Educação e Matemática

Nº 66

Janeiro/Fevereiro de 2002

Preço: 5€

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre a capa

A capa deste número é alusiva à obra de um grande vulto da cultura ocidental — Leonardo Da Vinci.

Créditos fotográficos

As fotografias que surgem como fundo das páginas 14 e 15 são da autoria de Christian Richters.

Alterações na Redacção

Em primeiro lugar, podemos anunciar que o problema que a revista atravessava dadas as dificuldades em encontrar um director está resolvido. Este cargo, que estava a ser ocupado interinamente por Ana Paula Canavarro, foi assumido por Joana Brocardo, da ESE de Setúbal. Para além disso, um novo cargo de sub-directora foi criado, sendo estas funções desempenhadas por Adelina Precatado, da Esc. Sec. de Camões.

Verificaram-se também alterações na composição da Redacção, que passou a contar com a colaboração de Alice Carvalho, da EB do 1° Ciclo n° 1 da Pontinha.

Neste número também colaboraram

Branca Silveira, Comissão Organizadora do SIEM, Elsa Fernandes, Grupo de Trabalho da História da Matemática (GTHEM), Isabel Cristina Dias, João Pedro da Ponte, José Paulo Viana, Luís Reis, Luisa Selas, Miriam Portela, Paula Teixeira, Pedro Esteves, Siza Vieira.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data de publicação

Este número foi publicado em Março de 2002.

Correspondência — A revista tem novo e-mail!

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, n.° 27 — A, 1500-236 Lisboa
Tel.: (351) 21 7163690
Fax: (351) 21 7166424
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

nº 66

Janeiro/ Fevereiro de 2002

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Joana Brocardo

Sub-Directora
Adelina Precatado

Redacção
Alice Carvalho
Ana Paula Canavarro
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Composição e Paginação
Gabinete de Edição da APM
Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Tiragem
5000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez
Montagem, fotolito e impressão
Scarpa impressores
N.º de Registo: 112807
N.º de Depósito Legal: 72011/93

Revisão do Secundário: Adiar para quê?

Paula Teixeira

Em 1997 iniciou-se o processo de revisão do Ensino Secundário. Estivemos dois anos a fazer um diagnóstico da situação. Analisámos exaustivamente a evolução histórica, tentámos compreender a situação actual, perspectivámos o futuro. Nem sempre estivemos de acordo. Alguns de nós apontaram problemas quer nas finalidades quer no desenho curricular que se ia construindo.

Quisemos participar nos debates que se foram fazendo em escolas, em Encontros de Professores, no Departamento do Ensino Secundário, no Conselho Nacional de Educação. Como contributo para a reformulação, deram pareceres as Associações de Professores e Sociedades Científicas, as Federações das Associações de Estudantes, Investigadores em Educação, Organizações Sindicais, de Pais, Empresariais, etc..

Chegámos à fase de decisão. O formato final do que iria ser o Secundário não era totalmente do meu agrado. Vejo como problemática a ideia de manter o Superior como o isco e a consequente excessiva permeabilidade entre o ensino tecnológico e a via de prosseguimento de estudos, tornando os programas do tecnológico muito dependentes dos programas dos cursos gerais. Na Matemática essa dependência é muito marcada e abrange um grande número de alunos. Outro aspecto negativo é a existência de cursos sem qualquer disciplina de Ciência; outro é a criação do "módulo inicial" em todas as disciplinas. Pesados prós e contras, o balanço ainda era positivo: havia uma maior diversificação de vias, no caso da Matemática existiam três disciplinas com identidades bem marcadas, estava prevista a existência da disciplina *Temas Actuais de Matemática* que pode ser frequentada por qualquer aluno independentemente do curso escolhido, ia haver tempo para fazer formação na *Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, onde o programa era uma novidade, as aulas de 90 minutos induziam a uma maior participação dos alunos, a área de projecto era novidade entusiasmante e desafiadora, havia menos provas globais, menos exames....

Numa segunda fase, foram surgindo na página do DES todos os programas, com um período de 15 dias para discussão. A Matemática já tinha experiência de discussões alargadas tendo sido a primeira a iniciar o processo. Seguiram-se as outras disciplinas. Apesar do período ser curto, foi a primeira vez que os professores tiveram acesso a programas em versão não acabada. Entretanto, nada tinha sido dito sobre a Área de Projecto... e a revisão foi adiada um ano. Esta medida teve o aplauso generalizado, mas eu sempre fui contra. Se não tínhamos feito um esforço verdadeiro, passado um ano poderíamos estar mais ou menos com o mesmo atraso...

Houve mudança de governantes e o Secundário não foi prioridade. Passado um tempo falou-se em novo adiamento! As propostas de programas continuaram a sair na Internet e em Junho de 2001 foram postos à discussão três documentos sobre a Área de Projecto. Até hoje, não sofreram qualquer alteração e nenhuma indicação foi dada às escolas. Retomam-se os Encontros do Secundário, por zonas, com três ou quatro elementos por escola. Na Internet surge uma página de apoio aos professores de Ciências, cuja existência nunca lhes foi comunicada.

Entra 2002 e começa-se a falar cada vez mais em adiamento. Os responsáveis vão dizendo "que não", a menos que o novo governo a ser eleito assim o deseje... No final de Janeiro é divulgado um estudo, *O Futuro da educação em Portugal — Tendências e oportunidades*, onde são criticadas as opções previstas para o Ensino Secundário. > >

> > Depois desta longa história, no que é que eu acredito? Acredito que os professores vão continuar a trabalhar nas escolas, preparando as mudanças para o novo ano. Muitos acusam um enorme desgaste e sentem-se traídos pela administração, mas irão recuperar.

Acredito que o DES vai ter uma atitude de humildade e reconhecer que há um atraso significativo no processo; rapidamente, fará o levantamento das prioridades, comunicará com as escolas, dará indicações para o próximo ano, sobre a Área de Projecto, atrasos neste ou naquele programa, disciplinas sujeitas a exame nos cursos tecnológicos, etc..

Muito há a fazer até Setembro. Mas mesmo que alguns cursos tecnológicos não avancem já, mesmo que uma disciplina arranque sem manual escolar, mesmo que nem todas as escolas estejam equipadas, a revisão deve entrar. Continuaremos a reivindicar da administração a criação de condições nas escolas, o apoio a professores, seriedade nas medidas que se anunciam.

Acredito que o adiamento é a pior das soluções. Mais vale esta revisão com os aspectos positivos que tem, do que adiar *sine die* algo que não sabemos nem quando nem como virá, perpetuando um Secundário que já não queremos.

Paula Teixeira
Esc. Sec. D. João V, Amadora

XIII Seminário de Investigação em Educação Matemática

O Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM) é uma realização do Grupo de Trabalho de Investigação da APM. Na senda dos anteriores, o XIII Seminário pretende constituir-se como um fórum de divulgação e debate das principais linhas de investigação em Educação Matemática, envolvendo de forma activa investigadores e professores.

O seminário realiza-se na Escola Superior de Tecnologia de Viseu, nos dias 30 de Setembro e 1 de Outubro de 2002. Para mais informações contacte: Luís Menezes, Escola Superior de Educação de Viseu, A. C. Matemática, R. Maximiano Aragão, 3504-501 VISEU, Telefone: 232419060, Fax: 232412002, E-mail: siem2002@esev.ipv.pt, A página na Internet estará brevemente alojada no sítio da APM.

Comissão Organizadora do SIEM

Escola Superior de Tecnologia de Viseu

Número temático de 2002

Em 2002, o número temático da Educação e Matemática será dedicado ao tema da literacia matemática. Com este termo, queremos incluir artigos, reflexões e outros contributos sobre questões como matemática e cidadania, a presença e a evolução da matemática na sua relação com a sociedade, o que deve ser a matemática para todos (a "competência matemática" que todos deveriam desenvolver na escola e os tipos de experiências matemáticas que todos deveriam viver), etc.

Todos os colegas são convidados a enviar contributos sobre este tema. Mas atenção: uma vez que, este ano, o número temático será o de Setembro/Outubro — de modo a sair por ocasião do ProfMat 2002 — tais contributos deverão ser enviados até ao final do mês de Junho.

ProfMat 2002

O encontro nacional de professores de Matemática vai realizar-se em Viseu nos dias 2, 3 e 4 de Outubro de 2002 na Escola Superior de Tecnologia do Instituto Superior Politécnico de Viseu. Consulte a página do encontro em: http://www.apm.pt/profmat2002

Entrevista à ex-presidente Branca Silveira
Como vai o ensino da Matemática? E a APM?

Branca Silveira foi presidente da APM entre 1999 e 2001, dois anos especialmente intensos no que respeita à vida da Associação e à situação do ensino da Matemática em Portugal. Para além disso, Branca foi a primeira presidente da APM a não viver em Lisboa, onde a Associação está sediada. A Educação e Matemática entrevistou (por e-mail) esta ex-presidente, que nos correspondeu de forma pronta e simpática. Agradecemos-lhe por isso, aproveitando para lhe agradecer também por todo o trabalho que dedicadamente desenvolveu à frente da Associação. Esta entrevista assume-se como uma oportunidade para um balanço, ao mesmo tempo, sobre o ensino da Matemática e sobre o papel da APM, visto por alguém que tem necessariamente uma visão privilegiada sobre estes assuntos.

Educação e Matemática (EM) — Agora que terminaste o teu mandato como presidente da Direcção da APM, que balanço fazes destes dois últimos anos, tanto no que respeita ao ensino da Matemática como ao papel da APM? Por exemplo, como vês a evolução da política educativa relativamente à Matemática, em especial no plano curricular (no básico e no secundário)?

Branca Silveira (BS) — Ao longo destes dois anos os assuntos mais discutidos na APM foram sem dúvida a reorganização curricular do ensino básico e a revisão curricular do ensino secundário. São os assuntos que estão na ordem do dia e que são objecto das preocupações de todos os professores.

Eu estes anos tenho estado afastada das aulas (porque trabalho no Projecto Nónio) mas tenho trabalhado com professores de várias escolas e de diferentes níveis de ensino, o que tem permitido ouvir as suas preocupações.

As mudanças que começaram a ser implementadas vão inicialmente trazer problemas. Os professores estão com muitas dúvidas, colocam muitos problemas. Uma vez que as principais mudanças estão nas metodologias, na organização de espaços e duração da aula é claro que serão muito mais difíceis de implementar do que se se tratasse de uma mudança de conteúdos. A área de projecto coloca muitas interrogações. Nota-se uma tendência para ser identificada com a área escola e pensa-se logo na pouca expressão que a Matemática tinha nesta área. As tecnologias como vão ser utilizadas? Os equipamentos são fundamentais, mas como os obter? Concorrendo a projectos? Tem necessariamente que haver uma boa gestão dos equipamentos existentes. Quanto à formação dos professores, ouvi há uns dias, num seminário, um responsável, bastante optimista a meu ver, dizer que os dados mostram que a maior parte dos professores já passou por acções de formação em tecnologias e na área de projecto.

Agrada-me a nova distribuição da carga horária por conduzir a uma gestão diferente das aulas e ir permitir realizar um tipo de trabalho que hoje é extremamente difícil de ser feito. Não quero dizer com isto que esteja à espera de facilidades, nem que tudo melhore com um decreto. Vai haver sempre um tempo de confusão, mas com calma e com tempo penso que se poderão fazer coisas interessantes.

O próprio Director do Departamento de Educação Básica, disse uma vez que "... este processo é, por natureza, lento e gradual. A necessária cultura de organização e responsabilidade não se constrói de um momento para o outro, por melhor que seja a legislação". O problema é que, embora toda a gente reconheça isto, à escola e aos professores são-lhes exigidos resultados já hoje e se possível para ontem. Sobre o que se pretende com o ensino da Matemática, tudo o que poderia dizer já foi por demais dito. Dizer que o ensino da Matemática não pode continuar a ser um ensino baseado essencialmente em técnicas de cálculo e na resolução de exercícios repetitivos, que o cálculo é importante, mas que o ensino da Matemática tem que proporcionar outras experiências e desenvolver outras capacidades nos nossos alunos, desenvolver a sua criatividade, o espírito crítico, a comunicação; dizer que a Matemática não deve ser entendida como uma ciência acabada, e que deve ter um carácter mais experimental, são já lugares comuns que aparecem ditos e escritos em todo o lado. O meu receio é que pela vulgarização dos termos se fique apenas pelo discurso. Na teoria as coisas parecem-me bem. Não podemos deixar de estar de acordo, quando num documento do DEB aparece como uma das principais finalidades da Matemática "proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da Matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza, e desenvolver a capacidade e confiança pessoal no uso da Matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar", ou ainda quando interpretam a Matemática como "um património cultural da humanidade e um modo de pensar", como é feito no documento "Currículo Nacional do Ensino Básico - Competências Essenciais".

EM — Ainda no âmbito do plano curricular, qual tem sido o papel da Associação? Por exemplo, até que ponto as recomendações da APM têm sido consideradas? Qual o impacto do relatório Matemática 2001?

BS — O papel que a APM tem tido, e continuará a ter, em todo este processo é importante, não só nas contribuições que tem dado para a discussão mais teórica, mas sobretudo na contribuição para a formação dos professores quer através das acções de formação mais "institucionalizadas",

quer através de outras menos formais, mas de certeza igualmente proveitosas (se não mais). Tem dado contributos importantes ao divulgar bons exemplos de boas práticas, ao incentivar a realização e apresentação de trabalhos.

A APM tem sido entendida como um parceiro a ter em conta e como tal penso que as recomendações que tem feito têm sido ouvidas (não totalmente como gostaríamos), pelo menos acredito que sim.

Relativamente às recomendações que foram feitas no relatório final Matemática 2001, algumas delas foram contempladas. Estou a pensar, por exemplo, a necessidade de discussão das finalidades para o ensino da Matemática propostas nos currículos; a discussão dos programas, que tem vindo a ser feita; a ênfase que tem sido colocada na resolução de problemas, nas tarefas de investigação, no trabalho de grupo e no trabalho de projecto; a utilização de materiais que proporcionem aos alunos um forte envolvimento na sua aprendizagem (computadores, calculadoras, materiais manipuláveis, etc); a substituição da área escola por uma área curricular com horário próprio orientada especialmente para o trabalho de projecto, a introdução no ensino básico do estudo acompanhado, etc.

Mas claro que muitas das recomendações não foram seguidas ou foram-no só parcialmente, nomeadamente no que se refere às estruturas de apoio local aos professores dos vários níveis de ensino, que foi em parte contemplada pelo acompanhamento no secundário, mas sem qualquer expressão no ensino básico; à formação de professores, embora se verifique já a procura e a realização de um maior número de oficinas e de círculos de estudo. Uma das recomendações, relativas à avaliação dos cursos de formação inicial, poderá vir a estar relacionada com os trabalhos que começaram a ser desenvolvidos pelo INAFOP.

Há outros aspectos em que praticamente nada tem sido feito. Estou a referir-me, por exemplo, às recomendações sobre os manuais, ao encarar a formação contínua como um direito/dever e não como uma obrigação; à elaboração de horários com horas comuns para permitir um trabalho colaborativo dos professores e criação de espaços onde esse trabalho possa ser feito; à escassez em grande número de escolas dos recursos recomendados. Sobre a avaliação, por exemplo; tem-se discutido e reflectido, sobre ela e os vários papéis que desempenha, mas formas concretas de os pôr em prática não existem.

EM — A APM foi muito solicitada, nestes anos, a discutir e elaborar pareceres sobre a política curricular... Como vês a participação da APM neste domínio?

BS: De facto a APM foi muito solicitada para dar pareceres institucionais ou apresentar posições sobre tudo e mais alguma coisa. Tentámos, responder sempre que possível, pois estamos convencidos que os nossos pareceres são tidos em conta. O modo de elaborar um parecer da APM é que é complicado. A APM é muito grande e, ou se apresenta de imediato (um imediato muito relativo) um parecer da Direcção ou se promove uma ampla discussão entre os sócios. Para isso pensámos que essa discussão devia começar nos Núcleos Regionais e as conclusões chegarem à Direcção para a elaboração do parecer final. Isto não foi possível.

Um processo como este demora muito tempo e nem sempre as coisas nos chegam com a antecedência necessária para serem efectuadas as consultas que nos parecem ser mais convenientes.

Sentimos necessidade de clarificar em Conselho Nacional o que se entendia por um parecer da APM e nesse CN foi decidido, que sempre que o tempo o permitisse seguia-se um processo amplo de consulta, senão um parecer da Direcção seria um parecer da APM. Mesmo estando conscientes da morosidade deste processo, em muitos casos isto foi feito, mas sempre que foram pedidos contributos aos sócios, a resposta foi muito escassa. Penso que há necessidade de uma maior colaboração de todos e de um maior envolvimento dos sócios na vida da associação.

Por muito que tivéssemos trabalhado para isso, não conseguimos, nestes dois anos dar resposta a tudo o que nos foi pedido.

EM — Ao mesmo tempo, a APM mudou de sede nacional e optou por uma alteração dos estatutos e da composição da Direcção... Como comentas estes factos? Que implicações tiveram na actividade da associação?

BS — Não foi muito fácil, para mim, aceitar candidatar-me ao cargo de Presidente e nessa altura muitos dos problemas que surgiram depois nem sequer estavam no nosso horizonte. Propunha-se uma mudança de estatutos e consequentemente uma alteração na composição da Direcção, alteração essa que só está a começar agora.

Eu fui a favor da diminuição do número de elementos, pois sempre considerei que grupos pequenos funcionam muito melhor do que grandes grupos. O que é absolutamente necessário é que os elementos desse grupo estejam perfeitamente conscientes das responsabilidades que assumem ao candidatarem-se à Direcção e consequentemente estejam dispostos a dar muito do seu tempo e das suas energias à APM, o que não é nada fácil.

EM — Foste a primeira presidente geograficamente afastada da sede nacional da APM... Ainda por cima não beneficiaste da dispensa de serviço... Que problemas é que isso trouxe? Trata-se de uma situação que certamente se repetirá no futuro. Será conveniente criar condições para o facilitar? Quais?

BS — Não tive, de facto, qualquer redução de serviço para trabalhar na APM. Só foi possível fazer alguma coisa devido ao tipo de trabalho que faço neste momento e à atitude do "chefe" que tenho, que nunca me criou obstáculos, o que eu agradeço sinceramente. Tenho a certeza que se estivesse a dar aulas tudo teria sido mais complicado. Teria muito menos horas de permanência na escola, mas não tinha os meios de contacto nem a disponibilidade de deslocação que tive.

Estar afastada da Sede da APM foi o que mais me custou. A comunicação à distância tem melhorado e é fundamental, mas não chega, pelo menos eu acho que não chegou, apesar dos esforços do grupo de gestão da Sede.

Perguntam-me muitas vezes se é possível o presidente ser de fora de Lisboa. Neste momento já me apetece dizer que sim, mas com uma série de condições que têm necessariamente que ser criadas. Por exemplo, o Núcleo ao qual o presidente pertence deve ter algumas estruturas de apoio.

Há uma série de coisas simples, que não existem e complicam a vida. Por exemplo: um fax! Eu tive a facilidade de ter acesso a um, perto do meu gabinete e não me colocarem problemas para o utilizar. Se estivesse numa escola isso já não seria assim.

Um problema muito comum: assinar uma carta, um documento, um projecto. A carta vem da Sede pelo correio, é assinada e volta ao correio! Além da demora inevitável e como não há funcionários de apoio... eu lamento sinceramente todo o tempo que perdi em filas dos CTT para mandar um documento a tempo e horas.

Isto são apenas exemplos de muitas "pequenas" coisas que sucedem e que todas juntas se transformam num problema bastante considerável.

Estes dois últimos anos foram de intensa actividade. Parece que tudo aconteceu. Foram as comemorações do Ano Mundial da Matemática, com todas as actividades e solicitações inerentes. Foram as discussões sobre a reorganização e a revisão curriculares, sobre os programas, sobre as famosas listas, sobre a formação, sobre a acreditação dos cursos, etc., actividades que acho perfeitamente normais que sejam trabalhadas pela Associação. O grande problema é encontrar tempo e mais do que tempo, disponibilidade mental para tratar com calma tudo isso, quando surgem constantemente problemas de outra ordem como sejam os de gestão e de burocracia.

O principal problema foi mesmo a mudança de Sede. Nada fazia supor que teríamos que deixar a ESE de Lisboa. Muitas dores de cabeça também com a organização da contabilidade. A APM continua a crescer e ainda bem que

assim é, mas esse crescimento acarreta muitas dificuldades de organização principalmente a nível do trabalho na Sede.

Tem sempre que haver um grupo forte, não digo grande, digo forte e muito empenhado, com disponibilidade q.b. que se encarregue da gestão da Sede. Em tempo "normal" esse grupo pode não incluir o presidente, desde que haja uma boa comunicação. Noutras situações a comunicação interna tem de ser mesmo muito boa.

EM — Considerando a tua experiência pessoal, o que representa hoje ser-se presidente da APM?

BS — O que é que acho que é ser presidente da APM? Acho que é uma honra ser presidente de uma Associação com o prestígio e a dimensão da APM, mas é sobretudo uma grande responsabilidade. Deu-me a possibilidade de conhecer muitas pessoas de sectores diferentes, de outras regiões, com outros interesses. Costumam perguntar-me se valeu a pena. Embora com algumas hesitações, eu acabo por achar que sim.

O que mais gostei de fazer como presidente foi participar nos Encontros Regionais. Ir aos Núcleos e contactar com os sócios no seu local de trabalho, ver nestes encontros a grande percentagem de gente jovem, foi uma experiência muito interessante. Fiz questão em responder afirmativamente a todos os convites que os Núcleos me fizeram. Só não fui a um por motivo de doença. Isto fez com que tivesse casos em que, por exemplo, morando eu no Porto, tivesse que estar um dia em Évora e no dia seguinte em Macedo de Cavaleiros, ou então estar um dia em Oliveira de Azeméis, dois dias depois em Alcobaça, no dia a seguir numa reunião de Direcção no Porto, sair da reunião, ao fim da tarde e rumar a Bragança e no dia seguinte vir de Bragança porque no outro dia tinha que estar nos Açores, etc, etc. Foi cansativo mas muito gratificante e desloquei-me aos Núcleos sempre com muita satisfação. Os Núcleos ocupam um lugar muito importante na vida da APM e eu tenho muito carinho por todos eles.

O que menos gostei durante estes dois anos foi o contacto com a comunicação social. Custou-me essencialmente ver que na maior parte dos casos, a opinião que nos pedem já está feita e se a nossa não vai ao encontro da deles, não serve. Custou-me ver a maneira como retiram frases do contexto, como "cortam" frases deixando o texto por vezes sem sentido ou com sentido diferente, como colocam conclusões dizendo, ou dando a entender, que são nossas etc. Também pormenores, como por exemplo errarem os nomes dos encontros, da associação ou das pessoas, são pequenas coisas que mostram o pouco cuidado que colocam nos seus trabalhos. Claro que encontrei excepções. Outra situação desagradável é pedirem um artigo, um depoimento ou qualquer outra coisa para "ontem", pois é para sair no jornal do dia seguinte. Fazemos um esforço e o resultado é sair na semana seguinte, ou como aconteceu num determinado caso, oito meses depois.

É extremamente desagradável receber um telefonema de um jornalista pedindo, naquele momento, uma posição da APM sobre um assunto que está a ser ou ainda não foi discutido, ou pior ainda sobre o qual a APM não possui qualquer informação. É muito normal a comunicação social ter acesso a informações antes destas serem tornadas públicas.

Felizmente neste contacto com a comunicação social tive bastante ajuda, principalmente dos meus colegas do Porto.

Um presidente da APM hoje tem que: estar muito atento a tudo o que se vai passando em termos de Educação; saber ouvir todos os sócios; ter capacidade para gerir conflitos; ter disponibilidade de movimentação; estar dedicado a 100% ao trabalho da Associação; ter facilidade de comunicação; gerir consensos; saber escolher quem melhor represente a APM nas diversas situações; e um pouco a brincar e muito a sério: ter muita paciência.

Eu já pertenci à Direcção da APM no início dos anos 90. O trabalho da Direcção, hoje, não tem nada a ver com o que se passava nessa altura.

EM — Como vês o futuro próximo da Associação? Que recomendarias aos actuais dirigentes? E aos sócios, em geral?

BS — Vejo a APM como uma Associação em crescimento, cada vez mais adulta, com os pés bem assentes na terra, mas sem perder aquela dose de idealismo que a tem levado em muitas situações a andar um pouco à frente do tempo.

O actual presidente é por demais conhecido de todos nós e já deu provas mais que suficientes do seu valor e da sua dedicação à APM. Não é a primeira vez que está numa Direcção (tive o gosto de nessa altura fazer parte da mesma equipa), embora como já disse anteriormente as coisas hoje sejam completamente diferentes. É uma pessoa que tem um conhecimento de muitos anos e de muito perto da APM, que sempre tem estado na "linha da frente" nestas coisas da Matemática e da Associação. Poucas recomendações lhe posso dar, apenas o meu apoio e a minha disponibilidade sempre que assim o entender.

Os outros elementos, uns conheço muito bem, outros muito mal, mas tenho a certeza que todos vão dar o seu melhor para que a APM continue cada vez mais a ser uma voz a ouvir, um parceiro a ter em conta em tudo o que se refere à Educação e em particular à Educação Matemática. Recomendações... apenas: estar atento, estar disponível, estar disposto a discutir, a reflectir, a trabalhar bastante.

Aos sócios não faço recomendações, apenas um pedido e um alerta. A APM não é a sua Direcção. A APM somos todos nós e se não nos fizermos ouvir corremos o risco de outros falarem por nós. A colaboração de todos é essencial. É preciso que em cada Núcleo haja reflexão sobre os assuntos em discussão, é necessário que as opiniões, críticas e sugestões cheguem à Direcção, é necessário que os sócios se mobilizem no sentido de terem uma intervenção mais activa, mais directa no funcionamento da APM, intervindo na elaboração de pareceres, colaborando com o APM Informação e com a revista Educação e Matemática, apresentando candidaturas a orgãos directivos, e principalmente dinamizando actividades, levando a APM mais longe nas suas regiões.

Um equívoco monumental

Precisamente na Terça feira de Entrudo, veio a público o "Manifesto para a educação da república" onde, partindo da constatação de que "a República está a educar mal os seus filhos", se apela ao Presidente da República para que "mobilize para a batalha inadiável da educação as instituições e os cidadãos, o Governo e a Assembleia da República, as escolas e as associações científicas, profissionais, empresariais e sindicais".

Este documento foi posto na internet, com o objectivo de recolher 5000 assinaturas para entregar ao Presidente da República, tendo em vista a realização de um congresso sobre educação em que se promova um debate amplo entre as classes profissional e empresarial, a comunidade científica e a sociedade civil em geral

Mas, porque razão todo este interesse e preocupação com a Educação, toda esta necessidade de debates e vontade de mudanças têm feito correr tanta tinta, se estamos todos de acordo que a Educação não está, nem nunca esteve bem, se consideramos que todos os debates são bemvindos e que todos somos poucos para levar a cabo tal empreendimento?

A crónica de Manuel Vilaverde Cabral dá algumas achegas. Ele entende esta acção, que nos foi apresentada como apolítica, bem-intencionada, importante e oportuna, como sendo uma "monumental série de equívocos" considerando que o maior de todos é "acreditar que existe uma visão consensual, para não dizer unânime, da situação da educação em Portugal".

Tal como refere Vilaverde Cabral, há, a nosso ver, muitos equívocos derivados dos pressupostos erróneos e das omissões que no documento existem.

É redutor, limitado e simplista associar, o mau desempenho dos alunos portugueses nos estudos internacionais e nacionais à incapacidade de se produzir riqueza. Embora com o mal dos outros possamos nós bem, o que é certo é que não podemos deixar de considerar uma mistificação, a ideia, de que Portugal tem a exclusividade dos problemas na educação. Tal como diz Vilaverde Cabral "A crise da educação é geral e, em Portugal, não é diferente das crises que afectam todos os aparelhos do Estado-Providência implantados com a democracia".

Um outro aspecto enganador do manifesto, salientado também nesta crónica, é atribuir-se à escola a responsabilidade de todos os problemas da sociedade. Diz Vilaverde Cabral:

"Na realidade, a maioria dos problemas atribuídos ao mau funcionamento do sistema escolar é importada da sociedade. Crise da família e quebra da autoridade tradicional; multiculturalismo e exclusão social; mediatização e culto da juventude; drogas e violência; desmotivação dos docentes e falta de vocação dos alunos - são apenas alguns dos fenómenos societais que se exige à escola que resolva, no contexto de uma massificação, simultaneamente, tardia e acelerada. Por mais mánifestos que se lancem, a escola não tem solução para aqueles problemas. Só os torna mais visíveis e dolorosos."

Com ou sem manifestos, todos sabemos que a Educação não está bem. A grande questão é ser capaz de concretizar possibilidades e de criar vias articuladas que possam resolver os problemas educativos com que hoje nos debatemos. Podemos e devemos saber interpretar opções educativas de outros países ... mas também não poderemos ignorar os esforços e avanços significativos que, neste campo, foram realizados nos últimos trinta anos em Portugal.

Qualquer mudança em educação é lenta. Há que ter persistência e insistir num trabalho continuado que tenha em conta uma análise séria da situação actual. E isto, claro, é bem mais difícil do que assumir que existem sociedades que formam eficazmente, do ponto de vista intelectual e profissional, todos os seus cidadãos e que nós apenas temos que construir um sistema semelhante!

Fátima Alonso Guimarães
EB 2,3 Telheiras

Joana Brocardo
ESE de Setúbal

Associação de Professores de Matemática

— Novas Publicações —

Materiais para a aula de Matemática

Ao longo de 13 anos a revista *Educação e Matemática* tem editado fichas de trabalho na sua secção *Materiais para a aula de Matemática*. Chegou a altura de reunir estes materiais e respectivos comentários e sugestões relativos à sua exploração e utilização na sala de aula. De forma a tornar a utilização das fichas mais directa, é distribuído com este livro um CD-ROM contendo as fichas em formato Word.

[PVP: €19.95; Sócio: €9.98]

Adenda do 4º ano

Completa a colecção de adendas para cada um dos primeiros seis anos de escolaridade. Apresenta a mesma organização e concepção semelhante aos outros volumes da colecção, com sugestões de actividades para serem realizadas em sala de aula e abrangendo um leque alargado de conteúdos temáticos.

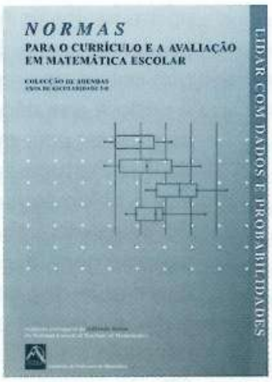
[PVP: €7.48; Sócio: €3.74]

Agenda do Professor 2001/2002

Ao longo dos últimos anos a APM tem editado a Agenda do Professor. Atendendo às sugestões que foram surgindo, poderá encontrar, a par do plano mensal e diário, vários problemas, ilusões de óptica e algumas curiosidades, além do 13º mês, de forma a poder planear o próximo ano lectivo.

[PVP: €9.98; Sócio: €4.99]

Geometria nos 2º e 3º ciclos



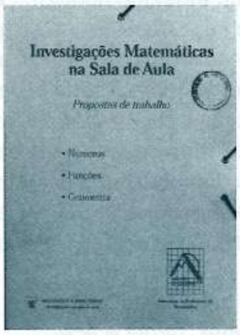
Lidar com dados e probabilidades

Mais dois volumes temáticos que são traduções das adendas do NCTM para os anos de escolaridade 5 a 8. Respeitando os temas referidos no título, são apresentadas propostas para serem realizadas em aula, devidamente comentadas e com sugestões de exploração.

[PVP: €11.72; Sócio: €5.98]

— Reedições —

Investigações na sala de aula de Matemática



Segunda edição da obra editada em 1998 que é uma colecção de propostas de investigação já experimentadas na sala de aula. Surge com nova apresentação, de modo a melhorar a sua consulta e utilização.

[PVP: €25.65; Sócio: €12.98]

Geometria com o Cabri-Géomètre

Reedição deste título, primeiramente editada em 1999. Elaborado no âmbito do projecto T³, a obra é uma colecção de propostas que podem ser realizadas na aula, acompanhadas por comentários e resoluções.

[PVP: €7.98; Sócio: €3.99]

Nota de apresentação

Esta secção pretende dar expressão na revista EM à iniciativa temática da APM para 2002. Será publicada em cada um dos cinco números da revista deste ano. Para além de poder servir de fonte de recursos sobre o tema, terá o papel de dar a conhecer, ao longo do ano, as diversas actividades que a APM dinamiza neste âmbito.

A EM convidou Pedro Esteves e Elsa Fernandes para colaboradores especiais da secção, pois sendo este ano os coordenadores dos Núcleos responsáveis pela iniciativa temática da APM, estão em condições excepcionais relativamente ao tema, nomeadamente ao nível da informação sobre as actividades que vão sendo desenvolvidas nas escolas no âmbito do tema Profissões.

O logotipo desta secção corresponde ao logotipo da própria iniciativa temática (informações mais detalhadas no texto de Pedro Esteves.

É nossa intenção que esta secção contenha uma diversidade de contribuições, tais como:

- Informações relativas às actividades da iniciativa temática.
- Notícias do decorrer das actividades nas escolas.
- Exemplos de actividades de sala de aula relacionados com as profissões.
- Recensões de livros ou revistas sobre o tema.
- Indicações de recursos (eventualmente comentados) sobre o tema.
- Entrevistas a profissionais sobre o uso da matemática.
- Depoimentos de profissionais diversos sobre o uso da matemática na sua profissão
- Recortes de jornais ou revistas alusivos ao tema, com um comentário.
- ...

Neste número, publicamos um texto de apresentação da iniciativa temática da APM, uma entrevista ao arquitecto Siza Vieira, uma história de duas costureiras. Já temos mais ideias para o próximo número, mas também gostávamos de contar com a sua colaboração. Tem alguma ideia (ma)"temática" para partilhar connosco? Escreva um texto, mande um e-mail, contacte-nos. Estamos sempre à sua espera em revista@apm.pt.

A Redacção

Matemática e Profissões — novo ano, novo tema

Pedro Esteves

Apresentação

Matemática e Profissões é o segundo tema de uma série anual iniciada em 2001 com Matemática e Natureza. Ao propor estes temas pretendeu a APM responder a um largo conjunto de objectivos que articulam as actuais preocupações com o projecto curricular de escola e as mais antigas preocupações com a organização e o desenvolvimento profissional. Como pode ler-se no *APMinformação*, nº 59 (p. 4), esses objectivos são:

- "estimular alunos e professores a debruçarem-se sobre as relações da matemática com diferentes temas"
- "promover o trabalho disciplinar e interdisciplinar na escola"
- "dinamizar actividades de enriquecimento do currículo"
- "promover a divulgação de trabalhos escolares"
- "criar formas de ligação entre escolas de diferentes regiões"
- "reforçar a ligação entre a escola e a comunidade envolvente"
- "aproximar a sociedade da matemática".

Divulgação

O tema Matemática e Profissões começou por ser divulgado aos sócios da APM em 2001, no *APMinformação*, nº 59. Aí foram sugeridas as primeiras ideias e recursos e apresentados dois argumentos sobre a relevância do tema (p. 1):

"Primeiro, porque as actividades que proporcionam o conhecimento das Profissões têm um potencial educativo muito grande (e, também, porque todos merecem ver conhecida a Profissão que escolheram ou virão a escolher). Segundo, porque a Matemática está envolvida em todas as Profissões, sob as mais diversas formas, e faz parte do nosso crescimento como cidadãos compreender e dominar os processos essenciais desse envolvimento."

A primeira apresentação pública deste tema aconteceu no final de Outubro, durante o Encontro Anual de Professores de Matemática (ProfMat 2001), em Vila Real. Aí os coordenadores do tema (Núcleos Regionais de Almada-Seixal e Madeira) dinamizaram uma Sessão Especial, onde expuseram ideias para exploração e explanaram argumentos para reflexão (Actas ProfMat 2001, pp. 335-343). A segunda apresentação pública ocorreu no início de Novembro e foi mais discreta, mas mais acessível a todos. Tratou-se da instalação do espaço consagrado a este tema na *internet*, que pode ser procurado através de www.apm.pt/profissoes. É um espaço que se deseja ver renovado com alguma frequência e que, além de poder ser usado como fonte de inspiração pelos entusiastas do tema (que aí encontram materiais de todo o tipo — fichas de trabalho, problemas, referências bibliográficas e informáticas e textos), se pretende ser oportunidade para divulgação (através de notícias das iniciativas que forem acontecendo nas escolas, nos núcleos regionais, nos grupos de trabalho, nas instituições).

A divulgação deste tema prosseguiu em Janeiro de 2002, via correio electrónico, para as escolas de todo o país, sendo concluída em Fevereiro com o envio do cartaz entretanto escolhido para este tema.

Logotipo e cartaz

Desde o princípio do ano lectivo uma equipa de professoras de Educação Visual da Escola Básica Integrada Elias Garcia (Sobreda, concelho de Almada), trabalharam com os seus alunos do 3º Ciclo ideias que foram a base para o logotipo e o cartaz do tema Matemática e Profissões. Depois de desafiados, os alunos começaram por desenhar esboços apelando a uma ligação muito descritiva e concreta do que, para eles, é a ligação entre a Matemática e as Profissões. O principal papel das professoras foi o de questionar esses esboços na direcção da sua transformação em símbolos, ou seja, na direcção da abstracção. Este processo durou todo o 1º período lectivo e permitiu abordar criativamente o programa de Educação Visual.

Os desenhos seleccionados como base para o logotipo e o cartaz resultaram, na expressão das professoras que acompanharam este processo, de uma abordagem emotiva: os desenhos, da autoria de Tiago Lucena, aluno do 9º 3ª, são muito coloridos e a Matemática surge no centro, a estabelecer ligações em todas as direcções. Essas professoras, Madalena Lourenço, Marina Nunes e Marina Milheiro, desempenharam ainda um último papel, o de dar forma final ao cartaz e ao logotipo, incluindo o *lettering*, a partir dos desenhos do Tiago:

Logotipo para o tema Matemática e Profissões

Iniciativas das escolas

Pouco a pouco vão sendo conhecidas uma grande diversidade de iniciativas. As mais importantes, como não poderá deixar de ser, são as que ocorrem nas escolas. Damos aqui conta de algumas delas.

Na Escola Básica Integrada Elias Garcia (concelho de Almada) decorreu um processo paralelo ao da elaboração do logotipo e cartaz: no início do ano os alunos das turmas do 2º Ciclo foram desafiados pelos seus professores de Matemática a elaborar desenhos, destinados a um calendário do ano 2002, que ilustrassem o que eles imaginavam ser a ligação entre a Matemática e as Profissões. Após um processo de cuidadosa apreciação, foram seleccionados 12 dos mais de uma centena de desenhos. O calendário, que está em fase de impressão, terá a forma de um prisma triangular oco, com o primeiro semestre apresentado nas faces externas e o segundo semestre nas internas. Podem ser pedidos exemplares deste calendário para o Núcleo de Almada-Seixal da APM (via almada@apm.pt; ou via telefone 212 500 985).

Na Escola Básica 2+3 Canto da Maia (concelho de Ponta Delgada), está a decorrer um concurso entre os alunos que quiserem elaborar um trabalho sobre o tema Matemática e Profissões.

Na Escola Secundária José Afonso (concelho do Seixal) o habitual concurso de problemas interturmas é, este ano, baseado nos problemas que se encontram em www.apm.pt/profissoes. Estão também a ser feitas diversas visitas de estudo das turmas de Currículos Alternativos, em que um dos objectivos (partilhado entre diversas disciplinas) é o conhecimento de Profissões (e a sua ligação a alguns aspectos das aprendizagens escolares), e uma recolha de referências saídas nos órgãos de informação relacionando a Matemática e as Profissões.

De outras escolas, são conhecidas principalmente notícias que têm a ver com iniciativas que serão terminadas através de uma exposição, como é o caso da Escola Secundária Quinta do Marquês (concelho de Lisboa), onde duas professoras estão a preparar com as turmas do 12º ano a participação na Feira das Profissões que aí se realizará em Maio.

Sabe-se que alguns núcleos de estágio também estão a trabalhar sobre este tema (no Barreiro, em Coimbra, em Leiria, ...), ignorando-se, no entanto, em que direcções o fazem.

Muito significativa tem sido a participação individual de diversos professores, que descobrem artigos ou *web pages* interessantes e que enviam a respectiva referência, para que possam ser divulgados.

No próximo número da revista continuaremos a divulgar iniciativas, nomeadamente as que estão a ser conduzidas pelos núcleos regionais da APM.

A Matemática das costureiras — "É o pi de noventa..."

Elsa Fernandes

— Preciso da vossa ajuda. Gostaria de saber a quantidade de tecido que tenho que comprar para fazer uma toalha para uma mesa circular que tem de largura 90 e de altura um metro—disse eu para as duas modistas que se encontravam naquele momento a trabalhar no *atelier* de uma amiga minha, estilista de profissão.

As duas senhoras levantaram-se e aproximaram-se de mim.

— 90 de largo? – perguntou a Manuela.

A Maria José pegou logo na fita métrica (artefacto que me pareceu usar para pensar, visto que não mediu nada, mas esteve com ela na mão durante toda a conversa).

— Um metro, mais um metro para o outro lado e mais os noventa do tampo... 2.90 m—pensou alto a Maria José — precisa de 2 metros e noventa mais 2 metros e noventa—disse-me ela.

— Tanto? Para quê tanto? – respondi eu.

— Pois é. Uma toalha redonda fica muito cara – retorquiu a Manuela — mas há tecidos com três metros de lado.

— Não é isso. Eu não percebi para quê os outros dois metros e noventa. – Indaguei eu, fingindo não ter percebido que o 'mais' dela queria dizer 'por'.

A Manuela prontificou-se logo a explicar. A Maria José aproximou-se dela e as duas começaram a fazer esquemas em cima da mesa, utilizando os seus próprios dedos como lápis.

A Manuela desenhou um círculo (que representava a toalha), traçou o diâmetro e disse:

— Daqui até aqui (passando o polegar sobre o diâmetro) são dois metros e noventa.

A Maria José desenhando um diâmetro perpendicular ao que a Manuela tinha desenhado disse:

— E os outros 2 metros e noventa são para este lado. Com baínhas e tudo vai precisar de 3 metros de tecido com 3 metros de lado.

— Mas isso vai ficar muito caro—disse eu, à espera que me mostrassem outra solução para o problema.

A Maria José logo se prontificou a ajudar-me dizendo:

— Talvez fosse melhor fazer a toalha com um corte no tampo. Fazemos o tampo e depois acrescentamos o tecido a toda a volta.

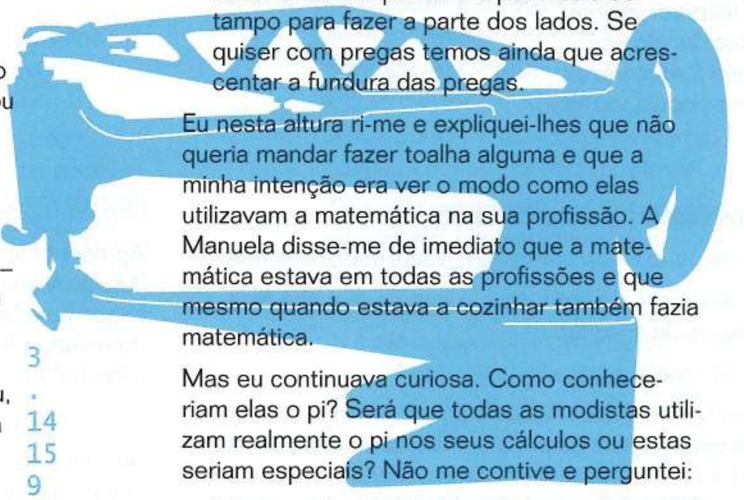
— Mas e assim, quanto tecido preciso?— interroguei novamente.

