tens oito bolas, uma delas ligeiramente mais leve que as outras sete.

Usando uma balança de pratos, explica como se pode identificar a bola mais leve em apenas duas pesagens.

7

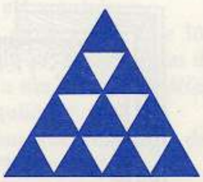
Descobre outras relações do mesmo tipo:

$3^2 + 4^2 = 5^2$

$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$

8

Quantos triângulos equiláteros existem na figura?



9

Dado um triângulo equilátero de lado 3 e um triângulo equilátero de lado 4, determina o lado de um triângulo equilátero cuja área seja igual à soma das áreas dos outros dois.

11

Se

$3 \# 7 = 1$

$4 \# 2 = 2$

$9 \# 15 = 3$

quanto é $6 \# 6$?

12

O triângulo rectângulo cujos lados medem 5, 12 e 13 tem a propriedade de a medida da sua área ser igual à do seu perímetro.

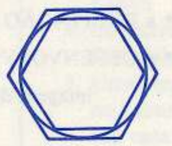
Descobre outro triângulo rectângulo em que as medidas dos lados sejam números inteiros e que goze desta propriedade.

13

Quando tiramos ovos de um cesto aos 2, 3, 4, 5 e 6 de cada vez sobram 1, 2, 3, 4 e 5 respectivamente. Quando tiramos aos 7 de cada vez o cesto fica vazio. Qual é o menor número de ovos que pode estar no cesto?

14

Sabendo que a medida da área do hexágono inscrito é 3, qual é a medida da área do hexágono maior?



15

1850 n. *Sofya Korvi-nakrukovskaya* (Sonya Kovalevski), investigadora sobre equações diferenciais e álgebra.

16

Numa loja, fazem-te um desconto de 20% mas tens de pagar 17% de IVA.

Será indiferente a ordem pela qual é feito o cálculo destas duas percentagens?

17

O Luís é 17 anos mais velho que a Ana. Se a idade dele for escrita depois da idade dela obtém-se um quadrado perfeito de 4 algarismos. Daqui a 13 anos passar-se-á o mesmo.

Qual é a idade da Ana?

18

Resolve o quadrado mágico:

42		40
38	43	

19

Entre a meia-noite e o meio-dia, quantas vezes os ponteiros de um relógio formam, entre si, um ângulo recto?

20

Se o algarismo 7 for escrito à direita de um certo número esse número sofre um acréscimo de 70000 unidades.

Determina esse número.

21 **22**

O João e o Carlos caminham pela mesma estrada no mesmo sentido.

O primeiro caminha a 6 km por hora, parte com 12 km de avanço sobre o segundo, que caminha a 9 km por hora.

Ao partirem, o cão do João deixa o seu dono e parte ao encontro do Carlos à velocidade de 24 km por hora. Logo que alcança o Carlos volta imediatamente para o pé do João, continuando a correr para trás e para a frente até o Carlos alcançar o João.

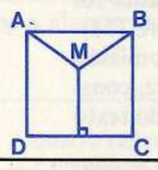
Quantos quilómetros anda o cão?

24

ABCD é um quadrado.

$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MH}$

Quanto mede $\overline{MA}$?



25

1736 n. *Joseph Louis Lagrange,* astrónomo, contribuiu com novas ideias para a resolução de equações com variáveis complexas.

26

Numa lata de bolas de ténis com a altura exacta para 3 bolas, qual é maior: o volume das bolas ou o volume do ar à volta das bolas?

27

Indica o termo seguinte da sequência

121, 441, 961, 691, ...

28

Desenha um quadrilátero. Une consecutivamente os pontos médios de cada um dos 4 lados.

Que tipo de quadrilátero parece ter sido obtido?

Prova a tua conjectura.

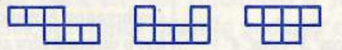
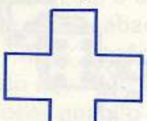
29

$12 \times 42 = 21 \times 24$
$13 \times 62 = 31 \times 26$

Descobre a lei de formação destas igualdades e em seguida constrói outra igualdade do mesmo tipo.

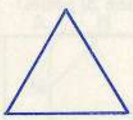
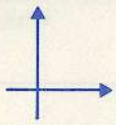
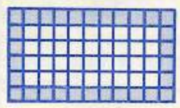
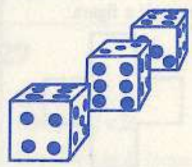
• DIA-A-DIA COM A MATEMÁTICA • DIA-A-DIA

FEVEREIRO

2.ª-feira	3.ª-feira	4.ª-feira	5.ª-feira	6.ª-feira	Sábado
1 Fevereiro é o segundo mês do ano. Usa três "2" para representar os números de 1 a 366.	**2** 6 tem 4 divisores: 1, 2, 3 e 6. Qual é o menor número que tem exactamente 5 divisores?	**3** Descobre os números menores que 1000 que têm, cada um, 5 divisores.	**4** Que tipo de números têm exactamente 4 divisores?	**5** Quantos triângulos diferentes podem ser desenhados tomando como vértices os 7 pontos da circunferência? E se fossem 20 pontos?	**6** 
8 A fracção $\frac{2}{5}$ pode ser representada como a soma de duas fracções diferentes de numerador 1. $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ Mostra como fazer o mesmo com $\frac{2}{7}$ e $\frac{2}{23}$.	**9** 1907 n. *H. S. M. Coxeter*, geómetra contemporâneo e autor de mais de 140 artigos e 11 livros.	**10** Quando traçámos duas tangentes a um círculo obtemos 6 regiões. Descobre o número máximo de regiões que se podem obter traçando 3, 4, 5, ... *n* tangentes.	**11** 	**12** $15=7+8$ $15=4+5+6$ $74=17+18+19+20$ Que outros números podem ser obtidos como soma de números naturais consecutivos?	**13** 
15	**16** CARNAVAL	**17**	**18** Qual é maior: e^{π} ou π^{e}?	**19** Um hexominó é uma figura formada por seis quadrados ligados entre si por um lado comum.  Quantos hexominós diferentes é possível construir? Quais deles podem ser dobrados de modo a obter um cubo?	**20**
22 Como se pode dividir um quadrado em 4 partes de modo a ser possível construir a figura. 	**23** Qual é a maneira mais simples de mostrar que, num triângulo rectângulo, o comprimento da hipotenusa é o dobro do comprimento da respectiva mediana? 	**24** Qual é o número seguinte da sequência: 0, 1, 10, 11, 100, 101, ...?	**25** Quantos triângulos é possível construir em que a medida dos lados sejam números inteiros e a medida do lado maior seja 5?	**26** Neste jogo, um movimento consiste na troca de posições de 2 moedas adjacentes. Determina o menor número de movimentos para se passar de H T H T H T H T para H H H H T T T T	**27**
29 $3+6=9$ $3\times6=18$ Descobre outros pares de números de modo que a sua soma seja divisor do seu produto					

