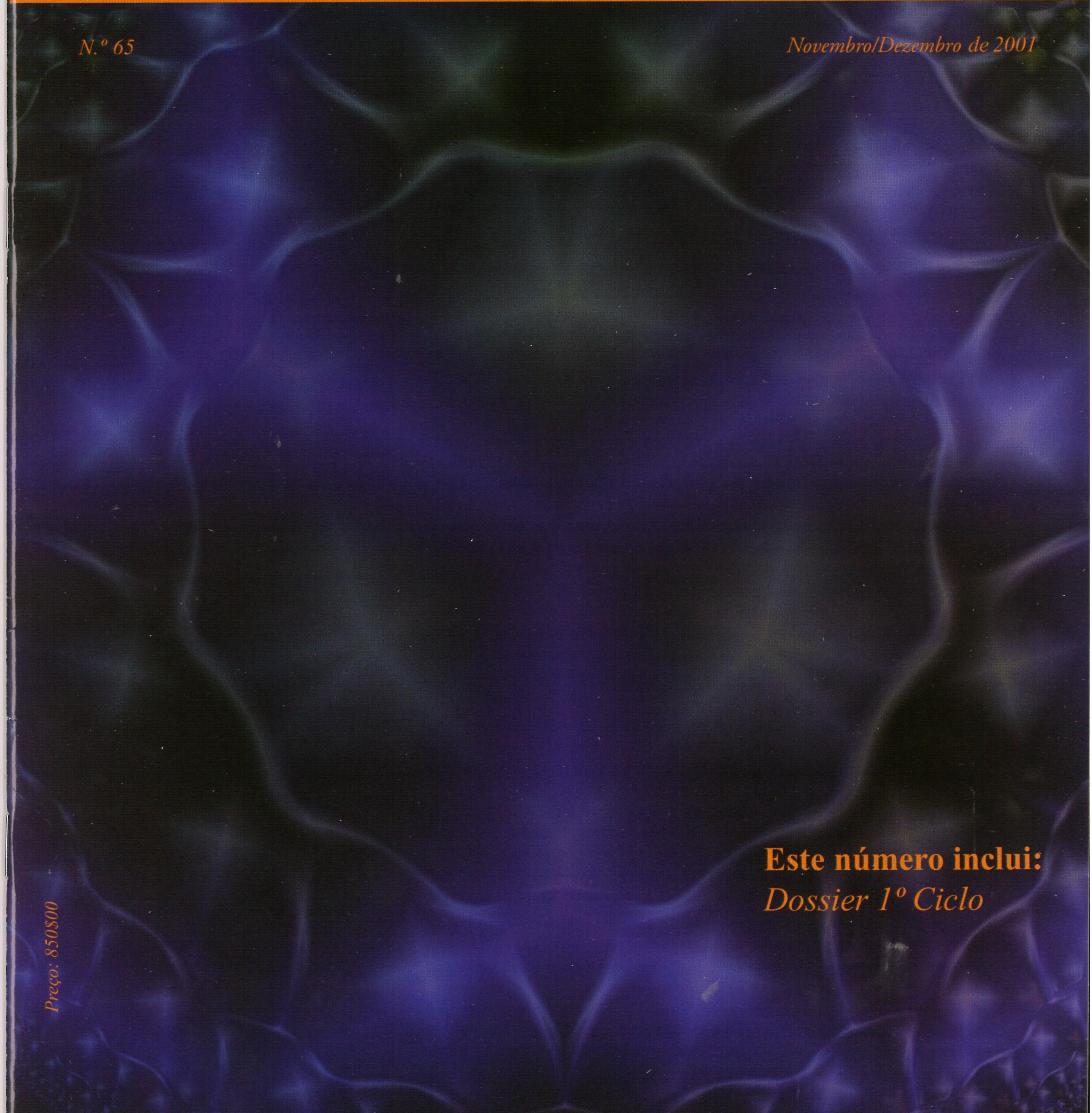
Educação e Matemática

N.º 65

Novembro/Dezembro de 2001



Este número inclui:
Dossier 1º Ciclo

Preço: 850$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Dossier do 1° Ciclo

Este número dedica várias páginas ao 1° Ciclo. Para além de um artigo em que Lurdes Serrazina fala da importância da realização de encontros específicos para este nível de ensino, publicam-se os textos das duas conferências plenárias do IV Encontro Nacional de Professores do 1° Ciclo realizado em Março de 2001; um artigo sobre a exposição A Matemática é de Todos, dirigida ao 1° Ciclo; e na secção Materiais para a aula de Matemática, uma tarefa para alunos. Assim, este conjunto de materiais constitui as Actas do "4° Encontro Nacional de Professores do 1° Ciclo — A Matemática no 1° Ciclo".

A publicação das Actas neste número da revista Educação e Matemática justifica-se pelo facto de assim ser possível chegar a um maior número de leitores do que aqueles que estiveram presentes no referido encontro.

Alterações na Redacção

As colegas Elisa Figueira, Isabel Rocha, Joana Brocardo e Manuela Pires aceitaram integrar a redacção da revista *Educação e Matemática*.

Neste número também colaboraram

Alexandre Pais, Amélia Silva, Ana Isabel Coutinho, Ana Isabel Santos, Ana Paula Júlio, Ana Sofia António, António Bernardes, António José Gomes, Arlete Alves, Cecília Costa, Cristina Loureiro, Darlinda Moreira, Esmeraldina Aveiro, Fátima Mendes, Helena Gonçalves, Inês Alberto, Inês Pernes, José Tomás Gomes, Lurdes Serrazina, Madalena Paixão, Nuno Candeias, Patrícia Guerra Figueiredo, Paulo Correia, Pedro Esteves, Rita Bastos, Rute Ferreira, Sandra Nunes, Sónia Figueirinhas, Susana Diego, Vidal Minga. Esta revista inclui também uma mensagem enviada pelo Presidente Jorge Sampaio.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data de publicação

Este número foi publicado em Janeiro de 2002.

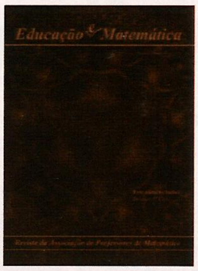
Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, n.° 27 — A, 1500-236 Lisboa
Tel.: (351) 21 7163690
Fax: (351) 21 7166424
E-mail: apm@netcabo.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

nº 65
Novembro/ Dezembro de 2001



EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora interina
Ana Paula Canavarro

Redacção
Adelina Precatado
António Fernandes
Elisa Figueira
Fátima Guimarães
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Isabel Rocha
Joana Brocardo
Lina Brunheira
Manuela Pires
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Composição e Paginação
Gabinete de Edição da APM
Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Tiragem
5200 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez
Montagem, fotolito e impressão
Scarpa impressores
N.º de Registo: 112807
N.º de Depósito Legal: 72011/93

Abaixo a escola aos quadradinhos!

Rita Bastos

Imaginem uma escola toda aos quadradinhos: *o tempo* organizado em quadradinhos bem distintos, com uns sinais estridentes a separar uns dos outros para que não haja confusões e cada um saiba exactamente em que quadradinho está, em cada instante; *o espaço* também dividido em quadradinhos, de vários tamanhos — os quadradinhos-sala, que albergam grupos de alunos (também bem organizados em quadradinhos-turma bem distintos uns dos outros, sem misturas, por sua vez encaixados nos quadradinhos-ano) e dentro das salas os quadradinhos-mesas, um para cada indivíduo; nessa escola, promovem-se aprendizagens em que *os saberes* estão bem separados, também aos quadradinhos, estes formando uma hierarquia nítida que vai dos quadradinhos mais valiosos — os mais teóricos, abstractos, começando pela nossa querida Matemática! — até aos mais práticos, menos importantes, que é para os alunos aprenderem desde logo que, em sociedade, há pessoas que valem mais do que outras porque se dedicam a actividades muito mais importantes! E falando em *actividades*, essas também são organizadas, para os alunos-em-quadradinhos, dentro dos devidos quadradinhos-tempo, quadradinhos-espaço e quadradinhos-saber, bem delimitados e estanques para que não haja o perigo de se misturarem e de, por exemplo, se confundir a actividade matemática (que só os matemáticos sabem realmente o que é, e nos dizem que é solitária e muito difícil) com a resolução de um problema de construção de um objecto físico (que é coisa de artesãos, mais banal). Nessa escola, há *professores* que também se organizam aos quadradinhos-grupos-disciplinares, conforme o tipo de saberes que ensinam, e misturam-se o menos possível com os professores dos outros quadradinhos, para manter as devidas hierarquias e para que não haja confusões ou dúvidas sobre quem são os legítimos proprietários de cada saber específico. Aliás, esta forma de trabalhar faz com que os professores se sintam muito seguros, porque têm um domínio total sobre os quadradinhos em que trabalham — sejam eles quadradinhos-turmas, quadradinhos-disciplinas, quadradinhos-sala ou quadradinhos-tempos lectivos.

Um dos problemas da escola aos quadradinhos é que muitos alunos não se sentem bem — sentem-se oprimidos, limitados, "presos" nestas redes de quadradinhos que não lhes dão espaço para serem pessoas inteiras, para criarem os seus próprios modos de ser e de estar, e para participarem das decisões e da organização das actividades; também não sabem muito bem o que hão-de fazer com os saberes aos quadradinhos que lhes impingem e que eles não conseguem "encaixar" uns nos outros, ou nas suas vidas, para fazerem sentido — parece-lhes mais um *puzzle* ilimitado, em que raramente se consegue encaixar duas peças…

A escola aos quadradinhos não é muito difícil de imaginar, porque apesar de uma caricatura, corresponde à escola que temos tido até agora. Mas podemos imaginar uma escola diferente, e trabalhar empenhadamente nesse sentido, rompendo gradualmente com as fronteiras entre os quadradinhos. Já há quem tenha começado, por exemplo, por alargar os quadradinhos-tempo e acabar com os sinais estridentes que tanto *stress* causam; também já há quem tenha começado a organizar os espaços dentro das aulas de outras formas, permitindo que as mesas adquiram configurações diferentes e que os alunos circulem para melhor interagir, e introduzindo outros elementos como computadores, livros, materiais manipuláveis, etc., que as transformem em laboratórios ou confortáveis salas de trabalho; podemos até pensar em sair de vez em quando dos quadradinhos-sala e realizar actividades noutros locais, no centro de recursos ou no exterior, por exemplo. Podemos, principalmente, começar a promover, sistematicamente, na escola, aprendizagens a partir dos problemas vividos actualmente pela sociedade, ou doutros temas relevantes e de interesse dos alunos, e que dificilmente estariam contidos num quadradinho-disciplina. Aí, sim, vamos caminhando para uma escola diferente: os saberes que estavam separados em quadradinhos vão começar a "encaixar" uns nos outros, e a adquirir significados que têm a ver com as vidas dos alunos, os professores vão começar a colaborar uns com os outros, a aperceberem-se que os saberes dos outros também são muito importantes e relevantes para resolver os seus problemas. Os professores vão passar a aprender também, todos os dias, com os alunos e com os colegas, e todos vão gostar muito mais das actividades que estão a desenvolver porque, estas sim, têm sentido nas suas vidas e porque cada um pode participar nas decisões, como numa verdadeira sociedade democrática! Os alunos vão compreender que todos os seres humanos são igualmente importantes, não por serem iguais mas sim por serem diferentes, e que é nessa diversidade — de saberes, de culturas — que reside a maior riqueza do mundo em que vivemos.

Esta outra escola não está assim tão longe do nosso alcance. A reorganização curricular introduziu a flexibilização necessária para irmos acabando com os quadradinhos e forneceu-nos as áreas não disciplinares, sobretudo a área de projecto, para darmos sentido aos nossos saberes e promovermos as vivências democráticas na escola. Ou não. Depende principalmente de nós e do que conseguirmos fazer com ela.

Rita Bastos
Esc. Sec. Artística António Arroio

Capas em 2001

Como é do conhecimento geral, em 2001 decorreu um ano temático designado de Matemática e Natureza.

Foram várias as formas que a Educação e Matemática adoptou para se associar a esta iniciativa da APM. Entre elas ficou decidido que as capas da revista reflectiriam de algum modo esta temática. Em todo o caso, sempre se pensou que esta abordagem deveria evitar o lugar comum, de que a presença de uma simpática família de coelhos, adequadamente fértil, na ilustração da sequência de Fibonacci, é paradigmática.

A relação da matemática com o mundo natural é profunda mesmo quando indirecta. Não é possível, hoje, reflectir racionalmente sobre o universo em que vivemos, sem que os aspectos envolvidos estejam de algum modo matematizados. A descrição matemática quer da morfologia quer da dinâmica desse mesmo universo é um instrumento essencial nessa racionalização.

Afortunadamente uma vez formalizados esses modelos naturais, podem ser aplicados a outros universos de modo a produzir novos mundos com dinâmicas próprias. Em particular podem ser aplicados de modo a obter imagens com valor plástico. Foi essa a vertente que se explorou ao produzir as capas dos cinco números de 2001. Recorde-se, a propósito, a primeira capa que foi produzida a partir de uma imagem inicial, aplicando à imagem (entenda-se uma população de pontos com cor) processos evolutivos característicos das estruturas biológicas, a "população" inicial "evoluiu" então para a imagem que deu origem à capa. Em certo sentido, o ciclo fecha-se com esta última capa do ano, em que o mesmo princípio foi utilizado, considerando-se desta vez processos envolvendo simetria e auto semelhança.

António Marques Fernandes
Instituto Superior Técnico

Capa da primeira revista de 2001

Mensagem de sua excelência o Presidente da República ao ProfMat 2001

Leitura da mensagem de Jorge Sampaio na sessão de abertura do ProfMat 2001.

Não podendo estar presente, quero manifestar o meu apreço pelo esforço que a Associação de Professores de Matemática vem desenvolvendo no sentido de melhorar a educação matemática e de promover a formação de professores.

Quero também associar-me à homenagem que prestam, nesta ocasião, a Bento Jesus Caraça, ilustre matemático que tanto marcou o nosso tempo pelo contributo dado para a ciência e pelo seu exemplo cívico de homem generoso, intelectual íntegro, cidadão preocupado com a comunidade e resistente corajoso.

Permitam-me que partilhe convosco a minha preocupação com a aprendizagem da matemática, tema que tem beneficiado de contributos relevantes da vossa Associação. Apesar de todos os esforços, são persistentes as dificuldades encontradas por um número muito significativo de alunos. Dificuldades que penalizam percursos escolares e limitam opções vocacionais.

Existem hoje análises, segundo as quais todos os males da escola estariam quase exclusivamente ligados a uma menor exigência no modo como se ensina. Essas teses, a meu ver simplistas, não têm em conta o importante aumento do número de alunos que frequentam a escola portuguesa. Aumento a que estão inevitavelmente associadas dificuldades desconhecidas e novos desafios, em matéria de organização das aprendizagens, a que nem sempre se soube dar as respostas adequadas.

Sei como é exigente o vosso trabalho na escola que temos, com as suas classes heterogéneas compostas por alunos de meios sociais e culturais muito diferentes. Alunos que requerem muita dedicação e esforço dos professores.

Muitas das afirmações que se têm feito sobre a escola traduzem desconhecimento das realidades existentes. Não é justo generalizar-se uma crítica sistemática e dizer-se que não se aprende e que não se ensina. Todos sabemos que existem hoje alunos tão bons como ontem. Sabemos mesmo que o número de alunos que gostam de matemática aumentou.

Mas a situação existente não nos satisfaz. É necessário criar condições para que os alunos — todos os alunos — trabalhem com gosto e aprendam. Existem preocupações partilhadas por professores, pais e alunos. É preciso encontrar soluções para que a escola seja mais eficaz e inclusiva. A escola que temos deixa muitos alunos pelo caminho. Temos, por isso, de ser mais exigentes no trabalho realizado e nos resultados conseguidos.

É preciso resolver problemas que se prendem com a organização e a eficácia da escola portuguesa. Gostaria de destacar quatro preocupações:

- Como promover uma *avaliação das escolas e dos currículos* que contribua para corrigir caminhos e encontrar vias para que todos os alunos sejam motivados para o estudo e aprendam?
- Como garantir a *indispensável estabilidade* dos docentes e a formação de equipas educativas responsáveis pela aprendizagem dos alunos?
- Como estabelecer *estratégias eficazes de apoio* aos alunos de modo a que não fiquem penalizados aqueles que fora da escola não têm quem os acompanhe nos estudos e ajude a superar as dificuldades?
- Como proporcionar uma melhor *formação e apoio aos professores* no seu exercício profissional, de modo a garantir progressos seguros nos resultados alcançados?

Sei que há questões que ultrapassam a capacidade de iniciativa dos professores, mas mesmo nesses domínios é indispensável encontrar caminhos, abdicar de interesses corporativos e colocar os alunos no centro das negociações e das decisões.

Sei que posso contar convosco.

A educação matemática e o desenvolvimento da cultura científica são essenciais ao Portugal moderno.

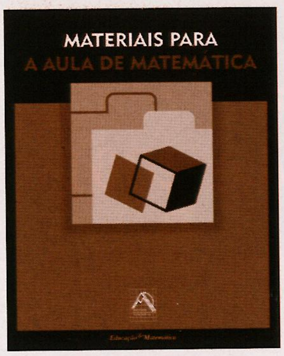
Desejo-vos os maiores êxitos para os vossos trabalhos.

Com amigas saudações do

Jorge Sampaio

Associação de Professores de Matemática

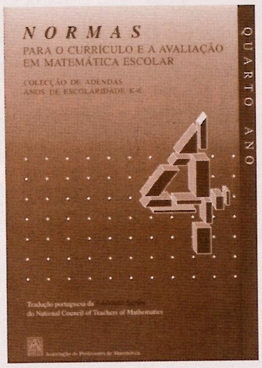
— Novas Publicações —



Materiais para a aula de Matemática

Ao longo de 13 anos a revista *Educação e Matemática* tem editado fichas de trabalho na sua secção *Materiais para a aula de Matemática*. Chegou a altura de reunir estes materiais e respectivos comentários e sugestões relativos à sua exploração e utilização na sala de aula. De forma a tornar a utilização das fichas mais directa, é distribuído com este livro um CD-ROM contendo as fichas em formato Word.

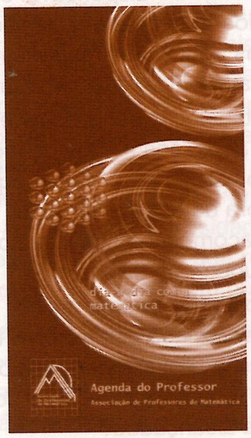
[PVP: €19.95; Sócio: €9.98]



Adenda do 4º ano

Completa a colecção de adendas para cada um dos primeiros seis anos de escolaridade. Apresenta a mesma organização e concepção semelhante aos outros volumes da colecção, com sugestões de actividades para serem realizadas em sala de aula e abrangendo um leque alargado de conteúdos temáticos.

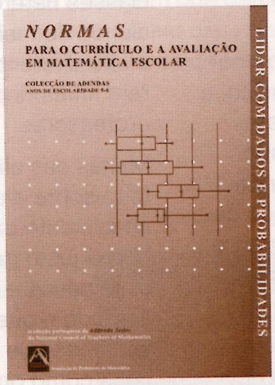
[PVP: €7.48; Sócio: €3.74]



Agenda do Professor 2001/2002

Ao longo dos últimos anos a APM tem editado a Agenda do Professor. Atendendo às sugestões que foram surgindo, poderá encontrar, a par do plano mensal e diário, vários problemas, ilusões de óptica e algumas curiosidades, além do 13º mês, de forma a poder planear o próximo ano lectivo.

[PVP: €9.98; Sócio: €4.99]



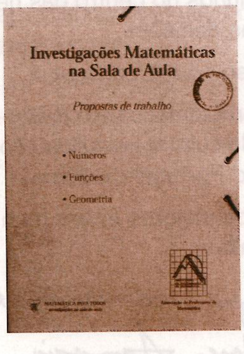
Geometria nos 2º e 3º ciclos

Lidar com dados e probabilidades

Mais dois volumes temáticos que são traduções das adendas do NCTM para os anos de escolaridade 5 a 8. Respeitando os temas referidos no título, são apresentadas propostas para serem realizadas em aula, devidamente comentadas e com sugestões de exploração.

[PVP: €11.72; Sócio: €5.98]

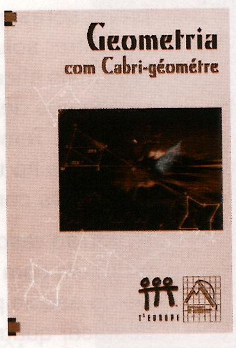
— Reedições —



Investigações na sala de aula de Matemática

Segunda edição da obra editada em 1998 que é uma colecção de propostas de investigação já experimentadas na sala de aula. Surge com nova apresentação, de modo a melhorar a sua consulta e utilização.

[PVP: €25.65; Sócio: €12.98]



Geometria com o Cabri-Géomètre

Reedição deste título, primeiramente editada em 1999. Elaborado no âmbito do projecto T^3, a obra é uma colecção de propostas que podem ser realizadas na aula, acompanhadas por comentários e resoluções.

[PVP: €7.98; Sócio: €3.99]

Sobre o ProfMat 2001

Dois testemunhos

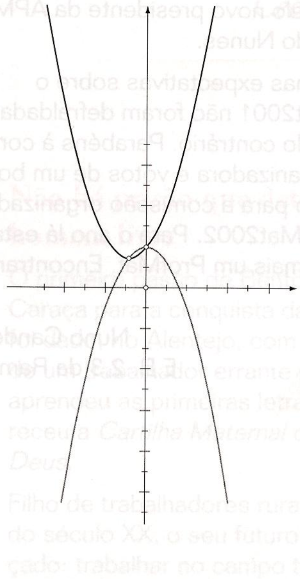
Quando começou o ProfMat2001? Engana-se quem achar que começou no dia da partida! Para a comissão organizadora começou dois anos antes. Para mim começou no ano passado com a marcação da data na minha agenda. O ProfMat é o acontecimento que marco com maior antecedência, pois considero-o como o momento mais importante do ano, a nível profissional.

O ProfMat prima pelo facto de ser um encontro no qual é visível a dinâmica da nossa associação. Professores de todo o país, e de todos os ciclos partilham as suas experiências e investem na dinamização de sessões. Desde o meu primeiro ProfMat que me habituei a não assistir somente a sessões, mas também a dinamizá-las. Como tal, uns meses antes do encontro enviámos os resumos das sessões que pretendíamos realizar (escrevo no plural porque o ProfMat dá-me a possibilidade de trabalhar em grupo com outros colegas, de escolas e níveis de ensino diferentes do meu). Passado algum tempo, chega a hora de se seleccionarem os materiais para as sessões. É sempre uma escolha difícil! Mas o facto de trabalhar em grupo facilita essa escolha.

Está tudo pronto, é só partir! Arranjar as malas, deve estar frio em Vila Real e sempre são seis dias fora de casa. E quarta-feira à tarde, após ter a confirmação do presidente da Comissão Executiva da minha escola, em como poderia justificar as faltas às reuniões intercalares com o artigo para a formação (o que não aconteceu com todos os colegas), saímos de casa para uma viagem de cerca de 6 horas. Fantástico! Em todas as estações de serviço em que parámos, encontrámos caras conhecidas. Viajavam com o mesmo objectivo que o nosso: participar no XVII Encontro de Professores de Matemática, o nosso ProfMat2001!

E na manhã de quinta-feira começaram os cursos. Dinamizámos um curso sobre o programa *Geometer's Sketchpad*. Os nossos colegas formandos tinham à sua espera cerca de 60 páginas com actividades. Isto é que foi trabalhar! Ao contrário do que pensam alguns, o ProfMat não é só para passear. Logo durante o curso comecei a aprender: na função $y=ax^2+bx+c=0$ qual é o papel que desempenha o b, quando o a e o c estão fixos? Todos sabemos qual é o papel que desempenha o a (concavidade da parábola) e o c (deslocamento vertical), mas qual é o papel do b? O João Almiro e a Margarida Beça Pereira investigaram e com eles aprendi que ao alterar o valor de b o vértice dessas parábolas vai descrevendo uma outra parábola cujo vértice é o ponto $(0, c)$ e a abertura é $-a$. A dinamizar cursos também se aprende matemática!

No sábado, após a sessão de abertura, começaram os trabalhos. As duas primeiras sessões plenárias, sobre as quais eu recomendo a leitura dos resumos nas actas, abordaram aspectos distintos, mas actuais. Uma foi sobre a teoria dos grafos e a outra foi sobre as mudanças curriculares no contexto da globalização. Após um bom almoço, como é hábito no norte do nosso país, começaram os painéis, as conferências, as comunicações orais, os grupos temáticos, etc. As sessões práticas passaram a ter um carácter de discussão, o que possibilitou momentos de reflexão sobre as actividades realizadas. Nessa tarde



assisti a uma sessão muito interessante sobre o trabalho desenvolvido numa turma do 1° ciclo. Na noite de sábado os participantes no ProfMat2001 tiveram a oportunidade de assistir ao concerto do Luís Represas, que apesar de não saber muita matemática, como ele próprio referiu, nos deliciou com a sua voz, muitas vezes acompanhada pela da assistência.

Por razões pessoais não me foi possível participar em nenhum dos passeios às povoações da zona, que se realizaram no domingo. Porém, alguns colegas que participaram disseram-me que foram pautados pela boa disposição e pelo excelente almoço.

Na segunda-feira participei em sessões relacionadas com as mudanças curriculares que tanto têm preocupado os professores e visitei a exposição relacionada com o ano temático: Matemática e Natureza. À tarde participei, mais uma vez, na assembleia geral dos sócios da APM. Aconselho todos os sócios a participarem nas assembleias gerais e a contribuírem com a sua opinião sobre os temas discutidos e, desta forma, participarem mais activamente na vida da nossa associação.

Na terça-feira teve lugar a última sessão plenária dedicada à importância que os professores e devem ter nas novas organizações curriculares que começam a ser colocadas em prática. A sessão de encerramento, apesar de pouco participada, foi animada estando a APM representada na mesa pelo novo presidente da APM, o Fernando Nunes.

As minhas expectativas sobre o ProfMat2001 não foram defraldadas, bem pelo contrário. Parabéns à comissão organizadora e votos de um bom trabalho para a comissão organizadora do ProfMat2002. Para o ano lá estarei a viver mais um ProfMat. Encontramonos lá!

Nuno Candeias
E.B. 2,3 da Ramada

No sábado, bem cedo, acabados de chegar a Vila Real, encontrámos com espantosa facilidade as instalações do Regimento de Infantaria nº 13. Encontrámos também o frio, que não estava indicado no programa e que por paragens mais a sul ainda não se fazia sentir. Enquanto aguardávamos o início da sessão de abertura vimos algumas caras conhecidas, não tantas como as que seria desejável.

Na sessão de abertura gostámos especialmente da intervenção da presidente da APM, nomeadamente quando questionou a dificuldade que alguns colegas experimentaram para conseguirem ausentar-se das respectivas escolas. Para quando poderemos esperar, finalmente, por parte de todas as Escolas e poder central, o incentivo e não os entraves postos à participação dos professores de Matemática no ProfMat?
Estava assim aberto oficialmente o ProfMat 2001.

Na primeira sessão plenária, plena de actualidade, vimos, mais uma vez, a aplicação da matemática na resolução de problemas concretos, neste caso como pode a teoria de grafos ajudar a remover o lixo de uma forma mais eficaz... Dirigimo-nos depois para o edifício da Escola Secundária de S. Pedro, já nossa conhecida de outras iniciativas da APM. A escola dispunha de todas as condições para um evento como este. Em cada sala e corredor, cada um procurava as actividades que iam de encontro aos seus interesses, o que não seria certamente difícil perante o programa diversificado que nos era oferecido. Difícil era então conciliar as escolhas, no sentido de optimizar o tempo. Do programa há igualmente a realçar as inúmeras actividades culturais e recreativas postas à disposição dos participantes e acompanhantes, ao longo dos quatro dias, bem como a mostra do trabalho dos artesãos da região. Logo no domingo, e após a sessão plenária sobre tecnologia (uma das que mais nos agradou) e sessão de homenagem a Bento de Jesus Caraça, aguardavam-nos autocarros para os passeios pela região anfitriã. A nossa escolha havia recaído sobre a cidade de Bragança que nos presenteou com um belo almoço (pois sim, nem só de Matemática se faz o ProfMat...) e uma visita guiada pelas suas atracções turísticas. Foi um dia agradável, mas que de forma incontornável separou os participantes. Há que entender, no entanto, que ao nível organizativo as soluções passam cada vez mais por modalidades como esta, dado o elevado número de participantes.

Seguiram-se dois dias de trabalho e convívio ao melhor do ProfMat: as visitas aos agentes comerciais sempre dispendiosas, as sessões práticas sempre tão curtas quanto interessantes (embora tenhamos sido "agraciados" com a possibilidade de participação em duas delas), uma (?) tentativa no problema do ProfMat, várias trocas de *e-mail* e a congratulação pelo enriquecimento pessoal e profissional.

Paralelamente decorreu mais uma Assembleia geral da APM, onde se debateram questões para futuras actividades, atestando a vitalidade da nossa associação.

Com a terça-feira, 30 de Outubro, chegou também o último dia e encerramento do ProfMat. Para além de mais uma sessão prática, fomos envolvidos na discussão, também ela bastante actual, sobre investigações na sala de aula, sua importância e pertinência, mais uma vez realçada nos novos programas da disciplina. Sobre este aspecto, estranhámos a pouca divulgação e discussão que existiram, que seria talvez de toda a relevância num encontro como este, o último antes da entrada em vigor da anunciada Revisão Curricular do Ensino Secundário.

Findado mais um ProfMat, voltámos a terras do Alentejo, com uma mão cheia de ideias novas e a outra com sacos de livros, *disquetes* e outros materiais. Como sempre, os planos para o próximo ProfMat foram tema de conversa na viagem de regresso, que até passou junto de Viseu...

Ana Paula Júlio
Paulo Correia
Esc. Sec. de Alcácer do Sal

Ser professor(a) — Tributo a Bento de Jesus Caraça

Cecília Costa

Nota introdutória

Apesar da irreverência da (minha) juventude e da (minha) inexperiência, não teria tido a audácia de escrever sobre Bento de Jesus Caraça, se não me tivessem convidado para tal.

Foi com o objectivo de assinalar o centenário do nascimento desta figura de excepção da nossa sociedade que a revista *Educação e Matemática* me propôs este desafio, o qual eu aceitei com verdadeira emoção.

Eu sou professora. E para mim, ser professor(a) é muito mais do que ser um(a) profissional. Ser professor(a) é uma filosofia de vida. Se me perguntassem qual o perfil ideal do professor(a), sem hesitações responderia: Bento de Jesus Caraça.

É pois com inegável admiração e com sincera humildade que dedico estas palavras a tão exemplar Professor.

Não há prisão que detenha um homem livre

O primeiro passo de Bento de Jesus Caraça para a conquista da liberdade foi dado, no Alentejo, com a ajuda de um trabalhador errante com quem aprendeu as primeiras letras e lhe ofereceu a *Cartilha Maternal de João de Deus*.

Filho de trabalhadores rurais do início do século XX, o seu futuro estava traçado: trabalhar no campo tal como já acontecia com os dois irmãos mais velhos, Francisco e António, e mais tarde viria a repetir-se com Filomena, a sua irmã mais nova. Porém, como por vezes ocorria nesta época, alguém se interessou pela educação desta criança que desde cedo deu provas da sua inteligência.

Com o apoio da proprietária da herdade onde os pais trabalhavam, Bento de Jesus Caraça inicia os seus estudos na Escola Primária de Vila Viçosa. Passa pelo Liceu de Sá da Bandeira em Santarém e em 1918, então com 17 anos, termina, com distinção, o curso liceal no Liceu Normal Pedro Nunes, em Lisboa. A sua vida continua a não ser fácil; as explicações ajudam-no a sobreviver.

Determinado na sua caminhada, ingressa no Instituto Superior do Comércio, mais tarde designado Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (ISCEF).

Começou por ocupar o lugar de 2º

1ª edição de *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Vol. I (1941) e Vol. II (1942).

assistente, quando ainda era aluno, a convite de Aureliano de Mira Fernandes.

Bento de Jesus Caraça licenciou-se com distinção, em 1923 no ISCEF, onde permaneceu como docente, atingindo o cargo de Professor Catedrático em 1929.

As palavras de Joaquim Jacobetty Rosa, citadas em [1] que a seguir transcrevemos, caracterizam Bento de Jesus Caraça como intelectual e como professor e traduzem o dinamismo intelectual que este imprimiu no ensino universitário do ISCEF que se concretiza designadamente com a criação do Centro de Estudos Matemáticos Aplicados à Economia (juntamente com Mira Fernandes e Beirão da Veiga), com a Revista de Economia (fundada por seus ex-alunos). É também membro activo da recém (1940) criada Sociedade Portuguesa de Matemática.

> ... dentro de pouco tempo, após ter entrado na universidade, a sua rica personalidade, trabalhada e desenvolvida por constantes, metódicas e seleccionadas leituras e, simultaneamente, pelo trabalho escolar e pelas suas intervenções como tribuno, como doutrinário e como orientador, nas associações, nas academias e nas sociedades e publicações culturais dessa época, tornou-o uma espécie de ídolo da mocidade estudantil e universitária, que com ele procurava conviver, frequentando-lhe as aulas, pedindo-lhe constantemente uma indicação útil, um ensinamento, um conselho, uma comunicação escrita, uma conferência, uma oportuna nota bibliográfica, um livro e, tantas vezes, a sua intervenção directa nos trabalhos, nas pugnas e nas animadas, operosas e por vezes agitadas sessões das assembleias académicas. (...) [Como professor, a conquista de alunos é assombrosa pois] a sala era pequena para conter alunos de outras escolas que vinham avidamente assistir às suas lições.

Mesmo assim, Caraça foi demitido das suas funções em 7 de Outubro de 1946, como represália da ditadura nacional à sua actuação em prol da liberdade e do desenvolvimento social e cultural da população.

Como nunca esqueceu as suas raízes, mantendo vivas as recordações da infância difícil vivida entre os trabalhadores rurais do Alentejo, esteve sempre ao lado dos mais desfavorecidos, defendendo que a educação e a cultura tinham um papel fundamental na democratização da sociedade.

A luta pelos seus ideais, levou-o por um lado a fundar o Movimento de Unidade Nacional Antifascista que mais tarde deu origem ao Movimento de Unidade Democrática e por outro lado a Universidade Popular Portuguesa para promover a formação e desenvolvimento cultural dos trabalhadores, a qual foi encerrada pelo Governo em 1942/43, pois este defendia que "a instrução é um instrumento perigoso que não pode andar em todas as mãos" [Pimenta in 1]. Também a Biblioteca Cosmos, fundada em 1941 é obra sua. Mais um passo para a divulgação da ciência para todos; a Biblioteca Cosmos editou 145 números.

Foi por estas e outras actividades de intervenção sócio-política que foi perseguido pela polícia política levando-o à sua expulsão do ISCEF.

Foram mais uma vez as explicações que o ajudaram a sobreviver.

Caraça foi essencialmente um pedagogo, um investigador no Ensino da Matemática... "um grande educador" nas palavras de Ruy Luís Gomes [2].

Em minha opinião um grande educador que não se cingiu às paredes do seu Instituto e que usava o "seu poder de comunicação e o seu estilo pedagógico inédito, impregnado de humanismo e de verdadeira cultura" [Almeida in 3] para intervir social e culturalmente na sociedade.

É compreensível que um indivíduo como este constituísse uma ameaça para a ditadura nacional — há porém, que realçar e alertar que a eliminação dessa e de outras ameaças teve por consequência a perda de intelectuais e em particular de Matemáticos, de mérito inegável, que se viram forçados a desenvolver os seus estudos noutros países (nomeadamente na Argentina, no Brasil e nos Estados Unidos) onde contribuíram de modo brilhante para o progresso científico e cultural dos mesmos. Como é sabido, alguns desses Matemáticos são Ruy Luís Gomes (1905-1984), António Aniceto Monteiro (1907-1980), Manuel Augusto Zaluar Nunes (1907-1967), Hugo Baptista Ribeiro (1910-1988), Alfredo Pereira Gomes (1919), José Morgado (1921).

Infelizmente, não foi este o caso de Bento de Jesus Caraça pois faleceu dois anos após a sua demissão compulsória. Foi o culminar triste de uma vida demasiado curta (47 anos), mas de intensa luta política e social.

A sua saúde, marcada aos 18 anos por doença reumática que lhe provocou lesões cardíacas irreversíveis; a perda de familiares queridos, entre eles a primeira esposa e o primeiro filho; o desgosto de se ver afastado da docência, a sua grande paixão; os anos de luta, de privações e de perseguições pela polícia da ditadura nacional; a sua prisão e o encarceramento no Aljube em 1948; são aspectos que contribuíram para a sua morte prematura.

Ocupar a cátedra de Bento de Jesus Caraça era tarefa difícil e polémica. Difícil, pela impossibilidade de se substituir um indivíduo excepcional. Polémica, pelos sentimentos de solidariedade que a sua demissão provocou. A escolha recaiu sobre José Vicente Gonçalves. Em minha opinião, dadas as circunstâncias foi uma boa opção. Substituíram um indivíduo ímpar por outro indivíduo ímpar. Enquanto em Caraça realçava a vertente pedagógica, em Gonçalves era a vertente matemática a mais trabalhada. Por outro lado, a posição política neutra que lhe atribuíam teria solidez bastante para aguentar e acalmar as possíveis críticas de alguns colegas.

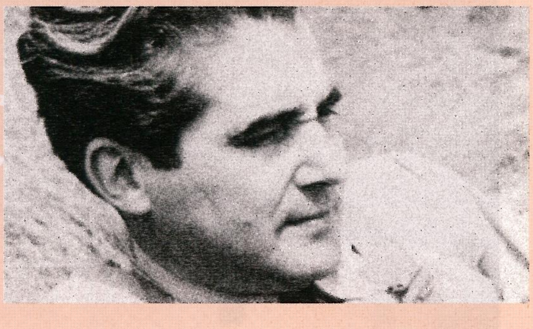
Não há censura que cale uma voz firme

Os intensos esforços da ditadura nacional em silenciar Bento de Jesus Caraça foram em vão, apesar das marcas dolorosas que deixaram. Para o provar temos entre nós a obra escrita deste matemático e humanista.

Destacamos o livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* de 1941, recentemente reeditado (cerca de 50 anos após a 1ª edição, na Biblioteca Cosmos) o qual denota a atitude original deste Matemático-Pedagogo face à Matemática bem como ao seu Ensino. A Matemática é encarada pelo autor, como ciência em construção e não como ciência já feita. Nas suas palavras [3]:

> A Ciência [Matemática], encarada assim, aparece-nos como um organismo vivo, impregnado de condição humana, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo entendimento e pela libertação; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.

Outros textos seus para o ensino superior precederam este, nomeadamente, *Integração numérica e Interpolação polinomial* de 1933/34, *Lições de Álgebra e Análise* de 1935 e *Cálculo Vectorial* de 1937.



O segundo dos quais se notabilizou pelo rigor da exposição da teoria analítica dos números e possivelmente, esteve subjacente à polémica gerada por Neves Real em torno do livro *Curso de Álgebra Superior* de José Vicente Gonçalves.

Neves Real — a propósito de uma referência crítica de Ruy Luís Gomes ao livro *Lições de Álgebra e Geometria Analítica* de Madureira e Sousa, sobretudo relativa à maneira de definir número real — decide alargar a discussão a um debate geral sobre a forma como se expunha, à data, no ensino superior. Este artigo publicado na *Gazeta de Matemática* em 1949 é dedicado à memória de Bento de Jesus Caraça e nele pode ler-se:

> (...) só no "*clima*" matemático português (...) se pode compreender plenamente como foi possível a uma personalidade da categoria do Professor Vicente Gonçalves, cientista a quem a matemática portuguesa deve serviços incalculáveis, redigir tão lamentavelmente o primeiro capítulo [Números reais] da "última e completamente remodelada edição" do seu Curso de Álgebra Superior. [4]

Dirigida a estudantes de matemática, universitários e pré-universitários, é criada uma outra publicação: a revista *Gazeta de Matemática* (a primeira revista de divulgação matemática editada em Portugal); fundada em 1940 por António Aniceto Monteiro, Bento de Jesus Caraça, Hugo Ribeiro, José da Silva Paulo e Manuel Zaluar Nunes.

De outra índole são os textos das Conferências proferidas por Bento de

Casa onde nasceu Bento de Jesus Caraça, em 1901

Jesus Caraça em diversas associações designadamente, na Universidade Popular Portuguesa, na União Cultural "Mocidade Livre", na Sociedade de Estudos Pedagógicos. Estes textos encontram-se compilados, desde 1970, no livro *Conferências e Outros Escritos* onde também se podem ler alguns dos artigos deste autor publicados em diversos jornais e revistas, a saber: no semanário *Liberdade*, no semanário *Globo*, no semanário *O Diabo*, na *Seara Nova*, na *Aqui e Além*... e na *Vértice*.

Deste modo as suas palavras em prol da educação e liberdade para todos continuarão firmemente a ressoar entre nós.

Nem força que trave uma vontade de aço

25 de Junho de 1948. Que dizer? Que Caraça morreu?!
Não, não o direi. Bento de Jesus Caraça não morreu. Todos nós sabemos disso, todos nós festejámos o seu centésimo aniversário de nascimento!

Também Salazar e o seu Governo, protagonistas das suas perseguições, sabiam que a morte deste homem não era o bastante para o silenciar e se alguma dúvida ainda subsistisse, ela dissipar-se-ia perante a multidão pesarosa e silenciosa que, apesar do forte e intimidatório aparato policial, teimou em acompanhar Bento de Jesus Caraça à sua última morada.

Mas... mais de meio século passou desde esse dia.

Tempos difíceis de lutas pela liberdade e pelos sonhos deste e de muitos outros homens e mulheres se passaram até à alvorada do dia 25 de Abril de 1974. O dia da Revolução dos cravos!

Mas... mais de um quarto de século passou desde esse dia!

E o tempo apaga lembranças, serena ânimos, enfraquece vontades, adormece ideais...

Em minha opinião são pertinentes e merecidas todas as homenagens que têm vindo a ser feitas a Bento de Jesus Caraça. No entanto, como professora preocupada com o estado do ensino em Portugal e tendo presente as palavras de Dias Agudo:

> Hoje, numa época em que se dá ao *publish or perish* uma importância que reputo exagerada, tem sido menor a percentagem de docentes universitários que se interessam pelos aspectos pedagógicos que tanto preocupavam os nossos matemáticos da década de 40. [5],

creio que a melhor homenagem que nós, professores, podemos fazer a Bento de Jesus Caraça é seguir o seu exemplo:

> Lutou até ao fim pela educação, pelo conhecimento e pela cultura para todos, sem quaisquer limitações impostas. [6]

... porque não há médico, juiz, carrasco ou grade, capaz de deter o pensamento.

Notas

[1] *Bento de Jesus Caraça: Fragmentos de uma vida breve*, Escola Profissional Bento de Jesus Caraça, 1998 (catálogo da exposição: Bento de Jesus Caraça - O Homem e o Tempo).

[2] Ruy Luís Gomes, Bento Caraça Grande Educador, *Gazeta de Matemática*, nº 37-38, p. 4, Lisboa, 1948.

[3] Bento de Jesus Caraça, *Conceitos Fundamentais da Matemática*, Gradiva, Lisboa, 1998.

[4] Luís Neves Real, Problemas do nosso ensino superior, Gazeta de Matemática nº 40, pp. 1-4, Lisboa, 1949.

[5] F. R. Dias Agudo, Sejamos dignos dos matemáticos portugueses da década de 40, *Gazeta de Matemática*, nº 138, pp. 7-12, Lisboa, 2000.

[6] João Caraça, Bento de Jesus Caraça: Cem anos pela fraternidade, *Gazeta de Matemática*, nº 141, pp. 5-6, Lisboa, 2001.

Referências

Natália Bebiano, Contributo para o estudo da obra matemática de Bento de Jesus Caraça, *Análise*, nº 13, pp. 161-173, 1990.

Natália Bebiano, Bento de Jesus Caraça: Esboço biográfico, *Gazeta de Matemática*, nº 141, pp. 9-10, 2001.

Bento de Jesus Caraça, *Lições de Álgebra e Análise*, Lisboa, 1936.

Bento de Jesus Caraça, *Conferências e Outros Escritos*, Lisboa, 1978 (2ª ed.).

Cecília Costa, *José Vicente Gonçalves: Matemático... Porque Professor!*, Tese de doutoramento, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, Vila Real, 2000.

Cecília Costa
Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Os omnipresentes códigos de barras

Pedro Esteves

A leitura óptica das bandas de barras verticais dos produtos que alguém pretende adquirir permite, por via informática, realizar rapidamente diversas operações: associar a cada produto o seu preço actualizado; imprimir o talão de venda; dar baixa, no armazém, dos produtos vendidos.

É cada vez mais frequente para o cidadão comum deparar, nos produtos que pretende adquirir, com uma banda formada por barras verticais de espessura diferente, alternadamente pretas e brancas, que um leitor óptico descodifica no acto da compra. Observando com mais atenção alguns desses produtos verifica-se que nas suas embalagens estão ainda coladas, ou impressas, outras bandas destinadas à leitura óptica, que não desempenham qualquer papel no momento da compra.

Um exemplo do primeiro tipo, retirado da embalagem comercial de um tinteiro para impressora é apresentado na figura 1.

Exemplos do segundo tipo, observáveis noutras partes da embalagem, tornam evidente haver outras ocasiões do processo de produção e de distribuição deste tinteiro em que essas outras bandas têm um papel a desempenhar (figuras 2 e 3).

O caso do *Universal Product Code*

Um dos sistemas de identificação que utiliza bandas para leitura óptica é o *Universal Product Code* (UPC), em uso nos Estados Unidos da América desde 1973 e destinado a apoiar a comercialização de produtos.

Este sistema é constituído por dois grupos de cinco algarismos e por dois algarismos isolados (um em cada extremo da banda). O grupo que figura à esquerda serve para identificar o fabricante e o da direita corresponde ao número atribuído por esse fabricante ao seu produto. O algarismo isolado à esquerda indica o tipo de produto (por exemplo, o 2 representa os produtos cujo preço depende de uma pesagem e o 3 representa os remédios e alguns produtos medicinais). E o algarismo isolado à direita da banda é o número de controlo.

O modo como este número é estabelecido pode ser exemplificado a partir

0 88698 60365 9

Figura 1

51645A AS

Figura 2. Imagem impressa no invólucro que protege o tinteiro

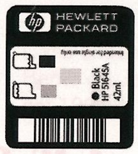


Figura 3. Etiqueta colada no tinteiro

da banda identificadora da embalagem de tinteiros acima apresentada:

- adicionar os algarismos colocados nas posições pares (8 + 6 + 8 + 0 + 6 = 28);
- adicionar os algarismos colocados nas posições ímpares (0 + 8 + 9 + 6 + 3 + 5 = 31) e multiplicar a soma por 3 (31 x 3 = 93);
- adicionar os dois resultados anteriores (28 + 93 = 101);
- determinar qual o número natural mais pequeno que deve ser adicionado ao anterior resultado para se obter um múltiplo de 10 (101 + 9 = 110);
- este número, 9, é o número de controlo.

Assim, o número de controlo da banda, ao ser lido pelo leitor óptico permite verificar se os onze algarismos que lhe deram origem foram ou não adequadamente lidos.

Então, qual é o número de controlo da seguinte banda: 0 37000 74086?[1]

A leitura óptica das bandas de barras verticais dos produtos que alguém pretende adquirir permite, por via informática, realizar rapidamente diversas operações: associar a cada produto o seu preço actualizado; imprimir o talão de venda; dar baixa, no armazém, dos produtos vendidos.

Para que o leitor óptico possa ler as bandas, cada algarismo possui uma representação binária própria, a qual é transformada visualmente em barras. As regras principais são as seguintes: a cada algarismo corresponde uma série de sete 0's e 1's (respectivamente, espaços em branco e a preto); cada algarismo pode ser representado de dois modos inversos (onde está 0 estará 1 e onde está 1 estará 0), conforme identifica um fabricante ou um produto.

Os dez algarismos são, portanto, representados de dois modos (ver tabela 1).

A observação dos modos de representar os algarismos nas barras permite concluir existirem mais duas regras: seja qual for o algarismo representado, os sete símbolos respectivos formam quatro grupos homogéneos e alternados (só 0's, só 1's, só 0's, só 1's); todas as representações de um fabricante começam por um grupo de símbolos em branco e terminam com um grupo a negro (e, inversamente, todas as representações de um produto começam por um grupo a negro e terminam com um grupo em branco).

Nestas bandas há ainda três grupos de barras mais compridas que possuem o papel de separadores: em ambos os extremos (espaços negro + branco + negro) e no centro (espaços branco + negro + branco + negro + branco). Os algarismos dos extremos estão, também, representados por barras mais compridas.[2]

O caso do *International Standard Serial Number*

Tanto os livros como as publicações periódicas possuem um sistema de identificação numérico próprio, válido para todo o mundo, designados respectivamente por *International Standard Book Number* (ISBN) e por *International Standard Serial Number* (ISSN).

O ISSN é constituído por uma sucessão de duas vezes quatro algarismos. Por exemplo, o ISSN do jornal *Público* é 0872-1548. Muitas revistas com que os professores de Matemática lidam profissionalmente mostram o seu ISSN, como podemos confirmar em *Boletim da S.P.M.*, *Quadrante*, *Gazeta de Matemática*, *Mathematics Teaching in the Middle School*, mas não em ... *Educação e Matemática*.

Como esta identificação numérica já existia antes do aparecimento das bandas de barras, foi incorporada nos sistemas de identificação mais complexos que utilizam estas, surgindo portanto como parte de um conjunto de algarismos maior. O caso daquele jornal está representado na figura 4.

Os 8 algarismos do ISSN têm uma propriedade especial que lhes é conferida pelo modo como o de controlo (o da direita) é determinado: multiplicando o 1° algarismo por 8, o 2° por 7, o 3° por 6, e assim sucessivamente, o 8° algarismo (o de controlo) deve ser tal que, adicionado à soma de todos os anteriores produtos, se obtenha um múltiplo de 11. No caso do jornal *Público*:

$0 \times 8 + 8 \times 7 + 7 \times 6 + 2 \times 5 + 1 \times 4 + 5 \times 3 + 4 \times 2 = 135$

pelo que o último algarismo deve ser 8 para que 135 + 8 = 143 (o próximo múltiplo de 11).

Nos casos em que o número de controlo deva ser 10, utiliza-se para tal o sinal X.[3]

	Fabricante		Produto	
	binária	barras	binária	barras
0	0001101		1110010	
1	0011001		1100110	
2	0010011		1101100	
3	0111101		1000010	
4	0100011		1011100	
5	0110001		1001110	
6	0101111		1010000	
7	0111011		1000100	
8	0110111		1001000	
9	0001011		1110100	

Tabela 1

ISSN:0872-1548

04177

9 770872 154019

Figura 4

Outros sistemas de identificação numéricos que utilizam *bandas de barras*[4]

O equivalente europeu do UPC foi adoptado em 1976. Trata-se do EAN[5] (*European Article Number*), que se baseia em dois grupos de seis algarismos, permitindo-lhe assim uma maior longevidade que a do sistema americano. É um sistema regulamentado de uma forma um pouco mais complexa do que a descrita acima para o UPC.[6]

Outros sistemas numéricos que usam bandas de barras: produtos farmacêuticos (sistema UPN), pautas musicais (sistema ISMN), correspondência postal (sistema ZIP), encomendas postais[7], etc.

Notas

1 Número de controlo: 5.

2 Informações sobre o UPC: artigo de David Masunaga (1994), Zips and Strips, publicado em *NCTM Student Math Notes*, suplemento do *News Bulletin* da National Council of Teachers of Mathematics (E.U.A.) de Janeiro.

3 Informações sobre o ISSN: artigo de Elisabeth Busser (1996), Le Secret des Codes-Barres. Clair-Obscur, publicado em *Tangente*, nos 51-52 (pp.80-82); e www.issn.org. Sobre o ISBN: www.copyritpress.com/isbn.html.

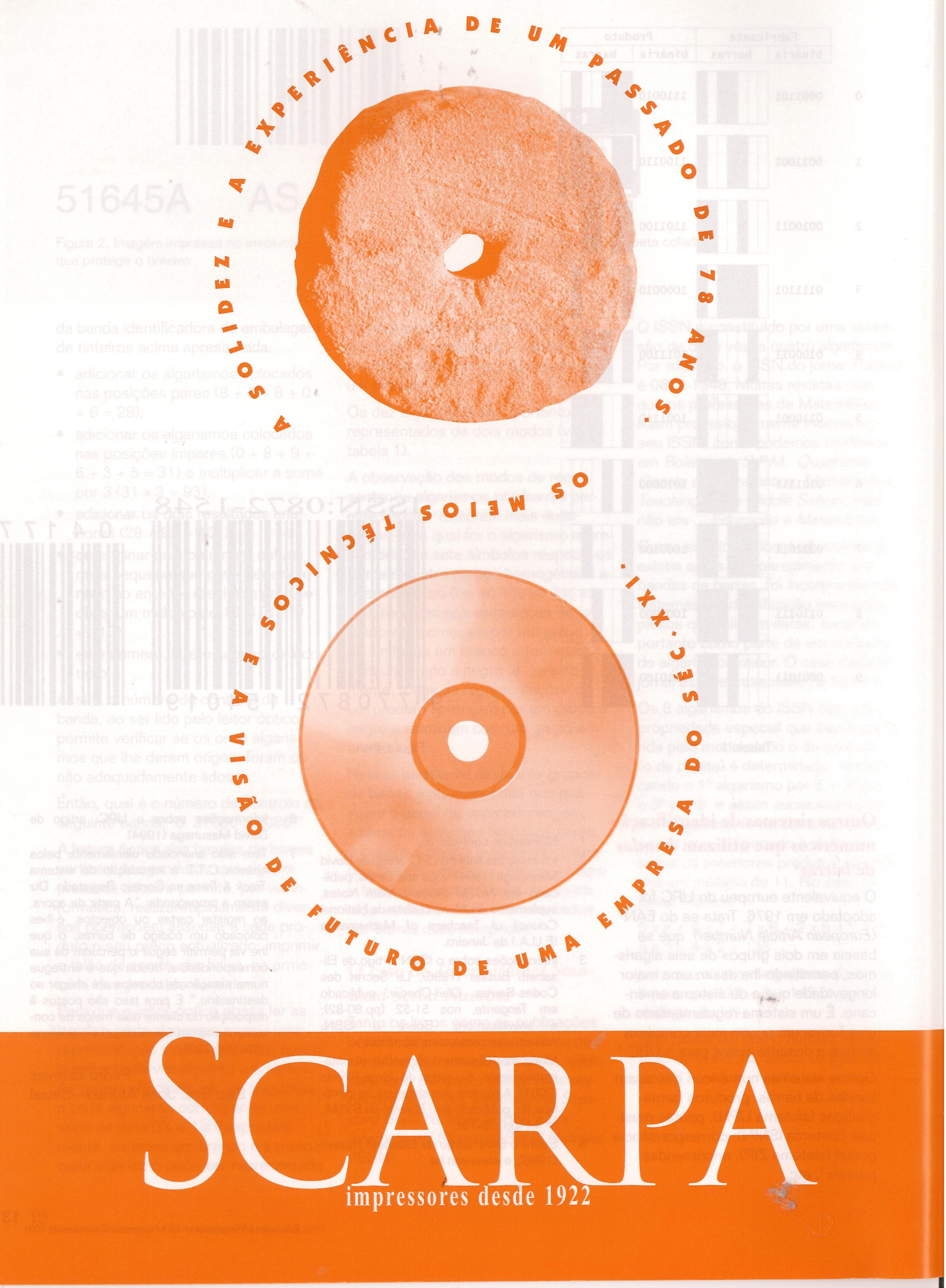
4 Muito interessante, informativa e matematicamente, é o artigo de Jorge Picado (2001), A álgebra dos sistemas de identificação, publicado em: *Boletim da S.P.M.*, nº 44 (pp. 39-73).

5 Sobre o EAN: artigo de Elisabeth Busser (1996); e www.ean.be.

6 Informações sobre o UPC: artigo de David Masunaga (1994).

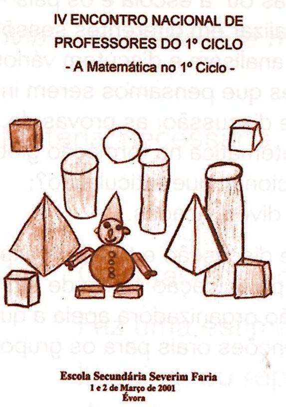
7 Tem sido anunciado ultimamente pelos nossos C.T.T. a introdução do sistema *Track & Trace* no Correio Registado. Diz assim a propaganda: "A partir de agora, ao registar cartas ou objectos, é-lhes colocado um código de barras, o que lhe vai permitir seguir o percurso da sua correspondência, desde que é entregue numa estação de correios até chegar ao destinatário." E para isso são postos à disposição do cliente dois meios de contacto: a internet (www.ctt.pt) e o telefone (808 200 220).

Pedro Esteves
Esc. Sec. José Afonso—Seixal


A SOLIDEZ E A EXPERIÊNCIA DE UM PASSADO DE 78 ANOS.
OS MEIOS TÉCNICOS E A VISÃO DE FUTURO DE UMA EMPRESA DO SÉC. XXI.
SCARPA
impressores desde 1922

Encontros do 1º ciclo para quê? Algumas reflexões

Lurdes Serrazina



Realizou-se nos dias 1 e 2 de Março de 2001, em Évora, o IV Encontro Nacional de Professores do 1º ciclo promovido pela APM. Neste IV Encontro, de que se publica agora este dossier, realizaram-se duas conferências plenárias, cujos textos pode ler nesta revista, painéis onde se discutiram temas como as provas de aferição e a formação de professores. Tiveram ainda lugar várias sessões práticas e de discussão sobre diversos temas relativos à educação matemática neste nível de ensino.

O V Encontro Nacional de Professores do 1º ciclo realizar-se-á na Escola Superior de Educação de Setúbal a 14 e 15 de Março de 2002. Numa altura em que a reorganização curricular está a ser implementada, este vai ser com certeza um dos temas em debate. Será mais uma oportunidade para em conjunto discutirmos diferentes aspectos que nos preocupam a todos, nomeadamente, o papel da matemática na formação global dos nossos alunos, como compatibilizar as competências essenciais definidas no currículo nacional com o programa de Matemática em vigor, o desenvolvimento de projectos em Matemática e com a matemática, o papel das provas de aferição de Matemática e a intervenção de outros parceiros educativos nomeadamente os pais.

Quando pela primeira vez aparece um documento único para todo o ensino básico, podemos questionar-nos que mais valia pode advir destes encontros específicos para discutir aspectos relativos à educação matemática no 1º ciclo. Na minha opinião, existem especificidades do 1º ciclo do ensino básico que justificam que se continue a promover a realização destes encontros, de que gostaria de realçar alguns aspectos.

Os professores do 1º ciclo são professores generalistas de quem se espera que façam um ensino globalizante abordando as diferentes áreas previstas no currículo incluindo a Matemática. São professores de Matemática, mas espera-se que consigam integrar a matemática com as diferentes áreas do currículo.

É no 1º ciclo que os primeiros conceitos matemáticos são trabalhados de um modo sistemático. A investigação diz-nos que as primeiras experiências como alunos de Matemática podem ser determinantes na aprendizagem que, como indivíduos, conseguem fazer desta disciplina. Como é afirmado em *A Matemática na Educação Básica*, a aprendizagem requer o envolvimento das crianças em actividades significativas e que se envolvam num processo de reflexão à volta dessas actividades. Desta forma os alunos vão desenvolvendo as suas concepções sobre a matemática e o seu ensino, que com dificuldade serão alteradas no futuro. Os primeiros contactos que os alunos têm com o ensino formal da matemática são pois determinantes.

Cada vez um maior número de professores do 1º ciclo tem consciência deste seu papel fundamental e questiona-se sobre a melhor forma de o fazer. Na verdade não existe uma melhor forma nem uma forma única de ensinar matemática pois isso depende de múltiplos factores. Mas na medida em que, como profissionais, conseguimos discutir com os nossos colegas os diferentes modos de trabalhar a matemática, alargamos o nosso conhecimento profissional sobre o assunto. Quantas vezes deparamos com alunos que têm um bom desempenho no cálculo, nomeadamente nos algoritmos de papel e lápis, mas não conseguem perante um problema identificar que operação devem usar (o que significa que não dominam o sentido da operação). Saber como ultrapassar este estado de coisas implica participar em discussões aprofundadas com os outros, reflectir sobre como os alunos aprendem e encontrar as propostas mais adequadas.

Os encontros do 1º ciclo podem constituir um local ideal para que os profissionais envolvidos nas práticas de sala de aula no 1º ciclo, os formadores das instituições de formação de professores e outros profissionais interessados nesta problemática possam trocar experiências, reflectir sobre elas e aprender uns com outros. Momentos de discussão, de análise, de resolução de tarefas e de trocas de experiências são momentos propícios ao crescimento de todos neles envolvidos.

Numa altura em que temos pela frente

o desafio de implementar a reorganização curricular do ensino básico e nomeadamente o pôr em prática o currículo nacional, onde são enunciadas, para além das competências essenciais, experiências de aprendizagem que todos os nossos alunos devem realizar de modo a desenvolverem a sua competência matemática, é fundamental que existam espaços onde, como profissionais do mesmo ofício, as possamos analisar e discutir. O encontro de professores do 1° ciclo promovido pela APM tem vindo a mostrar potencialidades para ser um dos espaços que contribuem para o desenvolvimento profissional de todos os profissionais que se interessam pelo ensino e aprendizagem da matemática neste nível de ensino, onde aquela discussão e análise pode ter lugar. Mas os espaços relativos ao 1° ciclo nos encontros nacionais têm também de ser valorizados e expandidos. E não será de considerar encontros temáticos destinados aos diferentes níveis educativos, como o relativo ao ensino da estatística ou da geometria?

Lurdes Serrazina
ESE de Lisboa

Encontro Nacional de Professores do 1º Ciclo: a Matemática no 1º Ciclo

O encontro de professores do 1° Ciclo, promovido anualmente pela APM, vai realizar-se nos dias 14 e 15 de Fevereiro na ESE de Setúbal. O programa, essencialmente composto por conferências, grupos de discussão e por sessões práticas está praticamente definido e procura combinar a discussão em torno de temas que consideramos particularmente pertinentes – como a reorganização curricular, a estatística no 1° Ciclo, as investigações matemáticas ou a escola e os pais - com o trabalho a realizar em diferentes sessões práticas em que se analisam e discutem vários aspectos e questões que pensamos serem interessantes. Estão ainda previstos quatro grupos de discussão: as provas de aferição e o ensino da Matemática; o papel da Matemática na formação global dos alunos; o programa do 1° Ciclo e currículo nacional: que articulação?; projectos: uma discussão a partir de experiências diversificadas.

Consideramos que este encontro é um espaço de discussão e troca de experiências pelo que é importante poder contar com a participação activa de um número significativo de colegas. Assim, a comissão organizadora apela a que os colegas proponham sessões práticas e intervenções orais para os grupos de discussão.

O prazo de inscrição para este encontro termina no dia 7 de Fevereiro.

Todas as informações estão disponíveis no site da APM e no da ESE de Setúbal: http://www.ese.ips.pt/

A comissão organizadora

Materiais para a aula de Matemática

Pilhas de latas

Para fazer uma boa estimativa de quantas latas cabem na sala uma boa estratégia é recorrer a uma unidade intermédia. Uma boa unidade intermédia nesta situação é uma caixa de cartão. Assim, um dos objectivos desta proposta de trabalho é compreender a utilidade de recorrer a unidades intermédias não padronizadas e de dar significado à relação entre essas unidades. Outro objectivo desta actividade é valorizar a adequação de medidas obtidas por estimativa tendo em conta o contexto do problema.

É também importante ressaltar que esta actividade ajuda a construir o conceito de volume, relacionando-o com a multiplicação, e oferecendo-lhe vários níveis fortes e acessíveis de visualização: a unidade de medida, o volume a medir, a unidade intermédia, a relação multiplicativa entre estas unidades. Tudo isto sem recorrer às unidades de medida do sistema internacional.

Esta actividade foi concebida a pensar nos alunos do 1° ciclo, mas pode ser utilizada, adaptada e ampliada para alunos de outros níveis. Para alunos mais pequenos pode recorrer-se a mais do que uma lata e encher mesmo a caixa de cartão com latas. Neste caso, a ficha pode ser um guião para orientar o trabalho do professor com todos os alunos da turma e recorrendo a registos gerais para todos no quadro.

Cristina Loureiro, ESE de Lisboa
António Bernardes, Esc. Sec. Gil Vicente

Escola..	
Ano/Turma......................... Data...................	Aluno(a)............................

Pilhas de latas

Quantas latas de sumo cabem na sala de aula?

Mais ou menos de mil? Mais ou menos de 1 milhão?

Material necessário: 1 lata de sumo (ou de outro produto qualquer);
1 caixa de cartão

1. Quantas latas de sumo cabem na caixa de cartão?

   Faz uma estimativa seguindo o processo seguinte:

   Imagina, ou representa, uma fila de latas no fundo da caixa e encostadas a uma parede da caixa.

Quantas latas tem essa fila?	
Quantas dessas filas de latas cabem no fundo da caixa?	

Número aproximado de latas que cabem numa camada no fundo da caixa?	
Número de camadas destas que cabem na caixa?	
Número aproximado de latas que cabem na caixa de cartão?	

2. Quantas caixas de cartão cabem na sala de aula?

Faz uma estimativa seguindo o processo igual ao que foi utilizado para saber quantas latas caberiam na caixa de cartão.

Imagina, ou representa, uma fila de caixas no chão da sala, encostada a uma parede da sala.

Quantas caixas tem essa fila?	
Quantas dessas filas de caixas cabem no chão da sala de aula?	
Qual é o número aproximado de caixas que cabem numa camada no chão da sala de aula?	
Qual é o número de camadas destas que cabem na sala de aula?	
Qual é o número aproximado de caixas que cabem sala de aula?	

3. Número aproximado de caixas de cartão que cabem na sala de aula?

Número aproximado de latas que cabem nas caixas de cartão?

Número aproximado de latas que cabem na sala de aula?

4. Se todos alunos da turma beberem uma lata de sumo durante todos os dias de um ano, o número de latas gastas cabe ou não na sala de aula?

5. Durante quanto tempo os alunos da turma teriam de beber uma lata de sumo por dia para conseguir encher a sala de aula com latas?

Nota

Dêem uma vista de olhos à página dos alunos da escola EB1 Outurela e Portela que fizeram uma visita à fábrica da Sumol. O endereço da página é: http://www.minerva.uevora.pt/praticapascal/local/sumol.htm

Pôr a mão na massa (*La main à la pâte*)*

Jean-Marie Kraemer

Uma criança em cada quatro não aproveita como devia as suas aulas de Matemática nos níveis 1 a 6. Este facto é assinalado através da análise dos dados nacionais dos testes que construímos para seguir as crianças no seu desenvolvimento ao longo da escola primária. É, em parte, com base nos dados deste acompanhamento que temos vindo a desenvolver um programa de apoio sistemático a alunos com dificuldades. Convido-vos a reconstruir comigo quatro ideias e princípios essenciais desta tentativa de melhoramento das condições de aprendizagem dos alunos "fracos" em matemática.

- Praticar a "verdadeira" matemática,
- na sua zona própria de desenvolvimento,
- a partir de cadeias de problemas,
- que favoreçam a reflexão e o trabalho comum (cooperação).

Praticar a "verdadeira" matemática

Examinemos alguns fragmentos do protocolo de umas dessas actividades de apoio sob a direcção de Trudy, uma estudante do 4° ano, encarregue de experimentar uma dúzia de lições do programa do grau 4 no decurso do seu último estágio na formação para professora. Trudy trabalha com os cinco alunos mais fracos da classe. Estes fazem parte dos 30% de alunos mais fracos do quarto grau: Martin, Amber, Phebe, Tabitha e Michael. Michael está ausente neste dia.

O problema apresentado

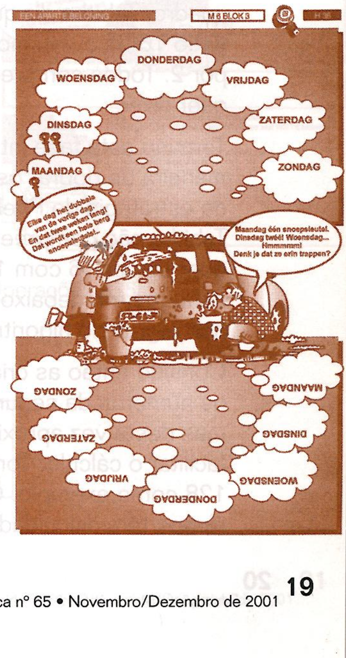
A ficha mostra as crianças a lavar o carro dos pais.

Elas imaginam a recompensa que poderão ter:

Rapariga — cada dia duas vezes mais moedas que na véspera … E isto durante 2 semanas … ! Imaginas a montanha de moedas? …

Rapaz — segunda uma, terça duas, quarta … Huuummm! Estás convencida que eles vão nessa?

Como reagiram os alunos de Trudy?

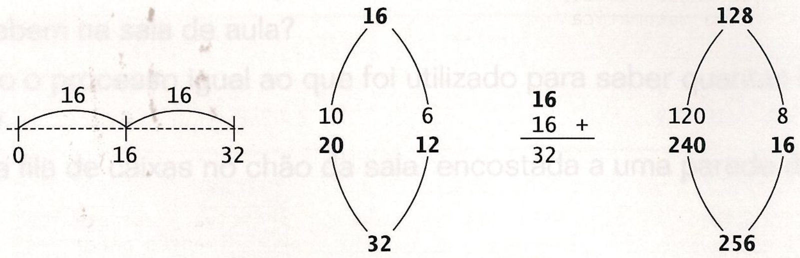


Uma recompensa especial [H38].

Transformar as ideias sobre o que se entende por *'aprender'* e *'ensinar'*, aprender a compreender como os alunos adquirem os seus conhecimentos e desenvolvem os seus instrumentos e ensaiar a partir daí, inventar novos métodos de trabalho para a prática de todos os dias, é um trabalho de grande fôlego.

Protocolo de Trudy

Martin pode explicar muito bem o que se passa. Todo o grupo se ri das intenções da rapariga e do rapaz. Phebe diz, depois da explicação de Martin, que não compreende o que ele quer dizer com "o dobro de terça" e o "dobro de terça na quarta". Ela tem tendência para juntar as moedas de segunda com as de terça e em considerar esta quantidade como o número de moedas recebidas na quarta. Mas ela compreende a "regra" inventada pelas crianças depois da minha explicação.



As crianças reconstroem então, cada uma por si, a sequência dos números da primeira semana e anotam os números nas casas. Martin, Amber e Phebe fazem-no de cabeça e sem erros. Tabitha engana-se a partir de sábado. Quando lhe pergunto o que fez, ela explica-me que para sábado adicionou o número de quarta ao de sexta e para domingo o de quinta ao de sexta.

Quando as crianças confrontam os resultados explicando como os obtiveram, dão-se conta que seguiram estratégias diferentes:

Phebe calculou o dobro de 16 separando a dezena das unidades: 10+10=20; 6+6=12 e 20+12=32

Martin multiplicou por dois: 16x2=32 sendo [2x10]+[2x6];

Amber multiplicou igualmente 16 por 2, mas sem cálculo, porque ele sabe que é 32.

Quando eu represento estes procedimentos numa linha numérica no quadro, Tabitha diz que adicionar repetindo 16 dá o mesmo que multiplicar por 2. Todos compreendem o que ela quer dizer.

Termino esta fase introduzindo uma maneira de dobrar os números a partir da estratégia de Phebe e de Martin. Tabitha não compreende logo. Ela quer somar 16 com 16 colocando os números um debaixo do outro, como nas regras do algoritmo da adição.

Convido então as crianças a obter os números da segunda semana, mas desta vez aproximadamente, para facilitar o cálculo. Tomamos 64 e 128 como exemplo. Os meus quatro alunos têm dificuldade em aceitar isto, porque preferem calcular exactamente. 64 permite-nos ficar de acordo sobre o que entendemos por "arredondar". Martin acha que 65 é um bom número, bastante próximo de 64. Aceito a sua proposta e acrescento que poderemos estar de acordo em utilizar as dezenas mais próximas. Tabitha propõe então 60 que dá 120. Toda a gente vê que o número exacto é 128. Phebe propõe então transformar 128 em 130. Martin nota que 260 é demais. Mas ele não vê logo o número de moedas a mais. Amber diz que há 4 moedas a mais, porque 130 é mais 2 que 128 e que, se duplicamos 130, é preciso duplicar 2 também, logo 4 a mais. Os seus colegas não compreendem o seu raciocínio. Para verificar, os alunos duplicam 128 recorrendo ao procedimento que acabam de aprender. Martin constata que Amber tinha razão com a diferença de 4.

Reflexão

No fundo, nada na actividade matemática dos alunos deste grupo os distingue de outros alunos, nem entre eles. Eles formam uma representação mental da situação ligando os dados relevantes uns com os outros, raciocinando e calculando a partir desta representação. Eles não vêem a sequência de potências de dois, evidentemente. Mas reconstroem, segundo a sua perspectiva, uma sequência de números e uma técnica de cálculo que tenha sentido para este problema. Eles utilizam para isso o que descobriram há algum tempo: que com os dobros de números "bons" se pode ganhar tempo, pensem por exemplo em 3x12= 48–12.

Dar ocasião aos alunos mais fracos em matemática de praticar a "verdadeira" matemática ao seu nível próprio de desenvolvimento é o primeiro princípio de nossa aproximação de apoio aos alunos. Nós tomamos como pontos do referencial os quatro elementos chave que entram em jogo na actividade matemática (fig. 1). Eles permitem-nos ver e compreender as diferenças entre os alunos. Mas também como os alunos transformam as suas ideias e o seu modo de pensar e de fazer quando passam de um nível de desenvolvimento para outro.

Simultaneamente, este mesmo esquema permite-nos compreender os problemas de comunicação no decurso das interacções, como o problema no fim do protocolo de Trudy. Martin, Phebe et Amber não compreendem a explicação de Tabitha a propósito do dobro de 128 e de 130. A diferença entre Tabitha e os seus camaradas Tabitha é que ela se concentra *na relação entre o dobro de 128 e de 130. É a imagem desta relação* que ela tem na cabeça e que a leva a dizer o que diz: "Ele tem 4 moedas a mais, porque 130 tem mais 2 que 128 e porque, se dobramos 130, também temos que dobrar o 2, portanto são 4 a mais".

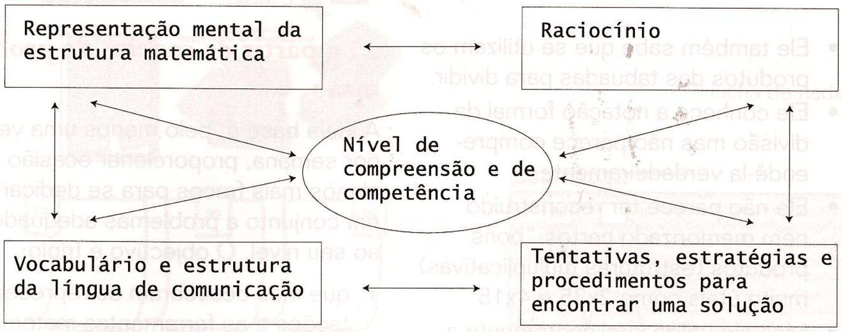


Figura 1: os elementos chave do processo de matematização que assinalam em que nível os alunos praticam a sua matemática

... no campo de desenvolvimento das crianças

A primeira questão que sustenta o princípio da "verdadeira" matemática é com certeza: *quais são os objectivos e os conteúdos dos problemas a construir nesta perspectiva de apoio?*

Na prática utilizamos três tipos de informação:

- os dados dos testes nacionais do nosso estudo (do grau 1 ao grau 6);
- os dados de entrevistas de diagnóstico com alunos de níveis diferentes e
- os dados das nossas experiências de apoio a alunos fracos que seguimos na nossa escola experimental em La Haye.

Peguemos em alguns fragmentos da entrevista de diagnóstico de Trudy com Michael, depois de ele ter feito o seu teste e antes de ter participado em alguma lição de apoio. Uma entrevista de diagnóstico deste tipo tem três partes. Apresentamos a parte 2.

Michael explica primeiro como resolveu mentalmente algumas operações elementares sem contexto que um aluno do seu nível de aprendizagem domina mais ou menos bem (ficha G4).

Ele tenta em seguida resolver, com a ajuda de Trudy, um problema de aplicação no qual colocámos números e aspectos da multiplicação e da divisão que ele conhece igualmente mais ou menos bem (ficha G5).

A. Quantos *smarties* mais ou menos?
Mais de 20?
Mais de 40?
Mais de 80?
Como viste isso?

B. Quantos *smarties* exactamente?
Vais contar?
Vais calcular?
Mostra-me como fizeste.

C. Arruma todos os *smarties* em sacos: sacos de *smarties* verdes e sacos de *smarties* brancos
Quantos *smarties* vais pôr em cada saco?
O que é que não corre bem?
Como podes experimentar fazer?

O protocolo de Trudy

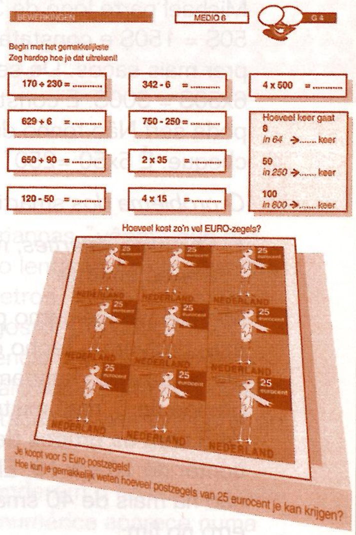
As operações sem contexto

Michael resolve 2x35 e 4x15 separando as unidades das dezenas e 4x500, suprimindo e repondo os zeros, certamente como aprendeu a fazer com o seu professor:

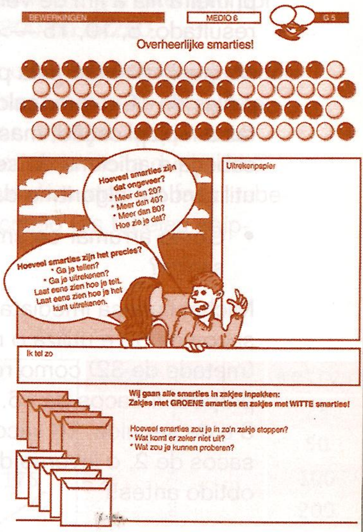
```
2 x 35 =
2 x 5  = 10
2 x 30 = 60 +
         70
```

```
4 x 15 =
4 x 5  = 20
4 x 10 = 40 +
         60
```

```
4 x 500 =
  4 x 5 = 20
Dois zeros dão 2000
```



Operações [G4].



Operações [G5].

A primeira questão de divisão coloca imediatamente um problema de compreensão da notação formal, ainda que Michael dê a boa resposta dizendo que utiliza a tabuada do 8. Michael diz: "8 dividido por 64 igual a 8". Ele volta a fazer o mesmo erro com 250:50 —> 50:250. Eu coloco então a divisão num contexto. Tu tens 250 escudos e compras sacos de bombons a 50 escudos cada. Quantos sacos podes comprar?

Michael parte logo de 3 sacos: 3x 50$ = 150$ e constata que pode comprar mais sacos. De seguida duplica: 6x50$ = 300$. E constata que "não pode ser! Não tenho dinheiro que chegue. É 5x50 =250"!

O problema dos smarties

- Quantos *smarties*, mais ou menos e exactamente

Michael não vê como poderá atacar este problema. Tenho que o ajudar. Ele conta espontaneamente utilizando grupos de 5, mas mistura os grupos de 5 com os grupos de 10 querendo contar de 10 em 10. Ele constata que não há mais de 40 smarties e faz um erro no fim:

10, 20, 30, 40, 50, 60 —> 61, 62, 63!

Proponho então contar os *smarties* da primeira fila a fim de verificar o seu resultado: 5, 10, 15 —>16.

Michael vê então pela primeira vez as 4 filas de 16 e quer calcular 4x16. Não faz a multiplicação, mas duplica 16 de cabeça e adiciona de seguida 32 e 32 utilizando o algoritmo da adição.

- Como arrumar os smarties nos sacos?

Michael pensa imediatamente em 2 sacos de 32 e utiliza o número 16 (metade de 32) como referência. Ele propõe: 4 sacos de 16, 8 sacos de 8 e de seguida, 16 sacos de 4 e 32 sacos de 2, o inverso do que ele tinha obtido antes!!

Reflexão

Este diálogo dá informações essenciais:

- Michael desenvolveu (e domina) certas técnicas de multiplicação mental que lhe permitem resolver um certo número de multiplicações sem contexto.
- Ele também sabe que se utilizam os produtos das tabuadas para dividir.
- Ele conhece a notação formal da divisão mas não parece compreendê-la verdadeiramente.
- Ele não parece ter reconstruído nem memorizado certos "bons" produtos (estruturas multiplicativas) muito úteis como 2x35 e 4x15.
- Mas ele utiliza inteligentemente a sua compreensão da divisão na situação dos *smarties*, assim como certas características da multiplicação e as estruturas de 64 que ele conhece (64=2x32=4x16=8x8 e os inversos 64=32x2=16x4).

Encontrar os objectivos e os conteúdos de suporte, procurando compreender qual é a matemática que utilizam as crianças num certo nível de desenvolvimento e como a utilizam, é o segundo princípio do nosso trabalho.

São as próprias crianças que, neste sentido, determinam o que vão explorar no período seguinte. A partir das entrevistas formulámos três temas para o grau 4:

- explorar como podemos estruturar as grandezas (e quantidades) e os números de diferentes maneiras em diferentes contextos de multiplicação e de divisão (*estruturas multiplicativas de números*);
- reconstruir a partir daí as características mais importantes da multiplicação e da divisão e combiná-las com as características dos números (*características dos números e das operações e relações numéricas e relações entre as operações*);
- desenvolver, enfim, uma aproximação e instrumentos que permitam resolver mentalmente um grande número de problemas de divisão e pela estruturação dos números, aplicando o que as crianças já sabem dos números e da multiplicação (*procedimentos mentais da multiplicação e suas possíveis aplicações*).

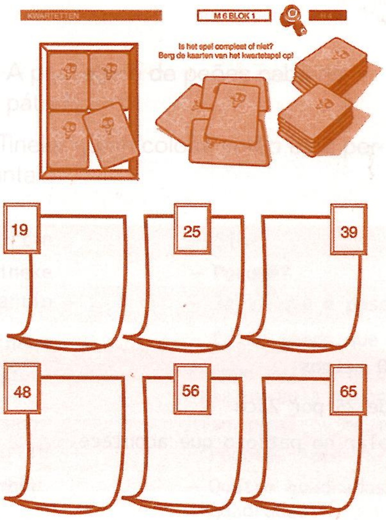
... a partir de cadeias de problemas

A ideia base é, pelo menos uma vez por semana, proporcionar ocasião aos alunos mais fracos para se dedicarem em conjunto a problemas adequados ao seu nível. O objectivo é triplo:

1. que eles descubram as representações e as ferramentas matemáticas que cada um deles construiu ao longo do tempo e que utiliza regularmente;
2. que eles comparem as suas representações e as suas ferramentas tentando compreender de onde vêm e testando a sua "justeza" e a sua eficácia;
3. que eles afinem e transformem estas representações e estas ferramentas descobrindo novas possibilidades de ver as coisas, de as organizar e de as explorar o mais eficazmente possível num campo cada vez mais vasto de aplicações.

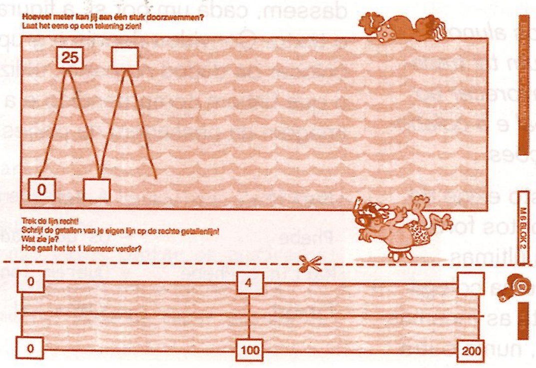
O terceiro princípio do nosso trabalho é a utilização de cadeias de problemas como quadro de exploração e de organização para realizar esta ideia de praticar a "verdadeira" matemática. É nestes problemas que colocamos os conteúdos que nos parecem acessíveis ao seu campo de desenvolvimento. As cadeias são concebidas de tal forma, que cada problema desafia as crianças a andar mais um passo, para um nível mais elevado de compreensão, de formalização e de aplicação.

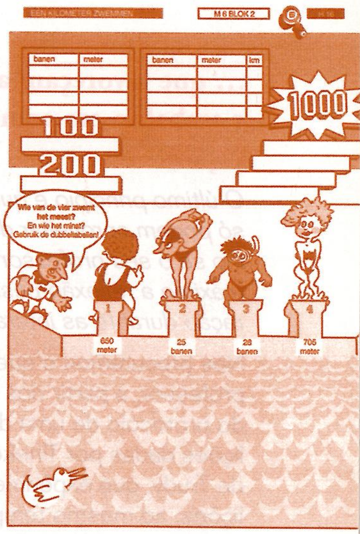
Exploremos dois problemas ao de leve. *O problema do jogo de cartas* é abordado no início do programa de apoio, o da *piscina* a meio do percurso.



Ficha do jogo das famílias [H4].

Ficha de nadar 1km [H15 e H16].





O jogo das famílias

Dividir é o inverso de multiplicar. É o que nós queremos destacar neste problema em 3 etapas.

As crianças começam por fazer o seu próprio jogo, para reconstruir a estrutura matemática do jogo e descrevê-lo "matematicamente". Pensem por exemplo num jogo de 32 cartas feito por 8 crianças. Cada um junta as cartas de uma família. Isto dá 8 famílias, logo 32 cartas, porque 4x8=32 ou 32=4x8.

De seguida, poderão fazer um jogo de 60 cartas, o que convida a desenvolver vários métodos mais ou menos eficazes de cálculo.

Finalmente aplicam o que descobriram e constroem completando os jogos incompletos representados unicamente pelo número de cartas.

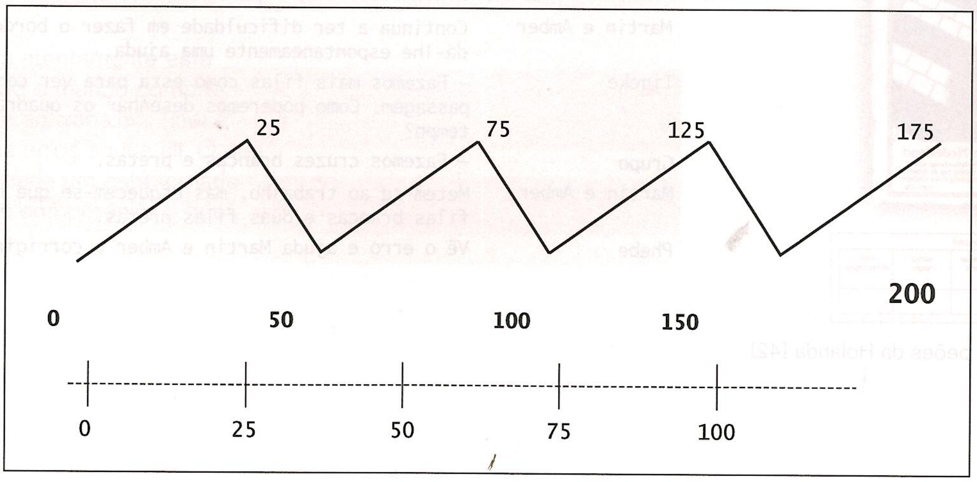
A descoberta essencial é que elas podem resolver estas questões reconstruindo os múltiplos de 4 em vários níveis: fazendo saltos de 4 sobre uma recta numérica; anotando ao mesmo tempo nesta linha o número de famílias e o número de cartas (ficha 3); utilizando os produtos que conhecem e em particular 10x4=40. Um ponto importante é que as crianças tenham reconstruído a dupla linha numérica mais cedo num outro contexto de pesquisa. Elas agora utilizá-la-ão numa nova situação.

Nadar 1 quilómetro

1 quilómetro é mais comprido do que se pensa. Basta representar 1 quilómetro para nos darmos conta disso. É a ideia subjacente a este problema. Representando as suas idas-e-vindas numa piscina de 25 metros de comprimento, as crianças "vêem" que progridem muito lentamente em direcção aos 1000 metros. Muito lentamente para o seu gosto! Contamos com esta impaciência para as convidar a refazer os cálculos a partir dos dados da representação da primeira parte do percurso.

Se elas estenderem o fio do seu caminho, a linha numérica aparece numa estrutura que salta aos olhos: podemos fazer bocados de 100m (4x25m) e, a partir daqui, representar o 1000 de várias maneiras, por exemplo por 10x100, 5x200 ou 4x250.

Reconstruir o número de idas-e-vindas é, então, uma questão de raciocínio, se pensamos utilizar o que já construímos anteriormente: a dupla linha numérica que dá a ideia de fazer tabelas de duplicação (as tabelas egípcias):



comprimentos	metros
1	25
2	50
4	100
8	200

comprimentos	metros
10	250
20	500
40	1000
80	2000

… que favoreçam a reflexão e o trabalho em comum (cooperação)

O último princípio é que os alunos só podem aproveitar de um tal trabalho se o seu professor favorecer ao máximo a reflexão pessoal e a colaboração durante as interacções.

Nós procuramos o que isto exige do professor, a partir dos pontos fortes do protocolo de uma das últimas lições dadas por Tineke, uma colega de Trudy, que experimenta as mesmas lições, ao mesmo tempo, numa outra escola com alunos do mesmo nível que os de Trudy.

O problema

O "artigo de jornal" apresenta *A maior passagem de peões da Holanda*:

Esta rapariga caminha sobre a maior passagem de peões da Holanda para ir à escola. Ela tem aproximadamente 100 metros de comprimento e conduz à entrada da escola Albert Schweitser em Haarlem, uma escola que acolhe crianças doentes.

A questão do dia é imaginar o tamanho desta passagem reproduzindo-a no pátio e no papel com números.

A maior passagem de peões da Holanda [42].

• Colocar no papel os dados

Tineke introduziu este problema na aula pedindo, aos alunos que estudassem, cada um por si, a figura e o texto. Convidou depois o grupo a colocar os dados no papel, utilizando o que tinham compreendido e a sua imagem da passagem de peões.

Martin	– A passagem tem 100 metros
Phebe	– Os quadrados são de 25 por 25cm
Martin e Phebe	– Querem logo controlar no pátio o que acontece
Tineke	– Vamos lá!

• Medida dos quadrados no pátio

Martin e Phebe	Medem os quadrados e constatam que eles são de 28 por 28cm
Tineke	– Porquê então de 25 por 25 na nossa ficha?
Tabitha	– É um número mais fácil de calcular. Passa no 100 quando dobramos

Tineke propõe então que utilizem os quadrados do pátio (marcam-nos com cruzes) para tentar imaginar a largura e o comprimento da verdadeira passagem em Haarlem.

• Largura da passagem

Martin diz logo de seguida "110 quadrados" mas parece bloqueado ao querer visualizar a segunda fila. Ele não vê como fazê-lo, em parte porque ele acha que os quadrados do desenho estão mal desenhados. Ele vê mais quartos de quadrado que meios quadrados.

Martin	Segue a sua ideia e não o desenho e "põe" as suas filas marcando os quadrados com uma cruz branca: X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X
Tineke	– Olha o desenho! O bordo é a direito!
Tabitha	Descreve a segunda fila na forma de uma operação: 9 quadrados + 1/2 quadrado + 1/2 quadrado = 10 quadrados
Martin e Amber	Continua a ter dificuldade em fazer o bordo direito. Mas Amber dá-lhe espontaneamente uma ajuda.
Tineke	– Fazemos mais filas como esta para ver como parece a verdadeira passagem. Como poderemos desenhar os quadrados sem perder muito tempo?
Grupo	– Fazemos cruzes brancas e pretas.
Martin e Amber	Metem-se ao trabalho, mas esquecem-se que há de cada vez duas filas brancas e duas filas pretas.
Phebe	Vê o erro e ajuda Martin e Amber a corrigir o desenho deles.

- A passagem de peões cabe no pátio?

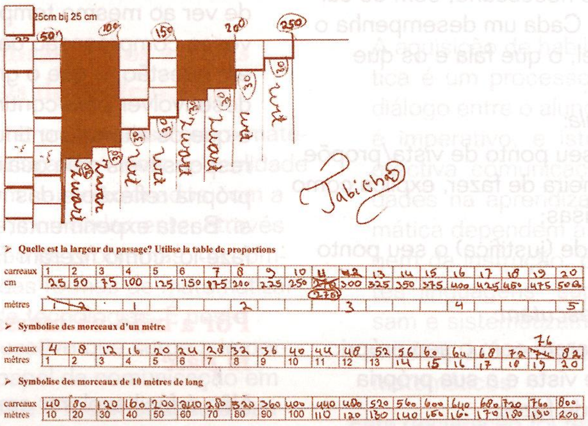
É Tineke quem coloca então esta pergunta

Martin	– Sim!
Tineke	– Porquê?
Martin	– Já vi que é possível.
Tineke	– Então temos que o mostrar!
Amber	Propõe duas soluções: medir o pátio da escola com o metro da sala de aula e contar os quadrados.
Grupo	Riso geral: – mesmo assim não vamos contar os quadrados!
Martin	– Podemos fazê-lo depressa contando de dois em dois: 2, 4, 6, 8,...
Amber	– Quatro quadrados faz 1 metro! Podemos fazer passos de 4 quadrados!

Cada aluno faz o seu melhor para medir, fazendo passos de 4 quadrados. Não é encontrado o mesmo valor para o comprimento do pátio. Mas o grupo está de acordo com uma coisa, a passagem só chega a metade do pátio!

- Representação simbólica com números

Saltamos a parte intermédia da pesquisa que leva à representação simbólica da largura e do comprimento da passagem substituindo sistematicamente o número de quadrados utilizados numa tabela de proporções, desenvolvida a partir da dupla linha numérica.



Passagem de peões (plano). Trabalho de Tabitha.

Martin	Acha esta tabela de proporções formidável! Ele compreende logo o princípio e explica-o aos seus camaradas. Tão bem que todos deitam logo mãos ao trabalho.
Phebe	Faz um pequeno erro. Ele dobra 25 contando 2 filas em vez de uma. Mas ele compreende e corrige o próprio erro quando lhe peço para controlar o que faz.
Tabitha	Pergunta se ele pode preencher também a tabela com metros.
Tineke	– Compreendem o que estão a fazer com esta tabela?
Ophebe et Martin	– É a mesma coisa que fazemos no pátio, quando medimos saltando de 3 quadrados para 4! É preciso fazer metros com quadrados de 25!

O grupo escuta atentamente esta explicação. Todo o mundo compreende e se mete ao trabalho. Tineke constata alguns erros aqui e ali. O que é certo, é que cada um está tomado pela pergunta e compreende o que faz.

Reflexão

A imagem do lado "cara" e "coroa" duma moeda permite ver a ligação entre os dois papéis essenciais do professor.

Lado coroa: proporcionar e animar a reflexão, dar-lhe uma direcção e elevar o seu nível

- Se os problemas estão bem escolhidos (ao nível dos alunos) são os próprios que tomam as iniciativas. Os conflitos de cada aluno e entre os alunos requerem mais atenção. O professor dá obviamente a maior liberdade possível mas intervém quando é necessário, sem os culpabilizar. Cada um desempenha o seu papel, o que fala e os que escutam:
- *O que fala*:

  — dá o seu ponto de vista/propõe uma maneira de fazer, explica como vê as coisas;

  — defende (justifica) o seu ponto de vista
- *Os que escutam:*

  — comparam com o seu próprio ponto de vista e a sua própria maneira de fazer;

  — experimentam compreender a explicação e pedem esclarecimentos, quando necessário;

  — questionam e negociam as "coisas" que não são partilhadas.

O professor desempenha o papel segundo as circunstâncias para proporcionar e animar a reflexão, dar-lhe uma direcção e elevar o seu nível.

Lado face: Favorecer e garantir o trabalho comum

O trabalho colectivo que permite aos alunos chegar às suas próprias construções. Sem verdadeira colaboração, um grupo fica estéril, tanto como o trabalho individual. Uma condição essencial é o sentido que podem dar os alunos do grupo aos aspectos do problema que estão a explorar e ao debate no seio do grupo. Uma outra capacidade de pensar como eles e de ver ao mesmo tempo, graças à vossa compreensão da matemática em questão, o que o grupo poderia desenvolver para continuar. A norma é que os alunos continuem a sentir-se responsáveis pela qualidade da sua própria reflexão e das relações entre si. Basta experimentar para aprender a fazê-lo, como fizeram Trudy e Tineke!

Pôr a mão na massa/La main à la pâte

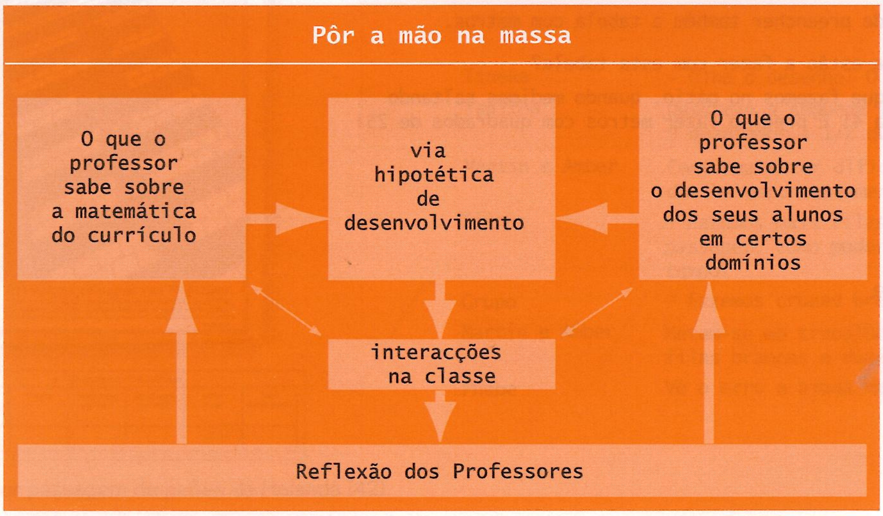
Não é fácil explorar em tão pouco espaço e tempo esta abordagem. Tenho a ousadia de esperar que os exemplos dados e as ideias propostas vos convidem a reconsiderar a questão do apoio, na vossa própria prática de ensino, de formação e de pesquisa. Cabe-vos agora pôr a mão na massa.

Permitam-me ainda uma nota final a este propósito. Transformar as ideias sobre o que se entende por '*aprender*' e '*ensinar*', aprender a compreender como os alunos adquirem os seus conhecimentos e desenvolvem os seus instrumentos e ensaiar a partir daí, inventar novos métodos de trabalho para a prática de todos os dias, é um trabalho de grande fôlego. E o que conta para os alunos conta igualmente para nós, professores, formadores e investigadores. É pela experiência e pela reflexão comum, no quadro de projectos concebidos nesse âmbito, que poderemos avançar em pequenos passos para esta via, como o sugere Martin Simon no seu "ciclo" que apresentamos. Uma vez comprometidos com esta via, aprender a compreender melhor os alunos e a matemática do currículo, para uma prática melhor na sala de aula, é um verdadeiro desafio. Boa viagem!

Jean-Marie Kraemer
Centre National d'Évaluation en Éducation
Cito-groupe, Arnhem, Pays-Bas

* Conferência apresentada no IV Encontro de Professores do 1° Ciclo da APM

Traduzido por Cristina Loureiro e Fátima Mendes



(Adaptado de Martin Simon)

Educação Matemática e Comunicação: uma abordagem no 1º ciclo[1]

Darlinda Moreira

Os textos utilizam estilos diferentes de linguagem que geram diferentes tipos de interacção entre aqueles que os produzem e utilizam e que se relacionam de formas diferentes com a experiência e o pensamento dos seus interlocutores. Daí que um texto não seja um meio neutro de comunicação.

A Comunicação nos actuais programas de Matemática

Actualmente, pretende-se que a matemática se insira em níveis de realidade que possam ser relacionados com a dos alunos, nomeadamente, através da resolução de problemas, da compreensão das formas de matematizar e do uso de tecnologias. É neste quadro educativo que surge a importância do papel da comunicação em matemática e é recomendada a sua observação profissional no sentido de se criar uma prática discursiva na sala de aula que viabilize a comunicação e a produção de textos matemáticos simultaneamente ao fazer da própria matemática.

Os actuais programas em vigor para o Ensino Básico destacam três grandes finalidades para o ensino da Matemática:

- desenvolver a capacidade de raciocínio,
- desenvolver a capacidade de comunicação,
- desenvolver a capacidade de resolver problemas (p.125).

É para os aspectos relacionados com o "desenvolver de capacidades de comunicação" que me volto de imediato começando por lembrar que a temática da comunicação em Educação Matemática desde há várias décadas que tem estado na mira de professores, investigadores e organizações e instituições educativas. Como foi dito em 1974, no Simpósio da UNESCO-CEDO-ICMI, em Nairobi:

> A aquisição de habilidade matemática é um processo subtil, mas o diálogo entre o aluno e o professor é imperativo, e isto depende de efectiva comunicação. As dificuldades na aprendizagem da matemática dependem assim da linguagem da instrução, porque diferentes linguagens 'suportam', precisam e sistematizam, de diferentes modos, a formação de conceitos matemáticos.

Esta declaração foi feita no contexto da problemática da escolarização de crianças emigrantes e dos acordos de cooperação entre os países desenvolvidos e em vias de desenvolvimento, tendo em mente o ensino da Matemática para crianças cuja língua de escolarização, aquela que é utilizada na escola e nos materiais escolares, era diferente da sua língua materna, aquela que aprendem e falam com a família na sua comunidade. No entanto, ao longo da década de 70 e 80 do século XX, rapidamente se verificou que a questão da linguagem e da comunicação em educação matemática era pertinente para todos, e com ela, a influência de variáveis linguísticas e culturais no ensino da Matemática começou a ser notada emergindo como uma questão importante que condiciona a aprendizagem e o desempenho de todas as crianças.[2]

O valor dado à comunicação, está ainda explícito ao nível dos objectivos gerais do programa do 1º ciclo, nomeadamente, quando se pretende que os alunos "expli[quem] e confront[em] as suas ideias com as dos companheiros, justifi[quem] as suas opiniões e descrev[am] processos utilizados na realização de actividades" (p.34).[3]

O acto comunicativo

Todos nós temos experiência do que é comunicar. Também já experimentámos situações onde algo acontece mas não a comunicação. Por vezes sentimos que comunicamos com um simples gesto, um sorriso. E, outras ainda, apesar de sós, percebemos que alguém nos comunicou algo: na música que ouvimos, no livro que lemos, na imagem que olhamos.

Para comunicar é preciso conhecer uma linguagem, entendida no sentido comum, como "qualquer sistema, ou conjunto de sinais, fonéticos ou visuais, que servem para a expressão do pensar e do sentir" (Dicionário da Língua Portuguesa, 1998). Mas este sistema tem de ser socialmente partilhado com os outros, sob pena de não nos fazermos compreender.

Compreender uma linguagem implica conhecer os seus símbolos, as suas palavras, bem como a forma como eles se combinam entre si para expressarem algo com significado. Se alguém disser, ou escrever "& ®# ≠ ∫ ≈", certamente pensaremos que se trata de um idioma desconhecido e nada se entenderá. Se alguém disser ou escrever "flores jardim o cheio de está", apesar de reconhecermos as palavras dificilmente se poderá entender como "O jardim está cheio de flores". Exemplificando no caso da matemática, se se escreve "= 5+ 2 7", ninguém imaginará que se quer dizer "7=5+2". Quero com isto dizer que é necessário conhecer a sintaxe da linguagem. As suas palavras e símbolos, mas também a estrutura da combinação entre eles.

Contudo, se estas palavras e símbolos não forem preenchidos de significados, pouco adianta manipulá-los de acordo com as regras socialmente estipuladas, porque são expressões inertes que não podem expressar nem ideias nem sentimentos. Falar-se-á como falam os papagaios. Pode-se ouvir e repetir, mas repete-se sem entender o que se diz. É, assim, preciso conhecer a semântica da linguagem. Também em matemática quando se fala em "produto da multiplicação" ou em "cubo" ou em "raiz quadrada" estas palavras podem constituir-se em algum tipo de conceito, ligado a alguma experiência ou, pelo contrário, em vazios que não nos dizem respeito.

Mas, no caso da matemática a questão semântica complica-se. Palavras como "produto" e "operação" são usadas com um significado bem diferente daquele que é costume na língua materna. Não é raro que as crianças, mesmo nas aulas e em situações relacionadas com a matemática, quando ouvem a palavra "produto" pensem em produtos do super mercado e quando ouvem a palavra "operação" pensem em hospitais e em operação cirúrgica.

Ainda assim, mesmo conhecendo os símbolos e os seus significados pode acontecer que, se não se conhecer os seus usos sociais e os seus efeitos quando são usados, o acto comunicativo tenha efeitos perversos. Este caso é mais frequente quando os problemas matemáticos não se relacionam com a experiência do aluno. Por exemplo, no seguinte problema:

> O Sr. Joaquim tem um terreno com a forma de um rectângulo com 50m por 20m.
>
> Ele quer colocar quatro fiadas de arame farpado na vedação.
>
> Quantos rolos de arame, de 50 metros cada, precisa ele de comprar?
>
> Em, Neves e Monteiro (1996:117)

o aluno, de 9 anos, depois de calcular o perímetro do terreno, obtendo 140 m, ficou perplexo com o que haveria de fazer em seguida, pois desconhecia que o arame se vendia em rolos, evidenciando assim, o que afirmam Spanos, Rhodes, Dale e Crandall (1988:232): " os alunos que não têm certas experiências, ou cujas experiências têm sido diferentes ou até contraditórias daquelas propostas em certos problemas de palavras, têm tendência para encontrar dificuldades".[4]

Esta complexidade linguística e comunicativa presente no ensino-aprendizagem da matemática é analisada por Pimm (1988) na década de 80 do século XX. Depois de um detalhado estudo sobre as características próprias da linguagem utilizada na Matemática, este autor conclui que esta apresenta os distintivos próprios de um registo, a que denomina o *registo matemático*. Isto é, o uso da língua materna é adaptado aos fins matemáticos, constituindo-se numa espécie de nova linguagem, onde um conjunto de palavras e das estruturas que as expressam são apropriadas para criarem funções particulares no seu uso e permitirem acrescentar novas palavras e novos sentidos. Deste modo, como destaca este autor, não se deve pensar no *registo matemático* só em termos de terminologia ou simplesmente de um processo de adicionar novas palavras (p. 76) mas também como possibilidade de criar novos usos sociais.

Em síntese, a matemática possui uma notável complexidade linguística, já que estão presentes vários tipos de linguagens que, sendo imprescindíveis, se relacionam entre si de forma intrincada, são elas: a língua materna; o registo matemático, com a sua utilização especial da língua materna tanto ao nível lexical, como sintáctico e pragmático; e, ainda, a linguagem simbólica.[5]

Daí que, se é com o suporte da língua mãe que os alunos constroem o significado, e partilham e comunicam o seu saber e experiência matemática, começa a ficar claro, pelo menos nos quadros da educação dos mais jovens, não só que na matemática a língua mãe é essencial, porque é através dela que quem aprende matemática tem acesso ao próprio saber matemático, mas também que a relação entre a língua materna e a matemática é uma relação com vários níveis de complexidade que se manifesta, nomeadamente, no acto comunicativo.

Texto e interlocutores

No *Dicionário da Língua Portuguesa* da Porto Editora, 8ª edição, na entrada "texto" pode ler-se: "sequência finita e ordenada de elementos seleccionados de entre as possibilidades oferecidas por um sistema de signos e que constitui a unidade fundamental do processo comunicativo; (...)". Um texto é, portanto, "a unidade fundamental do processo comunicativo", e esta é a característica essencial que faz com que seja importante debruçarmo-nos sobre os textos utilizados no processo de ensino-aprendizagem escolar da matemática.

Porém, antes disso é importante referir que os textos utilizam estilos diferentes de linguagem que geram diferentes tipos de interacção entre aqueles que os produzem e utilizam e que se relacionam de formas diferentes com a experiência e o pensamento dos seus interlocutores. Daí que um texto não seja um meio neutro de comunicação. Na realidade, a sua natureza mostra-se fluida e complexa, e a sua utilização para o entendimento, produção e reprodução de práticas matemáticas funciona como um contexto onde diferentes subjectividades e objectividades se cruzam, debatem e constróem.

Em primeiro lugar, um texto não é um elemento que surge do nada. O texto destina-se a algo e a alguém. Ou seja, subjacente à criação e divulgação do texto está o autor e o leitor ou ouvinte, com as respectivas comunidades às quais pertencem. E, como tanto a comunidade, como o autor e o leitor do texto têm as suas próprias ideias sobre o que é útil à comunidade, a linguagem utilizada no texto acaba por reflectir um modelo social, (onde se espelha, pelo menos, o lugar do leitor e do autor) tornando-se assim *ideológico* (Gee, 1992). O texto é, portanto, um elemento que pertence a um discurso determinado, entendendo discurso como "as formas de representar, pensar, falar, concordar e discordar (...) a forma como as ideias são trocadas e o que trazem consigo: Quem fala? Sobre o quê? De que forma? O que é escrito, o que é guardado e porquê? Quais as questões importantes? Quais as ideias que mudam? Quais as ideias e modos de pensar que são valorizadas? Quem determina quando acaba uma discussão?" (NCTM, 1991:34)

Em segundo lugar, e como diz Gee (1992: 13), "Uma coisa interessante sobre um texto é que para lhe darmos o seu sentido, temos de produzir, ou em voz alta ou 'na nossa cabeça', um outro texto (...). Este segundo texto é uma tradução do primeiro texto numa 'linguagem' ('as nossas próprias palavras' ou a nossa representação mental) que nós pensamos, que de alguma maneira, dá o significado do primeiro texto". Assim, um texto para ser comunicado, pressupõe não só uma interacção com o leitor, mas também, uma interpretação do leitor.

Resumindo, um texto é uma entidade sociocultural, cuja natureza gera significados e interacções diferentes com diferentes interlocutores. Os textos da matemática escolar não são um caso à parte; também eles têm a capacidade de serem geradores de subjectividade (Moreira, 1994; Evans e Tsatsaroni, 1998).

Assim, qual o lugar, isto é, as funções, as interacções, as expectativas e o papel educativo dos diferentes tipos de texto, tais como livros de texto, textos produzidos na interacção entre alunos e professores, textos orais e escritos elaborados pelos alunos e pelos professores na sala de aula ou fora dela, textos de divulgação do conhecimento matemático escritos em jornais, ou em revistas ou em livros de passatempos? Como é que a diversidade dos tipos de texto interage com a diversidade sociocultural dos alunos?

Diferentes tipos de textos

Como é dito na Introdução do programa do 1º ciclo:

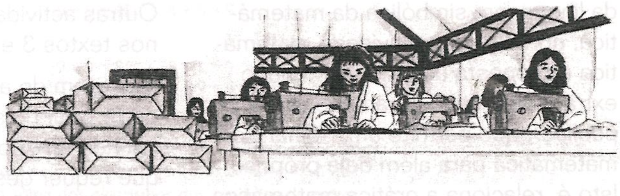
> as aprendizagens diversificadas apontam para a vantagem, largamente conhecida, da utilização de recursos variados que permitam uma pluralidade de enfoques dos conteúdos abordados.
>
> Variar os materiais, as técnicas e processos de desenvolvimento de um conteúdo são condições que se associam a igual necessidade de diversificar as modalidades do trabalho escolar e as formas de comunicação e de troca de conhecimentos adquiridos. (p.5)

Existem actualmente diversos livros de texto para o ensino da Matemática no 1º ciclo. Num olhar breve, observa-se que em geral, os livros de texto são constituídos por várias imagens, mas é nas palavras e nos textos escritos que vou focar a minha atenção. As palavras e os textos estão frequentemente associados a exercícios de treino de técnicas matemáticas específicas, ou aos denominados "problemas de palavras", como nos textos 1 e 2.

— Calcula:

22 : 2 = ______	36 : 4 = ______	21 : 3 = ______
33 : 3 = ______	16 : 2 = ______	24 : 4 = ______
44 : 4 = ______	27 : 3 = ______	28 : 4 = ______
24 : 2 = ______	15 : 3 = ______	32 : 4 = ______

Texto 1.Em, Neves (1994:69)

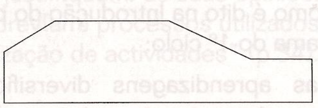


Nesta fábrica, uma operária meteu 492 camisolas em caixas de 12 camisolas cada uma. Quantas caixas encheu?

R. ______________________________

Texto 2. Em, Salgado e Costa (1998:41)

2. Mede o perímetro desta figura



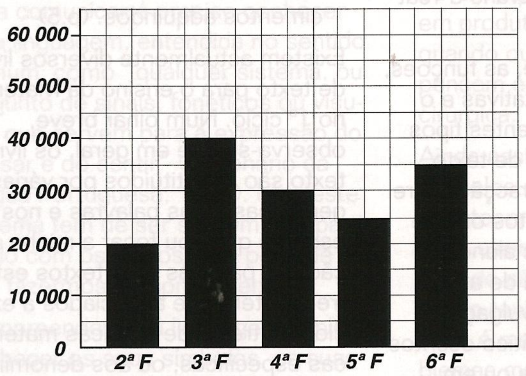
O perímetro desta figura é ____ cm

Texto 3. Em, Abranches et al.(1998:51)

Números e operações

Ler e interpretar gráficos com números que tenham dezenas e centenas de milhar

Observar o gráfico



Este gráfico representa a produção de ovos num grande aviário durante 5 dias da semana

Responder, baseando as respostas na leitura do gráfico.

- Em que dia da semana se produziram mais ovos?

Texto 4. Em, Salgado e Costa (1998:29)

onde o aluno, para responder às solicitações do autor (por vezes na forma de ordens) tem de desencadear um raciocínio e escrevê-lo na linguagem simbólica da matemática.

Contudo, estes dois tipos de texto apresentam uma diferença fundamental: enquanto no texto 1 a comunicação se estabelece somente através da linguagem simbólica da matemática, no texto 2 a actividade matemática é proposta usando um cenário extra-matemático (chamado domínio público), que permite um "olhar" da matemática para além dela própria. Isto é, relaciona a prática matemática com práticas de outras actividades: no caso deste texto, com uma fábrica e com o fabrico e embalagem de camisolas. Mas, as práticas de embalagem e fabrico de camisolas são utilizadas de uma forma objectivada, na medida em que estas são impostas ao leitor/aluno, independentemente de este as conhecer ou não, e, portanto, sem que este tenha a possibilidade de as subjectivar, isto é, de se situar no contexto do problema, apropriar-se dos seus cenários e dominar as suas práticas.

Outras actividades propostas, como nos textos 3 e 4.

requerem do aluno o manuseamento de ferramentas, dados e figuras, permitindo um tipo de interacção textual que requer gestos e objectos, (no caso do texto 3), ou a análise de um outro elemento, o gráfico, (no caso do texto 4), fazendo com que, para que a comunicação se estabeleça esta se tenha de envolver com outras componentes.

Outro tipo de actividades permitem ainda ao aluno criar o seu texto e escrevê-lo no seu próprio livro de texto, o que penso ser importante para expressar a sua inclusão, enquanto autor da sua aprendizagem matemática, nos seus próprios utensílios de trabalho. Como no caso do texto 5.

Os exemplos acima apresentados constituem-se em ocasiões onde os alunos praticam a matemática tendo simultaneamente oportunidade para mudar um texto verbal em notação simbólica da matemática ou vice-versa, ou simplesmente para praticarem a escrita simbólica da matemática. Contudo, a linguagem verbal utilizada, é, na generalidade uma linguagem padronizada, cujas principais características, como já tive oportunidade de mostrar, são inspiradas pela linguagem formal da matemática (Moreira, 1994). Ou seja, os textos, ou através de uma simples palavra, ou apresentando uma configuração onde é descrita de forma minimal e factual uma situação, pretendem desencadear a exibição de um saber matemático.

Em síntese, apesar dos textos apresentados trabalharem aspectos diferentes da matemática, de formas diferentes, sob o ponto de vista comunicativo, o padrão de comunicação é semelhante. Claro que, uma vez que estes textos serão trabalhados na aula e possivelmente em situações de trabalho de grupo, eles serão acompanhados por outros actos comunicativos que possivelmente contextualizarão as práticas matemáticas que deles emanem. Contudo, penso que é necessário utilizar textos que, para falar de matemática, ofereçam outros padrões comunicativos, porque é também tomando contacto com formas diferentes de comunicar que se aprendem e desenvolvem as capacidades de comunicação. Como Pimm (1988: 61) observa "o professor pode usar certo estilo de linguagem, não porque seja necessário para expressar ideias, mas porque é convencional usá-las. Mas os alunos, provavelmente, não partilham estas convenções".

Textos de outras origens

A literatura infanto-juvenil possui um conjunto de livros e colecções onde a matemática está representada através de puzzles, imagens, jogos, adivinhas, histórias e poemas. Por exemplo, como nos textos 6 e 7.

Nestes dois últimos textos, talvez porque as intenções dos autores sejam mais de fascinar do que de ensinar, utilizam um tipo de linguagem mais embebida nas palavras e no seu poder para desencadear pensamentos e sentimentos, sem preocupações imediatas de relacionar o texto com determinado conteúdo matemático, embora este esteja subjacente.

Penso que a utilização de formas diferentes de apresentar a matemática poderá contribuir para o desenvolvimento da capacidade de comunicar matematicamente, uma vez que o

1º PROBLEMA

Resposta:

2º PROBLEMA

Resposta:

Texto 5. Em, Pinto *et al.* (1986:29)

A investigação matemática e a imaginação

As investigações dão-te a oportunidade de lidar com a matemática de um modo criativo. Por vezes, as questões por ti postas não conduzem a soluções, mas sim a outras questões. Não te dês por satisfeito com o que acontece, tenta descobrir como e porque é que acontece.

Observa a tabuada dos nove:

$$\begin{array}{l} 1\times 9 = 9 \\ 2\times 9 = 18 \\ 3\times 9 = 27 \\ 4\times 9 = 36 \\ 5\times 9 = 45 \\ \vdots \\ 9\times 9 = 91 \\ 10\times 9 = 90 \end{array}$$

Se te perguntarem: *«O que te chama a atenção nesta tabuada?»*, talvez respondas: *«Cada resultado tem mais 9 unidades do que o anterior»*, ou: *«Se multiplicar 9 por um número ímpar, o produto é ímpar, se multiplicar 9 por um número par, o produto é par»*, ou ainda: *«Ah! A soma dos dois algarismos, em cada resultado, é sempre 9.»*

$$\begin{array}{ll} 1\times 9 = 9 & \\ 2\times 9 = 18 & 1+8=9 \\ 3\times 9 = 27 & 2+7=9 \\ 4\times 9 = 36 & 3+6=9 \\ 5\times 9 = 45 & 4+5=9 \\ \vdots & \vdots \\ 9\times 9 = 81 & 8+1=9 \\ 10\times 9 = 90 & 0+9=9 \end{array}$$

Ocorrem-te agora outras perguntas? *Isto acontece quando números maiores são multiplicados por 9? Porque são as somas dos algarismos sempre 9? A que é igual a soma dos algarismos dos produtos de outras tabuadas?*

Olha para o lado direito da tabuada. *Consegues encontrar aí um padrão? Será que esse padrão te ajuda a descobrir algo? Porque obténs um padrão?*

Texto 6. Em, *Viva a Matemática* (p. 5)

contacto real com outras formas de comunicar poderá alimentar a vontade de as utilizar, mas também porque estas, ao utilizarem um estilo de linguagem diferente do mais frequentemente utilizado nos livros de texto escolares, permitem um tipo de interacção textual que pode invocar emoções e imagens mais pessoalizadas, e o desejo de as comunicar, contribuindo, assim, para outras formas de relacionamento com a matemática e para o fortalecimento de um imaginário matemático.

Notas

1 Conferência apresentada no IV Encontro de Professores do 1º Ciclo da APM. Agradeço ao José Manuel Mato com quem dialoguei sobre este texto e me ajudou na edição e à Elvira Ferreira que colocou ao meu dispor vários livros de texto do 1º ciclo.

2 E, em particular, daquelas cuja língua materna é diferente da língua de escolarização. Note-se que nesta situação se encontram, actualmente em Portugal, a generalidade das crianças filhas de emigrantes e das crianças dos países onde a língua oficial é diferente da língua materna, como acontece, por exemplo, nos PALOPs.

3 Também o 2º e 3º ciclo da escolaridade obrigatória e o secundário, têm nos seus objectivos gerais todo um domínio consagrado a "desenvolver a capacidade de comunicação".

4 Relativamente à resolução do problema foi ainda necessário clarificar porque é que a resposta correcta são 3 rolos e não 2,8 rolos.

5 Se na aula de Matemática a situação é linguisticamente complexa, que dizer desta complexidade para os alunos cuja língua de escolarização não é a sua língua materna?

6 Traduzido de Papas, Theori (1991).

Texto 7. Poema à duas vozes

Eu sou o zero Há quem diga que não sou nada	
	Eu sou o zero que não tenho valor
Eu penso o contrário.	
	Penso que sou essencial
que tenho muito valor.	
	Eu sou a origem na recta dos números
Os números positivos estão à minha direita	
	Os números negativos à minha esquerda
Não sou nem negativo Eu sou o zero	
	nem positivo Eu sou o zero
Séculos antes de eu aparecer	
	escrever os números era enfadonho
repetitivo	
	confuso
Eu fui descoberto	
	e causei distinção no sistema posicional.
Agora com o zero não há confusão,	
	101 tem um aspecto diferente de 11
Sem o zero	
	não existiria sistema de posição
Eu sou o zero Adicionem zero a qualquer número o resultado não é alterado	
	Eu sou o zero Multipliquem um número por mim e zero será sempre o resultado
Eu sou o zero Sou nada	
	Eu sou o zero mas sou essencial[6]

Referências

Abranches et al. (1998). *Matemática 4*. Lisboa: Constância Editores.

Dicionário de Língua Portuguesa (8ª Edição). Porto: Porto Editora.

Evans, Jeff; Tsatsaroni, Anna (1998). *You Are as You Read: the role of texts in the production of subjectivity*. em Proceedings of the First International Education and Society Conference (MEAS1) (pp.168-179). Grã- Bretanha: Centre for the Study of Mathematics Education, Nottingham University.

Gee, J.P. (1992). *The Social Mind*. Language, Ideology and Social Practice. Nova Iorque: Bergin & Garvey, Series in Language and Ideology.

Langdon, Nigel; Snape, Charles (1984). *Viva a Matemática*. Lisboa: Gradiva Júnior.

Ministério da Educação. Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário (1991). *Ensino Básico Programa do 1º Ciclo*.

Moreira, Darlinda (1994). *DJA: Mathematical Conversations with a Portuguese Speaking Bilingual Student*. Colecção TESES. Lisboa: Edições APM.

Moreira, Darlinda (1999). Para uma troca de impressões entre as disciplinas de matemática e Português. Em *Actas do III Encontro Nacional de professores de Português. Propostas para o futuro*. I Vol. p.39-45. Lisboa: Associação de Professores de Português.

Moreira, Darlinda (2000a). Texto matemático e interacções. Em, *Interacções na aula de Matemática*. Org. Monteiro C. et al. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciencias da Educação. Secção de Educação Matemática.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Neves, M. Augusta F, Monteiro, M. Cecília (1996). *Matemática 5*. Porto: Porto Editora.

Neves, Costa (1994). *Descobrir os números 2*. Porto: Porto Editora.

Papas, Theoni (1991). *Math Talk. Mathematical Ideas in poems for two voices*. Califórnia: Wide World Publishing/Tetra.

Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classrooms*. Nova Iorque: Routledge & Kegan Paul Ed.

Pinto, Ana *et al.* (1986). *Novo Quadrado Mágico 3*. Porto: Porto Editora.

Salgado, Dinis e Costa, Teixeira (1998). *Novo Pitágoras 4*. Porto: Edições Nova Gaia.

Spanos, Rhodes, Dale e Crandall (1988). Linguistic Features of Mathematical Problem Solving. Em Cooking e Mestre (Ed.) (1988) *Linguistic and Cultural Influences on Learning Mathematics*. Nova Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

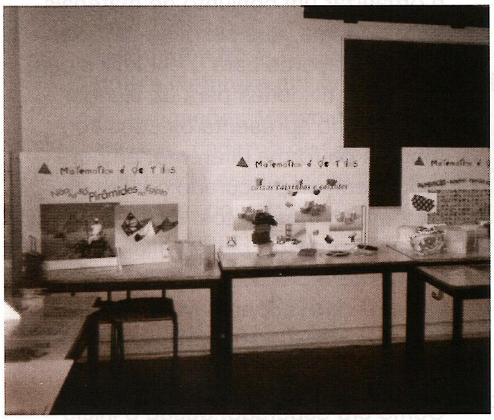
U.N.E.S.C.O., C.E.D.O., I.C.M.I. (1974). *Interactions between Linguistics and Mathematical Education*. Publicado em 1975.

Darlinda Moreira
Universidade Aberta

A Matemática é de todos

Uma exposição interactiva com materiais e ideias para o 1º Ciclo

Formadores e formandos[1] *da Oficina de Formação* Exploração de uma Exposição



Uma exposição em movimento

No ano 2000, ano Mundial da Matemática, o Grupo de Trabalho do 1º Ciclo da APM decidiu avançar com o desafio de fazer uma exposição de matemática dirigida aos alunos e professores do 1º Ciclo. A ideia original não foi do grupo, foram outros professores que notaram o facto de não haver nenhuma exposição para as escolas deste nível de ensino e de nestes primeiros anos ser tão importante um contacto aberto e criativo com a matemática. Aceite o desafio, procurados e encontrados alguns apoios financeiros, avançou o empreendimento.

O resultado foi uma exposição interactiva, muito fácil de transportar e de montar, constituída por um conjunto de propostas de trabalho diversificadas. Mas o resultado do desafio foi também um projecto para desenvolver a exposição e para sensibilizar os professores para a sua utilização nas escolas. É no âmbito desta sensibilização que foi agora feito este artigo, por um grupo de professores que participaram numa oficina de formação sobre a exploração da exposição *A Matemática é de Todos*.

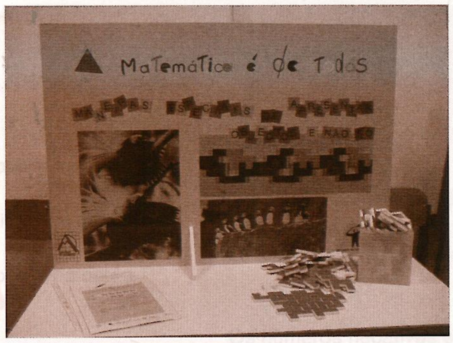
A exposição contempla uma série de conteúdos matemáticos que hoje ainda não estão integrados nos programas oficiais, mas que vão já ao encontro das novas orientações curriculares e que é de esperar que venham a ser valorizados em futuras renovações programáticas. A exposição apresenta um conjunto de actividades ricas para o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades, como a visualização e a representação, e com potencialidades para a realização de projectos disciplinares e até interdisciplinares.

A exposição

A exposição é constituída por 17 módulos: Espelhos, Caleidoscópios, Dominós, Dados, Fósforos, Tangrans, Adivinhas, Pavimentações 1, Pavimentações 2, Frisos, Poliedros 1, Poliedros 2, Poliedros 3, Poliedros 4, Poliedros 5, Poliedros 6 e Números triangulares. Cada módulo é constituído por um cartaz rígido, material manipulável, duas actividades individuais (nível 1 e nível 2), actividades de grupo (opcional) e texto de apoio.

A exposição é complementada por uma brochura com textos de desen-

[1] Amélia Silva, Ana Isabel Quelhas Santos, Ana Sofia António, Arlete Alves, Cristina Loureiro, Esmeraldina Aveiro, Helena Gonçalves, Inês Alberto, Inês Pernes, José Tomás Gomes, Madalena Paixão, Patrícia Guerra Figueiredo, Rute Ferreira, Sandra Nunes, Sónia Figueirinhas.



volvimento para o professor. Nesta brochura há um texto de desenvolvimento para cada módulo.

Com as propostas de actividades da exposição, foi criada uma pasta de materiais que pode ser adquirida por qualquer professor. É de notar que para a exploração das actividades propostas é indispensável algum material manipulável de apoio.

A exposição como pólo atractor de diversas actividades

Esta exposição chega à escola na forma de 3 caixas e 18 painéis móveis. A sua montagem é uma experiência colectiva interessante.

Da nossa experiência desta oficina, um momento fundamental para todos foi a realização de todas as tarefas da exposição, em pequenos grupos que foram rodando pelos diversos módulos. Este momento permitiu aos professores apreciar toda a riqueza das propostas que ela integra, sugerir alterações e complementos, avaliar possíveis dificuldades dos alunos na sua realização e preparar-se para apoiá-los nessa exploração. A sugestão que ficou foi que a ida da exposição para uma escola constituísse um tempo de formação dos professores que se iniciaria com esta exploração colectiva de todos os módulos da exposição. Este e outros momentos colectivos de formação passarão a ser apoiados por um conjunto de publicações, livros e pastas de materiais da APM, que vai passar a acompanhar a exposição. Esta ideia surgiu no decurso da realização desta oficina.

Em complemento ao envolvimento dos professores da escola, foram avançadas as sugestões de organização de visitas para educadores de infância e para pais e encarregados de educação. Tanto para uns, como para outros, este conjunto de actividades e de materiais são bastante representativos de situações matemáticas que devem ser trabalhadas com os alunos hoje nos primeiros anos e que interessa divulgar. Os funcionários da escola também são um público a considerar para o conhecimento e apoio à exposição.

Para além destes momentos colectivos de formação e divulgação, com parceiros habitualmente pouco solicitados, a exposição também pode ser aproveitada para os alunos e professores das escolas da zona. O convite para estas visitas pode ser integrado em outras actividades de complemento à permanência da exposição numa escola. Um debate de fim de tarde, um sábado com diversas actividades ligadas à matemática, apresentações de projectos de alunos, entre outras, podem ser o motivo para este convite.

Pensámos que com estas iniciativas seria mais aproveitado o objectivo fundamental da exposição — sensibilizar professores e outros parceiros para aspectos menos conhecidos da educação matemática e para outros modos de trabalhar a matemática nos primeiros anos da escola.

Primeiras ideias de exploração da exposição para os alunos

Após a primeira fase de conhecimento da exposição e de discussão de sugestões para a utilizar com outros parceiros educativos, procurámos mergulhar nos temas subjacentes aos módulos da exposição. Nesta segunda fase constituiram-se quatro grupos temáticos: Simetria, Poliedros, Pavimentações, Números e Padrões. Ficou de fora a Visualização, que embora sendo um tema importante não foi tratado desta vez.

O trabalho de cada grupo foi procurar e organizar um conjunto de materiais sobre o tema, que servisse de apoio aos professores para o estudar e para realizar actividades para os alunos. Cada grupo apresenta os seus contributos de forma diferente, embora todos tenham procurado contemplar os seguintes aspectos: bibliografia para o professor; bibliografia com propostas para alunos; materiais que podem ser usados; páginas de internet com actividades; *software*; sugestões de projectos; conexões.

Como era esperado, desde o início que ficou patente que os temas das actividades da exposição são ainda mal conhecidos ou até desconhecidos dos professores, e daí o interesse em estudar os assuntos.

Foi também notado que as actividades eram interessantes e desafiadoras e que poderiam constituir bons momentos para os alunos se empenharem em levá-las até ao fim. Os professores do 1° ciclo dão bastante importância ao desenvolvimento desta atitude e encontraram nas actividades da exposição um bom contributo para isso. Foi também com esta perspectiva que se motivaram para o enriquecimento das tarefas da exposição.

Simetria

Correspondem a este tema os seguintes módulos: Espelhos, Caleidoscópios e Frisos.

Para trabalhar este tema com os alunos, pensamos que um caminho poderá ser estruturado da seguinte forma:

- 1ª etapa — Estudo, por parte do professor, de bibliografia. Sugerimos:
  "Grupos e Simetrias";
  Pappas, Theoni. (1998). *Fascínios da Matemática, a descoberta da Matemática que nos rodeia. Lisboa: Editora Replicação, capítulo "Simetria Dinâmica"*;
  Veloso, Eduardo. (1998). *Geometria – Temas Actuais*. Lisboa: IIE. Capítulo IV.
- 2ª etapa — Pesquisa de recursos e materiais.
  Pastas de materiais editadas pela APM:
  A Matemática é de Todos, propostas de trabalho que fazem parte da exposição.
  Geometria no 3º Ciclo, As simetrias com a Natureza e a Arte.
  Investigações Matemáticas na Sala de Aula, caderno de Geometria que incide essencialmente em tarefas sobre dobragens, recortes e regularidades.
  Material manipulável:
  Line Symmetry Puzzles A e B (Dime Projects, Geoff Giles). Este consiste num conjunto de peças de espuma rígida que se devem juntar para formar figuras com um eixo de reflexão. Este material pode ser adquirido na APM.
  Sites *na Internet:*
  www.peda.com/tess Explora a simetria de rotação, a simetria de translação e os frisos. *Download* gratuito.
  http://humber.northnet.org/weeks
  Neste site pode ser obtido o Kali. Este programa permite explorar pavimentações, eixos de simetria de reflexão numa figura, reflexões de uma figura, e outras transformações geométricas no plano.
- 3ª etapa — Trabalho com os alunos. Deve ser tido em conta o desenvolvimento do trabalho de acordo com a complexidade dos recursos apresentados na 2ª etapa.

Poliedros

Dizem respeito a este tema os seguintes módulos: Poliedros 1, Poliedros 2, Poliedros 3, Poliedros 4, Poliedros 5, Poliedros 6.

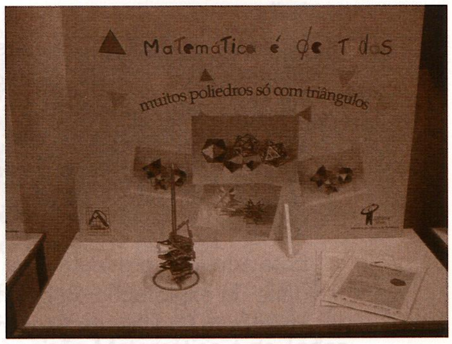
Os poliedros são na generalidade um tema pouco trabalhado, do qual se sabe pouco, no entanto, existe muita informação disponível e materiais que se podem utilizar na sua exploração. É um tema que permite desenvolver capacidades fundamentais para a aprendizagem da Matemática.

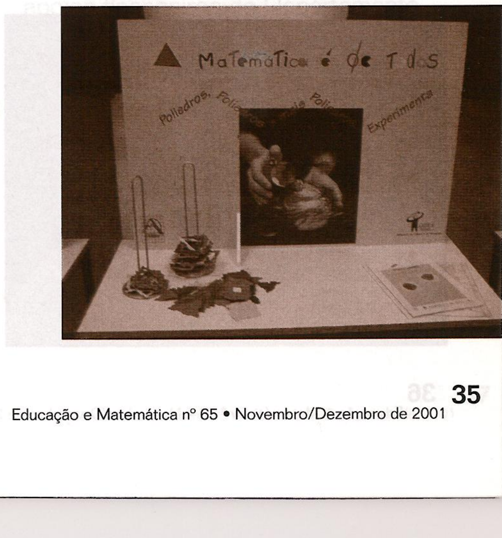
- *Software* para exploração e construção de poliedros:
  Poly — pode obter-se em www.peda.com/poly/, *download* gratuito. Este programa pode ser utilizado em qualquer momento. Será, no entanto, de considerar a exploração paralela à exposição de forma a servir de complemento às actividades com poliedros que nela estão integradas.
- Projectos que se podem desenvolver neste âmbito:
  Procurar poliedros que existem na decoração, na arquitectura, na Natureza, no meio envolvente. Esta procura pode ser feita numa visita de estudo de outra área ou em qualquer outro contexto. Este trabalho tanto pode ser feito previamente, para sensibilizar para a exploração da exposição, como posteriormente à visita a esta.
  Desenvolver um trabalho de pesquisa cujo tema poderá ser *Os poliedros ao longo dos tempos.*
- *Sites* na Internet:
  Referimos a seguir alguns sites onde se podem encontrar propostas de actividades para desenvolver com os alunos e onde alunos e professores poderão investigar e aprender sobre este tema:
  http://www.apm.pt/ — Forum Pedro Nunes, Actividades e Recursos e Poliedro na sala de aula.
  http://www.georgeheart.com/vistual-polyhedro/p.html (Encyclopedia of Polyedra) — (poliedros e arte).
  http://www.fc.up.pt/atractor/destaque/fr-destaque.htm
  http://srvweb.ac-noumea.nc/maths/amc/polyhedra/index_c.htm
  ou
  http://www.ac-noumea.nc/maths/amc/polyhedra/index_c.htm
  http://mathworld.wofram.com
- Material manipulável para trabalhar os poliedros:
  O material mais acessível e resistente para trabalhar os poliedros é o *Polydron*. Pode ser adquirido em várias empresas como Areal Editores, AC Miranda, Asco, entre outras.
  Outro material também interessante é o Zoometool. Pode ser adquirido através da APM, onde também pode ser obtida mais informação sobre locais de venda destes materiais.

Pavimentações

Correspondem a este tema os seguintes módulos: Pavimentações 1, Pavimentações 2. Sem sugerir um caminho indicamos várias portas para entrar na simetria:

- Veloso, Eduardo. (1998). *Geometria: temas actuais, materiais para professores*. Lisboa: IIE. p. 207-221.





Nestas páginas está um bom texto de apoio para o estudo das pavimentações regulares e não regulares, periódicas e não periódicas. As explicações são acompanhadas por imagens, estas têm a função de ilustrar os conceitos mais importantes. O texto, por nós seleccionado, está inserido no IV capítulo, simetrias, no final do qual o autor sugere alguma bibliografia e alguns percursos.

- Rodrigues, Ana *et al.* (1998). *M. C. Escher – Arte e Matemática*. Lisboa: APM.

  Para além de informação sobre a vida e a obra de Escher, neste livro podem encontrar-se exemplos de pavimentações no plano com diversos motivos, ladrilhos. No final sugerem-se algumas questões acompanhadas por figuras que o professor pode sugerir aos seus alunos, depois de as adaptar e de as trabalhar.
- Ives, Rod. (1995). *Pavimentar com ladrilhos*. Lisboa: APM.

  Esta brochura acompanha sete placas de ladrilhos. Estas permitem a construção de pavimentações no plano. As propostas não estão formuladas para a apresentação imediata aos alunos. No entanto, sugere bastantes propostas de trabalho.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1993). *Quinto ano, Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar. Colecção de Adendas, Anos de escolaridade K – 6*. Lisboa: APM. p. 25 – 27, 35.

  Esta adenda apresenta uma actividade de exploração de pavimentações com figuras planas. Embora dirigida a alunos do 5.° ano de escolaridade, a actividade proposta pode ser adaptada para alunos do 1.° ciclo do Ensino Básico.
- www.apm.pt

  Site da responsabilidade da Associação de Professores de Matemática, onde se encontram disponíveis vários *links* para páginas sobre o tema, nomeadamente o Fórum Pedro Nunes e Matemática na Internet.
- http://www.boxermath.com/plp/modules/online/workshop/toolbox/mosaictool.html?offer_id=PMTHF

  Neste *site* encontra-se uma ferramenta para construir pavimentações com alguns polígonos regulares.
- http://www.keypress.com/sketchpad/

  Nesta página oficial da *Key Curriculum Press* pode explorar-se o programa de geometria dinâmica *Geometry Sketchpad*. A partir de uma figura construída e usando as transformações geométricas do plano (translações, rotações e reflexões), é possível fazer pavimentações. Este *software* é semelhante ao *Cabri Geométre* e poderá ser um bom instrumento para as explorações do professor.
- APM. (2000). *Pavimentações*. Lisboa: APM.

  Este recurso encontra-se disponível na APM sob a forma de uma pasta composta por: brochuras, fichas de actividades para os alunos e placas de material manipulável (polígonos).
- APM. (sd.) *Investigações Matemáticas na Sala de Aula, Propostas de trabalho*. Lisboa: APM.

  Esta pasta é constituída por três brochuras: Números, Funções e Geometria. As propostas de trabalho apresentadas não se destinam propriamente ao 1° ciclo, contudo, algumas poderão ser facilmente adaptadas.
- *Escher* versão 2.3

  Este *software*, editado pelo Ministério da Educação, em 1993, está disponível em disquete e é acompanhado por um manual de utilização. Faz parte da colecção Programas Educativos para Computadores. Este programa tem como finalidade pedagógica principal ilustrar as transformações geométricas do plano e foi concebido para o 2°/3° ciclos do Ensino Básico e Ensino Secundário.
- Tesselmania

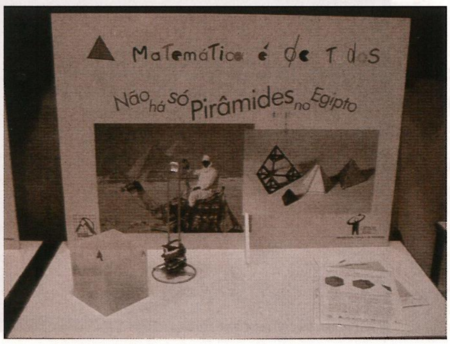
  Com este programa constrói-se muito facilmente pavimentações no plano.

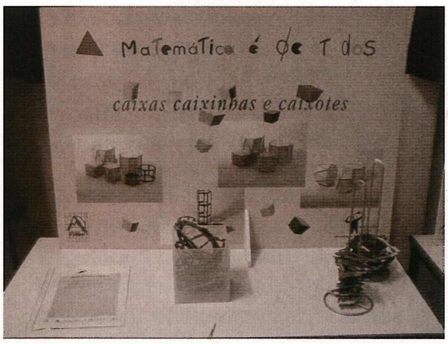
Números e Padrões

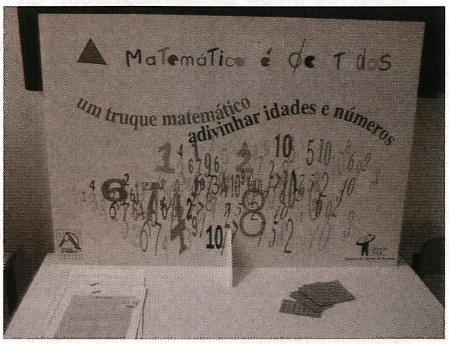
Para este tema são considerados os módulos seguintes: Dominós, Dados, Adivinhas, Números triangulares.

O aparecimento dos números suscita uma curiosidade natural que poderá ser aproveitada para superar as dificuldades sentidas actualmente no processo de ensino/aprendizagem. Bento de Jesus Caraça é uma referência importante pelo modo como apresenta as contagens como uma necessidade natural das diferentes seriações e como fala da harmonia que integra todas as ciências na e com a matemática.

Outro aspecto a referir será a relação entre números e padrões. Segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico, a predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generali-







zações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos, constitui uma das competências matemáticas a desenvolver ao longo de todos os ciclos:

> Através do estudo dos padrões, as crianças aprendem a reconhecer relações e a estabelecer ligações, generalizações e previsões acerca do mundo que as rodeia. (p. 66)

Adenda do 1º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM, 1998.

A resolução de problemas utilizando os padrões de forma organizada, sistemática e diversificada proporciona aos estudantes a oportunidade de fazer conjecturas sobre relações que vão evoluindo, desenvolvendo deste modo a confiança nas suas próprias capacidades.

> Ao continuarmos a proporcionar-lhes uma ampla variedade de oportunidades para explorar e usar padrões, estamos a ajudá-los a passar da simples identificação de regularidades para uma utilização mais elaborada das mesmas, como estratégias de resolução de problemas. Por outras palavras, deixamos de ensinar padrões para ensinar com padrões. (APM, 1998)

Adenda do 5º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM, 1997.

A introdução progressiva dos padrões nos diferentes ciclos do ensino contribui para o desenvolvimento de atitudes e capacidades (poder de comunicação, concentração, visualização) que integram as competências para fazer aprender e usar matemática.

> A exploração das sequências numéricas, trabalhadas desde os primeiros anos, vai sendo ampliada, constituindo uma introdução à ideia de variável quando os alunos usam letras ou outros símbolos na descrição de relações. Neste contexto, pode surgir a oportunidade para a descoberta de relações entre variáveis e para a sua representação por meio de tabelas. Deste modo está-se a desenvolver o raciocínio e as ideias algébricas. (APM, 1997)

Abrantes, Paulo et al. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

> Modelos concretos, visuais ou geométricos são raramente utilizados como suporte, em particular para a compreensão de relações numéricas ainda desconhecidas, mesmo quando se sabe que, para muitos alunos, o estímulo visual é muito importante para a sua aprendizagem. (p. 56)

Ceia, Mário; Cebola, Graça; Pinheiro, Manuel. *Actividades Matemáticas no Ensino Básico*, Cadernos PEPT — Educação para Todos — ME, 1999.

Seleccionar tarefas e materiais apropriados que estimulem os alunos a visualizar e a pensar acerca de novos conceitos matemáticos é o desafio que se propõe ao professor. Este é o objectivo deste nosso trabalho.

Bibliografia para professores

Abrantes, Paulo et al. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

Conway, John H. e Guy, Richard K. (1999). *O livro dos números*. Lisboa: Gradiva – Universidade de Aveiro.

Ensensberger, Hans. (1998). *O diabo dos números*. Porto: Edições Asa.

Sá, António Júlio César; Faria, Margarida. (1992). *Clube de Matemática, a aventura da descoberta*. Porto: Edições Asa, Colecção Práticas Pedagógicas.

Wells, David. (1996). *Dicionário de Números Interessantes e Curiosos*. Lisboa: Gradiva.

Adendas do 1º ao 6º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM.

Sites *na Internet*

http://www.fc.up.pt/atractor/

Materiais manipuláveis

Placas de quadrados que podem ser adquiridas através da APM.

Cubinhos e cubos de encaixe.

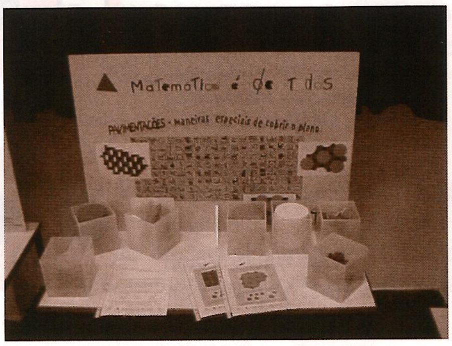
A exposição a caminho das escolas

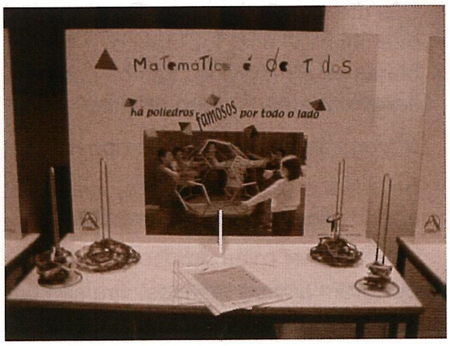
Durante este ano lectivo a exposição estará nas escolas dos participantes da oficina de formação. O trabalho vai continuar e muito haverá depois a dizer.

No próximo ano civil haverá mais realizações desta oficina de formação para os professores interessados em levá-la para as suas escolas. Embora não seja condição necessária para levá-la, as escolas dos professores que participam nesta formação têm prioridade nos pedidos.

Todo este trabalho integra-se no projecto *Construção e Divulgação da Exposição Matemática é de Todos*, realizado pelo Grupo de Trabalho do 1º Ciclo da APM, e que contou com apoios financeiros do Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação, do Programa Ciência Viva e da Fundação Calouste Gulbenkian.

Formadores e formandos
da Oficina de Formação
Exploração de uma Exposição





O problema do ProfMat 2001

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2001 de Vila Real consistiu na resolução do problema *Quatro Caixas e Quatro Discos*:

> Uma mesa tem um tampo circular que pode rodar em torno de um eixo. Em cima da mesa foram colocadas, em posições simétricas, quatro caixas absolutamente iguais.
>
> As caixas estão fechadas e dentro de cada uma delas há um disco, branco de um lado e preto do outro. Os discos foram colocados dentro das caixas perfeitamente ao acaso, não se sabendo por isso que face está virada para cima.
>
> Cada jogada consiste na seguinte sequência de acções:
>
> 1. Escolher duas caixas.
> 2. Abri-las.
> 3. Ver as cores dos discos e virar os discos que se quiser (dois, um ou nenhum).
> 4. Fechar as caixas e virar-se de costas.
>
> Antes da jogada seguinte, a mesa é rodada ao acaso pelo que se torna impossível saber depois que caixas foram abertas na jogada anterior.
>
> Qual é o mínimo de jogadas a fazer para se ter a certeza que as quatro caixas têm, ou já tiveram, os discos todos da mesma cor?

O problema foi considerado difícil. Isso notou-se não só pelas conversas que a este respeito se foram ouvindo durante aqueles quatro dias mas sobretudo pelo número diminuto de concorrentes. Apenas sete... Isto teve uma agradável consequência imediata: todos os concorrentes vão receber um prémio!

Comecemos pela lista de participantes. São eles António Miguel Mata, Carlos Manuel Morais, Maria Ângela Maia, Paulo Correia, Sérgio Valente, e duas equipas: uma constituída por Maria João Silva e Mário Pedro Estêvão e outra por Iva e Nuno Angelino (entregue numa caixa de papel, com uma introdução em verso...).

Houve algumas respostas em que o problema só se resolvia após 6 jogadas, mas houve quem conseguisse fazer isso em apenas 5, que é a melhor estratégia.

Conforme diz o António,

> (...) temos de considerar que a sorte nos pode ser adversa, ou seja, temos de admitir sempre a pior hipótese. É fácil verificar que, mesmo escolhendo alternadamente caixas vizinhas e caixas opostas, podemos jogar indefinidamente sem que nunca nos saia uma das caixas.

O método encontrado para conseguir ter a certeza que os 4 discos estão, ou já estiveram, simultaneamente com a mesma cor virada para cima é o seguinte.

1ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Viramos os discos que for preciso de modo a ficarem ambos com a mesma cor, por exemplo, branco.

2ª Jogada: abrimos caixas vizinhas.

Um dos discos é de certeza um dos anteriores e o outro é um novo. Ou são ambos brancos (e não viramos nenhum) ou um deles é preto e viramo-lo.

Neste momento temos a certeza que três discos são brancos. Se o quarto, que nunca vimos, for branco, o problema está resolvido. Vamos então admitir que ele é preto. (Figura 1)

3ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Se um dos discos for preto, viramo-lo e todos ficam brancos. Problema resolvido.

Se forem ambos brancos, viramos um deles. Este, que é preto, ficará obrigatoriamente ao lado do outro preto. (Figura 2)

4ª Jogada: abrimos caixas vizinhas.

Se os dois discos forem brancos, viramo-los e todos ficam pretos. Problema resolvido.

Se os dois discos forem pretos, viramo-los e todos ficam brancos. Problema resolvido.

Se um for branco e outro preto, viramos os dois. Ficamos com dois brancos e dois pretos, colocados alternadamente.

5ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Os discos serão da mesma cor. Em qualquer dos casos viramos os dois e obtemos 4 discos da mesma cor. Problema resolvido.

Prémios e premiados

1° António Miguel Mata — Calculadora gráfica TI-83 Plus, unidade do professor, oferta da Texas Instruments

2° Paulo Correia — Calculadora gráfica Casio Fx 1.0-Power Graphic, oferta Beltrão Coelho

3° Sérgio Valente — Triggery, um jogo oferta da Ludomania

4° Carlos Manuel Morais — Damas, um jogo oferta da Ludomania

5° Iva e Nuno Angelino — Poliedros Areal, oferta Areal Editores, e *Uma Aventura Matemática na Internet*, um livro oferta da Editora ASA

6° Maria Ângela Maia — "2+2=11" e *Conceitos Fundamentais da Matemática*, dois livros oferta da Editora Gradiva

7° Maria João Silva e Mário Pedro Estêvão — *Matemática ou Mesas, Cadeiras e Canecas de Cerveja* e *O Mistério do Bl e Outras Histórias*, dois livros oferta da Editora Gradiva.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

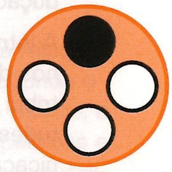


Figura 1

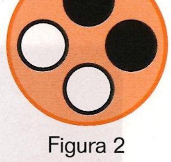


Figura 2

Figura 3

O número da minha casa

Se o número da minha casa for múltiplo de 3, então trata-se de um número compreendido entre 50 e 59, inclusive. Se o número da minha casa não for múltiplo de 4, então trata-se de um número compreendido entre 60 e 69, inclusive. Se o número da minha casa não for múltiplo de 6, então trata-se de um número compreendido entre 70 e 79, inclusive.

Qual é o número da minha casa?

Respostas até 10 de Fevereiro

Sempre 100

O problema proposto no nº 63 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

> O Augusto resolveu construir uma sequência de números naturais. Escreve o primeiro número e, a partir daí, a soma de qualquer número com o dobro do anterior é sempre igual a 100.
>
> Por que número deve começar o Augusto para obter a sequência mais comprida?

Chegaram-nos 19 respostas, enviadas por Alberto Canelas (Queluz), Alice Bárrios & Francisco Estorninho (Lisboa), Alice Inácio (Portela), Armando Fernandes & Heitor Surrador (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Belmiro Ferreira, Conceição Martinho (Castanheira), Cristina Brito, Domingos Rijo (Castelo Branco), Eduarda Santos (Tavira), Helena Cunha, Jorge Barata & Rosalina Santos (Alcains), Mário Roque (Guimarães), Nuno Cardoso (Coimbra), Paula Cristina Gomes (Braga), Paulo Teodoro (Marmelete), Sérgio Peixoto, Vidal Minga e uma de autor anónimo.

Vários métodos foram seguidos.

A Alice Inácio, a Cristina, o Mário e a Paula fizeram a análise exaustiva de todos as sequências possíveis para ver qual era a maior (mas a Alice e o Mário usaram uma folha de cálculo e a Cristina uma calculadora...).

No entanto, antes de começar a experimentar, é possível impor algumas condições que diminuirão o número de ensaios (Paulo, Nuno, Jorge & Rosalina):

- o primeiro termo tem de ser menor que 50 para se poder continuar,
- tem de ser também maior que 25 para que o segundo seja inferior a 50 e não se pare logo.

Outros foram mais longe com este tipo de raciocínio, usando processos analíticos (Alice & Francisco, Armando & Heitor, Augusto, Belmiro e Cristina):

Se definirmos os termos da sequência à custa do primeiro:

$u_1 = K$

$u_2 = 100 - 2K$

$u_3 = 100 - 2(100 - 2K) = 4K - 100$

...

e depois resolvermos as condições

$u_n > 0$

vamos obtendo sucessivos enquadramentos para o valor de K.

Ao chegar a n=8 obtém-se o resultado:

$32{,}81 < K < 33{,}59$

e para n=9 já é impossível.

Conclusão: o primeiro termo tem de ser 33 e o comprimento da sucessão é 8.

Mas Alberto Canelas apresenta a resolução mais simples:

Se o termo geral da sucessão fosse constante ($u_n = K$) o número n de termos da sucessão era infinito e seria portanto o maior possível:

$K, K, K, K,$ ......

Isto implicaria que

$2K + K = 100$ ou seja

$K = 100/3$

Ora o número natural que mais se aproxima de $100/3$ é 33 pelo que a sucessão mais comprida será:

33, 34, 32, 36, 28, 44, 12, 76.

Geometria: o sinal STOP e o *Cabri*

Vidal Minga

O outro condutor não respeitou o sinal de prioridade e foi embater com a sua viatura no meu automóvel.

Na Declaração Amigável, tive que assinalar um sinal de STOP num dos ângulos do cruzamento. Notei alguma dificuldade em fazer a figura com os oito lados. O esquema final não era muito perfeito. Pensei então que partindo do quadrado seria fácil construir um octógono mais ou menos perfeito. Bastava cortar os quatro cantos do quadrado e saía um octógono, um octógono irregular, obviamente (ver figura 1).

Contudo, seria possível construir um octógono regular, a partir de um quadrado, desde que se encontrasse uma relação entre as três partes em que ficaram divididos os lados do quadrado, de tal modo que as hipotenusas dos triângulos obtidos no processo, fossem geometricamente iguais aos lados do octógono que se sobrepõem aos lados do quadrado (ver figura 2).

Considerando os elementos assinalados na figura 2, a relação analítica encontrada entre x, y e l (medida do lado do quadrado) foi a seguinte:

$$x = l(\sqrt{2} - 1)$$
$$x = (l\sqrt{2}/2)(\sqrt{2} - 1)$$

Dada a sua natureza, o processo de construir o octógono regular com estes números, não era simples.

Devia haver um processo geométrico de construir o octógono regular, a partir do quadrado, de uma forma rigorosa, mais expedita e mais elegante. Fiz uma conjectura. E experimentei (ver figura 3).

Uma simples rotação do quadrado, à volta do centro e segundo um ângulo de 45° trouxe a confirmação da conjectura. O resultado era um octógono regular. As medições feitas com o *Cabri* até às milésimas não deixam qualquer dúvida sobre a regularidade do polígono obtido por este processo.

Observando de novo a figura, outros processos geométricos igualmente simples se apresentaram à minha consideração, para chegar ao mesmo resultado, ao mesmo octógono regular dentro dos condicionalismos impostos à sua construção, nomeadamente o quadrado-base (ver figura 4).

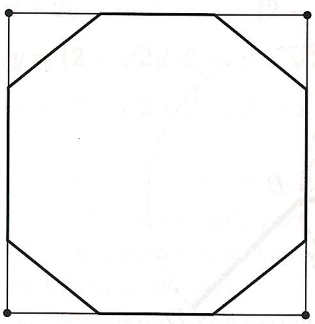


Figura 1

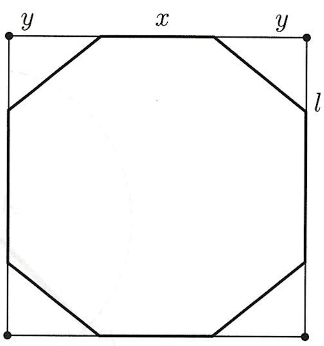


Figura 2

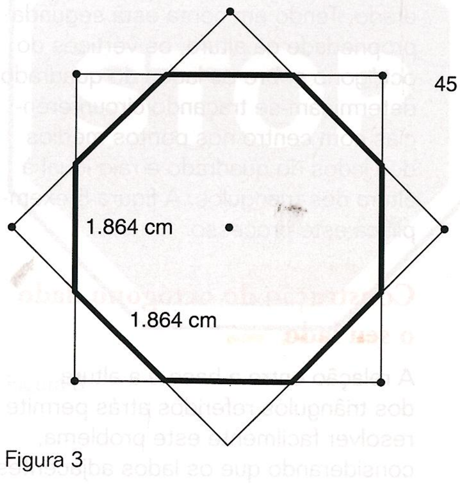


Figura 3

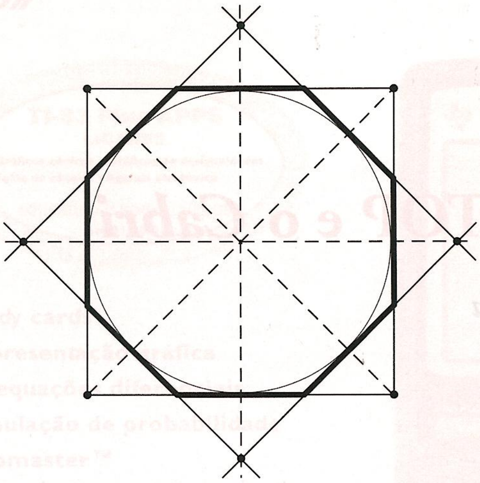


Figura 4

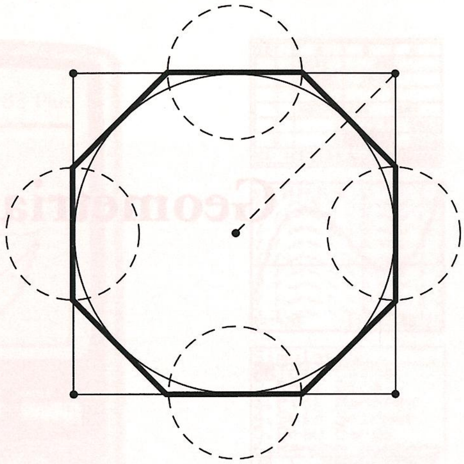


Figura 5

Uma relação importante

Uma observação mais atenta às linhas auxiliares desta figura mostrou que uma das alturas dos triângulos com base nos lados do octógono era exactamente igual a metade do comprimento da base, ou seja do lado do octógono.

Esta relação permite construir o octógono, dando apenas o seu lado. Ao mesmo tempo sugere de imediato outras ideias igualmente simples e interessantes para a construção do octógono regular sobre o quadrado. Registo uma delas: a altura dos triângulos é exactamente a distância entre as circunferências inscrita e circunscrita, respectivamente no e ao quadrado. Tendo em conta esta segunda propriedade da altura, os vértices do octógono sobre os lados do quadrado determinam-se traçando circunferências com centro nos pontos médios dos lados do quadrado e raio igual à altura dos triângulos. A figura 5 exemplifica este processo.

Construção do octógono dado o seu lado

A relação entre a base e a altura dos triângulos referidos atrás permite resolver facilmente este problema, considerando que os lados adjacentes a $[AB]$ têm a direcção dos catetos do triângulo.

Seja $[AB]$ o lado do octógono (ver figura 6).

Passos a seguir:

1. ponto médio M do segmento de recta $[AB]$;
2. circunferência com centro em M e passando por A;
3. perpendicular a $[AB]$ pelo seu ponto médio;
4. ponto C na intersecção com a circunferência;
5. circunferência com centro em B passando por A;
6. o ponto D, intersecção da recta BC com a circunferência define o 2° lado do octógono.

O lado $[AE]$ constrói-se pelo mesmo processo. Depois há inúmeras formas de concluir o octógono.

O processo utilizado na figura 7 é uma dessas formas: visto que já temos 4 vértices do octógono e que é possível encontrar o centro do polígono a partir de dois lados, podemos usar a simetria para obter os outros 4 vértices.

Este trabalho de investigação sobre a construção do octógono regular faz parte de um trabalho mais longo, cuja origem assenta na necessidade de desenhar um sinal de STOP e cuja motivação foi sendo conduzida e alimentada pelas inúmeras ideias que iam surgindo no caminho aberto pelo trabalho de experimentação que o *Cabri* com as suas potencialidades

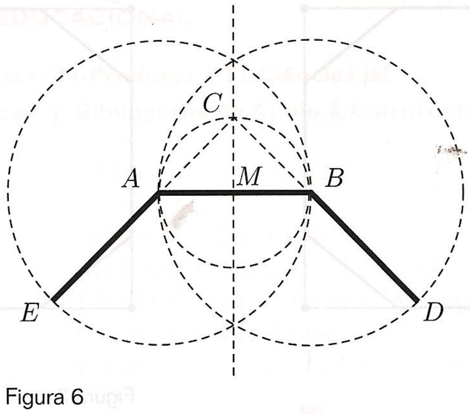


Figura 6

proporcionava, caminho que da conjectura e da experimentação, passando pela verificação e investigação, nos levou à descoberta.

Terminamos com a reprodução do sinal de STOP no *Cabri* (ver figura 8).

Não sendo o *Cabri* propriamente um *AutoCad*, um *CorelDraw* ou um *Frontpage*, programas mais dados a grafismos elaborados, o sinal, contudo, saiu perfeito (ver figura 8). Pelo menos aparentemente. Guiámo-nos pela nossa capacidade de observação visual para o desenhar. No entanto podemos levar o nosso rigor mais longe, pondo-nos em campo, estudando e medindo as suas dimensões e tentando reproduzi-lo em escala apropriada, dado que não possuímos um écran gigante para o reproduzir no seu tamanho real.

Se entretanto, do octógono-STOP, passarmos para o estudo e desenho de outros sinais de trânsito teremos um projecto muito interessante e mais vasto que nos permitirá estudar uma grande parte da geometria plana que aparece nos currículos escolares do 2º e do 3º ciclos. E tudo isto muito ligado a uma realidade do nosso meio e da nossa vida, o trânsito!

Anexos:

Cálculo dos valores de x e y no quadrado base

$$l = x + 2y \Leftrightarrow x = l - 2y$$

$$x = \sqrt{2y^2} \Leftrightarrow x = y\sqrt{2}$$

$$l - 2y = y\sqrt{2} \Leftrightarrow y = (2 - \sqrt{2})l/2$$

$$y = (2 - \sqrt{2})l/2 \Leftrightarrow y = \sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)l/2$$

$$x = (2 - \sqrt{2})l/2 \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow x = l(\sqrt{2} - 1)$$

Passos para construção da figura 7

01. $[AB]$ é o lado dado para o octógono
02. Ponto médio M do lado $[AB]$
03. Mediatriz de $[AB]$
04. Circunferência de raio $[MA]$
05. Intersecção C da mediatriz com a circunferência
06. Desenho da recta BC
07. Circunferência de raio $[AB]$, com centro em B.
08. Intersecção desta circunferência com a recta BC, ponto D.
09. Ponto médio de $[BD]$, ponto M1
10. Mediatriz de $[BD]$
11. Intersecção das duas mediatrizes, ponto I, centro do octógono.

Quatro simetrias centrais, centro I, e uma simetria axial, eixo IM, definem os restantes 4 vértices do octógono.

Vidal Minga
E.B. 2,3 de Paço de Arcos

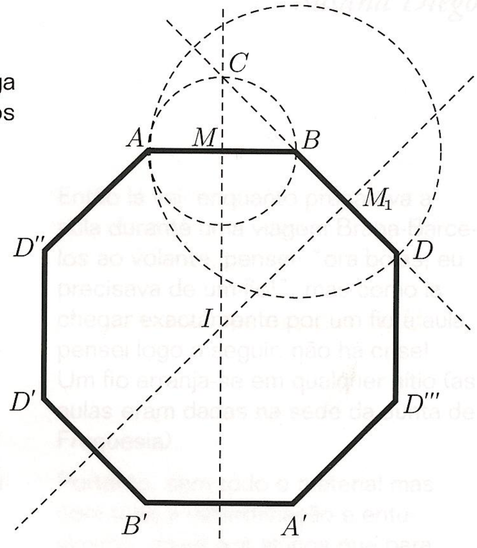


Figura 7

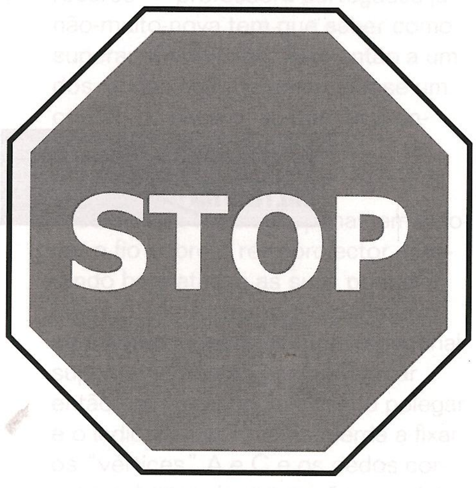


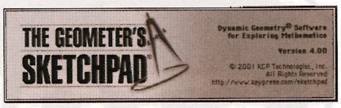
Figura 8

Disponível em breve

Versão 4 do *Geometer's Sketchpad*

Chega brevemente à Europa a tão esperada versão 4 do *Geometer's Sketchpad*. Para aproveitar o investimento que tantos de nós já fizemos neste programa, o interface do programa é muito semelhante ao da versão 3. No entanto, depois de uma rápida exploração, podem imediatamente notar-se algumas importantes diferenças:

- Animações. As animações têm mais potencialidades ao mesmo tempo que o modo de as iniciar se simplifica. Durante uma animação continuam acessíveis os objectos do *sketch*. A velocidade da animação é regulável, não estando sujeita como dantes à velocidade do computador. É possível, mediante comandos de *merge*, animar pontos em objectos a que não pertencem.
- Documentos. Conjuntos de diversos sketchs referentes ao mesmo tema constituem agora um documento. Não só todos os *sketchs* de um mesmo documento são acessíveis a partir de cada um deles, como pode construir-se um conjunto de *script tools* utilizáveis em todos os *sketchs* de um mesmo documento.
- Funções. O tratamento de funções e dos gráficos de funções é muito melhorado. Podem ser usados dois sistemas de coordenadas no mesmo *sketch*, e os sistemas de coordenados podem não ser monométricos. A derivação de funções é acrescentada.
- Texto. As capacidades relativas ao texto são muito ampliadas (texto com estilos, notação matemática, símbolos para a geometria, etc. etc.)
- Cores. Pode usar-se uma extensa palete de cores, o fundo de um *sketch* pode colorir-se e as cores podem ser atribuídas em resultado de cálculos (parametrização de cores).
- *Traces*. Pode fazer-se o *trace* de qualquer objecto que se mova, e os *traces* não desaparecem, excepto a pedido (lenta ou imediatamente).
- Características dos objectos. É possível, numa janela de diálogo, alterar de modo muito amplo as propriedades dos objectos.
- Publicação on-line. É possível a publicação (*save as*) de um *sketch* numa página *web* (isto é, o *javaSketchpad* está integrado na versão 4), ou como documento para o computador de bolso Cassiopeia.
- Botões e *links*. Os botões de apresentação (*movement*, *hide/show*, etc) podem ser facilmente combinados (funcionamento simultâneo ou sequencial). Podem acrescentar-se botões/*links* para outros *sketchs* do mesmo documento ou para um *site* da Internet.



Contamos no próximo número da revista apresentar nesta secção uma comparação entre três programas de geometria dinâmica: *Cabri*, *Cinderella* e *Sketchpad*.

Eduardo Veloso
eduardoveloso@netcabo.pt

A *la Castelnuovo* ou muito se engana quem julga

Susana Diego

Em 1999/2000, naquele que foi o último ano — até ver — em que dei aulas à noite no 2º ciclo do ensino recorrente nocturno, resolvi utilizar uma estratégia sugerida por Emma Castelnuovo que tinha visto apresentar pela própria há uns milhares de anos, em Lisboa no congresso de homenagem a Sebastião e Silva.

Destinava-se essa estratégia a procurar tornar visualmente evidente a distinção entre perímetro e área. Fiquei de boca aberta na minha pouca experiência e maravilhada com a magia e simplicidade do recurso. Aplaudi de pé e nunca mais me esqueci do que vi… e não usei, até ao ano passado.

Turma de adultos, adultos mesmo, idades compreendidas entre os vinte e poucos e os *sixty something*, catorze ao todo. Mas dos que dão luta, que argumentam e não engolem fórmulas vivas ou justificações menos claras. Que mais se pode querer?

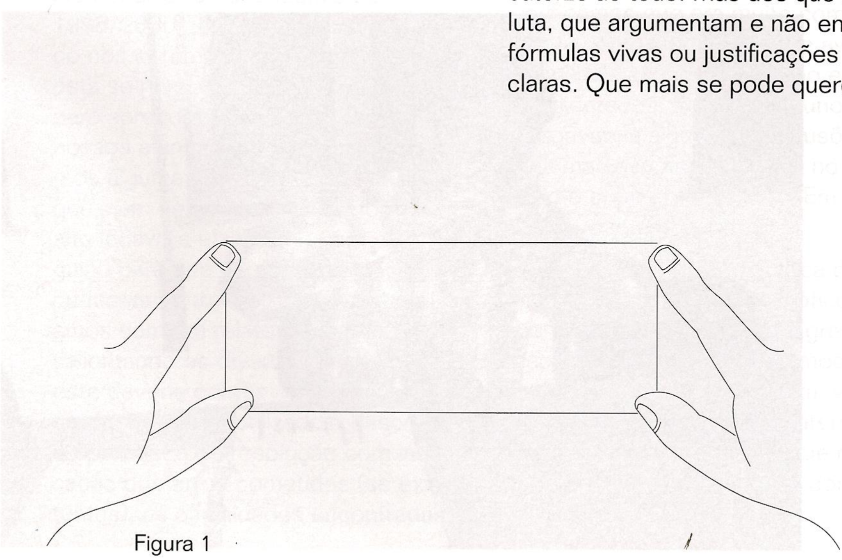


Figura 1

Então lá vai: enquanto preparava a aula durante uma viagem Braga-Barcelos ao volante, pensei: "ora bolas, eu precisava de um fio!", mas como ia chegar exactamente por um fio à aula, pensei logo a seguir: não há crise! Um fio arranja-se em qualquer sítio (as aulas eram dadas na sede da Junta de Freguesia).

Portanto, sem todo o material mas com toda a determinação e entusiasmo, disse aos alunos que para o que se iria passar a seguir, precisava do dito cordel. Nada à vista, nada nos bolsos. Também não me atrapalhei muito — porque eu levava um na manga. Não um fio, mas um recurso — professora portuguesa já-não-muito-nova tem que saber como superar imprevistos. Pedi então a um dos alunos que me emprestasse um cordão do sapato, ao que fui prontamente atendida por um dos mais participativos.

A estratégia consiste apenas em colocar o fio sobre o retroprojector, mantendo bem atadas as suas pontas de modo a garantir que o perímetro se mantém constante, pois o material supostamente não estica. Formar então um "rectângulo" com o polegar e o indicador da mão esquerda a fixar os "vértices" A e C e os dedos correspondentes da outra mão, os vértices B e D (figura1)[1].

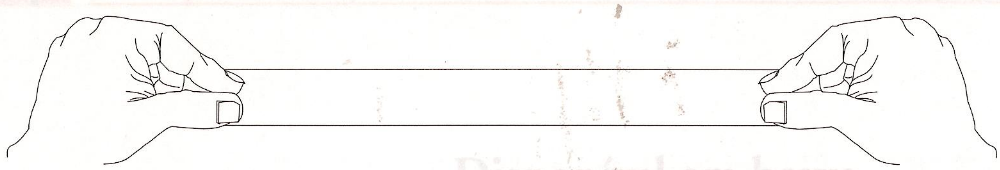


Figura 2

Depois é só aproximar ou afastar, até ao limite da "coincidência", os dedos de cada mão (figura 2). A área varia a olhos vistos até se "anular" (caso da "coincidência" dos lados do "rectângulo"), enquanto o perímetro se mantém.

Finalmente, resta olhar orgulhosa em volta e esperar o dito aplauso de pé, as exclamações ou pelo menos expressões de compreensão… que não houve no caso descrito…

Repeti e creio que voltei a repetir, procurando exagerar gestos e modificar justificações, perguntando coisas como "vejam lá se neste espaço cabia o mesmo número de ovelhas do que neste agora", e, depois de uma boa suadela admito que alguns, sem arriscar percentagens, se aperceberam de onde eu queria chegar.

Pensando "toma lá que é para não te armares e pensares bem a que público te diriges", devolvi o atacador ao dono. Quando prosseguia a aula, um pouco frustrada diga-se, tentando abordar a questão por caminhos numéricos, olhei para o lado e apanhei o voluntário em plena flagrante de repor o material didáctico no sítio, enquanto provavelmente cogitava "tanto trabalhinho para isto". Como é vulgar trazer comigo uma pequenina câmara fotográfica, *flash!!*, fixei para a posteridade mais um caso de sucesso educativo.

Apesar de tudo não vou esquecer nunca a sensação de admiração, de verdadeiro fio de Colombo, que me provocou Emma Castelnuovo nem a vontade de rir que nos provocou a todos a naturalidade com que o sapato foi parar acima da mesa.

Em conclusão, devo referir que não foi totalmente ingénua esta tentativa. Na realidade uma das coisas que pressentia e comprovei sem sombra de dúvida durante estes anos que leccionei o recorrente, é que os adultos são bem menos abertos a "inovações", "esquisitices", a coisas que fazemos tipo "no meu tempo não era assim".

Resolvi então, este ano de 2000–2001, experimentar estratégia idêntica com crianças do 5º ano. Claro que não pedi atacadores senão não me chegavam duas aulas só para escolher o voluntário. Nem usei um atacador, mas um fio de ouro que pedi a uma aluna.

Com todas as cautelas e sem a menor pretensão de considerar esta uma experiência cientificamente válida, a minha intuição (e a minha vontade?) levaram-me a sentir uma maior aceitação desta "evidência gráfica" por parte dos miúdos.

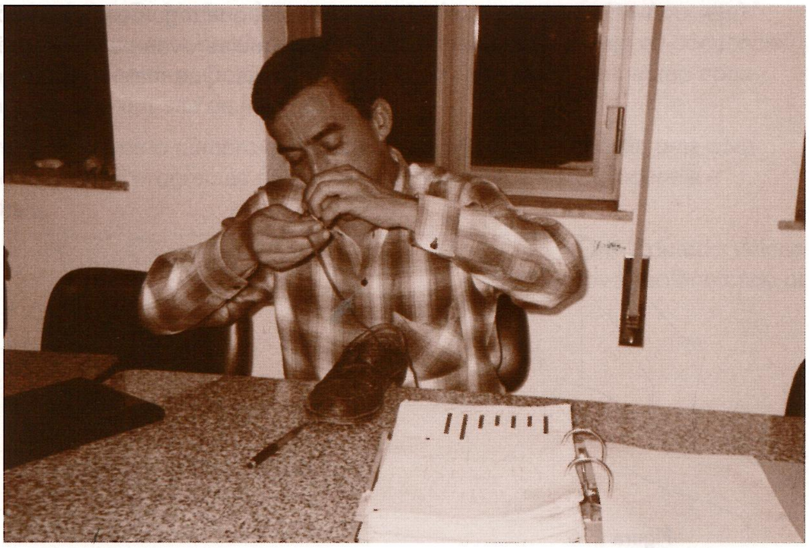
Apesar disso, após a ficha de avaliação sumativa, verifiquei, novamente sem espanto, que persistia a confusão entra área e perímetro. Penso que confundem as palavras, mais do que o conceito ou a técnica de cálculo.

Claro que o melhor método... são vários. Se calhar tantos quantos os alunos, ou pelo menos, as abordagens devem ir sendo diversificadas ao longo do tempo. Não é com certeza um atacador que tira esta dúvida, mas com diferentes ataques e em várias frentes.

Nota

1 Não é necessário cortar os dedinhos. Pode ser com a mão toda.

Susana Diego
E.B. 2,3 de Gonçalo Nunes



Uma experiência em avaliação de relatórios

As tarefas de carácter investigativo representam uma forma de colocar os alunos em contacto com uma faceta da matemática nem sempre explorada nas aulas desta disciplina. Este tipo de tarefas permite raciocinar, conjecturar, procurar regularidades e desenvolver um pouco o espírito crítico de quem as executa, ou seja, permite uma entrada num mundo matemático não só de regras e fórmulas a aplicar.

É nesta perspectiva que surge a necessidade de encontrar um instrumento de avaliação adequado a este tipo de trabalho. O relatório matemático revela-se como a oportunidade de o aluno descrever diversos aspectos relacionados com a resolução da tarefa na aula, de modo a que o professor possa entender o trabalho desenvolvido a nível de raciocínio, conjecturas (provadas ou não), erros cometidos, etc.

No decorrer do ano lectivo de 1999/2000, resolvemos investir parte do nosso tempo nesta temática, por esta se revelar repleta de benefícios para aprendizagem matemática dos nossos alunos. Para isso, seleccionámos algumas tarefas desta natureza, que iriam ser exploradas ao longo do ano lectivo e elaborámos um pequeno guião para que os nossos alunos pudessem entender o que pretendíamos com um relatório matemático, salientando os diversos aspectos que este deveria conter – objectivo da tarefa, materiais utilizados, descrição do processo de resolução com indicação dos erros cometidos (se existentes), as dificuldades encontradas, a apresentação dos resultados e, por fim, uma apreciação crítica da tarefa proposta. Posteriormente, indicámos os aspectos importantes que iríamos avaliar neste tipo de trabalho — correcção e clareza da linguagem, correcção e clareza do raciocínio, organização do relatório, correcção dos conceitos matemáticos envolvidos, descrição e justificação dos procedimentos utilizados e criatividade.

Combinámos ainda (visto esta ser uma metodologia de trabalho a que os nossos alunos não estavam habituados), que o primeiro relatório teria um carácter formativo, isto é, iria servir de "modelo", após a correcção feita por nós, para os restantes.

Passada esta primeira fase de escolha das tarefas, iniciámos a execução das aulas desta natureza. A primeira tarefa foi relativa aos sólidos platónicos e logo recebemos os primeiros relatórios para avaliar. Mas como avaliá-los?

Como havíamos estabelecido previamente quais os aspectos a avaliar num relatório, resolvemos elaborar uma grelha, atribuindo diferentes cotações aos diversos aspectos que estávamos a considerar, de acordo com a sua importância. Porém, ao tentar aplicá-la verificámos que era muito complicado usá-la como instrumento de avaliação, pois havia aspectos que não eram considerados, tais como alunos que chegavam a algumas conclusões na aula mas não as escreviam no relatório e eram prejudicados. Em cada ponto, o que descontar?

Após alguma reflexão acerca destes e muitos outros aspectos práticos relacionados com o uso desta grelha, decidimos reformulá-la de modo a tornar a avaliação mais justa, valorizando mais a actividade matemática do aluno na aula, mesmo que nem sempre esteja comunicada com total clareza.

Assim, surgiu-nos a ideia de tornarmos a avaliação deste trabalho mais qualitativa do que quantitativa, pois considerámos mais importante os alunos aperceberem-se dos seus erros e melhorarem num relatório próximo, de modo a aperfeiçoar a sua linguagem matemática. Construímos então uma segunda grelha, onde o professor irá anotando os comentários acerca do relatório que se encontra a avaliar, contemplando os seguintes aspectos:

- Correcção e clareza da linguagem
  - Linguagem (inclusivé vocabulário)
  - Estrutura gramatical
- Correcção e clareza de raciocínio
  - Ideias organizadas do ponto de vista lógico
  - A ideia principal está comunicada de um modo claro
- Organização do relatório
  - O modo como está dividido o relatório e a natureza dessas divisões
- Correcção dos conceitos matemáticos envolvidos
  - Compreensão dos conceitos e princípios matemáticos do problema
  - Notação e terminologia apropriada
  - Eficiência da execução do cálculo
- Descrição e justificação dos procedimentos utilizados
  - Clareza e argumentação na descrição
  - Formulação de conjecturas e sua justificação
  - Estratégias para a resolução da tarefa e o modo como o aluno descreve o processo de resolução
- Actividade do aluno na aula
  - Modo como o aluno interage com os elementos do grupo, como expõe as suas ideias e as confronta com as dos colegas
  - Carácter das dúvidas e con-

jecturas formuladas
  – Interesse e empenho na realização da sua actividade
- Criatividade
  – Na apresentação
  – Na resolução da tarefa
- Apreciação global
  – Entre outros aspectos, a evolução verificada relativamente ao último relatório elaborado pelo aluno

No relatório do aluno o professor irá registar a apreciação global, acompanhada dos aspectos que deve melhorar num trabalho próximo e da classificação qualitativa atribuída. Estes critérios são flexíveis e a sua valorização varia de acordo com os objectivos da tarefa proposta, pois esta pode estar organizada de modo a provocar uma actividade nos alunos que privilegie a sua criatividade em detrimento da extensão dos conceitos matemáticos envolvidos, por exemplo. Cabe ao professor definir inicialmente esses objectivos, adaptando posteriormente a avaliação, valorizando mais ou menos determinados aspectos mencionados na grelha.

Durante esta experiência em avaliação de relatórios surgiram-nos alguns casos inesperados que nos levaram a reflectir não só sobre o método de como avaliar um relatório, mas também sobre as concepções que os alunos têm de uma aula de matemática e até da própria matemática. Percebemos ainda como estas concepções podem ser determinantes na realização de uma investigação matemática e posterior relatório. Por exemplo, o que fazer quando um aluno nos entrega um relatório copiado de um manual escolar? Ou quando o aluno considera que "devíamos fazer mais exercícios na aula, porque estes é que vão sair no teste!"?

(...) Para partilhar a nossa experiência neste campo, construímos uma página que se encontra inserida no *site* do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, na página do projecto Investigar e Aprender — http://www.educ.fc.ul.pt/~escola1. Nesta página, o visitante poderá encontrar variada informação sobre esta temática de modo a obter uma orientação acerca desta metodologia de aula, desde a planificação, à consecução da aula, bem como a posterior correcção dos relatórios. Nas planificações que efectuámos descrevemos qual deve ser o papel do professor nestas aulas, assim como diversas reflexões relacionadas com a nossa experiência.

Poderá ainda encontrar as tarefas que usámos com os nossos alunos (destinadas ao 8° e 10° ano de escolaridade) e exemplos de relatórios efectuados pelos nossos alunos, bem como a respectiva avaliação. Num *link* intitulado *Opiniões*, colocámos algumas afirmações efectuadas pelos nossos alunos, que demonstram algumas dificuldades que o professor pode encontrar e que ajudam o visitante a obter uma ideia mais completa acerca do efeito que estas aulas podem ter nos seus alunos.

Alexandre Pais
Esc. Sec. Pinhal Novo
Ana Isabel Coutinho
E.B. 2,3 Prof. Armando
Lucena, Malveira

Novas Matemáticas, a necessidade de mudar

O ensino e a aprendizagem da Matemática passam, a nível mundial, por um profundo processo de renovação. Renovação não apenas de conteúdos, mas sobretudo de objectivos e de metodologias.

Surgem as metodologias centradas nos processos (no educando) em detrimento das metodologias centradas em conteúdos ou em produtos.

É mais importante desenvolver cognitivamente o aluno do que transmitir conhecimentos (a curto prazo obsoletos e inúteis) ou desenvolver técnicas que, por serem adquiridos mecanicamente, não constituem aprendizagens reais. A aprendizagem já não é entendida como processo de transmissão/recepção de informação, mas sim como processo de construção cognitiva que se favorece mediante a estimulação dos processos de investigação dos alunos.

O ensino/aprendizagem da Matemática em Portugal não é alheio a este movimento renovador. Pretende-se actualmente que os alunos participem em numerosas e variadas experiências que lhes estimulem o gosto e o prazer da criação matemática, que os encorajem a conjecturar, a explorar e a aprender com os erros.

Os programas de Matemática devem fornecer aos estudantes experiência na aplicação da matemática, e em seleccionar e fazer corresponder estratégias à situação em causa. Os estudantes devem aprender a formular questões chave, analisar e conceptualizar problemas, definir o problema e o objectivo, descobrir modelos e semelhanças, procurar os dados apropriados, experimentar, transferir capacidades e estratégias para novas situações, retirar da sua experiência básica conhecimentos para aplicar a matemática.

Os estudantes devem ser encorajados a questionar, experimentar, fazer estimativas, explorar e sugerir explicações. A resolução de problemas, que é essencialmente uma actividade criativa, não pode ser construída a partir de actividades rotineiras, receitas ou fórmulas.

A sociedade actual espera que as escolas garantam que todos os estudantes tenham a oportunidade de se tornar matematicamente alfabetizados, sejam capazes de prolongar a sua aprendizagem, tenham iguais oportunidades de aprender e se tornem cidadãos aptos a compreender as questões em aberto numa sociedade tecnológica. Tal como a sociedade muda, também as suas escolas devem transformar-se.

De acordo com estas necessidades e objectivos surgiram novas concepções e novas formas de olhar para a Matemática do ensino secundário. Uma Matemática onde o aluno possa observar, investigar, reflectir sobre problemas com que se depara no dia-a-dia. Surge a necessidade de momentos de discussão e de debate onde cada aluno possa descrever aquilo que observou, que analisou e que conjecturou.

Em 1997 é posto em prática um programa de Matemática onde a grande inovação seria a metodologia. Uma metodologia que sugere e incentiva o uso da modelação matemática, isto é, os diferentes temas deverão ser estudados através de modelos matemáticos baseados em situações concretas do quotidiano. Apela também ao uso das calculadoras gráficas e sempre que possível dos programas de computador. Ao iniciar, em cada ano, pelo capítulo de geometria, é dada a oportunidade ao aluno de contactar de uma forma mais directa e concreta com problemas do mundo que o rodeia.

Durante a implementação deste ajustamento (...) foi criada uma equipa de 80 acompanhantes (...). Das sessões, com os professores (...), surgiram manifestações de agrado mas também algumas dúvidas e questões sobre a necessidade de adaptar mais minuciosamente o currículo à realidade de cada turma. Foram criadas novas disciplinas de Matemática que farão parte da nova estrutura curricular do ensino Secundário:

A Matemática A destina-se aos cursos: G1 – Ciências Naturais, G2 – Ciências e Tecnologias, G6 – Ciências Sócio-Económicas.

A Matemática B, aos cursos: 1–Tecnológico de Construção Civil, 2– Tecnológico de Electrotecnia/Electrónica, 3– Tecnológico de Informática, 4– Tecnológico de Mecânica, 5– Tecnológico de Química, 9– Tecnológico de Administração, 10– Tecnológico de Técnicas Comerciais e 14– Tecnológico de Serviços Jurídicos.

A Matemática Aplicada às Ciências Sociais destina-se aos Cursos Geral de Ciências Sociais e Humanas e Tecnológico de Ordenamento do Território. Para o Curso Geral trata-se de uma disciplina bienal da componente de formação específica com uma carga horária distribuída por 3 aulas de 90 minutos por semana. Para o Curso Tecnológico é uma disciplina trienal da componente de formação científico-tecnológica com uma carga horária semanal distribuída por 2 aulas de 90 minutos.

Todas estas disciplinas têm em comum o *ensino experimental*. Promovem a experimentação, fazendo com que os alunos participem em numerosas e variadas experiências relacionadas entre si e que os encorajam a dar apreço ao desenvolvimento da matemática, a desenvolver hábitos de pensamento matemático e a compreender e apreciar o papel da matemática na vida da humanidade. (...)

A Matemática A e a Matemática B pouco diferem nos seus conteúdos. A diferença maior existe no aprofundamento de cada conteúdo. Enquanto na Matemática B o trabalho analítico e formal será ligeiro, (...), na Matemática A, a generalização e a demonstração matemática farão parte integral do trabalho experimental. A Matemática B deve, nos seus conteúdos, procurar construir actividades experimentais adaptadas aos currículos de cada curso, facilitando e motivando o trabalho do aluno.

A Matemática A, por destinar-se aos cursos gerais, com finalidades centradas no ensino universitário, tem um aspecto mais formal, mas não deve omitir os objectivos gerais, tais como: desenvolver as capacidades de usar a matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real; ampliar a confiança do aluno em si próprio; possibilitar a expressão fundamentada das suas opiniões.

A disciplina de Matemática Aplicada às Ciências Sociais é uma disciplina inovadora surgindo com temas nunca abordados no secundário, (...). Os autores dos programas seleccionaram um conjunto de assuntos interessantes que ligam a matemática a questões actuais da nossa sociedade: Teoria da decisão que engloba a Teoria das eleições e a Teoria da partilha equilibrada; Modelação Matemática englobando Modelos de crescimento Populacional (linear e não linear), Modelos Financeiros e Modelos de Grafos; e por último, a Estatística (e Probabilidades). Todos estes temas deverão ser tratados de uma forma elementar e concreta, ajustada à situação em questão, procurando que o aluno assimile conceitos matemáticos essenciais à resolução de problemas do quotidiano de qualquer pessoa. Diria mesmo que são temas indispensáveis a todos os cidadãos responsáveis e interventivos.

A matemática surgiu da necessidade de resolver problemas, organizou-se e evoluiu de forma que já não está ao alcance de todos, mas não é por isso que vamos deixar de usá-la para as nossas necessidades. O estudo da matemática tem de ser simplificado, adaptado e aproveitado para que todos possam usufruir das suas potencialidades. De outra forma, a matemática estaria ao alcance de poucos e os restantes sentir-se-iam incapacitados para perceber o mundo, que cada vez mais nos envolve de tecnologia e de novos problemas inerentes ao seu progresso.

António José Gouveia Gomes
Esc. Sec. Dr. Ângelo Augusto da Silva

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão de todas as contribuições no espaço disponível na revista.

Literacia matemática: como vão os nossos alunos?

30 | dn | QUARTA-FEIRA 5 DEZEMBRO 2001

EDUCAÇÃO

»Coimbra O reitor da Universidade advertiu que «haverá confrontos» entre alunos e a instituição «terá de reagir» se os portões não abrirem

OCDE | Literacia em leitura, matemática e ciências

O bê-á-bá e pouco mais

Alunos portugueses de 15 anos revelam um desempenho médio modesto em literacia de leitura, matemática e ciências

CADI FERNANDES

Os alunos portugueses de 15 anos têm um desempenho médio modesto em literacia de leitura, matemática e ciências, comparativamente com os seus «pares» da OCDE, revela o estudo internacional PISA (Programme for International Student Assessment).

Comecemos pela literacia em leitura, onde o panorama nacional é preocupante. Definiram-se cinco níveis: cinco (tarefas sofisticadas de leitura, como compreensão detalhada de textos, inferência das informações relevantes e avaliação crítica); quatro (tarefas difíceis, como localizar informação implícita e avaliar criticamente um texto); três (tarefas de complexidade moderada, como localizar segmentos de informação e estabelecer relações entre as várias partes do texto); dois (tarefas básicas, como localização simples de informação e compreensão do significado de parte bem definida do texto) e um (tarefas menos complexas, como localizar uma única peça de informação e identificar o tema principal do texto).

Ora bem, ora mal, a situação média dos alunos portugueses é, simplesmente, «preocupante», reconhece o Ministério da Educação (ME) perante a eloquência dos resultados. «O valor da média portuguesa situa-se abaixo da média da OCDE e muito distanciada dos países que obtiveram melhores classificações médias.»

Onde Portugal se destaca é precisamente no nível 1, o mais baixo (17 % de alunos contra uma média de 12 % no espaço da OCDE). Aliás, a nossa «superioridade» é proporcional à «inferioridade» dos níveis (25 % no dois; 27 % no três, 17 % no quatro e 4 % no cinco, tendo as médias da OCDE sido, respectivamente, de 22 %; 29 %; 22 %; e 9 %).

O panorama é desolador, mas o pior está ainda por dizer. Falamos da percentagem de alunos que não atingiram sequer o nível [...] ticos, como um excerto de uma peça de teatro, e textos informativos extensos, que exigem respostas de grande rigor, como a identificação precisa de informações.

De entre todos os 32 países «avaliados» (27 da Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Económico mais o Brasil, Letónia, Liechtenstein e Rússia, envolvendo 256 mil estudantes), o melhor classificado é a Finlândia e o pior, o Brasil, Estado que «arrecada» o último lugar nas três valências analisadas – leitura, matemática e ciências.

No conjunto, Portugal fica em 26.º lugar em matéria de leitura. Atrás, só a Rússia, a Letónia, o Luxemburgo, o México e o Brasil. A Espanha está em 18.º lugar.

Atendendo à distribuição regional dos resultados no nosso País, o ME salienta que, «enquanto a região de Lisboa e Vale do Tejo se encontra próxima da mé[...] distanciam-se em média de 50 ou mais pontos».

No domínio da leitura, «as raparigas apresentam, em média, melhores resultados do que os rapazes, sendo esta diferença estatisticamente significativa».

Os instrumentos utilizados foram testes de «papel e lápis», com um tempo máximo de resolução de duas horas, caracterizados por respostas de escolha múltipla e outras que requeriam mais elaboração.

[...] foi recolhida em 2000 em 149 escolas – 138 públicas e 11 privadas –, envolvendo 4604 jovens de 15 anos a frequentar entre o 5.º e o 11.º anos de escolaridade.

Neste primeiro ciclo do estudo foi dada preponderância à avaliação da literacia em leitura. Está prevista para 2003 a realização do segundo ciclo, no qual o enfoque incidirá sobre a literacia matemática. Em 2006, terminará o terceiro ciclo do estudo com uma recolha mais intensiva no domínio das ciências.

DIFERENÇA. No domínio da leitura, as raparigas apresentam, em média, melhores resultados do que os rapazes

«Contas» [...] co positivo

Em matemática, Portu[...], ficando em 28.º lugar

A análise da literacia matemática foi feita de acordo com três tipos de tarefas: mais difíceis (requerem pensamento matemático criativo e intuição), de dificuldade intermédia (requerem que os alunos juntem e processem informação), mais fáceis (exigem apenas uma única etapa de processamento).

Neste domínio, Portugal desce um degrau na escada do conheci[...]

[...] área da OCDE. O menor valor que os 25 % de alunos portugueses com melhor desempenho obtêm [...] OCDE.

Neste domínio, os rapazes «ganham» às raparigas, revelando um melhor desempenho médio no conjunto dos países analisados. Já em 15 dos países, os rapazes têm resultados médios significativamente superiores aos das raparigas, com grande destaque para a França.

O Japão toma a dianteira, seguido por outro Estado asiático: a Coreia (também em segundo lugar na leitura). A Finlândia, primeira em leitura, fica agora em quarto.

Neste domínio, Portugal desce um degrau na escada do conhecimento, ficando em 28.º lugar. Atrás de nós, só a Grécia, Luxemburgo, México e Brasil. A Espanha está em 19.º lugar.

in *Diário de Noticias*, 5 de Dezembro de 2001

O *Programme for International Student Assessment (PISA)* é um estudo internacional organizado pela OCDE e que tem como objectivo avaliar os conhecimentos e as competências dos alunos de 15 anos nos domínios da leitura, da matemática e das ciências.

Os resultados apresentados nesta notícia dizem respeito à primeira das três fases que este estudo engloba. A recolha de informação relativamente a esta etapa decorreu no ano de 2000 em 32 países industrializados, 28 dos quais integram a OCDE. Do total de 265 mil participantes, em Portugal estiveram envolvidos 4604 estudantes, frequentando do 5° ao 11° anos de escolaridade e pertencentes a 149 escolas nacionais seleccionadas.

Nesta primeira etapa do estudo foi dada uma maior ênfase à literacia em leitura (isto é, os instrumentos utilizados incluíam mais questões referentes a este tipo de literacia), estando previstas para 2003 e 2006 a realização das restantes etapas, colocando então a ênfase na literacia matemática e no domínio das ciências, respectivamente.

> "A análise da literacia matemática foi feita de acordo com três tipos de tarefas: mais difíceis (requerem pensamento matemático criativo e intuição), de dificuldade intermédia (requerem que os alunos juntem e processem informação), mais fáceis (exigem apenas uma única etapa de processamento)."

Os resultados obtidos colocam os nossos alunos numa posição bastante modesta, alcançando uma média de 454, bastante abaixo da média alcançada pelos alunos japoneses (557) e inferior à média da OCDE (500).

A notícia do Diário de Notícias refere que "Lisboa e Vale do Tejo surge, à semelhança do que acontece relativamente à leitura, como a região que apresenta melhores resultados". Não menciona, no entanto, um aspecto que não pode deixar de nos fazer pensar: esta é a única região cuja média se encontra acima da média nacional. Este facto leva-nos a questionar o que possui esta região de especial, que a torna substancialmente diferente das restantes. Terão os alunos desta região mais potencialidades do que os demais? Serão as escolas aí existentes melhores do que as outras? Parece-nos absurdo que assim seja, no entanto a questão mantém-se: o que faz a diferença? É importante percebermos!

Um outro aspecto interessante, mas que não é abordado nesta notícia, consiste na análise dos resultados em função do ano de escolaridade frequentado pelos alunos. Com efeito, se nos centrarmos nos alunos que frequentam o 10° ou o 11° ano de escolaridade, ou seja, nos alunos que frequentam um nível de escolaridade correspondente à sua idade, constataremos que a classificação média alcançada (507 e 533, respectivamente) se encontra acima da da OCDE. Contudo, se olharmos para a média obtida pelos alunos que frequentam o 9° ano (428) o decréscimo é já evidente, acentuando-se à medida que o nível de escolaridade baixa. São portanto os alunos que já ficaram retidos, aqueles que obtêm as médias mais baixas. Um facto que não poderá deixar de nos fazer pensar!

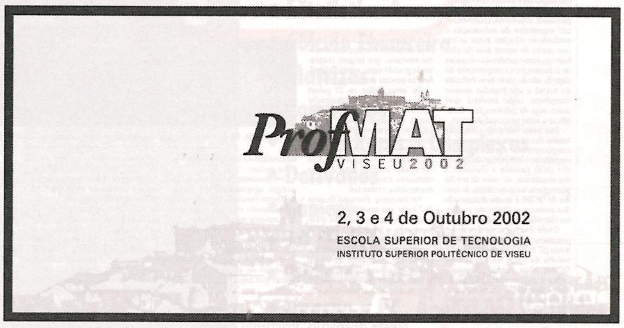
Muitos outros aspectos podem ainda ser revelados por este estudo. É que, mais do que sabermos em que lugar os nossos alunos ficaram, mais do que lamentarmo-nos por esse resultado, importa reflectirmos sobre o sucedido. Mais do que fixarmo-nos numa simples ordenação, importa analisar toda a informação que o estudo nos disponibiliza. Só assim poderemos prosseguir a caminhada da educação na esperança de que, um dia, seremos capazes de acompanhar cada um dos nossos alunos... até à auto-estrada!

António Marques Fernandes, Instituto Superior Técnico
Helena Rocha, Esc. Sec. Patrício Prazeres

Encontros em 2002

V Encontro Nacional de Professores do 1º Ciclo

Este encontro vai realizar-se nos dias 14 e 15 de Fevereiro, na Escola Superior de Educação de Setúbal. Para mais informações, ver página 16.



ProfMat 2002

O encontro nacional de professores de Matemática vai realizar-se em Viseu nos dias 2, 3 e 4 de Outubro de 2002 na Escola Superior de Tecnologia do Instituto Superior Politécnico de Viseu. Consulte a página do encontro em: http://www.apm.pt/profmat2002

XI Encontro de Investigação em Educação Matemática

Este encontro, organizado pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, vai realizar-de entre 5 e 7 de Maio de 2002 em Coimbra. São objectivos deste encontro a promoção de um debate em torno das potencialidades do trabalho investigativo na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores, nos diversos níveis de ensino. Para mais informações contacte: Teresa Jorge ou Dulce Caetano, Gabinete de Comunicação e Relações Públicas — Escola Superior de Educação de Coimbra, Praça Heróis do Ultramare-Solum — 3030-329 Coimbra Telef.: 239793154; Fax: 239401461; E-mail: gcrp@eses.pt

CIEAEM 54

A 54ª Comission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l'Enseigment des Mathematiques terá lugar na Catalunha, Espanha, de 13 a 19 de Julho. O encontro terá como título *A Challenge for mathematics education: to reconcile commonalities with differences.* Mais informações poderão ser encontradas em: http://www.upc.es/info/cieaem54

MES3

O terceiro congresso Mathematics Education and Society vai realizar-se de 2 a 7 de Abril de 2002 em Helsingor, Dinamarca. Este encontro terá como tema central de discussão a relação entre a teoria e a prática na investigação em educação matemática de uma perspectiva social/política/cultural e ética. Poderá obter informações sobre este congresso em: http://www.congress-consult.com/mes3

IV Congresso Luso-Brasileiro de História da Educação

Este congresso, intitulado *O oral, o escrito e o digital na história da educação,* vai realizar-se em Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, de 2 a 5 de Abril de 2002. Para mais informações sobre o encontro consulte a página da internet: http://www.ufrgs.br/4lusobra

Quota 2002

No ano de 2002 o valor da quota é de €42.00 [8.420$00] para professores, €30.00 [6.015$00] para estudantes (só considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e €46.00 [9.222$00] para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27–A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________________ autorizo que seja debitado no meu cartão número |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| cvv |__|__|__| *

Visa ☐ VISA **MasterCard** ☐ MasterCard

Validade __________ o valor de ______________ correspondente a ______________
______________________ Data ___/___/___

Assinatura ______________________________

*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura

Nome:______________________________ Sócio nº:__________
Morada: ______________________________
Código Postal: ______________ Distrito: ______________
Telefone: ______________ Email: ______________
Data de Nascimento ___/___/___ Nº de Contribuinte:______________
Nº do B.I. ____________ Arquivo: ____________ Data de emissão: ___/___/___
Ano em que começou a leccionar: ____________ Nível de ensino: ____________
Categoria profissional: ______________
Escola:______________________________
Morada: ______________________________
Telefone: ______________ Email: ______________

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até €12.47 [2.500$00] — 20%; de €12.47 [2.501$00] a €24.94 [5.000$00] — 15%; mais de €24.94 [5.000$00] — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice