

Educação e Matemática

Nº 62

Março/Abril de 2001

Preço: R\$ 5,00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre a capa

A capa pretende descrever, por via de uma composição gráfica abstracta de objectos matemáticos, a complexidade da dinâmica e da geometria da natureza.

Neste número também colaboraram

Arlete Jorge, Branca Silveira, Celina Terreiro-Vieira, Cristina Loureiro, Diana Steele, Elisa Figueira, Fernanda Salgueiro, Fernando Nunes, Fernando Paulouro Neves, Isabel Paula, José Manuel Matos, Luciano Veiga, Luis Reis, Manuel Beirão dos Reis, Maria da Paz Martins, Maria Guilhermina Nogueira, Paulo Sérgio Dias, Rui Marques Vieira.

Capa

A capa foi composta por António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Abril de 2001.

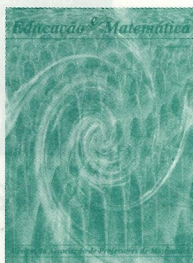
Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27 - A, 1500-236 Lisboa
Tel: (351) 217163690
Fax: (351) 217166424
e-mail: apm@netcabo.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

nº 62
Março/
Abril
de 2001



Muitas e boas sementes se lançam à terra, mas...

Cristina Loureiro

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Ana Vieira

Redacção
Adelina Precatado
Ana Paula Canavarro
António Fernandes
Fátima Guimarães
Fernanda Perez
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha

Henrique M. Guimarães
Lina Brunheira
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática

Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"

José Paulo Viana
"O problema deste número"

Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos

Maria José Costa
História e Ensino da Matemática

Rui Canário
Educação

Composição e paginação
João Loureiro e Manuel Abrantes

Entidade Proprietária
Associação de Professores
de Matemática

Tiragem
5200 exemplares

Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun,
Set/Out, Nov/Dez

Montagem, fotolito e impressão
Scarpa

Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 72011/93

Sempre que acompanhava os meus alunos nos seus estágios numa escola básica 2/3 fui pensando como era louca a correria das aulas de 50 minutos. Era uma correria com várias facetas. O tempo da aula era insuficiente para fazer actividades envolventes, a aula era uma corrida contra o tempo. Nos intervalos, os alunos corriam para ir jogar à bola e chegavam à aula seguinte afogueados, mal tendo tempo para fazer todas as corridas que precisam para soltar energias. Uma manhã, ou uma tarde, era além disso um saltitar de assuntos, uma desconcentração e por isso uma perda de energias.

Também então fui pensando que não fazem sentido tantas disciplinas, nem tantos professores, para trabalhar com crianças de 10 ou 12 anos. As várias disciplinas são uma tendência para apresentar o conhecimento compartimentado e estanque e um corpo de muitos professores dificulta a criação e o funcionamento de uma equipa orientadora, de que as crianças tanto precisam, e que é fundamental para apoiar o trabalho dos professores.

Ao assistir e participar em aulas de tantas turmas diferentes, na mesma escola e em escolas diferentes, senti de facto realidades muito diversas que não podem ser encaradas da mesma maneira.

Por estas razões só poderia ficar agradada com alguns dos aspectos fundamentais da reorganização curricular consignada no Decreto Lei nº 6/2001.

Blocos de aulas de 90 minutos que vão facilitar o recurso a metodologias activas. Num dia de aulas os alunos trabalharão, no máximo, quatro assuntos.

As novas áreas não disciplinares, a que há quem já prefira chamar mais correctamente áreas integradoras: área de projecto, estudo acompanhado e formação cívica. A redução do número de professores por turma e a redução do número de turmas por professor, visto que cada professor pode estar mais horas com cada turma. A consignação de que seja feito para cada turma o projecto curricular de turma e para cada escola o projecto curricular de escola.

Apesar de todos os aspectos positivos deste decreto, e do facto de ele se sustentar em experiências das muitas escolas que aderiram ao Projecto da Gestão Flexível do Currículo, a sua existência e aplicação levanta muitas questões. Onde estão as medidas e incentivos para a fixação dos professores às escolas? Onde estão as medidas para acabar com os turnos duplos e para termos escolas e turmas com um número aceitável de alunos? Onde estão as medidas que permitam cada turma ter a sua sala e os professores terem espaços de trabalho nas escolas? Onde estão as medidas de construção e manutenção de escolas como espaços de trabalho agradáveis e acolhedores?

Todas estas medidas exigem meios e por isso é possível argumentar que o nosso país é pobre e ainda não tem esses meios. Mas são inaceitáveis estes argumentos quando se trata da educação.

Onde está uma política de avaliação que contribua para uma cultura de avaliação, aceitando a diversidade de percursos e de resultados? Não é este modelo de provas de aferição, nem o processo de avaliação das escolas que está em curso, que a favorecem.

Onde está uma política de produção de materiais para alunos e para professores, centrada na diversidade e flexibilidade que o decreto contempla? Não é a actual política de adopção de manuais que vai permitir o desenvolvimento de

(continua na página seguinte)

Muitas e boas sementes se lançam à terra, mas...

(continuação da página anterior)

uma lógica de utilização de recursos educativos coerente com as boas intenções do decreto.

Onde está uma política de autonomia das escolas apoiada de forma consistente pelas estruturas do ministério da educação?

Onde está um desenvolvimento profissional dos professores reconhecido pelo trabalho que desenvolvem?

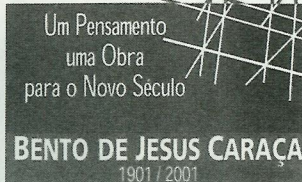
Onde está o apoio da investigação em educação? Será que os projectos de investigação e as instituições de ensino superior estão a ajudar os professores a encontrar respostas para as dificuldades e problemas que têm de enfrentar?

E para estas medidas, e tantas outras de que me esqueci com certeza, não são precisos meios, apenas vontade e a existência de um projecto educativo global, coerente e consistente, que tenha em conta a realidade educativa portuguesa.

Muitas e boas sementes se lançam à terra, mas isso nunca foi garantia de uma boa colheita. Não bastam trabalho e dedicação do lavrador. A terra não é toda igual, o clima é diverso e imprevisível. Não é no mesmo dia que se iniciam as sementeiras em todos os campos, nem todas as terras estão preparadas na mesma altura, nem todos têm acesso aos mesmos instrumentos e recursos. As colheitas vão ser desiguais, vai haver desânimo e desigualdade. O lavrador continua a lavar com um duplo esforço, trabalhar em condições desfavoráveis e denunciar os factores negativos que podem ser destruidores das colheitas.

Cristina Loureiro
ESE de Lisboa

Centenário do nascimento de Bento de Jesus Caraça



Estão em curso várias actividades com o tema *Bento de Jesus Caraça — 1901/2001, Centenário do Cidadão — Um Pensamento, Uma Obra para o Novo Século*, propostas pela CGTP-IN e as organizações associadas para a área da formação, do ensino e da cooperação (AEBJC — Associação para o Ensino Bento de Jesus Caraça e IBJC — Instituto Bento de Jesus Caraça).

A Comissão de Honra destas comemorações, para a qual a APM foi convidada, é presidida pelo Presidente da República.

De entre todas as actividades previstas destaco algumas seguidamente.

- Em Abril, em Vila Viçosa, realiza-se uma sessão pública de apresentação da exposição *Bento de Jesus Caraça — O Homem e o Tempo*, seguida de uma conferência proferida pelo Professor Doutor Borges Coelho;
- Em Maio, a Universidade Popular do Porto apoia a realização do colóquio *Cultura e Liberdade*, a *Sociedade A Voz do Operário* realiza uma exposição e dá início a um módulo pedagógico sobre a obra de Bento de Jesus Caraça.
- Em 9 de Julho um colóquio internacional, que contará com a presença do professor Amartya Sen (Prémio Nobel da Economia) iniciará uma série de debates que se prolongarão até Outubro/Novembro e cujos temas serão: *Nacional/Global; Individual/Colectivo; e Trabalho e Sociedade*.
- A Escola Profissional Bento de Jesus Caraça vai realizar várias iniciativas envolvendo alunos, professores e elementos das comunidades locais, entre as quais a edição, já em Abril, do primeiro número do boletim *o Erro* dedicado a Bento de Jesus Caraça, a construção de uma página na *internet* e a realização de um módulo pedagógico baseado na obra *Conceitos Fundamentais da Matemática*.
- A Câmara Municipal de Lisboa vai organizar um *Roteiro Cultural da Lisboa de Bento de Jesus Caraça* e editar, além de um livro sobre esse roteiro, outro com a sua conferência *Galileu Galilei, valor Científico e Valor Moral da sua Obra*.

Outras realizações como edição de livros e de uma medalha comemorativa, exposições, debates, palestras e conferências, decorrerão por todo o país e irão sendo anunciadas oportunamente.

Branca Silveira
Presidente da Direcção da APM

Breve cronologia

1901 Bento de Jesus Caraça nasce a 18 de Abril, em Vila Viçosa. **1902** A família instala-se na aldeia do Montoito, onde o pai é feitor. **1918** Conclui o liceu no Pedro Nunes, em Lisboa. **1918** Inscreve-se no Instituto Superior do Comércio (actual ISEG). **1919** Afectado por Conclui a licenciatura. **1924** Nomeado primeiro-assistente. **1927** Nomeado professor extraordinário. **1929** Nomeado professor político, radicado nas teses de uma sociedade solidária e igualitária, que parte da "necessidade para a liberdade". Teses que desenvolveu Matemáticas Aplicadas do Instituto Superior de Economia e Finanças, inaugurando o primeiro centro de investigação teórica universitária. global de quase 794 mil exemplares. Nomeado presidente da direcção da Universidade Popular Portuguesa. **1943** Eleito presidente da tendo sido eleito para o seu conselho nacional, presidido por Norton de Matos. **1945** Publica *Conceitos Fundamentais de Matemática*. Faz da cátedra universitária por razões políticas e fica proibido de exercer a docência. **1948** Morre no dia 25 de Junho, vítima de doença cardíaca.

A Matemática na vida dos homens

Bento de Jesus Caraça

Como forma de homenagear a vida e obra de Bento de Jesus Caraça, Educação e Matemática seleccionou do livro Conferências e Outros Escritos o texto que a seguir transcrevemos, publicado originalmente na revista Aqui e Além..., nº15/16, de Abril de 1944.

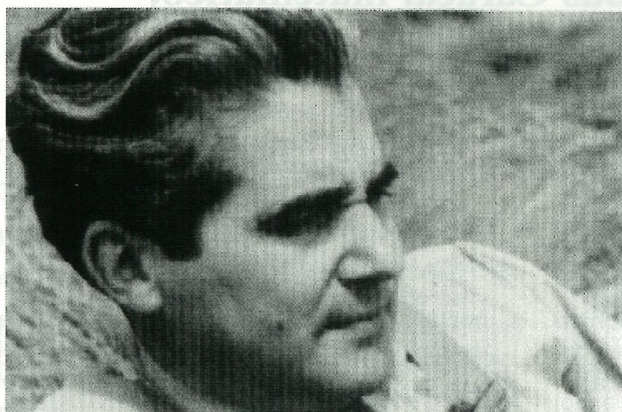
Não é raro encontrar entre um grande número de pessoas, mesmo daquelas que pela sua cultura geral e habilitação profissional fazem parte daquilo a que convencionamos chamar-se a *elite* dum país, esta opinião acerca da Matemática — que se trata duma ciência abstracta, dum campo fechado onde só poucos entram, campo dominado por preocupações inteiramente à margem dos problemas e das preocupações quotidianas dos homens.

Tal opinião, nem por ser muito espalhada é mais conforme com a realidade dos factos. É claro que existem na Matemática, como aliás em qualquer outro ramo da Ciência, *problemas próprios*, nascidos exclusivamente dela e só acessíveis aos seus especialistas. Mas não é menos verdade que, considerada a Matemática como um todo em evolução, lhe desaparece inteiramente o carácter de domínio fechado e bastando-se a si próprio e, pelo contrário, se descortinam bem claramente as ligações àquele conjunto comum de preocupações, problemas e realizações que determinam, em última análise, a marcha do pensamento e da civilização.

Se olharmos para a sua história, encontramos várias verificações do

que acabamos de dizer; citaremos duas.

A primeira refere-se a esse período da Grécia Clássica em que, no alvorecer



da especulação científica e filosófica, se estrechocaram os ensinamentos e as afirmações das várias escolas. Na base, uma preocupação única —

encontrar uma explicação satisfatória da estrutura do universo. Pois muito bem, logo quase desde o início, preocupações matemáticas influíram poderosamente no conflito de escolas. O fenómeno da incomensurabilidade e a consequente necessidade de ultrapassar o conceito de número racional, veio abalar fortemente a base da escola pitagórica que foi sem dúvida a primeira tentativa de uma explicação matemática do cosmos. A matemática teve aí a sua primeira

grande crise, da qual saiu renovada e mais forte.

Mais de dois mil anos depois, encontramos outro período de crise. Uma evolução económica e social de alguns séculos produziria o estalar dos quadros de pensamento que os pensadores escolásticos lentamente haviam construído ou aperfeiçoado. O mundo era mais largo e mais rico do que os limites desses quadros o permitiam e de todos os lados, na física e na astronomia principalmente, se rasgavam novas perspectivas e se lançavam novas promessas. Pelo final do século XVII, uma

multidão enorme de factos esperava uma sistematização que proporcionasse uma nova concepção do universo, mais satisfatória, mais de acordo com a realidade. Faltam ainda, porém, os conceitos teóricos, os métodos de análise que permitam assentar tudo em bases sólidas e vazá-lo em moldes lógicos. É o trabalho dos grandes construtores desse século — das mãos de Galileu, de Newton, de Leibnitz, de Huyghens, de Fermat saem a noção de função e o cálculo infinitesimal. Consegue-se uma nova realização da explicação matemática do cosmos — o ideal pitagórico ressurgiu em moldes novos e contor-

1911 Termina a escola primária com distinção. Os proprietários da herdade da Casa Branca decidem pagar a continuação dos seus estudos. grave doença reumática, com sequelas cardíacas. É convidado para segundo-assistente do professor catedrático Mira Fernandes. **1923** catedrático de Matemáticas Superiores. **1933** Profere a conferência *A Cultura Integral do Indivíduo*. que resume o seu pensamento sócio-no ciclo de conferências *As universidades populares e a cultura*. **1938** Empenha-se arduamente na criação do Centro de Estudos de **1940** Co-fundador da *Gazeta de Matemática*. **1941** Funda e dirige a *Biblioteca Cosmos*, que irá publicar 114 títulos, com uma tiragem direcção da Sociedade Portuguesa de Matemática. **1944** Participa na reunião fundadora do MUNAF (Movimento de Unidade Anti-Fascista), parte da comissão executiva do MUD (Movimento de Unidade Democrática). **1946** Por determinação do Conselho de Ministros, é expulso

Fonte: *Público e Jornal de Letras* 18 de Abril, 2001.

nos mais brilhantes.

Daí segue-se um período de actividade febril em que não tardam as aplicações à técnica. Numa fecundíssima troca de impulsos, ciência pura e técnica vão interagir, aquela fornecendo métodos e apontando às vezes caminhos, esta dando sugestões e pondo constantemente problemas. Por exemplo, o problema das cordas vibrantes vai impor o desenvolvimento da teoria das equações às derivadas parciais e originar mudanças no conceito teórico de função.

Actualmente as exigências da indústria à Matemática pura são de tal forma prementes e frequentes que muitas empresas industriais dos Estados Unidos da América do Norte se viram obrigadas a criar, ao lado do seu estado-maior de engenheiros, outro de matemáticos-puros para a resolução daqueles problemas que ultrapassam a cultura matemática dos engenheiros.

Se virarmos a nossa atenção para outros campos da actividade, igualmente centrados nas preocupações

dominantes das sociedades civilizadas modernas, para a Estatística, para a Demografia, para a Biologia, o panorama é o mesmo. De todos os lados assistimos a uma invasão crescente da vida moderna pela matemática, a uma matematização das ciências que dia a dia se tornam mais imprescindíveis aos homens. De modo que a orgulhosa *rainha das ciências*, até aqui rainha distante, encerrada num *Mont-Salvat* mal abordável, tende a tornar-se numa companheira democratizada e querida de todos nós.

Bento de Jesus Caraça

Bento de Jesus Caraça: matemático, filósofo e homem de cultura

Maria da Paz Martins e Manuel Beirão dos Reis

Se não receio o erro, é só porque estou sempre pronto a corrigi-lo.
Bento de Jesus Caraça¹

Bento de Jesus Caraça: matemático, filósofo e homem de cultura é um projecto² que tem vindo a ser desenvolvido, no ano lectivo 2000/2001, na Escola Secundária de Camões. Os objectivos deste projecto são:

- apresentar e dar a conhecer a obra e o pensamento de Bento de Jesus Caraça, principalmente no que respeita às suas concepções científicas, epistemológicas, filosóficas e à sua concepção de cultura;
- aprofundar o conhecimento dos autores portugueses da primeira metade do séc. XX, em especial os ligados às ciências e à filosofia;
- integrar o estudo de alguns textos de Bento de Jesus Caraça e outros autores portugueses nas disciplinas de Introdução à filosofia e de matemática, em particular no 11º ano;
- tomar conhecimento com domínios recentes da investigação matemática (como por exemplo geometria

fractal), lógica ou filosófica (por exemplo inteligência artificial).

As actividades centram-se essencialmente em três blocos:

- exposição com documentário e venda de livros relativos à vida e obra de Bento de Jesus Caraça (decorreram ao longo do 1º período);
- realização de um ciclo de conferências/debates: a primeira subordinada ao tema *Ciência e Consciência* com o Dr. João Caraça, filho de Bento de Jesus Caraça, da Universidade Técnica de Lisboa, em Novembro de 2000; a segunda sobre o tema *Filosofia e Ciência: Afinidades e divergências* com o Dr. Manuel Maria Carrilho da Universidade Nova de Lisboa, em Março de 2001; e a última prevista para Maio de 2001, sobre *Alguns... Conceitos Fundamentais de Matemática* com o Dr. Paulo Almeida e *Infinito e Geometria Fractal* com o Dr. Sousa Ramos do Instituto Superior Técnico;
- organização de uma antologia de textos de/sobre Bento de Jesus



Caraça com o objectivo de alguns deles serem estudados ao longo dos 2º e 3º períodos no âmbito dos conteúdos programáticos, em particular das disciplinas referidas.

Os textos seleccionados para a antologia apresentam a vida e a obra de Bento de Jesus Caraça e mostram a actualidade do seu pensamento mais de 50 anos depois da sua morte.

No dia 18 de Abril de 2001, para celebrar o centenário do nascimento de Bento de Jesus Caraça, realizar-se-á uma sessão aberta a todos os professores em que serão apresentados/discutidos alguns dos textos da Antologia.

Notas

¹ "A cultural integral do indivíduo — Problema central do nosso tempo" in *Conferências e Outros Escritos*, 1978, pág. 35.

² Este projecto tem o apoio da Câmara Municipal de Lisboa e da Escola Profissional Bento de Jesus Caraça.

Maria da Paz Martins
e Manuel Beirão dos Reis
Escola Secundária de Camões

6/2001 e 7/2001, gémeos heterozigóticos

Fernando Nunes e Luís Reis

Os diplomas considerados colocam uma série de desafios e problemas a todos quantos estão ligados ao sistema educativo, independentemente da posição que ocupam e do nível de ensino considerado. Quando dizemos todos, referimo-nos não só aos professores dos ensinos básicos e secundário, mas também à administração central, a professores e educadores de outros níveis de ensino, aos encarregados de educação e até aos órgãos de comunicação social. Numa só palavra, à sociedade.

Um dos aforismos bem mal citados a propósito de regras institucionais é “a lei é para ser cumprida”, acompanhada de outras quimeras do género de “a lei é igual para todos”. Em relação a esta segunda afirmação, nem nos damos ao trabalho de citar exemplos que a desacreditem. Qualquer reflexão menos profunda coloca interrogações e sorrisos nos lábios. Quanto à primeira, basta pensarmos que se uma dada norma fosse livre e espontaneamente acatada por todos os cidadãos, não haveria qualquer necessidade de a colocar em letra de lei. Logo, a lei existe por poder ser transgredida. Pelo menos é o que uma lógica elementar nos permite concluir.

Posto isto, sem qualquer complexo de cumprimento ou não cumprimento, estamos convencidos de que a lei pode ser um elemento de orientação. É segundo esta perspectiva que iremos analisar e comentar alguns pontos que nos parecem importantes nos recentes decretos-lei que reorganizam o ensino básico (6/2001) e revêem o ensino secundário (7/2001), sabendo que as práticas dos professores não se mudam por decreto e que o importante são as perspectivas que abrem a mudanças sentidas como positivas e necessárias no complexo desempenho de um professor de Matemática.

Semelhanças, diferenças e assim-assim

São vários os aspectos que se podem identificar como comuns aos dois diplomas, a começar pela simultaneidade de publicação (18 de Janeiro), a estrutura, com vários pontos textualmente idênticos, e a afirmação repetida de articulação entre estes

dois níveis de ensino, pretensão assumida em ambos.

Os dois decretos estipulam que as estratégias de desenvolvimento e concretização do currículo nacional, visando adequá-lo aos respectivos contextos, passam pela concepção, aprovação e avaliação de um projecto curricular de escola (órgãos de administração e gestão) e de projectos curriculares de turma (professor titular da turma ou conselho de turma, em articulação com o director de curso, no caso do ensino secundário).

Na organização e gestão do currículo aparecem vários princípios orientadores comuns, dos quais salientamos dois: a “valorização das aprendizagens experimentais ... com carácter obrigatório, no ensino das ciências, promovendo a integração das dimensões teórica e prática” e o “reconhecimento da autonomia da escola no sentido da definição de um projecto de desenvolvimento do currículo adequado ao seu contexto e integrado no respectivo projecto educativo”. A concretização deste último passa, no ensino básico, pela definição das cargas horárias a atribuir às diversas componentes do currículo, no respeito pelos limites fixados, e no ensino secundário, pela “proposta de criação de cursos tecnológicos ou de especificações de cursos já existentes”. A propósito de autonomia, também se pode ler no preâmbulo do 7/2001 que “a escola pode tomar decisões no que se refere às suas estruturas de orientação educativa, adequando-as aos desafios inerentes a esta revisão curricular”.

Aparecem consagradas as formações transdisciplinares em todos os ciclos de ensino: educação para a cidadania, valorização da língua portuguesa e da

dimensão humana do trabalho, a utilização das tecnologias de informação e comunicação.

As escolas devem, ainda, "desenvolver outros projectos e actividades que contribuam para a formação pessoal e social dos alunos" e proporcionar "actividades de desenvolvimento do currículo, de carácter facultativo e de natureza eminentemente lúdica e cultural, incidindo, nomeadamente, nos domínios desportivo, artístico, científico e tecnológico, de ligação da escola com o meio, de solidariedade e voluntariado e da dimensão europeia da educação". Esta citação corresponde exactamente ao que encontramos no diploma do ensino básico. Para o secundário, verifica-se a saída do "lúdico" na qualificação da natureza das actividades.

Tudo isto nos permite concluir que é atribuída à escola uma responsabilidade não negligenciável. Nas palavras do 7/2001, assume-se a "centralidade da escola".

Embora existam semelhanças indiscutíveis, os dois decretos afastam-se em aspectos essenciais que importa sublinhar.

O diploma relativo ao ensino básico introduz alterações em relação ao que tem sido a norma nos últimos anos, no sentido de uma flexibilização curricular, baseando o currículo nacional em competências e aprendizagens, de modo a integrar os interesses dos alunos e as suas vivências, deixando às escolas a possibilidade de desenvolverem esse currículo, no sentido de equacionarem essas variáveis. Em simultâneo, procura-se que o ensino básico seja uma unidade com valor próprio e intrínseco, justificado na formação integral do cidadão, afirmando a articulação entre todos os ciclos e na definição de competências gerais e transversais de carácter abrangente, apesar de ser referido como um dos princípios orientadores a articulação com o ensino secundário.

