Educação e Matemática

Nº 59

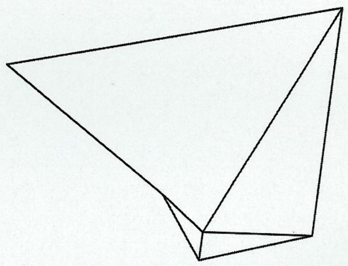
Setembro/Outubro de 2000

Preço: 850$00

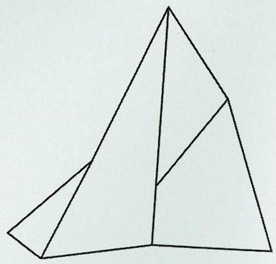
Revista da Associação de Professores de Matemática

Sobre a capa

A "conjectura do fole"



A capa consiste num arranjo gráfico com vistas interiores e exteriores de um poliedro de faces triangulares muito peculiar. Trata-se do exemplo conhecido mais simples de um sólido de faces triangulares que é flexível. Este objecto está intimamente associado a uma importante conjectura que estabelece, não só a existência de sólidos de faces triangulares deformáveis, mas também a permanência do respectivo volume no processo de deformação.



Neste número também colaboraram

Amélia Rafael, Ana Leitão, Ana Vieira Lopes, Anabela Candeias, Branca Silveira, Celina Pereira, Cláudia Nunes, Diogo Alves, Dora Pinto, Eurico Nogueira, Fernando Nunes, Lúcia Borrões, Luís Reis, Manuela Pires, Maria do Céu Silva, Maria Helena Perpétua, Maria João Lagarto, Nuno Candeias, Otília Moreirinha, Renato P. dos Santos, Rosa Maria Ribeiro, Sílvia Cidades, Sofia Alves.

Capa

A capa é da autoria de António Marques Fernandes.

Data da publicação

Este número foi publicado em Outubro de 2000.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, N° 27 - A, 1500-236 Lisboa
Tel: (351) 217163690
Fax: (351) 217166424
e-mail: apm@mail.telepac.pt

Nota

nº 59
Setembro/
Outubro
de 2000

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Ana Vieira

Redacção
Adelina Precatado
Ana Paula Canavarro
Conceição Rodrigues
Fátima Guimarães
Fernanda Perez
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Henrique M. Guimarães
Lina Brunheira
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Composição e paginação
João Loureiro e Pedro Abrantes

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Tiragem
5200 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out, Nov/Dez
CTP e Impressão
Scarpa
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Como vamos de Educação?

*Fernando Nunes**

Abro o jornal de hoje (Público, 17 de Setembro de 2000) e lá está, na página 27, o anúncio dos objectivos do Governo para 2001, na área da educação: "Investir na qualidade, na descentralização, na autonomia e valorização da profissão docente". Como professor fico contente por existirem preocupações expressas quanto à qualidade da educação, por se pretender alargar a autonomia e pela importância dada à valorização de uma profissão que é a minha. Posso afirmar que, dentro das minhas capacidades e limitações, tenho procurado esses objectivos e tentado desenvolvê-los dentro da minha esfera de acção, portanto não é a falta de acordo que me coloca algumas interrogações quanto às intenções enunciadas nas Grandes Opções do Plano para o próximo ano. Aliás não me recordo de qualquer governo anterior sustentar que a qualidade devia baixar, ou não se importar com ela, nem reivindicar objectivamente que a profissão docente devesse ser desvalorizada. Quanto ao alargamento da autonomia e à descentralização, tenho de reconhecer que o objectivo é relativamente novo e, para mim, resulta da compreensão de que muito do que se passa na educação, a grande fatia, não acontece nos corredores e gabinetes dos serviços centrais do Ministério da Educação.

Pode dizer-se que as ideias de autonomia, descentralização e flexibilização curricular foram sendo apresentadas nos últimos anos, como linhas de força da actuação do Ministério da Educação e constituem uma tentativa para cortar com a tradição do sistema de ensino português, tradição essa muito profunda e resultante de décadas de centralismo, normalização e rigidez curricular. Para todos os que exercem a profissão de docente, numa escola básica ou secundária, esta viragem apresenta-se como um desafio que para alguns é aliciante, para outros não tanto, mas que é sem dúvida desgastante pois vai obrigar a mudanças, em relação ao que são anos de trabalho e hábitos adquiridos. É precisamente aqui que as minhas dúvidas se colocam. É fundamental que as directivas emanadas para a educação, da responsabilidade dos serviços centrais do ME, levem em conta a dificuldade que a mudança envolve, sob pena de falharem as boas intenções. Tem de existir coerência entre as várias partes de um todo, que esteja claramente articulado e que terá de ser elaborado tendo em conta o sentir dos professores. Tem de existir uma continuidade na lógica adoptada, relativa à autonomia, descentralização e flexibilização, ao longo de um tempo alargado, que viabilize a construção progressiva de um novo estar em relação à educação e devem ser criadas as condições envolventes e os meios necessários para quem aceitar o desafio poder efectivamente geri-lo.

A paixão declarada do governo saído das penúltimas eleições deslocou-se para outras áreas, a pessoa à frente do Ministério da Educação mudou de rosto mais uma vez, há protestos de alunos que estão contra as mudanças curriculares anunciadas, existem professores que se sentem desconfortáveis e se queixam da falta de condições — de formação, de escassez de materiais ou de instalações adequadas, etc. — e parece-me que vem longe o tempo em que os vários serviços do Ministério da Educação trabalhem de forma concertada e harmoniosa. Assim sendo, e para responder à pergunta do título, não vamos bem de educação e, mais importante, pode estar tudo preparado para perdermos uma oportunidade de renovar um sector que precisa de acompanhar a enorme mudança que caracteriza o nosso tempo.

---

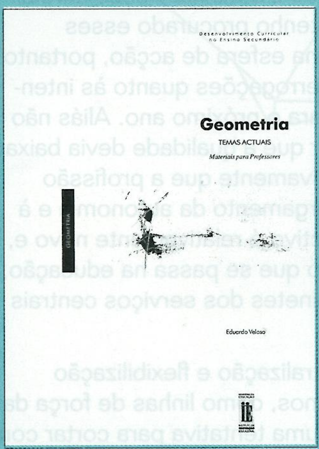
* EB 2,3 Marquesa de Alorna

PUBLICAÇÃO DO IIE,
À VENDA NA APM

Geometria
Temas Actuais

Reimpressão

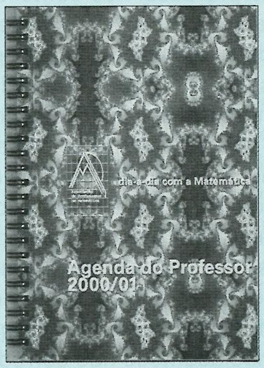
Eduardo Veloso, 1998
4 250$00



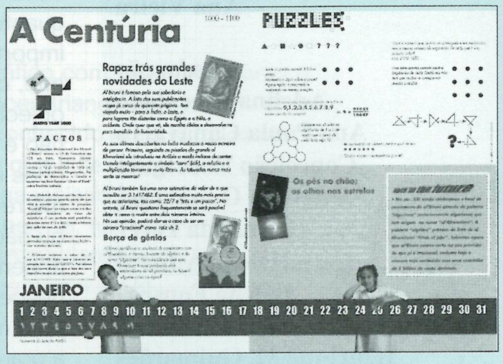
ÚLTIMAS PUBLICAÇÕES APM

Agenda do Professor 2000/01

APM, 2000
1 000$00

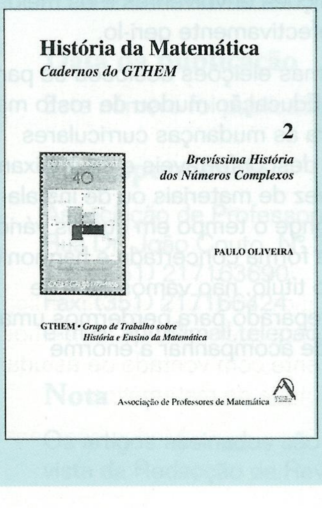


CALENDÁRIOS
Comemorativos do AMM
Tradução APM
2 500$00



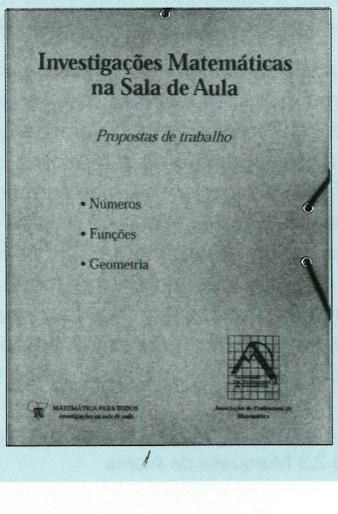
Breviíssima História dos Números Complexos

Paulo Oliveira, 2000
Caderno nº2 do GTHEM
600$00



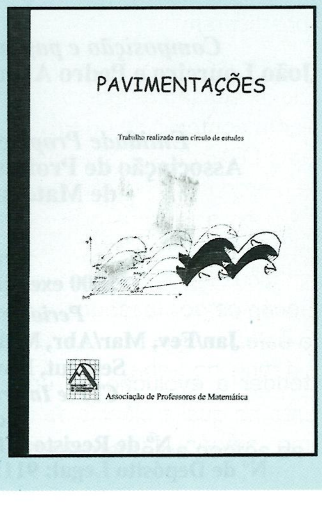
Investigações Matemáticas na Sala de Aula: propostas de Trabalho

APM, 2000
1 500$00



Pavimentações
Trabalho realizado num círculo de estudos

APM, 2000
3 500$00



A nova sede nacional

Branca Silveira

É costume dizer-se que há males que vêm por bem. Estamos a pensar na aquisição da sede nacional da APM. Creio que todos imaginam o que sentimos há uns meses atrás quando fomos confrontados com a necessidade de abandonar as instalações da ESE de Lisboa, principalmente neste ano 2000 de tanto trabalho para todos.

Mas acerca de uma sede sempre se colocam algumas perguntas quer se trate de uma sede nacional, quer se trate de uma sede de um núcleo regional

Para que serve uma sede? O que se faz na sede? Como deve ser uma sede? Onde deve estar a sede?...

Entendemos que uma sede não pode ser apenas um armazém onde se arruma uma série de materiais que se vão adquirindo e/ou construindo e que saem de vez em quando para um Encontro ou para uma escola. Deve ser um local de trabalho, um local onde se procura tirar uma dúvida, pôr um problema, colocar uma questão, consultar um livro, encontrar uma nova ideia, um local onde se encontram outros sócios, onde se trocam experiências e se fazem contactos. O ambiente que se vive numa sede vai traduzir toda a dinâmica do grupo que a utiliza. Numa Associação como a nossa, ninguém põe em dúvida que é necessária a existência de uma sede nacional que dê resposta às solicitações dos sócios de todo o país.

Para muitos a sede nacional é um local longínquo que se calhar nunca se chega a visitar, mas todos temos a consciência do trabalho que lá é feito. É certo que seja qual for a localização física da sede nem todos poderão usufruir da sua proximidade e que alguns sócios terão maior oportunidade de a frequentar do que outros, mas, para que todos, de Bragança aos Açores, possam ter resposta às suas necessidades é fundamental ter um local bem equipado e com uma equipa competente apta a responder às inúmeras solicitações que todos os dias vão chegando. Só estando algum tempo por lá, se pode avaliar o que lá se passa e o que lá se faz.

Pensar um pouco no trabalho que se faz na sede nacional é pensar nas publicações, na Revista, no Boletim, no Centro de Recursos, no Centro de Formação, na Internet, em todos os grupos de trabalho, na contabilidade, nos núcleos regionais, etc.

Temos finalmente um espaço próprio, mudámos de instalações e vamos iniciar uma nova fase na vida da Associação.

A ideia da aquisição de uma sede não é nova. Já Direcções anteriores se debateram com o problema de estarmos sempre sujeitos a um contrato que poderia ser revogado a qualquer momento, o que acabou por acontecer. Quando as dificuldades surgem há que enfrentar a situação, tentando encontrar uma solução e seguir em frente. Foi o que fizemos, mas não foi fácil. A sede da APM não podia ficar num local qualquer.

Era necessário encontrar um local de fácil acesso para os sócios, com condições suficientes para ser possível guardar todo o material que a APM possui.

Começámos por fazer contactos com entidades oficiais (Câmaras, Juntas de Freguesia,...) que não tiveram sucesso, embora todos reconhecessem a importância do trabalho que se faz na APM. Visitaram-se locais para alugar, mas os preços eram incomportáveis ou os sítios nada convidativos. A compra foi a solução.

A arquitectura da nova sede vai permitir uma melhor distribuição de espaços de

Os nossos paginadores já a trabalhar neste número da revista .

A loja da APM.

Susana, numa pausa das mudanças.

Ana com os caixotes da APM.

trabalho. Deixámos de ter uma sala grande onde tudo se passa para termos um conjunto de salas mais pequenas que vão permitir que alguns grupos tenham o seu espaço próprio e, consequentemente, melhor ambiente de trabalho.

É esta a sede ideal? Claro que não. Falta, por exemplo, um espaço onde reunir o Conselho Nacional, ou onde organizar uma acção de formação. Teremos para isso que recorrer a outros locais, como habitualmente.

A sede está pronta. Dado o empenhamento das funcionárias e a ajuda de vários sócios que sacrificaram muito tempo das suas férias podemos dizer que a mudança foi feita em tempo recorde.

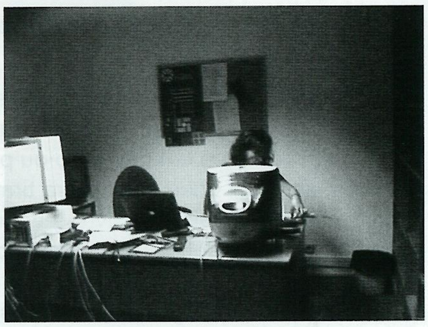
Como dizia uma das nossas sócias numa mensagem simpática que enviou à Direcção "Modéstia à parte, acho que estamos todos de parabéns"!

Branca Silveira
Presidente da Direcção da APM

A loja da APM.

A Sala do Centro de Recursos.

A Celeste no seu novo posto de trabalho



A sala da Internet e da Direcção.

Materiais para a aula de Matemática

Às voltas com a área do círculo

Os materiais para a sala de aula deste número destinam-se ao 6º ano. Trata-se de uma ficha de trabalho elaborada pela professora Lúcia Borrões, da Esc. Básica de Santa Clara, em Évora, inspirada numa ideia que há muito tempo reteve num encontro em que participou ou num livro que leu. Como nos disse:

> Eu tenho o hábito de folhear muitos os livros, vou vendo daqui e dali, e quando participo em encontros também acontece ficar na memória com ideias que acho interessantes e que penso que poderei vir a experimentar com os meus alunos. Foi o que aconteceu aqui. Não consigo agora precisar onde vi a ideia original desta actividade, sei que gostei dela e que este ano decidi pô-la em prática.

Através da actividade proposta nesta ficha de trabalho, os alunos podem "descobrir" como calcular a área do círculo, evitando que a fórmula lhes seja pura e simplesmente apresentada. Os pré-requisitos são as fórmulas do perímetro do círculo e da área do triângulo.

Esta professora organizou os alunos em pequenos grupos para a realização da ficha. Cada grupo construiu o respectivo rolo de plasticina e círculo, fez as medições pedidas e concluiu acerca da área do círculo. A professora recolheu depois produções escritas e na aula seguinte organizou uma discussão na qual reconstituiu com os alunos o processo utilizado e sistematizou a dedução da fórmula, à qual a maioria dos grupos tinha chegado correctamente.

Para mim, que tive a oportunidade de assistir a estas aulas, o que mais me foi grato observar, para além do empenho que os alunos puseram na realização do trabalho, foi a sua enorme satisfação por terem eles próprios sido capazes de descobrir uma fórmula matemática.

Ana Paula Canavarro
Universidade de Évora

Escola ....

Ano/Turma.................... Data....................... Aluno(a)..

Às voltas com a área do círculo

Material: plasticina, faca de plástico, régua

1. Com a plasticina, faz um rolo de pequena espessura e enrola-o, em volta de si próprio, partindo do centro, de maneira a formares um círculo cujo raio seja maior que 4 cm (fig. 1).

2. Faz um corte no círculo que obtiveste seguindo o esquema da figura 2.

3. Identifica os elementos do círculo correspondentes aos comprimentos:

3.1. do corte

3.2. do rolinho exterior da plasticina

4. Agora, mantendo os pedaços de plasticina unidos, fixando um dos lados do corte, desenrola-os pelo outro lado e estica-os (mantendo-os juntos e sem lhes alterar os comprimentos).

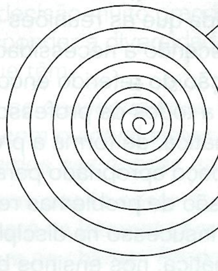


figura 1

5. Identifica a figura geométrica em que se transformou o círculo.

6. Faz a correspondência entre os elementos do círculo que tinhas identificado na questão 3 e os elementos desta nova figura.

Comprimento de	CÍRCULO	
• Corte		
• Rolinho exterior		

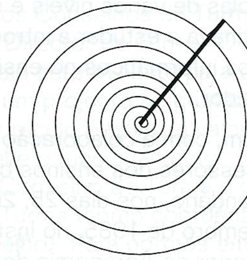


figura 2

7. Faz as medições necessárias e calcula a área da figura.

8. Qual é, por conseguinte, a área do círculo?

9. Substitui, na fórmula do cálculo da área do triângulo, a base e a altura pelos elementos correspondentes do círculo. (Não te esqueças de simplificar sempre que seja possível).

10.1. De que medida necessitas então para calcular a área do círculo?

10.2. Que fórmula podes usar para calcular a área do círculo?

ProfMat85

Foi há 15 anos que se realizou o primeiro ProfMat

Ana Leitão

Na sequência de várias reuniões que um grupo de professores do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências de Lisboa e das Escolas Superiores de Educação vinha realizando durante o ano de 1985, com o objectivo de reflectir sobre trabalhos teóricos e de investigação e sobre problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática, nasceu a ideia da realização do encontro ProfMat85.

À medida que as reuniões decorriam foi crescendo a necessidade da realização do referido encontro, aberto a todos os professores de Matemática, de forma a proporcionar um espaço apropriado para a discussão de problemas relacionados com o insucesso na disciplina de Matemática, nos ensinos básico e secundário em Portugal e com vista a dar uma resposta positiva ao desejo forte de mudança e de renovação manifestados por muitos professores. Em simultâneo, iniciava-se o Projecto Minerva que envolvia universidades e escolas de vários níveis e se destinava a estudar a introdução dos meios informáticos no ensino não superior.

Assim, com a colaboração de professores dos ensinos básico e secundário, nos dias 25, 26 e 27 de Setembro de 1985, no Instituto Superior de Agronomia de Lisboa, realizou-se o ProfMat85 que contou com a participação de cerca de 300 professores.

Com este encontro pretendia-se proporcionar uma ampla troca de experiências, favorecer debates abertos que contribuíssem para um melhor conhecimento dos nossos problemas e discutir diferentes perspectivas relativamente à formulação de problemas para investigação, metodologias de recolha e análise de dados, fundamentação teórica, avaliação e síntese de resultados.

No quadro seguinte apresentamos por curiosidade uma síntese do programa.

Síntese do Programa

Sessões Plenárias

- Computador no Ensino da Matemática
- Uso da Inteligência Artificial na Investigação e no Ensino da Matemática
- Estatística, Computadores e Ensino
- Discussão sobre o Ensino da Matemática em Portugal

Trabalhos de Investigação

- Formação de Professores
- Ensino da Geometria
- Desenvolvimento Curricular, Motivação e Material Didáctico
- Conceitos e Estruturas Conceptuais

Mesas Redondas

- Clubes de Matemática – Relatos de Experiências
- Formação em Exercício e Formação Contínua de Professores
- A formação Inicial de Professores de Matemática
- Publicações para Alunos e Professores de Matemática

Grupos de Trabalho

- Computadores, Calculadoras e *Problem Solving*
- Computador e o Currículo
- Computadores e outro Material Didáctico no Ensino Básico

Perguntámos a colegas que participaram neste encontro que lembrança ainda tinham do ProfMat85.

Uma colega recorda que um dos conferencistas salientou: "ser professor de Matemática é um desafio para o futuro". Lembra também o colorido dos corredores onde as editoras, pela primeira vez, se aproximaram dos professores convidando-os a visitar os expositores com as suas obras mais recentes.

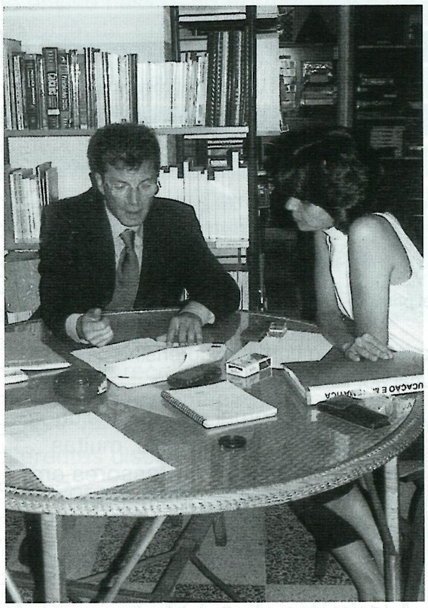
Outros colegas disseram-nos que, apesar de já não serem capazes de referir tudo o que viram e ouviram, recordam: "teve muito interesse", "foi bom", "viveu um ambiente muito agradável". Dizem: "até essa altura nunca tinha ouvido falar de algumas coisas, que foram novidade, como por exemplo o geoplano". Não se esqueceram que "a pedido da organização levámos um martelo e tivemos de construir o nosso próprio geoplano". A propósito, recordamos o que um professor do Instituto Superior de Agronomia nos contou depois do Encontro:

> Quando estava a dar uma aula aos meus alunos sentimos um grande barulho da lado de fora da sala. Pedi a um aluno que fosse ver o que se passava. O aluno foi e quando voltou informou-nos que uns professores de Matemática estavam agarrados a uma tábua a pregar pregos e mais pregos, deixando pairar no ar que não estariam muito bons da cabeça…!.

O ProfMat85 veio abrir o apetite para a participação nos outros ProfMats que em cada ano se realizaram em diferentes cidades do país e em outros acontecimentos relacionados com a Matemática, em Portugal.

Ana Leitão
ESE de Santarém

Entrevista com Paulo Abrantes



Gestão Flexível do Currículo: que desafios se colocam?

No ano lectivo de 97/98, algumas escolas aderiram ao projecto de Gestão Flexível do Currículo. Que caminho se percorreu desde então? Qual o balanço destes anos? Como é que este projecto se articula com a nova Reorganização Curricular do Ensino Básico? Como certamente estas são questões que interessam a todos os professores, a redacção considerou importante entrevistar Paulo Abrantes, na sua qualidade de director do Ensino Básico.

Educação e Matemática (EM): O que se entende por Gestão Flexível do Currículo?

Paulo Abrantes (PA): É um projecto cujo principal objectivo é questionar e repensar o que é o currículo e qual é o papel da escola e dos professores na sua gestão. Ou seja, dizendo de outra maneira: tradicionalmente, o currículo é identificado com um plano de estudos, com um conjunto de disciplinas e componentes que os alunos vão fazendo por uma certa ordem, com uma certa carga horária, com uma certa estrutura. No nosso sistema de ensino, que é tradicionalmente bastante rígido e centralizado, as coisas são completadas através de programas das diferentes disciplinas, mais do que os programas até os manuais. Portanto, as coisas assumem um carácter nacional, supostamente normativo, bastante igual para todos. As ideias que há hoje na educação, a experiência, a investigação educacional têm mostrado que isso não é assim, que o currículo — mesmo num país em que há um currículo nacional — pode ser interpretado como um conjunto de aprendizagens consideradas necessárias e que os alunos devem fazer, mas formuladas de uma maneira que permita às escolas e aos professores assumir a responsabilidade de encontrar as estratégias que são mais adequadas para que os seus alunos, naqueles ambientes, com os recursos que têm, aprendam. Portanto, seria natural que a própria noção de currículo incorporasse a procura de respostas que são naturalmente diferentes umas das outras. Por outro lado, o nosso sistema tem sido um sistema em que, quando há dificuldades de concretização do chamado currículo nacional, se "arranjam", por um lado, esquemas de apoio individualizados para os alunos que têm dificuldades em seguir aquela maneira uniforme, por outro lado, a nível de turmas, criam-se currículos alternativos. O que acontece é que devíamos ter um sistema em que a grande maioria, eu não digo todas, mas digo a esmagadora maioria dos problemas de aprendizagem deviam ser considerados como alguma coisa que é normal no próprio processo de ensino-aprendizagem e que, portanto, deviam encontrar-se respostas diversas e adequadas no quadro do currículo nacional, sem que houvesse qualquer sentimento de que as pessoas não estavam a cumprir o currículo. Isto significa admitir uma gestão muito mais flexível do que tem sido norma, sem prejuízo de haver situações muito especiais — no caso, por exemplo, de alunos claramente em risco de abandono da escola — em que são necessárias medidas diferentes. Desde que se garantisse um conjunto de aprendizagens, digamos, de competências consideradas fundamentais, nas várias áreas, e tipos de experiências que deviam ser proporcionados a todos os alunos, acho que a escola devia ter toda a liberdade de organizar a gestão do currículo da maneira que entendesse adequada, eventualmente, fazendo o desenvolvimento de algumas disciplinas em conjunto, alterando as cargas horárias, compensando de um ano para o outro se for considerado mais conveniente, ligando umas áreas com outras. As escolas deviam ter uma margem de decisão muito grande, que pudesse responder à diversidade de situações que têm.