COM A MATEMÁTICA • DIA-A-DIA COM A MA

MARÇO

2.ª-feira	3.ª-feira	4.ª-feira	5.ª-feira	6.ª-feira	Sábado
	**1** Dados 2 triângulos equiláteros, descobre um terceiro cuja área seja a soma das áreas dos dois primeiros. 	**2** De quantas maneiras diferentes podem sentar-se 10 pessoas a uma mesa redonda? 	**3** 1845 n. *Georg Cantor,* criador da Teoria de Conjuntos.	**4** Que outros números completam o exemplo? $5^2-5=4^2+4$ $7^2-7=6^2+6$	**5** Compara $\sqrt{n}$ e $(n\,!)^{\frac{1}{n}}$
7 Alguns números são narcisistas: $2427=2^1+4^2+2^3+7^4$ $81=(8+1)^2$ $355=3.(5\,!)-5$ Quais dos seguintes números são narcisistas? {135, 598, 145, 016}	**8** O perímetro de um rectângulo é 26 cm e as medidas dos seus lados são números inteiros. Qual é a área máxima que o rectângulo pode ter?	**9** O produto dos 50 primeiros números naturais é divisível por 10^n. Descobre n.	**10** A sucessão de Fibonacci é 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... Representa num referencial o.n. as rectas de equação $1.x+1.y=2$ e $1.x+2.y=3$. Qual é o ponto de intersecção das duas rectas? Escolhe outros 3 termos consecutivos da sucessão, a, b e c, e verifica se a recta de equação $ax+by=c$ passa pelo mesmo ponto.	**11** 	**12** Descobre 3 números inteiros consecutivos cuja soma seja 75, 3 cuja soma seja 99 e 3 cuja soma seja 150. Se n é a soma de 3 números consecutivos, que divisores deve ter?
14 $\cos^2 1^0+\cos^2 2^0+$ $+\cos^2 3^0+\cos^2 4^0+$ $+\ldots+\cos^2 90^0=?$	**15** No rectângulo da figura, o número de quadrados sombreados é menor que o de quadrados em branco. Será possível construir um rectângulo em que o bordo e o rectângulo interior tenham o mesmo número de quadrados?	**16** 	**17** **a, b e c** são 3 números naturais tais que $\mathbf{a^2}$, $\mathbf{2b^3}$ e $\mathbf{3c^5}$ são iguais. Descobre **a, b e c.**	**18** Qual é a medida do lado do quadrado em que o perímetro e a área são expressos pelo mesmo número? 	**19** Determina todas as funções quadráticas $\mathbf{f: R \rightarrow R}$ que satisfazem a condição $\mathbf{f(1-x)=f(x)}$, para qualquer **x** e **R.**
21 Desenha 2 paralelogramos no plano. Traça uma recta de modo que cada um seja dividido em duas figuras com a mesma área.	**22** Quantos graus mede o ângulo agudo formado pelos ponteiros do relógio à 1 h e 15 m?	**23** Descobre n tal que $n\,(n-1)\;(n-2)\;(n-3)\;(n-4)=95040.$	**24** Observa as igualdades: $4\times6\;=24$ $14\times16=224$ $24\times26=624$ $34\times36=1224$ Qual será o valor de 124×126?	**25** No lançamento de 3 dados, de quantas maneiras diferentes se pode obter a soma 15? (O lançamento 6,6,3 é diferente de 6,3,6.)	**26** 
28	**29**	**30**	**31**	Este calendário foi adaptado e desenvolvido por António Bernardes com base numa publicação idêntica do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).	

FÉRIAS DA PÁSCOA

TEMÁTICA · DIA-A-DIA COM A MATEMÁTICA

A história da Matemática

Hélia Correia

Ao **J.M. Borges**, meu colega de estudos, excelente matemático

Parece que esta coisa começou quando aos pastores lhes deu para marcar no cajado uns golpezinhos que queriam dizer: cada um, uma ovelha. Podia ser carneiro ou borreguinho, porque os golpes não tinham indicação do sexo nem sequer da idade do animal em causa. Esse é o primeiro defeito da matemática: não leva em conta as diferenças individuais ou, para falar melhor, as idiossincracias. Este colectivismo anda fora de moda.

O tal sistema dos golpezinhos eternizou-se, quer entre os pistoleiros do oeste americano que marcavam assim os seus assassinatos nas coronhas das armas, quer entre os taberneiros, como toda a gente sabe, ou, se não sabe, viu nos filmes realistas. Em qualquer uma destas circunstâncias, os tracinhos lá sofrem de abstracção em excesso. Pois quando uma pistola tem dez marcas não se fica a saber quem foram afinal os dez desgraçadinhos; e quando o quadrozinho da taberna está cheio de riscos inclinados não informa do estado moral, civil ou biológico de cada devedor, podendo ser que um deva por preguiça, outro por vício, outro por acudir à conta da farmácia ou por não conseguir livrar-se a tempo de um vendedor da história da civilização.

Nisto das matemáticas há também uma coisa esquisita que é o ábaco, que costuma aparecer nas palavras cruzadas. É uma espécie de moldura rectangular com uns arames ao longo dos quais deslizam bolinhas. Aquilo era dantes muito usado para fazer as contas, não me perguntem como. Também existe o «abacisco» que é um ábaco pequenino, e «abacista» que é a pessoa que trabalha com o ábaco. São tudo palavras da mesma família, mas «abacate» não é e «Abecassis» também não.

Bom. Então inventaram-se os números romanos que são aqueles com que a gente faz as adivinhas com os fósforos quando ainda alguém se lembra de como é. Desconfio que não foram os Romanos quem inventou aquilo — as criaturas não eram cerebralmente nada por aí além; parece que inventaram as pontes de pedra com os arcos, mas isso era para as tropas não caírem aos rios com aquele peso todo que levavam em cima — mas, enfim, os Romanos é que mandaram nisto durante muito tempo, e quem manda aproveita para dar boa impressão a falar de cultura e a mostrar que sabe e que se interessa muito por escolas, institutos, prémios Nobel, Pessoa, e essas coisas assim. E então os Romanos, por causa da «imagem», toca de se abotoar com os tais números.

Eis senão quando, estavam muito sossegados — e isto para não falar dos Godos todos que não interessam para esta história — vêm os Mouros por aí acima. Traziam muitas coisas engraçadas: as noras, o Averróis, o Avicena, as canções à Janita Salomé e uns números assim muito arredondadinhos, cheios de arabescos, claro, percebe-se a alusão.

Deus põe, Alá dispõe e Deus repõe — e vá com muita sorte que nem o Indra nem o Manitu se tenham envolvido na querela, senão teria sido muito mais complicado — e o saldo final foi um empate. Ficámos com os números dos Árabes e as letras dos Romanos. E devemos é dar-nos por felizes porque, se o acordo se fizesse de modo inverso e tivéssemos de aprender a escrever árabe logo de pequeninos na instrução primária — e é que é de trás para a frente e tudo às curvas —, o mundo ocidental estaria a esta hora ainda mais exausto e mais confuso.

Lá ficámos então com os números árabes. E dos números romanos restam as datas nas igrejas, nas fontes e nos outros monumentos. Mas até isso vai passar de moda porque ninguém está para ter um trabalhão a juntar aqueles VVV e aqueles palitinhos quando pode ler muito mais depressa uma data em árabe e ir andando para tratar da sua vida.

Ora bem: depois disto vieram uns intelectuais. Eu digo «Depois disto» por dizer, porque me dá ideia que os intelectuais vêm sempre depois de qualquer coisa, e é uma maneira de disfarçar um bocado porque não sei exactamente quando é que se lembraram de pôr letras em lugar de números. (Está-me cá a parecer que os velhos Gregos já tiveram que ver com o assunto, mas como eles tiveram que ver com tudo, passa-se à frente porque não tem graça). E ora sendo o número já em si uma ideia tão vaga que, como atrás se viu, não nos explica nada — nem a cor da ovelha nem o seu estado de saúde; nem a idade, a aparência e a profissão do assassinado no oeste; nem o modo de vida, a opção política e os desgostos de amor de um freguês de taberna — ainda por cima foram arranjar as letras que podem representar um número qualquer. De onde se conclui que o «a» pode ser tudo; e o «x», então — o tal famoso «x» que é quem se quer dar sempre ares de mistério — assim que lhe resolvem alguma equação, salta logo para outra porque supõe que só lhe fica bem andar incógnito.

Isto, já sem falar dos números negativos que o professor explicava com o desmoralizador exemplo dos rebuçados, dando-me a entender que, se eu tinha comido os cinco rebuçados do meu vizinho e só lhe tinha dado dois em paga, estava com três rebuçados negativos no bolso, o que era angustiante para uma criança que ainda por cima detestava rebuçados. E os números pares? E os números primos? E o mágico 3,14 que se chamava Pi e se escrevia π, e parecia saído de uma história chinesa com o seu ar de quiosque misteriosamente emboscado entre os quartos de círculo e os diâmetros? E as chavetas? E os parêntesis rectos? E o menos por menos que dá mais, como se fosse uma lição moral ou um enigma da metafísica?

A sério, tive o grande privilégio de adorar tudo isto. Na minha turma fazíamos campeonatos de matemática. Gostávamos do jogo, do desafio mental, como noutros momentos gostávamos de ser bandidos, ou espiões, ou o que quer que fosse que transformasse a vida numa coisa interessante: uma aventura, um segredo, um problema de álgebra.

Se eu tivesse que fazer uma redacção sobre o assunto, começaria assim: «Eu gosto muito da matemática. A matemática é a maneira de a gente compreender que é capaz de compreender. Eu, se não soubesse contar, ficava muito triste porque não sabia quantos gatos tinha. Eu da matemática só sei até aos logaritmos porque quando se chegava aí tinha de se ir para Ciências. E eu queria ir para Letras. E o que eu acho que está mal é que em Letras não se ensine matemática. Porque ficava tudo mais completo. E assim acaba a minha redacção».

Hélia Correia

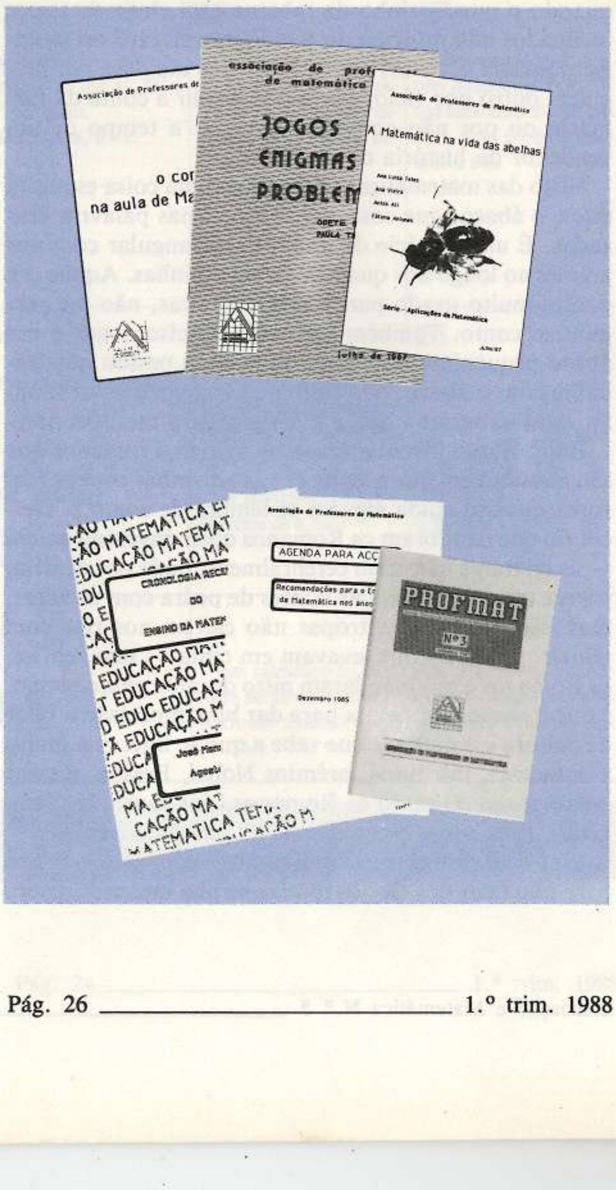
Nota da redacção: *O Separar das Águas, O Número dos Vivos, Vila Celeste* e *Montedemo*, são alguns dos títulos saídos da pena de Hélia Correia, um dos mais destacados nomes da literatura portuguesa actual. Para além de escritora, Hélia Correia é, também, companheira de percurso, como professora do 2.º grupo do Ensino Preparatório.

Publicações APM

- *Agenda para a Acção* — Recomendações para o Ensino da Matemática nos anos 80
  □ 4.ª Edição, Fevereiro 1988: 58 pp.; *preço: 150$00*
- *O Computador na Aula de Matemática* — Eduardo Veloso
  □ 1.ª Edição, Agosto 1987: 73 pp.; *preço: 250$00*
- *Cronologia Recente do Ensino da Matemática* — por José Manuel Matos
  □ 2.ª Edição, Agosto 1986: 83 pp.; *preço: 200$00*
- *A Matemática na Vida das Abelhas* — Ana Luísa Teles, Ana Vieira, Aniss Ali e Fátima Antunes
  □ 1.ª Edição, Julho 1987: 80 pp.: *preço: 250$00*
- *PROFMAT n.º 3*
  □ 1.ª Edição, Setembro 1987: 188 pp.; *preço: 400$00*
- **Educação e Matemática**, ainda disponíveis exemplares dos números 2, 3, 4 e 5. *Preço de cada número: 200$00*

Estas publicações podem ser obtidas pelo correio, utilizando a ficha da página 32.

Dedicado ao Encontro realizado em Bragança em Setembro de 1987, o n.º 3 da *Revista Profmat* inclui os textos referentes a grande parte das comunicações e sessões práticas. Contém ainda uma tradução do importante texto do ICMI intitulado «A Matemática escolar nos anos 90».



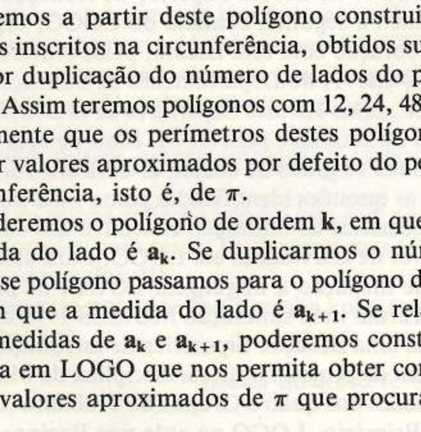
Calculando PI

O cálculo de valores aproximados do número π é uma actividade susceptível de criar discussões interessantes em torno de diversos conceitos matemáticos, nomeadamente o conceito de limite. Existem diversos processos de obter um valor aproximado de π. Hoje abordaremos o cálculo através do processo de Arquimedes, considerando a aproximação da circunferência por polígonos regulares inscritos nessa circunferência.

Se considerarmos a circunferência de diâmetro 1, o seu perímetro será π. O hexágono inscrito terá perímetro 3, valor que poderá constituir uma primeira aproximação de π.

Poderemos a partir deste polígono construir novos polígonos inscritos na circunferência, obtidos sucessivamente por duplicação do número de lados do polígono anterior. Assim teremos polígonos com 12, 24, 48 lados... Naturalmente que os perímetros destes polígonos irão constituir valores aproximados por defeito do perímetro da circunferência, isto é, de π.

Consideremos o polígono de ordem **k**, em que o valor da medida do lado é $\mathbf{a_k}$. Se duplicarmos o número de lados desse polígono passamos para o polígono de ordem **k + 1**, em que a medida do lado é $\mathbf{a_{k+1}}$. Se relacionarmos as medidas de $\mathbf{a_k}$ e $\mathbf{a_{k+1}}$, poderemos construir um programa em LOGO que nos permita obter com facilidade os valores aproximados de π que procuramos.