A Manuela respondeu sem hesitar:

— É o pi de noventa...

Não falei, mas a minha cara deve ter dito o que eu estava a pensar, pois a Manuela de imediato afirmou:

— Sabe bem que é o perímetro—e continuou a sua explicação—e agora comprava os noventa do tampo mais o perímetro do tampo para fazer a parte dos lados. Se quiser com pregas temos ainda que acrescentar a fundura das pregas.



Eu nesta altura ri-me e expliquei-lhes que não queria mandar fazer toalha alguma e que a minha intenção era ver o modo como elas utilizavam a matemática na sua profissão. A Manuela disse-me de imediato que a matemática estava em todas as profissões e que mesmo quando estava a cozinhar também fazia matemática.

Mas eu continuava curiosa. Como conheceriam elas o pi? Será que todas as modistas utilizam realmente o pi nos seus cálculos ou estas seriam especiais? Não me contive e perguntei:

— Mas quando vocês aprenderam a costurar já utilizavam o pi?

— Não—responderam-me em coro.

— Eu já trabalho nisto desde os treze anos e não era assim que fazia. Há uns anos atrás fiz o 5° e o 6° ano, à noite, e apercebi-me que utilizando o pi era mais fácil fazer as contas, mas uso a máquina [calculadora] para multiplicar por 3.15 – explicou-me a Maria José.

— O pi é 3.14, mas para não falhar usamos o 3.15 porque o pi não é só 3.14. Eu também fiz um curso que tinha Matemática, costura, culinária, cultura geral, e sei lá tantas coisas... e também me apercebi que usando o pi era mais fácil. Eu era muito boa a Matemática, tive só 19—diz com um ar irónico. A professora gostava muito de mim, pois eu arranjava sempre maneiras diferentes de resolver os problemas e depois ela pedia-me para explicar a toda a turma— disse-me a Manuela, com um sorriso vaidoso nos lábios.

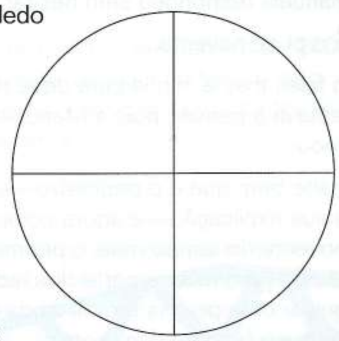
— Mas e então como é que faziam antes?— voltei eu a questionar.

— Pega-se na largura da toalha, faz-se a metade, multiplica-se outra vez (queria dizer que se multiplica por ela própria) e depois multiplica-se por quatro—explicou a Maria José.

— Porquê? Por quatro?—voltei eu ao ataque.

— Porque são quatro partes iguais—respondeu a Maria José sem hesitar.

Novamente utilizando o dedo desenhou em cima da mesa a figura ao lado e disse:



— São todos iguais (apontando para cada quarto do círculo). Mas assim era pior. Desperdiçava-se mais tecido. No seu caso era 1.45m vezes 1.45m e depois vezes 4.

Feitas as contas, a quantidade de tecido era exactamente a mesma, como não podia deixar de ser, pois em ambos os casos estão a enquadrar o círculo num quadrado de 2.90m de lado. Confesso que não consegui perceber porque têm a percepção que desperdiçam mais tecido, pelo processo 'antigo'. Talvez esteja relacionado com o facto de agora usarem a Matemática escolar, ou seja, serem 'mais científicas'. Logo este processo teria de ter alguma vantagem – a de poupar tecido e consequentemente dinheiro. Uma vez mais, ganhou a Matemática escolar, sem que para isso tenha feito algo de especial. Talvez apenas pelo estatuto que tem...

Recursos temáticos na Internet

http://www.uol.com.br/aprendiz/n_licao/mat/index.htm

O nome deste site é «aprendiz», o que se percebe facilmente depois de o visitar.

http://www.maa.org/careers/index.html

No site da Mathematical Association of America encontra-se um espaço para os profissionais darem opinião sobre «porque se deve estudar Matemática» Para uns a Matemática é de uso diário. Para outros a Matemática deu-lhes a capacidade de resolver problemas.

http://www.math.utsa.edu/sphere/salingar/contr.carpet.html

Aborda a construção de carpetes; tem alguns links que podem ser trabalhos em termos da Matemática utilizada na construção de tapetes.

http://www.pbs.org/teachersource/mathline/concepts.shtm

Dedicado à Matemática e ao desporto. Apresenta alguns recursos para professores.

http://www.sasked.gov.sk.ca/docs/midlmath/model8.html

Alguns recursos usados para preparar actividades de educação matemática envolvendo o desporto.

http://muttley.ucdavis.edu/tennis/

Apresenta um projecto de investigação, para alunos, ligando a Matemática e o Ténis. Contém também planos de aula, ligações ao currículo e actividades.

http://msip.lce.org/mrosas/discov.htm

Apresenta algumas exemplos de actividades realizadas na aula de Matemática com ligação ao desporto, os salários pagos pela NBA aos seus jogadores, a previsão do record do mundo em salto em altura, a condição óptima para um nadador, etc..

http://www.cpm.informatics.bangor.ac.uk/sculmath/

Aborda a escultura simbólica e os nós e respectivas ligações à Matemática.

http://www.richmond.edu/~ed344/webunits/math/art.html

Estabelece ligações entre Matemática e Arte.

http://www.math.niu.edu/~rusin/uses-math/music

Explora algumas relações entre a Matemática e a Música.

http://ericir.syr.edu/virtual/lessons/arts/music/mus0004.html

Apresenta um plano para aprender em sala de aula as relações entre a adição e as notas musicais.

http://www.nyu.edu/pages/mathmol

Dedicado à modelação molecular e contém actividades para alunos do 1°, do 2° e do 3° Ciclos e do Secundário.

http://www.ncc.up.pt/~pbv/enigma/index.html

Espaço construído por Pedro Vasconcelos. Possui muitas ligações a outros espaços e ainda uma máquina «Enigma» virtual, onde é possível dactilografar mensagens e vê-las aparecer codificadas.

A Matemática e a Arquitectura — Entrevista a Álvaro Siza

Texto: Luís Reis
Fotografia: Branca Silveira

Visitámos o arquitecto Álvaro Siza no seu gabinete de trabalho, num edifício com uma vista privilegiada sobre o rio Douro, desde a ponte da Arrábida até à Foz. Foi em 3 de Janeiro de 2002, ao meio-dia de um dia bonito, límpido de sol e frescura. Antes de nós, uma conversa com representantes do Instituto do Vinho do Porto; a seguir, uma conversa com uma estudante estrangeira, que estava a fazer um trabalho sobre a obra do arquitecto. Fomos recebidos com um ar tranquilo, bem disposto, fumador.

Luís Reis (LR) — O nosso interesse é perceber melhor como as profissões utilizam a matemática. Na arquitectura, haverá maior ou menor ligação, conforme as opções do arquitecto. As relações existem. A história da arquitectura e a história da matemática, alguém escrevia, são duas correntes, em geral paralelas e por vezes tangentes. E no seu caso?

Álvaro Siza (AS) — Os arquitectos são dependentes dos engenheiros. Eles é que lidam mais intensamente com os números e a matemática.

Posso dizer que tive um tempo, no curso, em que nós fazíamos cálculo diferencial e integral. Aliás, tive um magnífico professor, engenheiro Barroca. Também passaram pela Escola bons matemáticos. Um deles, de grande craveira, mas de que não me lembro agora do nome.

LR — Fala da Escola de Belas Artes?

AS — Sim, do curso de Arquitectura. Eu fiz o liceu e devo dizer que sempre gostei muitíssimo da matemática, mas mais ainda com o cálculo diferencial e integral. Fui bom aluno, mas não me lembro de absolutamente nada! O que eu sinto que ficou dessa aprendizagem da matemática foram hábitos de raciocínio, de clareza de ideias. Julgo que isso vem muito daí. Outra coisa que eu sinto é que quando estou a desenhar um projecto, involuntariamente, sem estar preocupado com isso, tenho um fascínio muito grande pela relação entre os números das medidas, e encontro ordem muito a partir daí: por exemplo, ao ter de decidir a medida de uma sala, escolho um múltiplo para a medida maior.

LR — Procura um certo tipo de harmonia nessa relação numérica?

AS — Exactamente. Acho que me ficou esse gosto pela relação numérica certa. (Faço uma coisa, que é capaz de ser um vício muito grande: não ponho uma medida 2,23 e prefiro 2,3.) Uso muito os múltiplos nas relações entre altura e a largura. Tem a ver com as proporções, rectângulo dourado, etc.. Tipicamente é atitude de arquitecto.

LR — Usa na sua obra as proporções do rectângulo de ouro?

AS — Como correcção, não como ponto de partida. Quando um projecto chega a determinado ponto, com a escala na mão, em que é preciso corrigir. Portanto, eu tenho essa ideia fixa, sem que esteja a prestar atenção a isso,

Biografia

Álvaro Siza nasceu em Matosinhos em 1933, estudou Arquitectura na Escola de Belas Artes no Porto, licenciando-se em 1955. O seu primeiro trabalho é anterior e data de 1954.

É professor na Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto. Foi professor convidado na Escola Politécnica de Lausana, na Universidade da Pensilvania e na Universidade de Harvard.

Dos inúmeros trabalhos realizados, no país e no estrangeiro, destacamos alguns em Portugal: a Faculdade de Arquitectura da Universidade do Porto, a escola Superior de Educação de Setúbal, a Biblioteca da Universidade de Aveiro, o Museu de Arte Moderna no Porto, o Pavilhão de Portugal na Expo 98, a reconstrução do Chiado em Lisboa.

A sua obra tem estado presente em exposições um pouco por todo o mundo.

Tem sido galardoado com vários prémios nacionais e internacionais, dos quais destacamos, entre outros:

- *o Prémio de Arquitectura 1982 (Associação Internacional dos Críticos de Arte),*
- *o prémio de Arquitectura 1987 (Associação de Arquitectos de Portugal),*
- *a medalha de ouro da Fundação Alvar Aalto, o prémio Príncipe de Gales da Universidade de Harvard e, em 1992, o prémio Pritzker da Fundação Hyatt de Chicago.*

Recebeu ainda o doutoramento "Honoris Causa" em várias universidades de Portugal e do estrangeiro.

de que as relações numéricas são fundamentais para atingir harmonia.

LR — Essa é uma tradição que já vem dos antigos gregos, que achavam que a simetria e a harmonia faziam parte da arquitectura.

AS — Sim. Há muitas formas de simetria: a absoluta, que mexe para um lado e para o outro, mas também há (como é que hei-de chamar?) sub-simetrias, que admitem outras soluções.

LR — Procura-as deliberadamente?

AS — Não, a simetria, por exemplo, não.

LR — Nem sequer a absoluta?

AS — Deliberadamente, não procuro, embora seja muitas vezes uma meta a atingir. A arquitectura moderna concentra-se mais na assimetria do que na simetria. Houve uma altura até em que se achava que a simetria era pecado.

LR — Contrariamente aos antigos gregos, portanto. A que altura se refere? Séc. XX?

AS — Sim, talvez anos 20. Era mesmo considerado um crime fazer uma coisa simétrica. A simetria absoluta tem a ver com a liberdade e a variedade de uso dos espaços. Mas, a não haver simetria, o apuramento de um projecto, na busca da perfeição, passa muito pela minuciosa procura da relação entre dimensões. Há arquitectos que trabalham com uma malha e que se submetem a ela; não é a minha forma de trabalhar, gosto de ter outras possibilidades.

LR — Actualmente, apercebemo-nos que coexistem opções arquitectónicas completamente diferentes. Não será possível comparar, por exemplo, o museu Guggenheim de Bilbao com uma das suas obras. São opções diferentes também em termos de matemática?

AS — Tem muito a ver com equipamento. O Guggenheim é possível com supercomputadores. Sei como trabalha o Gehry.

LR — A tecnologia é outra forma de praticar arquitectura?

AS — Sim e eu não vou usar, tenho consciência disso, a inovação tecnológica que há por aí.

LR — É recente esta inovação tecnológica?

AS — Tem a ver com o aparecimento de computadores, mas é recente, realmente. Pode ser uma revolução e é patente em algumas obras. É impensável fazer certas coisas sem a ajuda desses equipamentos. Não tem nada a ver com concepção, mas com as possibilidades do arquitecto, não só no projecto, mas na ligação do projecto à construção. Em termos muito lineares: o arquitecto faz uma maquete, começando por um pedaço de cartolina; depois vai bombardeando essa concepção com todas as condicionantes que há, económicas também. Chega a uma altura em que tem uma maquete que corresponde bastante ao que pretende. Ela vai para o computador, que a transforma em desenhos e corrige o que não está certo.

Tenho a impressão de que vai haver uma influência cada vez maior e uma certa valorização do computador, não só para resoluções mais fáceis e hábeis mas para abrir novos campos. Mas eu não vou por aí.

LR — Tem alguma figura geométrica preferida?

AS — Uso muito o quadrado e o rectângulo, mas depois preciso também de fazer umas coisas assim (aponta para uma figura que se assemelha a uma secção de um amendoim(!), numa planta afixada na parede do gabinete).

LR — Apeteceu-lhe ou foi condicionado pelo espaço?

AS — O projecto exigia isso, seria demasiado rígido, se na relação com a natureza não houvesse essas figuras. É uma exigência. ...

LR — Como é que escolheu a altura da porta principal da Igreja do Marco de Canaveses? Decidiu primeiro a altura da parede? É uma escolha arbitrária, dentro do seu gosto pelos múltiplos, por exemplo, metade da altura da parede?

AS — Não é isso. É uma Igreja para trezentas pessoas sentadas. À partida, isso já exige x em planta e y em altura. Depois entra a opção: há mil possibilidades, mais alto, mais baixo.

LR — Como é que toma a decisão final?

AS — Voltamos à natureza: o local onde se encontra aquela Igreja, tudo o que a envolve, não só natural mas

as construções, a necessidade (uma igreja é um edifício com um desempenho).

LR — Todas as igrejas são altas?

AS — Nem todas. Naquele sítio impunha-se, pela análise de toda a envolvente, determinado volume, relacionado com o número de pessoas que lá estariam. Mas há muitas outras coisas, por exemplo, a acústica.

LR — Ainda não respondeu sobre a porta de entrada, enorme...

AS — Podia ser pequena, podia ser grande. Foi aparecendo... há uma sugestão de torres, dos próprios salientes, uma procura de verticalidade. Posso dizer que, a menos que fosse fazer uma catedral, uma coisa descomunal, a secção do edifício é um quadrado. Depois, há determinados elementos que, relacionados, ajudam a dar uma sensação de verticalidade, que eu queria... muito pelo entorno e também pela memória do ambiente de igrejas. Depois começaram a surgir elementos dentro da planta, que é um rectângulo, não sei se neste caso é um rectângulo áureo, mas não o excluo (provavelmente explorei isso), e depois surgem os acidentes na periferia que determinam uma percepção de verticalidade. A porta é um desses elementos. Mas há muitas outras razões. Isto nunca é gratuito. Às vezes não sabemos bem quais são as razões, mas elas estão lá. No caso desta porta é a memória de uma igreja que eu visitei em Itália, num ponto alto, com uma grande panorâmica pela frente, que tem uma porta lindíssima. Lembro-me que cheguei, a porta estava aberta, e via-se ao fundo, no altar, um Cristo... Há muitas decisões que nós tomamos de que só mais tarde temos consciência porquê ou nem chegamos a ter, mas há uma razão. Há uma aprendizagem, todas as formas têm uma história.

Agora, tenho muita pena de me ter esquecido do cálculo integral e do cálculo diferencial. Aquilo era bonito. Uma coisa que me faz impressão é a aversão que existe agora, parece, à Matemática.

LR — Isso leva-nos a outra pergunta. Afinal, para que é que serve a formação em Matemática num curso de Arquitectura? Actualmente os alunos precisam, no acesso ao ensino superior, de prestar provas a Matemática. É importante?

AS — Para mim, é importante a formação da nossa mente, a disciplina.

LR — Não pode ser feito por outras vias? As geometrias não chegariam para isso?

AS — Geometria também fiz, mas a matemática é um relógio suíço. O esquema mental de uma pessoa é influenciado.

LR — Não achou demasiado o currículo, na altura que estudou no curso de Arquitectura?

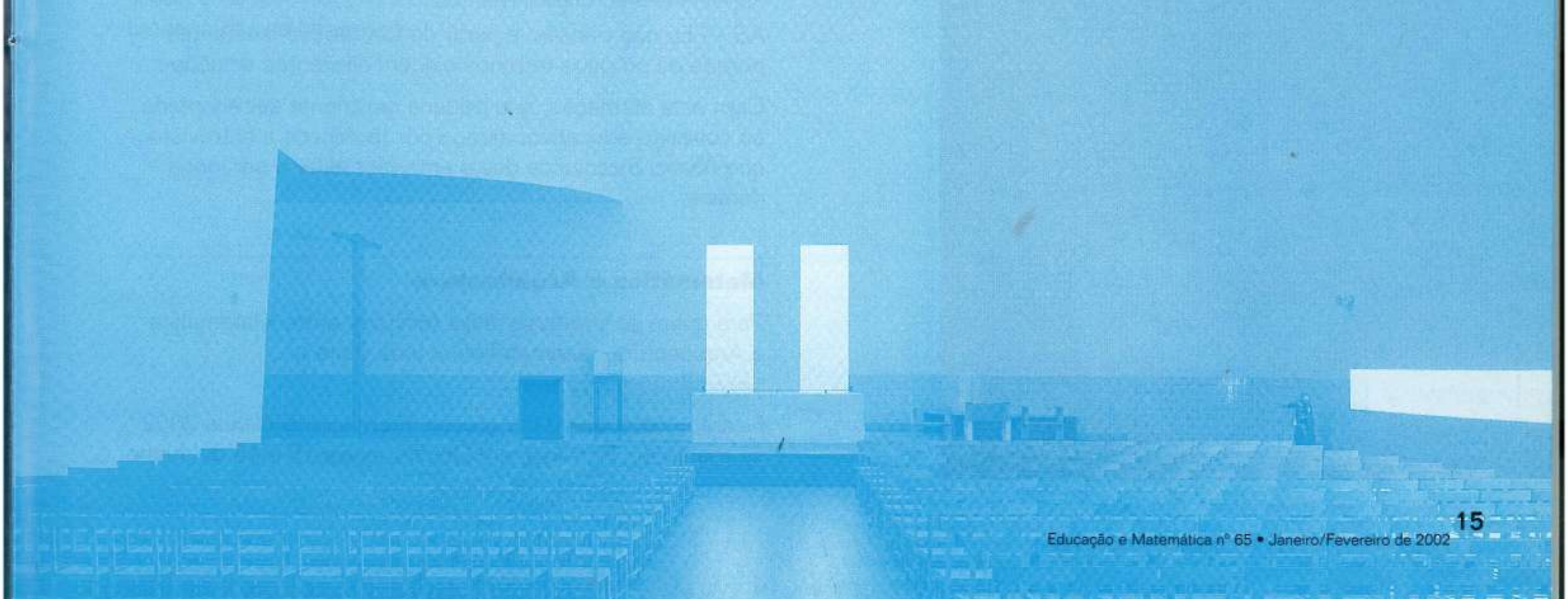
AS — Não. Gostei muito. Tinha um excelente professor.

LR — Acha que é essa a opinião geral ou tem ouvido queixas?

AS — Ultimamente queixam-se muito da matemática, especialmente as meninas. É evidente que a matemática exige uma grande disciplina para ser estudada. Não sei se será o tempo mais próprio para isso, que seja mais fácil. Essa necessidade de disciplina, não sei, o ambiente das escolas está um bocado noutra, a espontaneidade, a libertação... Acho que isso é uma fase. Eu posso ter sido influenciado porque o meu pai era engenheiro e foi professor de Matemática numa escola industrial. Era um bom matemático, dava explicações em casa... Mas isso poderia ter resultado ao contrário na minha relação com a Matemática, mas não. Às vezes penso: afinal eu esqueci tudo. Não sei uma raiz quadrada. Não preciso. Às vezes também pergunto: terá sido tempo perdido? Acho que não. Acho que fica uma estruturação mental.

LR — Nunca procurou, em nenhuma das suas obras, o contacto com um matemático, ou com um engenheiro com uma formação mais forte em matemática, para conseguir um determinado efeito?

AS — Só por razões práticas. Há já bastantes anos fiz um projecto bastante complexo (anos 80, acho eu), mas era mais em termos de geometria descritiva: como desenhar um cilindro inclinado com um buraco no meio, inclinado ao contrário e uma rampa. Era um bocado a ideia do Guggenheim... mas mais torto. Começou-se a desenhar, fiz o esquiço e ninguém conseguia fazer o desenho. Nessa altura um colega meu tinha um irmão matemático que gostava de trabalhar com os computadores. Parece que o irmão fez isso a partir de uma fórmula matemática, no computador. Em dois dias ele fez aquilo e ainda fiz o concurso (já tinha desistido). Agora, procurar orientação, não.



LR — Na concepção Catedral do Rio de Janeiro, está envolvida matemática algébrica. Nunca procurou esse tipo de coisas, por exemplo, propriedades especiais das curvas?

AS — Não. Falo com os engenheiros.

LR — Apenas resolve geometricamente as questões?

AS — Sim, a ideia e a forma...

LR — Depois os engenheiros é que se preocupam com a execução.