EM: E como se consegue essa flexibilidade com o actual sistema rígido que temos nas nossas escolas?

PA: Nós temos dito (e neste documento que está na Internet para discussão que se chama "Proposta de Reorganização Curricular do Ensino Básico" fala-se nisto) que há um elemento fundamental que é dar o devido relevo a órgãos de gestão pedagógica das escolas, que existem mas que não têm tido o papel que precisam de ter. Eu estou a falar sobretudo dos Conselhos de Turma e do papel do Director de Turma. O elemento mais determinante para o sucesso de um projecto de gestão flexível do currículo é talvez a valorização do papel e o funcionamento efectivo do Conselho de Turma e do Director de Turma (como coordenador desse Conselho). Para pormos em prática os princípios fundamentais da Gestão Flexível do Currículo deve haver um plano de trabalho colectivo, que é assumido pelos vários professores que trabalham com aqueles alunos e que constitui aquilo a que "pomposamente" se chama um "Projecto Curricular da Turma". O nome não é muito importante mas a ideia fundamental é esta.

EM: Mas isso não é uma carga demasiado grande para o Director de

Turma?

PA: Neste quadro, realmente, o Director de Turma tem um papel central, ele é o coordenador deste projecto. Agora, as coisas podem ser organizadas de maneira a que o Director de Turma tenha, de facto, algum apoio e algumas condições. Há dois ou três elementos que são ideias centrais: uma delas é a ideia de que os alunos, do tempo que estão na escola, praticamente a totalidade é em aulas das várias disciplinas. É evidente que as aulas são importantes mas neste projecto assumiu-se que o currículo tinha um conjunto de componentes que não se esgotava nas aulas das várias disciplinas e que devia haver alguns espaços curriculares obrigatórios que não eram necessariamente essas aulas... E foi daí que surgiu a ideia de incorporar no currículo a Área de Projecto, a área do Estudo Acompanhado e a área que se tem chamado Educação para a Cidadania. A responsabilidade dessas áreas é atribuída a dois professores do Conselho de Turma, portanto, do conjunto de professores que essas turmas já teriam nas outras disciplinas, enquanto a Educação para a Cidadania é da responsabilidade do Director de Turma. E eu espero que isso ajude a envolver mais professores da turma em aspectos do currículo que são no fundo transversais às várias disciplinas. Julgo que é desejável que os professores responsáveis pela Área de Projecto ou pelo Estudo Acompanhado, sejam de áreas diferentes e que possam até, de um ano para o outro, ser de disciplinas diferentes, como uma forma de envolver, senão todos, uma grande maioria de professores da turma ao longo de um ciclo na gestão dos aspectos transversais e interdisciplinares mais evidentes.

EM: Quantas escolas neste momento têm projectos de Gestão Flexível do Currículo?

PA: O projecto começou em 97/98 com 10 escolas, depois em 98/99 foram 33 escolas, e em 1999/2000 foram 93... e este ano serão cerca de 180.

EM: Este não é um projecto para combater o insucesso, é uma maneira diferente das escolas funcionarem...

PA: Claro que todas as ideias novas que se põem em prática no ensino são para combater o insucesso, num certo sentido, mas o projecto não é especificamente dirigido, como no

1° ciclo

Educação para a cidadania			
	Actividades Curriculares disciplinares		
	Língua Portuguesa Matemática Estudo do Meio	Expressões - artísticas - físico-motoras	
Form. Pessoal e Social	Áreas Curriculares não disciplinares[a]		
	Área de Projecto	Estudo Acompanhado	*Formação Cívica*
	Total: 25 horas		
	Ed. Moral e Religiosa[b]	Actividades de enriquecimento[c]	

[a] Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias da informação e da comunicação, e constando explicitamente do projecto curricular da turma

[b] Área de frequência facultativa

[c] Actividade de carácter facultativo, incluíndo um possível primeiro contacto com uma língua estrangeira

Quadro anexo à proposta de futuro Decreto-lei sobre o currículo do ensino básico, preparada pelo Ministério da Educação, referente ao 1° ciclo.

caso dos currículos alternativos, a alunos que estão em risco de abandono. Este projecto é tendencialmente para todos alunos. Porquê? Porque, como eu disse, este projecto lida sobretudo com a ideia de currículo e todos os seus elementos fundamentais, são coisas que têm a ver com todos os alunos, têm a ver sobretudo com uma nova maneira de entender o que é o currículo, com uma forma flexível de o gerir. Mesmo estas áreas novas fazem sentido para todos os alunos! É evidente que eles não têm é que fazer todos a mesma coisa, quer dizer, julgo que é impensável argumentar que, por exemplo, a Área de Projecto é só para os alunos melhores ou que o Estudo Acompanhado seja só para os mais fracos... O Estudo Acompanhado, por exemplo, tem sobretudo a ver com a ideia de desenvolver a autonomia no estudo e a capacidade de organização, investigação e pesquisa dos alunos. Isto faz sentido para todos os alunos. Obviamente, que aquilo que se faz com os alunos e com as turmas depende da idade deles, do grau de autonomia que eles já têm, etc.

EM: E a nível de gestão das aulas, as escolas têm hipótese de alterar o tempo das aulas e o número de horas de determinadas disciplinas...

PA: O projecto começou com a ideia, que ainda se mantém, que os alunos deviam ter um trabalho escolar obrigatório que incorporasse, de facto, várias componentes mas que, por outro lado, em termos do que é o currículo obrigatório, não representasse uma carga horária excessiva. Porque um dos problemas que existe no nosso currículo, hoje em dia, para além daqueles que já referi de natureza mais conceptual, é que os alunos têm muitas horas de aulas, muitas disciplinas e muitos professores em cada dia e isto representa, por exemplo, na transição do primeiro para o segundo ciclo um problema evidente. Nós sabemos que este problema tem razões históricas, o nosso 2° ciclo vem... dos liceus e das escolas técnicas, isto é, de um ensino que durante muito tempo não foi pensado para todos. O que este projecto permite é que a escola tenha liberdade para, não ultrapassando uma referência máxima global, organizar os tempos lectivos da maneira que achar mais adequado, havendo uma recomendação (noto que não é uma obrigatoriedade) para que uma parte desses tempos lectivos corresponda a períodos de trabalho mais prolongados em cada uma das disciplinas, para que não só os alunos tenham menos disciplinas em cada dia, mas sobretudo para que seja possível fazer em cada uma delas um trabalho mais variado... mais prático, mais experimental, mais trabalho de grupo, menos aulas expositivas. Isto no fundo, acho eu, que vai de encontro àquilo que muitos professores, em muitas disciplinas, já tentam fazer ou mesmo já fazem, juntando tempos lectivos.

EM: Algo que parece fundamental para auxiliar o trabalho dos professores é a definição das competências fundamentais. O que é que já está feito em termos de Matemática e também em relação às outras disciplinas?

PA: Realmente, num quadro de maior flexibilidade mas em que há um currículo nacional é importante que seja definido o que é que é considerado essencial em cada ciclo, para que essa gestão tenha de facto referências nacionais. O que existe neste momento é uma versão ainda provisória dessas competências essenciais no ensino básico, no Português e na Matemática. Eu digo ainda provisória porque foram recebidas muitas críticas e sugestões de trabalho e esses documentos vão dar origem ainda a uma nova versão. Em relação às outras disciplinas, posso dizer que nas Ciências e na História esse documento já existe e pode ser consultado na Internet na página do DEB, e que a muito curto prazo, estarão os restantes. Durante este ano lectivo, temos que realizar um trabalho de recolha de opiniões para melhorar essas primeiras versões e, depois, de harmonização entre as diferentes disciplinas.

EM: Porque é que se optou, novamente, por introduzir uma segunda língua estrangeira obrigatória no 3º ciclo?

PA: Esse assunto é muito polémico. A decisão de haver uma segunda língua obrigatória para todos no Ensino Básico é uma decisão de política educativa geral, agora, a minha opinião é que a situação actual é indefensável. Desde a última reforma curricular os alunos escolhem entre a segunda língua estrangeira, a Educação Tecnológica e a Educação Musical, apenas uma dessas três. O que acontece é que, dez anos depois, verificamos que essa escolha é eminentemente uma escolha social, quer dizer, os alunos considerados mais fracos ou de meios mais desfavorecidos são os que tendem a escolher Educação Tecnológica, e a Educação Musical está sujeita até à pouca oferta das escolas. Além disso, cada vez mais alunos escolhem a segunda língua estrangeira até porque, para além de evitarem a tal descriminação, o nosso sistema obriga a ter uma segunda língua estrangeira no secundário, caso não tenham tido no básico, e isso significa sobrecarregar o seu currículo no secundário.

EM: No contacto com as escolas, que tipo de dificuldades os professores apontam na consecussão dos seus projectos?

PA: Eu acho que as dificuldades maiores são, por um lado, nas novas áreas — o Estudo Acompanhado, a Área de Projecto e a Educação para a Cidadania — embora curiosamente seja também onde aparecem os aspectos mais inovadores. Por outro lado, para não ultrapassar a carga horária global, os alunos realmente precisam de ter no conjunto menos horas de aulas das várias disciplinas e a dificuldade está em organizar isso de maneira a que não signifique menos aprendizagem, ou seja, nós realmente advogamos que eles tenham menos horas de aula mas não menos trabalho na escola, nem menos contacto com as diversas disciplinas. Eu não concebo que o Estudo Acompanhado ou a Área de Projecto não envolvam a Matemática, por exemplo, mas não é habitual nem é fácil pensar que a Matemática que os alunos aprendem, aprendem nas aulas, aprendem noutros espaços curricula-

res, no Estudo Acompanhado, nos projectos interdisciplinares, etc.. E quem diz a Matemática, diz a História, a Geografia, o Português ou as Ciências. Uma outra dificuldade que muitas escolas apontam é que isto requer muito trabalho colectivo entre os professores. E aí há dois problemas: não há muito hábito de se fazer isso e, por outro lado, em algumas escolas (sobretudo nas muito superlotadas) há realmente dificuldades de encontrar espaços físicos e horas para este trabalho.

EM: Mas o projecto da gestão flexível tem horas destinadas a reuniões entre professores?

PA: Não. Este projecto foi baseado na ideia de que, ao contrário dos currículos alternativos ou de outros projectos, não devia haver desse ponto de vista condições muito especiais que fossem irrealistas em termos depois do país todo. Agora, claro que as escolas organizam isto de maneiras muito diferentes e, por exemplo, quando fazem uma organização da carga horária dos alunos muito diferente também conseguem economizar tempo.

EM: Em relação à avaliação dos projectos, que avaliação é que tem sido feita? As escolas fazem um relatório final de cada ano?

PA: Fazem, fazem... As escolas fazem um relatório anual, com base nesse relatório são feitos balanços a nível regional e depois nacional. Existem relatórios nacionais, do desenvolvimento deste projecto, de cada um dos anos lectivos. Do último ainda não está feito porque ainda estamos a recolher os dados. Os dados recolhidos este ano são bastante mais numerosos e eu espero que dêem origem a um relatório muito mais pormenorizado, sobre, exactamente, onde se encontraram as maiores dificuldades.

Para além disso ainda, há um processo de avaliação externa deste projecto. Há uma equipa de investigadores, coordenada pela professora Luísa Alonso, da Universidade do Minho, a quem, com base em todos os dados que existem e são postos à sua disposição e noutros que a própria equipa vai recolher numa amostra de escolas, foram pedidas duas coisas: uma delas é um parecer já a sair neste próximo trimestre sobre o modelo de desenvolvimento curricular que está implícito neste projecto; a outra é, no final deste ano lectivo, um relatório sobre o desenvolvimento do projecto baseado já em dados empíricos de como é que ele foi realizado nas escolas, de onde saiam os pontos fortes e fracos que o projecto tem tido, que recomendações para o futuro, etc..

EM: E são já conhecidos alguns desses pontos fortes e fracos?

PA: Sem ter a pretensão de os pôr de maneira sistemática, um dos pontos fortes tem sido, de facto, a incorporação das novas áreas, o papel de um espaço curricular obrigatório como por exemplo o Estudo Acompanhado, no sentido de contribuir para o desenvolvimento da organização dos alunos, da autonomia, da capacidade de consultarem coisas, julgo que há muitos dados interessantes em muitas escolas neste domínio. Na Área de Projecto, nos casos em que realmente tem funcionado bem, julgo que há também um avanço, porque relativamente por exemplo à Área-Escola da actual estrutura curricular, há diferenças fundamentais, uma delas é que há horas no horário dos alunos e dos professores para o trabalho nessa área e, por outro lado, há uma responsabilização de dois professo-

2º ciclo

Componentes do currículo	Carga horária semanal (x 90 min.) [a]		
	5º ano	6º ano	Total ciclo
Áreas curriculares disciplinares			
Línguas e Estudos Sociais Língua Portuguesa Língua Estrangeira História e Geografia de Portugal	5	5,5	10,5
Matemática e Ciências Matemática Ciências da Natureza	3,5	3,5	7
Educação Artística e Tecnológica Educação Visual e Tecnológica Educação Musical	3	3	6
Educação Física	1,5	1,5	3
Áreas Curriculares não disciplinares[b]	3	2,5	5,5
Área de Projecto Estudo Acompanhado *Formação Cívica*			
total	16	16	32
a decidir pela escola	0,5	0,5	1
Ed. Moral e Religiosa[c]	0,5	0,5	1
Máximo global	17	17	34
Actividades de enriquecimento[d]			

Educação para a cidadania

Formação Pessoal e Social

[a] A carga horária semanal está organizada em períodos de 90 minutos, assumindo a sua distribuição por anos de escolaridade um carácter indicativo.
Em situações justificadas, a escola poderá propor uma diferente organização da carga horária semanal dos alunos, devendo contudo respeitar os totais por áreas curriculares e ciclo, assim como o máximo global indicado para cada ano de escolaridade.

[b] como nota [a] do primeiro ciclo

[c] Área de frequência facultativa

[d] Actividade de carácter facultativo.

Quadro anexo à proposta de futuro Decreto-lei sobre o currículo do ensino básico, preparada pelo Ministério da Educação, referente ao 2º ciclo.

res. Outro dado positivo que pode ser antecipado é que, pelo menos no 2º ciclo, em muitas escolas, registou-se um trabalho mais colectivo dos professores ao nível do Conselho de Turma. Por exemplo, há escolas que decidiram diminuir o número de professores que os alunos têm, uma vez que os professores no 2º ciclo pertencem a grupos que são pluridisciplinares.

No 3º ciclo há também dados mas há menos, porque este projecto foi muito mais agarrado pelas escolas ao nível do 2º ciclo, do que foi pelo 3º. Só agora aos poucos é que há mais escolas, inclusivé escolas secundári-as, que começam a aderir no 3º ciclo.

EM: E quando é que se prevê que a Gestão Flexível do Currículo possa ser alargada a todo o país?

O processo clássico de fazer reformas curriculares em Portugal (e noutros países embora agora se comece a pôr em causa) tem consistido sempre em planear uma estrutura curricular nova, com programas novos, depois experimentá-los em algumas escolas, daí tirar conclusões, e depois generalizá-lo a todo o país. Mas este processo hoje em dia, a mim, parece-me bastante desadequado porque a experiência dos últimos anos mostrou (e há muitos dados da experiência e da investigação que tem sido feita) que quando nós fazemos uma generalização deste tipo, a partir de uma experimentação em escolas-piloto, a generalização é feita em condições muito diferentes daquelas em que a experiência decorreu e numa época diferente e num contexto diferente. O desenvolvimento curricular tem que ser um processo muito mais gradual, de ajustamento, reflexão, de ver o que é que está a acontecer e ir fazendo ajustamentos nas orientações curriculares, muito mais do que marcado por períodos de rupturas: "agora estes programas vão para o lixo, vamos fazer programas inteiramente novos, começamos tudo outra vez, agora vamos ensinar como é que se faz com os novos programas, etc." Assim o processo realmente não funciona.

Portanto, não se pode falar propriamente de uma generalização da Gestão Flexível num dado momento. O que vai acontecer é que haverá, dentro de um ano para os dois primeiros ciclos, e daqui a dois anos para o terceiro ciclo, uma nova estrutura curricular a que chamamos reorganização curricular e que pensamos poder favorecer o desenvolvimento dessa gestão flexível.

EM: Penso que o que está previsto quanto a esta reorganização curricular é que algumas disciplinas terão os mesmos programas mas para outras serão feitos programas novos...

PA: Exactamente a razão por que se chamou reorganização curricular e não reforma curricular foi para sublinhar que se trata sobretudo de ver o currículo e a gestão do currículo de uma maneira diferente, muito mais do que pôr a ênfase, como tradicionalmente se tem feito, nas alterações dos programas. Isto sem prejuízo dos programas precisarem de evoluir, como é evidente, mas não me parece que seja essa a questão principal. Aliás antes de falar na questão da mudança dos programas, gostava de deixar isso claro — porque isto tem sido muitas vezes discutido em público, dizendo-se que é uma reforma mas com outro nome — se nós chamamos reforma curricular àquilo que tem sido o paradigma das reformas curriculares, então isto realmente não é bem uma reforma curricular, mas isso não quer dizer que seja menos. Quase se podia dizer que isto é, ao mesmo tempo, menos e mais que uma reforma curricular. Menos, no sentido em que não se baseia na ideia de que vamos mudar os programas todos. Mais, no sentido em que, embora num processo mais lento do que normalmente se imagina quando há reformas, a médio/longo prazo pode ter implicações muito maiores na evolução do currículo. Portanto, o facto de se chamar reorganização curricular não diminui nada o alcance deste tipo de iniciativa.

Em relação aos programas, realmente, numa primeira fase não haverá alterações, o que não quer dizer que mais lá para a frente não haja, quando até esses programas desempenharem um papel diferente, quando as ideias sobre o currículo estiverem mais estabilizadas e os programas desempenharem o papel de um guia orientador, sendo vistos de uma maneira menos prescrita e menos normativa do que são hoje.

A curto prazo, sobretudo no 3º ciclo, é preciso realmente modificar alguns programas porque algumas disciplinas e áreas disciplinares têm um enquadramento diferente ao longo dos 3 anos. E isto abrange sobretudo: as disciplinas da área das ciências, em que nós gostaríamos que os programas fossem organizados e depois geridos de uma maneira muito mais articulada e conjunta entre as Ciências Naturais e Fisico-Químicas; a Geografia, uma vez que é uma disciplina para gerir da maneira que a escola entender ao longo do 3º ciclo e não com um "buraco" no 8º ano; e as da Educação Artística e Tecnológica, uma vez que têm um enquadramento diferente também na estrutura curricular do 3º ciclo. A ideia nestas áreas é fazer-se uma abertura, embora moderada, do leque de opções no domínio da educação artística que os alunos têm e, portanto, admitir que para além da Educação Visual, a Educação Artística deve incluir como oferta das escolas outras componentes, nomeadamente, a música, o teatro, a dança e eventualmente outras.

EM: Nesta reorganização curricular estão previstos dois blocos de 90 minutos para a Matemática do 3º ciclo. Isto corresponde a uma diminuição da carga horária. Como se justifica?

PA: A minha resposta a isso é a seguinte: eu sou professor de Matemática e se estivesse a leccionar numa escola no 2º ou 3º ciclo, estaria neste momento bastante entusiasmado com a ideia de em alguma ou em algumas das minhas turmas ser um dos professores que tinha, para além da disciplina de Matemática nessa turma, a responsabilidade do Estudo Acompanhado e da Área de Projecto. Porque penso que um professor de Matemática é, em primeiro lugar, e neste caso, um professor do Ensino Básico. E por outro lado porque a Matemática pode e deve, naturalmente, ter uma presença importante em áreas como estas em que os alunos realizam projectos, fazem consultas, aprendem a estudar. Portanto, a presença da Matemática, quanto a mim, é uma presença que tem que ultrapassar largamente os ditos dois blocos de 90 minutos por semana e, neste sentido, se isso fôr feito, não haverá nenhuma redução da carga horária. Mesmo só os dois blocos de 90 minutos por semana correspondem, digamos, a uma redução no horário de 20 minutos, mas temos que pensar que 4 aulas de 50 minutos têm toques de entrada e de saída, e na maior parte dos casos acabam por ser de 40 ou 45 minutos. E se pensarmos ainda no tipo de trabalho que se pode fazer num período em que não há essas interrupções a meio, eu acho que na prática, só com esses 2 blocos de 90 minutos, a diferença é mínima.

EM: Estas mudanças representam um grande desafio para os professores...

PA: Eu julgo que estamos a trabalhar realmente com um paradigma diferente, também no que diz respeito ao papel do professor e à natureza da profissão do professor. Na visão tradicional de currículo e de desenvolvimento curricular, o professor é visto como uma "correia de transmissão" entre um programa, um currículo, um manual, etc. — que são feitos em geral, alegadamente de maneira uniforme para todos os alunos — e o aluno, ou seja, o professor tem um papel de transmissor, de aplicador. Nós hoje acreditamos muito mais que o professor, embora tendo orientações curriculares e materiais a que tem que recorrer, como é evidente, antes de ser um aplicador, é uma pessoa que tem que tomar decisões, tem que fazer escolhas, tem que organizar as coisas. Portanto, o seu papel é muito mais ao nível da decisão e da organização, do que propriamente da execução rotineira. E esta mudança é uma mudança que, obviamente, não se faz de um dia para o outro.

Entrevista conduzida por Ana Vieira e Conceição Rodrigues

3º ciclo

	Componentes do currículo	Carga horária semanal (x 90 min.) [a] 7º ano	8º ano	9º ano	Total ciclo
Educação para a cidadania	Áreas curriculares disciplinares				
	Língua Portuguesa	2	2	2	6
	Línguas Estrangeiras LE 1 LE 2	3	2,5	2,5	8
	Ciências Humanas e Sociais História Geografia	2	2,5	2,5	7
	Matemática	2	2	2	6
	Ciências Físicas e Naturais Ciências Naturais Físico-Química	2	2	2,5	6,5
	Educação Artística				
	Educação Visual	1[c]	1[c]	1,5[d]	5,5
	Outra disciplina (oferta da escola)[b]	1[c]	1[c]		
	Educação Tecnológica				
	Educação Física	1,5	1,5	1,5	4,5
Formação Pessoal e Social	*Áreas Curriculares não disciplinares*[e]	2,5	2,5	2,5	7,5
	Área de Projecto Estudo Acompanhado *Formação Cívica*				
	total	17	17	17	51
	a decidir pela escola	0,5	0,5	0,5	1,5
	Ed. Moral e Religiosa[f]	0,5	0,5	0,5	1,5
	Máximo global	18	18	18	54
	Actividades de enriquecimento[g]				

[a] como nota [a] do 2º ciclo
[b] A escola deve oferecer outras disciplinas da área da Educação Artística (Educação Musical, Teatro, Dança, etc.)
[c] Nos 7º e 8º anos, os alunos têm (i) Educação Visual ao longo do ano lectivo e (ii), numa organização quantitativa ao longo do ano, uma outra disciplina da área da Educação Artística e Educação Tecnológica
[d] No 9º ano, os alunos escolhem livremente uma única disciplina, entre as ofertas da escola nos domínios artísticos e tecnológicos.
[e] como nota [a] do 1º ciclo
[f] Área de frequência facultativa
[g] Actividade de carácter facultativo.

Quadro anexo à proposta de futuro Decreto-lei sobre o currículo do ensino básico, preparada pelo Ministério da Educação, referente ao 3º ciclo.

Um poliedro na escola: poliedros e outras matemáticas

A APM vai realizar um conjunto de actividades, com o nome genérico de *Um poliedro na escola: poliedros e outras matemáticas*, de 30 de Novembro a 7 de Dezembro de 2000, em espaços disponibilizados pelo Visionarium e pelo Centro de Congressos do Europarque, em Sta. Maria da Feira. Este acontecimento insere-se nas iniciativas que a APM tem vindo a realizar no Ano Mundial da Matemática.

A APM preparou, desde meados de 1999, a sua intervenção na celebração e nas actividades relativas ao AMM 2000, em Portugal. Através dos seus Grupos de Trabalho e Núcleos Regionais desenvolveu diversas realizações sectoriais e locais ao longo deste ano. A nível central, e de acordo com os princípios educativos que defende, a APM resolveu tomar iniciativas que implicassem um grande envolvimento em actividades matemáticas das escolas, dos professores e sobretudo dos alunos. Uma das iniciativas centrais da APM consistiu em propor às escolas o desenvolvimento do projecto *Um poliedro na escola*, que consistia essencialmente na construção, ao longo do ano 2000, de um poliedro ou sólido de grandes dimensões num local visível da escola. Neste projecto participaram algumas dezenas de escolas, que produziram vários sólidos nos mais diversos materiais. Estes sólidos constituirão o núcleo central da iniciativa *Um poliedro na escola: poliedros e outras matemáticas*, que incluirá ainda uma mostra do conjunto das exposições itinerantes da APM, reunidas pela primeira vez, num espaço permanente *Ver e fazer Matemática na Internet*, sete períodos em cada dia para intervenções das escolas e sessões temáticas, lançamento de livros publicados este ano em português, sobre matemática, passagem de vídeos, etc.