Sendo **x** a medida do apótema do polígono de ordem **k**, é simples relacionar $\mathbf{a_k}$, $\mathbf{a_{k+1}}$ e **x** e, eliminando **x**, obter uma relação entre $\mathbf{a_k}$ e $\mathbf{a_{k+1}}$. Utilizando o teorema de Pitágoras teremos:

1) $(a_{k+1})^2 = (a_k/2)^2 + (1/2 - x)^2$

2) $(1/2)^2 = x^2 + (a_k/2)^2$

resultando, por eliminação de **x**,

$$(a_{k+1})^2 = (1 - \sqrt{1 - a_k^2})/2$$

Desta forma podemos construir um procedimento recursivo simples que gere o valor do perímetro destes polígonos sucessivos. O procedimento **CALCULO.PI** é um exemplo:

```
to CALCULO.PI :n :a
make "novo.a sqrt ((1-sqrt(1-:a*:a))/2)
print :n print :n*:a
CALCULO.PI 2*:n :novo.a
end
```

Repare-se que neste procedimento as variáveis **a** e **novo.a** correspondem respectivamente a $\mathbf{a_k}$ e $\mathbf{a_{k+1}}$, sendo **n** o número de lados do polígono. A chamada à recursão é realizada com o valor **2*:n**, duplicando o número de lados do polígono.

A introdução daquela relação no procedimento torna-se no entanto desastrosa. De facto, quando $\mathbf{a_k}$ diminui de valor, $\mathbf{1 - a_k^2}$ é muito próximo de 1, tal como a raiz quadrada desse valor e a subtracção de 1 tende a fazer perder algarismos significativos, isto é aumenta o erro. Esse erro (um número menor que 1) é então aumentado pela raiz quadrada seguinte e ainda pela multiplicação pelo número de lados que é necessário realizar para obter o perímetro do polígono.

Uma forma de resolver este problema é tornar racional o numerador da fracção, obtendo a expressão seguinte:

$$(a_{k+1})^2 = (a_k)^2/(2 + 2\sqrt{1 - (a_k)^2})$$

Esta expressão não acarreta problemas de erro tão graves dado que a única subtracção existente se realiza entre valores bastante diferentes. Assim, a segunda linha do procedimento CALCULO.PI pode ser substituída com vantagem por esta outra:

```
make "novo.a :a/sqrt (2+2*sqrt (1-:a*:a))
```

Os valores que podemos obter com este procedimento dependem da versão LOGO que utilizarmos. Por exemplo, com o LOGOWRITER, obtivemos o valor

3.141592654, correspondente a 24 passos na iteração e a um polígono com 12 582 912 lados (!). Para além dos 24 passos a aproximação não melhora dado que o computador realiza o arredondamento dos valores calculados.

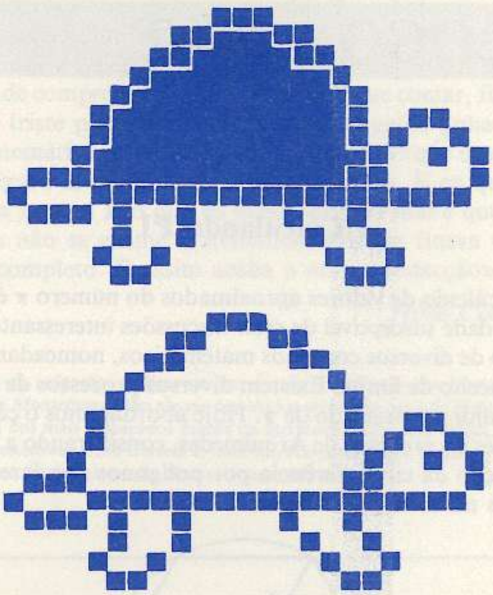
Utilizando a versão IBM-LOGO e a primitiva **SETPRECISION** (que fixa a precisão do cálculo num dado número de algarismos) podemos ter valores bastante melhores. Por exemplo, com **SETPRECISION 40,** o procedimento **CALCULO.PI 6 0.5** deu, em cerca de dois minutos (e 1.6×10^{35} lados!) o valor 3.1415926535897911985288787393140192102. Se tivermos a paciência de deixar o computador trabalhar durante cerca de dois dias podemos obter o valor aproximado de π com 1000 algarismos exactos...

```
3.14159265358979323846264338327950288841
97169399375105820974944234988309941294б
83211597479745467855318322108192291834７
2079647464686520111894111540402962896２７
40093911261641448497477869622599057430４
29442859697243440814842078095288752121３
57927918684198225737062774452597919459５
43883134580694896217569705179379749130６
85456448167537152956853197387385920385３
65749410486317000907388997851057121875５
38543303305132707051937719095263689687４
83751449399282606373887768267104074666４
15299464125958399939140797066031546474７
53950795415135198948256599066140163384７
08998496060732793577308354752398559396０
98593817200676062114545383163863093797１
14179100749830633068288287149568192337０
33390706460592368750437606913143122261０
23217083783308784574563866393649463685３
00896593674575064168741626799986993131５
48144181934022411323217318730237677400７
69602032946470319098940764033426432547６
56728727626559398058917894554905680088９
42776270525749934237269072974548268800４
46658752897334496742922047689181753751３
87376052182767809299705278443７
```

João Filipe Matos

Bibliografia

Smith, D. (1987). Logo Serenpidity in the Calculus Lab. **LOGO EXCHANGE, April.**



Semana LOGO 88

Realizou-se na Escola Superior de Educação de Castelo Branco a segunda Semana do LOGO, organizada, em colaboração com esta Escola, pelos Núcleos do Projecto MINERVA do Departamento de Educação da FCL e do GEP, pelas Escolas Superiores de Educação de Portalegre e de Setúbal e pela APM. Mais de cem professores de todos os graus de ensino discutiram durante quatro dias as questões identificadas como mais importantes na problemática da utilização educativa dos computadores através de actividades em LOGO. Para além de uma sessão de iniciação à linguagem LOGO, os participantes realizaram uma simulação MOISES 1998 em que foi discutida uma situação hipotética de introdução de uma linguagem de programação na disciplina de Matemática.

As sessões dos quatro Grupos de Trabalho (LOGO no Ensino Primário, LOGO na aula nos Ensinos Preparatório e Secundário, LOGO nos Clubes e Formação de Professores) permitiram avançar e consolidar algumas ideias que vêm sendo trabalhadas por um já numeroso conjunto de professores. Nas sessões práticas, os participantes puderam desenvolver diversos projectos em LOGO, tendo assim oportunidade de consolidar o seu domínio desta linguagem, e discutir algumas implicações importantes destas actividades na escola.

Brevemente estarão disponíveis as Actas da Semana LOGO 88 que reunirão a documentação fornecida aos participantes e as conclusões dos diversos Grupos de Trabalho.

(continuação da pág. 2)

Quando, em anos seguintes, estes mesmos alunos têm a sorte (ou o azar) de ter como professor uma pessoa que consegue fugir um pouco a este padrão (muitas vezes com grandes dificuldades e gastando horas do seu descanso), os alunos estão demasiado desmotivados e pior ainda, já se convenceram, erradamente, que a Matemática é só para alguns, os mais espertos ou os que têm ajuda exterior.

Porque será que tantos de nós (alguns até tão jovens!!!) se comportam desta maneira?

Não consegui, de certeza, obter resposta para esta pergunta mas encontrei algumas razões que talvez ajudem a chegar a ela:

- muitos colegas que tenho encontrado ao longo dos meus sete (poucos) anos de serviço chegaram ao ensino porque «terminaram o curso e não tinham emprego», portanto «dão umas aulas». É claro que, nestas condições, não estão preparados para enfrentar as dificuldades do ensino em geral nem da nossa disciplina em particular, e muitos também não estão interessados porque estão, ou julgam estar de passagem!

- outros dos nossos colegas têm a *sua profissão,* que não é no ensino, e «vão dar umas aulas para ganhar mais uns dinheirinhos para complementar o seu ordenado». É natural que numa situação destas, não disponham de muito tempo, nem muita vontade para preparar as aulas e, é muito mais cómodo e rápido recorrer ao «despejanço».

- outros, ainda, não conseguiram abrir as suas ideias e mentalidades e pensam que já estudaram tudo quando eram alunos, portanto já sabem tudo!!! Não vale a pena preocuparem-se mais com questões científicas e muito menos pedagógicas.

Pobres dos nossos jovens entregues a pessoas DESTAS!!!

No final da minha reflexão concluí que nem todos nascem vocacionados para serem Professores mas todos servem para «dar aulas»!!!

É isto que vejo quando olho à minha volta (com honrosas excepções).

Maria do Rosário Costa

Nota da Redacção — Por lapso involuntário, na paginação do último número de Educação e Matemática, a resposta a uma carta enviada pelo nosso colega João Gama foi colocada antes da própria carta. Do facto pedimos desculpa a João Gama.

A propósito do T.P.C.

Gostei francamente de ler as opiniões expressas pelo Henrique Guimarães sobre o TPC e devo dizer que vão de encontro às minhas convicções. Gostaria, apesar de tudo, de fazer alguns outros comentários sobre esta questão.

O TPC e as «cenas dos próximos capítulos»

Pegaria, em primeiro lugar, na concepção mais ou menos tradicional de que o TPC tem como objectivo fundamental «consolidar processos e conceitos matemáticos já estudados». De facto, há alternativas a esta ideia feita. O TPC pode constituir as «cenas dos próximos capítulos» do estudo que está a ser realizado na aula. Os alunos poderão (deverão) desenvolver em casa algum trabalho que constitua um avanço em relação àquilo que foi a aula. E a chamada «correcção do TPC» pode ser um momento em que se retomam as tais cenas dos próximos capítulos afloradas pelo professor através de uma proposta de trabalho — o tal TPC. Julgo que este modelo é aplicado com grande eficácia na produção das telenovelas, conseguindo «agarrar» os espectadores, deixando-os em suspenso de episódio para episódio. Com as diferenças evidentes por todos conhecidas entre a planificação de uma telenovela e uma aula, há no entanto uma característica que a aula deveria ter: constituir um todo contínuo em que os diversos «episódios» podem ser trabalhados e construídos pelos próprios alunos; simultaneamente, a planificação da aula deveria prever dois momentos altos, o início e o final das actividades. Ora a ponte, que pode e deve ser feita de uma aula para a aula seguinte, poderá apoiar-se exactamente na actividade que designamos habitualmente por TPC.

Naturalmente que, como o Henrique Guimarães afirmava, o conteúdo do TPC deverá obviamente corresponder a este tipo de objectivos.

Do TPC ao TDC

Uma outra questão que me parece relevante neste tema do TPC é o papel dos pais (ou encarregados de educação) neste processo.

O Trabalho Para Casa transforma-se, rapidamente, em Trabalho De Casa (TDC).

«Fizeste o trabalho de casa?»

«Esqueci-me do trabalho de casa.»

Pretendo com isto dizer que o TPC passa a ser algo «que se traz» de casa. E provavelmente isto envolve muitos pais e irmãos a funcionar como explicadores habituais (e eventualmente «conferidores») do TPC. Aqui pesam as atitudes dos pais em relação à escola em geral e, mais concretamente, em relação à Matemática. Alguns

(continua na pág. 31)

A APM e a Reforma Curricular

A APM tem procurado intervir no debate em curso a respeito da reforma do sistema educativo. No último número da Revista, terá sido já explicitado o ponto de vista de que a renovação dos currículos não consiste apenas, nem essencialmente, na eventual introdução de novos temas ou na substituição de certos conteúdos por outros, alegadamente mais actualizados. Trata-se de um processo muito mais global que tem a ver com uma reflexão sobre aspectos como os objectivos do ensino nos vários níveis, os métodos utilizados, a natureza e organização das actividades de aprendizagem, ou o papel do professor e dos alunos.

De acordo com este ponto de vista, não haverá exagero em afirmar-se que «Educação e Matemática» tem mantido desde o primeiro número uma perspectiva de renovação curricular, apresentando críticas e propostas a respeito de alguns daqueles aspectos. Parece, no entanto, razoável admitir-se que vivemos um ano especial, durante o qual aumentam consideravelmente as oportunidades para o debate de propostas de renovação. Não podemos perder essas oportunidades e, por isso, a APM pretende contribuir para que se aprofunde e alargue o debate entre os seus associados — e, em geral, entre os professores de Matemática. O presente número de «Educação e Matemática» inclui material diverso com esse propósito, aliás na sequência do que já sucedera no número anterior e como fora então prometido. Nesta rubrica, em particular, procura-se sobretudo informar a respeito de várias iniciativas que, entretanto, a nossa Associação promoveu ou está em vias de promover.

Entrevista com o Professor Fraústo da Silva

A Direcção da APM solicitou, em fins de Novembro, audiências ao Secretário de Estado da Reforma Educativa e ao coordenador do grupo de trabalho sobre a renovação dos planos curriculares. O primeiro prometeu marcar oportunamente uma reunião de trabalho, tendo-lhe sido entretanto enviados, a seu pedido, diversos artigos publicados pela APM que mais directamente versavam questões ligadas à renovação curricular. Quanto ao Professor Fraústo da Silva, recebeu uma delegação da Direcção da APM no passado dia 12 de Janeiro.

Com esta entrevista, a APM pretendia essencialmente apresentar-se, dar a conhecer os seus projectos próximos e manifestar a sua disponibilidade e interesse em intervir no processo de renovação em curso. Estes objectivos terão sido alcançados. O Professor Fraústo da Silva aceitou, com naturalidade, a ideia de que é importante terem-se em consideração as posições de uma Associação com a representatividade e a capacidade de intervenção da APM.

Durante a audiência, a delegação da APM, embora sublinhando que a Associação não dispunha de uma posição oficial e acabada a respeito da reforma, teve oportunidade para manifestar algumas das reacções mais significativas que haviam surgido a propósito dos documentos postos à discussão pública. De um modo geral, foi salientada a satisfação com que foram recebidas certas propostas, aliás na linha do que a Associação vinha defendendo desde a sua fundação — como o reconhecimento de que há espaços decisivos de aprendizagem exteriores à sala de aula, ou a saudável preocupação de interdisciplinaridade — mas, por outro lado, foi também transmitida a apreensão suscitada por uma visão essencialmente «instrumentalista» da nossa disciplina, na qual um relevo exagerado parece ser atribuído ao domínio de técnicas de cálculo em detrimento de objectivos de natureza formativa e cultural. De facto, parece estar ausente dos documentos propostos a perspectiva de que as capacidades ligadas à resolução de problemas — para compreender, explorar e aplicar conceitos e métodos matemáticos — devem ocupar um lugar central na aprendizagem da nossa disciplina, perspectiva que tem sido defendida nas publicações e Encontros da APM, e que está aliás de acordo com tendências cada vez mais influentes na comunidade internacional na área da Educação Matemática. O Professor Fraústo da Silva reagiu a estas observações, afirmando que a principal intenção quanto às orientações para a Matemática havia sido a de criticar a visão demasiado «estruturalista» e afastada das aplicações práticas da reforma anterior, conhecida por «Matemática Moderna». Em todo o caso, admitiu que na fase de elaboração dos programas — que vai seguir-se — se iriam esclarecer aspectos decisivos das orientações para o ensino da Matemática, e que o debate iria prosseguir.

Reunião de 22 de Janeiro em Lisboa

No passado dia 22 de Janeiro, a APM promoveu na Escola Secundária de Benfica uma reunião que contou com a participação de cerca de cinquenta professores de Matemática da zona de Lisboa e na qual foram discutidos aspectos relevantes das propostas da Comissão da Reforma do Sistema Educativo. Em foco estiveram especialmente as orientações que nessas propostas se apresentam ou se subentendem a respeito da disciplina de Matemática nos vários níveis de ensino.

A reunião foi bastante viva, tendo havido animada polémica a propósito de diversos pontos. Terá sido visível uma certa insuficiência de informação a respeito de algumas questões, facto que parece dever-se tanto à pouca explicitação, ambiguidade ou até contradições de alguns dos documentos postos à discussão pública, como ao pouco tempo que muitos participantes tinham tido para os conhecer. Apesar das limitações, a realização deste tipo de reuniões em diversos pontos do país é uma forma de alargar a discussão entre os professores de Matemática que deve ser encorajada.

Seminário de Vila Nova de Milfontes

De 5 a 8 de Abril, a APM promove em Vila Nova de Milfontes um seminário sobre a renovação dos currículos e programas de Matemática nos ensinos básico e secundário, para o qual foram convidados 25 professores. Os participantes abrangem todos os níveis de ensino e tipos de escolas e provêm de diversos pontos do país. A ideia essencial que presidiu à realização de um seminário restrito foi a de criar condições para que se produzissem documentos escritos fundamentados e adaptados à situação do nosso país que constituissem uma base para discussão alargada entre os associados da APM e, em geral, entre os professores de Matemática. Para realizar este tipo de trabalho, era imprescindível que o grupo não fosse excessivamente numeroso, mas o produto deste seminário deverá ser amplamente divulgado e objecto de discussão em diversos momentos, com destaque para o próximo Profmat em Faro.

O seminário não pretende formular propostas sobre conteúdos a incluir ou excluir dos currículos deste ou daquele ano de escolaridade e, muito menos, «elaborar» programas. A preocupação central é a de debater as bases, objectivos e orientações gerais que uma renovação de currículos e programas deve considerar no nosso tempo e no nosso país. Isso é notório nos quatro temas principais do seminário que a seguir se apresentam:

1) A filosofia, o estilo e a organização desejáveis para o currículo de Matemática nos vários níveis;
2) Os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o ensino da Matemática;
3) A organização e natureza das actividades de aprendizagem e o papel do professor e dos alunos;
4) Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Protocolo entre o Núcleo DEFCUL do Projecto Minerva e a APM

Foi assinado um Protocolo de colaboração entre o Núcleo do Projecto Minerva do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e a APM. Com este Protocolo pretende-se, essencialmente, desenvolver a colaboração entre as duas entidades em vários aspectos, nomeadamente na produção e divulgação de publicações e programas de computador. Nos termos do Protocolo, os produtos do Núcleo DEFCUL do Projecto Minerva relevantes para o ensino da Matemática serão anunciados na Educação e Matemática e distribuídos pela APM. Por outro lado, o Núcleo colocou à disposição da APM, a título de empréstimo, um computador MS-DOS, podendo ainda, em caso de disponibilidade, o parque de computadores do Núcleo ser usado pela APM para sessões de formação ou trabalhos administrativos.

(continuação da pág. 29)

estudos realizados com o objectivo de relacionar as atitudes dos pais em relação à Matemática com as correspondentes atitudes dos alunos, tendem a sugerir que existe correlação positiva entre as atitudes daquelas duas populações.

E esta questão levanta problemas a que o professor deverá ser sensível. Tenho um médico amigo que me telefona habitualmente (com alguma angústia...) para resolver o TPC da filha e me diz «tenho aqui um raio de um problema que não consigo revolver... pois, é o TPC da Patrícia...» E tenho experiência própria como encarregado de educação ao participar em reuniões com o director de turma em que os pais comentam sobre o TPC de Matemática e a dificuldade em dar resposta às dificuldades dos filhos. Em muitos casos, a imagem que os pais têm da Matemática é provavelmente condizente com aquela que o professor transmite aos alunos e isso reforçará a atitude negativa dos próprios alunos.

Ir à raiz da questão

É portanto necessário criar alternativas ao TPC «rotineiro e pouco estimulante». Mas não será que esse TPC reflecte exactamente aulas rotineiras e pouco estimulantes? Então será de atacar o mal na origem, isto é, na própria aula. Só faz sentido que o TPC seja concebido de forma a desenvolver a «responsabilidade, autonomia, hábitos de trabalho, capacidade de organização, espírito de iniciativa, gosto pela pesquisa», etc., se tudo isto constituir objectivo da própria aula de Matemática.

João Filipe Matos

(continuação da pág. 12)

deixámos o professor falar muito porque achámos que isso era tirar o valor ao nosso trabalho» // «O professor ajudou-nos porque quando estávamos a tentar perceber o teorema de Pitágoras, ele fez-nos chegar lá e não desatou a ensinar-nos»;

b) «Acho que o *setor* também ajudou muito quando alguém ficou um pouco atrapalhado, o *setor* chegou e salvou a situação» // «(...) o professor estava sempre por perto (...)»;

c) «A minha aula não me correu lá muito bem, eu acho que o *setor* me atrapalhou um pouco» // «Quando demos a aula, acho que o *setor* não se devia ter 'intrometido' tanto».

Por certo que só parcelar e pobremente consegui passar ao papel a experiência que fiz, que vou querer repetir em futuras ocasiões. As experiências lectivas são até certo ponto incomunicáveis e irrepetíveis, mas não quis deixar de pôr ao dispor de outros algumas ideias, de que quero sublinhar, como sugestões para reflexão, as opiniões escritas dos alunos, que acima são transcritas.

Notas

[1] Trata-se da aplicação de um conjunto de ideias apresentado no trabalho «*Um teorema válido há 2000 anos*», no âmbito da cadeira de «Metodologia da Matemática» do 4.° ano do Ramo Educacional da FCL (professor Paulo Abrantes), em 83/84, por Eneida Campanhã, João Ricardo da Cruz, José Tomás Gomes, Maria Olívia Costa e eu próprio.

[2] Apenas condicionados por algumas normas enunciadas previamente por mim: distribuição equilibrada, não menos de quatro e não mais de oito em nenhum grupo.

[3] «Teorema di Pitagora» e »Decomposición y recomposición de las figuras. Teorema de Pitágoras».

[4] A excepção foi os elementos de um grupo que, atrapalhados porque tinham a exposição mal preparada, faltaram todos à aula de que estavam encarregados.

[5] Ainda que não tenha estudado a questão comparativamente de forma objectiva.

Intervac: uma solução para as férias dos professores

A Intervac é a mais importante organização internacional em trocas de casas e alojamento para férias entre professores de todo o mundo.

Para obter informações pormenorizadas, contactar até 29 de Abril:

Prof. A. St'Aubyn, tel. 785179 (Lisboa).

Títulos (publicações ou software)	nº de ex	custo unitário	custo publicações	custo software
		subtotais →		
	portes do correio	public. 10 % +		
		software fixo 120$00		+
		totais parciais	(1)	(2)
		valor total (1 + 2) →		

Pedido feito na data ....

Nome ....

Morada ....

Código Postal ....

Assinatura ....

Para uso da APM | Pedido rec. em / /

Ass.: | Respondido em / /

ÍNDICE