Estes aspectos aparecem bem diversos no diploma do secundário. As competências desaparecem e a flexibilização é substituída pela diversificação de percursos, traduzida pela criação de vários cursos, onde a

No diploma do secundário, as competências desaparecem e a flexibilização é substituída pela diversificação de percursos, traduzida pela criação de vários cursos, onde a normalização é a nota dominante.

normalização é a nota dominante (essa diversificação será forçosamente limitada pela capacidade de oferta que cada escola pode apresentar). Quanto a intenções de unidade do ensino secundário, o preâmbulo do decreto 7/2001 não deixa margem para dúvidas: o ensino secundário tem "uma dupla natureza de ciclo intermédio de prosseguimento de estudos e de ciclo de formação terminal", espelhada nos propósitos de articulação com o ensino básico, com o ensino superior (*ensinos superiores* talvez seja mais apropriado, pela heterogeneidade existente e institucionalmente assumida) e com o mundo do trabalho. Um ciclo de ensino que tenha de estabelecer articulações tão diversas, arrisca-se a ganhar contornos de esquizofrenia. Estes contornos ameaçam tornar-se mais nítidos quando também se oferece "a garantia de permeabilidade entre cursos secundários afins, desenvolvidos no âmbito do sistema educativo, e entre estes e os cursos de nível secundário desenvolvidos no âmbito do sistema de formação profissional inserido no mercado de emprego" (garantia nada facilitada pela nítida normalização existente em cada

percurso). O diploma do ensino secundário apresenta outro problema significativo relacionado com a transição entre cursos. Referimo-nos à "etapa inicial" do 10º ano de escolaridade, "visando ... uma possível reorientação do percurso formativo dos alunos". Se por um lado parece positiva a preocupação de que o aluno não encaixe numa opção menos adequada e da qual tenha dificuldade em sair, por outro lado achamos que se pode estar a pedir aos professores uma responsabilidade de difícil realização, tendo em conta a escassez de informação e de tempo para a recolher. De facto, a mudança de curso é uma decisão que necessita de ser bem ponderada e justificada. Até porque não se pretende que esta medida funcione como arma de arremesso contra alunos *indesejáveis* ou que seja utilizada ao menor sinal de perigo, tentando *despachar* o aluno para outra via.

Outra diferença que se pode constatar diz respeito à distribuição horária. Nos 2º e 3º ciclos "está organizada em períodos de 90 minutos, assumindo a sua distribuição por anos de escolaridade um carácter indicativo" e refere-se que, em "situações justificadas, a escola poderá propor uma organização diferente de carga horária semanal dos alunos, devendo contudo respeitar os totais por área curricular e ciclo, assim como o máximo global indicado para cada ano de escolaridade". No ensino secundário, embora a carga horária semanal seja sempre um múltiplo de 1,5 horas nada é especificado sobre a organização em períodos de 90 minutos.

Existem aspectos específicos do 6/2001 que importa realçar. No ensino básico são criadas as áreas curriculares não disciplinares, da responsabilidade do professor titular da turma ou do conselho de turma, a saber, área de projecto, estudo acompanhado e formação cívica, com a recomendação de que "devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias de informação e comunicação e constar explicitamente do projecto curricular de turma". Como diferenças sensíveis em relação ao

desenho curricular actual no 3º ciclo, é introduzida a obrigatoriedade da aprendizagem de uma segunda língua estrangeira e desaparecem os hiatos disciplinares que existiam em certos anos de escolaridade. Supomos que estas alterações justificam a diferença de um ano na entrada em vigor do diploma para este ciclo do ensino básico.

No preâmbulo do 6/2001 aparece ainda "o reforço do núcleo central do currículo nos domínios da língua materna e da matemática", embora não se possa concluir com clareza onde é que esse reforço está objectivado, já que se pode afirmar que estas disciplinas poderão vir a ter, na maioria dos casos, menor carga horária e não existem indicações explícitas para a matemática ter o estatuto de área transdisciplinar ou transversal.

Quanto ao ensino secundário, o decreto 7/2001 dá corpo à amplamente discutida componente de área de projecto ou projecto tecnológico, consoante se trata de um curso geral ou de um curso tecnológico, visando "desenvolver uma visão integradora dos saberes e da relação teoria-prática, assim como promover a orientação escolar e profissional e facilitar a aproximação ao mundo do trabalho". Nos cursos gerais, esta área "é assegurada por uma equipa de dois professores da turma, preferencialmente, de entre os que leccionam disciplinas da componente de formação específica", o que constitui uma diferença relativamente às intenções presentes na publicação "Revisão Curricular no Ensino Secundário", onde o advérbio utilizado era "necessariamente". Outra das novidades é a "criação da figura de director de curso, a quem compete a coordenação, acompanhamento e avaliação do curso por que é responsável e que deverá promover não só as desejáveis articulações curriculares como as relações com a realidade social envolvente".

A "integração do currículo e da avaliação" (ensino básico) e a "articulação e consistência entre currículo e avaliação" (secundário) são afirmações do preâmbulo dos diplomas. Como novidade, no ensino básico,

A autonomia da escola, tal como está actualmente legislada, é uma criação recente, cuja prática é pouco extensa. Os moldes actuais são suficientes para o desenvolvimento das propostas apresentadas nos diplomas?

são dedicados dois artigos à avaliação do currículo nacional, onde aparecem as provas nacionais de aferição. No ensino secundário, as provas globais passam a realizar-se nas disciplinas terminais do 11º ano e "numa disciplina de opção do 12º ano dos cursos gerais em que o aluno não realize exame"; há uma prova de aptidão tecnológica no 12º ano dos cursos tecnológicos; realizam-se exames nacionais no 12º ano em Língua Portuguesa, na "disciplina trienal da componente de formação específica e, ainda, numa das disciplinas de opção, nos cursos gerais" e "numa disciplina trienal da componente de formação científico-tecnológica, a definir para cada curso, nos cursos tecnológicos". Portanto, o número de exames nacionais que um aluno de 12º ano tem obrigação de realizar diminui para dois, nos cursos tecnológicos, ou três, nos cursos gerais. Que repercussões vai ter esta medida na utilização da Matemática como disciplina de *serviço*, em que os alunos têm de fazer exame?

Levando em consideração todas estas comparações, se tivermos de aplicar a expressão "mais do mesmo", será ao ensino secundário que ela assenta

melhor. Cremos, pois, que os maiores desafios estão ligados à implementação da reorganização do ensino básico, precisamente por ser neste nível que as mudanças adiantadas são em maior número e também mais profundas e por apresentar uma filosofia inerente que corta com a tradição dos últimos anos. Acertada, pois, a identificação dos gémeos: reorganização e revisão.

O que está por definir

Além destas questões, existem aspectos adicionais ainda não definidos e que pensamos serem de enorme importância para a exequibilidade da implantação no terreno das intenções expressas, tendo em consideração que a entrada em vigor das novas directrizes começa no ano de 2001/2002 em todos os anos de escolaridade, dos 1º e 2º ciclos. Seguindo a ordem dos diplomas legais, o currículo nacional do ensino básico ainda não está definido. Existem documentos de trabalho que apresentam as competências gerais e transversais e as competências essenciais para algumas disciplinas. Muito se poderia elaborar sobre este assunto, mas podemos desde já colocar algumas interrogações. Por exemplo, todas as disciplinas se reconhecem no modo como estão definidas as competências gerais? As competências essenciais revelam uma homogeneidade e concordância na sua essência, ao longo de todas as disciplinas e áreas curriculares e transversais? Relativamente ao ensino secundário, a apresentação um a um dos programas da disciplina de Matemática, por anos de escolaridade, dificulta uma visão integrada.

Outro problema entrevisto prende-se com a definição do horário lectivo dos professores e a consideração de tempo para trabalho cooperativo. De facto, sem o funcionamento do conselho de turma de forma a poder debruçar-se sobre o projecto curricular de turma e o seu desenvolvimento, não parece provável que o espírito do decreto-lei seja realizado. Como será salvaguardado este facto na legislação futura?

A distribuição de serviço lectivo nas escolas do 2º e 3º ciclo terá de

equacionar várias questões, nomeadamente a disponibilidade e perfil para investir nas novas áreas curriculares. Também existirá o problema de aumentarem ou diminuírem horas para vários grupos de docência. Este problema tem a ver com outro aspecto não esclarecido e que é a definição dos grupos de docência.

E agora?

É inegável que os diplomas considerados colocam uma série de desafios e problemas a todos quantos estão ligados ao sistema educativo, independentemente da posição que ocupam e do nível de ensino considerado. Quando dizemos todos, referimo-nos não só aos professores dos ensinos básico e secundário, mas também à administração central, a professores e educadores de outros níveis de ensino, aos encarregados de educação e até aos órgãos de comunicação social. Numa só palavra, à sociedade.

Para nós, professores do básico e do secundário, embora em graus diferentes e decorrente da comparação anterior, os aspectos relativos a novas abordagens e à harmonização de diversos factores, por vezes bem contraditórios, vão fazer emergir uma série de questões.

Sem intenção de hierarquizar a sua importância, passamos a expor algumas que nos parecem essenciais.

A autonomia da escola, tal como está actualmente legislada, é uma criação recente, cuja prática é pouca extensa. Os moldes actuais são suficientes para o desenvolvimento das propostas apresentadas nos diplomas? A autonomia concedida à escola permite-lhe arcar com as responsabilidades que lhe são atribuídas?

A cooperação alargada entre docentes não tem raízes profundas nas escolas. A própria organização e a arquitectura dos espaços escolares não favorecem essa cooperação. No entanto, a partilha e o trabalho conjunto são fundamentais, não só mas também pelas exigências destas mudanças curriculares. De que modo se pode aprofundar um processo de prática colaborativa mais consequente com os nossos colegas, da mesma

disciplina e de disciplinas diferentes?

A nossa tradição tem sido a de orientações emanadas centralmente, de trabalho segundo linhas de normalização, de planos curriculares com alguma rigidez. Estamos preparados, por exemplo, para basearmos o nosso ensino e orientarmos a aprendizagem dos alunos segundo uma lógica de desenvolvimento de um conceito novo, como é o caso das competências? Como estabelecer a conciliação com provas nacionais de aferição, que são provas escritas de duração limitada e servem para avaliar apenas alguns dos aspectos ligados às competências?

Existem condições nas escolas, a nível material, para prosseguir determinadas orientações? Por exemplo, há material informático e pessoal capaz da sua manutenção, para garantir um trabalho efectivo com as tecnologias de informação e comunicação?

Que perturbações vão existir nestes primeiros anos devido a questões tão concretas como a elaboração de horários e distribuição de horas lectivas, já para não falar da existência, na mesma escola, de períodos lectivos de diferente duração para anos de escolaridade diferentes? Em que medida estas perturbações vão influenciar a resolução das questões cruciais?

Não será preciso adiantar muito mais para podermos concluir que estamos mesmo perante um enorme desafio!

Bibliografia

- Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I., *A Matemática na Educação Básica*, DEB, 1999.
- Diário da República, I Série-A, Decreto-Lei nº 6/2001 de 18 de Janeiro de 2001.
- Diário da República, I Série-A, Decreto-Lei nº 7/2001 de 18 de Janeiro de 2001.
- Ensino Básico-Competências Gerais e Transversais, Ministério da Educação-DEB, 1999.
- Matemática-Competências Essenciais, Ministério da Educação-DEB, 1999.
- Revisão Curricular no Ensino Secundário: Cursos Gerais e Cursos Tecnológicos - I, Ministério da Educação, 2000.

Fernando Nunes,
Esc. Bás. 2,3 Marquesa de Alorna
Luís Reis,
Esc. Sec. de Augusto Gomes

X Encontro de Investigação em Educação Matemática

Realizou-se nos passados dias 25, 26 e 27 de Março na Consolação em Peniche, o X Encontro de Investigação em Educação Matemática organizado pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação (SEM-SPCE) e pelo Instituto de Inovação Educacional e nele participaram cerca de 90 professores e investigadores.

O Encontro foi subordinado ao tema *Matemática e Comunidades* e contou com a presença de Darlinda Moreira da Universidade Aberta, cuja conferência inaugural interligou os conceitos de Escola, Comunidade e Matemática segundo uma perspectiva sociológica e antropológica. Ole Skovsmose da Universidade de Aalborg, Dinamarca, foi o segundo conferencista. Problematicizou o conceito de investigações na aula de Matemática à luz da sua teoria de educação matemática crítica. A terceira conferência plenária esteve a cargo de Julio Mosquera do Centro Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de la Ciencia, CENAMEC, Venezuela, e nela foi discutida a importância da corrente educativa, de investigação e de intervenção que se reclama da Etnomatemática.

O Encontro integrou ainda três grupos de discussão que discutiram textos prévios e nos quais foram ainda apresentadas comunicações. O primeiro grupo centrou-se nas relações entre a família, a escola e a Matemática, o segundo, relacionado com o currículo e a diversidade, debateu a experiência dos Currículos Alternativos, e o terceiro debruçou-se sobre exemplos históricos de comunidades de matemática.

Em comemoração dos dez anos de Encontros de Investigação organizados pela SEM-SPCE, este congresso terminou com uma mesa redonda na qual se discutiram perspectivas futuras para a investigação em Educação Matemática.

José Manuel Matos
Faculdade de Ciências e Tecnologia



Pense nisto

Matemática e cidadania

Nos mais variados domínios da sociedade, mas assumindo uma expressão mediática significativa na política e na publicidade, não são raros os episódios de utilização abusiva de números, percentagens, gráficos ou amostras estatísticas com o propósito de influenciar o telespectador, o ouvinte ou o leitor.

Tenho observado muitas situações em que, tirando partido da aura de "objectividade" normalmente associada à Matemática, intencionalmente ou por ignorância, se utilizam "truques" através dos quais taxas de aumentos ou índices de popularidade ou de sucesso comercial de produtos, por exemplo, parecem ser aquilo que realmente não são.

Um dos casos mais curiosos que conheço, encontrei-o num folheto publicitário oficial de 1992 de uma associação norte-americana. O folheto apresenta um gráfico relativo ao aumento do número de sócios da associação no quinquénio 1987-91 aqui reproduzido.

Não temos acesso aos números exactos mas, usando aproximações, podemos estimar um aumento de cerca de 12% de 1990 para 1991. No entanto, se em vez de recorrer aos valores do eixo das ordenadas, medirmos as alturas das duas últimas barras, esse aumento parece situar-se próximo dos 47%! E esta é, sem dúvida, a impressão visual causada pelo gráfico!

Um exame mais atento mostra que este efeito é conseguido pela utilização simultânea de dois truques: a escala não começa no zero (mas sim próximo do 17) e, além disso, no topo, o valor 29 está colocado onde seria suposto estar o valor 30.

Numa aula, no 2º ou no 3º ciclo do ensino básico, os alunos podem perfeitamente refazer um gráfico deste

tipo, sem "truques", comparar os dois e pensar nos aspectos matemáticos e não matemáticos da situação. E podem até, fora da aula, procurar outros exemplos.

Talvez o mais impressionante deste caso seja o facto de se tratar de um folheto publicitário da *American Mathematical Society*, certamente uma das mais fortes organizações de matemáticos profissionais de todo o mundo que, pelos vistos, já tinha no início de 1992 pouco menos de 29000 sócios!

Que comentário é que isto nos merece? No melhor pano cai a nódoa? Quem vê caras não vê corações? Bem prega Frei Tomás, faz como ele diz, não faças como ele faz?

De facto, a Matemática, tal como qualquer outra disciplina, tem tudo a ver com a educação para a cidadania!

Pense nisto.

Paulo Abrantes
Faculdade de Ciências
da Universidade de Lisboa

Benefits of Membership

American Mathematical Society



Serving the Mathematical Community
for over 100 Years

Becoming a Member

Please contact:

Carol-Ann Blackwood
Membership Manager
American Mathematical Society
P.O. Box 6248
Providence, RI 02940-6248

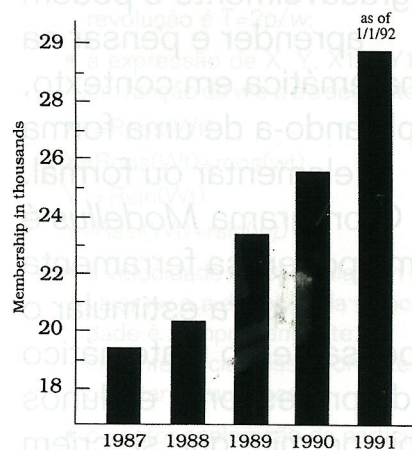
Telephone: 800-321-4AMS (321-4267)
in the continental U.S. and Canada;
401-455-4000 elsewhere

Telex: 797192

FAX: 401-455-4004

E-mail on Internet: amsmem@math.ams.com

Join the ever increasing number of professionals
who enjoy the benefits of AMS membership!



A Matemática e a Feira Popular

Elisa Figueira

O método educacional mais importante é aquele em que o aluno é transportado para uma actividade real.

Albert Einstein (1936)

O projecto *Experimentação e Modelação Matemática* tem sido desenvolvido na Escola Secundária de Dona Luísa de Gusmão, em Lisboa, e apoiado pelo Programa Ciência Viva.

Na nossa escola, alguns professores e seus alunos têm desenvolvido este projecto, com o objectivo de melhorar o ensino da Matemática, revelar o seu carácter experimental, encorajar os estudantes a pensar matematicamente acerca do mundo que os rodeia. Assim, os alunos realizam experiências diversas, interpretam os fenómenos e tentam encontrar o modelo matemático que se ajusta aos dados recolhidos. O material usado varia de acordo com as experiências, desde materiais simples até às novas tecnologias de informação. As experiências realizam-se na escola ou no exterior. Neste artigo vamos falar de experiências realizadas fora do espaço escola.

Modellus — programa interactivo em modelação matemática

Os dados recolhidos foram trabalhados com o apoio do programa *Modellus*. A versatilidade deste programa permite-nos utilizá-lo de diferentes modos:

- podemos explorar animações que simulam fenómenos e explorar tabelas e gráficos a partir de equações previamente definidas;

- a partir de simulações de situações reais, podemos compreender um fenómeno, estudar as propriedades e encontrar as equações que o modelam;
- é possível recolher dados de formas variadas e com o apoio do *Modellus* fazer o seu tratamento.

A Matemática e a Feira Popular

Organizámos uma visita de estudo à Feira Popular para que os alunos observassem situações simples e complexas. Cada um dos grupos recolheu dados referentes à situação que queria modelar (roda gigante, tiro do canhão, barco do pirata, polvo,...). Após o trabalho de campo e já na sala de aula os alunos discutiram sobre o melhor caminho a seguir para encontrar o modelo matemático que interpretava o fenómeno. Nas situações mais complexas, sentiram necessidade de simplificar o problema de modo a compreenderem a questão essencial. Mais tarde introduziram novas variáveis de modo que o modelo interpretasse realisticamente o problema. Os estudantes envolveram-se activamente neste processo de modelação.

Vamos referir três situações tratadas: o tiro de canhão, a roda gigante e o polvo.

O tiro de canhão

O grupo de alunos que tratou esta questão registou a posição da bola em cada instante e usou o *Modellus* para criar uma animação que se aproximasse da situação ocorrida. Criaram um modelo matemático e construíram uma animação do movimento. A figura presente na página seguinte representa a animação que regista a posição da bola nalguns instantes do seu percurso.

A Feira Popular é um bom lugar para modelação pois, a variedade de situações é grande, os alunos envolvem-se agradavelmente e podem aprender e pensar na matemática em contexto, aplicando-a de uma forma elementar ou formal. O programa *Modellus* é uma poderosa ferramenta para estimular o pensamento matemático de professores e alunos pois permite que se criem modelos e sejam explorados interactivamente.



Trajectória parabólica da bola lançada pelo "canhão"

A grande roda gigante

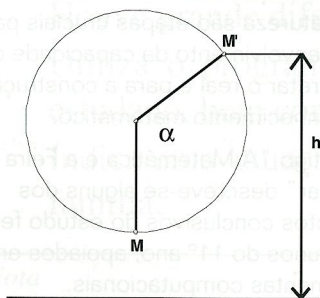
O grupo que abordou este problema colocou algumas questões:

- Qual a altura da roda gigante?
- Com que velocidade roda?
- Como varia a altura de uma cadeira da roda gigante com o tempo?
- Quanto tempo demora a roda gigante a dar uma volta completa?
- Como podemos modelar este movimento?

O problema parecia difícil de resolver, no entanto os alunos criaram um bom ambiente de trabalho e envolveram-se na discussão. Consideraram uma cadeira particular e observaram o seu movimento de tal modo que obtivessem resposta às perguntas:

- Quanto tempo é necessário decorrer para a cadeira descrever 1/4 de volta, meia volta, ...?
- Qual é a altura da cadeira em cada momento?
- Como será o gráfico deste movimento?

Começaram por registar em papel milimétrico os valores referentes às sucessivas posições da cadeira e representaram a variação da posição da cadeira como mostra a figura. A cadeira parte de M e após t segundos ocupa a posição M', tendo descrito um ângulo α .



O grupo discutiu como variava a altura em função do tempo e do ângulo α , usou o programa *Modellus*

para criar a animação e o gráfico que relacionasse a altura da cadeira com o tempo. O resultado obtido foi o seguinte:

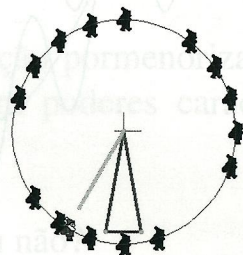
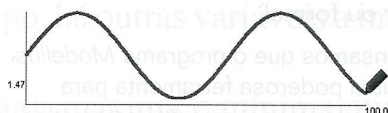


Gráfico de posição em relação ao tempo

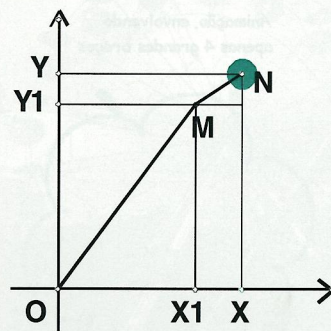


O polvo

O grupo que estudou este divertimento tinha pela frente um problema mais complexo, uma vez que, à primeira vista, as cadeiras em movimento mudavam de direcção em cada instante. O grupo concentrou-se no movimento e observou que havia um grande braço que rodava em torno de um eixo central com uma velocidade constante e, na extremidade deste braço, rodavam quatro pequenos braços que tinham fixos a si quatro cadeiras, cada uma delas numa extremidade.

Para o grupo foi fácil modelar o movimento do grande braço pois tratava-se de um movimento circular constante e de centro fixo. Definiram as equações que caracterizavam este movimento e observaram a animação criada. De seguida, prestaram atenção ao movimento dos pequenos braços. Observaram que as cadeiras rodavam com uma velocidade superior ao grande braço.

O diagrama seguinte mostra a posição da cadeira N após o grande braço ter descrito um ângulo α e o pequeno braço ter feito um ângulo β com a horizontal.



OM - Raio do braço maior

MN - raio do braço menor

$$\alpha = Wt$$

$$\beta = wt$$

W - Velocidade angular do braço maior

w - Velocidade angular do braço menor

Os alunos compreenderam que se uma partícula roda a uma velocidade constante então:

- o tempo de duração de uma revolução é $T=2\pi/w$;
- a expressão de X, Y, X1 e Y1, em função de w e t, é a seguinte:

$$X1=R\cos(Wt)$$

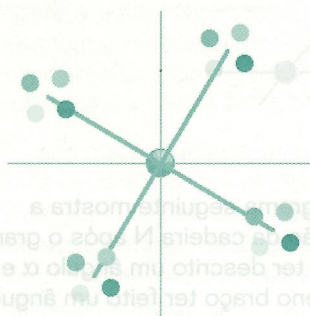
$$X=R\cos(Wt)+r\cos(wt)$$

$$Y1=R\sin(Wt)$$

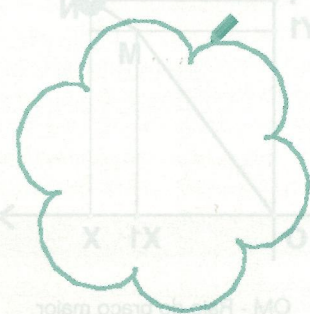
$$Y=R\sin(Wt)+r\sin(wt)$$

- a velocidade da partícula tem o valor rw e a direcção da velocidade é sempre tangente à circunferência nesse ponto (em constante mudança);
- o vector aceleração da partícula tem o valor rw^2 e a sua direcção é perpendicular ao vector velocidade e dirigida para o centro da circunferência (em constante mudança).

Os alunos definiram, no *Modellus*, as partículas, os vectores e as equações necessárias para criar a correspondente animação. O resultado foi o seguinte:



Animação, envolvendo apenas 4 grandes braços

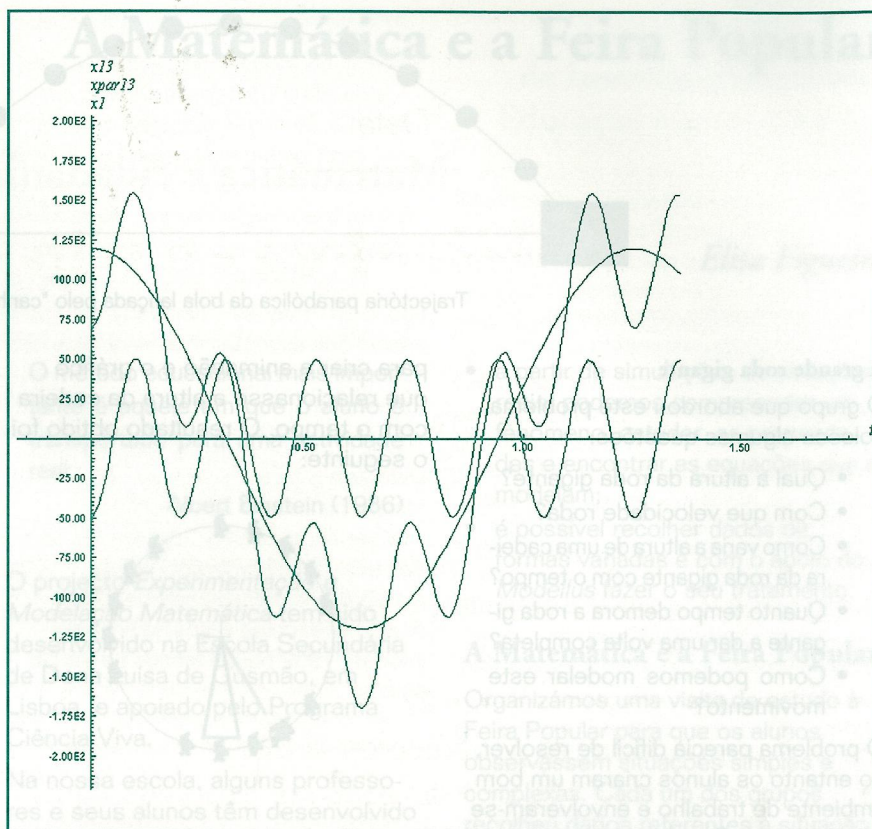


Movimento de um das cadeiras, descrevendo uma epíclide.

Neste contexto, foi possível estudar graficamente as operações de funções, pois alguns dos gráficos obtidos levaram-nos a essa exploração. Na figura acima apresentada podemos observar 3 gráficos distintos, sendo um deles referente ao movimento do braço grande, outro ao movimento de um braço pequeno [MN] e finalmente outro que representa o movimento de uma cadeira.

Conclusão

O projecto encarou este divertimento sob várias facetas: como um divertimento que é, como um problema real interdisciplinar e como um grande desafio aos alunos. A Feira Popular é um bom lugar para modelação pois, a variedade de situações é grande, os alunos envolvem-se agradavelmente e podem aprender e pensar na matemática em contexto, aplicando-a de uma forma elemen-



tar ou formal.

Pensamos que o programa *Modellus* é uma poderosa ferramenta para estimular o pensamento matemático de professores e alunos pois permite que se criem modelos e sejam explorados interactivamente.

Pensamos que estas tarefas



Materiais para a aula de Matemática

A Matemática e a Feira Popular

A proposta de trabalho "A Matemática e a Feira Popular" é dirigida a alunos do ensino secundário.

Após ter visto algumas referências ao problema da roda gigante lembrei-me da Feira Popular. Os seus divertimentos bem variados fazem as delícias de muitos quando experimentados. As sensações agradáveis sentidas podem entusiasma-los a reflectir sobre o fenómeno e entendê-lo melhor. A observação de um movimento, o registo de dados fundamentais para o interpretar e

estimulam os alunos a investigar, argumentar, comunicar e promovem o trabalho interdisciplinar.

Nota

No site <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/> podem ser adquiridas cópias gratuitamente e informações sobre algumas actividades desenvolvidas com este *software*.

Elisa Figueira
Esc. Sec. D. Luísa de Gusmão, Lisboa

algumas hipóteses formuladas sobre a sua natureza são etapas cruciais para o desenvolvimento da capacidade de interpretar o real e para a construção do conhecimento matemático.

No artigo "A Matemática e a Feira Popular" descreve-se alguns dos aspectos conclusivos do estudo feito por alunos do 11º ano, apoiados em ferramentas computacionais.

Elisa Figueira
Escola Secundária D. Luísa de Gusmão

Escola

Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

A Matemática e a Feira Popular

Trabalho de campo

Observa, na Feira Popular, os divertimentos existentes: roda gigante, tiro de canhão, barco de pirata, polvo, circuito de quedas de água, etc.

Escolhe um deles e, após observação pormenorizada, faz o registo dos dados necessários para poderes caracterizar o movimento observado.

- Que tipo de movimento é?
- É um movimento periódico ou não?
- Caso se trate de um movimento periódico, qual é o período?
- Para além da variável tempo, há outras variáveis a intervir no movimento?
- Qual a altura (ou distância), máxima e mínima atingida pelo corpo em movimento?



Material necessário

Quadrante para medir alturas inacessíveis, cronómetro, metro, máquina fotográfica e câmara de vídeo.

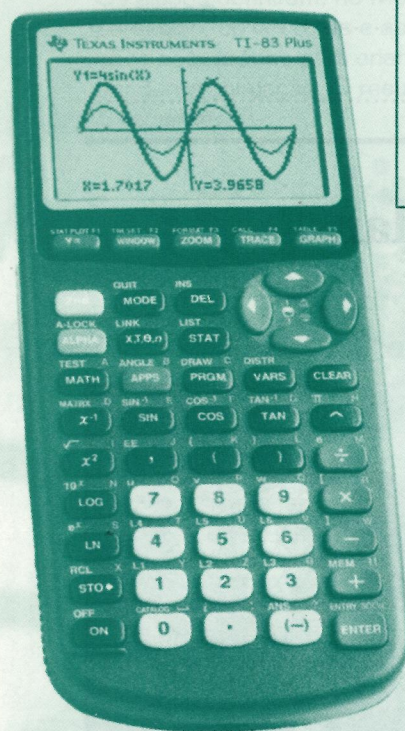
Trabalho de pesquisa

- Regista os dados em papel milimétrico, faz um esboço gráfico e estuda o movimento. Tenta descobrir a função que modela os dados recolhidos.
- Coloca os dados na calculadora e escolhe a regressão que melhor se lhes ajusta.
- Houve grande diferença entre o modelo por ti obtido e o da calculadora?
- Utiliza o programa *Modellus* para criar uma animação que simule o movimento estudado, bem como o gráfico e uma tabela de valores.
- Indica uma situação real cujo fenómeno seja interpretado por uma função da mesma família.

Nota

Alguns destes divertimentos têm estado a ser retirados para outros espaços. A roda gigante encontra-se, neste momento, ao cimo do Parque Eduardo VII, em Lisboa. /

Nova "TI-83 Plus" com Menus em Português



TI-83 Plus pode ser adaptada à língua Portuguesa! Carregue o software de localização (incluído em disquete!) na sua calculadora usando o TI-GRAPH LINK™ ou o cabo calculadora-a-calculadora para obter os menus e mensagens de erro em português!!

**TEXAS
INSTRUMENTS**
v1.02
Português
1: Português
2: English

© 1999 TEXAS INSTRUMENTS

A calculadora perfeita para o ensino secundário, agora com 192 KB de memória e tecnologia Flash ROM para actualização electrónica.

- 192 KB de memória.
- A tecnologia Flash ROM, garante a capacidade de actualização electrónica para novas versões de software e novas aplicações - Prolongamento da vida da sua calculadora.
- Menus em Português incluídos em disquete.
- A TI-83 Plus já inclui uma aplicação CBL/CBR para recolha, visualização e análise de dados.
- Tem todas as funções, capacidades e potencialidades da tradicional TI-83!
- Garantia 2 anos.

1. Algumas aplicações TI-83 PLUS disponíveis em

www.ti.com/calc/flash/83p.htm

- Gráficos Interactivos
- Tabela Periódica
- Agenda Electrónica
- Aplicação Chem/Bio da Vernier

FLASH



OTI-GRAPH LINK™ permite a comunicação entre a calculadora TI e o seu PC: é possível transferir programas e dados, criados ou editados no ecrã, entre a calculadora e o computador. Os dados podem ser copiados e colados directamente nos ficheiros de processamento de texto do Windows™ e impressos. TI-GRAPH LINK™ inclui um CD ROM de Recursos. Download grátis do software TI-GRAPH LINK™ da Internet: <http://www.ti.com/calc/docs/Link.htm>

Apoio Programa Educacional

Programa de Empréstimo de Calculadoras • Acções de Formação

Bibliografia de Apoio à Calculadora • TI-MAT, a revista das Calculadoras no Ensino da Matemática

Deseja receber as nossas publicações, o TI-MAT, TI-Produtos, TI-Apoio? Contacte-nos!

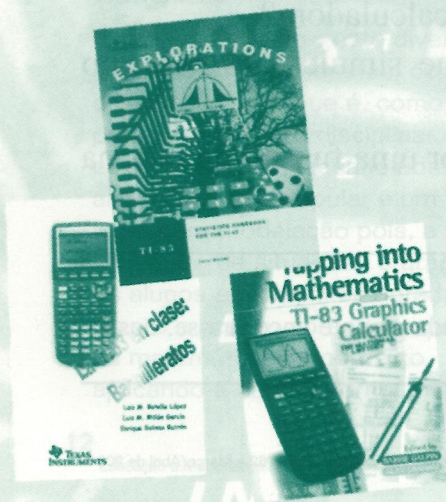
Rua do Molhe, 616 - AQ
4150-500 Porto
Tel: 22 616 23 98 Fax: 22 616 62 19
e-mail: x@tomasm@ti.com

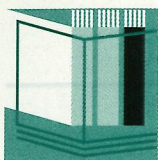
CSC - Centro de Suporte ao Cliente:
Tel: 0800 832 627

Bibliografia em Português

- Equações...
- Análise...
- Estatística...
- ... com as calculadoras TI-80/82/83/92
- Modelação TI-92 - Da geometria às funções passando pela estatística
- Programação no ensino Secundário TI-80/82/83/86

**TEXAS
INSTRUMENTS**
<http://www.ti.com/calc/portugal>





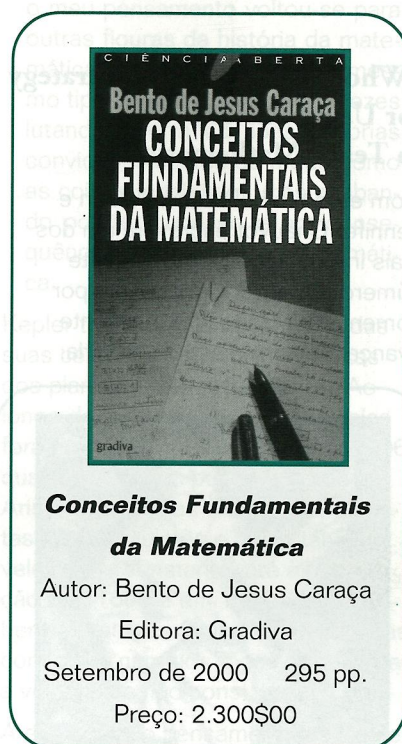
Conceitos Fundamentais da Matemática

Sem dúvida que *Conceitos Fundamentais da Matemática* constituem a obra mais divulgada do legado de Bento de Jesus Caraça. Escrita há mais de cinquenta anos, esta obra continua a constituir uma referência para aqueles que gostam e estudam matemática.

É curioso notar que a sua primeira edição foi feita pela Biblioteca Cosmos, a qual foi fundada e dirigida durante sete anos pelo próprio Jesus Caraça, até 1948. Nessa altura, a publicação foi feita em dois volumes, correspondendo o primeiro àquilo que o autor designou pelos "(...) conceitos básicos que dizem respeito à noção de quantidade" e o segundo ao estudo dos conceitos que "(...) têm por tema as noções de lei, da evolução e de classificação."

Depois disso, seguiram-se sucessivas edições desta obra, agora já só num único livro, organizado segundo três partes. A primeira é sobre Números, a segunda sobre Funções e a terceira sobre Continuidade, temas que interessam a todos e integram os programas do Ensino Secundário. A mais recente edição é da Editora Gradiva e é essa que aqui anunciamos. O prefácio desta edição é de Paulo Almeida que reafirma a actualidade e utilidade do livro, destacando igualmente o seu carácter cultural: "A leitura dos *Conceitos Fundamentais da Matemática* informa o leigo e recicla o especialista, a ambos interessando, pela originalidade do estilo. Este livro não é, pois, apenas uma obra de matemática elementar. É sim um livro que, com o pretexto da matemática, visa muito mais longe."

Dos diversos autores, e que muitos foram, que se pronunciaram sobre os *Conceitos*, uma ideia sobressai: esta obra é a tentativa de introduzir em Portugal a lógica dialéctica do pensamento matemático. Só por si, isto justifica que os *Conceitos* representem um marco histórico.



Conceitos Fundamentais da Matemática

Autor: Bento de Jesus Caraça

Editora: Gradiva

Setembro de 2000 295 pp.

Preço: 2.300\$00

E, porque nada melhor do que as palavras do autor, deixamos-lhe aqui a transcrição de parte do prefácio que escreveu para a 1ª edição da obra, na qual se destaca a sua visão sobre a matemática enquanto construção humana.

Duas atitudes em face da Ciência — Prefácio do Autor à 1ª Edição

A Ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi elaborada, e o aspecto é totalmente diferente — descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições, que só um trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras

hesitações, outras dúvidas, outras contradições.

Descobre-se ainda qualquer coisa mais importante e mais interessante: — no primeiro aspecto, a Ciência parece *bastar-se a si própria*, a formação dos conceitos e das teorias parece obedecer só a necessidades interiores; no segundo, pelo contrário, vê-se toda a influência que o ambiente da vida social exerce sobre a criação da Ciência.

A Ciência, encarada assim, aparece-nos como um *organismo vivo*, impregnado de *condição humana*, com as suas forças e as suas fraquezas e subordinado às grandes necessidades do homem na sua luta pelo *entendimento* e pela *libertação*; aparece-nos, enfim, como um grande capítulo da vida humana social.

A atitude que será aqui adoptada será esta a atitude que tomaremos aqui. A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto, só em parte, é verdadeiro.

Sem dúvida, a Matemática possui *problemas próprios*, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham *tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência*, na vida real; uns e outros entroncam na mesma *madre*.

Mesmo quanto aos seus *problemas próprios*, raramente acontece, se eles são de facto daqueles grandes problemas que põem em jogo a sua essência e o seu desenvolvimento, que eles não interessem também, e profundamente, a corrente geral das ideias."

Lisboa, Junho 1941

Fátima Guimarães, EB 2,3 Telheiras
Paula Canavarro, Univ. Évora



Mathematics Teacher: um número temático sobre História

O NCTM publicou no ano passado, em Abril, uma nova versão dos seus famosos *Standards* para a matemática escolar, agora com o nome de *Principles and Standards for School Mathematics*. Embora notável e útil a muitos títulos, esta obra, tanto nesta como na primeira versão¹, tem a característica negativa e surpreendente, à primeira vista, de ignorar a História da Matemática. Sem querer aqui alongar-me em especulações, eu diria que isto é resultado directo de uma visão estreita e utilitária dos objectivos para o ensino da matemática, aspecto já presente na versão de 89 e que os actuais *Principles* não alteraram positivamente. Levada a sério esta visão estreita, parece-me também lógico que a história não seja considerada uma componente necessária em educação matemática.

Mas a posição, por omissão, dos *Standards* em relação à História da Matemática não é partilhada por muitos professores da comunidade americana da educação matemática, e a prova-lo está este esplêndido número temático do *Mathematics Teacher*². Preparado durante um longo período — um anúncio pedindo artigos para este número apareceu no início de 1999 —, as contribuições enviadas não couberam todas no número temático, e estão a ser publicadas nos números subsequentes.

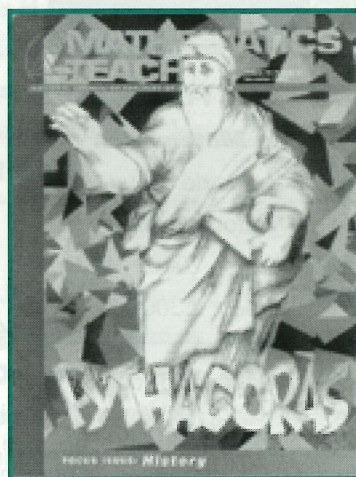
Os artigos incluídos pertencem a três categorias com objectivos específicos:

- I. Mostrar as conexões entre a história da matemática e a educação matemática.
- II. Despertar o interesse pela própria história da matemática.
- III. Mostrar, através de exemplos, como pode ser usada a história na aula de matemática.

Vou referir alguns artigos que me chamaram mais a atenção.

“Who? How? What?: A Strategy for Using History to Teach Mathematics”

Com este título, Patrícia Wilson e Jennifer Chauvot escrevem um dos mais interessantes artigos deste número. As autoras começam por comentar as razões normalmente avançadas para o uso da história:



Mathematics Teacher

publicação oficial do *National Council of Teachers of Mathematics*

Volume 93 • número 8

Novembro de 2000

Focus issue: History

- a história é uma fonte de problemas interessantes que permitem desenvolver as capacidades de resolução de problemas;
- a história auxilia a compreensão de muitos conceitos, nomeadamente ao explicar a origem de certas ideias e procedimentos;
- a história ajuda a estabelecer conexões, dentro da matemática e com outras disciplinas;
- a história torna os alunos conscientes das relações entre a matemática e a sociedade.

No entanto, a parte mais original do texto surge quando as autoras se referem à importância da perspectiva histórica para atingir o objectivo de ajudar os alunos a apreciar e a compreender a natureza da matemática. A estratégia proposta no artigo é que os professores tentem que os seus alunos pensem e vejam como a história responde às três questões seguintes: *quem* constrói a matemática?; *como* se desenvolve a matemática?; *o que* é a matemática? A última parte do artigo serve para as autoras desenvolverem a seguinte ideia:

A história dá-nos diferentes respostas a estas questões, dependendo da época, do lugar e do contexto que estamos considerando. Por outras palavras, a história fornece-nos a história humana da criação da matemática.

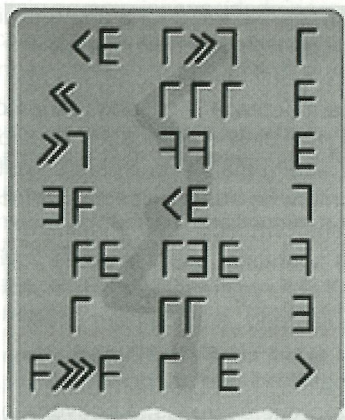
“A matemática investigando a história”

Neste artigo, de Donald T. Barry, é apresentado um exemplo concreto e real de utilização da história na sala de aula. O autor diz-nos que resolveu apresentar este problema aos seus alunos de Matemática do último ano do secundário para eles terem um problema interessante de matemática para resolver depois de terem sido submetidos a um teste nacional (*Advanced Placement*)... e para simular o processo pelo qual se investiga em história da matemática.

O ponto de partida é totalmente imaginado pelo professor, inspirado certamente na história da Plimpton 322, uma tábua de barro babilónica escrita há 3800 anos e cuja descoberta do significado por Neugebauer em 1957 parece uma longa investigação policial. A história contada aos alunos passa-se na cidade neolítica de Çatal Hüyük, no sul da Turquia, há poucos anos.



Um pastor descobriu uma caverna cheia de tábuas de barro, escritas numa linguagem desconhecida, mas que se presume ser a origem das línguas indo-europeias. Uma das tábuas de barro, encontrada sem uma parte inferior que se quebrou, sabe-se que contém informação numérica:



O que propôs aos alunos foi que decifrassem a tábua, determinando os números que a compõem, e reconstruindo a informação numérica que contém. Pediu-lhes também que completassem a parte que falta.

O autor do artigo descreve então três aulas interessantíssimas em que os alunos foram a pouco e pouco, por tentativa/erro, respondendo às suas questões. No fim, chegaram a uma interpretação "aceitável" envolvendo ternos pitagóricos. Vale a pena ler o artigo na íntegra, tanto mais que o autor não deixa tudo resolvido, ainda há bastante que pensar e descobrir.

"Kepler e Wiles: modelos de perseverança"

Entre os artigos destinados a despertar o interesse pela história da matemática, sobressai este, em que Paul G. Shotsberger coloca lado a lado os percursos científicos de Kepler e Wiles. Começa por referir o livro *Fermat's Enigma (A Solução do Último Teorema de Fermat)*, de Simon Singh, ed. Relógio de Água; ver a secção "Leituras" do número 58 de *Educação e Matemática*).

Diz Shotsberger:

Quando estava a ler o livro de Singh, o meu pensamento voltou-se para outras figuras da história da matemática que demonstraram o mesmo tipo de persistência, por vezes lutando contra as suas próprias convicções acerca do modo como as coisas funcionam, mas acabando por ter sucesso e em consequência transformando a matemática.

Kepler trabalhou na descoberta das suas célebres leis sobre as órbitas dos planetas, durante 25 anos. Ao longo desse período, as suas ideias foram-se transformando, desde 1596, quando ele ainda pensava como Aristóteles que as órbitas dos planetas eram circulares e descritas a velocidade constante, até à publicação (em 1609 e em 1619) da descoberta de que as órbitas eram elípticas, com o Sol num dos focos, e descritas a velocidade não constante.

A evolução do pensamento de Kepler está reflectida, diz o autor do artigo, em numerosas notas incluídas na segunda edição do *Mysterium Cosmographicum*, publicada ainda em vida de Kepler. Shotsberger refere a franqueza com que, tanto Kepler como Andrew Wiles, descrevem as suas lutas prolongadas no caminho para a verdade, envolvendo momentos de "frustração, desespero, e exultação". Um artigo a não perder nesta colectânea.

Outros artigos incluídos neste número do MT

Além destes três artigos, este número do MT ainda inclui mais 11 artigos, dos quais destacamos:

- *Sharing Teaching Ideas: A Visit from Pythagoras – Using Costumes in the Classroom*, Lawrence H. Shirley
Um professor de Matemática disfarça-se de Pitágoras...
- *Mathematics in the Age of Jane Austen: Essential Skills of 1800*, S. I. B. Gray

Quais eram as competências essenciais na época de Jane Austen?

- *The Evolutionary Character of Mathematics*, R. M. Davitt
O desenvolvimento da matemática seguiu em geral o caminho inverso da matemática exposta nos manuais.
- *From the Top of the Mountain*, D. W. Smith
Lições tiradas da história dos logaritmos.
- *Felix Klein and the NCTM's Standards: A Mathematician Considers Mathematics Education*, K. K. McComas.
Sabendo o que pensava Felix Klein sobre educação, podemos imaginar que ele aprovaria os *Standards* do NCTM.

Notas

¹ Existe uma tradução portuguesa: *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*, ed. IIE e APM, 1991.

² A revista *Mathematics Teacher* pode ser consultada na sede da APM.

Eduardo Veloso
eduardoveloso@netcabo.pt

Leituras complementares

Outras leituras em história da matemática:

Relevância da História no Ensino da Matemática. Cadernos do GTHEM/APM, 1997.

Brevíssima História dos Números Complexos. Paulo Oliveira. Cadernos do GTHEM/APM, 2000.

História e Educação Matemática. Actas do Encontro HEM Braga 96. 2 volumes. Livro esgotado que pode ser consultado na sede da APM.

Using History to Teach Mathematics: An International Perspective. Victor Katz, ed. Washington, MAA, 2000. Uma recolha cuidada de textos em inglês do Encontro HEM/Braga 96.

History in Mathematics Education: The ICMI Study. Org. de John Fauvel e Jan van Maanen. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers 2000

Fernando Paulouro Neves

Se a vida é mestra em alguma coisa, é na experiência com que enriquece o percurso pessoal de cada um. De muitas maneiras, eu descobri a evidência da presença da matemática na sociedade e a sua indispensabilidade na articulação da vida quotidiana, como o cidadão comum descobre que para viver é preciso respirar, conhecer o espaço e o tempo.

Julgo que a minha presença aqui tem uma explicação óbvia: os organizadores deste colóquio desejaram juntar a um painel de especialistas, para reflectirem sobre *A presença sistemática da matemática na sociedade*, a voz do senso comum, isto é, de alguém que habituado a observar a realidade com algum distanciamento, possa porventura formular algumas das perplexidades que emergem da actualidade.

A minha geração é tributária de um pensamento auto sustentado em dicotomias, que estabeleciam fronteiras muito nítidas e rígidas entre as letras e as ciências, entre o saber e o fazer, entre as mãos e o espírito. No plano social, esses pressupostos ideológicos levantavam, não poucas vezes, muros de outra tipologia, mas alicerçados num imobilismo que configurava sempre o exasperante universo das desigualdades.

Então, o saber era matéria reservada e o pensamento — sobretudo o pensamento em voz alta: aquele que fala — objecto de delito comum. A democratização do ensino estava longe e a explosão do acesso à escola só aconteceria depois de Abril.

O saber — e em sentido mais lato, a cultura — pertenceu sempre ao universo do poder que, só forçado, abre mão do seu controlo.

Desde os sacerdotes egípcios, que conheciam os astros, aos monges medievais, que copiavam os livros, desde os filósofos da Antiguidade, que eram capazes de questionar os mitos — e, logo, interrogar os deuses — aos romanos que, além de escravos, levavam com as suas legiões homens que conheciam os números e o agro, e eram capazes de construir pontes, a história é um

tempo de longa duração que mostra como os poderes dominantes sabiam gerir a sabedoria como pilar essencial do respectivo mando. Nesse caminhar temporal, em que o Homem se fez a si próprio, sabemos como a exclusão do acesso ao saber foi a receita mais eficaz para amputar o Homem da sua dignidade essencial, transformando-o em medida de coisa nenhuma, espécie de escravidão que, vejam lá, já o ano 2000 vai adiantado, e ainda permanece como a receita mais eficaz para edificar tiranias e despotismos, mesmo que às vezes, a convergência de interesses, classifique a desumanidade banalizada, servida em doses maciças no horário nobre da informação, como fatalidade de um sistema que globaliza tudo menos a solidariedade mínima.

Às vezes poisamos na angústia da memória e a lembrança povoa-se de acontecimentos sinistros, de fogueiras alimentadas com livros e pessoas, de valas comuns onde os números não serviram para nada, pois não houve sequer tempo para contar os mortos. É sempre assim quando assistimos à liquidação sumária da liberdade, à subvalorização do pensamento e da ciência, à morte dos valores éticos de matriz civilizacional que sucessivas cartas universais apontam como intocáveis, mas todos os dias são rasgadas pela conjuntura da indiferença.

Poderíamos citar muitos versos sobre essa persistência supratemporal de uma realidade castradora da plenitude cívica, mas gosto de regressar sempre à sabedoria poética de Sophia, que um dia foi capaz de escrever este aviso premonitório com leitura planetária:

Nunca choraremos bastante quando vemos

O gesto criador ser impedido
Nunca choraremos bastante quando vemos

Que quem ousa lutar é destruído
Por troças, por insídias, por venenos

E por outras maneiras que sabemos
Tão sábias tão subtis e tão peritas
Que não podem sequer ser bem descritas.

Falam os versos de uma contingência da arte poética, aquilo que alguém definiu como a incapacidade para alcançar o real absoluto. Mas porventura é essa aventura humana, que já conta milénios, que nos pode levar a perceber como, afinal, as tais fronteiras dicotómicas, afastando as ciências das letras, se diluem na pesquisa de uma capacidade de abstracção e de uma riqueza conceitual que é a melhor expressão do diálogo entre a mão e o cérebro.

O que a experiência ensina é que há sempre um mundo de evidências novas a tirar das evidências mais velhas. E que a trave mestra de todo o progresso científico se afirmou pela experiência e pelo cálculo matemático.

Poderíamos dizer, em relação ao progresso colectivo da humanidade, os versos de António Machado: "el camino se hace andando". Mas esse percurso, e se olharmos apenas para o século XVIII, encontramos nele figuras referenciais como Galileu ("tu é que sabias Galileu, Galilei", dirá ao mesmo tempo, com imensa ternura, o poeta António Gedeão e o físico Rómulo de Carvalho, um só e a mesma pessoa), Bacon, Descartes ou Newton, cada um à sua maneira, a dizer-nos que o processo do conhecimento humano só se afirma verdadeiramente quando o dogma e a sua liturgia se transformam definitivamente em arcaísmos.

Regressemos, então, ao chão da temática proposta por este painel e mergulhemos na realidade tão óbvia que tem a carga do lugar-comum: a presença sistemática da matemática na sociedade.

O tempo, o nosso tempo, matou irremediavelmente os que tentaram impor as tais fronteiras ao conheci-

A trave mestra de todo o progresso científico afirmou-se pela experiência e pelo cálculo matemático.

mento, de que falava há momentos. "Et pur si mueve": "No entanto move-se". A célebre resposta de Galileu contra o pensamento dogmático e inquisitorial, ficou sobretudo como o poder da evidência científica, como o elogio da racionalidade, como o louvor da ciência, como a razão da liberdade livre.

De outra maneira, poderíamos dizer que a esperança tem sempre razão, mesmo quando as barreiras da intolerância desvirtuam ou querem desfigurar a realidade e matam aquilo que é mais sintomático nela: a capacidade de sonhar. Mas a verdade é que o Homem é feito do tecido dos sonhos geneticamente incorporando dentro de si a ousadia do pensamento e da utopia.

Se a vida é mestra em alguma coisa, é na experiência com que enriquece o percurso pessoal de cada um. De muitas maneiras, eu descobri a evidência da presença da matemática na sociedade e a sua indispensabilidade na articulação da vida quotidiana, como o cidadão comum descobre que para viver é preciso respirar, conhecer o espaço e o tempo.

Mas noutro plano, a sua presença é também referenciadora. Naquilo que é o nosso respirar com palavras, isto é, nessa outra maneira de dar forma ao caos, que é a linguagem, fenómeno tão determinante à memória social que é ela que torna possível a existência das coisas, no momento da sua própria nomeação. "Penso, logo sou", ensinou Descartes.

O professor Óscar Lopes, a pessoa que em Portugal mais profundamente estudou não só os problemas da literatura, mas também as questões mais profundas da linguística, desvendou novos caminhos, sendo hoje líquido que foi a sua inteligência que

originou em Portugal a linguística matemática, lógica, "portanto uma linguística baseada em regras exactas que não deixam trabalhar os seus utilizadores sem rumo seguro, levando-os a considerar este ou aquele caminho".

Devemos a Mestre Óscar Lopes, que iluminou com a sua crítica, tantas páginas da literatura, a divulgação de que "são as regras exactas de expressão matemática que nos conduzem a uma percepção autêntica do conhecimento das estruturas das línguas, revelando estas, cada vez mais, por sua vez, como a estrutura sintáctica e a significação semântica se influenciam intimamente".

Tudo isto nos levaria longe na identificação do contributo da matemática para o estudo da própria literatura. Mas é, sobretudo, exemplar de como, ao próprio nível da linguagem, se cimentou uma relação profunda entre os dois saberes.

No plano mais imediato do quotidiano, os problemas tomam outra visibilidade, e diferente inquietação, sobretudo porque essa realidade visível se alimenta do insucesso escolar. Também aí poderíamos encontrar um paralelo com o Português, que padece do mesmo *handicap*. Nunca esqueci uma crónica fabulosa do poeta Drummond de Andrade que um dia se interrogou com brutal dose de angústia existencial. "Meu Deus do céu, que estão fazendo com o português?", interrogava ele nos anos oitenta, em crónica publicada no *Jornal do Fundão*. A pergunta parece cada vez mais pertinente se tivermos em conta que o último relatório da OCDE fornecia uma imagem dramática sobre a sociedade portuguesa ao dizer que a iliteracia atingia em Portugal uma taxa de 80%!

Quer dizer: oitenta por cento dos portugueses seriam incapazes de interpretar correctamente um texto depois de lê-lo. Já sabíamos que a maioria, entre nós, não lê um livro por ano e que na leitura de livros e jornais estamos alegremente na cauda da Europa!

Talvez isto explique alguma coisa dos insucessos em outras disciplinas, designadamente na matemática e na

física, que estão a deixar as universidades em estado de choque, ou, pelo menos, à beira de um ataque de nervos.

Da mesma forma que é necessário recuperar o prazer da leitura, será urgente fazer da matemática um espaço de alegria tornando-a compreensível, descodificando-a naturalmente, como agora se diz.

Um dia destes, o jornal *Público* trazia exemplos do sucesso verificado em escolas, onde, dizia o jornal, tinham sido desencadeados programas inovadores da sua aprendizagem.

Dir-me-ão que são casos experimentais e que é porventura irrealista, para já, estender a experiência à totalidade do tecido escolar português. Mas, então, pergunto eu, agora, à semelhança de Drummond: que fazer com a matemática? Continuar à espera de condições para pôr em prática a nova pedagogia? Reduzir as turmas?

Ou continuarmos a ouvir que essa falta de vocação para a matemática é uma fatalidade portuguesa?

A solução, quer-me a mim parecer, não pode estar no facilitismo que abre ou pretende abrir algumas das portas do ensino superior. O que a "espantosa realidade das coisas" nos faz descobrir todos os dias é que é preciso mudar alguma coisa não para que tudo fique na mesma, mas para responder aos problemas estruturais que a matemática e o português enfrentam.

Quando olhava para o tema *A presença sistemática da matemática na sociedade* não pude deixar de me lembrar de uma imagem colhida em Moscovo, em 1985, tempo em que um senhor chamado Mikail Gorbachov explicava esta coisa elementar: um país que coloca astronautas na lua tinha que ter outra dimensão de modernidade no quotidiano, em coisas tão simples como, por exemplo, as máquinas de lavar e as torradeiras.

A imagem de Moscovo ainda hoje me acompanha: num grande armazém (uma grande superfície, diríamos agora nós), perto da Rua Arbat, onde circulavam milhares de pessoas, havia funcionários que trabalhavam com ábacos, e

A matemática e o português podem ser o nosso manual de sobrevivência no novo século que nos está a bater à porta. Podem ser a breve partícula de poder, capaz de desfazer o nó de uma solidão chamada iliteracia no universo das palavras e dos números.

com grande eficiência, refira-se. Bem sei que a história explica a persistência cultural do ábaco como domínio do cálculo, mas não podia deixar de pensar nos progressos da tecnologia e nas sofisticadas máquinas de calcular que são o charme discreto da matemática dos nossos dias. Não podia deixar de meditar nos tempos que o gesto da funcionária condensavam.

Tudo aquilo me fazia pensar que o domínio da matemática tinha uma raiz cultural e que a superação das dificuldades radica, totalmente, na sua compreensão. Tudo aquilo me fazia pensar em contraditórias realidades e situações, onde, de facto, se presentiam vazios entre ciência e modernidade.

Regresso ao chão nosso. Às vezes, ainda me parece ouvir o coro da minha escola primária, na toada repetitiva da tabuada, na procura de um sentido para o mundo então ainda obscuro dos números.

Tudo, no entanto, parece hoje mais fascinante e, apesar dos problemas,

mais optimista. E pensava nisso mesmo, quando, no outro dia, o meu amigo Júlio Gavinhos, que por acaso é professor de matemática, à mesa do café, com uma simples linha, desenhava uma circunferência no espaço, e explicou o que era o *pi*.

O tempo e o espaço, eis o que a matemática nos ensina também a perceber, para fazermos melhor o caminho que se faz andando. Vencendo as tais fronteiras dicotómicas do saber, que massacraram a minha geração.

A propósito de todas as perplexidades, gostaria de terminar com uma breve história, que li em *Sobre os Espelhos*, de Umberto Eco, autor cuja ironia é o rosto de uma velha sabedoria. A história é exemplar ou de proveito e exemplo, como também se diz por cá, e serve para ilustrar como os saberes não podem ser ilhas.

Eis a história:

Diz o gramático indiano ao barqueiro:

— Sabes gramática?

E quando este responde que não, ele diz-lhe:

— Perdeste metade da tua vida.

Diz o barqueiro ao gramático, quando a barca se vira:

— Sabes nadar?

E quando este responde que não, ele diz-lhe:

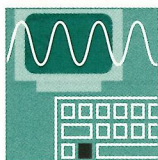
— Então perdeste toda a tua vida!

Comenta Umberto Eco: "Mas o que poderia haver de melhor que um gramático que soubesse nadar e um barqueiro que percebesse de gramática?"

E termino eu: também a matemática e o português podem ser o nosso manual de sobrevivência no novo século que nos está a bater à porta. Podem ser a breve partícula de poder, capaz de desfazer o nó de uma solidão chamada iliteracia no universo das palavras e dos números.

* Texto de apoio à intervenção de F. Paulouro Neves num painel *A presença sistemática da matemática na sociedade* realizado na Covilhã no âmbito do CoviMat 2000.

Fernando Paulouro Neves
Jornalista do Jornal do Fundão



A discussão não está esgotada...

No último número da Educação e Matemática incluímos nesta secção um documento divulgado pela Direcção da APM, após a reunião do Conselho Nacional de 20 de Janeiro deste ano, e em que era expressa uma posição da APM sobre Tecnologias na Educação Matemática (<http://www.apm.pt/apm/revista/educ61/Tecnologias.pdf>). As recomendações da APM partem naturalmente do pressuposto que as ferramentas tecnológicas devem ser integradas de forma consistente nas actividades lectivas. Mas, também como é natural, dado o seu âmbito de documento de princípios, não é explicitada a extensão e profundidade recomendadas para essa integração, e é sabido como na nossa comunidade de professores de Matemática estamos longe de pensar todos o mesmo a esse respeito. Pareceu-nos portanto útil publicar um artigo de opinião saído no número de Fevereiro passado da Mathematics Teacher em que precisamente essa extensão e profundidade são postas em discussão. Propomos portanto aos nossos leitores que leiam e reajam a esta posição clara sobre o uso das tecnologias na educação matemática, continuando assim a discussão no seio da Associação, conforme é desejo da direcção da APM.

Algemética¹

Lin McMullin

Há alguns anos deparei com um anúncio de um conhecido programa de cálculo simbólico. Na página da esquerda eram exaltadas as qualidades do *software*, e na página da direita estavam listadas todas as coisas que o programa podia fazer. A lista tinha três colunas, ocupando cerca de dois terços da página. Ia desde a simples adição até ao cálculo de integrais múltiplos, passando pela aritmética de matrizes. De acordo com a minha estimativa, um aluno médio gasta seis anos dos ensinamentos básico e secundário e da universidade a aprender a executar o que estava listado naqueles dois terços de página.

A "Regra dos Quatro" está rapidamente a tornar-se a ideia orientadora em educação matemática. A Regra dos Quatro afirma que a Matemática deve ser estudada e ensinada a partir de quatro perspectivas: (1) numérica; (2) analítica, isto é, equações e símbolos com significado; (3) geométrica, ou gráfica; e (4) verbal. No passado, um gráfico ou um número era o resultado de um longo processo de trabalho com símbolos. O advento da tecnologia, em particular das calculadoras gráficas e dos programas de computador a baixo preço, altera-

ram esta sequência. Os gráficos e os números são o ponto de partida, não o resultado final. Testes nacionais² como o exame de cálculo no *Advanced Placement* partem do princípio que os alunos estão aptos a atacar problemas e a compreender conceitos sem terem símbolos ou equações com que trabalhar.

Penso que esta evolução é boa.

O uso desta tecnologia é controverso porque a manipulação de símbolos foi arredada da sua posição proeminente no currículo. As coisas continuam a mudar: os programas de computador e as calculadoras são capazes de efectuar manipulações de símbolos – factorizações, resolução de equações e sistemas, – além do traçado de gráficos. Estas calculadoras e estes programas estão já hoje disponíveis; não alimentem ilusões, eles não vão desaparecer. A Matemática e a pedagogia no currículo do secundário têm que mudar.

Penso que esta evolução é boa.

Esta evolução é boa porque permitirá aos alunos trabalhar com maior profundidade nas questões. Deixá-los a ser mais criativos. Desenvolverá a sua curiosidade. Terá estes resultados principalmente porque eliminará o

tédio ligado às manipulações da álgebra e do cálculo.

Os professores têm que decidir exactamente quais destrezas na manipulação de símbolos – e em que grau – são necessárias. A manipulação de símbolos é o que faz a matemática funcionar. Nem são sem sentido nem desnecessárias. Os alunos precisam de ser capazes de usar, interpretar, ler, escrever e decifrar, e também manipular símbolos. Na realidade, não é possível fazer matemática sem esta capacidade, mas a matemática é muito mais do que símbolos.

Para muitas pessoas, a matemática, em particular a álgebra, é manipulação de símbolos. Porquê? A razão é óbvia: é o que se ensina no secundário; é o que vai para trabalho de casa; é o que está nos exercícios e nos testes e nos exames do fim do secundário³. Os alunos que sabem manipular símbolos obtêm boas classificações. Como professores de Matemática, é aquilo que passamos mais tempo a ensinar.

As pessoas pensam que todo o tipo de coisas horríveis resultarão se se gastar menos tempo a ensinar os alunos a praticar álgebra.



Por álgebra querem significar a manipulação de símbolos — factorizar, racionalizar denominadores, resolver equações, e assim por diante.

Não concordo.

As máquinas são capazes de fazer manipulações: então que as façam elas!

Deixai-me inventar uma palavra. A palavra é *algemética*; rima com *aritmética*. *Algemética* significa toda a manipulação de símbolos que a Casio Algebra FX 2.0, HP38, HP48, TI-89, TI-92, *Derive*, *Mathematica*, *Maple*, *MathCad* e similares são capazes de fazer. *Algemética* não é toda a álgebra, mas é o que os alunos passam anos a aprender.

O ensino da Matemática deve incluir a manipulação de variáveis com lápis e papel. A finalidade não é tornar os alunos grandes "algeméticos" mas sim que fiquem a saber qual é a *algemética* que deve ser usada para resolver determinado problema ou investigar uma dada situação. Saber quando, onde e o que é apropriado é mais importante do que ter a capacidade de o fazer à mão. Por outras palavras, os alunos devem saber o que fazer, por que estão a fazê-lo, e quando fazê-lo, mas não têm que ser bons a fazê-lo.

Antes de reagir face a esta afirmação, considerem o seguinte:

- Quando fazem o balanço do vosso livro de cheques, usam a calculadora, não é verdade? Confessem que é assim. Embora tenham provavelmente a licenciatura em Matemáticas e possam fazer cálculos aritméticos mais rápida e rigorosamente do que a maior parte das pessoas, usam a calculadora quando é realmente importante — apesar de tudo, trata-se do vosso dinheiro.
- Quando apareceram as calculadoras científicas, fui obrigado durante muitos anos a ensinar o cálculo com logaritmos. Ainda estou a ver os alunos a somar logaritmos com as suas calculadoras científicas.

- A matemática na vida real é feita com tecnologia. Muito poucos, ou mesmo nenhuns, matemáticos profissionais e engenheiros fazem manipulações algébricas complicadas à mão. No mundo de hoje, não ensinar os alunos a utilizar a tecnologia é prestar-lhes um mau serviço.

As pessoas precisam mesmo assim de compreender o que estão as máquinas a fazer, o que significam os símbolos, como se aplicam ao problema em consideração, e assim por diante. As pessoas precisam mais do que nunca de compreender matemática, em particular a álgebra e o cálculo. Mas quando se trata de *algemética*, qual é o problema de deixar que as máquinas a façam? As máquinas são melhores, mais rápidas e mais rigorosas do que as pessoas. Quando alguém precisa de fazer um cálculo, resolver uma equação, fazer uma factorização, racionalizar um denominador, calcular uma derivada, multiplicar matrizes, ou mesmo somar alguns inteiros, qual é o mal em clicar em algumas teclas?

Logo no jardim escola, os alunos devem aprender a Regra dos Quatro. Colocar a ênfase na matemática, não na *algemética*. Ter como foco as ideias, as relações numéricas, analíticas, gráficas e verbais entre as ideias. Centrar-se na comunicação dessas ideias e relações.

Usar a tecnologia não como uma maneira rápida de chegar a uma resposta mas como uma ferramenta para a investigação. Usar a tecnologia para penetrar mais fundo no problema, não para ir directamente para a resposta. Usá-la como um meio de tomar como foco a matemática e não a *algemética*. Usar a tecnologia correctamente e em todas as suas possibilidades, e não apenas para somar logaritmos.

Estas mudanças, como toda a mudança, causam conflitos. As crenças e expectativas de vários grupos serão postas em causa. Aqueles que aprenderam "à maneira antiga" pensam que essa era a melhor maneira. Aqueles que ensinam "à

maneira antiga" resistirão à mudança, em parte porque tiveram sucesso com ela e em parte pela sua relutância a aprender as novas técnicas. E no entanto, os futuros empregadores dos seus alunos esperarão que eles sejam capazes de utilizar e compreender a tecnologia mais recente e de aprender a tecnologia emergente. A tecnologia deve estar presente na aula de Matemática desde o primeiro dia.

Voltemos ao anúncio que referimos no início: seis anos de trabalho reduzidos a menos de uma página! Pensem em todo esse tempo usado realmente a fazer matemática — todo esse tempo a investigar, a resolver problemas, a pensar, a discutir, a escrever sobre o que está a acontecer — certamente vale mais do que factorizar $x^2 - 4$ pela centésima vez.

Lin McMullin

Notas do tradutor

¹ Tradução para português e publicação autorizadas pelo NCTM do artigo *Algemetic*, *Mathematics Teacher*, vol.94, nº 2, Fevereiro de 2001, © NCTM.

² O autor refere-se aos Estados Unidos da América do Norte.

³ No original, o autor refere SAT — *Standard Ability Test*

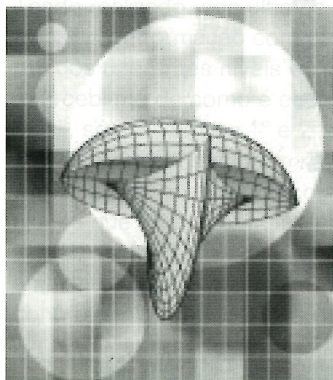
MIT vai colocar os seus cursos na Internet

O presidente do MIT (Massachusetts Institute of Technology) anunciou que esta prestigiada universidade americana vai colocar na Internet, sem qualquer custo para os utilizadores, a maior parte dos seus cursos (notas dos professores, bibliografias, trabalhos de alunos, etc.). Trata-se de uma iniciativa numa escala sem precedentes, mesmo nos E. U.

Na próxima edição da secção *Tecnologias na Educação Matemática* desenvolveremos esta notícia e gostaríamos de apresentar um *survey* das iniciativas que nas universidades portuguesas estão a ser feitas no mesmo sentido. Todas as informações podem ser enviadas para a secção, no e-mail apm@netcabo.pt.



Descobertas (mais ou menos recentes) de *sites* de Matemática na Internet



Geometrias

Um muito interessante *site* de Fernando Bensabat, professor de Geometria Descritiva. Como seria de esperar, muitas construções e explicações relativas à geometria descritiva, mas úteis para todos os professores de Matemática. Mas muitas outras coisas, em geral relativas à geometria. Veja-se para maior informação alguns dos temas tratados na subsecção Ciência:

- projecções: cónica, dupla projecção ortogonal, axonometrias, projecções cotadas;
- geometria plana: astróide, conchóide, ciclóide, elipse, espirais, pavimentações, estrofóide, lemniscata;
- formas geométricas: construção de diversos poliedros, superfícies de revolução, e muito mais.

E ainda lugares geométricos, geometria das transformações (inversão, homotetia, homologias, etc.), outras geometrias (geometria inversiva, geometria fractal), etc. etc.

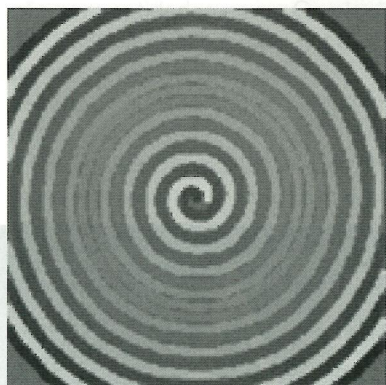
Bom, o que deve é fazer uma primeira (entre muitas) visita:

<http://www.terravista.pt/Guincho/7673/>

Science U/Geometry Center

Um dos *sites* mais famosos de matemática há alguns anos era o *Geometry Center*, da Universidade de Minnesota. Infelizmente o financiamento terminou e o *site* teve que acabar, embora ainda hoje muitas das suas ideias e produtos (por exemplo programas de visualização matemática) ainda persistam, mas dispersos em vários pontos da Internet. Alguns membros desse *Geometry Center* criaram um novo *site*, o Science U, que inclui não só geometria – formas, padrões e simetria – (no novo *Geometry Center*) mas também outros temas, como por exemplo astronomia. Não deixe de o visitar:

<http://www.ScienceU.com>



A visual dictionary of special plane curves

Sem qualquer dúvida o local de referência na Internet para a visualização das curvas planas especiais. Tem a vantagem de o seu autor o manter actualizado, e como está em construção desde 1996, é hoje extremamente rico e informativo. Para a apresentação das curvas e das suas propriedades, o autor Xah Lee utiliza *notebooks* do *Mathematica*, ficheiros *Sketchpad* e *Cabri II* e ainda filmes em *QuickTime*. No *site* existem explicações de como deve equipar e preparar o seu computador para poder visualizar toda a informação.

Como seria de esperar, são dadas indicações bibliográficas e existem *links* para outros *sites* dedicados ao mesmo tema.

A novidade importante é que está à venda um CD com todo o conteúdo do *site*, e ainda pode ser obtida a edição electrónica de um famoso livro sobre curvas, de Robert C. Yates, *Curves and their Properties*, há muito esgotado.

http://xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html

A SOLIDEZ E A EXPERIÊNCIA DE UM PASSADO DE 78 ANOS.



OS MEIOS TÉCNICOS E A VISÃO DE FUTURO DE UMA EMPRESA DO SÉCULO XXI.



SCARPA

impressores desde 1922



Sucessos e fracassos de um projecto

Tendo realizado, nos últimos anos, trabalho de formação com professores dos diferentes níveis de ensino, apercebi-me de como é cada vez mais difícil, sobretudo nos 1º e 2º ciclos, os professores conseguirem resultados significativos no trabalho com os seus alunos que se apresentam, muitas vezes, com quadros de referência e ambientes familiares que em nada contribuem para esses resultados.

Mas foi com um trabalho de projecto que orientei numa turma do 5º ano da escolaridade, com alunos com dificuldades de aprendizagem de origem diversa, que contactei mais de perto com crianças com realidades familiares altamente degradadas e degradantes que, não sendo modificadas, deitam por terra todo o trabalho desenvolvido pelos professores junto dessas crianças.

O projecto contou com um grupo de professores altamente empenhados e consistiu na elaboração e execução de estratégias adaptadas àqueles alunos que assentavam numa aprendizagem interdisciplinar. O seu desenvolvimento permitiu observar mudanças muito positivas, quer a nível de atitudes, quer a nível de conhecimentos, mas os resultados quase desapareciam quando aconteciam as paragens lectivas. A procura de colaboração com entidades como Comissões de Luta contra a Pobreza, Protecção de Menores, Centros de Saúde, etc., esbarrava quase sempre na impossibilidade das mesmas acudirem a tantos e tão graves casos. Assim, os professores acabavam por ficar com o sabor amargo de quem sabe que podia fazer mais pelo futuro daqueles jovens se existissem apoios como o de um(a) psicólogo(a) e o de um(a) assistente social a trabalhar permanentemente com a escola e a família.

Penso que, mesmo em termos de rentabilização económica, é urgente institucionalizar nas escolas dos 1º e

2º ciclos o trabalho de equipa envolvendo professores e técnicos de saúde física e mental, pois é mais dispendioso pagar a professores que não têm condições para rentabilizar o seu trabalho, e, mais tarde, pagar a recuperação de jovens e famílias física e mentalmente incapazes, além de todos os distúrbios sociais que provocam. As escolas devem ser os motores essenciais deste trabalho, pois é nelas que se revelam e reflectem as condições que determinam prioritariamente a formação dos jovens para a qual é suposto contribuírem. Mas as escolas não podem agir sobre factores sociais, económicos e culturais exteriores, sem a colaboração das instituições e dos técnicos com competência para tal.

M.ª Guilhermina Nogueira
Universidade Lusíada
Escola Secundária Almeida Garrett

45 milhões de contos são uma pequena gota de água...

Há poucos meses escrevi um artigo na secção de tecnologias intitulado "Que fazer com 45 milhões de contos?" Pouco tempo antes o governo tinha anunciado que até 2006 se ia investir em equipamento, conteúdos e formação em informática, na educação, em Portugal, 45 milhões de contos. E eu interrogava-me sobre o modo como iriam ser gastos esses 45 milhões de contos (para onde iam os computadores nas escolas, em que conteúdos se ia gastar o dinheiro, que formação se ia fazer?).

Tudo isto no pressuposto ingénuo de que 45 milhões de contos correspondia a um esforço considerável para as condições económicas portuguesas. Está claro que me apeteceu logo falar das centenas de milhões de contos que vão ser gastos nos três submarinos que vão *defender a nossa costa...*

Mas ao ler no último *Expresso* (13 de Abril de 2001) as declarações do

ministro José Lello sobre as despesas com o futebol (construção e equipamento de estádios para o Euro 2004) tive a sensação de que alguém anda aqui a fazer de parvo. Disse o ministro que

(...) é ridícula a despesa que o Governo vai ter com o Euro 2004, em quatro anos corresponderá a pouco mais de 8 milhões de contos/ano, o que se revela uma mera gota de água no investimento público global do país.

Basta então fazer umas contas: 45 milhões de contos em seis anos dá 7.5 milhões de contos/ano. É portanto uma gota de água, mesmo uma pequena gota. É uma "despesa ridícula", como diz o ministro. É difícil falar mais claro.

Eduardo Veloso

É possível ensinar Matemática?*

Disciplina: Teoria dos Números.

Assunto: demonstrações por indução finita. Classe: 65 alunos do 3º ano. O professor escreve um exercício para que a classe realize uma demonstração de uma certa relação, dentro dos números naturais.

Penso com meus botões: "Para $n=1$, basta calcular. Para $n=k$, basta escrever a hipótese. Para $n=k+1$, é igual à hipótese, bastando incluir o $+1$ ao lado de cada k . Agora, vamos à demonstração. Hummm... Esse exercício é diferente de todos os que já apareceram antes. Onde é que eu vou arranjar aquele termo ali?"

Depois de algumas tentativas infrutíferas de todo a classe, o professor é que tem de resolver o exercício, enquanto nós assistimos, frustrados por não conseguirmos passar do ponto em que escrevemos a tese. Professor: — Vejam só: acho que vou começar pelo lado direito.

Colega do lado: — Porquê? Todos os exercícios anteriores ele começou pelo lado esquerdo!

Professor: — Se eu somar este termo aqui e ao mesmo tempo subtrair...



Colega de trás: — Ora, de onde ele tirou que se pode somar aquele termo? Em nenhum dos exercícios ele fez isso!

Professor: — Vocês sabem, depois de leccionar por mais de 40 anos... Com o tempo, a gente acaba pegando o jeito.

Acabamos desistindo. Em cada exercício o professor aplicou uma estratégia diferente.

Como é que nós poderemos resolver exercícios deste tipo? Se o professor só consegue explicar por que ele acrescentou um termo que não estava lá, mas não consegue explicar como foi que ele enxergou que poderia incluir aquele termo, isto não significa que a matemática não pode ser ensinada? Ensinaaram-me a resolver equações de 1° e 2° graus, a calcular determinantes, a derivar diversos tipos de função... eu aprendi. Todos esses assuntos podem ser ensinados, pois estão baseados em técnicas bem definidas. Porém, quando chega o momento de demonstrar que $n^3 < n!$ ($n \geq 6$) agora não há meios de se ensinar aos alunos?

Eu sei, temos de criar habilidades, praticar bastante, ter 40 anos de lousa e giz. Mas como exigir que os alunos apresentem resultados a respeito de algo que não pode ser ensinado?

Depois que o professor resolveu os exercícios, é fácil olhar para cada linha da resolução até chegar ao famoso *cqd*.

A questão é: como é que nós, alunos, podemos enxergar que é necessário escrever $+a^k - a^k$ onde antes não havia nenhum a^k ? É engenhoso, elegante... jamais, em toda a minha vida, vou me esquecer disso. Porém, não me ajuda a solucionar os infinitos exercícios de demonstração por indução finita que podem aparecer em minha frente! Nos 1° e 2° anos de faculdade, tive muitas dificuldades com Geometria. Ao ingressar no curso de Bacharelado, o conhecimento mais sofisticado que eu conhecia era o Teorema de Pitágoras (não estou exagerando). Desesperado diante dos exercícios que eu não conseguia resolver, passei a tentar resolver todos os exercícios, desde os mais básicos até os mais elaborados. A Geometria foi ficando mais fácil. Passei a compreender

melhor cada teorema, a enxergar as relações entre cada parte do problema. Aqui estou eu tentando utilizar a mesma estratégia, em Teoria dos Números, na esperança que a cada exercício resolvido eu tenha adquirido conhecimentos maiores que me dêem sustentação na resolução dos próximos. Em vão. Pelo menos na parte de demonstrações por indução finita, cada exercício parece ser diferente (quando vou poder usar aquele $+a^k - a^k$ novamente?).

A Matemática pode ou não pode ser ensinada? Parece-me que uma parte dela pode (aprendi a resolver uma equação de 2° grau); porém, outra parte não pode ser ensinada (por exemplo, enxergar que $a^k - a^k$ é diferente de zero, no contexto de um certo exercício). Então, por que é que os professores da faculdade insistem em querer ensinar o que não é "ensinável"?

Mudança de visão

Hoje tenho uma visão diferente em relação à tarefa dos educadores em Matemática. As pessoas que se ocupam em compreender e buscar novas estratégias para o ensino da Matemática exercem uma função social ainda mais importante do que os matemáticos puros. Um estudioso que proponha um novo método de ensino, seja qual for o nível escolar (básico, secundário ou superior), tem uma importância maior para a sociedade que um teórico especialista em funções elípticas ou hiperquadrados não-riemannianos (tomando emprestado do engraçado artigo *O Matemático Ideal*, de Philip Davis, em seu excelente livro *A Experiência Matemática*). Um especialista pode contribuir em muito (ou pouco, não sei) para o desenvolvimento da ciência matemática e ter seu nome colocado no rol dos grandes cientistas sem ter de fato contribuído para a melhoria do mundo em que vivemos. No entanto, socialmente falando, um bom professor que tenha a capacidade de orientar, alavancar a compreensão da Matemática, ainda que básica, a uma classe de 40 alunos, parece exercer uma tarefa social ainda mais significativa. Estou actualmente participando, como aluno, de um curso de Eletrônica Básica, nos finais de semana.

São exigidos alguns conhecimentos de equações do 1° grau, grandezas directamente e inversamente proporcionais, percentagem, critérios de arredondamento, regra de três simples, potências de 10... enfim, aritmética básica de primeiro grau. Os alunos que parecem ter lacunas em seus conhecimentos de Matemática não têm apresentado tanta desenvoltura durante as aulas. Comentam que o assunto é difícil, que precisam de mais tempo para assimilar os conceitos. Mal sabem eles que na verdade não é o assunto electricidade em si que lhes parece ser difícil, mas sim a parte que envolve o raciocínio matemático! Fico me perguntando quantos cursos de mecânica de automóveis, carpintaria, pedreiro, contabilidade, auxiliar de escritório, informática, etc., são abandonados ou seguidos com muita dificuldade, devido ao despreparo dos alunos em relação aos assuntos básicos. Essas pessoas não sabem o quanto uma maior habilidade matemática poderia lhes facilitar a vida. Os alunos que abandonaram o cursinho, não pela eletrônica em si, mas sim pela matemática, ou melhor, pela ausência dela em suas vidas, talvez jamais compreendam de fato o motivo de sua desistência.

Talvez nunca chegue a ter condições de contribuir para o desenvolvimento da teoria dos hiperquadrados riemannianos, mas com certeza, por minhas próprias dificuldades e acompanhando de perto as dificuldades de meus colegas, posso vir a participar desse movimento que procura olhar a Matemática como meio de desenvolvimento do ser humano.

Paulo Sérgio Dias

Este texto é uma adaptação (autorizada), feita por Luis Reis, da mensagem enviada em 4 de Abril de 2001 por um estudante do 3° ano do curso de Bacharelado e Licenciatura em Matemática para a lista de discussão da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão de todas as contribuições no espaço disponível na revista.

A vida é feita de pequenos nada...

Isabel Paula

Quando há algumas décadas atrás o Sérgio Godinho escreveu a canção que figura no título, ainda eu não era professora e dava àquela afirmação um significado diferente da que me ocorre agora, quando penso nas aprendizagens de geometria dos meus alunos do 5º ano.

Mas começemos pelo princípio: o Conselho Pedagógico da minha escola, pretendendo colmatar as insuficiências de leitura, escrita e cálculo dos alunos, aprovou como medida de emergência que fosse introduzida uma hora suplementar no currículo destes alunos, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Esta hora figurava já com sala destinada no horário da turma e do respectivo professor desde o início do ano lectivo, podendo este geri-la como entendesse.

A minha experiência de anos anteriores com horas de APAs dizia-me que os alunos se sentem marginalizados e rotulados de menos capazes quando frequentam as tais aulas e para além disso, ao trabalhar nos Laboratórios de Matemática com alunos de todo o tipo, verifiquei que os mais fracos se entusiasma e se integram bem na turma, conseguindo superar muitas dificuldades de aprendizagem, quando as propostas são desafiadoras e não rotineiras. Logo na primeira aula, perguntei aos meninos quem tinha feito trabalho de grupo em Matemática no 1º ciclo e a resposta foi unânime "— Nenhum!" Decidi então que iria utilizar essa hora para desenvolver essa competência em todos os alunos, o que significava na prática cumprir o programa na sua tripla dimensão: conhecimentos, capacidades e atitudes.

A segunda aula decorreu na Sala Multíusos, observando e discutindo episódios de vídeos *As Maravilhas da*

Natureza e o Egipto supostamente destinados às aulas de Ciências e de História, mas onde ressaltavam os cristais e formas geométricas, a construção de pirâmides e o papel do Homem e da organização social, valorizando a Geometria. Pretendia que os alunos se apercebessem que os sólidos geométricos não tinham sido criados de propósito para se saber as arestas, as faces e os vértices, nem que bastava saber nomes e classificações para conhecer geometria, pois esta tem uma natureza humana.

Na terceira aula, continuámos a estudar Geometria sem livro, observando o espaço que nos rodeia no pátio da escola. Para além da importância afectiva de me encontrar com os alunos fora da sala de aula e de irmos falando informalmente, pude constatar diálogos travados entre eles, discutindo-se "coisinhas sem importância":

- O bebedouro é um quadrado.
- É mesmo?
- Não, se fosse um quadrado não podíamos beber água. É um cubo sem tampa. Tem cinco quadrados.
-
- A porta do lago é um rectângulo.
- Aham que se podia abrir se fosse um rectângulo?
- Não, por isso é um prisma.
-
- Oh *stora*, olhe ali aquele bicho!
- É a *maria-café*, tem a forma de um cilindro...
- Mas quando se enrola tem a forma de uma esfera.

Na quarta aula, os alunos formaram grupos de trabalho para serem elaborados relatórios sobre o que tinham observado, respondendo a duas questões:

Ao organizar deste modo o processo de ensino-aprendizagem pretendia que os alunos falassem, interagindo entre si, desenvolvendo o seu pensamento e os seus conceitos espontâneos, descrevendo formas através da experiência e estabelecendo relações entre elas. Com este trabalho, os alunos compreendiam que não bastava saber nomes e classificações para conhecer geometria, pois esta tem uma natureza humana.

- quais os sólidos geométricos observados, no vídeo e na escola, que são fruto da Natureza;
- quais os sólidos geométricos observados, nos vídeos e na escola, que são resultantes da acção do Homem.

Com a elaboração desses relatórios, que seriam posteriormente apresentados à turma, pretendia que os alunos falassem, desenvolvendo o seu pensamento e os seus conceitos espontâneos, descrevendo formas obtidas através da experiência e estabelecendo relações entre elas, construindo a pouco e pouco conceitos científicos sobre geometria. Pretendia ainda que ficasse claro que o conhecimento matemático não dependia da autoridade do meu saber, mas que este tem um carácter humano e se vem desenvolvendo ao longo de milénios.

Ao mesmo tempo que iam elaborando os seus escritos, iam interagindo com os colegas, colocando dúvidas e tentando exprimir-se com clareza. Aprender geometria, também no 5º ano, não consiste na transmissão do modo de pensar do professor ou de recitar as definições do manual, mas de ir vendo a estrutura abstracta que se encontra por detrás das formas.

De acordo com Vygotsky (1998), na formação de conceitos é importante a palavra e a experiência em simultâneo, não apenas uma delas, uma vez que uma mesma palavra pode ter significados diferentes para o professor e para o aluno e a experiência serve para se irem abstraindo e isolando elementos de um todo. Estes aspectos podem ser revelados durante a elaboração e a apresentação oral de um relatório:

- Nós vimos que o telhado tinha a forma de um triângulo.
- Não, acho que é de um prisma.
- Então vai lá ao saco dos sólidos e tira aquele que achas mais parecido com o telhado.
- Já vi, não é um triângulo, é um prisma triangular, tem dois triângulos.

— Pois, o triângulo é espalmado, como as folhas.

....

Na aula de apoio seguinte, metade da turma foi para os computadores do Centro de Recursos, melhorar o



aspecto gráfico dos trabalhos, enquanto a outra metade trabalhava comigo na construção de poliedros e nas planificações do cubo, com polydrons.

Este trabalho, diversificado no espaço, metade da turma comigo, outra metade no Centro de Recursos, foi sendo uma constante durante todo o ano. Os alunos não faltavam, esperavam-me junto à sala para combinarmos qual a tarefa que iria ser realizada no Centro de Recursos e que seria, posteriormente, discutida por toda a turma. A turma J era totalmente autónoma nestas decisões, ligando o fora com o dentro da sala de aula, mas o mesmo não sucedeu com a turma H, onde existia um elevado número de alunos com planos de apoio educativo.

Quando em Outubro, consultei a Internet no *site* da APM, verifiquei que a proposta de investigação *Sete Pontos* se adequava à metodologia que estava a desenvolver. Não era apenas uma proposta para os alunos elaborarem relatórios e discutirem, apelava à interacção, à discussão e ao trabalho em grupo. Mais uma vez, a "bendita" hora foi útil, permitindo aos grupos, com calma, efectuarem as suas descobertas, fazerem previsões e desenvolverem a persistência,

investigando o que queriam. Foi para mim surpreendente e entusiasmante verificar que apenas um mês depois de estarem nesta escola, os alunos investigaram intensamente os polígonos, segundo os seus interesses, uns aprofundando os triângulos, outros os quadriláteros. Um grupo baptizou os polígonos de "recortados" e "não recortados", pois desconheciam que se chamavam convexos e não convexos.

Deixei-os com esta designação, por me parecer que um excessivo número de nomes neste unidade, poderia confundi-los e o que era relevante era o processo utilizado por eles.

A ida dos alunos ao computador, para enviar mensagens por correio electrónico, o *feed-back* personalizado e muito simpático que

receberam e o facto de um dos grupos ter merecido, pelas suas respostas, figurar no *placard* do *site* da APM, contribuíram muito para desenvolver o gosto pela aprendizagem de Matemática.

A consulta do manual foi efectuada dentro dos grupos, segundo as suas necessidades, reconhecendo os alunos, em alguns casos, que a sua maior dificuldade tinha sido na organização e no método de estudo. A pouco e pouco fui-me apercebendo de progressos na autonomia dos alunos, que ainda há pouco tempo tinham apenas uma professora no 1º ciclo e nesse momento se deparavam com dez no seu conselho de turma. Será o número de professores um factor negativo determinante para a desorganização dos alunos quando mudam de ciclo?

Para além dos trabalhos desenvolvidos apenas em Matemática, foi realizado um trabalho de natureza interdisciplinar, com História e EVT, que surgiu um pouco por acaso. A professora de História informou na reunião intercalar o projecto de uma visita de estudo ao palácio de Sintra, integrada no tema *Descobrimientos*. As professoras de EVT estavam a trabalhar geometria, dividindo a

circunferência em partes iguais e eu decidi alterar a ordem das unidades e começar a estudar os ângulos. Surgiram assim as Pavimentações.

Cada aluno construía em cartolinas ou papel de lustro triângulos equiláteros, quadrados, hexágonos, octógonos e dodecágonos, partindo de circunferências com igual raio e segundo as orientações da professora EVT. Depois, em grupo, verificaram que polígonos pavimentavam o plano. Como é evidente a pavimentação foi relacionada com a amplitude do ângulo giro, no vértice comum dos polígonos, aproveitando para se estudar a divisão inteira e não inteira.

Tal como noutras aulas, os alunos apresentaram à turma os seus relatórios, afirmando:

Começámos a fazer a pavimentação com quadrados e chegámos à conclusão que colando quatro quadrados formávamos um ângulo giro, porque havia quatro ângulos rectos;

Os octógonos não pavimentam sozinhos, precisam de um quadrado. Cada ângulo do octógono mede 135° . Ficou muito giro!

Cada ângulo do triângulo equilátero mede 60° , se multiplicarmos por seis, que é o número de triângulos no mesmo vértice, vai dar 360° , que é o ângulo giro.

Os alunos faziam inicialmente os cálculos, dividindo 360° pelo número de polígonos iguais, no mesmo vértice, determinando a medida do ângulo interno e depois iam verificar com o transferidor. Quando eram necessários polígonos diferentes no mesmo vértice, esse facto era discutido a partir da divisão e do resto obtido.

A visita de estudo de carácter interdisciplinar serviu para realçar estes aspectos matemáticos, encontrando os alunos nas decorações do chão e do tecto, e nos azulejos que revestiam as paredes, mais exemplos de polígonos que pavimentavam, para além dos regulares.

Num artigo para o jornal da escola a

relatar a visita, a aluna S. escreveu:

Acho que esta matéria das pavimentações é interessante, é uma coisa do dia a dia, que as pessoas nem reparam.

Também a aluna R escreveu:

Vimos que a Matemática está ligada a outras disciplinas, como por exemplo a História e a Arquitectura, assim é mais fácil aprender.

Nas duas turmas estavam integrados alunos com *necessidades educativas especiais* quer físicas quer psicológicas. Está vulgarizado, nos Gabinetes de Psicologia das escolas, que eles beneficiem de aulas à parte, fundamentalmente para reforço de conhecimentos sem os quais não conseguirão acompanhar os outros. A ideia que presidiu a todo este trabalho é oposta, defendendo que os alunos

conseguindo colocar dúvidas, ser também ela a porta-voz do grupo, explicando à turma, primeiro olhando para mim, e depois com mais alguma autonomia. A sua descrição, no final do ano, é esclarecedora, tanto mais que no relatório que tinha se referiam dificuldades de integração e de relacionamento interpessoal:

As aulas de apoio foram boas para os alunos que têm dificuldades, mas também deviam ser sempre para todos os alunos, para trabalharmos em grupo. Eu, no meu grupo levantei, graças à *stora* e aos alunos que me apoiaram. Gosto de discutir em grupo com os meus colegas.

Esta metodologia aplicada nas aulas de apoio, permitiu desenvolver as capacidades de todos os alunos.

Sabendo que cada aluno é um caso, particularmente no âmbito do ensino especial, não é possível generalizar metodologias ou técnicas. Neste trabalho foi importante utilizar como suporte no grupo e na turma um par mais competente, partir do pressuposto de que todo o conhecimento é mediado por ferramentas materiais e psicológicas que se encontram disponíveis na comunidade sendo aqui consideradas como tal a aula de matemática, mesmo que decorra em vários espaços da escola.



primeiro aprendem no plano social e só depois no plano individual, conforme afirma Vygotsky (1998).

Quando a técnica desse gabinete solicitou, no conselho de turma, que elaborasse um currículo adaptado para uma aluna, nem me passou pela cabeça isolá-la, afastando-a da comunicação com os seus pares. Aliás, a aluna pedia para não fazer testes distintos dos colegas, pois sentia-se "diferente", no mau sentido. Foi-me muito útil a consulta do livro editado pelo DEB, *A Matemática na Educação Básica*, porque me permitiu fundamentar as minhas ideias junto da especialista do ensino especial.

Esta aluna, a pouco e pouco foi

Voltando de novo à canção do Sérgio que acho adequada a tudo isto,

não julgo que a solução
seja servida num boião...
às colheradas...

Andamos sempre a experimentar,
porque a vida é feita de pequenos
nadas...

Bibliografia

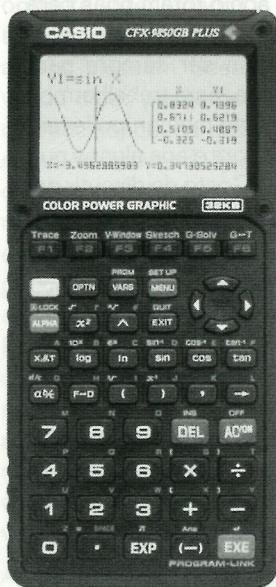
- Abrantes, P., Oliveira, I. e Serrazina, L. (1999)- *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação- DEB.
- Vygotsky, L.S (1998)- *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes (trabalho original em inglês publicado em 1987).

Isabel Paula
E. B. 2, 3 Oeiras

CASIO CALCULADORAS PARA O ENSINO

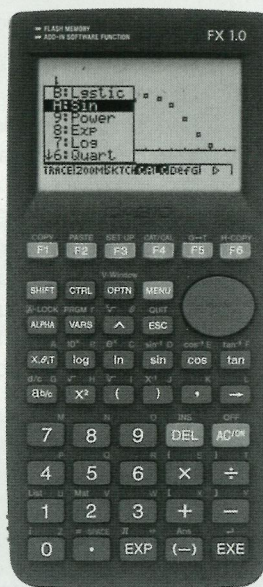
A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado, perfeitamente adaptada ao ensino em Portugal. Prestamos apoio constante a professores e escolas, através de várias acções técnicas e pedagógicas do programa educacional Casio.

GRÁFICAS



CFX 9850 Gb Plus

- Visor a cores
- 32 Kb Ram + 28 Kb Rom
- Estatística Avançada
- Cálculo Financeiro
- Matrizes
- Complexos
- Raízes Reais e Complexos
- Derivados
- Cónicas
- 10 Modelos de Regressão
- Biblioteca Incorporada
- Ligação a PC, Analisador de Dados, e Vídeo/TV
- Modelo com Painel para Retroprojector



FX 1.0

- Memória Flash 768K + 144K Ram (cerca de 1 Megabyte)
- Excelente Visor Monocromático
- Funções Gráficas de Alto Nível
- Rápido Acesso aos Menus e Diversas Opções
- Gráficos Dinâmicos e Duplas – Cónicas – Complexos
- Estatística – Equações até 30 Incógnitas
- Matrizes – Integração – Cálculo Diferencial
- Operações Lógicas – Programação Tipo Basic
- Actualização pela Internet com Programas e Aplicações
- Linguagem de Trabalho e Aplicação da Linguagem Portuguesa (download da Internet)

e ainda: FX 7450 G, FX 9750, Álgebra FX 2.0

ACESSÓRIOS P/ GRÁFICAS

CABO SB 87

Ligação a PC das gráficas CASIO com software FA123

TV/VÍDEO - Vi 9850 G

Ligação a TV e Video projector da CASIO CFX 9850 Gb Plus

KITS PARA RETROPROJECTOR

Conjunto Máquina + Data Display + cartão emulador

ANALISADOR DE DADOS

Recolha de Dados vários com sondas incluídas e ligação das gráficas CASIO; Analisador EA-100, Sensor de Movimento EA-2

CIENTÍFICAS



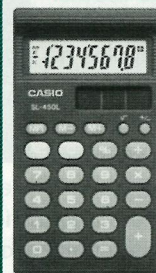
FX 82 TL

FX 570 W

FX 350

- Científicas de alto nível,
Simples, Económicas,
Poderosas
- Visor com 2 linhas

ELEMENTARES



HS 8 ER

HL 820 ER

SL 450

- Robustas
- Económicas
- Modelos ER com cálculo de EUROS

P.E.C. Programa Educacional CASIO

Apoio Técnico e Pedagógico - Programa de Empréstimos - Cursos de Formação

O PEC - Programa Educacional CASIO, numa das suas várias vertentes, desenvolve **cursos de formação** (gratuitos), tendo como objectivo familiarizar a classe docente com a tecnologia das calculadoras gráficas e a sua aplicação aos novos programas de matemática.

O programa de cursos de formação desenvolvido pela CASIO, conta com o apoio de uma Equipa de Professores de Matemática a nível nacional, que não só realizarão os cursos como **também responderão a qualquer solicitação técnica e/ou pedagógica.**

CONTACTOS

APOIO PEDAGÓGICO
POR TELEFONE:

212 060 877 / 213 122 868

E-MAIL:

jotafilipe@clix.pt / mail@beltraoc.pt

CASIO Japão: ACTIVIDADES DOWNLOADS

www.casio.co.jp/edu_e/



**BELTRÃO
COELHO**

Lisboa, Porto, Barreiro, Braga,
Aveiro, Coimbra, Santarém, Setúbal,
Faro, Funchal e Sintra
www.beltraoc.pt

Rede MatTic

Uma planta semeada nas Escolas da Linha de Cascais

Arlete Jorge e Fernanda Salgueiro



A Rede MatTic é um projecto inter-escolas construído por professores de Matemática do 3º ciclo tendo como

grandes finalidades a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem e a promoção de atitudes mais positivas face à Matemática.

É um projecto de formação/investigação/acção uma vez que faz a ligação entre a formação dos professores e a formação dos alunos através de um processo conjunto de planificação e construção de materiais para as aulas, a sua aplicação com os alunos e posterior reflexão. A incidência fundamental recaiu no ensino e aprendizagem da Matemática com as Tecnologias de Informação e Comunicação.

Este projecto teve como sementes duas práticas independentes:

- realização de reuniões conjuntas no ano lectivo 1996/97 dos delegados de Matemática das escolas da zona pedagógica AP10 (entre Lisboa e Cascais) onde os professores manifestaram o seu interesse pela continuação de um trabalho conjunto;
- prática pedagógica de alguns professores que, na sequência da sua participação do projecto Minerva, tinham vindo a ensaiar a utilização de computadores nas suas aulas ou com pequenos grupos de alunos, mas sem um enquadramento que lhes permitisse divulgar experiências, conhecer outras abordagens, validar as suas actuações.

Enraizou-se nas escolas pela necessidade sentida pelos professores de Matemática quer de inovação/reformulação das suas práticas pedagógicas, nomeadamente pela introdução das novas Tecnologias de

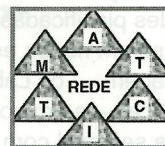
Informação e Comunicação (TIC) e novas formas de organização do trabalho dos alunos, quer, e sobretudo, de desenvolvimento de um processo formativo a realizar em conjunto pelos professores, que resultasse na aquisição/actualização de conhecimentos, na troca de ideias e planificação conjunta de actividades a realizar nas suas aulas, assim como de divulgação e reflexão sobre as práticas implementadas e materiais utilizados.

A Rede MatTic nasceu em 1997, sendo delineada para um horizonte temporal de 3 anos lectivos, de forma a acompanhar os anos de escolaridade do 3º ciclo do Ensino Básico.

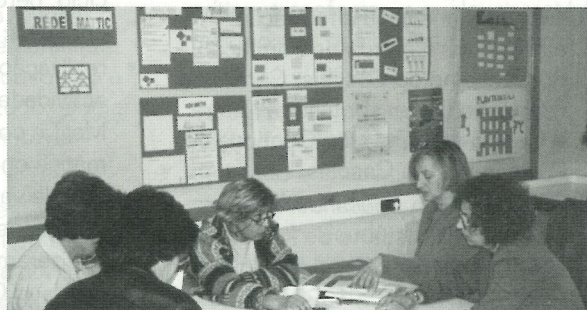
Este ano lectivo 2000/2001 continuámos a desenvolver o projecto e alargámos a nossa área de intervenção aos níveis adjacentes: 2º ciclo (6º ano) e secundário (10º ano).

O tronco deste projecto ergueu-se através de um processo formativo na modalidade de Projecto, acreditado pelo Conselho Científico Pedagógico da Formação Contínua de Professores, na área do ensino da Matemática com as Tecnologias de Informação e Comunicação, proporcionando uma prática reflexiva que acompanhou a renovação do processo de aprendizagem, pois que a implementação ao nível da sala de aula foi decorrente dessa formação e inerente ao próprio Projecto.

Assim, desenvolveu-se um processo que incluiu duas vertentes interligadas: formação de professores e experimentação com alunos.

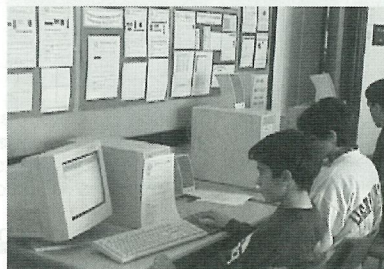


A primeira vertente, dedicada à formação de professores, contemplou momentos de aquisição de novas competências, cursos de formação, nomeadamente a exploração de *software* aplicável na Matemática (*Excel, Estat, Cabri Géomètre 2, Sketchpad, Escher, Mathcad, Derive, Graphic Calculus, MathGV32, Advanced Grapher, etc.*), e prolongou-se pela realização de oficinas periódicas; estas foram espaços mediadores entre os cursos e a experimentação com os alunos, realizando-se em regime de rotatividade de nas várias escolas do projecto.



Foram momentos de planificação conjunta, construção e experimentação de materiais, reflexão sobre as práticas implementadas, análise de textos pedagógicos e científicos de apoio à prática pedagógica.

A segunda vertente foi dedicada ao desenvolvimento de actividades com



os alunos num ambiente de aprendizagem mais rico, através do equipamento de Laboratórios de Matemática com sistemas informáticos e material didáctico

diverso, onde os alunos utilizaram os materiais para explorar situações, tentar descobrir relações, discutindo

entre eles de forma a colaborarem uns com os outros, desenvolvendo o seu raciocínio e a capacidade de enfrentar novas situações. Esta experimentação com os alunos das actividades planificadas em conjunto realizou-se em novos espaços de aprendizagem — os Laboratórios de Matemática — e em novos tempos — uma hora semanal com as turmas desdobradas.

Contribuiu para o crescimento desta planta o suporte pedagógico e científico recolhido em diversas fontes nomeadamente as publicadas pela APM e IIE e o financiamento obtido através de concursos e programas oficiais:

Programa *Nónio Século XXI* do Ministério da Educação;

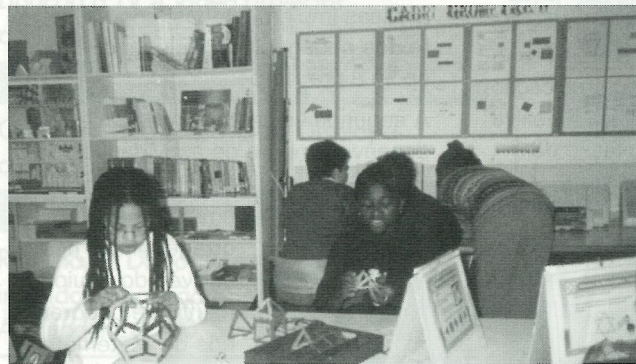
Programa *A Internet na Escola* do Ministério da Ciência e da Tecnologia;

Projecto *PORM@T*, que divulgou a Rede MatTic na *internet* através do endereço www.malhatlantica.pt/mat do Centro de Competência "Malha Atlântica";

FOCO, que financiou a formação através dos Centros de Formação do Concelho de Cascais: Centro de Formação Professor Lindley Cintra e Centro de Formação Contínua de Professores de Cascais;

Concurso *Inovar, Educando/Educar, Inovando* do Instituto de Inovação Educacional (9ª, 10ª e 11ª edições — de 1997/1998 a 1999/2000);

Programa *Boa Esperança/Boas Práticas* (DREL e IIE — desde 1999/2000).



A Rede ramificou-se por 8 escolas onde está a ser implementada: 2 secundárias (Carcavelos e Parede — Fernando Lopes Graça), 5 básicas do 2º e 3º ciclos (Caxias, Galiza, Cascais

— Prof. António Pereira Coutinho, São Domingos de Rana — Matilde Rosa Araújo, Parede — Santo António) e um colégio particular (Estoril — Dona Luisa Sigea).

No 1º ano contou com a participação de 13 professores e os respectivos alunos. Actualmente participam no projecto 25 professores e cerca de 70 turmas.

O projecto floresceu por vários meios e de diversas formas:

- criação de Laboratórios de Matemática devidamente equipados com materiais didácticos e informáticos;
- construção de um conjunto de planos e fichas de trabalho de acordo com os currículos do 3º ciclo, percorrendo as várias unidades;
- realização em cada escola de actividades de divulgação da Rede MatTic como a Semana da Matemática onde se utilizaram uma grande variedade de materiais didácticos, jogos, *puzzles* e se realizaram exposições e concursos diversos (problemas, fotografias, cartazes, logotipos);
- utilização da *internet* para estabelecer uma comunicação mais assídua



entre os professores, permitindo a circulação dos materiais através do correio electrónico e dar visibilidade externa ao trabalho desenvolvido; para isso criámos um *site* onde publicámos os nossos materiais, em www.malhatlantica.pt/mat/. Neste sítio os

alunos encontraram problemas e curiosidades, por ele tiveram acesso a outros sítios, recolheram informação e *software* e aí publicaram os seus trabalhos

sobre História da Matemática;

- divulgação externa do projecto em diversas instituições e eventos como encontros, seminários, jornadas e em diversos meios de comunicação — jornais, revistas, rádio e televisão.

Para finalizar podemos salientar como frutos desta planta:

- a criação e consolidação de uma Rede de formação/acção estabelecida entre professores das escolas desta zona;
- o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática, através da sua formação, suscitando uma prática reflexiva;
- enriquecimento do meio de aprendizagem dos alunos, através da construção de Laboratórios de Matemática equipados com materiais informáticos e outros, o que permitiu diversificar os contextos de aprendizagem;
- renovação do processo de ensino/aprendizagem da Matemática com a utilização dos Laboratórios de Matemática onde as aulas funcionaram em regime de desdobramento, com a consequente melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática e uma nova atitude face a esta disciplina;
- disseminação do projecto dentro de cada escola, noutras escolas do 3º ciclo e noutros níveis de escolaridade.

A nossa perspectiva futura é a continuação e aprofundamento do trabalho que tem vindo a ser desenvolvido na Rede, simultaneamente com a realização de uma investigação sobre o projecto que fundamente a sua disseminação como prática pedagógica inserida nos "currículos normais".

Arlete Jorge

Esc. de Stº António, E.B. 2, 3 da Parede

Fernanda Salgueiro

Esc. Básica 2, 3 da Galiza, Estoril



O homem das “benditas ilusões”

O primeiro divulgador científico português

As preocupações com a divulgação científica, a criação de um novo estilo de ensino e das bases para a investigação foram alguns dos contributos de Bento de Jesus Caraça para a matemática

RAQUEL MARTINS

Ao contrário do que se possa pensar, Bento de Jesus Caraça não inventou complicadas fórmulas matemáticas — criou sim uma nova forma de ensinar e esta ciência e lançou as bases para que a investigação matemática se tornasse uma realidade em Portugal. Tudo isto numa época em que a informação e o ensino, controlado pelo Estado Novo, não admitia qualquer intervenção mais ousada.

“Bento de Jesus Caraça não foi criador, mas a sua acção, criaram-se as condições para que se fizesse investigação científica em Portugal, nomeadamente na área da matemática”, sublinha Paulo Almeida, professor no Instituto Superior Técnico.

Para este professor, quando se fala do contributo de Jesus Caraça para a matemática toca-se, geralmente, em dois extremos: “Um é endossar a sua obra matemática, quando o seu valor está mais na criação de condições para que se pudesse desenvolver o ensino e a investigação da matemática. O outro é ver as pessoas ignorarem a dívida que têm para com ele”.

Durante toda a vida, Bento de Jesus Caraça lutou pela democratização do conhecimento. Os seus trabalhos alusivos à matemática dirigem-se a dois públicos: aos seus alunos — é o caso de “Lições de Álgebra e Análise” — e ao cidadão comum. É a pensar neste último que, em 1941, nasce a “Biblioteca Cosmos”, uma colecção de livros de divulgação científica e cultural da sua responsabilidade. Entre 1941-42 publica nesta colecção os “Conceitos Fundamentais da Matemática”, obra pioneira em Portugal dirigida ao grande público e que o tornou conhecido.

“Os cursos de Bento de Jesus Caraça tinham muita qualidade, mas actualmente há melhor. Contudo, o seu livro não perdeu a actualidade. É útil porque apela à inteligência e à dignidade do leitor”, refere Paulo Almeida.

Cumprindo o objectivo de divulgar a ciência, Jesus Caraça foi também um dos fundadores da “Gazeta da Matemática” — a primeira revista de divulgação matemática portuguesa.

Bento de Jesus Caraça criou um novo estilo de ensino da matemática. Sobre a sua vertente pedagógica, José Sebastião e Silva, considerado por muitos como o maior matemático português do século XX, dizia: “Até ao Caraça, os professores de matemática davam aulas a olhar para o quadro. Depois do Caraça todos os professores de matemática se sentem na obrigação de dar aulas a olhar nos olhos dos alunos”.

Se a exigência das suas disciplinas pode ser comparada com a de outros professores da época, as questões abordadas e a forma como eram expostas eram bem diferentes. Paulo Almeida considera que Bento de Jesus Caraça foi um verdadeiro pedagogo, “pois incutia sentido crítico e autonomia mental aos seus alunos”.

O contributo deste matemático para o desenvolvimento da investigação em Portugal é visível nas acções que desenvolveu durante a sua carreira e enquanto cidadão. Em 1936 funda, com outros recém-doutos da área da matemática e da física, o Núcleo de Física, Química e Matemática, cujo principal objectivo era concentrar esforços no sentido de obter as facilidades para utilizar as salas de conferências e como locais de trabalho.

Bento de Jesus Caraça acreditava que a matemática poderia contribuir para o bem-estar da humanidade, através da aplicação desta ciência nas mais diversas áreas — nomeadamente a economia. É assim que, em 1938, cria o Centro de Estudos Matemáticos Aplicados à Economia, numa tentativa de trazer a econometria para Portugal. A este centro seguem-se depois o Centro de Estudos Matemáticos do Porto e o Centro de Estudos Matemáticos de Lisboa. Bento de Jesus Caraça foi também um grande animador da Sociedade Portuguesa de Matemática, da qual foi presidente entre 1943 e 1944. ■

No curto meio século em que viveu, Bento de Jesus Caraça lutou incansavelmente, pelo conhecimento, pela cultura, pela educação para todos.

Associando-nos a tantos outros, não queremos deixar passar essa efeméride sem homenagear esta

Ao contrário do que se possa pensar, Bento de Jesus Caraça não inventou complicadas fórmulas matemáticas — criou sim uma nova forma de ensinar e divulgar esta ciência e lançou as bases para que a investigação matemática se tornasse uma realidade em Portugal. Tudo isto numa época em que a informação era escassa e o ensino, controlado pelo Estado Novo, não admitia qualquer intervenção mais ousada.

grande figura portuguesa, evocar o homem justo, optimista e confiante, lembrar o cidadão pleno devotado à causa colectiva e, sobretudo, elogiar o distinto matemático e o notável pedagogo que foi Jesus Caraça.

Optimista por natureza, este alentejano invulgar acreditou sempre que a matemática poderia contribuir para o bem estar da humanidade. Apostou na divulgação científica e na criação de hábitos de leitura, criando a Biblioteca Cosmos e uma universidade de popular. Deixa vasta obra matemática, da qual salientam os *Conceitos Fundamentais da Matemática* e *Lições de Álgebra e Análise*. O último, publicado em 1935, é visto por Sebastião e Silva como *Uma presença na história do ensino da matemática em Portugal*.

Bento de Jesus Caraça acreditava que a matemática poderia contribuir para o bem-estar da humanidade, através da aplicação desta ciência nas mais diversas áreas — nomeadamente a economia. É assim que,

Não receando controvérsias, polémicas e confrontos, levantou-se contra uma concepção retrógrada da mate-

mática e defendeu publicamente a perspectiva da matemática como uma construção humana.

Porém, o seu legado mais significativo e ousado foi a criação de condições para o desenvolvimento do ensino e da investigação da matemática. Criou, de facto, uma nova forma de abordar o ensino da matemática. Sobre a sua vertente pedagógica, diz Sebastião e Silva: “Até ao Caraça, os professores de matemática davam aulas a olhar para o quadro. Depois do Caraça todos os professores de matemática se sentem na obrigação de dar aulas a olhar nos olhos dos alunos”. Este professor justo, solícito e disponível, mas também rigoroso, exigente e crítico, transformava qualquer matéria, mesmo que desinteressante, num universo atraente.

Para além do mestre, sobressai o político. Cidadão interveniente, dedicado e lutador pelas grandes causas, batendo-se pela liberdade, pela solidariedade, pela justiça, denuncia a arbitrariedade a opressão e a desigualdade. É o “despertar das almas” que o move.

Bento de Jesus Caraça acreditava profundamente no homem: “as ilusões nunca são perdidas. Elas significam o que há de melhor na vida dos homens e dos povos (...). Benditas as ilusões, a adesão firme e total a qualquer coisa de grande, que nos ultrapassa e nos requer. Sem ilusão nada de sublime teria sido realizado”.

Terminando com Helena Neves, que prepara uma biografia de Bento de Jesus Caraça: “Cem anos após o seu nascimento, permanece contagiante o seu pensamento, a sua vida. Fascinando.”

Fátima Guimarães
EB 2,3 de Telheiras

Paula Canavarro
Universidade de Évora

Resolução de problemas e pensamento crítico

Em torno da(s) possibilidade(s) de articulação

Celina Tenreiro-Vieira e Rui Marques Vieira

Em consonância com o estabelecido na Lei de Bases do Sistema Educativo (1986), os planos curriculares da disciplina de Matemática, designadamente no primeiro e segundo ciclos do Ensino Básico, estabelecem objectivos orientados para a formação de cidadãos socialmente intervenientes, capazes de solucionar problemas com que se confrontam no quotidiano. Daí que a resolução de problemas constitua o eixo organizador do foco de ensino e das experiências de aprendizagem. A resolução de problemas surge como um contexto para os alunos usarem as suas capacidades de pensamento, designadamente de pensamento crítico, a fim de se tornarem melhores solucionadores de problemas pessoais e sociais que envolvem conhecimentos de matemática.

Tal perspectiva parece continuar a ser acolhida no actual contexto de reorganização curricular, orientada para o estabelecimento de um currículo nacional associado à definição de experiências de aprendizagem e de competências consideradas essenciais. Com efeito, entre as experiências de aprendizagem consideradas essenciais para a disciplina de Matemática no ensino básico encontra-se a resolução de problemas. De acordo com a posição do Departamento de Educação Básica (DEB) expressa no documento *Proposta de reorganização curricular do ensino básico*, a resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal, pelo que deve estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação. Por sua vez, a noção de competência está relacionada com um saber em acção, envolvendo conhecimentos, atitudes e capacidades de pensamento, designadamente de pensamento crítico, como, por exemplo, formular hipóteses e generalizar.

Neste enquadramento, assume relevância a preocupação em torno do desenvolvimento de práticas docentes que contemplem a resolução de problemas como um contexto para a promoção de capacidades de pensamento, em particular de pensamento crítico. Tanto mais que, estudos sobre as práticas de sala de aula apontam no sentido de estas continuarem a desprezar a resolução de problemas bem como as capacidades de pensamento (Afonso e Afonso, 1994; Rainho, 1997; Vale, 1995).

Tendo em consideração as dificuldades pragmáticas do professor no desenvolvimento e concretização de situações de aprendizagem assentes na resolução de problemas e que estejam orientadas para o pensamento crítico, os autores delinearam e testaram, com alunos do primeiro e segundo ciclos, uma abordagem que articula o apelo explícito a capacidades de pensamento crítico no contexto da resolução de problemas na aula de Matemática. O facto de as evidências recolhidas terem apontado no sentido de por esta via ser possível promover o nível de pensamento crítico dos alunos e melhorar a sua competência de resolução de problemas, constitui um incentivo à partilha e divulgação da mesma abordagem.

Assim, a abordagem em causa traduz-se por estabelecer quadros de referência adequados sobre a resolução de problemas e o pensamento crítico e usar tais quadros de referência para concretizar o desenvolvimento de actividades de resolução de problemas que apelam a capacidades de pensamento crítico. O quadro teórico sobre a resolução de problemas considerado adequado e por isso adoptado foi o Modelo de Resolução de Problemas de Polya (1957/1985). Este, ao explicitar as fases envolvidas

Tendo por base uma experiência realizada com alunos dos primeiro e segundo ciclos, os autores apresentam uma abordagem que articula o apelo explícito a capacidades de pensamento crítico no contexto de resolução de problemas na aula de Matemática.

na resolução de problemas, torna-se um precioso auxiliar na construção de situações de aprendizagem de efectiva resolução de problemas, ou seja, situações para as quais o aluno não dispõe de imediato de uma forma de resolução, mas em cuja resolução se empenha activamente. Como clarifica Polya (1957/1985), um problema começa, em geral, com o levantamento de questões a partir das quais se desenha a proposta de etapas ou fases de resolução.

Em relação ao pensamento crítico, o quadro de referência considerado foi a definição operacional proposta por Ennis que se encontra operacionalizada numa tabela (Tenreiro-Vieira, 2000; Tenreiro-Vieira e Vieira, no prelo). Esta tabela, ao listar de forma exaustiva e clara as capacidades inerentes ao pensamento crítico, constitui, como sugere a investigação realizada por Tenreiro-Vieira (1994, 2000) e por Vieira (1995), um instrumento de trabalho para escrever questões a incluir nas actividades de aprendizagem por forma a garantir o apelo a capacidades de pensamento crítico, sendo possível identificar, com clareza, quais as capacidades a que cada questão, situação ou item apela.

As capacidades de pensamento crítico, tendo em consideração a definição operacional de pensamento crítico de Ennis (1989), encontram-se agrupadas em cinco categorias principais: (1) Clarificação Elementar, (2) Suporte Básico, (3) Inferência, (4) Clarificação Elaborada e (5) Estratégias e Táticas. As diferentes capacidades incluídas em cada uma destas áreas envolvem, por sua vez, um compósito de capacidades inter-relacionadas. Por exemplo, a área de clarificação elementar envolve as capacidades de pensamento crítico: (1) Focar uma questão, (2) Analisar argumentos e (3) Fazer e responder a questões de clarificação e/ou desafio. Cada uma destas capacidades envolve ainda várias capacidades. A capacidade de pensamento crítico "(2) Analisar argumentos" envolve várias capacidades de pensamento crítico tais como: (a) Identificar conclusões, (b) Identificar razões enunciadas, (d) Procurar semelhanças e diferenças, (e) Identificar e lidar com irrelevâncias, e (g) Resumir.

Um outro exemplo ainda, a área de inferência inclui as capacidades de pensamento crítico: (1) Deduzir e avaliar deduções, (2) Fazer e avaliar induções e (3) Fazer e avaliar juízos de valor. Cada uma destas capacidades envolve várias capacidades. A título ilustrativo mencione-se o caso da capacidade de pensamento crítico "Fazer e avaliar induções", a qual envolve as capacidades de pensamento crítico: (a) Generalizar, (b) Explicar e formular hipóteses e (c) Investigar. Cada uma destas capacidades, por seu turno, envolve outras capacidades de pensamento crítico. No caso, por exemplo, da capacidade de "Generalizar", esta envolve, entre outras, as capacidades: (1) Tipificação de dados e (4) Tabelas e Gráficos.

A fim de ilustrar a forma como os quadros teóricos acima referidos podem ser usados para desenvolver uma actividade de resolução de problemas orientada para o pensamento crítico, inclui-se a seguir uma tabela que estabelece a relação entre as fases do modelo de resolução de problemas de Polya e algumas capacidades de pensamento crítico que podem ser exigidas no contexto de cada fase e por forma a operacionalizar cada uma delas. Para tal, utilizou-se um problema de processo, amplamente divulgado, denominado "As cantigas da Gustava" que diz o seguinte:

Quando a Gustava começou as suas aulas de canto sabia quatro cantigas. Ao fim da primeira semana sabia cinco cantigas. No final da segunda semana sabia sete cantigas e no final da terceira semana sabia 10. Se a Gustava continuar a aprender cantigas a este ritmo quantas saberá ao fim de 12 semanas?

Da leitura da tabela resulta evidente a articulação que pode ser estabelecida entre a resolução de problemas e o pensamento crítico com o propósito de criar oportunidades no contexto da resolução de problemas para os alunos usarem capacidades de pensamento crítico e, em simultâneo, criar condições para se tornarem melhores solucionadores de problemas. O uso de quadros teóricos de referência viabiliza não só a concretização de tal propósito, mas permite

também fazê-lo de forma fundamentada. Por conseguinte, torna-se possível sustentar decisões baseadas em razões não arbitrárias.

O exposto reforça a importância do uso da abordagem aqui apresentada no desenvolvimento de materiais curriculares que integrem actividades de resolução de problemas orientadas para o uso de capacidades de pensamento crítico. Nesse sentido e por forma a ilustrar o que acaba de ser dito, inclui-se a seguir a actividade de resolução de problemas, ou seja a proposta de trabalho que foi fornecida aos alunos, a qual foi construída tendo por base o problema acima referido e usando a abordagem em causa conforme mostra a tabela.

Guião para o aluno "As cantigas da Gustava"

Tarefa 1

- 1.1. O que se quer dizer com "Se continuar a aprender a este ritmo"?
- 1.2. Qual é a questão principal a que deves responder (o que é desconhecido)?
- 1.3. Quais são os factos/dados apresentados no problema?
- 1.4. Há dados irrelevantes?
 - 1.4.1. Porquê?
- 1.5. Resume, por palavras tuas, o problema.
- 1.6. Constrói uma tabela onde representes os dados do problema e o que é desconhecido.

Tarefa 2

- 2.1. Procura tipificar os dados, encontrando um padrão ou regularidade existente entre os dados do problema.
- 2.2. Formula uma hipótese que explique o ritmo a que a Gustava aprende cantigas.
 - 2.2.1. A hipótese que formulaste é consistente (isto é, está de acordo) com os dados do problema?
 - 2.2.1.1. Porquê?
- 2.3. Elabora um plano que te permita encontrar uma solução para o problema, ou seja, que te permita responder à questão principal que identificaste na resposta à questão 1.2. (o que é desconhecido).

- 2.3.1. Descreve, sequencialmente, as acções que deves realizar (ou seja, cada passo que deves dar).

Tarefa 3

- 3.1. Executa (implementa) o plano que elaboraste em resposta à questão 2.3.
3.2. Verifica se executaste cada acção (ou passo) do plano conforme descreveste na resposta à questão 2.3.1.

Tarefa 4

- 4.1. Revê a execução do plano e verifica, seguindo todos os passos que escreveste na resposta à questão 2.3.1., se a solução a que chegaste é correcta.
4.2. Elabora um outro plano para encontrar a solução para o problema.

Nota

A numeração usada para referenciar as capacidades de pensamento crítico corresponde à usada por Ennis (1989) ao listar as capacidades de pensamento crítico.

Referências

Afonso, M., e Afonso, P. (1994). "Resolução de problemas / Metacognição: Que relação? Sua pertinência na formação inicial de professores". In A. Vieira, E. Veloso e L. Vicente (Orgs.), *Actas do ProfMat 94*. Leiria: APM.

Departamento de Educação Básica (s/d). *Proposta de reorganização curricular do ensino básico*. Lisboa: ME. [http://www.deb.min-edu.pt]

Ennis, R. H. (1989). "Goals for a critical thinking curriculum". In A. L. Costa (Ed.), *Developing minds: A resource book for teaching thinking*. Washington, DC: Association for Supervision and Curriculum Development.

Lei nº46/86, nº237, I Série, Diário da República de 14 de Outubro de 1986, pp. 3067-3081 (1986).

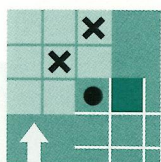
Polya, G. (1985). *How solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press. (Trabalho original de 1957)

Rainho, M. A. (1997). *Comparação dos efeitos de duas abordagens ao ensino de competências do pensar, na formação inicial de professores de Matemática/Ciências da Natureza do 2º Ciclo do Ensino Básico*. Tese de doutoramento não publicada, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências.

Tenreiro-Vieira, C. (1994). *O pensamento crítico na educação científica: Proposta de uma metodologia para a elaboração de actividades curriculares*. Tese de mestrado. Universidade de Lisboa.

(continua na página seguinte)

Taxonomia de Ennis (1989)		Modelo de Polya (1957/1985)
B. Capacidades		Fases do Modelo
<i>Classificação elementar</i>		1. Compreender o Problema (<i>Understanding the Problem</i>)
3. Fazer e responder a questões...	→	1.1. O que se quer dizer com "Se continuar a aprender a este ritmo..."?
c) O que quer dizer com "...?"	→	1.2. Qual é a questão principal a que deves responder?
b) Qual é a sua questão principal?	→	1.3. Quais são os factos/dados apresentados no problema?
h) Quais são os factos?	→	1.4. Há dados irrelevantes?
2. Analisar argumentos		
e) Identificar e lidar com irrelevâncias	→	
3. Fazer e responder a questões...		
a) Porquê?	→	1.4.1. Porquê?
2. Analisar argumentos		
g) Resumir	→	1.5. Resume, por palavras tuas, o problema.
<i>Inferência</i>		
7. Fazer e avaliar induções		
a) Generalizar		
4) Tabelas e gráficos	→	1.6. Constrói uma tabela onde representes os dados do problema e o que é desconhecido.
		2. Elaborar um Plano (<i>Devising a Plan</i>)
1) Tipificação de dados	→	2.1. Procura tipificar dados, encontrando um padrão ou regularidade entre os dados do problema.
b) Explicar e formular hipóteses	→	2.2. Formula uma hipótese que explique [...]
		2.2.1. A hipótese que formulaste é consistente com os dados do problema?
2) Ser consistente com os factos conhecidos.	→	2.2.1.1. Porquê?
3. Fazer e responder a questões...		
a) Porquê?	→	
<i>Estratégias e táticas</i>		
1.1 Decidir uma acção		
d) Decidir, por tentativas, o que fazer	→	2.3. Elabora um plano que te permita encontrar uma solução para o problema [...]
	→	2.3.1. Descreve, sequencialmente e por palavras, as acções que deves realizar.
		3. Executar o Plano (<i>Carrying Out the Plan</i>)
f) Verificar cuidadosamente a implementação	→	3.1. Executa (implementa) o plano que elaboraste em resposta à questão 2.3.
	→	3.2. Verifica se executaste cada acção do plano conforme descreveste na resposta à questão 2.3.1.
		4. Avaliar (<i>Looking Back</i>)
e) Rever e decidir, tomando em consideração a situação no seu todo	→	4.1. Revê a execução do plano e verifica se a solução a que chegaste é correcta.
		4.2. Elabora um outro plano para encontrar a solução para o problema.



Vamos jogar

No alvo*

No alvo é um jogo simples e versátil, pelas muitas variações a que se presta.

Na versão que aqui é apresentada optou-se por envolver duas operações, a adição e a multiplicação, e os números inteiros relativos. Procurou-se assim contribuir para atenuar a confusão que muitos alunos frequentemente fazem, relativamente à forma de efectuar estas duas operações. O jogo não é, no entanto, completamente regido pelo acaso e pelo cálculo, uma vez que permite a adopção de diferentes estratégias.

Número de jogadores: 2 a 6.

Material necessário:

"folha alvo", fita adesiva, duas moedas de 5\$00, folha de registo de pontuações.

6	8	-6
2	-9	-1
4	7	-5
5	-8	-2
3	-7	-3

"folha alvo"

Modo de jogar:

Na sua vez, cada jogador coloca uma das moedas na extremidade da mesa, batendo-lhe em seguida com um dedo, por forma a fazê-la deslizar em direcção ao alvo. Em seguida, repete o processo com a segunda moeda.

As casas onde ficaram as moedas correspondem aos números com que terá de jogar. Se alguma das moedas tiver ficado fora do alvo, deverá ser-lhe atribuído o valor zero. Se tiver ficado sobre duas ou mais casas, deverá ser considerado o valor da casa onde se encontra a maior parte da moeda. Se esta distinção não for possível, a moeda deverá ser lançada de novo.

O jogador terá agora de decidir se quer multiplicar ou somar os seus números. O resultado dessa operação será a sua pontuação nesta jogada. No entanto, uma vez escolhida a operação, se esta não for efectuada correctamente, a pontuação a considerar nesta jogada serão zero pontos.

Para concluir a jogada, falta apenas adicionar os pontos agora obtidos aos adquiridos em jogadas anteriores – determinando assim a sua pontuação actual.

O vencedor será o jogador que alcançar a maior pontuação ao fim de um número pré-determinado de jogadas ou ao fim de um determinado

Pontuação

Jogador A		Jogador B	
Nesta jogada	Total	Nesta jogada	Total

período de tempo. É ainda possível consagrar vencedor o primeiro jogador a alcançar um valor previamente acordado.

Variações:

Este jogo presta-se obviamente a muitas variações, podendo ser considerados outros números, outras operações (em quantidade e tipo) e até outros alvos (de diferentes formas, colocados a outras distâncias, etc.).

Pode ainda ser permitido o aluguer de uma calculadora, nos casos em que os jogadores evidenciem dificuldades em efectuar as operações. Nestes casos deverão ser pagos 10 pontos (provenientes da pontuação total do jogador) por cada operação efectuada.

*Adaptado de *Mega-Fun math games*. Dr. Michael Schiro (1995). Nova York: Scholastic.

Helena Rocha
Esc. Sec. Patrício Prazeres

Resolução de problemas e pensamento crítico (continuação da página anterior)

Tenreiro-Vieira, C. (2000). *O pensamento crítico na educação científica*. Lisboa: Instituto Piaget - Divisão Editorial.

Tenreiro-Vieira, C., e Vieira, R. M. (1997). "Resolução de Problemas e Pensamento Crítico no Ensino da Matemática: Uma Visão Integrada". Comunicação apresentada nas 2^{as} Jornadas de Ensino da Matemática,

Macedo de Cavaleiros, Instituto Piaget.

Tenreiro-Vieira, C., e Vieira, R. M. (no prelo). *Promover o pensamento crítico dos alunos: Propostas concretas para a sala de aula*. Porto: Porto Editora.

Vale, I. (1995). "A problemática da resolução de problemas na sala de aula". In A Pinheiro, A.P. Canavarro,

L. Leal e P. Abrantes (Orgs.), *Actas do ProfMat 95*. Évora: APM.

Vieira, R. M. (1995). *O desenvolvimento de courseware promotor de capacidades de pensamento crítico*. Tese de mestrado não publicada, Universidade de Lisboa: Faculdade de Ciências.



Agenda do Professor

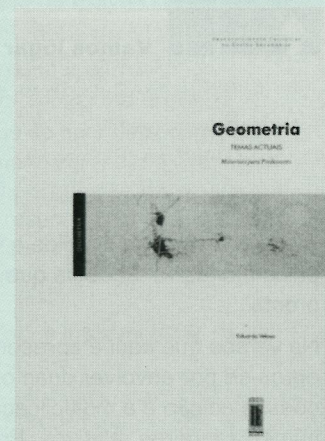
2000/2001

APM, 2000
1000\$00

Geometria

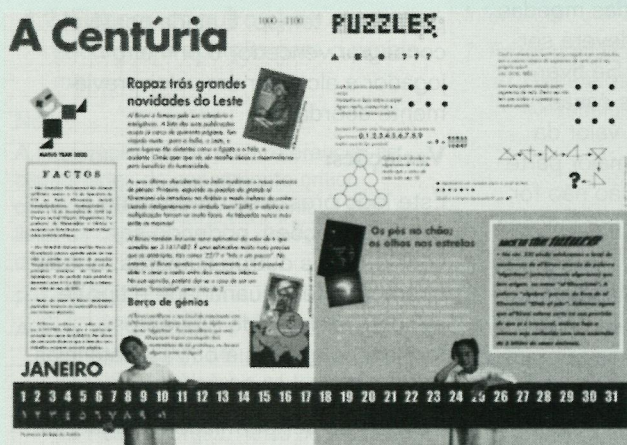
Temas Actuais

Eduardo Veloso, 1998
4250\$00



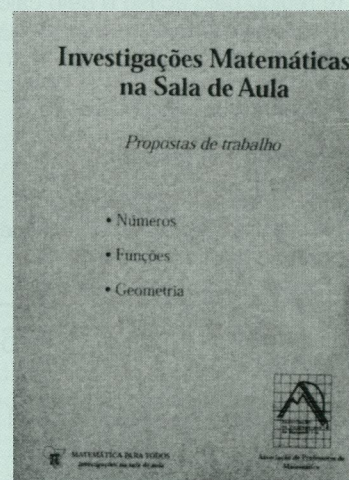
Reimpressão

Publicação do IIE, à venda na APM



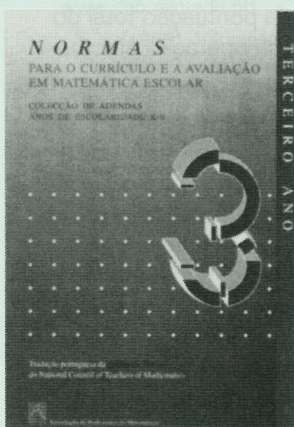
Calendários Comemorativos do AMM

Tradução APM
2500\$00



Investigações Matemáticas na Sala de Aula: propostas de trabalho

APM, 2000
1500\$00

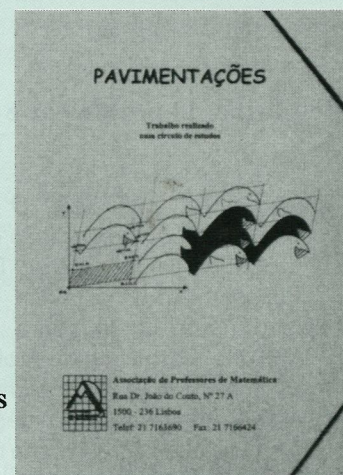


Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar

Colecção de Adendas
Anos de escolaridade K-6
tradução portuguesa da *Addenda Series* do NCTM
500\$00

Pavimentações

Trabalho realizado
num círculo de estudos
APM, 2000
3500\$00





Para este número seleccionámos

Vozes entusiastas de jovens matemáticos

Diana F. Steele

Para este número seleccionámos um artigo de Diana Steele, originalmente publicado na revista *Teaching Children Mathematics* de Março de 2000. A sua autora ensina na Northern Illinois University e relata neste trabalho uma experiência que viveu na dupla qualidade de professora e investigadora. Assim, este artigo apresenta e discute alguns episódios de sala de aula, com alunos do ensino básico, ilustrando como estes se podem envolver em raciocínio matemático, tal como fazem os matemáticos, formulando conjecturas, testando-as, apresentando argumentos e reflectindo sobre o seu próprio pensamento.

Os alunos devem valorizar o papel da matemática nas suas vidas, tornar-se confiantes nas suas capacidades de resolver problemas e aprender a raciocinar e a comunicar as suas ideias matemáticas (NCTM, 1989). A utilização destas capacidades matemáticas proporciona aos alunos experiências escolares que se aproximam das experiências dos matemáticos. Tais experiências ajudam os alunos a aprender o que significa saber matemática como uma disciplina científica, à medida que constroem activamente o seu conhecimento e desenvolvem os seus conceitos matemáticos.

Para perceber de que maneira as crianças pensam como matemáticos, observei várias aulas dos primeiros anos de escolaridade, como professora e investigadora (Steele, 1995). Fiquei particularmente interessada numa turma do quarto ano. Nesta turma os alunos revelaram características semelhantes às dos matemáticos quando estes descobrem ideias matemáticas novas. Estes alunos formularam conjecturas e apresentaram os seus pontos de vista para convencer os colegas da sua validade. Eles identificaram padrões e relações à medida que procuraram sentido para as situações matemáticas. Reflectiram sobre o seu pensamento, especularam acerca das ideias matemáticas e retiraram as conclusões lógicas. Os alunos analisaram e justificaram as soluções dos problemas e expandiram o seu pensamento a níveis mais elevados para generali-

zar as suas soluções a novos problemas. Este artigo descreve a forma como estes alunos do quarto ano pensaram de modo semelhante aos matemáticos e ilustra o seu pensamento através de alguns episódios de aula.

A clarificação de questões e a representação de ideias

O primeiro episódio mostra alunos a explicar as suas ideias matemáticas e a utilizar representações visuais para ajudar os colegas a compreender o seu pensamento. Hal procura clarificar as questões colocadas pelo professor. A interpretação do que é pedido no problema é um atributo importante do trabalho de um matemático. Os matemáticos clarificam as questões e reformulam os problemas usando as suas próprias palavras. Só depois de compreenderem o que andam à procura é que começam a responder às questões.

Professora: Podem várias circunferências ter o mesmo centro? Levantem a mão se pensam que pode existir mais do que uma circunferência com o mesmo centro. Parece que a turma está dividida.

Hal: Posso perguntar uma coisa? Se for como uma circunferência que anda à volta e tem um ponto no meio – alguém que anda à volta pode ter o mesmo centro da circunferência? [o aluno utiliza as mãos para mostrar

uma circunferência orientada verticalmente e uma orientada horizontalmente].

Mesmo com problemas na formulação das suas questões, Hal mostrou claramente, com as suas mãos, que estava a falar de duas circunferências em dois planos diferentes.

Professora: É uma excelente questão e não pensei que alguém me fosse perguntar isso. Penso que ele perguntou basicamente isto... O que acontecerá se ele tivesse duas circunferências como estas...? [A professora desenhou a figura 1].

O desenho das circunferências em dois planos feito pela professora

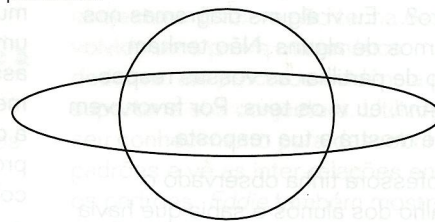


figura 1

Para se assegurar que tanto ela como os outros colegas tinham compreendido a questão de Hal, a professora ajuda-o a ilustrar o seu raciocínio; no entanto, o seu esboço não a satisfaz. Em alternativa, resolveu utilizar dois elásticos, colocou-os à volta dos dedos em cada mão de modo a que coincidissem.

Professora: Certo, Hal? E o centro está no meio dela. O que ele quer saber é "o que acontece se tivermos



circunferências assim como estas?”

Hal concorda que a professora está a mostrar a sua ideia. Inicialmente, alguns alunos discordam desta ideia, de que seja possível ter duas circunferências em planos diferentes. Por fim, a professora e os alunos aceitam a ideia de *Hal*, porque na questão não se afirmava que as circunferências deveriam estar no mesmo plano. Através da discussão da pergunta de *Hal*, os alunos abandonaram o pressuposto que as duas circunferências deveriam estar no mesmo plano. Os matemáticos sabem, através da experiência, que não devem fazer pressupostos infundados quando resolvem um problema.

Através do excerto seguinte, podemos ver que *Hal* acredita que no valor do seu pensamento. Podemos também verificar que através da ideia de *Hal* foi lançada a discussão.

Professora: O *Hal* pensou num exemplo de duas circunferências com o mesmo centro. Uma circunferência está orientada nesta direcção num plano e, a outra, nesta direcção num plano diferente.

Hal: “Saí-me com uma boa!”.

Professora: Alguém pode pensar noutra possibilidade de mais do que uma circunferência ter o mesmo centro?... Eu vi alguns diagramas nos cadernos de alguns. Não tenham medo de partilhar as vossas respostas. *Ann*, eu vi os teus. Por favor, vem aqui e mostra a tua resposta.

A professora tinha observado o trabalho dos alunos e sabia que havia outras ideias. *Ann* desenhou a sua representação no quadro (ver figura 2)

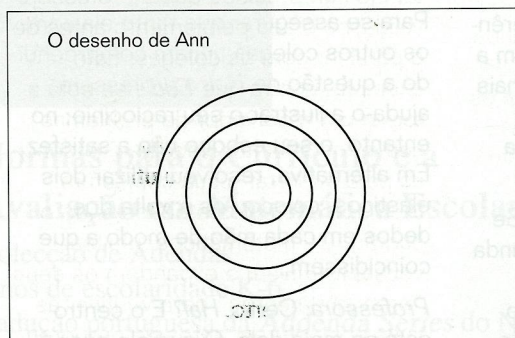


figura 2

e a professora disse, “Estas chamam-se *circunferências concêntricas*”. Para ajudar os alunos a compreender a representação da *Ann*, a professora pediu a vários alunos que viessem para a frente. Colocou um dos alunos no centro e os outros deram as mãos de modo a formarem diferentes circunferências à volta do aluno que estava no centro. Depois desta demonstração, *Missy* teve uma nova ideia e desenhou no quadro a sua representação (ver figura 3). A profes-

O desenho de Missy

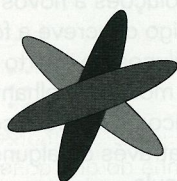


figura 3

sora relacionou então o pensamento dos seus alunos associando a ideia de *Missy* à ideia de *Hal*. Disse ela, “*Missy* está a tentar alargar a ideia de *Hal*; [mas] está a dizer que as circunferências não necessitam de estar em planos perpendiculares, como as do *Hal*”. Ela está a dizer que eu posso mudar esta direcção oblíqua, mover um bocadinho e desenhar outra, e assim sucessivamente”. Para uma melhor elaboração e ajudar os alunos a compreender a ideia de *Missy*, a professora pegou numa esfera e colocou vários elásticos à sua volta.

Professora: Eu posso ter aqui uma circunferência. Outra aqui e outra aqui... todas as vezes que eu rodar a circunferência obtenho o mesmo...

Alunos: Centro.

Gerry: Pode rodar muitas vezes.

Professora: Qual é outra palavra para “muitas vezes”?

Alunos: Infinito.

Professora: Infinito. Muito bem. Aqueles que disseram, “Nenhuma circunferência pode ter

o mesmo centro” vêem agora que existem várias possibilidades para que as circunferências partilhem o mesmo centro?

Este episódio mostra como os alunos partilharam as suas respostas e como as suas ideias e soluções se foram enriquecendo. Apresentaram exemplos de como mais do que uma circunferência pode ter o mesmo centro e nenhum dos exemplos veio da professora. Os alunos também tiveram oportunidades de repensar as respostas que deram ao problema original. À medida que analisaram mais profundamente as questões e deram significado ao que é pedido, eles apresentaram comportamentos de matemáticos. Os matemáticos clarificam as premissas dadas e usam múltiplas representações, incluindo diagramas, esboços, tabelas, gráficos e fórmulas para explicar e justificar as suas respostas.

Reflectindo e expandindo o pensamento

No próximo episódio, vamos evidenciar o desenvolvimento de hábitos de reflexão pelos alunos. A professora pede-lhes para darem exemplos de objectos da sala de aula que envolvam linhas que se intersectem. Um dos alunos indica algumas letras do alfabeto. A professora orienta a aula nesta direcção e pede aos alunos para olharem só para as letras maiúsculas do alfabeto. Ela pergunta “Que letras maiúsculas têm linhas que se intersectam?”. Vários alunos escrevem no quadro as suas sugestões de letras maiúsculas com linhas que se intersectam. Indicam muitas letras – T, L, M, etc. – que eles pensavam ter linhas que se intersectam. Uma aluna, *Sara*, sugere R. A professora pede à *Sara* para ir ao quadro e escrever o seu R (ver figura 4).

Depois de uma curta discussão, os alunos decidem que estas linhas não se intersectavam porque a parte de cima do R é “curva”. *Jim* diz “Mas se eu fizer um R como este ... [ver figura 5], [as linhas] intersectam-se”. Todos concordaram. A professora diz, “O que é que vocês pensam acerca do



A letra R de Sara

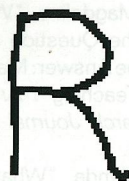


figura 4

A letra R de Jim



figura 5

primeiro R?" (E aponta para o R de Sara). Ninguém responde. Dá ideia que os alunos não estão prontos para pegarem na questão de saber quais destas linhas se intersectam. A professora continua sem comentar para permitir que outro(s) aluno(s) sugiram novas letras com linhas que se intersectem. Dan exclamou "Eu tenho uma ideia. Lembrem-se que a professora disse que as linhas continuavam por ali fora (infinitamente). [Avançou depressa para o quadro]. Se prolongarmos esta linha [referindo-se ao R de Sara], ela cruzará esta linha [ver figura 6].

A ideia de Dan

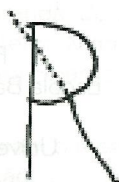


figura 6

Dan expandiu o seu próprio raciocínio. Apesar de os alunos terem previamente discutido as linhas e as suas características e demonstrado que as linhas continuam infinitamente, esta lição constituiu a primeira ocasião de poderem aplicar esta nova ideia. Dan demonstrou que muitas vezes a reflexão leva tempo. Depois de pensar e de reflectir sobre o R de Sara, Dan concebeu um caminho para mostrar que tinha linhas que se intersectavam. Dan utilizou o seu entendimento de linhas "que continuam por ali fora" e prolongou uma das pernas do R.

Dan utilizou a compreensão que tinha do que constitui uma linha e transportou-a para esta nova situação. O seu comportamento reflexivo é um dos que os matemáticos exibem.

Os matemáticos muitas vezes reflectem e analisam as suas ideias durante largos períodos de tempo – muitas vezes durante anos. Este tempo de reflexão ajuda-os a alargar o seu próprio conhecimento matemático e o conhecimento partilhado pela comunidade matemática, tal como Dan fez.

A formulação de conjecturas e a justificação de provas

Outra característica dos matemáticos é que eles formulam conjecturas e empenham-se em prová-las. No exemplo seguinte, Eddie está a aprender a conjecturar e verificar as suas ideias.

Durante vários dias, os alunos estiveram a estudar simetrias. Desenharam ou modelaram os eixos de simetria de várias figuras. Um dia, encontraram os eixos de simetria de triângulos, quadrados e rectângulos. Alguns alunos sugeriram que um triângulo equilátero tem três eixos de simetria e que um quadrado tem quatro. Depois de uma

longa discussão, os alunos acordaram que um rectângulo, não quadrado, tem somente dois eixos de simetria. De início, muitos alunos pensavam que a diagonal de qualquer rectângulo seria sempre um eixo de simetria.

Ao almoço desse dia, Eddie fala com alguns colegas acerca de uma conjectura a que tinha chegado sobre eixos de simetria de polígonos regulares, ou seja, figuras com lados e ângulos iguais. Eddie pensa que o número de lados de um polígono regular diz-nos o número de eixos de simetria. Vários alunos chamam a professora, dizendo "Venha ouvir a teoria do Eddie". No dia seguinte, Eddie explica como tinha desenvolvido e descoberto uma forma de testar a sua conjectura acerca de eixos de simetria. Desenha exemplos de figuras à medida que explica o seu raciocínio (ver figura 7).

Se um triângulo tem três lados iguais, então tem três eixos de simetria. Se é um quadrado tem quatro lados iguais, logo quatro eixos de simetria. Um pentágono que tem cinco lados iguais, logo tem cinco eixos de simetria. A mesma coisa para o dodecágono [um polígono de doze lados]. Ou faz uma estrela [com] dez lados iguais, então tem dez eixos de simetria.

Eddie formulou uma conjectura e elaborou um plano para verificar a conjectura. Embora não tenha desenvolvido uma prova matemática dedutiva, ele procurou evidência para suportar a sua conjectura. Utilizou o seu conhecimento para descobrir padrões e vê as inter-relações entre os padrões. Eddie também mostrou confiança na sua capacidade de pensar por si acerca desta descoberta. Ele não precisou que a professora validasse o seu pensamento antes de o partilhar com os colegas. Este exemplo mostra que Eddie se está a tornar um resolvidor de problemas activo e confiante. Recolheu evidências para suportar a sua conjectura testando exemplos e observando o padrão. Os matemáticos, muitas vezes, formulam e expandem os seus "pressentimentos" para verificar as suas conjecturas, antes de proporem provas dedutivas, como um passo



Eixos de simetria para um triângulo equilátero, um quadrado e um pentágono regular

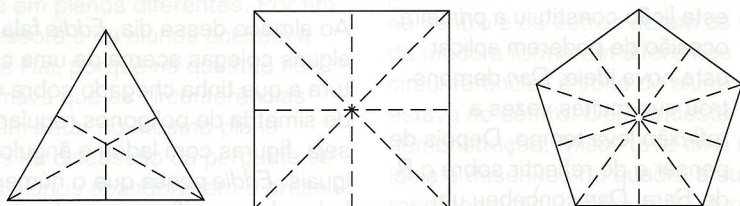


figura 7

final, de validação dessas conjecturas.

Implicações para o ensino da Matemática

Embora nestes episódios muitos dos diálogos provenham de alunos, a professora desempenhou um papel essencial. Ela envolve consistentemente os alunos na investigação (*inquiry*). Uma das estratégias mais significativas que observei na abordagem desta professora foi o tipo de problemas que ela escolheu e criou. Estes problemas promoveram a interação e o diálogo, desafiaram os seus alunos a raciocinar e forneceram um contexto para que fossem recriados os conceitos matemáticos. Estes problemas eram não rotineiros e abertos – os passos para a solução não eram evidentes nem havia utilização directa de algoritmos. Lappan (1993, pág.524) explicou a importância das tarefas matemáticas apropriadas:

Nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades dos alunos aprenderem e na sua percepção acerca do que é a Matemática, como a selecção ou criação das tarefas com que o professor envolve os alunos no estudo da Matemática.

Lampert (1990) sugeriu que um bom problema conduz os alunos a revelarem e analisarem os seus pressupostos acerca da Matemática. Com bons

problemas, os professores podem ajudar os alunos a construir uma forma de pensamento, acerca da Matemática, que é rica em poderosas conexões entre conceitos e que ajuda a dar sentido à Matemática. Os bons problemas podem ajudar os alunos a expandir o seu raciocínio para níveis mais elevados – a analisar e a sintetizar o seu conhecimento.

A professora ajudou os alunos a aprenderem a pensar como matemáticos quando os ajudou a interiorizar os atributos do modo de trabalhar dos matemáticos. Facultou situações em que os alunos redescobriram, clarificaram e compreenderam definições e conceitos matemáticos através de múltiplas representações. Ensinou-lhes que a Matemática é um processo sistemático, em que se parte de uma ideia, se verifica se funciona ou não e se faz ligações com outras descobertas. Ao ensinar os alunos a conjecturar e, depois, a defender as suas conjecturas, esta professora ajudou-os a compreender, de certa maneira, a forma de estabelecer a verdade na Matemática. Ela ensinou os seus alunos que a reflexão profunda sobre a Matemática expande o seu pensamento e pode ser recompensada pelos importantes contributos para a comunidade de aprendizagem. Os alunos tiveram experiências positivas com a Matemática. Eles estiveram curiosos e animados, estiveram entusiasmados com as suas desco-

bertas e tornaram-se mais capazes de pensar como matemáticos.

Bibliografia

- Lampert, Magdeline. "When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching". *American Educational Research Journal* 27 (Janeiro 1990): 29-63.
- Lappan, Glenda. "What Do We Have and Where Do We Go from Here?" *Arithmetic Teacher* 40 (Maio 1993): 524-26.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1991.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 1991.
- Steele, Diana F. "A Constructivist Approach to Mathematics Teaching and Learning by a Four-Grade Teacher." Ph.D. diss. University of Florida, 1995. *Dissertation Abstracts International* (1996): 4309.

Diana F. Steele

Northern Illinois University, DeKalb

Traduzido de *Teaching Children Mathematics*, 7, vol 6, (Março 2000): 464-68.

Diana F. Steele

(dsteele@math.niu.edu) lecciona na Northern Illinois University em DeKalb. Os seus interesses de investigação estão dirigidos para o conhecimento de como as crianças aprendem Matemática e como os professores utilizam este conhecimento na sala de aula.

Tradução

Luciano Veia,

Escola Superior de Educação,
Universidade do Algarve

Revisão

Fátima Guimarães,
Escola Básica 2,3 Telheiras
Lina Brunheira,
Universidade de Lisboa



O problema deste número

A Sofia, a avó e o carteiro

A Sofia estava a passar férias na aldeia e resolveu ir visitar a avó que vive numa quinta no meio do campo. Saiu de casa às 9 horas e lá foi a pé. Às 10 horas foi ultrapassada pelo carteiro da aldeia que ia de bicicleta e lhe disse que ia entregar uma encomenda à avó. Às 11 horas o carteiro, de regresso à aldeia, voltou a passar por ela.

Ao meio dia, a Sofia chegou finalmente a casa da avó e disse-lhe:

— Já sei que teve uma encomenda e até sei a que horas o carteiro cá esteve!

A que horas foi entregue a encomenda?

Respostas até 29 de Maio

Banho na piscina

O problema proposto no n° 60 de Educação e Matemática foi o seguinte:

A minha amiga Maria João convidou-me outro dia para ir tomar banho na bela piscina rectangular que a família tem na Praia das Mações. A certa altura, parei de nadar e reparei que estava a 8 metros exactos de um dos cantos, a 13 metros do canto seguinte e a 15 metros do terceiro canto.

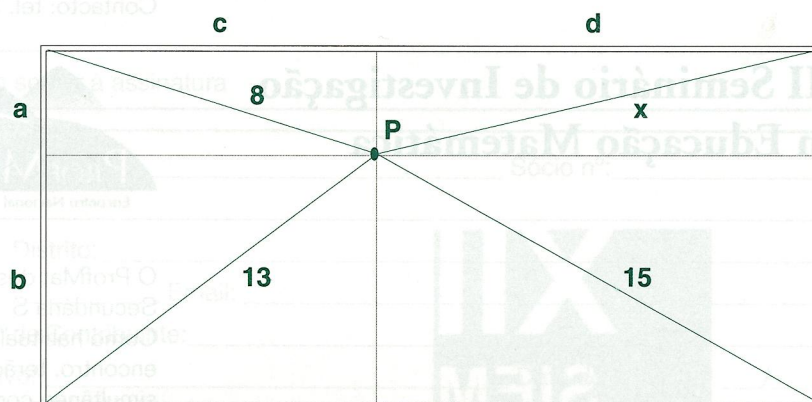
A que distância estava do último canto?

Mais difícil: qual é a maior piscina (em área) onde isto poderia ter acontecido?

Chegaram-nos as respostas de Abel Eça (Amares), Helder Martins (Lisboa), José Orlando Freitas (Funchal), Mário Roque (Guimarães) e ainda as resoluções de um grupo de Guimarães: Carla Lopes, Carlos António, Dário Miranda, Joana Raquel, Luis Monteiro, Maria Manuel Abreu, Lara Soares e Raquel Marques.

Quase todos seguiram o mesmo método de resolução.

Consideremos o esquema da piscina em que o ponto P representa a posição do nadador.



Traçando por P linhas paralelas aos lados da piscina, um dos lados fica dividido nos segmentos de comprimentos a e b , e o outro nos segmentos de comprimentos c e d .

Aplicando o teorema de Pitágoras, podemos escrever estas três equações:

$$(1) a^2 + c^2 = 64$$

$$(2) b^2 + c^2 = 169$$

$$(3) b^2 + d^2 = 225$$

Queremos saber a distância x e, também pelo teorema de Pitágoras, temos que $a^2 + d^2 = x^2$.

Ora, se somarmos as equações (1) e (3) e subtrairmos a (2), obtemos:

$$a^2 + c^2 + b^2 + d^2 - b^2 - c^2 =$$

$$= 64 + 225 - 169$$

$$a^2 + d^2 = 120$$

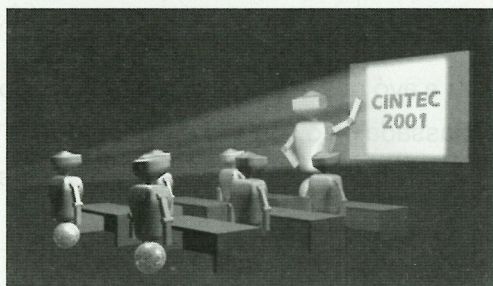
$$\text{logo, } x = \sqrt{120}.$$

O nadador está aproximadamente a 10,95 metros do último canto.

Para investigar a segunda pergunta, nada melhor que usar um programa de geometria dinâmica como o CABRI ou GSP. Foi esse o caminho seguido pelo Abel, o Helder, o Orlando e o Mário. Fazendo a construção correspondente à situação descrita, verifica-se que existem muitos rectângulos possíveis para a piscinas. De todos eles, o de maior área tem cerca de 262,4 m², sendo o comprimento e a largura de aproximadamente 16,61 e 15,80 metros.

Encontros 2001

Conferência Internacional sobre Novas Tecnologias no Ensino das Ciências



Para mais informações visite a página
<http://www.mat.ua.pt/cintec>

E-mail cintec@mat.ua.pt

O nosso país recebe este encontro internacional que se realizará nos dias 4 a 6 de Julho de 2001, na Universidade de Aveiro. A organização deste evento é da responsabilidade conjunta desta instituição, da Universidad de Castilla-La Mancha e da Sociedade Portuguesa de Matemática (Delegação Regional Centro).

Os tópicos da Conferência são *Multimédia, Hypermídia e ambientes virtuais; De Tutorias a ambientes abertos; Ensino à Distância; Redes e Internet no Ensino; Sistemas para pessoas com necessidades especiais; Laboratórios Virtuais; Cooperação e Colaboração*. Estes tópicos serão aplicados aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, das Ciências da Computação, da Física, Química e Biologia. Os idiomas da Conferência serão o português, o espanhol e o inglês.

Contacto: tel. 351 234 370 359 fax 351 234 38 2014

XII Seminário de Investigação em Educação Matemática



O XII Seminário de Investigação em Educação Matemática realiza-se nos dias 25 e 26 de Outubro de 2001, na Escola Secundária de São Pedro, em Vila Real e está integrado no Plano de Actividades do grupo de Trabalho de Investigação da APM.

Para mais informações visite a página
<http://www.apm.pt/siemxii/>

Contactos: Helena Monteiro e/ou
Maria Cecília Costa
Telefones: 259350324 259350319
259350302
Fax: 259350480

E-mail: hmonteir@utad.pt ou mccosta@utad.pt



ProfMat2001

O ProfMat deste ano realizar-se-á em Vila Real, na Escola Secundária S. Pedro, entre os dias 27 a 30 de Novembro. Como habitualmente, nos dois dias que antecedem o encontro, terão lugar os cursos que funcionarão em simultâneo com o Seminário de Investigação em Educação Matemática.

Para informações sobre datas, alojamentos, programa, etc. visite a página
<http://www.apm.pt/profmat2001/>

Contactos: Associação de Professores de Matemática —
Núcleo de Vila Real
Telefones 259338057(8)(9)
E-mail: vreal@apm.pt

PME 25



Este encontro, organizado pelo International Group for the Psychology of Mathematics Education, terá lugar este ano em Utrecht, Holanda, de 12 a 17 de Julho.

Para mais informações visite a página
<http://www.fi.ruu.nl/experimenteel/Pme25>

Quota 2001

No ano de 2001 o valor da quota é de 7 800\$00 para professores, 5 700\$00 para estudantes (só considera estudante quem não auferir qualquer tipo de vencimento) e 8 800\$00 para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática

Rua Dr. João Couto, nº 27-A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou MasterCard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) _____		autorizo que seja debitado no meu	
cartão número		cvv *	
Visa ☐		MasterCard ☐	
Validade _____ o valor de _____		correspondente a _____	
Data ____/____/____			
Assinatura _____			
*os 3 últimos dígitos do número que vem a seguir à assinatura			

Nome: _____	Sócio nº: _____
Morada: _____	
Código Postal: _____	Distrito: _____
Telefone: _____	Email: _____
Data de Nascimento ____/____/____	Nº de Contribuinte: _____
Nº do B.I. _____	Arquivo: _____
Data de emissão: ____/____/____	
Ano em que começou a leccionar: _____	
Nível de ensino: _____	
Categoria profissional: _____	
Escola: _____	
Morada: _____	
Telefone: _____	Email: _____

Publicações — Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes de correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:

até 2 500\$00 — 20%; de 2 501\$00 a 5 000\$00 — 15%; mais de 5 000\$00 — 10%

Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo email: apm@netcabo.pt

Índice

- 1 Muitas e boas sementes se lançam à terra, mas...
Cristina Loureiro
- 3 A Matemática na vida dos homens
Bento de Jesus Caraça
- 5 6/2001 e 7/2001, gémeos heterozigóticos
Fernando Nunes e Luís Reis
- 9 Pense Nisto
Matemática e cidadania, *Paulo Abrantes*
- 10 A Matemática e a Feira Popular
Elisa Figueira
- 13 Materiais para aula de Matemática
A Matemática e a Feira Popular
- 15 Leituras
Conceitos Fundamentais da Matemática, *Fátima Guimarães e Ana Paula Canavarro*
Mathematics Teacher: um número temático sobre História, Eduardo Veloso
- 18 As fronteiras e a vida
Fernando Paulouro Neves
- 21 Tecnologias na educação matemática
A discussão não está esgotada...
Algemética, *Lin McMullin*
Descobertas (mais ou menos recentes) de *sites* de Matemática na Internet
- 25 Pontos de vista, reacções e ideias...
Sucessos e fracassos de um projecto, *M.^a Guilhermina Nogueira*
45 milhões de contos são uma pequena gota de água..., *Eduardo Veloso*
É possível ensinar Matemática?, *Paulo Sérgio Dias*
- 29 A vida é feita de pequenos nada...
Isabel Paula
- 31 Rede MatTic — Uma planta semeada nas Escolas da Linha de Cascais
Arlete Jorge e Fernanda Salgueiro
- 33 Actualidades
O homem das "benditas ilusões", *Fátima Guimarães e Ana Paula Canavarro*
- 34 Resolução de problemas e pensamento crítico — Em torno da(s) possibilidade(s) de articulação
Celina Tenreiro-Vieira e Rui Marques Vieira
- 37 Vamos jogar
No alvo, *Helena Rocha*
- 39 Para este número seleccionámos
Vozes entusiastas de jovens matemáticos, *Diana F. Steele*
- 43 O problema deste número
A Sofia, avó e o carteiro
- 44 Encontros 2001