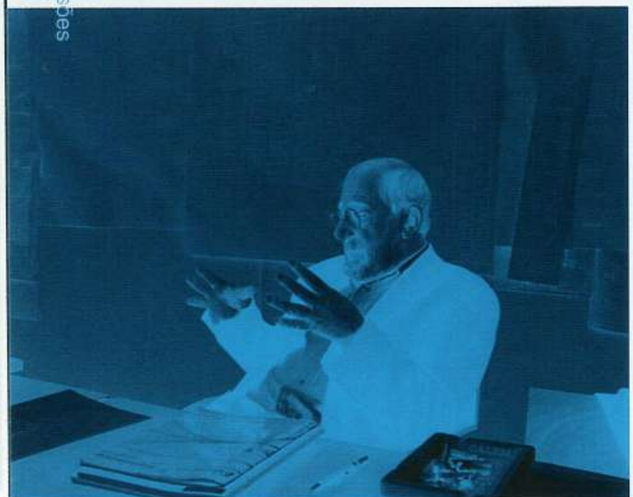
AS — Agora com o computador já há muita coisa que se faz aqui, de engenharia, mas eu não sei fazer, não sei lidar com o computador.

LR — Somos levados a uma outra obra sua, a pala do Pavilhão de Portugal na Expo 98. Parece ter sido algo difícil, em termos de estrutura.

AS — No fundo não é difícil. A ideia dessa pala surgiu em conversa com um engenheiro. Eu comecei com as coisas mais diferentes daquilo que se possa imaginar: grandes lajes planas com apoio em pirâmides, uma lâmina com a curvatura oposta. Mas não satisfazia, por muitas razões. Um dia pensei que seria interessante ter o contrário (está muito alto, a chuva... aquilo é muito grande!). Estando ao contrário, devia dar um impulso tremendo. Falei com um engenheiro que sugeriu a utilização de uma lona. Não quis, pretendia uma coisa sólida. No fundo aquilo são tirantes, o betão é só um invólucro. O interessante foi - sempre com o engenheiro - como pendurar a pala. No fim, os tirantes ficam à vista, de modo que luz entra e faz um efeito muito interessante.

LR — Inesperado?

AS — Foi nascendo da discussão. Podia ser de muitas maneiras. A primeira ideia era ligá-la ao edifício, que suportaria o peso. Disseram que era inconveniente porque a comunicação entre duas estruturas totalmente diferentes podia dar aborrecimentos, partir, abrir fissuras. Então resolveu-se soltar e prender por tirantes, é uma coisa que se pode mover. Depois o engenheiro teve de calcular os pórticos, potentes, daí terem nascido aqueles pórticos, uma opção de monumentalidade. Tinha mesmo de ser, há uma pressão muito grande.



Devo dizer uma coisa: eu esqueci muito da matemática porque não preciso. Trabalho com um engenheiro e quando estou a trabalhar com um deles é como se estivesse a falar comigo e a fazer um desenho. "Então isto pode ser assim?" A forma final é construída assim. Os matemáticos são eles, funcionam como se fossem o meu braço esquerdo e direito.

LR — São necessários em termos funcionais.

AS — Não só, às vezes a abrir caminhos, porque podem sugerir uma coisa em que nem sequer pensei. O arquitecto, dantes, fazia tudo isso: o arquitecto do Renascimento sabia tudo o que era preciso fazer, determinava tudo. Mas hoje o campo é tão vasto que o arquitecto tem de ter braços, pernas... são os outros elementos da equipa.

LR — A arquitectura é multidisciplinar? Se pensa no ambiente em volta, na funcionalidade, na estrutura, então deve envolver muita gente.

AS — Para mim é impensável fazer um projecto não tendo ao lado um engenheiro, um especialista da água, da electricidade...

Por exemplo, neste projecto que estou a fazer agora (que está em crise de desenvolvimento), há um auditório em que o acústico (um engenheiro) me vai dar achegas para encontrar um caminho.

LR — É verdade que a sua arquitectura pode ser considerada "tradicional", no sentido em que se socorre maioritariamente de formas geométricas básicas, não há grande utilização de curvas?

AS — Sim, mas nem sempre, varia muito.

Fomos até ao amplo espaço onde trabalham vários jovens arquitectos, observar a maquete de um projecto para Porto Alegre, no Brasil. Uma das paredes apresenta um formato curvilíneo.

LR — Porque é que as paredes são curvas? Para adaptação ao espaço?

AS — Por causa da forma do terreno, uma escarpa que faz uma curva. Tem muito a ver com a natureza.

Álvaro Siza mostra-nos ainda outros projectos em que as soluções arquitectónicas encontradas se prendem com os locais onde os edifícios vão ser implantados. Na planta de um deles estava uma elipse.

AS — Eu não trabalho a partir de formas pré-existentes porque os próprios terrenos exigem diferentes soluções.

Com esta afirmação, que poderia facilmente ser adaptada ao contexto educativo, demos por terminada a entrevista, que Álvaro Siza nunca deu a entender estar a ser longa demais.

Matemática e Arquitectura

Para quem se interessa pelas relações entre Matemática e Arquitectura, recomendamos uma visita a www.nexusjournal.com

Ficará a saber que o congresso internacional Nexus 2002 se realiza em Portugal, em Óbidos, entre 15 e 18 de Junho.

Um mundo assim é óptimo?

A Optimus, conhecida operadora de telemóveis, colocou recentemente no mercado um novo anúncio muito ao seu género: o cenário evoca a criação de um mundo novo, a banda sonora é pacífica mas triunfalista, a cor discreta mas com personalidade... Já os tinha visto assim antes.

O que mais me espantou neste anúncio não foi, pois, o aparato. Aquilo que me chamou verdadeiramente a atenção foi o texto. Já reparou? Vou-lho transcrever:

> "Em 1998, quando a Optimus chegou ao mercado, dois em cada dez portugueses tinham telemóvel. Hoje, passados três anos, oito em cada dez portugueses têm telemóvel. São mais de oito milhões! Um mundo assim é Optimus..."

Proponho-lhe uma análise deste texto. Vejamos:

É um enunciado simples, curto, de muito fácil apreensão. Tem uns quantos dados, poucos, objectivos, que se conseguem fixar sem grande esforço.
A mensagem que passa... Qual é? Quer pensar? Muito fácil: Nos últimos três anos, a Optimus vendeu seis telemóveis a cada dez portugueses!

O Departamento de Marketing da Optimus está de parabéns. Não pela pretensa venda de seis milhões de telemóveis em três anos, mas pela inteligência deste anúncio. Conseguiu construir um enunciado que, sem utilizar mentiras visíveis, veicula uma mensagem completamente enganosa, mascarando a realidade. Ao evidenciar a diferença entre os números de telemóveis de 1998 e os da actualidade e ao associar este período de tempo ao surgimento e implantação da empresa, tira vantagens evidentes sobre a imagem que passa do sucesso da Optimus, ignorando todo e qualquer papel das outras operadoras nesse crescimento. Um excelente exemplo de manipulação tendenciosa de informação.

Consultei o site da Optimus para procurar mais informação. Fiquei logo a saber, lendo apenas as gordas, que afinal a empresa está "A caminho dos dois milhões de subscritores!". Vasculhando nas páginas mais escondidas, descobri ainda que no termo do 2° semestre de 2001, a empresa tinha 1 650 139 mil clientes. (É verdade que está a caminho dos dois milhões, mas ainda lhe falta um bocado...). Depois consultei um dos sites da concorrência, o da TMN. Não fiquei exactamente a saber quantos telemóveis venderam até final de 2001, mas consegui apurar que foram seguramente mais de 3 milhões. E não achei necessário continuar a pesquisa.

Numa altura em que cada vez mais nos preocupamos em desenvolver nos alunos competências para, entre outros, compreenderem a realidade que nos rodeia, a abordagem crítica de situações que emergem no quotidiano e com as quais nos vamos deparando parece-me fundamental. Este anúncio é um excelente exemplo. Além disso, aborda uma temática de uma enorme actualidade, de grande interesse dos alunos (estatísticas recentes revelam que o telemóvel é o objecto mais desejado da juventude portuguesa), e merecedora de discussão a diversos níveis (por exemplo: hábitos sociais, saúde pública, riscos de utilização, despesas de comunicação, ...)

A terminar, só mais uma observação: garanto-lhe que não escrevi isto por causa do meu telemóvel ser da concorrência... Pense nisto.

Ana Paula Canavarro
Universidade de Évora

Eduardo Veloso

Cabri, Sketchpad e Cinderella

Anunciámos, no número anterior, que apresentaríamos nesta secção uma comparação entre os três programas mais conhecidos para geometria dinâmica: Cabri, Sketchpad e Cinderella. No entanto, resolvemos ampliar esta ideia e pedir a três autores, que conhecem bem cada um dos programas, que fizessem nestas páginas a sua apresentação sucinta. Os convites foram aceites e assim neste número será apresentado o Sketchpad (responsável da secção), no nº 67 o Cinderella (Jorge Nuno Silva) e no número 68 o Cabri (Branca Silveira). Finalmente, no número 69, será transcrita uma mesa redonda com os três autores, moderada pela redacção da revista, e onde se discutirão as forças e fraquezas de cada um destes programas.

Jogos matemáticos na WEB

Continuam a crescer os recursos na WEB (rede Internet) para a aprendizagem da matemática. Embora devam ser usados criteriosamente, como de resto qualquer outra informação, a quantidade de recursos disponível é imensa. No *site* da APM temos por exemplo acesso, no "menu matemático" (página dos alunos, url http://www.apm.pt/apm/menumat/index.html), a actividades interactivas já traduzidas (e que, por estarem no *site* da APM, significa que foram sujeitas a uma escolha antes de serem publicadas).

Um modo de receber informação de confiança do que vai sendo publicado na WEB, em tudo o que diz respeito à Matemática, é assinar (de graça!!) o boletim (newsletter) do MathForum (o que pode fazer em http://www.mathforum.org/electronic.newsletter/mfin.faq.html) Pode também "folhear" as antigas newsletters em http://www.mathforum.org/electronic.newsletter/index.html.

Indicaremos em seguida alguns bons endereços de *applets* interactivos de matemática, acompanhados de uma breve descrição.

- http://www.northnet.org/weeks/
  Este site sobre geometria e topologia de Jeff Weeks, autor do muito interessante livro (e video) *The Shape of Space*, apresenta alguns jogos, labirintos e *puzzles*. Trata-se de actividades tradicionais, mas propostas não no plano mas em superfícies não habituais, como o toro e a garrafa de Klein. Não deixe de visitar.
- http://www.cut-the-knot.com/Curriculum/index.html
  Muitas actividades matemáticas interactivas relativas a temas muito diversos da matemática.
- http:/www.albertaonline.ab.ca/resources/MathApplets.htm
  Applets de matemática relativos a números, padrões e relações, forma e espaço, estatística e probabilidade.
- http://www.stetson.edu/~efriedma/puzzle.html
  Um conjunto extenso de quebra-cabeças, em geral com mais do que uma solução, de carácter numérico, geométrico, etc.
- http://matti.usu.edu/nlvm/nav/vlibrary.html
  Um projecto da Universidade estadual de Utah, nos Estados Unidos, com o objectivo de constituir uma biblioteca virtual de actividades interactivas de matemática, sob a forma de *applets*, e organizadas de acordo com os *Standards* 2000. Alguns dos *applets* foram escolhidos para figurar nos recursos dos Standards.

Geometria: o sinal STOP e o *Cabri*

No último número da revista foi publicado nesta secção o artigo do colega Vidal Minga com este título. Devido a um erro da responsabilidade da secção, em parte devido a uma evolução no modo como a revista é paginada, uma frase do texto foi extraída de uma primeira versão de trabalho e não da última versão. Assim, em vez da frase

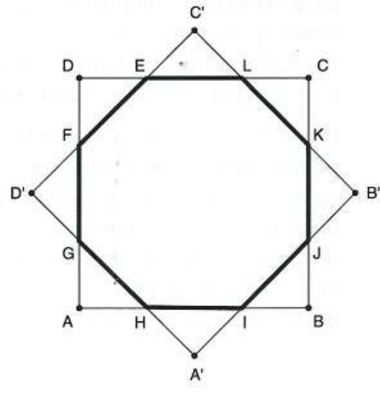
> As medições feitas com o Cabri até às milésimas não deixam qualquer dúvida sobre a regularidade do polígono obtido por este processo

deveria ter sido impressa a versão final, a saber

> As medições feitas com o Cabri até às milésimas cada vez me deixam mais convicto da regularidade do polígono obtido por este processo.

Pedimos desculpa ao autor e aos leitores por este erro. O nosso colega António Pereira Rosa, leitor atento da secção, enviou uma carta assinalando o erro e propondo uma demonstração da regularidade do octógono *EFGHIJKL* obtido por rotação de 45 ° do quadrado *ABCD* em torno do centro.

Querem os nossos leitores tentar encontrar também uma demonstração? Será publicada a demonstração mais elementar entretanto recebida.



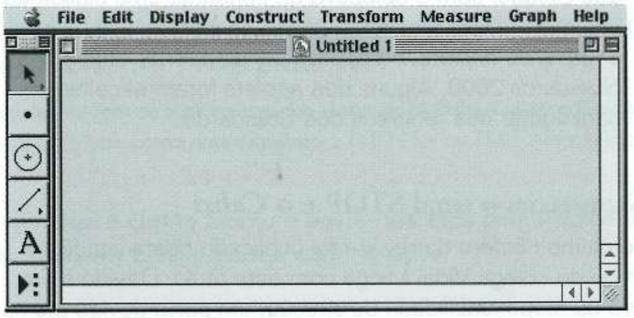
The Geometer's Sketchpad (versão 4)

O Sketchpad *(*GSP*) resultou do* Visual Geometry Project, *dirigido por Eugene Klotz e Doris Schattschneider. A primeira versão foi publicada em 1991 e a versão 4 em Outubro do ano passado. O* Visual Geometry Project *tinha por objectivo a renovação do ensino da geometria nos ensinos básico e secundário e desenvolveu-se em grande contacto com escolas. Assim, em consequência, o* GSP *é particularmente bem adaptado a estes níveis de escolaridade e aos cursos de preparação dos respectivos professores. Trata-se de um poderoso instrumento para a construção exacta e exploração de figuras, que podem ser manipuladas interactivamente mas que conservam sempre as relações matemáticas impostas na sua construção. Apresentaremos neste texto algumas das principais características do programa (na sua versão 4).*

Interface

Quando abrimos o programa e um novo sketch, este é o aspecto da janela de trabalho.

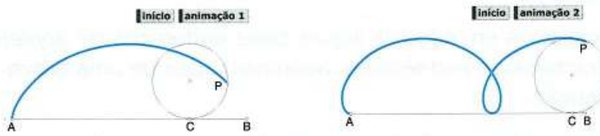
Para os utilizadores da versão 3, parece que nada mudou, o interface mantém-se (propositadamente) quase sem alteração e na mesma intuitivo e simples. No entanto, por detrás desta simplicidade muitas novas capacidades foram acrescentadas às anteriores, já de si numerosas. No topo, além dos habituais *file*, *edit* e *help* de todos os programas modernos, temos *display* (grossura do traço, cor, animação, nomes dos objectos, *palette* do texto, etc.) *construct* (construções geométricas de rotina da geometria euclidiana), *transform* (transformações geométricas), *measure* (medidas: comprimentos, distâncias, áreas, perímetros, acesso à calculadora, etc.) e *graph* (gráficos de funções, coordenadas, etc.). No menu vertical à esquerda, além dos instrumentos básicos da geometria euclidiana – régua não graduada para segmentos, semirectas e rectas, e compasso euclidiano – temos a seta para selecção e para muitas outras coisas, a ferramenta dos pontos, a ferramenta de texto e ainda a disfarçada fábrica para construir, editar e utilizar os chamados *custom* ou *script tools*, talvez a característica mais poderosa do *Sketchpad*, mesmo em versões anteriores, e muito melhorada e ampliada na versão 4 (ver mais à frente em *script tools*).



Antes de passarmos a descrever algumas das mais importantes capacidades do programa, convém observar que, tal como em muitos programas modernos, os menus dependem do contexto, isto é, conforme os objectos seleccionados, assim certos itens dos menus aparecem ou não. Além disso, por meio do botão direito do rato (no Windows) ou de *Control+clic* (no Mac) obtemos um menu de utilidades.

Animação

Todos os objectos geométricos ou parâmetros (usados por exemplo em funções) podem ser animados: os pontos independentes movem-se livremente no plano, os pontos sobre *paths* (isto é, segmentos, semirectas, rectas, eixos coordenados, circunferências, arcos de circ., fronteiras de polígonos e outras figuras, lugares geométricos, gráficos de funções), os parâmetros mudam de valor, e todos os outros objectos movem-se arrastando os objectos de que dependem (*parent objects*). É possível controlar de diversos modos o sentido e a velocidade da animação. No exemplo ao lado, animámos o ponto *C* sobre o segmento *AB* e o ponto P sobre a circunferência, no sentido dos ponteiros do relógio. E pedimos ao programa que traçasse a trajectória de *P*. A circunferência foi construída a partir do ponto de tangência *C* e é arrastada pelo movimento deste. Na animação 1, a velocidade do ponto *C* é igual à velocidade de *P* sobre a circunferência. Obtemos uma ciclóide. Na animação 2, demos ao ponto *P* maior velocidade que ao ponto *C* (relação de 1.7 para 1.0). Os colegas que usavam a versão 3 podem apreciar, apenas por este exemplo, as novas possibilidades da animação.



Documentos

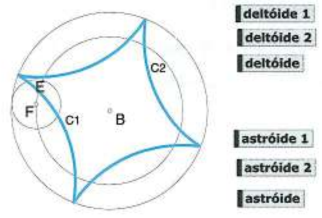
Muitas vezes, ao trabalhar com o *Sketchpad*, não construímos apenas um *sketch*, mas um conjunto de *sketchs* relacionados. Por exemplo, no exemplo da ciclóide, podíamos estudar não apenas a ciclóide mas todas as *roulettes* (figuras a rolar sobre outras figuras: obteríamos assim, além das ciclóides, as epiciclóides, as hipociclóides, e muitas outras). Podemos reunir um conjunto de *sketchs* num *documento*, com diversas vantagens: temos acesso a qualquer *sketch* a partir de qualquer outro com um simples clic, os *script tools* (ver mais à frente) usados num *sketch* ficam disponíveis em todos os outros, os conjuntos de *sketchs* de um documento gravam-se e abrem-se todos de uma vez. A partir das *document options*, no menu *file*, podemos gerir todos os *sketchs* e *script tools* de um mesmo documento.

Script tools

Os *script tools*, também chamados *custom tools*, são fundamentais na utilização do *Sketchpad* (ou de qualquer outro programa deste tipo). Trata-se de ferramentas feitas a partir das construções e transformações geométricas disponíveis (de raiz) no *Sketchpad* e que depois podem ser usadas exactamente como estas. A possibilidade de construir estas ferramentas "à medida" amplia de modo praticamente ilimitado as possibilidades do programa. Como se constrói uma destas ferramentas? Nada mais simples: quando estamos satisfeitos com uma construção – que nos pode ter levado horas a congeminar e a executar – seleccionamos toda a construção (por exemplo com *select all*, no menu *edit*) vamos ao menu dos *script tools* e teremos acessível o comando *create new tool*, que poderemos então seleccionar. Pronto, a nova ferramenta está criada. No ficheiro texto a que temos acesso, se quisermos (*show script view*, no mesmo menu), poderemos ver a descrição de tudo o que fizemos durante a construção – quais são os pontos de partida (os *given*) e quais são os passos da construção (os *steps*). E podemos (botão direito no Windows ou *control+clic* no MAC) aceder às propriedades de todos os objectos envolvidos e alterá-las. Para utilizar um *script tool*, basta seleccioná-lo no mesmo menu e clicar em pontos já existentes (ou construídos naquele momento por nós) correspondentes aos *given*: o programa reproduz então a nossa construção. Associadas aos *script tools* existem muitas opções que não podemos abordar aqui. Além disso, estão disponíveis conjuntos de *scripts* que permitem utilizar o *Sketchpad* na exploração de geometrias não euclidianas, dos números complexos, etc.,etc. Recomendamos aos utilizadores da versão 3 que, na transição para a versão 4, dediquem atenção aos *script tools*, dadas as melhorias e ampliações ocorridas neste aspecto.

Botões (*action buttons*)

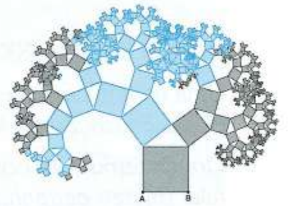
Existe uma grande variedade de opções na criação de botões para a realização automática de certas acções. Existem botões para esconder e mostrar objectos (*hide/show*), para lançar animações (*animation*), para mover objectos (*movement*), para utilizar em apresentações (*presentation*), para accionar *links* (*link*) e para *scroll*. Os *action buttons* são acessíveis a partir do menu *edit*. No *sketch* seguinte a sequência de botões **astróide 1** (que é um *hide/show* de *F*, *E*, c_1 e c_2) e **astróide 2** (que anima *E* sobre c_1 e *F* sobre c_2) pode ser substituída pelo botão de apresentação **astróide** (o mesmo para a deltóide). A possibilidade de combinar botões para fazer apresentações de todos os tipos foi resolvida completamente nesta versão, conforme era desejo de muitos de nós.



Funções e gráficos

Os colegas que gostam de utilizar as capacidades do *Sketchpad* no traçado de funções e na geometria analítica em geral terão boas surpresas quando passarem para a versão 4. As possibilidades existentes na versão 3 foram melhoradas e muito ampliadas. Pode usar-se mais do que um sistema de coordenadas, estes não são obrigatoriamente monométricos, a escrita matemática e a introdução de parâmetros (que depois podemos animar/variar) são fáceis, podemos derivar funções, etc.

Outras características



Por falta de espaço, referirei brevemente outras novidades (ou não) da versão 4:

Cores. Temos acesso a uma *palette* completa de cores (CMYK, RGB, etc.). A utilização de cores definidas por um parâmetro e do novo comando de iteração (*iterate*) permite construir fractais como esta "árvore pitagórica" e estudar visualmente sistemas dinâmicos, e análise complexa, por exemplo.

WEB. O *JavaSketchpad*, um programa que converte *sketchs* em *applets* Java, está agora integrado no GSP. Basta gravar (*save as*) como HTML. É possível criar botões (*links*) para endereços *url*.