O acesso à exposição e às actividades que lhe estão associadas é público e gratuito, mas as escolas deverão fazer uma marcação prévia, contactando a Secção de Marcações e Informações do Visionarium (tel.: 256 370 609/5). Como existirá um limite para o número de escolas que poderão visitar a exposição em cada dia, é aconselhável que essa marcação seja feita com a máxima antecedência.

A APM espera que este conjunto de actividades leve a Sta. Maria da Feira um grande número de alunos, professores e público em geral, e que possa assim contribuir para a construção de uma imagem da matemática como uma actividade humana relevante, culturalmente rica e atractiva, e com significado na nossa sociedade.

Adaptado de http://www.apm.pt/amm/pagina/poliexpo.html

Exposição do Atractor

Atractor é o nome, por um lado de um Centro Interactivo dedicado à Matemática e por outro de uma associação cultural de direito privado, sem fins lucrativos, que tem por finalidade essencial a criação, manutenção e desenvolvimento do referido Centro. Este centro terá em permanente exibição módulos interactivos relacionados com a Matemática. A preocupação inicial do Atractor, para além da criação da restruturação do local onde ficará localizado tem sido também a construção dos módulos. O Atractor tem realizado várias exposições, nas quais tem apresentado os módulos já construídos e alguns protótipos de futuros módulos.

Em Novembro terá início uma exposição no Pavilhão do Conhecimento no Parque das Nações, na qual estarão expostos os módulos já construídos referentes aos temas: simetria, números, topologia, optimização, matemática e música, funções, perspectiva, dinâmica, mecanismos e curvas, pavimentações, probabilidades, poliedros e um conjunto de outros módulos referentes aos mais diversos temas matemáticos.

Será sem dúvida uma exposição a não perder por alunos, professores e público em geral. Pretende-se que o visitante fique com uma percepção mais ampla dos domínios da matemática, fazendo-o tomar consciência das aplicações da matemática, em áreas por vezes insuspeitas e, indirectamente, na própria tecnologia que utiliza diariamente. Cada módulo colocará um desafio, levando o visitante a pensar numa questão matemática, a tentar compreendê-la ou resolvê-la. Estará sempre ao seu dispor a explicação do que realizou ou observou. Pretende-se a cima de tudo despertar o interesse e a sua curiosidade de uma forma activa, ajudando assim a criar uma imagem "viva" da Matemática.

Para mais informações deverá ser consultado o site do Atractor em http://www.fc.up.pt/atractor/.

Nuno Candeias
EB 2,3 da Ramada

2000 matemática $\sqrt{\text{radical}}$

O Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa dará continuidade durante o próximo trimestre ao ciclo de palestras *2000 matemática $\sqrt{\text{radical}}$*. Segundo Miguel Ramos, professora naquele Departamento, "em cada sessão é sucintamente comentado um tema científico de actual interesse para a comunidade matemática internacional, destacando-se os aspectos humanos, históricos e de relevância para as ciências matemáticas e suas eventuais implicações no progresso científico e tecnológico."

Informações adicionais e inscrições podem ser obtidas pelo endereço electrónico mradical@lmc.fc.ul.pt, pelo telefone 217500160, ou na página http://mat.fc.ul.pt/

Uso do *Geometer's Sketchpad* no estudo de propriedades da parábola

Rosa Maria Ribeiro
Maria do Céu Silva

As questões abordadas neste artigo relacionam-se com a parábola, definida como curva plana, e vão ser tratadas de um ponto de vista geométrico que não envolve geometria analítica.

Para pôr em prática as actividades sugeridas recorremos ao *Sketchpad*. Este programa de geometria dinâmica, onde a possibilidade de construir facilmente figuras incita à multiplicação e à diversificação de exemplos, é um precioso auxiliar do processo mental para estabelecer conjecturas, rejeitar hipóteses e tirar conclusões. Além disso, pensamos que este programa permite estabelecer uma vantajosa interacção entre o tratamento, já referido, da parábola e o seu tratamento analítico, habitual nos manuais do ensino secundário.

A parábola

Definição

Seja *d* uma recta e *F* um ponto não pertencente a *d*. Seja α o plano definido por *d* e *F*. Define-se parábola de directriz *d* e foco *F* como o conjunto dos pontos *P*, de α, tais que dist(*P*, *d*) = dist(*P*, *F*).

Noções preliminares

Neste parágrafo são relembrados alguns conceitos relativos à parábola que serão utilizados nos pontos seguintes.

Eixo de uma parábola é a recta perpendicular à directriz que passa pelo foco.

Vértice de uma parábola é o ponto de intersecção da curva com o eixo.

Dado um ponto, *P*, da parábola, chama-se *raio vector* (ou raio focal) de *P* ao segmento de recta definido pelo foco, *F*, e por *P*.

Um ponto *E*, do plano da parábola, diz-se externo à parábola se dist(*E*, *d*) < dist(*E*, *F*).

Um ponto *I*, do plano da parábola, diz-se interno à parábola se dist(*I*, *d*) > dist(*I*, *F*).

Uma construção dinâmica com o *Sketchpad*

Comecemos por traçar, com o auxílio do *Sketchpad*, uma recta, *d*, e um ponto, *F*, não pertencente a *d* (fig. 1). Recorrendo às possibilidades oferecidas por este programa, coloquemos um ponto variável, *X*, em *d*, e tomemos o ponto médio, *M*, de *XF*. Em seguida, construamos a mediatriz *m*, de *XF*. Seja *P* o ponto de intersecção da perpendicular a *d* por *X* com a recta *m*.

O comando *locus* permite fazer o traçado da parábola — curva descrita por *P* quando *X* se desloca em *d*.

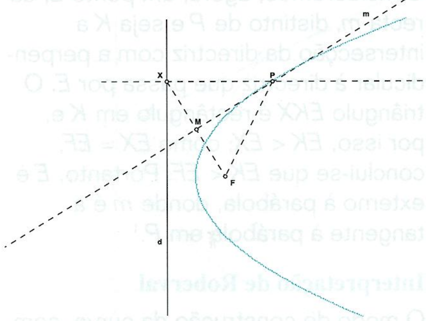


figura 1

É fácil verificar que qualquer ponto *P* da curva obtida por este processo satisfaz à definição dada de parábola. De facto, sendo *P* um ponto da mediatriz de *XF*, dist(*P*, *F*) = dist(*P*, *X*); além disso, como *X* é o projectado ortogonal de *P* em *d*, dist(*P*, *X*) = dist(*P*, *d*). Portanto, dist(*P*, *F*) = dist(*P*, *d*), isto é, *P* é ponto da parábola.

Pode observar-se que a recta *m* referida é também bissectriz do ângulo *XPF*. Esta propriedade é consequência imediata da congruência dos triângulos *PXM* e *PMF*.

Tangente à parábola num ponto

Definição

Uma recta, t, diz-se tangente à parábola no ponto P se todos os pontos de t à excepção de P são externos à parábola.

Vamos mostrar que, a recta m usada na construção da parábola é tangente à parábola no ponto P. (fig. 2)

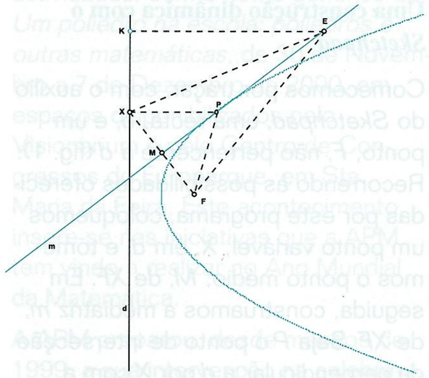


figura 2

Comecemos por observar que, como P é ponto da parábola, $XP = PF$; além disso, por M pertencer à mediatriz, m, $XM = MF$.

Consideremos, agora, um ponto E, da recta m, distinto de P e seja K a intersecção da directriz com a perpendicular à directriz que passa por E. O triângulo EKX é rectângulo em K e, por isso, $EK < EX$; como $EX = EF$, conclui-se que $EK < EF$. Portanto, E é externo à parábola, donde m é a tangente à parábola em P.[1]

Interpretação de Roberval

O modo de construção da curva, com o *Sketchpad*, permite observar que a recta m dá a direcção do movimento do ponto P. Em cada instante, este movimento resulta simultaneamente de outros dois, de afastamento ou aproximação, "à mesma velocidade" do foco e da directriz — o que está de acordo com o processo indicado por Roberval[2] para a obtenção de tangentes a curvas.

Com a opção *Action Button* do comando *Edit*, é possível criar um botão que anima o ponto P na parábola e que permite visualizar, não só diferentes posições das rectas XP e FP, como também da bissectriz, m, do ângulo por elas formado (fig. 3).

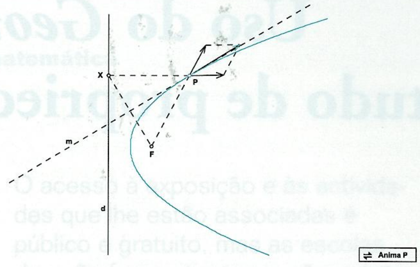


figura 3

Uma propriedade importante

Entre as propriedades da tangente à parábola há uma que, pela sua importância no que vai seguir-se, não podíamos deixar de mencionar.

Seja P um ponto da parábola e t a tangente à parábola em P. O ponto de intersecção de t com o eixo da parábola define com o foco um segmento de comprimento igual ao do raio vector.

De acordo com a fig. 4 a propriedade referida pode traduzir-se por: $PF = FT$.

Vejamos que, de facto, assim é, tendo presente que t é mediatriz de XF e bissectriz de XPF.

$\angle XPM = \angle MPF$ (pois P pertence à bissectriz do $\angle XPF$) e $\angle XPM = \angle PTF$ (pois são ângulos alternos internos e XP é paralela a TF).

Logo, $\angle PTF = \angle MPF$ e, portanto, o triângulo TPF é isósceles de base PT, donde, $PF = FT$.

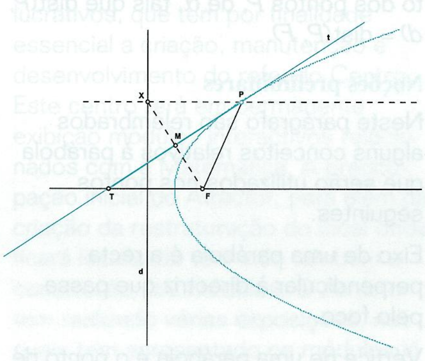


figura 4

Subtangente num ponto da parábola

Definição

Sejam P um ponto de uma parábola e t a tangente à parábola em P. Sejam, ainda, P' o projectado ortogonal de P sobre o eixo da parábola e T o ponto de intersecção de t com o eixo da parábola.

Chama-se subtangente em P ao segmento de recta TP'.

Uma propriedade importante

Em qualquer parábola o vértice bissecta a subtangente.

Seja P um ponto da parábola de vértice V; sejam, ainda, t a tangente à curva por P, T o ponto de intersecção de t com o eixo e P' o projectado ortogonal de P sobre o eixo. A propriedade enunciada traduz-se por: $VT = VP'$ (fig. 5).

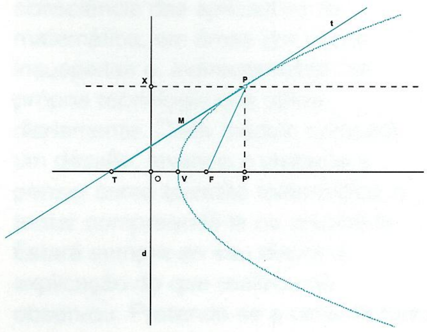


figura 5

De facto tem-se: $OP' = XP$ (pois, por construção, $XPP'O$ é um rectângulo); $XP = PF$ e $OV = VF$ (pois P e V pertencem à parábola). Além disso, $PF = FT$.

Logo, $VP' = OP' - OV = XP - VF = PF - VF = FT - VF = VT$.

Esta propriedade era já conhecida na Grécia Antiga. Apolónio refere-a no seu tratado *Cónicas*[3] e faz uso dela para obter a tangente a uma parábola num dos seus pontos.

A definição de parábola dada por Apolónio é diferente daquela que referimos no início deste artigo, não usando como elementos definidores o foco e a directriz. Ela baseia-se numa propriedade característica dos pontos da curva (que Apolónio designa por *sintoma da parábola*), que corresponde à actual equação $y^2 = kx$ num referencial convenientemente escolhido[4] constituído pelo eixo da parábola (eixo das abcissas) e pela perpendicular ao eixo que passa pelo vértice. O sintoma da parábola e a teoria elaborada com base nesta definição conduzem a uma prova que "o vértice da parábola bissecta a subtangente", diferente daquela que acabamos de apresentar.

Traçado de tangentes à parábola

Por um ponto da parábola

O que ficou dito anteriormente permite indicar dois processos simples de traçar uma tangente à parábola por um dos seus pontos, quando são conhecidos o foco e a directriz.

Recorrendo à propriedade da tangente

Seja dada uma parábola de foco *F* e designe por *e* o eixo e *P* um dos seus pontos.

Construamos a circunferência de centro *F* e raio *FP*. Esta circunferência intersecta *e*, do lado do vértice, no ponto *T*.

A recta *PT* é tangente à parábola em P. (fig. 6)

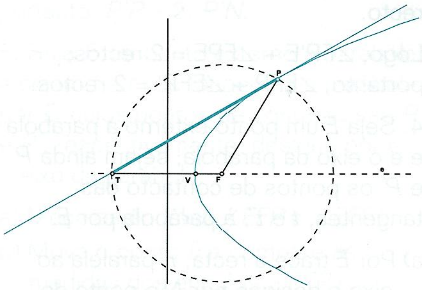


figura 6

Recorrendo à propriedade da subtangente

Seja dada uma parábola e sejam V^S o seu vértice, *e* o seu eixo e *P* um dos seus pontos.

Determinemos o projectado ortogonal, *P'*, de *P* sobre o eixo e o simétrico, *T*, de *P'* relativamente a *V*.

A recta *PT* é tangente à parábola em *P*. (fig. 7)

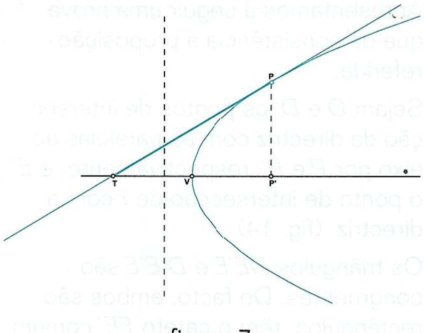


figura 7

Por um ponto externo à parábola

O processo dinâmico de construção da curva é suficiente para justificar o procedimento utilizado na construção que se segue.

Observe-se que, neste caso há duas tangentes à parábola passando pelo ponto.

Seja dada uma parábola (pelo foco e directriz) e um ponto externo, *E*.

Comecemos por construir a circunferência de centro *E* e raio *EF*; esta circunferência intersecta a directriz nos pontos *D* e *D'*. As tangentes à parábola pelo ponto *E* são as mediatrizes dos segmentos *DF* e *D'F*. (fig. 8)

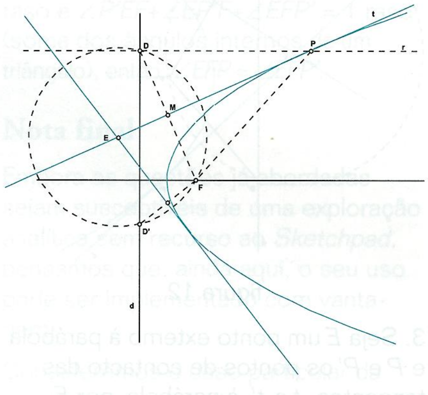


figura 8

Este processo permite determinar não só as tangentes como também os pontos de tangência. Por exemplo, seja *t* a mediatriz do segmento *DF*; o respectivo ponto de tangência, *P*, obtém-se como ponto de intersecção de *t* com a recta, *r*, que passa por *D* e é paralela ao eixo da parábola. A outra tangente obtém-se considerando *D'* em vez de *D*.

Observe-se que, se o ponto *E* for interno à parábola, então a circunferência de centro *E* e raio *EF* não intersecta a directriz e que, se *E* pertencer à parábola, então essa circunferência é tangente à directriz (pelo que só há uma tangente). Portanto, esta construção permite discutir a possibilidade do problema das tangentes, bem como o número de soluções.

Actividades usando o *Sketchpad*

Nas actividades que se seguem o leitor deve começar por traçar uma parábola de directriz *d* e foco *F*.

1. Seja *P* um ponto móvel da parábola, distinto do vértice.

a) Construa a tangente, *t*, à parábola, por *P* e determine o ponto, *E*, de intersecção de *t* com a directriz.

b) Meça o $\angle PFE$.

c) Quando *P* se move na parábola, a medida do $\angle PFE$ varia?

As respostas às alíneas anteriores poderiam levar o leitor a estabelecer a seguinte conjectura: qualquer que seja o ponto *P* da parábola, se E é um ponto da tangente que pertence à directriz, então o ângulo *PFE* é recto.

No entanto para validar esta conjectura não se pode dispensar uma prova, como aquela que, a título de exemplo, indicamos.

A prova de que o ângulo *PFE* é recto baseia-se no facto dos triângulos *PXE* e *EFP* serem congruentes (fig. 9). De facto têm o lado *PE* comum, *PX* = *PF* (pois *P* é ponto da parábola e *X* é o projectado ortogonal de *P* sobre *d*) e $\angle XPE = \angle EPF$. Logo $\angle PXE = \angle PFE$; além disso $\angle PXE$ é recto, portanto $\angle PFE$ é recto.

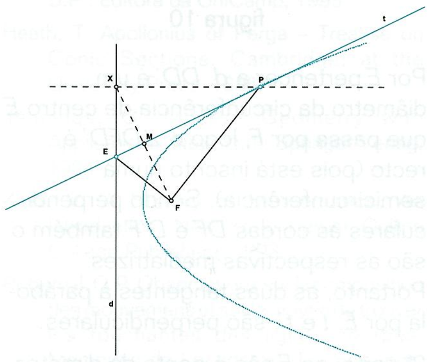


figura 9

2. Seja *E* um ponto externo à parábola.

a) Construa as tangentes, *t* e *t'*, à parábola por *E*. e obtenha os pontos de contacto, *P* e *P'*, respectivamente.

b) Meça o $\angle PEP'$.

c) Mova *E* (respeitando a condição de *E* ser externo à parábola) e observe as alterações na medida do $\angle PEP'$.

d) O que acontece quando *E* se aproxima da directriz? E quando se afasta?

e) Qual a posição de *E* para a qual o

$\angle PEP'$ é agudo? E obtuso?

f) Se E for um ponto da directriz, qual é a medida do $\angle PEP'$?

Das respostas dadas o leitor pode inferir que: numa parábola as duas tangentes tiradas por um ponto externo são perpendiculares se e só se o ponto pertence à directriz.

Seja E um ponto externo à parábola e sejam D e D' os pontos de intersecção com a directriz das paralelas ao eixo que passam por P e P', respectivamente.

A prova que se segue consta de duas partes.

1ª parte: se E é ponto da directriz d, então as tangentes, t e t', são perpendiculares (fig. 10).

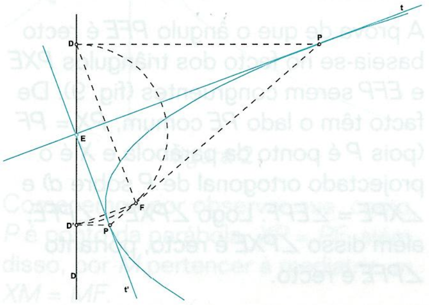


figura 10

Por E pertencer a d, DD' é um diâmetro da circunferência de centro E que passa por F, logo o $\angle DFD'$ é recto (pois está inscrito numa semicircunferência). Sendo perpendiculares as cordas DF e $D'F$ também o são as respectivas mediatrizes. Portanto, as duas tangentes à parábola por E, t e t', são perpendiculares.

2ª parte: se E não é ponto da directriz d, então as tangentes, t e t', não são perpendiculares.

Neste caso há duas situações a considerar, conforme E pertence ao semiplano determinado por d, que contém a parábola (fig. 11) ou E pertence ao semiplano determinado por d, que não contém a parábola (fig. 12).

Em qualquer dos casos, as cordas DF e $D'F$ não são perpendiculares (pois o $\angle DFD'$ está inscrito num arco que não é uma semicircunferência). Portanto as tangentes, t e t', (mediatrizes dessas cordas) também não são perpendiculares.

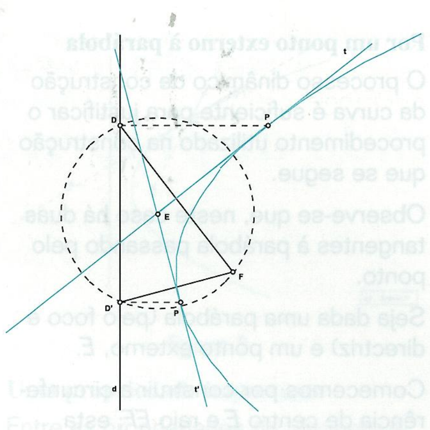


figura 11

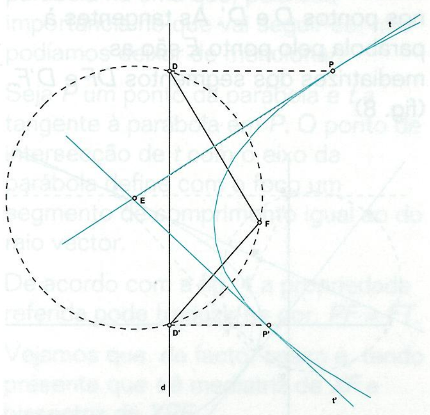


figura 12

3. Seja E um ponto externo à parábola e P e P' os pontos de contacto das tangentes, t e t', à parábola, por E.

a) Construa os segmentos EF, PF e $P'F$.

b) Meça $\angle EFP$ e $\angle EFP'$ e calcule a sua soma — obtém a medida de $\angle PFP'$.

c) Mova E (respeitando a condição de E ser externo à parábola) e observe as alterações na medida do $\angle PFP'$.

d) Há alguma posição de E para a qual P, F, P' estão alinhados?

As respostas dadas podem levar o leitor a concluir que: se E é um ponto da directriz de uma parábola, então F pertence à recta definida pelos pontos de contacto das tangentes por E.

Apresentamos a seguir uma prova da veracidade da afirmação precedente.

Seja E um ponto da directriz e D e D' os projectados ortogonais de P e P' sobre d. O objectivo é mostrar que os pontos P, F, P' estão alinhados, o que é equivalente a provar que:

$\angle EFP + \angle EFP' = 2$ rectos (fig. 13).

Por ser $\angle EFP + \angle EFP' + \angle FP'E + \angle P'EF + \angle PEF + \angle FPE = 4$ rectos e, por ser $\angle P'EF + \angle PEF = \angle P'EP = 1$

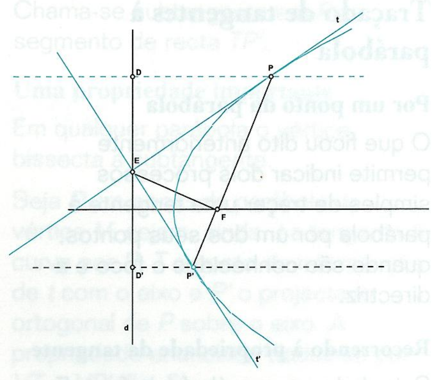


figura 13

recto (pois $E \in d$), logo, podemos concluir que:

$\angle EFP + \angle EFP' + \angle FP'E + \angle FPE = 3$ rectos.

Por outro lado, $\angle FPE = \angle EPD = \angle D'EP'$ (ângulos de lados perpendiculares) e, de forma análoga, $\angle FP'E = \angle EP'D' = \angle DEP$; e $\angle EPD + \angle DEP = 1$ recto.

Logo, $\angle FP'E + \angle FPE = 2$ rectos; portanto, $\angle EFP + \angle EFP' = 2$ rectos.

4. Seja E um ponto externo à parábola e e o eixo da parábola; sejam ainda P e P' os pontos de contacto das tangentes, t e t', à parábola por E.

a) Por E trace a recta, r, paralela ao eixo e designe por N o ponto de intersecção de r com a corda de contacto PP'.

b) Meça os comprimentos dos segmentos NP e NP'.

c) Mova E (respeitando a condição de E ser externo à parábola) e observe a variação dos comprimentos dos segmentos NP e NP'.

Das constatações feitas o leitor pode ser levado a formular o seguinte: numa parábola a paralela ao eixo por um ponto externo bissecta a corda de contacto das tangentes por esse ponto.

Apresentamos a seguir uma prova que dá consistência à proposição referida.

Sejam D e D' os pontos de intersecção da directriz com as paralelas ao eixo por P e P', respectivamente, e E' o ponto de intersecção de r com a directriz. (fig. 14)

Os triângulos $DE'E$ e $D'E'E$ são congruentes. De facto, ambos são rectângulos, têm o cateto EE' comum e hipotenusas iguais ($ED = ED'$ pois D

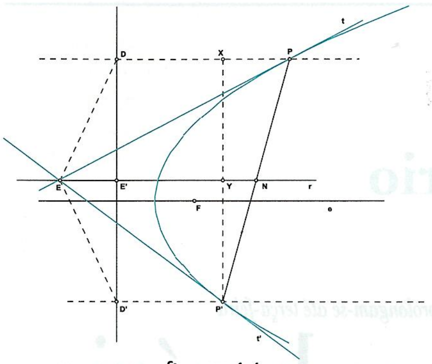


figura 14

e D' estão na circunferência de centro E que passa por F). Logo $E'D = E'D'$.

Por P' trace-se a paralela à directriz; esta recta intersecta r no ponto Y e PD no ponto X. Os triângulos $P'PX$ e $P'NY$ são semelhantes pois têm os ângulos iguais logo $\frac{P'X}{P'Y} = \frac{P'P}{P'N}$. Mas, $P'X = D'D = 2.\ D'E' = 2.\ P'Y$ e, portanto, $P'P = 2.\ P'N$.

5. Seja E um ponto externo à parábola e sejam t e t', as tangentes à parábola por E, cujos pontos de contacto são P e P', respectivamente; designe por e o eixo da parábola.

a) Meça os ângulos $\angle EFP$ e $\angle EFP'$.

b) Mova o ponto E e compare as medidas dos ângulos $\angle EFP$ e $\angle EFP'$. O que nota?

As conclusões tiradas permitem conjecturar o seguinte: qualquer que seja o ponto E externo à parábola, os ângulos EFP e EFP' são geometricamente iguais.

A veracidade desta afirmação pode confirmar-se com a prova que vamos apresentar.

Trace-se por E a recta paralela ao eixo e da parábola e designe-se por E' o ponto de intersecção dessa recta com d (fig. 15); sejam D e D' os pontos de intersecção da directriz com as paralelas ao eixo por P e P', respectivamente.

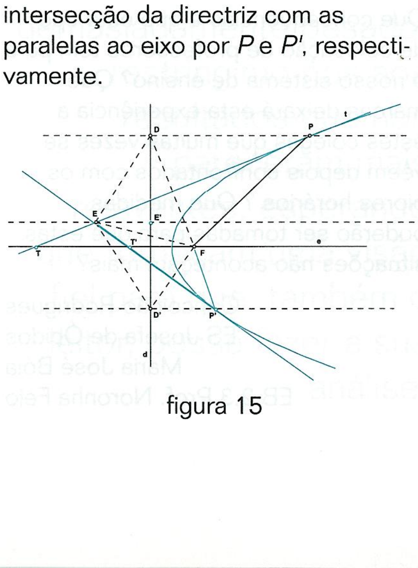


figura 15

Tem-se: $\angle DEP = \angle PEF$ (por t ser a bissectriz do ângulo $\angle DEF$) e $\angle PEE' = \angle EPF$ (pois $\angle EPF = \angle PTF$ e EE' é paralelo a TF), donde $\angle DEP + \angle PEE' = \angle PEF + \angle EPF$; além disso $\angle D'EP' = \angle P'EF$ (por t' ser a bissectriz do ângulo $\angle D'EF$) e $\angle P'EE' = \angle EP'F$ (pois $\angle EP'F = \angle P'T'F$ e EE' é paralelo a $T'F$), donde $\angle D'EP' + \angle P'EE' = \angle P'EF + \angle EP'F$.

Por outro lado, $\angle DEP + \angle PEE' + \angle EDD' = 1$ recto e $\angle D'EP' + \angle P'EE' + \angle ED'D = 1$ recto (soma dos ângulos agudos de um triângulo rectângulo) e $\angle EDD' = \angle ED'D$ (pois o triângulo EDD' é isósceles de base DD') logo, $\angle DEP + \angle PEN = \angle D'EP' + \angle P'EN$, e, por isso, $\angle PEF + \angle EPF = \angle P'EF + \angle EP'F$.

Como, além disso, $\angle PEF + \angle EPF + \angle EFP = 1$ raso e $\angle P'EF + \angle EP'F + \angle EFP' = 1$ raso (soma dos ângulos internos de um triângulo), então, $\angle EFP = \angle EFP'$.

Nota final

Embora as questões já abordadas sejam susceptíveis de uma exploração analítica sem recurso ao *Sketchpad*, pensamos que, ainda aqui, o seu uso pode ser implementado com vantagem.

Consideremos o caso particular da parábola ter como directriz uma recta horizontal ou vertical (como interessa no ensino secundário); instalemos, utilizando o comando *Graph* do *Sketchpad*, o referencial cartesiano ortogonal "naturalmente" associado à parábola construída, definindo como origem o seu vértice. Fixado esse referencial, o programa permite através de opções do comando Measure determinar coordenadas de pontos e equações de rectas, que poderão ser preciosos auxiliares na confirmação de resultados.

Notas

[1] O *Sketchpad* permite mover E na recta m e mostrar que, qualquer que seja a posição de E, este ponto é externo à parábola.

[2] Roberval estabelece o seguinte *axioma ou princípio de invenção*: "A direcção do movimento de um ponto que descreve uma linha curva, é a tangente da linha curva em cada posição desse ponto", ao qual acrescenta a seguinte *regra geral*: "Pelas propriedades específicas da linha curva (que vos serão dadas) examinai os diversos movimentos que tem o ponto que a descreve no sítio onde quereis traçar a tangente: de todos esses movimentos compostos num só tirai a linha da direcção do movimento composto, tereis a tangente à linha curva." (Roberval, *Observations sur la composition des mouvemens, et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes*, em Memoires de l'Academie Royale des Sciences, depuis 1666, jusqu'a 1699, t. VI, Paris, 1730, pp. 24 e 25).

[3] *Cónicas*, livro I, prop. XXXIII e XXXIV (Heath, T., *Apollonius of Perga – Treatise on Conic Sections*, p. 25).

[4] A propriedade característica da parábola, referida por Apolónio, é verificada para qualquer referencial constituído por uma recta r, paralela ao eixo, e pela tangente à parábola no ponto de intersecção de r com a curva.

[5] Para obter o vértice, V, com o *Sketchpad* começamos por determinar o ponto O de intersecção da directriz com o eixo e, em seguida, definimos o segmento OF. O ponto V é o ponto médio de OF.

Bibliografia

Bourdon, M. Application de L'Algèbre à la Géométrie. Neuvième Édition, revue et annotée par M. G. Darboux. Paris: Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1906.

Chasles, M. Aperçu Historique sur l'Origine et le Développement des Méthodes en Géométrie. Paris, Gauthier-Villars et Fils, Imprimeurs-Libraires, 1889.

Eves, H. Introdução à História da Matemática - trad. Hygino H. Domingues. Campinas, S.P.: Editora da UniCamp, 1995.

Heath, T. Apollonius of Perga – Treatise on Conic Sections. Cambridge: at the University Press, 1896.

Jennings, G. Modern Geometry with Applications. New York: Springer Verlag, 1994.

Katz, V. A History of Mathematics: An Introduction. New York: Harper Collins College Publishers, 1993.

Roberval, G.P. Observations sur la composition des mouvemens et sur le moyen de trouver les touchantes des lignes courbes. Mémoires de l'Académie des Sciences, tome VI, 1666-1699.

Rouché, E. e C. Comberousse. Traité de Géométrie (2 vol.). Paris, Gauthier-Villars et C., Editeur, 1929.

Veloso, E. Geometria, Temas Actuais. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

Veloso, E, H. Fonseca, J. P. Ponte e P. Abrantes. Ensino da Geometria no virar do milénio. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999.

Ver Eecke, P. Les Coniques d'Apollonius de Perge-Oeuvres traduites pour la Première fois du grec en français, avec une introdution et des notes. Bruges, Desclée, de Brouwer et C., 1923.

Rosa M. Ribeiro e Maria do Céu Silva,
Centro de Matemática da Univ. Porto

Abriu a caça ao horário

Todos os anos, nas nossas escolas onde há muito pertencemos aos QND verificamos, no início do ano, que algumas turmas não têm ainda professor de uma qualquer disciplina, é o horário I16 ou F14, sem nome. Nessa altura, pensamos: "deve estar para aparecer um colega colocado no mini-concurso". O distanciamento que muitos de nós alcançamos faz-nos ignorar, muitas vezes, as condições porque passaram estes colegas até chegarem às nossas escolas.

Na realidade, para alcançar um incerto horário estes colegas percorrem um longo caminho que começa na consulta dos horários disponíveis para esta fase, nos diferentes CAE. Para garantir um horário, é necessário concorrer em mais do que um CAE, o que os leva, no mesmo dia, a ir por exemplo, de Castelo Branco à Guarda, de Viseu a Aveiro...depois é preencher os impressos e aguardar em filas intermináveis...

Alguns dias mais tarde, saem as listas graduadas e, como descreve o Público de 12/09/00:

> [Nos dia 18 e 19], é preciso reclamar ou desistir da posição, porque só podem estar inscritos num CAE. Nesta altura, por imperativo de alguns destes organismos, os professores voltam à estrada para anular as inscrições; noutros casos, as matrículas podem ser anuladas por fax. [No dia 21], saem as listas definitivas. E depois, se não ficarem com um dos horários previstos, os docentes aguardam. Aguardam que um colega adoeça, meta licença de parto ou seja destacado. Aguardam que alguém deixe de poder dar aulas para eles poderem ensinar .

Por este processo, passam cerca de 30 mil candidatos aos 2º e 3º ciclos e ao ensino secundário, sendo cerca de 17 mil profissionalizados (segundo dados fornecidos pelos sindicatos). Como o número de vagas para mini

concurso é muito reduzido prevê-se que 90% daqueles candidatos fiquem no desemprego.

Naturalmente, a situação é diferente de disciplina para disciplina. Em alguns casos os horários são completamente inexistentes mas, até na Matemática, onde se costuma dizer que faltam professores, o numero de vagas é reduzido.

Não se pense que esta situação só acontece no início de carreira. São conhecidos casos de professores que passam pela angústia deste processo há nove ou mais anos, vendo colegas mais novos passarem-lhes à frente e perguntando "Irei trabalhar este ano?"

Reflectindo um pouco sobre este cenário não podemos deixar de pensar que isto não dignifica nada a nossa profissão e é deprimente para aqueles colegas que, tendo tirado as suas licenciaturas, se vêem sujeitos a situações, humilhantes e terceiro mundistas, como esta.

Que consequências é que este tipo de colocação de professores tem para o nosso sistema de ensino? Que marcas deixará esta experiência a estes colegas que muitas vezes se vêem depois confrontados com os piores horários ? Que medidas poderão ser tomadas para que estas situações não aconteçam mais?

Conceição Rodrigues
ES Josefa de Óbidos
Maria José Bóia
EB 2,3 Prof. Noronha Feio

A revista aos olhos dos seus leitores

Conceição Rodrigues
Lina Brunheira

Neste artigo apresentando os resultados do inquérito de opinião sobre a *Educação e Matemática*. Dado que a sua apresentação exaustiva o tornaria demasiadamente pesado, restringimo-nos aos resultados que nos pareceram mais relevantes, esperando que forneçam uma visão fiel para que, também o leitor, possa fazer a sua análise.

Há cerca de um ano atrás, a redacção da Revista considerou necessário realizar um balanço do trabalho que tem vindo a desenvolver. Ao longo dos quase 14 anos com que a Revista já conta, muita coisa tem mudado e na redacção todos temos alguma ideia sobre a apropriação dessas transformações e da necessidade de encarar outras. Contudo, a Revista é afinal de todos os sócios da APM. Assim, não querendo prescindir da sua opinião, a redacção enviou há vários meses um questionário a todos os leitores. É sobre os resultados que obtivemos, bem como a leitura que deles fazemos, que trata este artigo.

Quem respondeu?

Recebemos 317 respostas, sendo que a grande maioria foi recolhida ainda durante o ProfMat de Portimão. De entre as informações que pedíamos, constavam o número de sócio, o ciclo de escolaridade habitualmente leccionado, o tempo de serviço, a idade e o distrito da escola. As duas primeiras são aquelas que consideramos mais relevantes:

Nº de sócio	%
1-1550	20
1551- 4570	38
4571 ou mais	42

Ciclo que lecciona	%
1º	5
2º	16
3º	17
Secundário	28
3º + Secundário	27
Superior	7
Estudante	6

Note-se que, relativamente aos dados por sócio, as classes apresentadas correspondem, respectivamente, aos inquiridos que se fizeram sócios até 1989, entre 1990 e 1995, e desde 1996. Curiosamente, a amostra obtida respeita razoavelmente a forma como os sócios se distribuem "no tempo", havendo um ligeira sobrerepresentação da última classe, o que nos parece dever-se à população tendencialmente mais jovem que participa nos ProfMat's. Da mesma forma, a representatividade dos diferentes ciclos de ensino na amostra obtida respeita a maneira como os sócios estão distribuídos relativamente a essa característica.

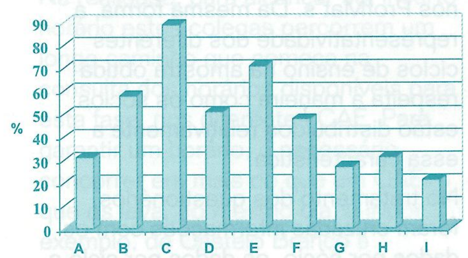
No tratamento dos questionários, foram cruzadas informações com os dados por sócio, os dados por ciclo e o tempo de serviço, pelo que, nos casos em que exista uma diferença significativa nalguma destas variáveis, essa informação será dada.

Como é lida a Revista?

As primeiras questões formuladas pediam a frequência com que o leitor lê a Revista e a quantidade de textos que lê em cada número. As respostas fornecem-nos um indicador bastante favorável já que mais de 80% afirma ler *sempre* a Revista (54%) ou *muitas vezes* (28%). No que diz respeito à quantidade de textos, alguns leitores (12%) afirmam ler mesmo *tudo*. Entre estes, os professores que leccionam no ensino secundário representam o maior grupo. Com um pouco menos de afinco, a maior parte dos que responderam (62%) lê *a maioria dos textos* e apenas um quarto dos inquiridos afirmou ler *só alguns textos*. Note-se que, entre os estudantes, uma grande percentagem (89%) afirma ler *a maioria dos textos*, sendo que aqueles que lêem menos textos da Revista (34%), são professores do 2º ciclo.

Na *Educação e Matemática* há diferentes tipos de textos: o editorial, artigos de opinião, textos curtos (notícias ou tomadas de decisão), etc., pelo que quisemos saber a preferência que os nossos sócios têm relativamente a este aspecto. Como se pode observar a partir do gráfico, os tipos de texto claramente mais apreciados são os *relatos de experiências* (89%) e a *descrição de situações* (71%), ambos de natureza muito semelhante. Um dado que parece interessante acrescentar a esta informação é que os estudantes são o grupo que mais aprecia os textos que relatam experiências (89%), o que parece natural se pensarmos que, talvez para os futuros professores, a Revista constitua um elo de ligação com a realidade escolar que muitos anseiam conhecer melhor.

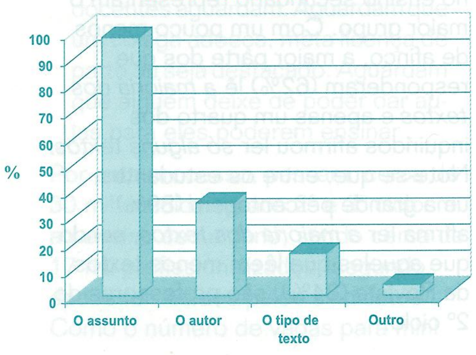
Tipo de textos preferidos



A - Editoriais
B - Artigos de opinião
C - Relatos de experiências
D - Ensaios
E - Descrição de situações
F - Textos curtos
G - Entrevistas/ Mesas redondas
H - Reportagens
I - Debates

As razões que levam o leitor a escolher os textos que lêem na Revista também nos interessou. Os resultados obtidos, e que a seguir se encontram representados, apontam para que o assunto sobre o qual o texto incide seja, de uma forma quase unânime, a razão da escolha. No entanto, parece-nos interessante reparar que são os sócios mais antigos os que mais seleccionam o texto pelo seu autor (57%), possivelmente pelo conhecimento que dele têm, fruto da familiaridade com a Revista.

Incentivo à leitura do texto



Algumas das secções da Revista são um pouco a sua "imagem de marca". É o caso de algumas das secções permanentes como *O problema deste número*, tão antiga como a própria Revista, dos *Materiais para a sala de aula*, também com uma grande tradição, ou ainda as *Tecnologias na Educação Matemática*, um pouco mais recente. Mas quais são afinal as secções que os nossos leitores preferem, foi o que quisemos também saber.

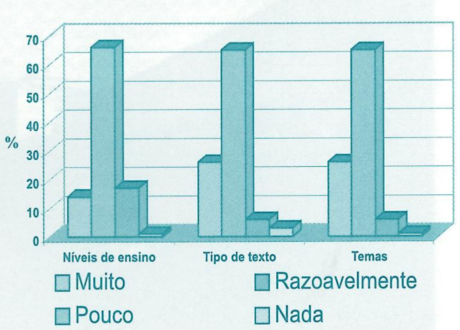
Como se pode ler no gráfico em biaxo, a secção dos *Materiais para a sala de aula* é, definitivamente, a preferida dos leitores (81%), logo seguida das *Tecnologias* (67%) e dos *Pontos de vista* (58%). Apesar de ser já muito antiga, a secção *Pense Nisto* é a menos valorizada de todas (20%). Porém, parece-nos pertinente acrescentar que a secção das *Tecnologias* tem um grande acolhimento entre os estudantes (83%), sendo que são os sócios mais antigos os menos entusiastas por este tema. Uma outra nota interessante é que, apesar de a secção *Para este número seleccionámos* ser pouco referida como uma das preferidas, entre os professores do ensino superior (41%) e entre os estudantes (44%) ela é melhor recebida.

Secções da revista preferidas

A - O problema deste número
B - Pontos de vista
C - Para este número seleccionámos
D - Materiais para a aula
E - Leituras
F - Tecnologias
G - Pense nisto
H - Vamos jogar
I - Actualidades
J - Encontros

Uma crítica que nos pareceu bastante importante recolher, diz respeito à diversidade da Revista relativamente aos níveis de ensino, ao tipo de textos e aos temas abordados. Como se pode ver a partir dos gráficos apresentados, relativamente ao primeiro aspecto, a maioria dos inquiridos considera a *Educação e Matemática* *razoavelmente* diversificada. Contudo, há aqui uma diferença a assinalar no que diz respeito ao ciclo leccionado pelos leitores, já que são os professores do 1° e do 2° ciclos que têm uma opinião mais negativa a este respeito (53% e 40%, respectivamente, consideram-na *pouco* diversificada). Tanto a diversidade da Revista relativamente ao tipo de textos, como relativamente ao tema que aborda, parecem ser avaliadas de uma forma muito positiva.

Diversidade da revista



Contribuição dos leitores

Para além da avaliação que os leitores fazem da *Educação e Matemática*, considerámos também importante conhecer as suas sugestões, em primeiro lugar, sobre temas que gostariam de ver tratados nos próximos números temáticos e, em segundo lugar, sobre outros aspectos que considerassem poder vir a melhorar a Revista. Tratando-se de perguntas abertas, a percentagem de respostas recebidas foi menor (67% e 49%, respectivamente), mas a sua variedade foi significativa, pelo que houve necessidade de as organizar em torno de grandes temas.

Os quadros que a seguir se apresentam mostram que os temas matemáticos são os mais sugeridos para tratamento em números temáticos da Revista. Entre estes incluem-se a Geometria, as Probabilidades e a Combinatória, a História da Matemática, a Estatística, a Álgebra e outros, sendo que os primeiros três foram os mais referidos. As metodologias de trabalho na sala de aula foram também muito nomeadas pelos inquiridos, destacando-se entre elas as que se relacionam com a utilização de tecnologias. Os vários aspectos relacionados com o currículo foram também citados — a gestão do currículo, os currículos alternativos ou o ensino diferenciado parecem constituir interesse entre os nossos sócios.

No que diz respeito às sugestões para melhorar a Revista, é interessante reparar que uma percentagem bastante significativa relaciona-se de novo com assuntos que gostariam de ver abordados. Mas existem também ideias sobre a diversificação ou a inclusão de certos tipos de artigos, como por exemplo entrevistas. As sugestões gráficas vão, sobretudo, no sentido de tornar a Revista esteticamente mais agradável, incluindo mais figuras ou fotografias, ou tornando os textos menos densos. Note-se que a categoria "Não dão sugestões porque a Revista está bem" não é uma dedução nossa, ela corresponde exactamente aos comentários dos nossos leitores.

Sugestões de temas para o número temático	*%*
Temas Matemáticos	21
Metodologia de trabalho na sala de aula	18
Currículo	13
Avaliação	12
Recursos	9
Formação de professores/Carreira docente	9
Insucesso/Abandono/Indisciplina	8
Outros	10

Sugestões para melhorar a Revista	*%*
Conteúdo do Artigo	40
Tipo de Artigo	21
Diversificação dos níveis de ensino	15
Gráficas	10
Diversificação de autores	6
Não dão sugestões pq a Revista está bem	11

Finalmente, a redacção encara como bastante importante a participação dos sócios na construção da Revista. Por isso, formulou as seguintes questões: Já alguma vez escreveu um texto para a Revista? Se não, porquê? Se sim, por iniciativa pessoal ou não?

Entre os inquiridos, apenas 10% já tinha escrito pelo menos um texto para Revista, a larga maioria deles (72%) por iniciativa própria. Os motivos indicados pelos inquiridos para o facto de nunca terem escrito qualquer texto para a Revista são de três ordens diferentes: em primeiro lugar, a grande maioria (66%) afirma que isso se deve a alguma falta de oportunidade (nunca surgiu uma situação que levasse a isso, nunca pensaram nisso, etc.) ou falta de disponibilidade; em segundo lugar, os motivos mais invocados (21%) sugerem que a insegurança (por exemplo, no domínio da escrita) ou a falta de confiança no seu próprio trabalho são obstáculos importantes à participação dos leitores; em terceiro lugar, alguns inquiridos (3%) consideram que só o fariam no caso de serem solicitados para o efeito, ou que a redacção deveria demonstrar uma maior abertura por forma a que essa participação surja.

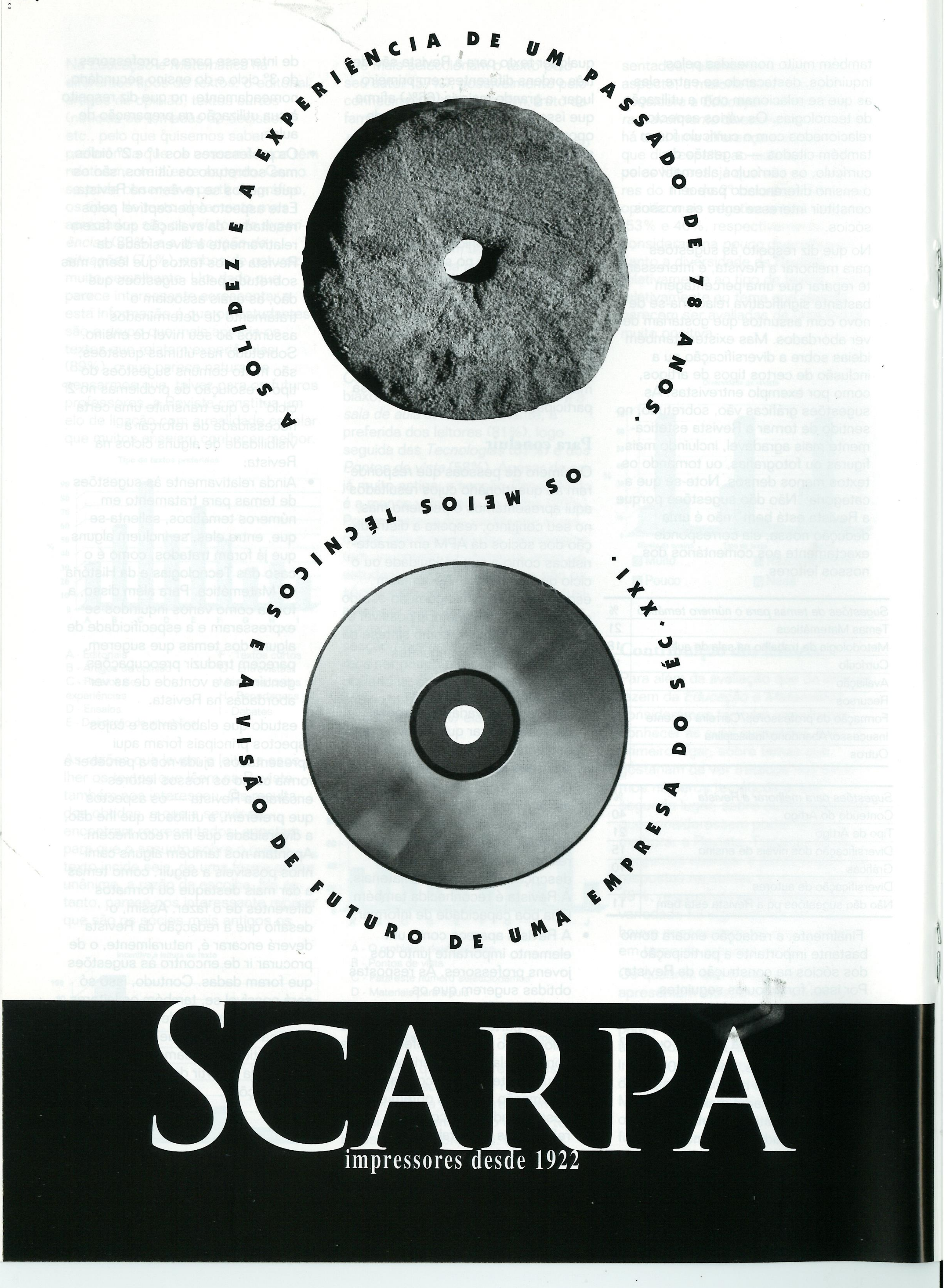
Para concluir

O número de pessoas que responderam ao questionário cujos resultados aqui apresentámos é pequeno mas, no seu conjunto, respeita a distribuição dos sócios da APM em características como a sua antiguidade ou o ciclo que leccionam. Assim, sem esquecermos as limitações do estudo que efectuámos, julgamos possível e importante destacar, como síntese da análise realizada, os seguintes aspectos:

- De uma maneira geral, as respostas às várias questões parecem indicar que a Revista é bastante apreciada pela globalidade dos seus leitores;
- Os seus "pontos fortes" parecem ser algumas secções (sobretudo *Tecnologias* e *Materiais para a sala de aula*), e textos que constituam relatos de experiências ou descrição de situações/materiais. À Revista é reconhecida também uma boa capacidade de informar;
- A Revista aparece como um elemento importante junto dos jovens professores. As respostas obtidas sugerem que os estudantes lêem, com frequência, grande parte dos textos da Revista valorizando aspectos diferenciados como o relato de experiências, a leitura de textos seleccionados, a informação que dela obtêm e a possibilidade de recolha de referências para trabalhos;
- A Revista parece ter mais motivos de interesse para os professores do 3º ciclo e do ensino secundário, nomeadamente, no que diz respeito à sua utilização na preparação de aulas;
- Os professores dos 1º e 2º ciclos, mas sobretudo os últimos, são os que menos se revêem na Revista. Este aspecto é perceptível pelos resultados da avaliação que fazem relativamente à diversidade da Revista e aos textos que lêem, mas sobretudo pelas sugestões que dão, as quais associam o tratamento de determinados assuntos ao seu nível de ensino. Sobretudo nas últimas questões, são muito comuns sugestões do tipo "resolução de problemas no 2º ciclo", o que transmite uma certa necessidade de reforçar a visibilidade de alguns ciclos na Revista;
- Ainda relativamente às sugestões de temas para tratamento em números temáticos, salienta-se que, entre eles, se incluem alguns que já foram tratados, como é o caso das Tecnologias e da História da Matemática. Para além disso, a forma como vários inquiridos se expressaram e a especificidade de alguns dos temas que sugerem, parecem traduzir preocupações genuínas e a vontade de as ver abordadas na Revista.

O estudo que elaborámos e cujos aspectos principais foram aqui apresentados, ajuda-nos a perceber a forma como os nossos leitores encaram a Revista — os aspectos que preferem, a utilidade que lhe dão, a diversidade que lhe reconhecem. Apontam-nos também alguns caminhos possíveis a seguir, como temas a dar mais destaque ou formatos diferentes de o fazer. Assim, o desafio que a redacção da Revista deverá encarar é, naturalmente, o de procurar ir de encontro às sugestões que foram dadas. Contudo, isso só será possível se, também os leitores, aceitarem o desafio de participarem mais na Revista, já que a Educação e Matemática é, fundamentalmente, construída a partir das suas contribuições.

Conceição Rodrigues
ES Josefa de Óbidos
Lina Brunheira
Universidade de Lisboa


A SOLIDEZ E A EXPERIÊNCIA DE UM PASSADO DE 78 ANOS.
OS MEIOS TÉCNICOS E A VISÃO DE FUTURO DE UMA EMPRESA DO SÉC. XXI.
SCARPA
impressores desde 1922

Vinte quilos de café

O dono da "Cafeeira das Avenidas" recebeu um novo lote de 20 quilogramas de café arábica e quer embalá-lo em pacotes de 2 quilos cada. O problema é que só dispõe de uma balança de pratos e de dois pesos: um de 3 e outro de 7 quilos.

Qual é o mínimo de pesagens que tem de fazer?

Respostas até 15 de Dezembro

Estratégia para descobrir o prémio

No número 57 de E&M propusemos este problema:

Num certo jogo, existe um tabuleiro de 7 <–>7 casas.

Uma das casas dá direito a um prémio. O objectivo é descobrir essa casa e ganhar o prémio.

Em cada jogada, o concorrente indica uma casa à escolha e o organizador do jogo diz-lhe se ganhou, se está perto ou se está longe.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		O	O	O			
4		O	X	O			
5		O	O	O			
6							
7							

Por exemplo, imaginemos que o concorrente indicou a casa 4C.

Se o prémio estiver em 4C, a resposta é "Ganhou".

Se estiver numa das casas indicadas com uma bola, a resposta é "Perto".

Se estiver em qualquer das outras casas, a resposta é "Longe".

Escolhendo a melhor estratégia, qual é o mínimo de jogadas que nos garante o prémio de certeza absoluta?

Recebemos as resoluções de Augusto Taveira (via e-mail), Carlos Andrade (Lisboa), João Santos e Sousa (Paredes), José Manuel Oliveira (Amora) e Luis Mota (Lisboa).

As abordagens de João Sousa, José Manuel Oliveira e Luis Mota são parecidas. Vejamos uma das maneiras de resolver o problema, seguindo mais de perto a apresentada pelo Luis.

1ª Situação – As primeiras quatro jogadas serão as casas 2B, 2E, 5B e 5E. Se uma das resposta for "Certo" o jogo termina imediatamente com, no máximo, 4 jogadas. Logo que uma das resposta seja "Perto", interrompemos esta situação e passamos à 2ª. Se a resposta for sempre "Longe", passamos à 3ª situação.

2ª Situação – Entramos nesta situação com, no máximo, 4 jogadas. A casa premiada é uma das oito que envolve a casa jogada anteriormente. Admitamos que a jogada anterior foi 2B. Vão ser precisas agora, no máximo, mais 4 jogadas.

Começamos por jogar 1A. Se a resposta for "Perto" jogamos 1B e 2A e identificamos a casa premiada. Se a resposta for "Longe" jogamos 3C. Há duas casas "Perto" (3B e 2C) e duas "Longe" (1C e 3A) pelo que bastam mais duas jogadas para identificar a premiada.

	A	B	C
1			
2		X	
3			

Conclusão: Se entrarmos na situação 2, vão ser precisas, no máximo 8 jogadas: 4 da primeira e outras 4 da segunda.

3ª Situação – Entramos nesta situação com, no máximo, 4 jogadas. As jogadas a fazer, enquanto formos ouvindo "Longe", são 7F, 4G, 7C e 1G.

Vejamos o que fazer quando ouvirmos "Perto":

- Após a jogada 5, jogamos 7G e depois 6G ou 7E, conforme a resposta que ouvirmos for perto ou longe. Máximo: 8 jogadas.
- Após a jogada 6, jogamos 3G e, se não acertarmos, jogamos 5G. Máximo: 8 jogadas.
- Após a jogada 7, jogamos 7B e, se não acertarmos, jogamos 7D. Máximo: 9 jogadas.
- Após a jogada 8, se a resposta for "Perto" jogamos 2G , se a resposta for "Longe" jogamos 7A. Máximo: 9 jogadas.

	A	B	C	D	E	F	G
1							8
2							
3							
4							6
5							
6							
7			7			5	

Conclusão: na pior das hipóteses, o jogo termina ao fim de 9 jogadas.

O Augusto Taveira faz um comentário muito interessante sobre a optimização da estratégia:

> Claro que, conhecendo o organizador do jogo a nossa estratégia, para aumentarmos a probabilidade de acertar mais depressa devemos variar as sequências, quer das jogadas iniciais, quer das jogadas seguintes.

O Carlos Andrade avança com objectivos mais largos:

> Outra questão interessante que se pode levantar é a generalização deste problema: como é que tudo isto seria para um tabuleiro n<–>n?

Secundário em mudança

Ana Vieira Lopes
Amélia Rafael
Otilia Moreirinha

Este ano, para a Matemática, foi um ano "especial". Concluiu-se o ciclo de três anos (10°, 11° e 12°) para os alunos que iniciaram o 10° ano em 1997 com o novo programa (programa ajustado). As médias nacionais da primeira época de exames do 12° ano já são conhecidas — a Matemática, que tinha tido 7,2 em 1999, subiu para 8,7. Muitos comentários se poderiam tecer sobre este tema, como, por exemplo, que a média até foi superior à da Física, etc... mas a importância destas médias é enganadora.

Sem dúvida que nós, professoras de Matemática, nos regozijamos com estes resultados e uma das principais razões é porque eles criam uma oportunidade de falar da Matemática de uma forma positiva! Esperamos mesmo que possa ser mais uma ajuda para criar uma nova imagem desta disciplina entre alunos, pais e na sociedade em geral, contribuindo para alterar a visão que muitos ainda têm e contrariando o seu "estatuto" como "disciplina intrinsecamente difícil, para a qual apenas um número reduzido de pessoas tem talento" (Ponte et al., 1997, p. 14).

No entanto, entendemos que fazer balanços sobre a situação do ensino e aprendizagem da Matemática no secundário, com base em médias de exames finais, é um olhar muito redutor sobre o assunto.

Nestes três últimos anos...

Reflectir e escrever sobre um processo em que até estivemos envolvidas como professoras e acompanhantes do Programa Ajustado de Matemática (APAM), pode parecer tarefa fácil. Mas não o é!...

Em 1997 iniciou-se, com o 10° ano, a implementação gradual do programa ajustado de Matemática para o secundário. Foram tomadas algumas medidas para envolver os professores a nível do país na discussão do programa e, em simultâneo, criar espaços onde fosse possível discutir e partilhar experiências de trabalho — o Acompanhamento Local do Programa Ajustado de Matemática.

Antes de mais pretendia-se chamar a atenção para o facto de a ideia tradicional de programa como mero conjunto de conteúdos matemáticos estar ultrapassada neste programa (já o estava no anterior). O programa define não só um conjunto de temas matemáticos a leccionar ao longo dos três anos do ensino secundário como avança com orientações metodológicas coerentes com as finalidades e objectivos gerais definidos, colocando questões novas do ponto de vista da prática dos professores.

> "(...) cada conteúdo do ensino secundário de Matemática não está mais do que esboçado no desenvolvimento dos temas; (...) as indicações metodológicas não são simples indicações e concorrem até para a definição dos conteúdos de ensino." (DES,1997, p. 17)

Apesar de todas as indefinições, limitações, confusões,... com o acompanhamento criaram-se "espaços" onde, para além de se analisar e discutir os conteúdos/temas do programa, se reflectiu sobre as metodologias e diferentes aspectos ligados à avaliação, tentando nunca perder de vista as finalidades e objectivos do programa.

Nas sessões dinamizadas pelos acompanhantes, questões como a extensão do programa, as exigências

Apesar de todas as indefinições, limitações, confusões,... com o acompanhamento criaram-se "espaços" onde, para além de se analisar e discutir os conteúdos/temas do programa, se reflectiu sobre as metodologias e diferentes aspectos ligados à avaliação, tentando nunca perder de vista as finalidades e objectivos do programa.

do ponto de vista metodológico, as propostas para diversificação de formas de avaliar foram alguns dos pontos identificados pelos professores como obstáculos à consecução do programa. Não deixa de ser significativo que, para além dos aspectos mais intrinsecamente ligados à gestão do programa, alguns dos mais solicitados pelos professores tenham sido o trabalho com tecnologias (até porque as calculadoras gráficas são de uso obrigatório!), a resolução de problemas, a diversificação da avaliação (relatórios, redacções matemáticas,...) e outras questões ligadas aos exames, prova modelo, critérios de correcção, etc. ...

Também é revelador do envolvimento dos professores, o interesse manifestado na discussão das propostas dos novos programas para o reajustamento do ensino secundário.

Ao longo do país realizaram-se inúmeras sessões de trabalho, naturalmente diferentes, com formatos, dimensões e índices de participação muito diversos consoante o local, o grupo de escolas e de professores. Numas situações foram reuniões mais informais de discussão e balanço de como ia decorrendo a gestão e execução do programa, noutras as reuniões transformaram-se em reconhecidos momentos de formação. Discutiram-se diferentes práticas, perspectivas e concepções sobre a Matemática e sobre o processo de ensino e aprendizagem.

Conheceram-se e debateram-se as realidades em que se desenvolve o ensino da Matemática. Nas escolas observaram-se ambientes de aprendizagem bastante diversos: escolas envolvidas em vários projectos por vezes impulsionados pelo grupo de Matemática e escolas em que a Matemática tem um papel mais passivo. A forma como os professores se envolvem no desempenho da sua profissão é diferente e indissociável das características do grupo disciplinar a que pertencem. Esta relação revela-se decisiva para a realização, ou não, de experiências significativas no âmbito do programa.

O equipamento das escolas para a Matemática foi um aspecto também muito discutido. Apesar de neste momento algumas delas já terem um laboratório de Matemática equipado, a maioria continua a ter grandes carências. É difícil satisfazer as exigências do programa sem materiais que permitam um trabalho diferente, sem horários e espaços apropriados para o trabalho colaborativo entre professores.

Num estudo realizado em Novembro de 1997 (de acordo com o Despacho Conjunto Nº 360/97 de 28 de Fevereiro) é referido o isolamento como uma das características da cultura profissional dos professores portugueses.

> "A cultura profissional dos professores de Matemática em Portugal é marcada por diversas tradições algumas das quais bastante negativas: reduzida colaboração entre docentes, reduzido nível de trocas de experiências, pouca valorização da actualização científica e didáctica e do desenvolvimento profissional, pouca valorização do papel do grupo na identificação dos problemas educativos da escola e na concepção e realização de projectos de investigação-acção com vista à solução". (Ponte, et al., 1997, p. 31)

A vantagem de existir uma relação de colaboração entre professores, sejam eles da mesma escola ou não, foi um ponto debatido e a que tem sido dada alguma importância tendo em conta a natureza do trabalho a desenvolver. A existência de um espaço/horário livre comum aos professores de Matemática é fundamental. O acompanhamento sublinhou a sua importância, propondo-o às escolas. Nem sempre este pedido foi atendido: umas vezes foram as condições de trabalho que não o permitiram (sobrelotação, ...), outras parece-nos que resultou da pesada rotina das escolas. É, contudo, um aspecto a insistir e que as escolas devem encarar como importante — não só para a Matemática — se querem ter um papel activo na renovação educativa que se aproxima.

Uma "reflexão" inacabada...

Apesar de todas as condicionantes fazemos um balanço positivo destes três anos de trabalho com o novo programa (ajustado) de Matemática. Mas consideramos que a discussão do seu conteúdo, das suas finalidades e objectivos, está longe de estar esgotada. As questões novas que coloca, quer do ponto de vista pedagógico quer científico, precisam de tempo e condições de trabalho adequadas para serem mais aprofundadas e devidamente concretizadas. Precisamos de continuar a questionar a actividade que desenvolvemos com os alunos, a discutir e implementar mudanças na nossa prática que influenciem de forma significativa a sua aprendizagem. Estarão estes a conseguir uma relação mais positiva com a Matemática? Os resultados dos exames são indicadores muito insuficientes para medir este tipo de alterações.

A continuação do acompanhamento vai permitir manter um espaço de trabalho entre professores que só terá sentido se conseguir envolver os representantes da disciplina de Matemática e cada vez mais professores. O acompanhante deverá ter um papel activo na dinamização de várias formas de formação que permitam aos professores trabalhar conjuntamente, discutindo e reflectindo de forma mais sistemática sobre as questões que se vão levantando na sua prática lectiva.

Referências Bibliográficas

DES. (1997). Matemática:Programas 10º, 11º e 12º anos.

Ponte, J. e al. (1997). Matemática Escolar: Diagnóstico e propostas. Ministério da Educação:Colecção Educação para o Futuro.

Ana Vieira Lopes
ES David Mourão Ferreira
Amélia Rafael
ES de Alves Redol
Otilia Moreirinha
ES Seomára da Costa Primo

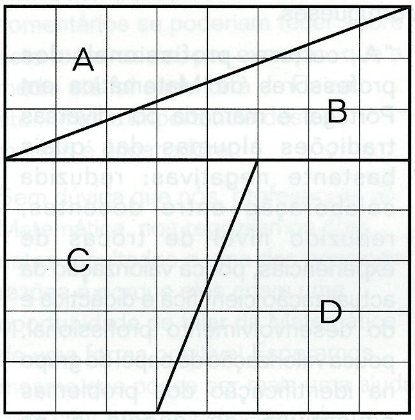
Quando um paradoxo não surpreende...

Renato P. dos Santos

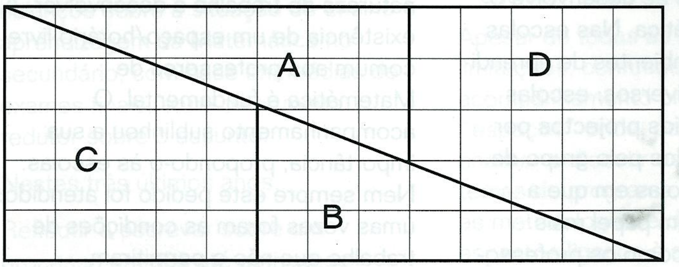
Com o objectivo de provocar uma discussão em classe, numa aula de Geometria, propus, certa vez, um conhecido paradoxo geométrico envolvendo a conservação da área. Apresento aqui esse paradoxo, comento as reacções dos alunos à luz da teoria de Piaget referente ao desenvolvimento das noções de conservação de quantidades contínuas e finalmente forneço de forma sucinta a sua solução.

O paradoxo

Neste paradoxo[1], apresenta-se o quadrado da primeira figura que, à semelhança de um tabuleiro de xadrez ou de damas, mede 8 unidades de lado e contém, portanto, 8 X 8 = 64 unidades de área (quadradinhos), dividido nas partes *A*, *B*, *C* e *D*, conforme indicado.



Vê-se, porém, pela figura seguinte, que essas partes podem também ser reunidas de forma a construir um rectângulo. Mas, medindo-se o rectângulo recém-formado, verifica-se que mede 5 X 13 = 65 unidades de área, uma unidade a mais que o quadrado original! *(experimente!)*



E isso não é tudo, pois vê-se da terceira figura que essas partes *A*, *B*, *C* e *D* podem ainda ser arranjadas de forma a obter uma figura com 63 unidades de área, uma a menos que o quadrado original (ver figura na página seguinte)!

Quando o objectivo da apresentação deste paradoxo é meramente recreativo, é frequente o quadrado original, bem como suas partes serem feitos de metal polido ou outro material qualquer, sem apresentar quaisquer marcas de referência. Quando, ao contrário, como aqui, o interesse é geométrico, eles são apresentados identicamente quadriculados de forma a ser possível, também, contar ou calcular a quantidade dos quadradinhos (unidades de área) presentes em cada configuração.

As reacções dos alunos

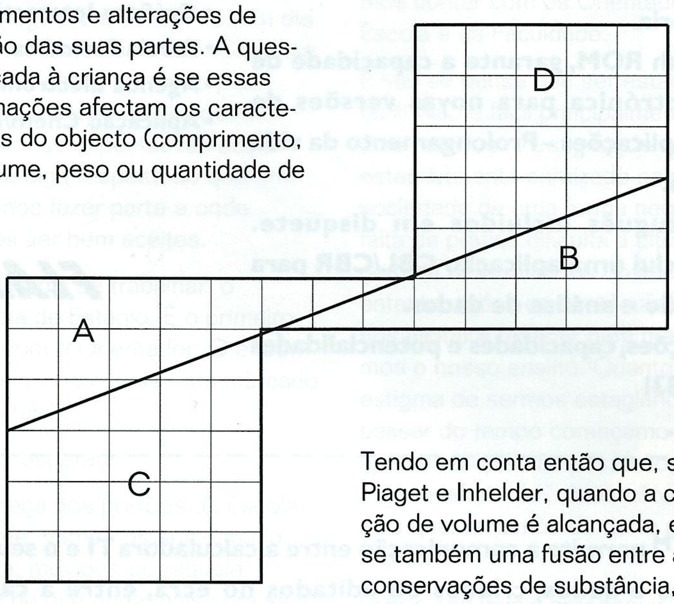
Apresentei o paradoxo na forma da figura inicial impressa sobre acetato transparente, já recortada da maneira indicada, fazendo uso de um retroprojector. Após cada transformação, reconstruí a figura em sua forma original, revertendo o processo. Desta forma, durante as operações de separação e reagrupamento, todas as quatro partes *A*, *B*, *C* e *D* da figura permaneciam no campo visual dos alunos; cada uma é apenas deslocada ou rodada. Com este procedimento, os alunos podiam seguir cada parte em seu percurso, e identificar cada uma delas, tanto numa como noutra configuração final.

Eu esperava que os alunos, de uma licenciatura ligada ao ensino de Matemática, surpreendessem-se e considerassem esses resultados inconsistentes. Mas o efeito em sala surpreendeu-me:

alguns alunos consideravam natural que a área da figura se alterasse conforme a disposição das partes! E despoletou-se uma discussão com a maior parte do grupo a tentar convencer os colegas de que a área teria de ser sempre a mesma, ficando a busca da solução do paradoxo para um segundo momento.

Piaget e Inhelder[2] estudaram as explicações de crianças à situação em que um objecto é submetido a seccionamentos e alterações de disposição das suas partes. A questão colocada à criança é se essas transformações afectam os caracteres físicos do objecto (comprimento, área, volume, peso ou quantidade de matéria) ou se apenas se referem ao aspecto geométrico (forma e dimensões). O problema da conservação decorreria sempre do conflito entre os dados da percepção e as operações racionais. Segundo aqueles autores, em média, as noções de comprimento e de distância surgem entre os 6 e 8 anos, a de superfície entre os 7 e 8 anos, a de quantidade de matéria entre os 8 e 9 anos, precedendo curiosamente as conservações de peso, entre os 10 a 11 anos, e de volume, entre os 11 a 12 anos.

Todavia, nem a mera identificação das partes *A*, *B*, *C* e *D* na figura final e nem a reversão do processo, pela reconstrução da figura em sua forma original após cada transformação, parecia ser suficiente para aqueles alunos serem levados a supor a conservação da área. E nem a possibilidade de dois reagrupamentos diferentes, conduzindo um a uma aparente diminuição e o outro a um aparente aumento da área causavam estranheza a esses alunos. Tal como as crianças observadas por aqueles autores, os alunos, iludidos pela percepção subjectiva, não acreditavam na conservação da área das próprias partes *A*, *B*, *C* e *D*, uma vez separadas da figura original, parecendo antes natural que se encolhessem ou dilatassem. E, por consequência, não viam ali nenhum paradoxo.



Tendo em conta então que, segundo Piaget e Inhelder, quando a conservação de volume é alcançada, efectua-se também uma fusão entre as três conservações de substância, peso e volume, usando-se alternativamente uma para justificar a outra, decidi apelar para uma analogia para retornar à discussão inicial. Colocando, assim, ênfase no segundo processo de medida, chamando a atenção para o número de quadradinhos como um sistema de unidades, não só para a quantificação da área como da própria quantidade de matéria, propus aos alunos imaginarem-se no papel de empregados numa ourivesaria com a figura a representar uma placa de ouro. Assim, se, ao fim dum dia de trabalho, o patrão, desejando conferir a quantidade de ouro montasse a figura na forma do rectângulo, deveria querer que os alunos/empregados prestassem contas da porção de ouro desaparecida! Argumentei que eles poderiam contestarem-no reunindo as peças na forma do quadrado original ou, melhor ainda, na forma da terceira figura, quando teriam direito a alguma compensação financeira! O absurdo de tal situação deveria ter algum efeito, esperava eu.

Verificou-se, então, aparentemente maior concordância no paradoxal da situação e não demorou para que, na discussão retomada, alguns alunos começassem a aproximar-se da solução do paradoxo, objectivo inicial da actividade.

A solução do paradoxo

Para benefício daqueles que ainda não conheciam este paradoxo, faz-se em seguida sua breve análise.

Vê-se da primeira figura que as partes *A* e *B* são, por construção, idênticas, bem como as partes *C* e *D*. Desta forma, as suas junções no quadrado original são perfeitas, com inclinações 3/8 e 2/5 ou 0,375 e 0,4, respectivamente, números bastante próximos mas não idênticos.

Quando se constrói o rectângulo da segunda figura, as junções entre os pares *A/C* e *B/D* já não podem ser perfeitas, uma vez que as inclinações, como visto acima, não são as mesmas. Mesmo a junção do par *A/B* ao centro do rectângulo já não se efectua pois, por força da falha nas outras junções, estas partes estarão separadas ainda que por uma distância muito pequena. O resultado é que o que parece ser a diagonal do rectângulo, não é senão um paralelogramo muito alongado com bases correspondentes aos lados oblíquos das partes *A* e *B* e lados correspondentes aos das partes *C* e *D*. A área dessa figura corresponderá à do misterioso quadradinho aumentado. Dito de outra forma, cada um dos supostos quadradinhos situados sobre essa falsa diagonal estará incompleto, de tal forma que suas áreas, somadas à dos restantes completos, perfaça os 64 quadradinhos completos originais.

Quando se constrói a terceira figura, ao contrário, há uma subtil sobreposição entre os pares *A/C*, *B/D* e *A/B*, reduzindo a área total justamente no equivalente ao quadradinho em falta.

Há inúmeras variações possíveis deste paradoxo[1], baseadas todas porém, como aqui , em figuras com proporções baseadas na conhecida sequência de Fibonacci (5, 8, 13).

(continua na pág.30)

Ser estagiário

Após as últimas férias universitárias, eis que chega o dia 01/09/99, um dia tão ansiosamente esperado. Criam-se expectativas sobre como será a Escola, como serão os alunos, ... enfim, criam-se expectativas sobre tudo o que diga respeito ao que em breve iremos fazer parte e onde desejamos ser bem aceites.

É o primeiro dia de trabalhar, o primeiro dia de Estágio. É o primeiro contacto com o Orientador. O encontro com os alunos, esse está marcado para mais tarde.

O que nos esperará?

Tudo começa nos portões da Escola... Lentamente, vamo-nos aproximando da entrada, movidos por aquela sensação de que nada mais será igual uma vez cruzada a passagem que liga o mundo real ao mundo que nos aguarda no interior... Os contornos da Escola vão aumentando proporcionalmente à incerteza de termos escolhido a profissão adequada...

Após o encontro com o Orientador, alguns dos receios iniciais desaparecem e criam-se novas expectativas, por exemplo, expectativas sobre os outros professores da Escola, em particular, os de Matemática.

Mas, à medida que o tempo passa, surgem receios sobre o primeiro contacto com os alunos. Será que vamos conseguir manter o controlo disciplinar necessário? Será que temos vocação para ensinar? Será que...

O primeiro dia de aulas chega e apercebemo-nos que muitos dos receios característicos dos principiantes eram infundados. Afinal até correu tudo bem e isso faz com que encaremos, os próximas meses, de uma forma optimista. Serão meses de aprendizagens sucessivas, em que a troca de experiências ocupa um papel importante e durante os quais poderemos contar com os Orientadores da Escola e da Faculdade.

E não se pense que ser estagiário é fácil! Não é fácil principalmente por dois motivos: o estigma de ser-se estagiário está enraizado na nossa sociedade de uma forma negativa e a falta de prática dificulta a ultrapassagem de determinados obstáculos. No entanto, todos os obstáculos devem-nos incitar a reflectir para melhorarmos o nosso ensino. Quanto ao estigma de sermos estagiários, com o passar do tempo começamo-nos a aperceber que não passamos de "seres inferiores". Mas não é por isso que deixamos de dar o nosso melhor.

O que nos leva a prosseguir com uma fé inquebrantável são pequenos aspectos da nossa actividade docente, tais como o brilho no olhar dos alunos quando recebem um elogio por se esforçarem, os comentários do tipo "A Stôra explica bem", "A Stôra é fixe!", e a conquista dos alunos que nos dizem logo nos primeiros dias que não têm jeito para a Matemática, ...

Estagiário só se é uma vez na vida e, por isso, devemos aproveitar tirar o máximo partido dessa experiência única. Enquanto estagiária, parece-me que aquilo que fizermos na nossa carreira, e principalmente nos primeiros anos, irá estar bastante condicionado pelas experiências vividas durante o Estágio. Daí que, na minha opinião, seja de grande importância uma boa orientação, e a riqueza, diversidade e qualidade das acções desenvolvidas durante esse período.

Maria Helena Perpétua
Escola Secundária D. João II, Setúbal

Acabou o estágio! E agora, o que fazer?

O sonho de qualquer estudante é acabar o seu curso e começar a trabalhar na área em que se formou. O que fazer quando este sonho nos é negado? Que sentimento impera quando se acaba o estágio e se tem a notícia de que não existe nenhuma escola, em todo o país, na qual possamos exercer a nossa profissão para a qual tanto trabalhámos?

Ao acabar o estágio em Matemática, Ramo Educacional, passamos a ser professores profissionalizados que, no caso da Matemática, costumam ficar colocados a leccionar. Mas, este ano tudo se alterou. Qual não foi a minha surpresa ao constatar que não fiquei colocada apesar de ter concorrido a nível nacional. Este sentimento, com certeza, deve ter sido partilhado pelos restantes 700 professores profissionalizados que se viram remetidos para os concursos regionais de professores. Tive conhecimento da minha situação através da Internet, porém senti necessidade de consultar as listagens das colocações que saíram dias depois, o que só veio confirmar o meu "pesadelo".

E agora, o que fazer?

Afinal o nosso curso apenas nos prepara para leccionar. A nossa única saída profissional é o ensino. Mas se não temos hipótese de fazer aquilo para o qual fomos preparados, o que iremos fazer? Eu tive sorte, fiquei a leccionar numa Escola Profissional; outros ficaram colocados nos mini-concursos, a maioria com horários incompletos, mas o que irão fazer os outros professores, profissionalizados e não só, que não foram colocados? Será que o nosso país pode prescindir destes professores?

Anabela Candeias
Escola do Comércio de Lisboa

Concurso de Professores - que desilusão!!!

Caros Colegas, não quisemos deixar passar a oportunidade de partilhar convosco os sentimentos que nos têm envolvido nas ultimas semanas.

Somos duas jovens professoras da margem sul do Tejo, licenciadas em Ensino da Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, e fazemos parte do elevado número de professores profissionalizados não colocados na segunda parte do concurso para o ano lectivo 2000/2001. Foi com bastante surpresa, e após várias tentativas de ligação à linha telefónica do Ministério da Educação, que obtivemos a inesperada informação: " Lamentamos mas a sua candidatura não obteve colocação".

Apesar de estarmos conscientes do aumento do número de candidatos à nossa frente, relativamente ao ano passado, nunca pensámos ficar privadas de pôr em prática tudo aquilo que aprendemos e em que acreditamos. Para quem sempre quis ser professora, esta notícia foi recebida com bastante tristeza e revolta, sobretudo para quem teve a oportunidade de viver o dia-a-dia de uma escola e verificar que de facto era esta a profissão que a realizava.

Se tomarmos como exemplo o que aconteceu em anos anteriores, nada previa que tivéssemos que recorrer aos mini-concursos para continuar a dar aulas, algo que iniciámos há somente dois anos. Se os mini-concursos são para muitas pessoas um complemento da sua profissão ou uma alternativa empregadora, para nós será a única e última hipótese que temos para exercer a profissão que escolhemos. Andando de CAE em CAE, apercebemo-nos do reduzido número de horários existentes e da dificuldade que será obter um horário completo, avistando-se assim futuro profissional pouco risonho.

Todos estes momentos que temos vivido, fazem-nos reflectir sobre a qualidade do ensino em Portugal e as situações adversas que os professores têm que gerir após a sua colocação tardia nas escolas. E os alunos? Não sofrerão também eles com esta situação?

Na nossa opinião, a instabilidade existente no corpo docente de cada escola que muda de ano para ano, reflecte-se no seu dia-a-dia, não permitindo que haja uma continuidade de trabalho, comprometendo em parte o sucesso dos alunos.

Sem outra alternativa, só nos resta aguardar pelos resultados e fazer votos para que o próximo ano lectivo comece no mesmo dia para todos os professores.

Bem hajam pela vossa atenção,

Dora Pinto e Silvia Cidades

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão das contribuições recebidas no espaço disponível na revista.

Quando um paradoxo não surpreende (continuação da pág. 27)

Conclusão

Paradoxos podem ser um recurso útil para motivar e despertar interesse na sala de aula e os conflitos cognitivos podem ser um factor importante na construção de novo conhecimento pelo aluno. Por outro lado, podem também ser interessantes para aceder a falhas na estruturação do conhecimento, tal como ocorreu aqui.

Embora Piaget e Inhelder tenham constatado que as conservações elaboram-se naturalmente entre os seis e os doze anos, mesmo nos primeiros anos de faculdade encontram-se estudantes que ainda apresentam reacções de não-conservação.

Vale a pena perguntar por que o ensino fundamental não auxiliou a que estes alunos tivessem desenvolvido as conservações e, por outro lado, por que o sistema escolar permite que alunos tenham notas suficientes em Matemática, incluindo Geometria, desprovidos um conceito tão fundamental. Esses alunos sabem talvez, as fórmulas para calcular as áreas de várias figuras geométricas mas ainda não têm o conceito de área.

Já observei o mesmo tipo de problema em Física, quando os alunos chegam à faculdade, por exemplo, sem um conceito de «força» bem estabelecido, tão fundamental na Física quanto o de área na Geometria. E o mesmo tem sido observado em Química e em várias outras áreas de conhecimento. Ou seja, pergunta-se que Matemática se está, afinal, a ensinar?

Bibliografia

[1] ver, por exemplo, GARDNER, Martin, *Mathematics, Magic and Mystery*, Dover, 1956, trad. port.: *Matemática, Magia e Mistério*, Gradiva, Lisboa, 1991, p. 146.

[2] PIAGET, Jean e INHELDER, Bärbel, *Le Développement des Quantités Physiques chez l'Enfant*, DelaChaux et Niestlé, Neuchâtel, 1941, 2e éd. augm., 1962, trad. port.: O *Desenvolvimento das Quantidades Físicas na Criança*, Zahar, Rio de Janeiro, 2ª ed., 1975; PIAGET, Jean; INHELDER, Bärbel; SZEMINSKA, Alina, *La Géometrie Spontanée de l'Enfant*, PUF, Paris, 1948.

Renato P. dos Santos
CEDICA- Centro de Estudos em Epistemologia e Didáctica das Ciências/Almada
Instituto Piaget

Seminários, cursos... a formação que adquirimos!!*

Cláudia Nunes, Diogo Alves e Sofia Alves

Felizmente no nosso país os professores que leccionam a disciplina de Matemática são docentes que possuem habilitação profissional, ou seja, o ensino entrou numa 2° fase não menos importante que a primeira. Neste momento não existem, teoricamente, professores que estão a trabalhar por não encontrarem mais nada para fazer, ou porque não conseguiram emprego nas suas áreas de formação inicial, assim temos um corpo docente que optou em dedicar-se a uma profissão que é global: ENSINAR. Para tal, é necessário estarmos conscientes das consequências desta opção. Temos nas mãos o desenvolvimento de capacidades dos nossos alunos que constituem o futuro e o desenvolvimento do nosso país, não só a nível economicista, mas também referente ao espírito crítico, argumentativo, lógico, consciente... é necessário pensarmos como nos vamos formando e como ajudamos a formar. Em função de tudo isto, a APM, quanto a nós, continua a desempenhar um papel importantíssimo, pois possibilita uma interacção de conhecimentos, experiências, projectos, materiais que enriquece extraordinariamente as nossas capacidades para pôr em prática esta função tão nobre. Tal dinamização concretizou-se mais uma vez no último seminário em tecnologias, que teve lugar em Vila Real, no passado dia 24 a 28 de Julho, na Escola Secundária de S. Pedro, que desde já agradecemos à organização todo o esforço e empenho para que tudo se pudesse realizar com o sucesso conseguido.

Estes seminários, embora se realizem em final de ano lectivo, durante uma semana de intenso trabalho e algum convívio, têm a grande vantagem de termos a sensação de mergulhamos num dos temas e de desbravamos muitos dos seus contornos, que de outra forma possivelmente teríamos algumas dificuldades em sentir a sua existência.

As boas condições para conseguirmos tais resultados estavam reunidos tais como o clima ameno, paisagem verdejante, alojamento confortável com vista para o Rio Corgo e o mais importante uma escola bem apetrechada das diferentes tecnologias para nos receber e que possibilitou o desenvolvimento de inúmeros trabalhos de diversas investigação e explorações de diferentes problemáticas.

Decorreram durante cinco dias três cursos em simultâneo: "Aprofundar o *Geometer's Sketchpad* — Aprender Geometria" dinamizado pela Cristina Loureiro e o Eduardo Veloso; "Estatísticas, Probabilidades e outras coisas mais..." dinamizado por Paula Teixeira e Adelina Precatado; "Aprender Matemática com o programa Modellus", dinamizado por António Bernardes e Rita Bastos; estes decorreram num ambiente descontraído, de convívio e de trabalho. Constatamos que a metodologia implementada nos diferentes cursos foi muito bem conseguida pois superou as expectativas dos formandos. Cada formando teve ao seu dispor um computador ou uma calculadora gráfica, permitindo assim uma autonomia de trabalho e oportunidade de evoluir de acordo com o seu ritmo de trabalho e conhecimentos. Contudo o trabalho de equipa foi extraordinário e descontraído. A receptividade a novos desafios foi constante. No final da semana os projectos apresentados mostraram bem o empenho e investimento dos participantes na realização das tarefas propostas.

Os fins de tarde foram dedicados à apresentação de trabalhos de investigação produzidos pelos formadores dos cursos e pelo convidado Victor Teodoro (que apresentou trabalhos em *Modellus* e *Fathom*) e ao desenvolvimento dos projectos propostos em cada curso.

Na quinta-feira a direcção da APM foi moderadora num debate sobre tecnologias. Muitas ideias e opiniões foram debatidas, sendo ponto assente que as tecnologias no ensino da Matemática vieram para ficar. Contudo existem problemas profundos a ultrapassar! Os direitos dos alunos às tecnologias no ensino têm de ser preservados. Para que tal aconteça, as escolas têm de ser apetrechadas com computadores, calculadoras, sensores, software específico e outros materiais. Mas, não chega, é necessário existir formação de professores e dos grupos de trabalho, só assim será possível implementar as tecnologias na sala de aula e corrigir as assimetrias entre escolas e zonas do país. Esta realidade vai sendo contornada em algumas escolas, por nestas existirem alguns professores que por empenho e dedicação à sua missão vão concorrendo a projectos que, caso venham a ser aprovados, possibilitam a aquisição de algumas das condições necessárias para uma educação séria, exigente e mesmo competitiva em termos europeus.

---

* *Continuam ultimamente a multiplicar-se as declarações sobre a formação de professores em tecnologias. Uma razão acrescida para ver o que têm a dizer sobre a sua formação três jovens professores em início de carreira.*

Este amadorismo não é suficiente para preservar os direitos dos alunos, pois, nem todas as escolas concorrem, nem tudo o que é planeado é conseguido e nem tudo o que é financiado é a melhor alternativa (pois os protagonistas dos projectos são professores e não técnicos das diferentes tecnologias que teimam em estar constantemente desactualizadas). Não querendo dramatizar e embora todos conheçamos alguns destes voluntariosos do sistema, também todos conhecemos alguém que teima em não querer trabalhar com as novas tecnologias. Estas constatações são insuficientes por si só, pois todos temos um papel a desempenhar nas diferentes realidades em que estamos inseridos.

Todos estes encontros, seminários, possibilitam um crescente entusiasmo na aprendizagem através das tecnologias e a certeza de que somos um dos elos de transmissão dos conhecimentos adquiridos, proporcionando pequenas mudanças no dia a dia de uma escola que poderá viabilizar uma transformação urgente do sistema... Congratulamo-nos pela APM possibilitar toda esta renovação. Estamos convictos que o futuro começa hoje e que todos temos lugar activo na construção do em que vivemos, mãos à obra...

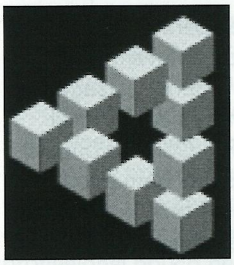
Cláudia Nunes
EB 2,3 Aristides de Sousa Mendes
Diogo Alves
EB 2,3 Dr. Anastácio Gonçalves
Sofia Alves
EB 2,3 Dr. Manuel Figueiredo

Novidades na Internet

ExploreMath.com

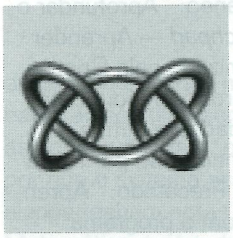
Um *site* recomendado pelo Math Forum. Actividades interactivas, planos de aulas, fóruns de discussão, cursos, etc. Ideias para utlização das actididades na sala de aula, sugestões concretas de conexões com o chamado "mundo real", e muito mais. Este site utiliza intensamente a tecnologia mais moderna de navegação e visualização na Internet, portanto prepare-se para fazer o download, se ainda não o fez, do Shockwave plugin parao seu browser, que deve ser da última geração (Netscape 4.0 ou Internet Explorer 4.5 ou mesmo 5.0). Endereço: http://www.exploremath.com/

SANDLOT SCIENCE.COM



A visualização – aprender a ver, perceber que existem ilusões, mas que elas não nos impedem de usar inteligentemente a visão – é um aspecto importante da educação básica, em particular da educação matemática. Este *site* faz uma exploração interessantissima e interactiva das ilusões visuais. Mostra-nos como a Internet é um instrumento imprescindível na escola, ao permitir actividades impossíveis sem ela. Se o chegassem a ver, deixaria todos os professores "que não gostam de máquinas", mas que gostam dos seus alunos, cheios de remorsos... Endereço: http://www.sandlotscience.com

Knot Theory



Nós!!!??? Mas isso nem sequer faz parte do programa! Pois não, por enquanto... Mas os "nós" é um assunto importante e interessante da matemática, certamente mais interessante para a maior parte dos alunos que a regra de Ruffini... Se quer preparar-se para lutar para que os nós sejam aceites como assunto a explorar na Matemática escolar, vá navegar neste site, que começa mesmo pelo princípio: a história dos nós em matemática. Endereço: http://www.freelearning.com/knots/

Quer encontrar mais sites interessantes? Nada mais fácil: a partir da página da APM vá à Matemática na Internet, depois ao Math Forum, depois à Internet newsletter, e depois é só clicar mais uma ou duas vezes. Pode pedir aí mesmo que esses sites escolhidos lhe sejam servidos no seu computador várias vezes por mês... Que mais podemos desejar?

"Computadores" – um fórum de discussão na revista e online

O fórum aberto no site da APM sobre computadores no ensino da Matemática continua a receber contribuições, que podem ser lidas facilmente entrando pelo endereço http://www.apm.pt/foruns/. Duas questões foram levantadas recentemente por colegas brasileiros, uma pedindo informações sobre trabalhos e pesquisas realizados nesta área e outra interrogando-se sobre se haveria alguma pesquisa referente ao empobrecimento de conteúdos teóricos com os computadores na educação matemática. Entretanto a direcção da APM tem estado a preparar uma posição da APM sobre as tecnologias na educação matemática, que será discutida na reunião do Conselho Nacional, em 21 de Outubro

Apontamentos sobre a história da Matemática Recreativa

Eurico Nogueira

Matemática Recreativa... "*De que trata? Em que consiste?*" Muitos de entre nós já ouviram falar deste assunto sem terem bem a noção do que é. Afinal a Matemática não é composta só por teoremas difíceis, números estranhos e raciocínios complicados? Como é que tal coisa pode ser recreativa?

Não podemos considerar a Matemática Recreativa como sendo um ramo da Matemática geral, ao mesmo nível que a Álgebra ou a Análise, apesar de também tratar de números, figuras, conjuntos, funções e outros entes abstractos... Bem pelo contrário, ocupa-se de fenómenos aritméticos ou geométricos que, de alguma maneira, se podem considerar "marginais" relativamente à ciência que lhe serve de base (com isto pretendo dizer que, estes fenómenos, na sua maioria, ainda não encontraram modelos e teorias suficientemente ricos nos quais se enquadrem) e que simultaneamente, nos "divertem". É claro que para os verdadeiros cientistas esta definição está algo incorrecta dado que, para eles, toda a matemática é recreativa visto sentirem prazer em "mexer" em números, teorias, relações, axiomas, demonstrações: "A Álgebra não é toda um jogo!?" comentava recentemente o conhecido matemático britânico J. A. Green... Mas para o comum dos mortais é uma definição aceitável, pois como este normalmente não é apreciador deste tipo de deambulações mentais extremamente abstractas, fica agradavelmente surpreso quando, à custa de exemplos concretos, depara com estranhas e inesperadas relações numéricas (ou entre algarismos de um mesmo número), se apercebe das chamadas "figuras mágicas" (quadrados, triângulos, hexágonos formados pela disposição de números cuja soma nas linhas e nas colunas coincide) ou ainda com novas facetas das figuras geométricas, para citar apenas alguns exemplos.

Historicamente esta disciplina é extremamente antiga... Podemos até afirmar que a primeira forma de Matemática, alguma vez descoberta pelo Homem, foi a recreativa: logo que descobriu os números começou de imediato a brincar com eles! Uma grande parte da história da humanidade foi por esta passada a "filtrar" as partes relevantes da Matemática Recreativa que ia criando, conferindo-lhes inicialmente um carácter religioso, posteriormente substituído pelo científico e, simultaneamente, autonomizando-as. Daí a criação da Matemática, a mais importante disciplina científica dos dias de hoje!

É interessante reparar que muitos dos primeiros resultados que esta ciência nos proporcionou foram surgindo de uma forma inesperada, como resultado de múltiplas experiências numéricas e geométricas: o famoso teorema de Pitágoras é disso exemplo concreto. Aliás os Gregos com as suas escolas filosóficas tiveram artes de impregnar os "entes" numéricos com um cariz místico-religioso, chegando ao ponto de criar um conceito de perfeição para o número[1]. Só aceitavam os inteiros positivos (também designados por "naturais", considerando que os ímpares eram masculinos e limitados e os pares eram femininos e ilimitados)[2] recusando a existência dos irracionais; o fanatismo foi tal que chegaram a condenar pessoas à morte por crimes "contra o número"... Com efeito, Hippasus da escola pitagórica foi afogado na sequência de uma traição: o seu crime consistiu em divulgar a irracionalidade de $\sqrt{2}$ facto este que provocou o afundamento da filosofia e da escola pitagórica. Estas estranhas práticas, no entanto, não nos devem fazer esquecer que esta comunidade, fundada por Pitágoras em Croton, colónia grega do sul da Itália, foi a que mais influenciou a matemática grega tendo constituído o primeiro grupo a encarar os conceitos matemáticos como abstracções. Note-se que, segundo a tradição, terá sido Pitágoras quem pronunciou a célebre frase: "Tudo é número."

Mas numa época em que as distinções entre as ciências ainda não estavam bem delineadas rapidamente esta escola sofreu fortes influências externas, essencialmente religiosas. E, de comunidade devotada ao estudo da filosofia, ciência e matemática, derivou rapidamente em grupo semi-religioso... Os seus membros, os quais acreditavam na transmigração das almas, passaram a considerar ser necessário purificar a alma e libertá-la da sua prisão corporal; para chegar a estes fins os pitagóricos mantinham-se celibatários e cumpriam diversas cerimónias e punições rituais. O carácter esotérico deste grupo e os seus cerimoniais secretos geraram a suspeita, a desconfiança e o desprezo por parte da população de Croton, que acabou por os expulsar e incendiar os seus edifícios. Posteriormente Pitágoras viria a fugir para Metapontum, no sul da Itália, onde veio a ser assassinado.

Foram também os gregos os primeiros a proporem enigmas matemáticos, regra geral, sob forma de desafio, fazendo, por vezes, intervir os deuses: é assim que Apolo, pela boca do seu oráculo, interroga os habitantes da ilha de Quios sobre o problema da duplicação do cubo[3]. E lá longe, no continente asiático, os grandes matemáticos indianos criavam problemas que actualmente podemos encontrar nas histórias de encantar desse povo, assim como num livro escrito pelo matemático indiano Báskara para a sua filha Lilawâti, no século XII.

A época romana e o início da Idade Média não trouxeram grandes avanços a esta ciência no seu geral... Merecem, no entanto, referência as figuras de Carlos Magno, um dos primeiros grandes entusiastas de enigmas matemáticos e que chegou a oferecer a enorme quantia de 1000 escudos (écus) a quem resolvesse o problema da quadratura do círculo, e do seu amigo teólogo Alcuin que lhe terá colocado o, actualmente famoso problema, do lobo, do coelho e da couve[4]...

O final da Idade Média assistiu a um certo desenvolvimento das lides matemáticas, que se acentuou no período renascentista. Para tal foi preciso separar o que era científico do irrelevante... É de salientar que, nessa época, as universidades europeias ensinavam apenas aritmética, e geometria, consistindo a aritmética em cálculos simples e complexas superstições. Note-se que, nesta época, o principal papel desta ciência consistia em... fazer previsões astrológicas! E, por isso mesmo, eram então os astrólogos denominados *mathematicii*.

Nesses anos, repletos de muitas, variadas e algo estranhas crenças, acreditava-se que alguns números possuíam fortes poderes místicos: como o 13, que era considerado o número do azar, ou o 10 (*tetractys*) porque corresponde à soma das quatro dimensões geométricas então conhecidas (um ponto era o gerador das dimensões, dois pontos determinavam uma linha de dimensão um, três pontos não colineares determinavam um triângulo com área de dimensão dois e quatro pontos não complanares geravam um tetraedro com volume de dimensão três). E note-se que, nessas longínquas épocas, o 1 não era considerado um número, mas sim um "gerador de números"...

Analogamente as figuras geométricas, em particular, os polígonos regulares e os sólidos assumiram nessa época aos olhos do povo e de muitos conceituados cientistas, vastos poderes metafísicos: o grande astrónomo Johannes Kepler chegou ao ponto de tentar explicar o movimento dos planetas do Sistema Solar usando sólidos geométricos.

Os quadrados mágicos, conhecidos na Europa por intermédio dos árabes, também merecem especial referência devido ao importante papel que assumiram, durante a Idade Média, nas artes da astrologia e alquimia, e também por terem sido usados como talismãs contra a peste e outros perigos... Cornelius Agrippa (1486-1535) que se ocupava de ciências ocultas (foi condenado a um ano de prisão sob acusação de feitiçaria, pena que cumpriu em Bruxelas) construiu quadrados mágicos de ordens 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 os quais, segundo ele, simbolizavam Saturno, Júpiter, Marte, o Sol, Vénus, Mercúrio e a Lua - os sete "planetas" então conhecidos. É daí que vem a expressão "quadrados planetários" ainda, por vezes, utilizada para designar os quadrados mágicos.

Na sua *História da Academia das Ciências* de 1705, Bove de Fontenelle (1687-1757) explica porque é que os quadrados mágicos continuaram a merecer atenção, mesmo depois de terem perdido aos olhos do povo o cariz esotérico que lhes estava associado:

> O que começou por ser uma simples prática de adivinhos ou de vendedores de talismãs, tornou-se mais tarde um sério objecto de pesquisa para os matemáticos; não que eles acreditassem que os quadrados mágicos os pudessem conduzir a algo de útil e sólido; eles não podem ter nenhuma utilidade prática; não passam de um jogo de dificuldade variável que pode mostrar alguns aspectos sobre os números que os matemáticos não querem perder.

Aquilo que Fontenelle diz a respeito dos quadrados mágicos em particular, podemos nós afirmar sobre a Matemática Recreativa no seu global: apesar de parecer que os assuntos nela englobados não têm nenhuma utilidade prática podemos ter a certeza absoluta de que essa situação se manterá para sempre? E mesmo que a sua utilidade científica seja realmente nula o interesse lúdico que desperta é, só por si, suficiente para conservar o seu lugar no panteão das matérias relevantes para a humanidade.

Este ponto de vista teve, desde cedo, muitos adeptos... Na Renascença o interesse pelos jogos matemáticos, associado à descoberta da imprensa, traduziu-se na compilação de problemas e sua publicação em livro. Nicolas Chuquet em 1484 foi o precursor, sendo continuado nas décadas seguintes, por outros autores como Estienne de la Roche, Jacques Chauvet e Jean Trenchant... Note-se que no século XVI foram publicadas, em França, três obras de Matemática Recreativa que alcançaram grande sucesso: *Problèmes plaisants et delectables qui se font par les nombres* de Bachet de Meziriac, *Questions inouïes ou recréations des savants* por Marin Mersenne, e *Recréations mathématiques et physiques* de Jacques Ozanam.

No final desse século um professor de Louvaina, Van Roomen, mais conhecido por Adrianus Romanus lançou a "todos os matemáticos do mundo" o desafio de resolver uma certa equação de grau 45 (!); François Viète conseguiu obter a solução exacta. Posteriormente Fermat, Pascal, Descartes, Mersenne, seguindo a moda de então, lançaram desafios matemáticos pela Europa toda. E é conveniente não esquecer que a obtenção das fórmulas resolventes das equações de 3° e 4° grau surgiu em consequência de problemas colocados em Itália, sob forma de desafio, durante o século XVI, e correctamente resolvidos por Cardan e Ferrari. Mas é possível que o desafio mais célebre da história da Matemática tenha sido o que foi lançado em 1816 e 1850 pela Academia das Ciências de Paris e, posteriormente, em 1908, pelo Königliche Geselschaft der Wissenschaften (Göttingen, Alemanha)... Estas instituições ofereceram avultados prémios monetários a quem conseguisse demonstrar o famoso Teorema de Fermat: este último prémio só há poucos anos é que foi atribuído!

Nos séculos seguintes Leibniz, Euler, Lagrange, Bernouilli, Hamilton, Cayley mantiveram a tradição de lançar problemas de índole matemática sob forma de jogo. Mas a principal contribuição foi sem dúvida a do francês Édouard Lucas que, de 1881 a 1894 e após inúmeros estudos sobre a teoria dos números e as secções cónicas, publicou os quatro volumes das suas *Recréations Mathématiques*. Defendendo a temática dessa obra escreve no prefácio:

> Não creio que aqueles que terão lido este livro o julgarão com tão pouco valor como aqueles que não terão lido senão o título; porque apesar de não passarem de jogos, cujo fim principal é divertir, é preciso muita subtileza de espírito para os conseguir resolver e é preciso ter um mínimo de conhecimentos sobre a ciência dos números para entender as demonstrações apresentadas e para saber utilizar os diversos métodos de resolução que acrescentei.

E a Matemática Recreativa aproxima-se a passos largos dos tempos modernos: Sam Lloyd (inventor do *puzzle* 14-15), Henry Dudeney (charadista inglês do princípio do século), Lewis Carroll (autor *de Alice no país das maravilhas*), John Northrop (prémio Nobel da Química em 1946) e George Gamow (astrofísico americano de origem russa) deram valiosas contribuições a este tema, criando problemas e escrevendo livros nos quais a matemática nos surge de uma forma atraente e, por vezes, bastante surpreendente. As tentativas de ensinar matemática usando o jogo como ferramenta sucederam-se; e, antes da 2ª Grande Guerra, dois congressos de Matemática Recreativa propuseram a sua utilização de uma forma didáctica, em prol do ensino. A guerra interrompeu esse esforço não mais sendo retomado, pelo menos da forma proposta.

Nos dias de hoje e acompanhando o progresso da Matemática Pura, também a Recreativa alcança cumes cada dia mais altos. Depois de ter ganho como objectos os paradoxos da lógica (que posteriormente conduziriam à Teoria de Conjuntos), os números de Fibonacci, as capicuas, as simetrias, o cubo de Rubik, vê-se cada vez mais e mais "invadida" pela influência dos computadores. Lado a lado com o aperfeiçoamento de técnicas computacionais tem-se incrementado a aplicação destas máquinas tanto para fins lúdicos como para investigação na teoria dos números e visualização de imagens fractais.

Actualmente a Matemática Recreativa não é mais que uma faceta da matemática geral, a que muitas prestigiosas revistas consagram algumas páginas tais como *Science et Vie* da França, *Scientific American* e *Journal of Recreational Mathematics* dos Estados Unidos, etc., para além dos inúmeros artigos e livros que tratam de enigmas aritméticos. E talvez os autores mais prolíficos, cujos escritos tratam essencialmente de problemas aritméticos e geométricos sejam Malcolm Lines, Miguel de Guzmán, Pierre Berloquin, Jean-Michel Delahaye e principalmente Martin Gardner que, durante vários anos, escreveu no *Scientific American* e tem sido um dos principais artesãos da popularização da Matemática Recreativa junto do grande público.

E quanto a Portugal? Até à década de 70, dois ou três livros - quase tudo traduções de obras estrangeiras - era tudo quanto existia sobre este tema... Mas nas décadas de 80 e 90 o panorama alterou-se: lado a lado com o incremento das *Olimpíadas da Matemática* e a publicação do *Jornal de Matemática Elementar*, várias editoras, lançaram-se na louvável tarefa de divulgarem a matemática lúdica junto do grande público!

Como atrás referi, muitos podem criticar esta disciplina dizendo que não tem nenhuma utilidade prática. Não partilho deste ponto de vista mas, caso se prove a sua veracidade, podemos afirmar que ela tem, pelo menos, o mérito de nos divertir enquanto desmistifica a Matemática.

Notas

[1] Número perfeito é aquele que é igual a soma de todos os seus divisores próprios mais o um.

[2] Os gregos acreditavam que o cinco era o número do casamento, o seis o da criação, o sete era identificado com a saúde, o oito com o amor e a amizade, o nove com a harmonia...

[3] Foi preciso esperar cerca de dez séculos para que a comunidade matemática descobrisse que este problema (assim como o da duplicação do cubo) não tinha solução.

[4] Um barqueiro tem de transportar um lobo, um coelho e uma couve de uma margem do rio para a outra. Quantas viagens tem de fazer sabendo que não pode deixar sozinhos numa margem, o lobo com o coelho ou o coelho com a couve (pois caso tal suceda um come o outro)?

Bibliografia

BOYER, Carl B. *A History of Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. 1968.

KLINE, Morris. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York, Oxford University Press, 1972.

LAND. *"Les carrés magiques; recréations mathématiques"*, publicado em *La Libre Belgique* de 28/29 de Abril de 1973.

LUCAS, Édouard. *Recréations Mathématiques*, 1° volume, 1881.

Eurico Nogueira
Departamento de Matemática da Universidade Nova de Lisboa

Fim à aritmética de papel e lápis (conclusão)

Anthony Ralston

No último número da Educação Matemática, publicámos a 1ª parte de um artigo, da autoria de Anthony Ralston, do Imperial College, Londres e que foi originalmente publicado no Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching, Vol. 18, nº 2, 1999, pp. 173-194. Nesta edição terminamos a sua publicação

Aritmética mental

Qualquer currículo alternativo que proponha acabar com a APL deve, necessariamente, ter um forte apoio da aritmética mental. Nesta secção, pretendo explicar não só porque é que a aritmética mental é tão importante num currículo sem APL, mas também como é que a aritmética mental pode fornecer os benefícios supostamente fornecidos, mas raramente obtidos, pela APL.

É óbvio que por motivos de eficiência, além de motivos cognitivos, alguém que não domine bem a APL deve ser capaz de efectuar uma quantidade significativa de aritmética mental. Seria muito maçador ser encorajado a puxar de uma calculadora para, por exemplo, somar 18 e 47. Assim, é bastante importante especificar que cálculos devem ser efectuados mentalmente num currículo sem APL. Muito mais importante que essa especificação, porém, é apercebermo-nos dos benefícios que advêm se os alunos aprenderem a efectuar bastante mais aritmética mental do que aquilo que é comum actualmente.

Por vezes, a aritmética mental, tal como as tabuadas de adição e multiplicação, é vista simplesmente como uma passagem para a aprendizagem da APL (exemplo: [DFEE, 1998a, b]). No entanto, "a aritmética mental não é apenas uma passagem para os algoritmos tradicionais de cálculo, bem pelo contrário, é uma parte independente do currículo por direito próprio" [Verschaffel e De Corte, 1996].

Já mencionei que o ensino da APL redunda, vezes demais, em boas calculadoras (humanas) que compreendem muito pouco daquilo que estão a fazer desenvolvendo, portanto, pouco sentido numérico: se é perfeitamente possível tornar-se um adepto da APL percebendo aquilo que se está a fazer, também é perfeitamente possível aprender APL mecanicamente. O resultado é que se perdem muitos alunos para a matemática no ensino secundário, porque, na essência, não aprenderam nada para além da mecanização da APL.

É possível aprender aritmética mental por mecanização? Sim, se por aritmética mental se entender tabuadas da adição e multiplicação, e, talvez, toda a subtracção e divisão de números com um dígito. Mas se, como eu, se entender muito mais do que isso, em particular, pelo menos toda a adição, subtracção e multiplicação com dois dígitos, então creio que não é possível argumentar que a aprendizagem pode ser mecânica. De facto, mesmo podendo — e devendo — aprender algoritmos mentais para efectuar aritmética multi-digital, a variedade de algoritmos pessoais necessários para se tornar uma calculadora mental eficaz exclui a aplicação mecânica desses algoritmos.

Consideremos, então, multiplicações de números com 2 dígitos efectuadas mentalmente. Espero que a reacção não seja a de que não é possível ensinar todas as crianças a fazê-lo. Como é que se sabe? Quase todos os que são a favor da argumentação *back-to-basis* crêem que o currículo de matemática necessita de maior exigência e que as crianças que estudam matemática necessitam de trabalhar muito. E se aqueles que se encontram do outro lado da argumentação são frequentemente acusados de pretender um currículo mais fraco, trata-se, efectivamente, de uma calúnia porque todos os que são a favor de um currículo forte em calculadora também acreditam num currículo de matemática exigente. Claro que muitas crianças com 10 ou 11 anos de idade achariam difícil a multiplicação mental de 46 por 83 e levariam muitos dias, semanas ou meses a aprender a efectuar tais cálculos com precisão. Mas algum leitor acredita que não é possível ensinar tantas crianças a fazê-lo quantas as que é possível ensinar a efectuar multiplicações de papel e lápis com números de 5 dígitos? (Seria simplesmente loucura tentar que alguém fosse eficiente na multiplicação de números com 5 dígitos: esses cálculos deveriam ser feitos *sempre* com calculadora.)

Há vantagens significativas em aprender a efectuar aritmética mental multi-digital, para além da eficiência computacional. Muitas, provavelmente a maioria das crianças, achá-la-ão difícil mas, em caso de sucesso, terão aprendido mais do que uma destreza útil: melhoraram o sentido numérico e aprenderam a organizar mentalmente um processo de raciocínio não-trivial ("pensar com a cabeça" em vez de "na cabeça" [Sowder, 1992]), que deveria ter o benefício lateral de aumentar a duração do tempo de atenção. Desenvolver a capacidade da aritmética mental multi-digital requer precisamente o tipo de treino mental do raciocínio lógico, que os matemáticos sempre acreditaram ser uma das vantagens de se estudar a sua disciplina, à parte de qualquer rubrica que se aprenda. E como existe uma variedade de estratégias possíveis para executar cálculos aritméticos mentais, a aritmética mental incorpora, por inerência, processos de verificação dos cálculos, outra competência que os educadores matemáticos realçam.

Será razoável a esperança de ensinar aritmética mental multi-digital à generalidade das crianças? A intuição diz-me que a resposta é afirmativa. Mas também existem experiência que provam que tal é possível [Zhang, 1997]. Mais, há provas de que é possível ensinar não só adições e subtracções com dois dígitos, mas também com três dígitos, mesmo a alunos do terceiro ano [Selter, 1995]. Embora seja necessário investigar mais sobre quanta aritmética mental pode ser ensinada no ensino elementar, creio que já se conhece o suficiente para tirar a ilação de aumentar amplamente a quantidade de aritmética mental que se ensina actualmente no ensino elementar.

Poder-se-à pensar que visando a aritmética mental em vez da APL corre-se o risco de perder a noção de algoritmo. Um professor de matemática exprimiu este receio, escrevendo que "os níveis básicos de competência aritmética [leia-se APL] [deveriam ser] requeridos independentemente da calculadora (de modo a haver alguma compreensão do que a calculadora faz)". Há alguma ironia nesta afirmação, dado que os algoritmos utilizados pelas calculadoras são muito diferentes dos algoritmos da APL. Mas a razão mais lata para as crianças aprenderem, o mais cedo possível, a natureza algorítmica da matemática é uma razão forte, particularmente para alguém como eu, que desde há muito reclama uma abordagem algorítmica em todos os níveis de matemática. Será que a APL clássica dá aos alunos uma perspectiva da noção de algoritmo e que a minha proposta deita isso a perder? De maneira nenhuma. Primeiro, é legítimo duvidar que o ensino da maioria da APL transmita um verdadeiro gosto por algoritmos. Segundo, à medida que as crianças aprendem a calcular mentalmente terão necessidade de desenvolver os seus próprios algoritmos para efectuar aritmética multi-digital. Alguns deles (por exemplo, para as multiplicações com números de dois dígitos) serão bastante complexos. Pedir às crianças que escrevam e expliquem os seus métodos fornece uma oportunidade excelente para introduzir ideias de algoritmos. (Claro que é uma actividade difícil. Explicar o nosso processo de pensamento para qualquer tarefa não-trivial é difícil, mas fazê-lo é salutar e obriga a concretizar noções intuitivas.)

Devo dizer algo sobre a divisão. Apesar de já terem passado mais de 15 anos sobre a recomendação do Relatório Cockcroft [1982] de se deixar de ensinar divisões longas nas escolas britânicas, esta recomendação tem sido implementada com reservas. As normas do *California Board of Education* [California, 1998, p. 43] requeriam que os alunos dominassem a divisão longa. A única desculpa só pode ser que quem promulgou as normas da California acredita que a divisão longa faz bem ao espírito. Não só a capacidade de efectuar divisões longas não tem qualquer valor prático, como o tempo requerido para ensinar este algoritmo a alunos é de longe excessivo em relação a qualquer benefício que possa advir dessa aprendizagem. Claro que os alunos devem aprender o que é a divisão, quando aplicá-la, o que são restos e como resolver mentalmente problemas de divisões simples. Mas o ensino da divisão longa não é pertinente para nenhum destes objectivos; é tão disparatado como o ensino do algoritmo da raiz quadrada, um ponto de honra até há pouco tempo. Não posso deixar de acreditar que aqueles que são a favor do ensino da divisão longa no ensino elementar (incluindo alguns investigadores matemáticos [Klein, 1998]) estão iludidos acerca do que é importante e útil na matemática escolar.

Outra ilusão relativa à aritmética mental: pretender dar realce à aritmética mental no ensino elementar, implica desencorajar a utilização da calculadora. Em Assuntos de Numeracia [DFEE, 1998a] existe uma ênfase louvável do cálculo mental (tal como em [DFEE, 1998b]). Mas leva ao *non sequitor* "a importância do cálculo mental tem implicações inevitáveis num uso judicioso da calculadora" em que "judicioso" significa "desencorajar, tanto quanto possível, a utilização da calculadora" com crianças até aos 11 anos. Porque é que não é tão óbvio para todos, como o é para mim, que a aritmética mental é mais importante quando se usa a calculadora no currículo do que no caso contrário? Não é só pelas já apontadas razões de eficiência. Também é pelo seguinte: uma vez que, como todos sabemos, a probabilidade de erro quando se utiliza a calculadora (por causa de uma tecla seleccionada erroneamente) é maior do que com a APL, os utilizadores da calculadora devem ser capazes de estimar mentalmente os resultados dos seus cálculos. Um professor salientou que "a geração mais velha possui um sentido instintivo do número, capaz de farejar rapidamente uma solução disparatada; é uma capacidade que falta à geração mais jovem". Se for verdade, deve ser porque esta "geração mais nova" não aprendeu a ser uma boa calculadora mental e a usar essa capacidade para "farejar soluções disparatadas".

Matemática sem APL no ensino elementar

Acabar com a APL no ensino elementar pode soar radical mas, para aqueles que não conseguem abraçar esta ideia, o que é que acham do adiamento da instrução em APL até ao sexto ano? Também parece bastante radical. No entanto, é uma ideia antiga, experimentada com sucesso no final dos anos 20 pelo superintendente escolar de Manchester, New Hampshire, e registada num artigo que devia ser lido por todos os educadores matemáticos [Benezet, 1935-36; ver também Gleason]. A ideia de Benezet parece ter tido uma morte rápida mas talvez se concorde que um currículo sem APL não está assim tão afastado desta ideia com 70 anos de idade.

De qualquer modo, o que proponho para os primeiros, digamos, oito anos de escolaridade (K-7; implicitamente, a álgebra deve ser um tema de 8º ano) é o seguinte:

1. Ênfase na aritmética mental a partir do momento em que é introduzida pela primeira vez uma ideia aritmética para além da contagem (por si só, uma actividade mental, claro). Isto significa que à medida que é apresentada uma operação aritmética, é de esperar que as crianças façam cálculos mentais com essa operação. Evidentemente, é de esperar que as crianças aprendam as tabuadas da adição e multiplicação na altura própria. Não tenho pretensões acerca da altura exacta para introduzir uma operação aritmética. Pode muito bem ser que, como Benezet sugeriu e Gleason apoiou, não haja um motivo forte para introduzir a aritmética tão cedo como agora é costume. Obviamente, as crianças deveriam ter muitas, variadas e substanciais experiências com números a partir do pré-escolar. Isso é muito mais importante do que a sua forma precisa.

2. A calculadora deveria não só ser permitida a partir do pré-escolar como encorajada a sua utilização. De facto, há todos os motivos para entrelaçar a utilização da calculadora com o ensino da aritmética mental, dado que a instrução de uma será reforçada pela utilização da outra. É óbvio que a parte do currículo relativa à aritmética mental deve ser avaliada num ambiente sem calculadora, tal como a aplicação da aritmética mental na resolução de problemas. Senão, a calculadora deveria ser universalmente autorizada, em todas as situações de teste. A finalidade da utilização da calculadora não deve ser o valor negativo de evitar a APL mas o valor positivo de fornecer exercícios e problemas que desenvolvam o sentido numérico e a compreensão da aritmética. Quando são apresentadas as fracções e as dízimas, a calculadora deveria servir para ilustrar a relação entre as duas, o que são dízimas infinitas, porque ocorrem, etc.

3. Nada do está dito tem a intenção de dar a entender que a aritmética mental e a calculadora devem ser as únicas ferramentas com as quais se ensina aritmética. Os materiais manipuláveis e outros modelos aritméticos (por exemplo, o modelo da área para a multiplicação) devem continuar a desempenhar um papel importante. Da mesma forma, os professores podem usar os algoritmos da APL para ilustrar as operações aritméticas, como se afigurar útil e conveniente. E, em qualquer caso, o papel e lápis, como meio de registo e de experimentação, deveriam continuar a desempenhar um papel importante na matemática do ensino elementar (e secundário). Por exemplo, não deve haver objecções, em princípio, à multiplicação de números com dois dígitos, apontando dois produtos de 1 dígito por 2 dígitos, feitos mentalmente e, em seguida, adicionados mentalmente.

4. Para reiterar um ponto de vista anterior, é de esperar que as crianças trabalhem e pensem muito em toda a sua instrução matemática. Mesmo assim, creio que um regime mental aritmética-calculadora pode atingir todos os objectivos do mais imaginativo currículo de APL, com menos tempo total de instrução, dado que, apesar de ser necessário muitos exercícios para criar boas calculadoras mentais, o esforço envolvido é menor do que o habitual, hoje em dia, nos exercícios rotineiros de APL.

5. Uma das principais vantagens de acabar com a APL e substituí-la por um currículo mental aritmética-calculadora é o tempo adicional que se disponibilizaria para estudar outra matemática no ensino elementar. É evidente que isso já sucede: além da APL, ensina-se geometria, por exemplo. Porém, o predomínio da APL no currículo do ensino elementar é tal que os outros tópicos têm apenas um tratamento superficial e as crianças raramente levam do ensino elementar competências ou conhecimentos matemáticos relevantes fora da APL. Naturalmente, além da geometria há outra matemática ao alcance dos alunos do ensino elementar: as probabilidades, uma introdução inicial a certos aspectos da álgebra, etc. A introdução destes temas prepararia muito melhor os alunos para a matemática do ensino secundário e poderia, com o tempo, calar as críticas dos matemáticos universitários acerca dos conhecimentos matemáticos dos alunos que entram na universidade.

6. Uma crítica à extinção da APL é que ela fornece aos alunos uma introdução inicial à abstracção. Também a aritmética mental, embora duvide muito que as crianças percepcionem qualquer ideia de abstracção quando se introduz os números pela primeira vez. A abstracção é uma das ideias mais importantes em matemática e, de modo algum, fora do alcance dos alunos do ensino elementar, afirmação esta confirmada pela capacidade que muitos alunos desenvolvem na programação de computadores, onde a abstracção em forma de variáveis pode não ser evidente mas está, sem dúvida, implícita. Referi uma introdução inicial à álgebra na matemática do ensino elementar. Evidentemente, é possível no 5º ano, mais provavelmente no 6º e de certeza no 7º. Mesmo se tudo aquilo que a matemática do ensino elementar conseguisse fosse a noção mais básica de variável, não seria já uma entrada estupenda na matemática do ensino secundário?

O que está dito não é, nem tem a intenção de ser, um currículo completo de matemática do ensino elementar. É mais uma tentativa de convencer que é possível - e fácil, creio sinceramente - desenvolver um currículo sem APL, que prepararia bastante melhor os alunos para a matemática do ensino secundário, nos EUA e em qualquer lado (bastante melhor do que qualquer currículo proposto nos EUA). Além disso, creio que o faria sem a maçada que tantos alunos agora sentem no ensino elementar e que faz perder uma proporção chocante do talento matemático inato em alunos americanos, quando entram pela primeira vez na escola.

Matemática do ensino secundário e subsequente

Qual seria o impacto de um currículo de matemática do ensino elementar sem APL na matemática do ensino secundário e universitário? Como a intenção é ter alunos mais bem preparados do que agora para essa matemática, o impacto seria totalmente positivo. Em particular, alunos bem preparados permitiriam introduzir no currículo do ensino secundário novos assuntos, mais úteis, sem abandonar os assuntos tradicionais — estatística, matemática discreta, etc. — como está a ser tentado noutros locais. Mas como é que o estilo da matemática proposta afectaria o que é ensinado e o modo de ensino da matemática no ensino secundário?

Os matemáticos universitários que se opõem à utilização da calculadora no ensino elementar fazem-no principalmente porque partem da crença, que partilho, de que "não pode haver compreensão sem técnica". Argumentei que, a nível da aritmética, a técnica e a consequente compreensão podem ser atingidas através da aritmética mental. Qual é a analogia relevante com a matemática do ensino secundário (e posterior)?

Da mesma maneira que sou a favor da plena utilização da tecnologia no ensino elementar, sou igualmente a favor do seu uso pleno nas escolas secundárias e universidades - calculadoras gráficas, calculadoras simbólicas e computadores. Então, como é que os alunos vão aprender a técnica - a técnica algébrica é crucial nesta altura - se for permitido o uso de calculadoras? Como Edward Effros referiu [1989]: "Afirmo categoricamente que se um aluno não sabe factorizar imediatamente x^2-9 é extremamente improvável que esse aluno passe a Cálculo. Concordo." O caminho para a técnica algébrica num mundo de calculadoras é basicamente o mesmo que para a técnica aritmética, nomeadamente a álgebra mental. Certamente, não é descabido esperar que os alunos de álgebra efectuem uma quantidade razoável de álgebra polinomial mentalmente. Além disso, tarefas conhecidas, como completar um quadrado são essencialmente mentais, que usam o papel e lápis como meio de registo. Indo além de Effros, eu esperaria que os alunos fossem capazes de factorizar mentalmente vários polinómios de segundo grau com três termos. E, claro, tal como na aritmética mental, deveria existir avaliação de álgebra mental sem calculadora.

Mais geralmente: tal como o objectivo fundamental do ensino da aritmética é a apreensão do sentido numérico, o objectivo fundamental da álgebra deveria ser o sentido simbólico. O sentido simbólico é mais difícil de definir do que o sentido numérico mas inclui coisas como ser capaz de prever a forma do resultado de um cálculo simbólico (qual é o grau do produto de dois polinómios?), de seleccionar a forma mais adequada de entre várias equivalentes (por exemplo, polinomial, quadrado completo ou forma factorizada de uma quadrática), ter sentido crítico sobre a razoabilidade de um resultado (se há seis vezes mais alunos que professores, escrevemos 6P = A ou 6A = P?), desenvolver competência em expressões simbólicas (dados alguns pontos do plano, encontrar uma função algébrica ou trigonométrica que passe por todos ou perto de todos eles), etc. (Ver [Arcavi, 1994] para uma reflexão sobre o sentido simbólico). Os alunos que têm este sentido, seja qual for o uso que façam das calculadoras gráficas e simbólicas, estarão bem preparados para estudar cálculo.

Nos últimos anos, os matemáticos universitários começaram a usar a tecnologia no ensino, embora tenham levado mais tempo do que os seus colegas cientistas e engenheiros. Ainda há muitos que têm a mesma opinião sobre sistemas de matemática simbólica, tal como *Mathematica* e *Maple*, e calculadoras para os alunos do ensino elementar. Uma consequência, apesar da chamada reforma do cálculo, é que a finalidade da maioria dos cursos universitários de cálculo ainda parece ser a criação do aluno-máquina, alimentado com funções e produzindo derivadas e integrais, mesmo com o insucesso demonstrável destes cursos para produzir estudantes com mais do que conhecimentos mecanizados. Concorde-se ou não com a minha crença de longa data de que a matemática discreta devia ter um papel equivalente ao cálculo no currículo universitário [Ralston, 1981], já não pode haver desculpa para cursos de cálculo que não façam pleno uso da tecnologia e que ensinem os estudantes a efectuar mentalmente muito daquilo que fazem agora mecanicamente.

A minha proposta pode resultar?

Quase poderia ser implementada amanhã. Poder-se-ia desenvolver um currículo detalhado, escrever manuais, planificar lições, etc. Sejamos até optimistas de que seria possível convencer políticos, encarregados de educação, matemáticos - todos esses grupos antidiluvianos - do carácter correcto da abolição da APL. Mas estarão os próprios professores das escolas elementares preparados para tal currículo? Receio — mas ficaria muito feliz com prova em contrário — que mesmo os melhores professores das escolas elementares teriam sérias dificuldades em ensinar um currículo assim, principalmente porque a sua preparação para o ensino da matemática tem sido lastimavelmente insuficiente, compondo-se de pouco mais do que a clássica APL. Mas também por muitos (a maioria?) dos professores atraídos pelo ensino elementar estarem menos interessados na matemática do que noutros assuntos; de facto, é muito frequente professores do ensino elementar sofrerem de fobia à matemática.

Quantos professores do ensino elementar, por exemplo, estarão preparados para ensinar aritmética mental com dois dígitos? Quantos deles têm conhecimentos para ensinar os outros aspectos da matemática que seriam incluídos no currículo, se a APL fosse substituída por um currículo mental aritmética-calculadora, mais exigente mas consumindo menos tempo? Alguns destes problemas poderiam ser minimizados com o quadro actual de professores do ensino elementar, através de formação contínua adequada. Para os futuros professores seria necessária uma formação inicial ainda melhor — e mais intensiva — em educação matemática.

Mas enquanto a matemática ocupar um lugar baixo na escala de interesses dos professores actuais e futuros, é pouco provável que se progrida muito desta maneira. As pessoas com talento e interesse em matemática dificilmente são atraídas pelo ensino elementar, uma vez que a maior parte do currículo envolve assuntos baseados na língua materna, inclusivamente as ciências, quase inteiramente descritivas.

Existe apenas uma solução: ter muita, senão toda, matemática do ensino elementar ensinada por professores especialistas, de modo semelhante às educações musical e visual. Algumas escolas têm feito tentativas neste sentido, nomeando um especialista em matemática, cuja função é a de aconselhar e ajudar todos os professores. Outra solução, parcial, é o ensino em equipa, em que o ensino da matemática é feito pelos professores que se sentem mais à-vontade na matemática. Ambas as ideias são boas, mas creio que não poderão ser totalmente eficazes na implementação do currículo descrito neste artigo. Mesmo os especialistas em matemática das escolas elementares raramente têm o treino e amplitude de conhecimentos e perspectivas matemáticas para ensinar ou aconselhar num currículo mental aritmética-calculadora.

Concluo que a única solução para modificar radicalmente o currículo são os professores especialistas em matemática que se encarreguem de todo o ensino da matemática do ensino elementar, a partir do terceiro ano ou ainda mais cedo. É evidentemente uma solução a longo prazo. No entanto, prevejo que não se verifiquem grandes progressos na educação matemática dos alunos americanos do ensino elementar (e, consequentemente, também, do secundário) enquanto esta solução não for implementada. Até lá, o desespero com o fraco desempenho dos alunos em comparações internacionais e o desapontamento dos professores universitários com a preparação matemática dos seus alunos, continuarão a ser fenómenos vigentes na cena educacional americana.

A investigação é necessária?

Claro que sim. Precisamos sempre de investigação. Mas a questão imediata é: alguma das propostas deste artigo requer investigação antes ser levada à prática? Ou, por outras palavras, um princípio de inovação educacional deveria ser, como na medicina: sobretudo, não fazer mal. É possível que os alunos "privados" da oportunidade de aprender APL fiquem prejudicados com isso?

A minha resposta é negativa. Como já ninguém argumenta que o conhecimento de APL é uma competência útil na vida (ou na matemática), a questão é saber se tal "privação" pode deixar os alunos sem a compreensão e técnica necessárias para o estudo de matemática mais avançada. Pode ser que não saibamos quanta aritmética mental é razoável esperar que uma criança mediana aprenda - e devemos, com certeza, investigar - mas não vejo como é possível argumentar que um currículo construído em volta da aritmética mental e calculadora, exigente e que apresenta consideravelmente mais matemática fora da aritmética tradicional, pode prejudicar os alunos. De facto, um currículo que enfatize o sentido numérico neste contexto, dificilmente poderia deixar de preparar os alunos para a matemática do ensino secundário, pelo menos tão bem como este agora.

Muita da argumentação deste artigo foi feita *ex cathedra* mas não me desculpo por isso. Os meus argumentos são bem mais fundamentados na experiência e investigação do que os argumentos daqueles que querem sujeitar os alunos ao regime de APL. Sim senhor, mais investigação, mas não há motivo para que as ideias deste artigo não possam ser experimentadas antes de uma investigação posterior.

Vale também a pena notar que, nada neste artigo está em desacordo com qualquer investigação teórica, experimental ou prática, no ensino e aprendizagem da matemática (ver, por exemplo, Kamii [1985]). Na verdade, espero que muitos dos apoiantes de uma abordagem construtivista da matemática aplaudam um currículo que enfatize a construção, pelas próprias crianças, dos conhecimentos de aritmética através de cálculo mental.

Observações finais

A reforma da educação matemática é um tópico muito em debate actualmente, em particular nos EUA. Aquilo a que se chamou "as guerras da matemática" [Becker e Jacob, 1998; Jackson, 1997; Ross, 1998] coloca matemáticos, educadores matemáticos, outros educadores, encarregados de educação e políticos uns contra os outros, numa exibição desconcertante de contextos nos quais currículo, pedagogia, formação de professores, manuais e tecnologia são tudo assuntos de controvérsia.

Uma ironia em tudo isto, na minha opinião, é a seguinte: enquanto que as decisões cruciais que têm de ser tomadas dizem respeito à temática do ensino elementar, os principais protagonistas são matemáticos profissionais, que raramente compreendem os assuntos da matemática do ensino elementar, e o NCTM que, embora seja um grupo cujos membros e interesses cobrem a matemática básica e secundária, é dominado por matemáticos universitários e professores do ensino secundário. O resultado é que nos debates sobre educação matemática a do ensino elementar é, muitas vezes, severamente castigada ou incompreendida, ou ainda pior.

É minha convicção que um currículo mental aritmética-calculadora ensinado por especialistas de matemática do ensino elementar seria um currículo melhor do que o ensinado agora (virtualmente) por todo o lado. Uma convicção mais forte é: a menos que seja adoptada esta abordagem para a matemática do ensino elementar, a existência de grandes melhorias no desempenho matemático dos alunos americanos da escolaridade elementar, secundária e universitária permanecerá uma quimera.

Referências bibliográficas

American Mathematical Society (1995-97). Various articles and letters to the editor in the *Notices of the American Mathematical Society*.

Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14, 24-35.

Askey, R. (1996). In Views on High School Mathematics. *Notices Am. Math. Soc.*, 43, 866-873.

Becker, J. and Jacob, B. (1998). "Math War" Developments in the United States (California). *ICMI Bulletin*, 44, 16-25.

Benezet, L. P. (1935-36). The Story of an Experiment. J. of the National Education Association, 24, 241-244 and 301-303, 25, 7-8.

California Academic Standards Commission (1997). *Mathematics Content Standards (1 October).* (http://www.ca.gov/goldstandards).

California Board of Education (1998). *Mathematics Framework for California Public Schools K-12 (10 December).* (http://www.cde.ca.gov/cilbranch/eltdiv/mathfw.htm).

Cockcroft, W. H. et al. (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO.

Department for Education and Employment (UK) (1998a). *Numeracy Matters: Preliminary Report of the Numeracy Task Force*. London: DFEE.

Department for Education and Employment (UK) (1998b). *The Implementation of the National Numeracy Strategy: The Final Report of the Numeracy Task Force.* London: DFEE.

Dubinsky, E. (1998). Personal communication.

Effros, E. (1989). Comentary in *Education Week*, 12 April.

Ernest, P. (1998), Personal communication.

Gardiner, T. (1998). Back to the Blackboard. The Times, 8 May 1998.

Gelernter, D. (1998). Put Down That Calculator, Stupid!. New York Post, 21 May.

Gleason, A. (s/d). Delay the Teaching of Arithmetic?, Unpublished manuscript.

Hembree, R. and Dessart, D. J. (1986). Effects of Hand-held Calculators in Precollege Mathematics Education: A Meta-analysis, *J. For Research in Math. Educ.*, 17, 83-99.

Hiebert, J. and Wearne, D. (1986). Procedures over Concepts: The Acquisition of Decimal Number Knowledge. *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case for Mathematics* (J. Hiebert, Ed.), Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Jackson, A. (1997). The Math Wars, Parts I and II, *Notices Am. Math. Soc.*, 44 (June/July and August), 619-702; 817-827.

Johnson, D. A. and Rising, G. R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics*, Belmont, CA: Wadsworth.

Kamii, C. K. (with DeClark, G.). *Young Children Reinvent Arithmetic: Implication of Piaget's Theory*, Early Childhood Education Series.

Kitchen, A. (1998). Message on the email discussion list *Mathematics Education at Nottingham University*, UK, 12 January.

Klein, D. (1998). The State's Invisible Math Standards. Los Angeles Times, 3 May.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Ralston, A. (1981). Computer Science, Mathematics and the Undergraduate Curricula in Both, Am. Math. Monthly, 88, 472-485.

Ralston, A. (1997). A Zero-Based Curriculum: What It Is and How It Might Be Used. A Zero-Based Mathematics Curriculum: Proceedings of a Working Group at the Eighth Internacional Conference on Mathematical Education, Seville, July 1996 (H. Neill and A. Ralston, Eds.) Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

Ross, K. (1998). Reality Check: At Baltimore Standards Forum, All Quiet Along "Math Wars" Front, *Focus, Newsletter of the Math. Assoc. of America*, 18 (May/June), 1, 4.

Saxon, J. (1990). Transcript of 60 Minutes, CBS News, 4 March.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C. and Raizen, S. A. (1997). *A Splintered Vision: An Investigation of US Science and Mathematics Education*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Selter, C. (1995). Frrom Teaching to Learning Mathematics, Keynote Lecture at Panama Conference, Noordwijkerout, The Netherlands.

Shuard, H. at al. (1991). *Children, Calculators and Mathematics*, London: National Curriculum Council.

Sowder, J. (1992). Estimation and Number Sense in *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (D. A. Grouws, Ed.). New York: MacMillan.

Verschaffel, L. and De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic in *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Wu, H. (1996). The Mathematician and the Mathematics Education Reform, *Notices Am. Math. Soc.*, 43, 1531-1537.

Wu, H. (1998). Some Observation on the 1997 Battle of the Two Standards in the California Math War, Department of Mathematics, University of California at Berkeley.

Zhang, D. (1997). Some Characteristics of Mathematics Education in East Asia — An Overview from China in Proceedings of the Seventh Southeast Asian Conference on Mathematics Education (N. D. Tri et al., Eds.), Hanoi 1996, Hanoi: Vietnamese Mathematical Society.

Anthony Ralston
Imperial College, Londres
Traduzido por Luís Reis
E. S. B. da Univ. Católica do Porto

Colóquio

Ciência, Comunicação e Democracia, a formação de uma cultura científica

Este colóquio realizar-se-á nas instalações do Planetário do Porto, nos dias 23, 24 (dia nacional da cultura científica) e 25 de Novembro de 2000.

A organização está a cargo da Casa-Museu Abel Salazar, integrando a APM a Comissão Consultiva.

Os temas do colóquio são: o modo como o conhecimento científico se implica no exercício da cidadania; as diferentes vias pelas quais as ideias científicas se socializam; a inserção do trabalho científico nas práticas educativas; museus, herança que se transmite e condição da criatividade.

O programa do colóquio conta com a intervenção inaugural do ministro da Ciência e Tecnologia além de, entre outras sessões, conferências por Carlos Fiolhais, João Caraça e Nuno Grande.

Os associados da APM gozarão de condições especiais no preço de inscrição nesta iniciativa.

Para mais informações, contactar a Casa-Museu Abel Salazar, R. Dr. Abel Salazar, 4465-120 S. Mamede de Infesta, Tel/Fax: 229010827

Uma visão do III Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática

De 9 a 12 de Fevereiro decorreu na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra o III Encontro Luso Brasileiro de História da Matemática. Muitos colegas me têm perguntado se foi bom, ou se gostei. A minha resposta tem sido sempre que foi óptimo; explicar as razões para esta resposta é que não tem sido fácil.

Mas passemos ao Encontro! *Uma Introdução à Matemática Platónica* foi o curso a que assisti, nos dois dias antes do Encontro. Uma introdução sim, porque John Fossa, que orientou o curso, passou 10 anos a trabalhar sobre textos de Platão, para poder formular as conjecturas que connosco discutiu. Neste curso, além de ter tido oportunidade de trabalhar alguns textos de Platão compreendi que o trabalho do historiador em matemática é bastante árduo, e talvez mesmo ingrato, uma vez que após largos anos de investigação, pode-se só chegar a conjecturas extremamente difíceis de provar.

Além deste curso realizaram-se mais 5, todos tiveram bastantes inscritos.

O Encontro começou, depois da tradicional sessão de abertura, com a excelente conferência do Prof. Ubiratan D'Ambrósio que nos falou sobre a produção e difusão do conhecimento matemático e nos alertou para o facto da história da matemática não se poder alhear da história da ciência e que deverá, tal como esta,

> entender a evolução do conhecimento no qual a ciência se insere, como também as artes, as religiões, os valores, os comportamentos, em distintos ambientes culturais.

Gostava de fazer referência à comunicação de Oscar João Abdounur, uma vez que esta implicou, para mim, uma espera de quatro anos e duas tentativas sem êxito de o ouvir. Oscar João, tentou explicar a influência das teorias da razão da Antiguidade na concepção do conceito de harmonia musical na Idade Média. Transmitir a construção e evolução do conceito de razão desde a Antiga Grécia até à Idade Média parece ser uma tarefa impossível no curto espaço de tempo de uma hora e, por isso, a sua comunicação decorreu a uma velocidade incomensurável; o que a tornou apenas compreensível para os conhecedores do assunto.

Na excursão histórico-matemática começámos por visitar o Observatório Astronómico da Universidade de Coimbra, onde pudemos ver como funciona o espectroheliógrafo (se não sabe o que é e estiver interessado, consulte o site: www.mat.uc.pt/~obs) e como os navegadores portugueses utilizavam o astrolábio naútico para determinar a declinação solar ao meio-dia.

A viagem continuou rumo à Universidade do Porto, onde ouvimos o Prof. José Morgado falar sobre Gomes Teixeira, e acabou em Valença do Minho, onde Anastácio da Cunha viveu durante alguns anos; sobre ele ouvimos uma pequena comunicação que tinha sido preparada pela Professora Fernanda Estrada.

O dia acabou com um jantar convívio onde todos tiveram a oportunidade de dançar o Vira mas, só alguns, a coragem!

O Encontro visava sobretudo dar expressão aos estudos realizados na área da história da matemática em Portugal e no Brasil. Em diversas sessões o seu objectivo foi conseguido. Mas, embora no Encontro estivessem inscrito 213 participantes, dos quais cerca de 30 eram brasileiros; das 49 sessões que estavam previstas apenas 16 foram proferidas por portugueses, 27 por brasileiros e as restantes por participantes vindos de outros países.

Não sei se isto é consequência da quase total lacuna que existe na área da investigação em história da matemática no nosso país ou se revela apenas a nossa incapacidade de apresentar trabalhos que não estejam completos e perfeitos, pois muitos eram os participante portugueses que embora estando a trabalhar nesta área não apresentaram nenhuma sessão.

Mas foram também apresentados trabalhos de portugueses sobre a história da matemática em Portugal. Os que me chamaram mais atenção foram os trabalhos na área dos matemáticos portugueses da Companhia de Jesus, porque era um assunto que desconhecia. Este tema começou por ser debatido numa mesa redonda subordinada ao tema "Os matemáticos jesuítas". O facto de Portugal ter sido um grande centro de pesquisa científica no séculos XVI e XVII, por onde passaram e trabalharam cientistas jesuítas, foi uma ideia totalmente nova para mim.

Ao reler os objectivos que Jaime Carvalho e Silva tinha para este Encontro (revista nº 56), penso que apenas um dos aspectos não foi totalmente conseguido. Na verdade, não houve muito debate sobre as utilizações educacionais da história da matemática; mas todos nós aprofundámos os nossos conhecimentos sobre a história da matemática, quer dos países de língua portuguesa quer em geral e ficámos certamente com vontade de estudar mais história da matemática.

Maria João Lagarto
EB 2,3 Vieira da Silva

T³ em Viseu debate tecnologias

De 5 a 7 de Julho, á Escola Superior das Tecnologias de Viseu recebeu o grupo de trabalho do T³. Foram três dias intensos, recheados de informações, novidades, partilha de experiências, trabalho prático e, principalmente, muito debate sobre ensino e tecnologias.

Este debate sobre o papel das tecnologias no ensino atravessou todo o encontro e debruçou-se sobre questões como:

- Que tipo de experiências de aprendizagem permitem?
- Como se efectiva a prática lectiva com tecnologias?
- Que mudanças curriculares se impõem?
- Que materiais pedagógicos são necessários?
- Quais as condições escolares desejáveis?

Este grupo de trabalho da APM é um grupo bastante alargado, conta com elementos de todo o país (das ilhas também, pois claro!) afectos a vários Núcleos Regionais da APM. Está bem assessorado pela comissão coordenadora, que coloca à discussão colectiva o plano anual de trabalho, concretizado localmente pelos colegas das várias zonas que trabalham e aprendem em conjunto.

É evidente que, com a sua actual dimensão, não pode reunir com frequência e, por isso, este seminário revelou-se um momento importante na vida do grupo, contribuindo de forma decisiva para um melhor conhecimento mútuo e unidade de ideias entre os professores de Matemática que o compõem. Além disso, foi possível contar com professores de Física e Química, o que permitiu fortalecer a colaboração que, apesar de ainda embrionária, se tem verificado neste grupo.

O seminário contou com um momento de balanço global do trabalho realizado pelo grupo de trabalho no passado ano lectivo, no qual se destaca, o curso de Matemática/ Física, com uma primeira realização já decorrida em 2000, em Coimbra. Discutiram-se algumas alterações que poderão ser tidas em conta em próximas concretizações, como um desejável equilíbrio entre o número de professores de Matemática e de Física ou a possibilidade dos professores se poderem inscrever em grupo.

No seminário foram também trabalhados alguns aspectos práticos relacionados com as tecnologias. Com a TI-83, aplicámos testes estatísticos a problemas concretos, aprendemos a gerir a memória da calculadora, de forma a rentabilizá-la e discutimos o modo de gerir a implementação de experiências de modelação na sala de aula.

Com o computador, utilizou-se o Cabri II para o estudos de algumas operações com números complexos e para o estudo de famílias de funções. Recorreu-se à Internet para importar aplicações para a TI-83 Plus e vimo-las de carácter científico e lúdicas (é isso mesmo, podemos ir à Internet buscar jogos para a calculadora!).

Tomámos contacto com as últimas novidades da Texas Instruments, em particular, o CBL II, que permite uma utilização bastante mais simples na recolha de dados para experiências de modelação.

Ficaram alguns desafios para trabalho futuro: como programar o CBL de forma a efectuar qualquer recolha de dados com um determinado sensor ou a utilização da Internet como ferramenta educativa.

O seminário dedicou bastante atenção a questões relacionadas com a formação. Este grupo de trabalho quer promover a efectiva implementação das tecnologias na sala de aula e uma maior reflexão sobre a prática lectiva e, por isso, reservou uma sessão à discussão das principais modalidades de formação, na qual nos foram também apresentados alguns exemplos de Oficinas e Círculos de Estudos já realizados em Portugal.

Momento alto do seminário foi a sessão dedicada à temática do Trabalho de Projecto, com reflexão sobre aquilo que envolvem enquanto metodologia de trabalho e forma de estar na vida ou na profissão. Projectos onde tempo, espaço e actores desempenham dimensões fundamentais. Projectos que partem de necessidades sentidas, que são de quem os pensa e desenvolve, que são de grupo mas dizem também muito a cada um, projectos que têm objectivos bem definidos mas transportam em si um certo grau de risco...

Desta sessão saiu o mote para quatro subgrupos de trabalho desenvolverem o esboço de outros tantos projectos que serão concretizados a médio prazo e que são "Materiais para a sala de aula do 3º ciclo e secundário", "Pensar a Oficina de Formação", "Funções no 3º ciclo com tecnologia" e "Ensino experimental das ciências". Presentes estão preocupações relacionadas, por um lado, com o repensar da formação que o grupo faz, e, por outro lado, com experimentar e disponibilizar aos professores materiais para a sala de aula e com a ligação da matemática às outras ciências.

Esta jornada terminou de forma bastante divertida. Com a TI-83, o CBL, o sensor de som e programas adequados, calibraram-se várias garrafas com água e juntaram-se as várias notas da escala musical, constituindo-se a orquestra do T³ que, logo no primeiro ensaio, nos brindou com algumas populares músicas infantis.

Celina Pereira, Manuela Pires
ES Eng. Calazans Duarte

Quota de 2000

No ano de 2000 o valor da quota é de **7 500$00** para professores, 5 500$00 para estudantes(só se considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e 8 500$00 para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática -
Rua Dr. João Couto, Nº 27-A, 1500-236 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou Mastercard , preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ________________________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ VISA   MasterCard ☐ MasterCard

Validade ______________ o valor de ________________ correspondente a ________________
________________ Data __/__/__

Assinatura ________________________________

Nome:________________________________ Sócio Nº:________

Morada:________________________________

Código Postal:________________ Distrito:________________

Telefone:________________ E-Mail: ________________

Data de Nascimento __/__/__ Nº Contribuinte:________________

Nº do B.I.:________________ Arquivo:____________ Data de emissão: __/__/__

Ano em que começou a leccionar:______________ Nível de ensino:______________

Categoria Profissional:______________

Escola:________________________________

Morada:________________________________

Telefone:________________ E-Mail:________________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes do correio, em nome de APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo e-mail:apm@mail.telepac.pt.

Índice