Texto. A edição de texto foi muito melhorada e existe agora uma palette que inclui símbolos matemáticos, em particular para as notações da geometria.

Fundo. É possível colorir o fundo (*background*) dos sketchs. É possível também importar figuras para o fundo que não sejam seleccionáveis com a seta.

Impressão e exportação de imagens. Estes aspectos foram muito melhorados na versão 4. Imagens *bitmap* (Windows) ou PICT (Mac) podem ser obtidas por captura do ecrã e EMF (*enhanced metafile*; Windows) ou PICT (Mac) com *copy* e *paste*. Ou ainda ficheiros *postscript* ou *encapsulated postscript* usando o *print to file* com um *postscript driver*.

Recursos

- http://www.keypress.com/sketchpad/index.html
  Site oficial do GSP, com muitos *links*
- http://www.mathforum.org/dynamic/
  Páginas do MathForum sobre geometria dinâmica
- Actas e arquivos dos ProfMats (sede da APM)
  Encontrará nestes arquivos muitas dezenas de sessões dedicadas ao *Sketchpad* e inúmeras propostas de actividades.

Eduardo Veloso
eduardoveloso@netcabo.pt

1919180808180919090

Capicuas

José Paulo Viana

Um ano capicua: 2002.

Uma revista capicua: este é o número 66 da *Educação e Matemática*.

Ora cá temos um bom motivo para falar destes *estranhos* números que tanta curiosidade provocam em algumas pessoas.

Estamos a viver um ano capicua. E, pelo menos para mim, o último ano capicua. O próximo está demasiado longe, é só daqui a 110 anos... Mas, não nos podemos queixar, este já é o segundo que apanhamos: ainda se devem lembrar de 1991! Nos últimos mil anos, pouca gente passou por dois anos capicuas!

Já no que se refere à nossa revista, ainda temos mais capicuas previsíveis no horizonte. O número 77 é já daqui a dois anos e pouco...

Capicua, *s. f.* número que se lê igualmente da direita para a esquerda ou vice-versa e ao qual se atribui boa sorte (Dicionário Lello Escolar).

É curioso isto de pensarmos que as capicuas dão boa sorte. Lembro-me de quando estudava no Porto e andava de carro eléctrico ter arranjado alguns bilhetes (custavam 8 tostões para uma zona e 12 para duas...) que eram capicuas. Bem, algumas vezes forcei a saída da capicua: comprava três ou quatro quando estava perto. Não é que pensasse que davam sorte mas encontrava um certo fascínio naqueles números. E eram raros. Como os bilhetes tinham 6 algarismos, a probabilidade de sair uma capicua era de um em mil. Guardei-as cuidadosamente. Quer dizer, eu julgava que tinha sido cuidadosamente mas quando agora fui à procura delas já não as consegui encontrar...

Mas podemos ir à procura de capicuas por outras paragens, não de eléctrico, mas matemáticas.

Vamos começar com as potências.

Há muitos quadrados perfeitos que são capicuas. Os menores são 121, 484 e 676.

Cubos perfeitos já são mais raros: até 1 milhão só aparece o 1331, que é o cubo de 11. E depois aparecem: 1030301, 1367631 e 1003003001.

Nas potências com expoente 4, até 10^{13}, só existem quatro capicuas, todas elas relacionadas entre si:

$11^4 = 14641$

$101^4 = 104060401$

$1001^4 = 1004006004001$

$10001^4 = 10004000600040001$

Para as potências de expoente 5 ou 6, e até 1013, não existem capicuas. Será sempre assim?

Quanto aos números triangulares, as capicuas vão aparecendo com regularidade:

$t_{11}=66$	$t_{36}=666$
$t_{77}=3003$	$t_{109}=5995$
$t_{132}=8778$	$t_{173}=15051$

Continuará sempre assim?

Há muitos matemáticos, amadores ou profissionais, que se interessam pelas capicuas. Se, por exemplo, folhearmos alguns números da revista Journal of Recreational Mathematics, encontramos vários artigos dedicados a estes números.

* * *

E para quem goste de capicuas, há um momento muito especial (que deve ocorrer quando esta revista estiver na tipografia...). É às 20 horas e 2 minutos do dia 20 de Fevereiro. Reparem: 20:02 – 20.02 – 2002

Outro momento destes (mas não tão bonito) acontecerá à mesma hora do dia 30 de Março. Estaremos atentos!

90909190818080819191

Curiosidades

A) 76367 é a maior capicua conhecida que tem estas propriedades:

- é um número primo,

- se formos eliminando, um a um, os seus algarismos a partir da esquerda, obtemos sempre números primos [1].

B) Quadrados Mágicos com Capicuas

161	111	181
171	151	131
121	191	141

6006	1001	8008
7007	5005	3003
2002	9009	4004

Quadrados mágicos com capicuas

Nota: Estes quadrados mágicos podem facilmente ser construídos a partir do quadrado mágico habitual com os números de 1 a 9. Reparemos que são estes algarismos que, no primeiro caso, ocupam as posições centrais de cada capicua e no segundo caso são os extremos.

C) Uma capicua de 113 algarismos que é um número primo, construído a partir de 1996 repetido 14 vezes, um 9, e 6991 repetido 14 vezes [2]:

$(1996)_{14}9(6991)_{14}$

D) Primos capicua em que o número de algarismos é primo e capicua [3]:

Com 131 algarismos:

1000...000111000...0001

Com 757 algarismos:

1000...0003000...0001

Com 10301 algarismos:

1000...0005452545000...0001

E) Primos de Sophie Germain que são capicuas [4]

Se P é um número primo e Q = 2P+1 também, dizemos que P é um primo de Sophie Germain. Existem alguns pares destes números que são capicuas. Por exemplo:

1508051 e 3016103

360818063 e 721636127

Dubner, o autor deste estudo, apresenta ainda um primo destes, capicua com 39 algarismos, tal que Q e R=2Q+1 também são primos e capicuas e que surge no topo desta página.

Respostas aos problemas

1. 10201, 12321, 14641, 40804, 44944.

2. ABC = 502, DE = 81, FGH = 891.

3. 5221225.

Referências

Kahan, S.; Weintraub, S., *Left truncatable primes*, Journal of Recreational Mathematics nº4, Vol. 29, New York, 1998.

Heleen, J, Some *Palindromic Primes for 1996*, Journal of Recreational Mathematics nº1, Vol. 28, New York, 1996.

Dubner, H, Palindromic *Primes with a Palindromic Prime Number of Digits*, Journal of Recreational Mathematics nº4, Vol. 26, New York, 1994.

Dubner, H, Palindromic *Sophie Germain Primes*, Journal of Recreational Mathematics nº1, Vol. 26, New York, 1994.

José Paulo Viana
E. S. Vergílio Ferreira—Lisboa

Problemas com capicuas

1. Capicuas de Capicuas

Quais são as capicuas de 5 algarismos cuja raiz quadrada é também capicua?

2. Equações—Capicuas

Quais são as soluções das seguintes equações-capicuas?

a) 2255xABC = CBAx5522 .

b) 1998xDE = EDx8991

c) 1998xFGH = HGFx8991

Nota: Cada letra corresponde a um algarismo. Assim, ABC é um número de três algarismos.

[Desafios, Jornal Público, 02.12.2001]

3. O número do bilhete de identidade

A Cátia precisava de escrever o número do bilhete de identidade nuns papéis que estava a preencher quando reparou que se tinha esquecido dos documentos em casa. Ficou aflita. A Diana, que estava com ela, perguntou-lhe:

— Não te lembras do número?

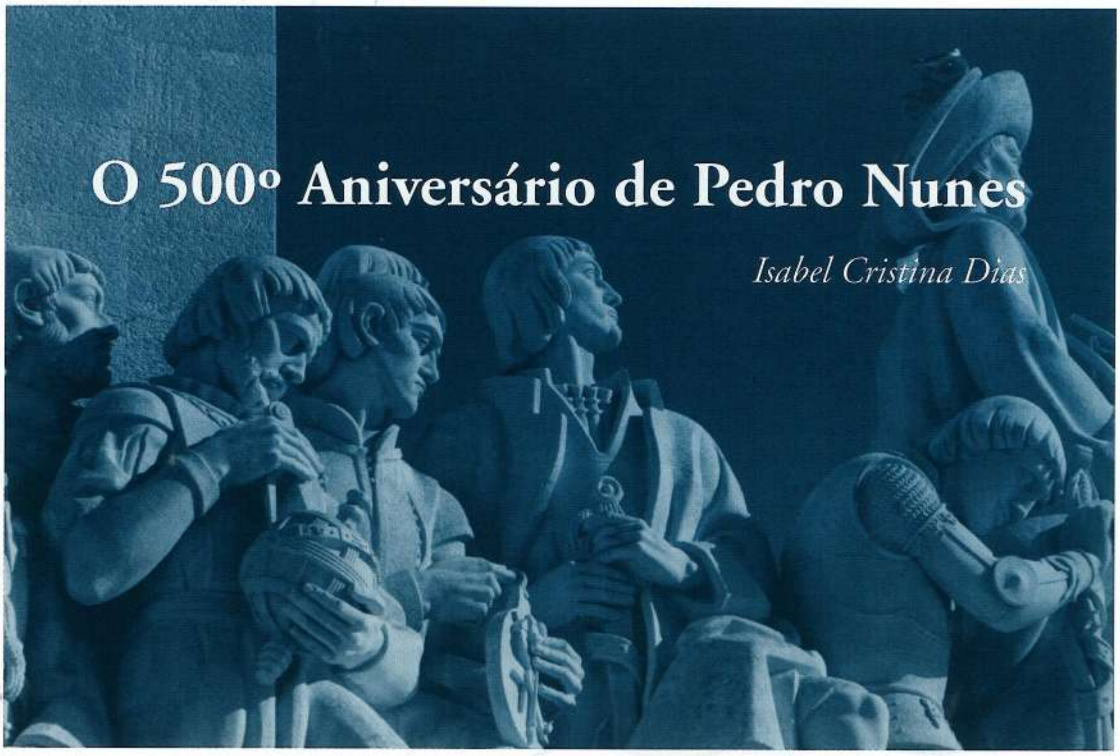
— Não. Mas lembro-me que é uma capicua de sete algarismos começada por 5 e que é um quadrado perfeito.

— Espera aí —disse a Diana.— Talvez assim eu consiga descobrir o número.

E realmente, uns minutos depois já a Cátia pôde acabar de preencher os papéis.

Qual é o número do BI?

[Desafios, Jornal Público, 24.06.2001]



O 500º Aniversário de Pedro Nunes

Isabel Cristina Dias

Figura 1. Fotografia de um pormenor do Padrão dos Descobrimentos em Lisboa. Pode ver-se a estátua de Pedro Nunes segurando um globo terrestre e um compasso.[1]

Foi o próprio Pedro Nunes quem, em 1566, na sua obra Opera, precisou o ano do seu nascimento: "*...ano Domini 1502 quo ego natus sum...*". Em 2002, cinco séculos depois, é deveras interessante o conhecimento e análise das suas várias facetas científicas—como geómetra, algebrista, cosmógrafo, cosmólogo e físico—bem como da vasta obra impressa e manuscrita que produziu e dos diversos e prestigiosos cargos académicos e régios que ocupou. Se, de facto, a sua obra o diferencia como indivíduo, há também que reconhecer que foi uma personalidade verdadeiramente integrada no cenário social, económico, político e cultural de um país e de uma época.

Acerca daquele que, consensualmente, foi um dos maiores matemáticos portugueses de sempre e um dos mais ilustres do século XVI, afirmou Francisco Gomes Teixeira[2]:

O século XVI pode ser chamado na história da matemática ibérica o século de Pedro Nunes. Portugal teve neste século a hegemonia das matemáticas na nossa Península, não porque tivesse muitos cultores destas ciências, mas porque Pedro Nunes por si só vale muitos. Nos variados ramos das referidas ciências de que tratou, nenhum outro matemático português ou espanhol o igualou.

O *Grupo de Trabalho de História e Ensino da Matemática* (GTHEM) não podia deixar de se associar às comemorações do 500º aniversário do nascimento de Pedro Nunes. Estão programadas várias iniciativas algumas das quais presentemente já em execução.

O GTHEM em conjunto com outras instituições (Associação de Professores de História, Associação de Professores de Geografia, Sociedade Portuguesa de Matemática, Museu de Marinha, IIE, DES e DEB) está a desenvolver um projecto com o qual pretende colocar à disposição de todos a máxima informação sobre a vida e obra de Pedro Nunes, bem como sobre a sua época. Neste sentido foi criado um sítio, editado pela APM, ao qual é possível aceder directamente através do endereço do GTHEM (http://www.apm.pt/gt/gthem/gthem1.htm); depois ... é só "seguir o rasto" de Pedro Nunes.

Este sítio pretende ser um ponto de partida para muitos projectos a serem desenvolvidos nas escolas, com a participação de todos. Na biblioteca do sítio pode ser consultado o Tratado que o doutor Pedro Nunes fez sobre certas dúvidas da navegação: dirigido a *el Rei* nosso senhor, do qual consta o problema seguinte: para se viajar entre dois pontos é conveniente tomar sempre a mesma direcção? Noutra página, colegas de Geografia elucidam-nos sobre como a resposta a esta pergunta contribuiu para o desenvolvimento da cartografia. É também possível aceder ao excerto da obra *De Crepusculis*, onde Pedro Nunes descreve o método matemático subjacente à construção do nónio, ou ver crescer a tradução anotada de excertos, que o GTHEM tem vindo a desenvolver, do *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*. Eis aqui o seu início:

Nesta Arte da Álgebra o que se pretende é descobrir a quantidade desconhecida. O meio que usamos para alcançar este fim é a igualdade. As principais quantidades que, por discursos demonstrativos, procuramos nesta igualdade, dando-lhes e tirando-lhes quanto convém, como quem põe numa balança são três: Número, Cosa e Censo.

Ainda no mesmo sítio, podem ser descobertas as "mil" faces de Pedro Nunes, numa recolha de fotografias de estátuas do matemático português; por enquanto ainda só estão inseridas fotografias de estátuas de Lisboa mas, com a participação de todos, descobrir-se-á certamente que as há espalhadas por todo o país.

Foram também colocadas na página propostas de actividades desenvolvidas pelo grupo de trabalho, com base em temas tratados pelo matemático português, que podem ser utilizadas nas aulas por todos os colegas que assim o entenderem; esta será uma forma de dar a conhecer a um grande número de alunos, a vida e a obra do ilustre matemático de seiscentos.

Os elementos do GTHEM irão colaborar no concurso lançado pelo Instituto de Inovação Educacional, "Pedro Nunes—O Ser e o Saber", a decorrer entre Janeiro e Dezembro de 2002. Este concurso, cuja divulgação decorre neste momento junto de escolas e universidades, "visa promover o desenvolvimento de projectos pedagógicos de escolas ou de turmas que incidam sobre criações e desenvolvimentos científicos presentes na obra de Pedro Nunes e que promovam a divulgação do conhecimento sobre este matemático e a sua obra", disponibilizando o IIE um interlocutor "ao qual o coordenador/responsável pela equipa poderá recorrer (facultativamente) sempre que o desenvolvimento de conteúdos específicos relativos à obra de Pedro Nunes o justifique".

Durante o PROFMAT de Viseu, em Outubro de 2002, serão levadas a efeito algumas iniciativas de comemoração do aniversário e de divulgação da obra de Pedro Nunes. Tais iniciativas serão divulgadas oportunamente no programa do encontro ou durante a realização do mesmo.

Figura 2. Fac-símile de uma assinatura de Pedro Nunes, de Novembro de 1556.[3]

Notas

1. Na figura 1, ao lado direito de Pedro Nunes, tendo na mão um astrolábio, encontra-se o navegador Pêro de Alenquer, a figura com uma espada é João Gonçalves Zarco e, de joelhos junto ao Infante D. Henrique, está representado o Infante D. Fernando. (Fotografia de autoria de Isabel Cristina Dias.
2. Citado por A. Fontoura da Costa em Pedro Nunes, Lisboa, 1969.
3. A figura 2 foi reproduzida por A. Fontoura da Costa em Pedro Nunes, Lisboa, 1969, a partir de Os dois doutores Pedro Nunes, de Luciano Pereira da Silva, Coimbra, 1914.

Isabel Cristina Dias
Esc. Sec./3ºCiclo José Cardoso Pires
Sto. António dos Cavaleiros

Pedro Nunes: vida e obra

Ciclo de conferências, de Fevereiro a Abril de 2002, no Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

- Fevereiro 21 — **Francisco Contente Domingues**
  A ciência ao serviço do Poder: o Cosmógrafo-mór Pedro Nunes
- Março 7 — **António Costa Canas**
  Contribuições de Pedro Nunes para a Náutica
- Março 21 — **Henrique Leitão**
  Pedro Nunes, Matemático
- Abril 4 — **António Estácio dos Reis**
  O Nónio e outros instrumentos propostos por Pedro Nunes

Todas as conferências são às 5as feiras, às 13h. na sala 8.2.47.

Organização: F. Contente Domingues (FLUL), H. Leitão (CFMC-UL), L. Trabucho de Campos (FCUL).

José Paulo Viana

O problema deste número

As jogadoras de basquete

Três jogadoras estão num campo de basquete.

A Paula está a 3 metros do centro do campo, a Cristina está a 5 e a Dulce está a 8.

As distâncias entre elas são absolutamente iguais. Qual é essa distância?

Respostas até 15 de Abril

Miss Simpatia

O problema proposto no nº 64 de *Educação e Matemática* foi este:

> No baile de finalistas da escola realizou-se a eleição para Miss Simpatia.
> As pessoas votaram em três candidatas, pela ordem que as preferiam.
> A vencedora foi a Inês com 113 pontos, correspondentes a 10 primeiros lugares, 15 segundos e 8 terceiros.
> Em cada voto, quantos pontos valia o primeiro lugar? E o segundo? E o terceiro?

Tivemos 18 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Ana Amaral - Darcília Machado - Judite Lima (Oliveira de Frades), António Pinto Leite (Esgueira), Armando Fernandes (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Domingos Rijo (Castelo Branco), Elvira Maria, Francisco Estorninho (Lisboa), Isabel Sá (Espinho), João Barata (Castelo Branco), João Maria Oliveira (Cartaxo), Jorge Barata e Rosalina Santos (Alcains), Luísa Andrade (Angra do Heroísmo), Mário Roque (Guimarães), Nuno Martins (Coimbra), Paulo Correia (Alcácer do Sal) e Sónia Palha (Utrecht – Holanda).

Sejam:
P = pontos que vale o primeiro lugar,

S = pontos que vale o segundo lugar,

T = pontos que vale o terceiro lugar,

com $P > S > T$.

Como a Inês teve 113 pontos, será:

$10P + 15S + 8T = 113$.

Praticamente todas as respostas partiram desta constatação e algumas seguiram o método das tentativas. No entanto, vários leitores, antes de começar a experimentar números, fizeram o seguinte raciocínio:

A parcela 10P termina sempre em 0, qualquer que seja P. A parcela 15S termina em 0 ou 5. A parcela 8T termina num algarismo par. Como o resultado da soma (113) termina em 3, a única soma possível dos algarismos das unidades é 0+5+8.

Se 8T termina em 8, o valor de T pode ser 1 ou 6 ou 11 ou ...

Mas T só pode ser 1. Se fosse 6, S seria pelo menos 7 e P pelo menos 8, pelo que a soma total das pontuações seria pelo menos

$108 + 157 + 86 = 233$.

Impossível, porque é maior que 113.

Logo, $T=1$.

S é maior que 1 e tem de ser um número ímpar: 3 ou 5 ou 7 ou ...

Mas não pode ser 5 ou maior. Se, por exemplo, fosse 5, então P seria pelo menos 6 e o total das pontuações seria pelo menos

$106 + 155 + 81 = 143$.

Impossível, porque é maior que 113.

Logo, $S=3$.

Falta saber o valor de P. Mas agora é imediato.

$10P + 153 + 81 = 113$

$10P = 60$

$P = 6$.

Um voto no primeiro lugar vale 6 pontos, no segundo vale 3 e no terceiro 1.

O segredo de Leonardo

Luís Reis

"É certo que o céu por vezes nos envia alguns [homens] que não representam a humanidade, mas a própria divindade."
Giorgio Vasari, 1550

O desenho

Foi uma decisão feliz a capa do último número temático da revista *Educação e Matemática* incluir uma estilização do desenho das proporções do corpo humano, mais conhecido por *O Homem de Vitrúvio*, de Leonardo da Vinci. Por variadas razões, uma delas sendo o facto deste desenho apresentar Leonardo como prova exemplar de uma unidade genuína entre matemática e natureza (ligação que a APM privilegiou em 2001).

O desenho, de 1492, transmite a ideia de movimento através da dupla representação dos membros de um homem: a figura com os braços estendidos à altura da cabeça e pernas abertas forma um círculo, de centro no umbigo, centro *clássico* e originário do ser humano; a figura com os braços estendidos na horizontal e pernas fechadas descreve um quadrado, descendo o centro humano até à raiz do seu sexo, *centro gerador* para certo pensamento medieval.

Desta forma, Leonardo emoldurou o homem num círculo e num quadrado—as formas básicas da natureza—convenientemente ajustados. São ideias provenientes do tratado *De Architectura* (séc. 1 a.C.), do arquitecto romano Marcus Vitruvius Pollio, e sumariadas por Leonardo no texto da configuração: as proporções gerais do homem adequar-se-iam, como um microcosmo, às das formas mais perfeitas do macrocosmo universal, dentro do espírito da doutrina platónica.

No Livro III, Vitruvius esclareceu quais os cânones da proporção:

"A simetria surge da proporção, uma harmonização adequada das diferentes partes entre si e com o todo. Por isso, não se pode considerar bem des enhado o edifício que requer simetria e proporção. Na verdade, são tão necessárias à beleza do edifício como à figura humana bem constituída, que a natureza tão bem moldou, que na face, do queixo ao cimo da testa ou às raízes do cabelo, é a décima parte da altura do corpo completo. Do queixo ao cimo da cabeça é a oitava parte da altura total, que é igual da nuca ao topo da cabeça. Da parte superior do peito às raízes do cabelo, um sexto; ao cimo da cabeça, um quarto. A terça parte da altura da face é igual à distância do queixo ao lado inferior das narinas e igual daí até ao meio das sobrancelhas; da última das raízes do cabelo, quando termina a testa, o terço restante. O comprimento do pé é a sexta parte da altura do corpo. O antebraço, um quarto. A largura do peito, um quarto. Analogamente têm os outros membros proporções adequadas, a que os antigos Pintores e Escultores estiveram atentos e que lhes granjeou tanta reputação.
O umbigo está situado naturalmente no centro do corpo humano e, se um homem deitado com a cabeça virada para cima, mãos e pernas estendidas, descrevendo um círculo tendo o umbigo como centro, ele tocará os dedos das mãos e dos pés. Não é somente por um círculo que o corpo humano é circunscrito desta forma, como pode ser observado se o colocarmos dentro de um quadrado. Pois medindo dos pés ao cimo da cabeça e, em seguida, ao longo dos braços completamente estendidos, descobrimos que a última medida é igual à primeira; donde, linhas em ângulo recto, rodeando a figura, formarão um quadrado.
Se a natureza, portanto, criou o corpo humano de modo que os seus distintos elementos são medidas do todo, também os antigos, com grande propriedade, determinaram que em todas as obras perfeitas cada parte deveria ser uma parte alíquota do todo."[1]

Os estudos vitruvianos anteriores e posteriores a Leonardo tinham separado a imagem do *Homo ad circulum* e do *Homo ad quadratum*, dado que ambas as figuras não se podiam inscrever uma na outra sem modificar as dimen-

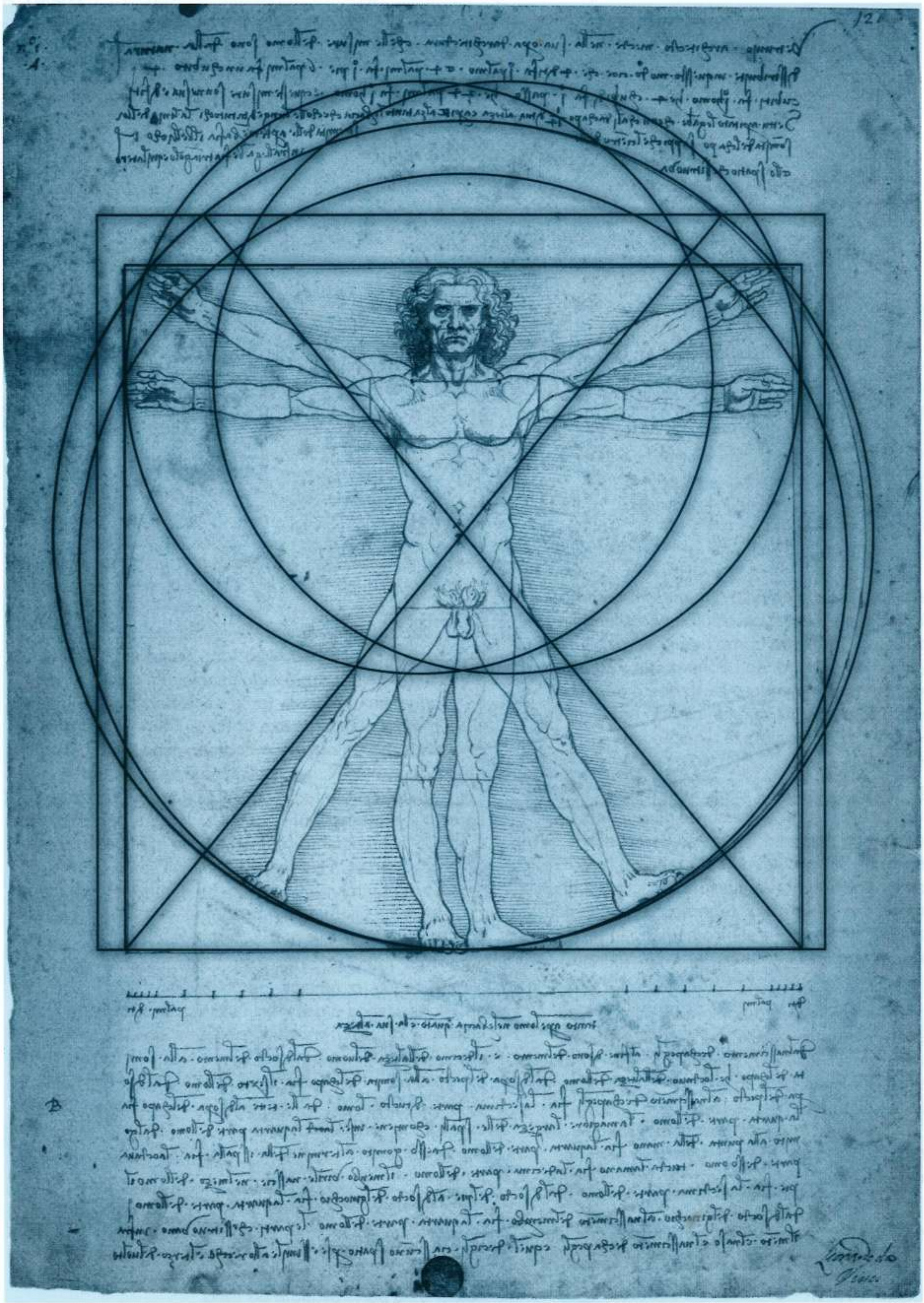


Figura 1. Construção geométrica sobre *O Homem de Vitrúvio*, Leonardo Da Vinci (1490), cujo original se encontra na Gallerie dell'Accadenua, Inv. 228, em Veneza.

sões do homem. Leonardo combinou nesta imagem ambas as posições dos membros, deixando como elementos comuns a cabeça e o tronco, ficando a circunferência tangente à "base" de um quadrado cujo lado é menor que o diâmetro daquela. A "unidade" natural do homem ficava preservada e imersa, em contraste e harmonia, no jogo geométrico de linhas.

Uma escala gráfica marca os quatro dedos da palma, as quatro palmas do pé, as seis do cúbito e os quatro cúbitos da altura do homem e o lado do quadrado em que se inscreve, embora por escrito Leonardo corrija algumas das proporções, como a do pé, que passa de um sexto para um sétimo.[2]

No entanto, este desenho de Leonardo esconde um segredo muito interessante. Pelo menos é o que afirmam Klaus Schröer e o Dr. Klaus Irle na sua monografia com o título *Ich aber quadriere den Kreis...* (No entanto, eu quadrei o círculo...), publicada em 1998. De facto, segundo os autores (o primeiro é um artista interessado em matemática e o segundo é historiador de arte), *O Homem de Vitrúvio* encerra a solução de Leonardo para o problema da quadratura do círculo.

O problema

A quadratura do círculo tornou-se o mais famoso dos três problemas clássicos da geometria grega, juntamente com a duplicação do cubo e a trissecção do ângulo. O fascínio deste problema reside no interesse que tem despertado ao longo da história da matemática, a amadores e profissionais, desde o papiro do escriba Ahmés (cerca de 1850 a.C.) até aos nossos dias.

O problema era o de, dado um círculo, construir geometricamente um quadrado com a mesma área. Os métodos permitidos para efectuar esta construção não eram claros, pois, na realidade, a variedade de métodos usados na geometria pelos gregos foi-se alargando, através das tentativas de resolução deste e de outros problemas clássicos. Segundo Thomas Heath, especialista em história da matemática na Grécia, terá sido Enópides de Quios (séc. 5 a.C.) o primeiro a estabelecer que os meios permitidos se restringissem à régua e compasso, o que se viria a tornar um cânone da geometria euclidiana para todas as construções planas. Actualmente é com esta restrição que entendemos o problema, mas os gregos não se fixaram nesta solução; pelo contrário, desenvolveram uma grande variedade de métodos, usando diversas curvas inventadas especialmente com este propósito ou imaginando construções baseadas em métodos mecânicos.

Nesta época, além dos gregos, também houve matemáticos na China e na Índia a interessarem-se pela quadratura do círculo. Mais tarde, foi a vez dos matemáticos árabes se sentirem fascinados pelo problema.

Quanto à Europa, Franco de Liège, em 1050, escreveu o tratado *De quadratura circuli* onde, além de analisar métodos anteriores, fornece a sua própria construção, baseada na suposição de que π era igual a $22/7$. Apesar do interesse histórico, o tratado mostra como a matemática europeia da altura estava muito atrasada em relação à dos antigos gregos. Em 1450, Nicolau de Cusa tentou provar que a quadratura do círculo era possível com régua e compasso, mas Regiomontanus foi rápido em assinalar os erros dos argumentos de Cusa; tratou-se, no entanto, de uma tentativa séria de resolver o problema na Europa "moderna". Convém recordar que os gregos, em geral, estavam convencidos que a quadratura do círculo não era possível com régua e compasso. Simplesmente não sabiam como prová-lo.

Os métodos mecânicos dos gregos atraíram Leonardo da Vinci, que imaginou vários métodos novos para quadrar o círculo. Também muitos matemáticos do séc. 16 estudaram o problema. Um deles foi Oronce Fine (professor na conceituada Universidade de Paris), cuja "demonstração" Pedro Nunes mostrou ser incorrecta, pouco depois dela ter surgido.

A (não existência de) solução para o problema da quadratura do círculo pelo método da régua e compasso surge finalmente em 1880, quando Lindemann provou que π é um número transcendente, ou seja, não é raiz de um polinómio com coeficientes racionais. Mesmo assim, o interesse pelo problema não terminou, tendo continuado a produção de construções aproximadas, onde se destacam as de Ramanujan, no princípio do séc. 20.

O segredo

O que parece ter passado despercebido durante os mais de 500 anos deste famoso desenho é que o círculo e o quadrado, de área desigual, são complementados por um novo quadrado e um novo círculo, respectivamente, em que as medidas das áreas passam a ser "iguais" (dentro dos limites de precisão que o desenho permite) em cada par círculo-quadrado.

Quanto ao novo círculo, é surpreendente perceber como o desenho já o induzia: os dedos médios dos braços horizontais definem este círculo, do mesmo modo que os dedos médios dos braços esticados para cima definiam o círculo maior. É de realçar que a área do quadrado original mede aproximadamente 153.5 cm^2 e a área do círculo associado mede 153.9 cm^2.

E quanto ao segundo quadrado, com a mesma área do círculo que Leonardo desenhou? Basta traçar os diâmetros deste círculo determinados pelos vértices inferiores do quadrado original, ou seja, unindo estes vértices ao umbigo e intersectando com o círculo maior, obtemos dois pontos pertencentes ao lado superior do segundo quadrado. Ficamos, assim, com dados suficientes para desenhar este quadrado; a sua área mede aproximadamente 176.9 cm^2, ao passo que o círculo correspondente tinha uma área de 176.7 cm^2. Notável!

Repare-se ainda que na base do pescoço da figura humana, Leonardo marcou dois pontos unidos por um segmento. A recta que contém este segmento também contém os pontos de intersecção do quadrado original com o círculo menor. Mais do que isso, os pontos que Leonardo assinalou são precisamente os centros das rotações que transfor-

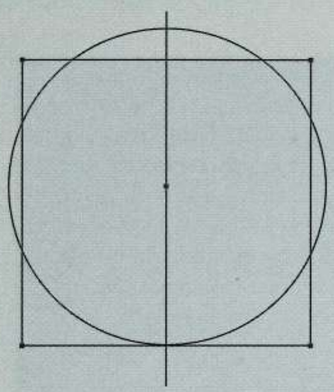


figura 2

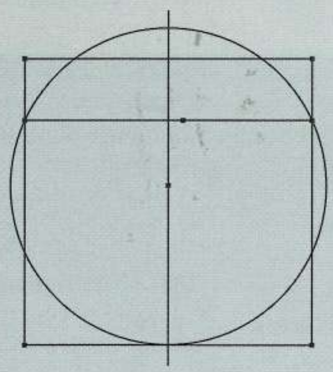


figura 3

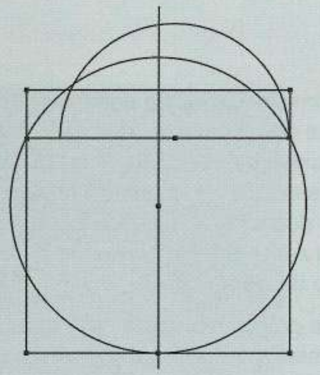


figura 4

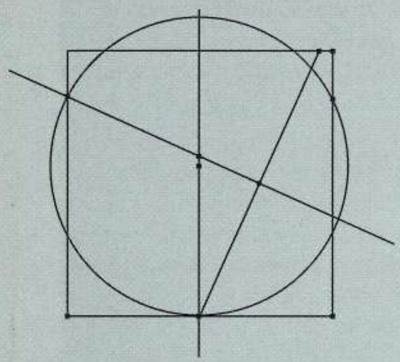


figura 5

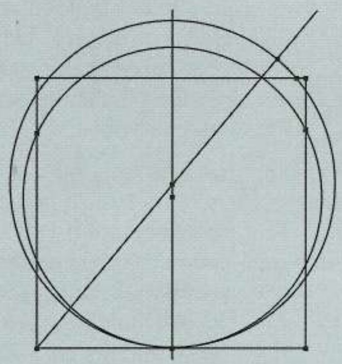


figura 6

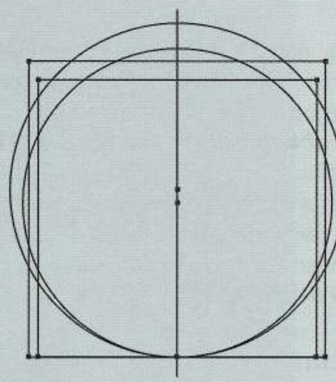


figura 7

mam os braços horizontais nos braços levantados (a razão entre o comprimento dos braços e o lado do quadrado é de 0.436). São observações importantes, pois há razões suficientes para crer que fazem parte do conceito do *Homem de Vitrúvio.*

O algoritmo geométrico

Para Irle e Schröer, subjacente ao desenho de Leonardo está um método convergente por meio de dois pares consecutivos: Leonardo desenha o quadrado do primeiro par e o círculo do segundo. O procedimento geral é o seguinte:

1. Traçar um quadrado e um círculo secante a três dos lados do quadrado e tangente ao lado restante, no ponto médio (primeiro par da sequência). (Figura 2)
2. Unir os pontos de intersecção superiores e multiplicar o comprimento do lado do quadrado por um factor adequado—por exemplo 0.436 (para obter o centro da rotação dos braços). (Figura 3)
3. Marcar o ponto de intersecção da "rotação dos braços" com o lado superior do quadrado. (Figura 4)
4. A mediatriz do segmento indicado na figura conduz ao centro do segundo círculo (o umbigo). (Figura 5)
5. Construir o segundo círculo e unir o centro com o vértice do quadrado; marcar o ponto de intersecção com o círculo maior. (Figura 6)
6. Traçar o segundo quadrado. (Figura 7)

Iterando o processo a partir de cada novo par, forma-se uma sequência em que a área de cada quadrado se vai aproximando da área do respectivo círculo.

Uma experiência na sala de aula

Hubert Weller é professor de matemática na escola secundária técnica de Wetzlar, na Alemanha. Tomou conhecimento pela primeira vez deste assunto quando um amigo lhe mostrou um artigo. A sua primeira reacção foi de cepticismo: "Todos sabemos que o problema não tem solução… O desenho tem 500 anos e ainda ninguém tinha descoberto isto?". No entanto, o interesse ficou e quando o livro foi publicado a informação era suficiente para trabalhar o problema com os seus alunos.

Nas aulas, fizeram-se em simultâneo construções geométricas com régua e compasso (porque "também é importante mexer com os dedos") e cálculos algébricos. Em termos de geometria analítica, bastou o conhecimento das equações da recta e da circunferência. No exemplo inicial tomou-se $a_1 = 10$ e $r_1 = 5.4$ (ver a figura 8). Para a resolução das equações recorreu-se ao programa *Derive.*

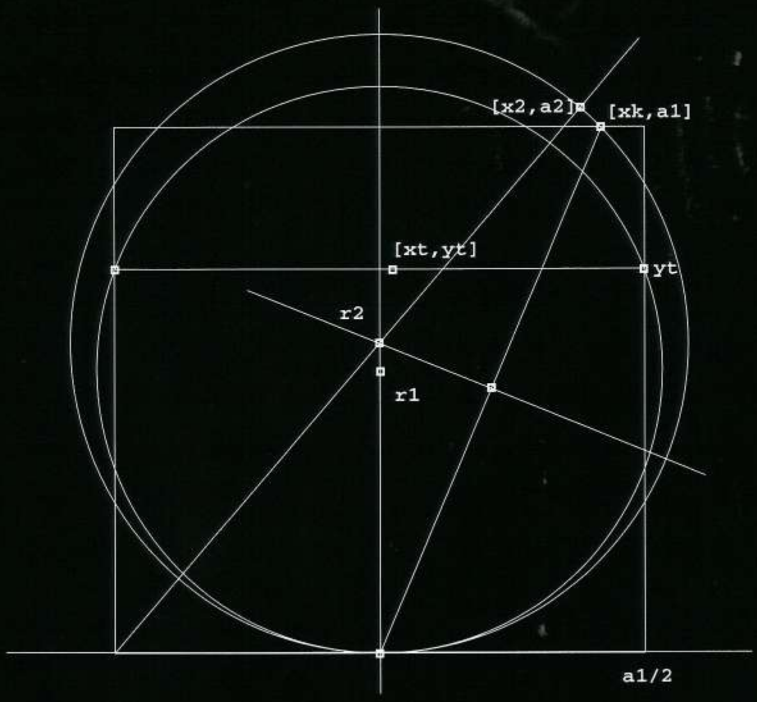


figura 8

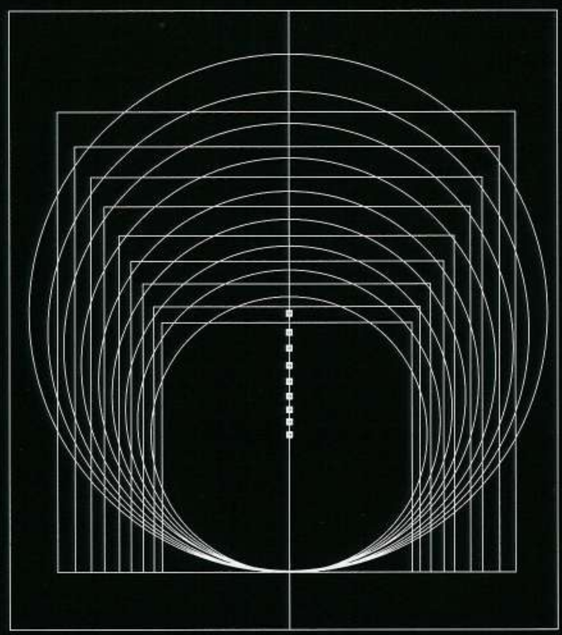


figura 9

Apresentam-se, de seguida, os cálculos principais.

Dado que o ponto de coordenadas $(a_1/2, y_t)$ pertence à circunferência de centro em $(0, r_1)$ e raio r_1, então $(a_1/2)^2 + (y - r_1)^2 = r_1^2$, donde $y_t = 7.43960$ (a maior das soluções). O raio de rotação dos braços é dado por $r_1 = a_1 \times 0.436$, donde $x_t = a_1/2 - r_t$.

O ponto (x_k, a_1) pertence à circunferência de centro em (x_t, y_y) e raio r_t:

$$(x - x_t)^2 + (a_1 - y_t)^2 = r_t^2.$$

A resolução desta equação permite concluir que $x_k = 4.16901$.

A equação da mediatriz definida pela origem e pelo ponto de coordenadas $(x_k, 0)$ é:

$$y - \frac{a_1}{2} = -\frac{x_k}{a_1}\left(x - \frac{x_k}{2}\right).$$

Intersectando a mediatriz com o eixo das ordenadas, vem

$$r_2 - \frac{a_1}{2} = -\frac{x_k}{a_1}\left(0 - \frac{x_k}{2}\right),$$

donde $r_2 = 5.86903$.

A circunferência maior é definida por

$$x^2 + (y - r_2)^2 = r_2^2.$$

A recta que contém o vértice inferior do quadrado $(-a_1/2, 0)$ e o "umbigo" $(0, r_2)$ tem equação $y = (2r_1/a_1)x + r_2$. Intersectando-a com o círculo maior, temos

$$x^2 + \left(\frac{2r_2}{a_1} + r_2 - r_2\right)^2 = r_2^2.$$

Das soluções retira-se o valor de $x_2 = 3.80606$. O ponto (x_2, a_2) pertence à recta; substituindo na equação respectiva, obtemos $a_2 = 10.3366$. Finalmente, as medidas das áreas são:

quadrado 1: $a_1^2 = 100$

círculo 1: $\pi r_1^2 = 91.6088$

quadrado 2: $a_2^2 = 106.845$

círculo 2: $\pi r_2^2 = 108.213$

Levantaram-se algumas questões: a sequência dos quocientes entre áreas (círculo-quadrado) converge? Qual o limite desta sequência? Qual o efeito de outras dimensões para o par inicial? A sequência mantém-se convergente para outros factores (além de 0.436)? Qual o efeito do factor no limite da sequência?

Para investigar, os alunos começaram por usar o Cabri-Géomètre: recorrendo a macros, iterou-se sucessivamente o algoritmo geométrico (para simplificar, o factor de multiplicação foi 0.5). (Figura 9)

A razão entre as áreas do círculo e do quadrado iniciais eram de 96.32%. Após oito iterações, essa razão passou a 99.91%.

De seguida, recorreu-se à função iterativa do *Derive* entrando com o lado do quadrado inicial, a_1, raio do círculo inicial, r_1, lado do quadrado final, a_2, raio do círculo final, r_2, área do círculo final, área do quadrado final, razão entre as áreas.

Alguns resultados para o factor 0.436 e para $a_1 = 10$ e $r_1 = 5.4$ podem consultar-se na tabela 1.

A investigação prosseguiu, agora com diferentes valores para r_1 ($a_1 = 10$). Os resultados para a razão entre as áreas figuram na tabela 2.

E se tomarmos diferentes factores de multiplicação? Os resultados para a razão entre as áreas constam na tabela 3.

O professor Weller exprimiu a sua grande atracção pelo problema, o qual permitiu trabalhar em diferentes níveis: aspectos históricos, construções com régua e compasso, métodos analíticos, utilização da tecnologia (geometria dinâmica e cálculo algébrico simbólico). E afirma: "O encanto não reside na resposta ao problema da quadratura do círculo, mas na convergência dessa sequência gerada pelo procedimento de Leonardo. É esse o verdadeiro segredo deste desenho!"

Deixamos aqui algumas das reacções dos seus alunos: "O mais importante foi a matemática não ser só a manipulação aborrecida de termos, mas poder ser um puzzle excitante"; "O mais interessante foi ser capaz de usar os computadores para as soluções"; "Gostei de descobrir um pouco de história da matemática"; "a actualidade!".

Uma demonstração em aberto

Tem-se procurado demonstrar matematicamente a convergência do método de quadratura de Leonardo mas sem sucesso, até à data. Embora unanimemente aceite, só tem sido possível mostrar essa convergência através da simulação por computador (e no estirador).

O valor para o qual o algoritmo converge depende da medida do "raio do braço", como se pode verificar na investigação feita pelos alunos do professor Weller: para o factor $f = 0.436$ o valor encontrado foi $L = 1.00037$, para $f = 0.\ 450$ tem-se $L = 1.00007$, etc.

No entanto, o sucesso do procedimento não depende significativamente da medida desse raio. Todos os centros dentro da região "do peito" da figura dão origem a valores excelentes.

Leonardo: cultura, ciência e pintura

Um dos aspectos mais interessantes da Renascença é o de que os seus génios não nasceram entre as classes privilegiadas, educadas e abastadas, antes despontaram em locais improváveis e com começos pouco auspiciosos. No clima intelectual que a Renascença gerou, uma medida da liberdade de pensamento é a não existência de um caminho para o sucesso, nem sequer de um ponto de partida. O caso de Leonardo é paradigmático, cujo nascimento ilegítimo de uma camponesa, numa casa de pedra da obscura povoação de Vinci, nas colinas da Toscânia, dificilmente poderia pressagiar que ele se viria a tornar um grande (o maior...) génio da história da humanidade, mesmo sabendo quão perigoso é lidar com superlativos.

Leonardo da Vinci converteu-se, ainda na sua época (ponto de vista que se manteve até aos nossos dias), no mais conhecido expoente do *uomo universale* do Renascimento, capaz de cultivar todos os ramos do saber: pintor, escultor, arquitecto, engenheiro civil e militar; inventor de máquinas de todos os tipos; investigador da natureza, física e humana; estudioso experimental do movimento do ar e da água, dos fenómenos atmosféricos e sua influência topográfica, da anatomia humana e animal, da fisionomia, da visão e da fenomenologia da realidade mais plural e global ao tornar-se evidente à visão. Tem encarnado, para o imaginário ocidental, a ideia mítica do génio extravagante e misterioso, do investigador que tinha inaugurado—ainda antes de Galileu—a concepção moderna da ciência experimental e mantido ao mesmo tempo a aura misteriosa própria do passado, embora fosse apenas pela sua forma de escrever (por ser canhoto e não por ocultar os seus apontamentos à curiosidade dos invejosos ou à Inquisição eclesiástica) os quase seis mil fólios de anotações nos seus cadernos manuscritos.

Leonardo declarou-se a si próprio, entre a ironia e o conhecimento das suas próprias limitações e interesses, um *uomo senza lettere* (homem sem estudos). Constitui mais uma das suas afirmações paradoxais, pois não se pode dizer que ele carecesse de cultura. Em criança, teve de frequentar a escola "do ábaco" e aprender latim, pelo menos para poder ler os textos de Arquimedes e Vitrúvio ou "ilustrar" o seu emprego do idioma toscano, no qual nada se nos apresenta propriamente vulgar ou popular, mas fundado sobre as formas da literatura vernácula, de Dante e Petrarca aos mais altos autores contemporâneos. Os seus escritos ressumam tanto esta cultura vernácula "moderna" como a clássica de autores como Plínio, Laércio ou Ovídio. Apesar de não ser um erudito ao estilo dos humanistas, Leonardo não se limitou à postura de *uomo senza lettere*, antes representou outro tipo de cultura (de pendor humanista), que não fazia ostentação do livresco, mas utilizava aquilo que lhe servia funcionalmente os fins particulares.[3]

TABELA 1

Círculo (cm²)	Quadrado (cm²)	Razão (%)
91.6088	100	0.916088
108.214	106.845	1.01280
124.762	124.870	0.999136
144.681	144.608	1.00050
167.686	167.626	1.00035
194.361	194.288	1.00037
225.277	225.194	1.00037

TABELA 2

$r_1 = 5.2$	$r_1 = 5.6$	$r_1 = 6.0$	$r_1 = 8.0$
0.849486	0.985203	1.14097	2.01061
1.03204	1.00204	0.992032	1.06642
0.997444	1.00019	1.00127	0.995
1.00068	1.00039	1.00027	1.00094
1.00034	1.00037	1.00038	1.00031
1.00037		1.00037	1.00037

Por outro lado, a actividade artística tinha sofrido, desde o Renascimento italiano, uma transformação não só formal e prática, mas também teórica e conceptual. O arquitecto e escultor-ourives Filippo Brunelleschi impulsionara, com os seus estudos de física e mecânica e a descoberta da perspectiva moderna, um novo curso em que a prática só se podia basear na experiência prévia e graças à qual dá às artes figurativas um carácter científico, eminentemente matemático, ao formulá-las como actividades da representação exacta da realidade no aspecto da sua comensurabilidade. O arquitecto e teórico Leon Battista Alberti ou o escultor Lorenzo Ghiberti tinham voltado os olhos para as artes liberais do *Trivium* e do *Quadrivium* clássicos, procurando na cultura mais ampla possível a fundamentação da actividade artística, que dependeria do *disegno* como instrumento básico da sua tarefa. O artista devia abraçar todas as disciplinas - sobre os modelos propostos pelo orador de Cícero ou pelo arquitecto de Vitrúvio—, fossem no sentido rigorosamente científico ou literário, mas juntando-lhes todas em que esses modelos e a nova cultura humanística haviam insistido para aperfeiçoar a educação de qualquer cidadão, como a geografia, a história, a poesia, a teologia, etc.

O florentino de Vinci adoptou uma postura de oposição consciente a todo o elemento que procedesse de uma concepção tradicional da cultura (e a humanística também já o podia ser na segunda metade de *Quattrocento*) e que não tivesse uma incidência clara sobre as funções que ele tinha atribuído à actividade artística como representação total da natureza. Ao negar à "cultura da palavra" o seu presumível carácter científico, desconfiava abertamente do saber livresco, que considerava rarefeito e produto de charlatanice, território dominado pelo dogmatismo e por critérios de autoridade inaceitáveis. Por conseguinte, não só se tratava de uma atitude defensiva, como salientaria numa passagem do seu *Codex Atlanticus*, que desdenhava os doutos que supunham que ele não poderia exprimir as suas ideias teoricamente por carecer de uma formação estritamente humanística, mas também de uma argumentação que partia de princípios diferentes, embora não absolutamente originais.

Se a missão da arte da pintura consistia na imitação da realidade, devia ter-se a própria natureza como fonte de principal inspiração. Era o saber baseado na experiência o único legítimo, pelo que se devia rejeitar qualquer respeito para com a autoridade prévia dos "cultos" que houvessem acudido com toda a espécie de instrumentos lógicos ou intelectuais sobre o saber alheio, mas que por si próprios não tivessem observado e experimentado os fenómenos naturais. E esta categoria podia incluir até os próprios artistas do passado e do presente, desdenhando aqueles que não se cingissem ao seu modelo. Salvando exclusivamente Giotto di Bondone e Masacio, ficam maltratados contemporâneos seus, como os mais velhos Antonio del Pollaiuolo e Andrea del Verrochio (seu mestre, ao qual, porventura injustamente, não dedicou uma única palavra nos seus escritos), Boticelli ou o mais jovem Miguel Ângelo, com quem teve de rivalizar desde começos do século.

Para Leonardo, experiência, observação e invenção constituíam a tríade básica do verdadeiro saber, do carácter científico— *"La sapienza è figliola della sperienza"* (A sabedoria é filha da experiência)—pois "todo o nosso conhecimento tem o seu fundamento nas sensações", uma afirmação claramente antineoplatónica e anti-idealista. Não obstante, algumas destas ideias encontravam o ponto de partida nas doutrinas platónicas defendidas no ambiente da corte de Lourenço, o *Magnífico*: a sua própria concepção da superioridade do sentido visual; a sua metáfora do corpo humano como prisão e os olhos como janelas da alma; a sua visão analógica do macrocosmo e microcosmo; a sua identificação dos quatro primeiros dos cinco corpos regulares do *Timeu* (que desenharia em Milão para *De divina proportione*, de Luca Pacioli) com os quatro elementos da natureza; na sua figura do bem proporcionado *Homem de Vitrúvio*.

Por conseguinte, nem a abordagem neoplatónica era suficiente nem era desprezável a herança aristotélica. "Que não me leia quem não for matemático", escreveu Leonardo no início do seu *Tratado da Pintura*, parafraseando o letreiro da Academia de Platão. A natureza devia ser controlada em todos os aspectos, reduzindo-a a leis através do emprego dos instrumentos das três actividades básicas: a matemática ("a única ciência que contém em si própria a sua demonstração")[4], a mecânica ("paraíso das ciências matemáticas, pois é através dela que alcançamos os frutos da matemática") e a pintura, como "filosofia", como ciência da natureza. Se a sua concepção das matemáticas e da mecânica era, em última análise, devedora dos grandes princípios matemáticos e da teoria da força da Escola de Paris do séc. 14 ou das contribuições de Nicolau de Cusa, era absolutamente nova a importância que concedia à pintura como actividade científica. De acordo com a definição de Leonardo, a arte, em particular a pintura, era "a rainha de todas as ciências", que fornecia não só os meios de obter conhecimento mas também de "o comunicar a todas as gerações do mundo". Daí a inseparabilidade da sua obra artística e científica.

TABELA 3

factor=0.35	factor=0.45	factor=0.46	factor=0.50
0.849486	0.849486	0.849486	0.849486
1.05305	1.03021	1.02902	1.02500
0.997254	0.997364	0.997301	0.997029
1.00351	1.00334	1.00012	0.999334
1.00265	1.00004	0.999845	0.999126
1.00277	1.00007	0.999873	0.999144
1.00275		0.999871	0.999142
		0.999870	

Conclusão

O grande génio de Leonardo produziu *O Homem de Vitrúvio*, uma observação transdisciplinar única da condição humana, demonstrando inequivocamente que Leonardo entendia a humanidade como a representação de um princípio de criação cujas regras são, em última instância, ditadas pela matemática.

Leonardo nasceu a 15 de Abril de 1452. Celebremos os 550 anos do seu nascimento!

Agradecimentos:

Ao professor Hubert Weller, colega do grupo T³ alemão, por ter partilhado comigo a sua experiência na sala de aula.

Ao Doutor Carlos Sá, pela ajuda na língua alemã e pelos comentários a este texto, em particular nos aspectos da história da matemática.

À Dra. Manuela Pascoal, pelos excelentes momentos em torno da filosofia.

Notas

1 Traduzido e adaptado do capítulo 1, a partir da versão inglesa em http://www.ukans.edu/history/index/europe/ancient_rome/E/Roman/Texts/Vitruvius/home.html

2 As unidades do sistema de medida romano eram: o dígito (espessura do dedo); a palma (largura da palma da mão = 4 dígitos); o pé (4 palmas); o cúbito ou côvado (do cotovelo à ponta dos dedos = 1,5 pés). A base era o corpo humano, ao passo que ao adoptarmos a unidade do sistema métrico, originalmente sendo a 10.000.000ª parte de um meridiano da terra, do pólo ao equador, unicamente mudamos do pé humano para a terra que pisa, da biologia para a geografia: medir permanece uma metáfora!

3 Uma consequência desta postura é a impossibilidade de avaliar por completo Leonardo, principalmente como cientista: para além de faltarem muitos dos seus escritos, ele usou livremente, tal como tantos outros homens da época, as ideias dos seus contemporâneos, intactas ou alteradas. Por outro lado, sobreviveu pouco material escrito que indique essas ideias e as respectivas fontes.

4 Devemos ter presente que a matemática para Leonardo é bastante diferente daquilo que entendemos hoje: consistia grandemente de geometria e proporção.

Bibliografia

Ich aber quadriere den Kreis ..., Klaus Schröer, Klaus Irle, Waxmann, Münster, 1998

Leonardo, Trewin Copplestone, Grange Books, 2000

Leonardo da Vinci, Fernando Marías, Editorial Estampa / Círculo de Leitores, 2000 (base principal do item "Leonardo: cultura, ciência e pintura")

The World of Leonardo, Robert Wallace e editores da Time-Life Books, Time-Life Library of Art, 1975

Referências na Internet (Dezembro de 2001)

http://www.leonardo2002.de/ (divulgação da obra de Schröer e Irle)

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Squaring_the_circle.html

Sítios relacionados com Leonardo da Vinci:

http://www.mos.org/sln/Leonardo/ (propõe actividades para explorar Leonardo na sala de aula - níveis 4 a 8)

http://www.museoscienza.org/ (contém muitas sugestões para encontrar Leonardo na web)

http://www.leonet.it/comuni/vinci/ (o museu de Leonardo, em Vinci)

Luís Reis
Grupo de Trabalho T³ da APM

Materiais para a aula de Matemática

A Proposição III do De Crepusculis

A actividade apresentada foi elaborada a partir da Proposição III da obra de Pedro Nunes, *De Crepusculis liber unus, nunc recens & natus et editus*, impressa em Lisboa em 1542. Para além da informação incluída na própria actividade, refira-se que o instrumento descrito nesta Proposição, ao qual posteriormente se chamaria *nónio*, deu origem a grandes polémicas históricas. Muitos autores consideraram Pedro Nunes pioneiro na invenção de tal método matemático, outros pensaram ser verdadeiramente original o instrumento semelhante descrito pelo francês Pierre Vernier (1584 – 1638).

O *nónio*, tal como é descrito nesta Proposição, é um conjunto de 44 escalas auxiliares, nas quais o número de divisões é inferior ao da escala principal marcada no anel exterior. Este está dividido em 90 partes iguais, o seguinte em 89 partes, o outro em 88, e assim sucessivamente até ao anel interior, o mais pequeno, que está dividido em 46 partes iguais. É de salientar que, se se considerarem todos os divisores de todos os naturais de 46 a 90 inclusive, se obtêm todos os naturais de 1 a 90. Pedro Nunes assinala este facto a dado passo da Proposição: *Com efeito, ninguém pode negar que, indo das partes mais pequenas para as maiores até à quadragésima sexta, ele tem as seguintes partes alíquotas: nonagésima, octogésima nona, octogésima oitava, etc.; e que tem outras, expressas pelos números que vão de 1 a 46, também facilmente se poderá ver do facto de que quem divide um número por outro o divide também pela metade, pelo quarto, e pelos restantes submúltiplos que o divisor tem, assim como aquele que divide em 90, divide em 45, o que divide em 88 divide em 44, e assim por diante. Cada um dos números que vão de 23 a 45 é metade dos que na série dos números se dispõem de 46 a 90, sempre com um de permeio, e estes também são múltiplos de outros menores, e assim nos restantes uns estão para os outros do mesmo modo até à unidade. Por consequência, o número de 90 graus, que imaginamos existir em cada quadrante, tem pelas referidas divisões todas as partes alíquotas, desde a metade à nonagésima.*

Tendo sido pensada para o Ensino Secundário, a actividade nunca foi experimentada, pelo que se solicita a todos os colegas que a utilizem nas suas aulas, que façam chegar relatos, críticas ou comentários ao GTHEM (por carta para a sede da APM ou por correio electrónico para o gthem@apm.pt).

GTHEM (Grupo de Trabalho sobre História e Ensino da Matemática)

Escola..

Ano/Turma........................... Data..................... Aluno(a)..........................

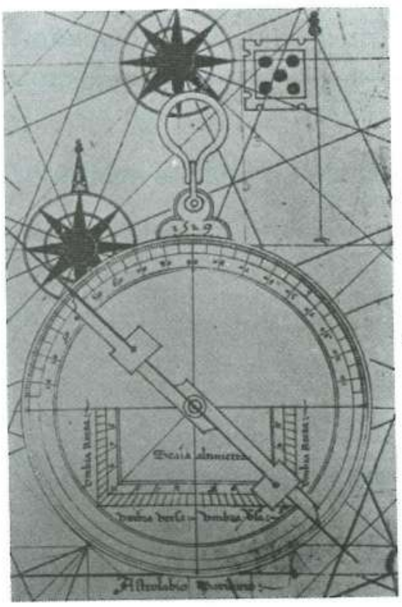
Pedro Nunes
1502 - 1578
500 anos do nascimento

"Construir um instrumento que seja muito apropriado às observações dos astros e com o qual se possam determinar rigorosamente as respectivas alturas."

Num dos mais famosos livros de Pedro Nunes, o De Crepusculis, cujo principal assunto era a Astronomia Esférica, constava uma proposição, a Proposição III, que se referia apenas a uma técnica de observação astronómica. Nessa proposição Pedro Nunes, para além de explicar como, a partir de um astrolábio, se podia construir um instrumento que permitia um maior rigor na determinação das alturas dos astros, apresentava também algumas justificações matemáticas e um exemplo concreto.

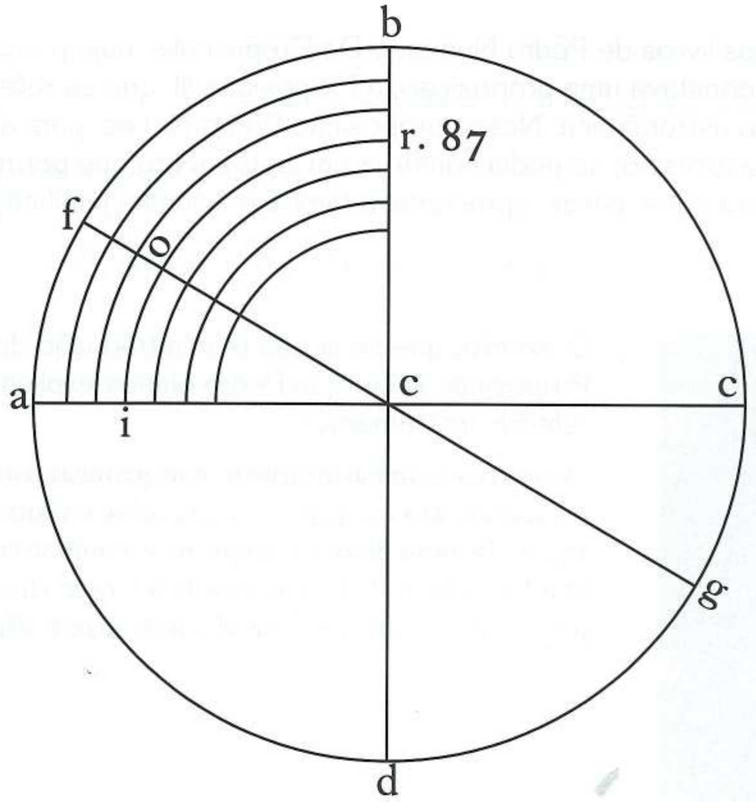
O excerto que se segue é uma tradução da primeira parte da Proposição III em que Pedro Nunes explica a construção do referido instrumento:

"Construa-se um astrolábio o mais perfeitamente possível, com sua medeclina, isto é, a régua que gira sobre o centro, e nela, que cumpre seja muitíssimo direita, coloquem-se, como se costuma fazer, umas pínulas, cujos orifícios não excedam o necessário para se poderem ver por eles distintamente as estrelas fixas mais brilhantes.



Astrolábio desenhado pelo cartógrafo Diogo Ribeiro entre 1520 e 1530.

Seja, por exemplo, ***ab***, ***cd*** a superfície plana e circular de um astrolábio assim construído, dividida em quadrantes pelos diâmetros ***ac***, ***bd***, e cujo centro seja o ponto ***e***. Com centro neste ponto, dentro desta circunferência, descrevam-se com quaisquer intervalos (não importa se iguais ou desiguais) 44 quadrantes de círculos uns dentro dos outros. Divida-se em 90 partes iguais o quadrante exterior ***ab***, e o interior que se lhe segue em 89 partes, também iguais; o imediato a este em 88, o que se lhe sucede em 87, e assim sucessivamente até se atingir o último e mais pequeno dos quadrantes interiores, o qual se dividirá em 46 partes iguais. Em cada um dos quadrantes, marquem-se as partes de 10 em 10 com traços muito finos, que saiam um pouco para fora da circunferência, porque se o astrolábio não for de grande tamanho e se as partes de 5 em 5 ou de 10 em 10 se distinguirem [apenas] pelos números, dada a exiguidade dos intervalos, haverá grande confusão. O número das partes de cada quadrante inscrever-se-á num dos extremos, junto do semi-diâmetro. Se a numeração for de ***a*** para ***b*** escreva-se, com os algarismos usuais, o número 90 sobre o ponto ***b*** e, seguindo de cima para baixo o diâmetro ***eb***, ponham-se os restantes números nos seus devidos lugares."



Analise o texto e com base nas indicações dadas elabore um esquema que ilustre aquela construção.

"Até aqui sobre a construção do instrumento; o seu uso será muito fácil." Com esta frase, o matemático português terminava a explicação matemática que justifica a construção e passava a explicar a utilização:

"Imagine-se que numa noite desejamos calcular com exactidão a altura de uma estrela acima do horizonte:

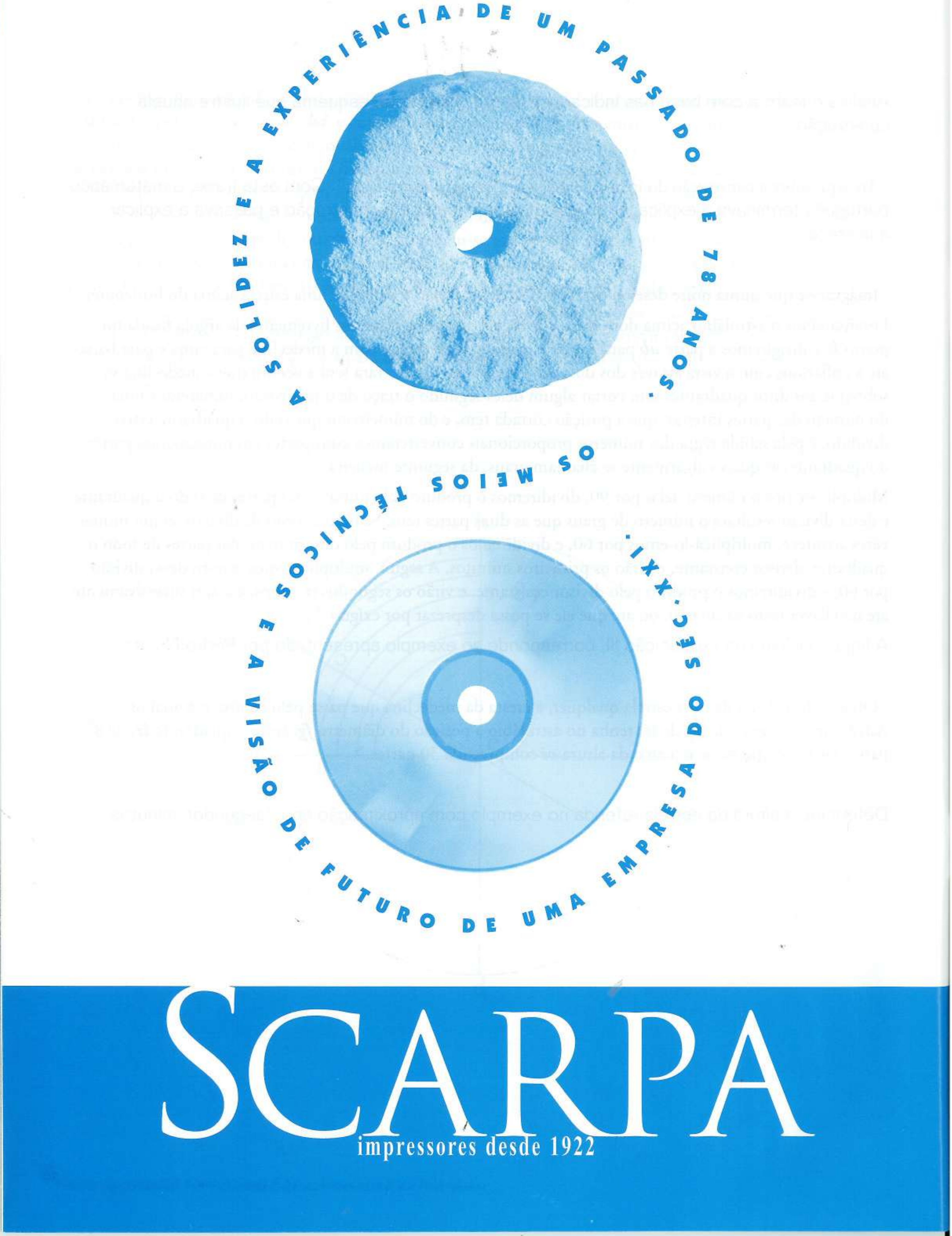
Levantaremos o astrolábio acima dos olhos, por forma que fique suspenso livremente da argola fixada no ponto ***b***, e dirigiremos a parte ***ab*** para a estrela, andando levemente com a medeclina para cima e para baixo até a enfiarmos com a vista através dos dois orifícios. Porém, como rara será a vez em que a medeclina se sobrepõe aos ditos quadrantes sem cortar algum deles segundo o traço de uma divisão, tomaremos nota do número das partes inteiras, que a posição cortada tem, e do número em que todo o quadrante estiver dividido, e pela sabida regra dos números proporcionais converteremos estas partes em nonagésimas partes do quadrante, as quais vulgarmente se chamam graus, da seguinte maneira:

Multiplicaremos o número delas por 90, dividiremos o produto pelo número das partes de todo o quadrante, e desta divisão resultará o número de graus que as ditas partes têm. Se houver resto da divisão, como muitas vezes acontece, multiplicá-lo-emos por 60, e dividiremos o produto pelo dito número das partes de todo o quadrante, divisor constante, e virão os primeiros minutos. A seguir, multiplicaremos o resto dessa divisão por 60, e dividiremos o produto pelo divisor constante, e virão os segundos minutos, e assim sucessivamente até não haver resto da divisão, ou até que ele se possa desprezar por exíguo."

A figura, incluída na Proposição III, corresponde ao exemplo apresentado por Pedro Nunes:

"Observada a altura de uma estrela qualquer, a aresta da medeclina que passa pelo centro, e à qual os Astrónomos chamam linha de fé, tenha no astrolábio a posição do diâmetro ***fg***; corte o quadrante ***ir***, de 87 partes iguais, no ponto ***o***, e o arco da altura ***oi*** compreenda 30 partes."

Determine a altura da estrela referida no exemplo com aproximação aos "segundos minutos".


A SOLIDEZ E A EXPERIÊNCIA DE UM PASSADO DE 78 ANOS
OS MEIOS TÉCNICOS E A VISÃO DE FUTURO DE UMA EMPRESA DO SEC. XXI.
SCARPA
impressores desde 1922

E se buzinar quiser dizer outra coisa....

Conversando com amigos fiquei a saber que em algumas cidades é impossível ter pressa ao fim de semana. Principalmente, pretender ir de automóvel a qualquer lado, rapidamente, a meio da tarde, revela-se uma tarefa impossível. Aproveitam-se as tardes de domingo, se estiver chuviscando com maior incidência, para passear calmamente de automóvel, parar na esquina ou no meio de uma rua, abrir o vidro e conversar com o conhecido que transita em sentido contrário. Se um estranho resolve chamar a atenção da forma mais usual – buzinando – os passeantes dirigem-se ao estranho tentando perceber quem está chamando e que novidades trará. Buzinar a alguém que transita a velocidade extremamente reduzida numa estrada em que não é possível ultrapassar terá como consequência que o condutor quase pare para ver quem vem lá e o que quererá combinar.

Num dia de descanso, à tarde, sem pressas, buzinar não pode significar o mesmo que noutras circunstâncias. Nesta comunidade, num tempo específico, os sinais adquirem o significado que vem sendo construído pelos seus elementos e aos estranhos, aos de fora, apenas resta apreender essas novas formas de partilhar sentidos. Nem sempre, para todos, os mesmos sinais têm idêntico significado mesmo se os percepcionarmos de forma semelhante. Que poderá então acontecer quando não nos é possível ter sobre os mesmos sinais uma visão semelhante?

Também na escola os significados e a visão do que se lá faz está sujeita a diferentes perspectivas e adquire significados que diferem com os tempos em que são vividos.

A Reorganização Curricular constituiu para alguns uma forma de tornar real as aspirações que há muito acalentavam. Para outros revelou-se um problema com que é difícil lidar. Em consequência... muito do que se pretendia adquiriu no concreto significados completamente perversos. A grande alteração que era alargar os tempos de aula, tomou forma em grande parte das escolas de 2° e 3° ciclo em espartilhos mais apertados que os anteriores. Se antes a campainha tocava de 50 em 50 minutos, agora passou a tocar de 45 em 45 minutos. Para os alunos não parece que o tempo de escola se tenha alterado para um tempo de vida mais significativo e menos agitado, mas ao invés, um tempo menos partilhado e mais conflituoso.

Os significados em relação ao saber e ao conhecimento continuaram sujeitos ao mesmo confronto de interesses e poderes que cada um dos actores transporta para dentro da escola, local onde, como em todo o social, se disputam e negociam papéis e estatutos.

O tempo de estar contra parece que já passou. A Reorganização Curricular é algo de muito concreto nas escolas e tem adquirido significados e formas diversas, como aliás era de esperar e se desejaria. O que parece premente é partilhar esses significados, encontrar tempos e espaços em que se questiona, discute, comunica, dá a conhecer, as diferentes visões e a forma como se tem entendido resolver os quotidianos. Como sempre, sem novidade aliás, na partilha de significados poderemos encontrar as formas de ultrapassar os medos e encontrar as formas de tornar a escola um espaço de vida que não seja angustiante.

A importância desta partilha não se esgota no facto de comunidades diferentes passarem a construir diferentes significados para tempos e espaço diversos. Mesmo correndo o risco de que "buzinar" tenha por consequência comportamentos diferentes dos previstos, os testemunhos dos diferentes caminhos encontrados parecem deixar em aberto a possibilidade de encontrar um maior número de escolhas. Perceber formas de ultrapassar certos constrangimentos que esgotam a nossa capacidade de enfrentar, com gosto, os desafios dos quotidianos escolares, é algo que, como sempre, apenas poderemos descobrir em conjunto e que não constitui nem novidade nem mudança.

Helena Amaral
EB 1 n.º 124, Lisboa

Reflexão em voz alta

Depois de sair de um espectáculo surgiu-me a questão: O professor será um actor? Resolvi passar para o papel algumas ideias e enviá-las para a revista de modo a que mais docentes reflictam sobre a questão. Aqui vai a minha reflexão.

Para além de um simples local de aprendizagem e ensino, a sala de aula é, sem dúvida, um contexto ideal para a organização do desenvolvimento das atitudes e comportamentos dos alunos. O ensino não é uma mera transmissão de conhecimentos em que o professor tem só a função de transmissor pois, se isso acontecesse, cairíamos na questão do professor como actor (...). Mas não é nada disto que se pretende. Procedendo deste modo, só conseguiria um afastamento do aluno para com o professor. Ensinar é, acima de tudo, um processo de relações interpessoais (...). Como poderão os professores agir com intencionalidade e ter algum impacto junto dos seus alunos se não estão a ser eles próprios mas sim a exercer as funções de actores?

Por mais talento que o professor tenha ao desempenhar o seu papel, os alunos vão sentir que este é um actor e não um professor que está ali para ajudar e ser ajudado. Que não se chegue também ao extremo de acreditar que um bom professor é dotado de uma característica inata. Será que se pode falar em "dom" ou "vocação" para leccionar? Claro que não. O que se passa é que estes ditos "bons professores" foram ao longo da sua vida adquirindo, as mais variadas formas, pequenas competências, sobretudo ao nível da relação interpessoal que lhes permitem exercer a docência com menores dificuldades. Ser "bom professor", ou mais simplesmente, um professor basta que seja ele próprio e que não esteja, como referi a incorporar outra personagem. Isto é, que fale directamente para os seus alunos e que não esteja a declamar para a vasta plateia de alunos. Daqui poder-lhe-ia vir a sensação de estar a falar para ninguém, de ser ignorado, visto que ele – actor e não professor – está a falar para espectadores e não para alunos, o que levará a uma sensação de desconforto, ansiedade ou irritação por parte dos alunos e mesmo do dito actor. Na interacção humana, estar verdadeiramente com a outra pessoa ou estar presente implica demonstrar interesse e atenção por aquilo que o outro nos tem para dizer. Implica ainda a relação pergunta/resposta, o que não pode acontecer no decurso de uma actuação. Na minha opinião, os professores devem encorajar os seus alunos a falarem livre e abertamente. Isto é, a participarem na aula. (...)

O contacto visual é um exemplo de um comportamento não verbal que pode facilitar de forma significativa a relação interpessoal aluno/professor e não de um aluno/actor visto alguns desses comportamentos poderem funcionar como encorajamento, repreensão, convite a falar, zanga, alegria, etc. Enfim, por vezes, as nossas mensagens não-verbais são mais importantes que as verbais. Além de serem geralmente mais espontâneos, os nossos comportamentos não-verbais não são tão seleccionados nem controlados antes de serem manifestados como o são as nossas palavras. Aquilo que mostramos através do não-verbal determina, em grande parte, o impacto daquilo que dizemos por palavras..

Luísa Selas
Esc. Sec. Henrique Medina

"Não quero ofender ninguém, mas..."

O meu nome é Miriam Portela! Tenho 18 anos e estudei até ao 12º ano em Portugal, numa escola pública. Em Setembro comecei a frequentar uma licenciatura em Biotecnologia na Universidade de Hertfordshire, em Inglaterra.

Não consegui entrar em universidades públicas portuguesas, devido às minhas classificações nos exames nacionais.

As minhas notas do 12º ano foram: Português B–16, Matemática–14, Biologia–16, Química–13, Psicologia–16 e Técnicas Laboratoriais de Química–17

As minhas notas dos exames nacionais foram: Português B–100, Matemática–085, Biologia–117, Química–125 e Psicologia–159.

Estas notas induziram que a minha classificação final no secundário fosse de 14 valores e 15 para o acesso ao ensino superior.

Claro que com 8,5 no exame de Matemática não iria ser admitida em nenhuma universidade pública portuguesa, por isso decidi candidatar-me a seis cursos das melhores universidades inglesas, mais propriamente aos seis melhores cursos ingleses no ramo de Biotecnologia.

Mesmo com as minhas "miseráveis" notas, entrei em todos!

Surpreendido? Não devia estar, pois estas universidades já conheciam o nosso sistema de exames nacionais, pela quantidade de alunos que "foge" às universidades portuguesas. Não tiveram qualquer problema em aceitar uma estudante portuguesa com média de 14 do secundário. Só para completar, os ingleses que queiram entrar neste mesmo curso nestas universidades precisam de ter uma média de A, isto é, acima de 18/20.

As minhas notas do primeiro semestre foram:

Química–A1, equivalente a 20, Evolução e desenvolvimento celular–B1, equivalente a 17/18 e Matemática–A1, equivalente a 20.

Devo dizer que fui a melhor a Matemática e Química do meu Departamento de Biociências.

Mais uma vez não devia estar surpreendido, pois não sou caso único. Todos os estudantes portugueses que conheço e que foram estudar para outros países, são dos melhores alunos a Matemática e Química. Será que o problema é dos estudantes portugueses no ensino secundário? Ou será do sistema educacional? Talvez seja outros motivos, não?

Não tenciono ofender ninguém, mas sim apresentar factos de uma política incompreensível a nível de entrada de universidade!

Miriam Portela, Caxias

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão de todas as contribuições no espaço disponível na revista.

Investigar na sala de aula e na prática profissional

João Pedro da Ponte

A ideia que investigar é uma poderosa forma de construção do conhecimento tem vindo a afirmar-se na educação matemática portuguesa, inspirando, directa ou indirectamente, o trabalho na sala de aula e na formação de professores. É uma perspectiva com fortes tradições entre nós, marcando a sua presença em documentos da APM e em muitos projectos de investigação e desenvolvimento curricular., desde o tempo do projecto MINERVA.

Trata-se de uma ideia poderosa mas com muitos aspectos problemáticos. Como promover as atitudes e as competências necessárias para o trabalho de investigação? Não há o risco deste trabalho degenerar na aplicação de um conjunto de procedimentos rotineiros? Como evitá-lo? Como articular as investigações com outras actividades num currículo de Matemática ou num programa de formação?

É preciso aprofundar melhor o nosso conhecimento sobre o trabalho de investigação, perceber melhor o seu alcance, os seus limites e, sobretudo, as condições que favorecem a sua concretização. Com esse objectivo realiza-se de 5 a 7 de Maio de 2002, em Coimbra, o XI Encontro de Investigação em Educação Matemática, promovido pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

A INVESTIGAÇÃO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O Encontro pretende promover um debate aprofundado sobre as potencialidades do trabalho de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores, nos diversos níveis de ensino, tendo por base a experiência já existente no nosso país. Procura-se, igualmente, perspectivar o papel deste tipo de trabalho à luz das actuais orientações curriculares e analisar as suas implicações em termos de desenvolvimento de materiais, formação de docentes e de formadores. Pretende-se, ainda, levantar questões para investigação futura.

Uma atenção especial é dada atenção à investigação na aprendizagem da Matemática, analisando o modo como os alunos se envolvem na realização de tarefas de investigação, as dificuldades que sentem, as aprendizagens que realizam e o efeito deste trabalho nas suas concepções sobre a Matemática. Uma grande atenção é também dada ao papel da investigação na formação inicial de professores, no que se refere às competências necessárias para preparar e realizar aulas de investigação e para investigar o que acontece neste tipo de situações de ensino-aprendizagem.

Considera-se trabalho de investigação a dois níveis: (i) a investigação de questões matemáticas, por alunos, matemáticos, professores, futuros professores, educadores matemáticos, e (ii) a investigação sobre situações de ensino-aprendizagem e de formação, concebidas numa lógica investigativa, por professores, futuros professores e educadores matemáticos.

Uma parte substancial do encontro tem lugar em grupos de trabalho. As comunicações são apresentadas nestes grupos, cada um dos quais terá um documento orientador. Estão previstos quatro grupos:

1) Investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores.
2) Investigações matemáticas na aprendizagem no Jardim de Infância e 1° ciclo do ensino básico.
3) Investigações matemáticas na aprendizagem do 2° ciclo do ensino básico ao ensino superior.
4) O desenvolvimento do raciocínio matemático avançado.

Estes grupos debruçam-se sobre a experiência já existente e procuram, também, lançar as bases de trabalho futuro nos níveis onde este se encontra menos desenvolvido, como é o caso do 1° ciclo e do ensino superior.

Para além dos grupos, há ainda conferências plenárias, discutindo aspectos epistemológicos do trabalho de investigação e apresentando testemunhos da actividade de investigação em Matemática. O Encontro conta com o contributo de educadores matemáticos de outros países, em especial Espanha e Brasil. Mais informações estão disponíveis no endereço http://www.esec.pt/eventos/xieiem/

Espera-se que este encontro possa interessar aos professores e aos docentes de cursos de formação inicial de professores empenhados em reflectir sobre o alcance do trabalho de investigação na aprendizagem, na formação e na prática profissional e que venha constituir um significativo momento no percurso da educação matemática em Portugal.

Encontros em 2002

XI Encontro de Investigação em Educação Matemática

Este encontro, organizado pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, vai realizar-de entre 5 e 7 de Maio de 2002 em Coimbra. São objectivos deste encontro a promoção de um debate em torno das potencialidades do trabalho investigativo na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores, nos diversos níveis de ensino. Para mais informações contacte: Teresa Jorge ou Dulce Caetano, Gabinete de Comunicação e Relações Públicas — Escola Superior de Educação de Coimbra, Praça Heróis do Ultramare-Solum — 3030-329 Coimbra Telef.: 239793154; Fax: 239401461; E-mail: gcrp@eses.pt

CIEAEM 54

A 54ª Comission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseigment des Mathematiques terá lugar na Catalunha, Espanha, de 13 a 19 de Julho. O encontro terá como título *A Challenge for mathematics education: to reconcile commonalities with differences.* Mais informações poderão ser encontradas em: http://www.upc.es/info/cieaem54

MES3

O terceiro congresso Mathematics Education and Society vai realizar-se de 2 a 7 de Abril de 2002 em Helsingor, Dinamarca. Este encontro terá como tema central de discussão a relação entre a teoria e a prática na investigação em educação matemática de uma perspectiva social/política/cultural e ética. Poderá obter informações sobre este congresso em: http://www.congress-consult.com/mes3

ICTM2

A 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level decorrerá em Creta, na Grécia, de 1 a 6 de Julho de 2002. Mais informações sobre este encontro poderão se obtidas em http://www.math.uoc.gr/~ictm2/

X Congresso sobre Enseñanza y Aprendizage de las Matemáticas THALES

Este encontro organizado pela Sociedad Andaluza de Educación Matemática–Thales, decorrerá em El Ejido – Adra de 12 a 15 de Setembro de 2002. Para informações adicionais consulte a página http://thales.cica.es/xceam/

PME26

Este encontro organizado pelo International Group for the Psychology of Mathematics Education terá lugar no Campus da Universidade de East Anglia, em Norwich, no Reino Unido, de 21 a 26 de Julho. Para informações visite a página http://www.uea.ac.uk/edu/pme26/

AERA 2002

O Encontro anual da American Educacional Research Association realiza-se, este ano, em New Orleans, de 1 a 5 de Abril e terá por tema Validity and Value in Education Research. Para informações consulte a página http://www.aera.net/meeting/am2002/index.htm

IV Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação

Este congresso, intitulado *O oral, o escrito e o digital na história da educação,* vai realizar-se em Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, de 2 a 5 de Abril de 2002. Para mais informações sobre o encontro consulte a página da internet: http://www.ufrgs.br/4lusobra

Quota 2002

No ano de 2002 o valor da quota é de €42.00 [8.420$00] para professores, €30.00 [6.015$00] para estudantes (só considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e €46.00 [9.222$00] para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27–A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________________ autorizo que seja debitado no meu cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| cvv |_|_|_| *

Visa ☐ VISA **MasterCard** ☐ MasterCard

Validade __________ o valor de __________ correspondente a ______________________ Data __/__/__

Assinatura ______________________________

*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura

Nome: ______________________________ Sócio nº: __________

Morada: ______________________________

Código Postal: __________ Distrito: __________

Telefone: __________ Email: __________

Data de Nascimento __/__/__ Nº de Contribuinte: __________

Nº do B.I. __________ Arquivo: __________ Data de emissão: __/__/__

Ano em que começou a leccionar: __________ Nível de ensino: __________

Categoria profissional: __________

Escola: ______________________________

Morada: ______________________________

Telefone: __________ Email: __________

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até €12.47 [2.500$00] — 20%; de €12.47 [2.501$00] a €24.94 [5.000$00] — 15%; mais de €24.94 [5.000$00] — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice