Educação e Matemática

Nº 54

Setembro/Outubro de 1999

Mar Meu

(...)
Pudesse eu
acariciar com os dedos
a suave brisa das ondas
e sentir cabelos
de crianças

Pudesse eu
sentir nos dedos
o beijo das espumas
e ouvir risos
de crianças
(...)

Xanana Gusmão
(prisão de Cipinang, 1995)

Preço: 850$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Mar Meu

Pudesse eu
prender entre os dedos
os suspiros do mar
e distribuí-los
às crianças.

Pudesse eu
acariciar com os dedos
a suave brisa das ondas
e sentir cabelos
de crianças.

Pudesse eu
sentir nos dedos
o beijo das espumas
e ouvir risos
de crianças.

Pudesse eu
ter entre os dedos
belas conchinhas
e fazer colares
para as crianças.

Oh, mar meu!
porque esperas?
porque não dás?
porque não sentes?
porque não ouves?

Imerso nos meus pensamentos
fui subitamente estremecido.

Do mar, do meu mar,
vinham tremores
saídos de barcos.

Olhei para o céu
que explodia
os suspiros do mar
eram choros de agonia
a suave brisa
o cheiro do pó e do sangue
o beijo das espumas
o estertor da morte
o sono do mar
as pedras da sepultura
e as belas conchinhas
desenhavam
o destino da Pátria!

Xanana Gusmão
(prisão de Cipinang, 1995)

Sobre a capa

Pensando interpretar o sentimento dos sócios da APM, a redacção da revista procurou que a capa deste número representasse a nossa homenagem e solidariedade ao povo de Timor Loro Sae.

A fotografia foi retirada do livro *Um cancioneiro para Timor*, de Ruy Cinatti, que é também o autor da fotografia. Este livro foi publicado em 1996 pela Editorial Presença, que nos deu a devida autorização para a inclusão da fotografia na capa. O poema *Mar Meu*, de Xanana Gusmão, foi retirado do livro *Mar Meu* (*My sea of Timor*), de Xanana Gusmão, publicado no Porto em 1998 pela editora Granito, Editores e Livreiros, Ltd.

Uma nova paginação

A redacção está a procurar melhorar o grafismo da revista. Neste número foi adoptado um novo modelo de paginação não só para os artigos mas em especial para as secções, com novos cabeçalhos, da autoria de Cristina Sampaio. Gostávamos de saber se o novo modelo é do agrado dos leitores. Envie-nos as suas críticas e sugestões.

Neste número também colaboraram

Alcino Simões, Comissão Organizadora do ProfMat, Cristina Loureiro, Darlinda Moreira, Elisa Figueira, Florinda Costa, Francisca Sousa, João Marreiros, João Oliveira, José Frias, José Duarte, Licínia Costa, Luís Reis, Maria do Carmo Mendonça, Mário Roque, Maryann Wickett, Olívia Sousa, Paulo Oliveira.

Data da publicação

Este número foi publicado em Outubro de 1999.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Esc. Sup. de Educação de Lisboa Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos, 1500 Lisboa
Tel: (351) (1) 7163690
Fax: (351) (1) 7166424
e-mail: apm@mail.telepac.pt

Nota

nº 54
Setembro/
Outubro
de 1999

Autonomia, mas...

José Manuel Duarte

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora
Ana Vieira

Redacção
Adelina Precatado
Ana Maria Boavida
Ana Paula Canavarro
Conceição Rodrigues
Fátima Guimarães
Fernanda Perez
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Henrique M. Guimarães
Lina Brunheira
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores permanentes
A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Tiragem
5000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out, Nov/Dez
Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Há um ano, numa reunião, perguntaram-me:

— E tu, o que é que achas da autonomia?

— Gosto, mas... — respondi.

Gosto da autonomia, porque ser autónomo é sinónimo de ser vivo, porque a autonomia é uma propriedade inerente a qualquer grupo profissional efectivo, e ainda mais quando esse grupo profissional lida com o crescimento global de pessoas.

Gosto de ter e exercer autonomia, na aplicação crítica de orientações educativas nacionais, gerais e para a Matemática, na reflexão sobre a nossa prática, na tomada de iniciativas locais, porque só a autonomia *atribui às escolas e aos professores a responsabilidade de tomarem as decisões mais adequadas na gestão do currículo: não há um modo único, nem uma sequência única, independente das situações concretas, dos alunos concretos e do professor concreto, para se atingirem os (...) objectivos*, como refere o recente livro *A Matemática na Educação Básica*" (texto que merece a reflexão de cada professor e pede um debate em cada escola, em vez da aquiescência dos simpatizantes e do sobranceiro olhar noutra direcção por parte dos opositores).

Mas o desempenho autónomo de professores e escolas não consegue concretizar-se de igual modo *se* a sociedade (os poderes, os pais, os media, o meio empresarial) respeita e acarinha o conhecimento e a cultura, *ou antes*, a crendice, a "coltura" pimba, a subserviência e o poder da "cunha"; *se* o esforço por aceder ao conhecimento e à formação recebe, *ou não* recebe, reconhecimento social, oportunidades profissionais e remuneração adequada.

Mas a Autonomia pressupõe escolas dotadas de condições materiais e humanas, com técnicos sabedores, profissionais respeitados e mobilizados. E aí, embora bastantes lacunas e carências tenham vindo a ser colmatadas, quem está no terreno e com os olhos abertos não pode dizer outra coisa que não seja que muito está ainda por fazer: escolas superlotadas, com os seus maus horários, professores não estabilizados, pavilhões gimnodesportivos por erguer, técnicos especializados, bibliotecas e material experimental fornecidos homeopaticamente, assistência e apoio social mais que sofríveis...

Aqui, lamento desiludir os meus amigos sindicalistas (e desiludir a minha costela sindicalista), mas não creio que as únicas limitações à autonomia dos professores e das escolas sejam as de natureza material, as de infra-estruturas.

Urge o crescimento profissional dos professores, reforçarmos uma postura de participação e exigência: o não se fingir que não se vê os problemas, o não nos satisfazermos diante deles com desculpas de chacha ou explicações de meia-tigela, antes o definirmos cada vez mais e melhor, individual e colectivamente, objectivos e acções, iniciativas, que melhorem o ensino proporcionado e as aprendizagens ao alcance dos alunos.

Sem engolirmos a primeira mezinha para a melhoria instantânea do ensino da Matemática, devemos reconhecer e afirmar que muito há para fazer e se pode fazer em tal intenção, e que muito depende de decisões de escolas e seus responsáveis, de grupos e seus delegados, de professores (de Matemática, pois!): ultrapassando a injusta e perversa redução de duas horas aos professores exclusivamente com Secundário, preparando e organizando materiais e actividades adequadas aos programas, actividades extra-lectivas, Laboratórios de Matemática, multiplicando os muitos exemplos positivos já existentes, numa dinâmica de interesse e gosto pela Matemática (*O conhecimento é um prazer*, escreveu Carl Sagan).

Com ideias fortes na cabeça e o bom senso do compromisso que o dia-a-dia nos impõe, saibamos, os prático-reflexivos que nós professores somos, trilhar e melhorar, com os nossos alunos, o caminho amargo e doce da aventura do conhecimento, cívico, científico e matemático.

José Manuel Duarte
Esc. Sec. Fernando Lopes Graça

ProfMat99

Aproxima-se o tempo do ProfMat

Cerca de 1800 pessoas aguçam expectativas quanto à sua participação neste Encontro Nacional de Professores de Matemática, a decorrer em Portimão entre 10 e 13 de Novembro.

O número de dinamizadores de conferências, comunicações, sessões práticas, grupos de discussão, painéis e apresentação de projectos ultrapassa os 200.

Para além dos convidados nacionais ligados às áreas da Matemática e do Ensino, contaremos ainda com as presenças de Paola Valero (Dinamarca), Luc Trouche (França), António Quesada, Doug O'Roark, Cynthia Hays e Ken Barry (EUA), Olive Chapman (Canadá), Victória Sanchez, Pilar Azcarate e Luis Carlos Contreras (Espanha), Jan Draisma, Frouke Draisma e Evaristo Uaila (Moçambique).

As Novas Tecnologias de Informação a colocar ao serviço dos mais variados temas da Geometria, da Modelação, da Estatística, das Probabilidades, ... suscitam a utilização de um número de computadores que ultrapassa a centena e meia, ligados aos mais diversos periféricos e, muitos deles, em contacto com o Mundo, através da INTERNET.

A Escola Secundária Poeta António Aleixo, anfitriã deste nosso Encontro, irá recordar e honrar o seu patrono com algumas iniciativas, e o Algarve, desde a música que se inspira nas recolhas mais tradicionais até ao jazz internacional, estará presente em variados convívios sociais e culturais que preparamos para vos oferecer.

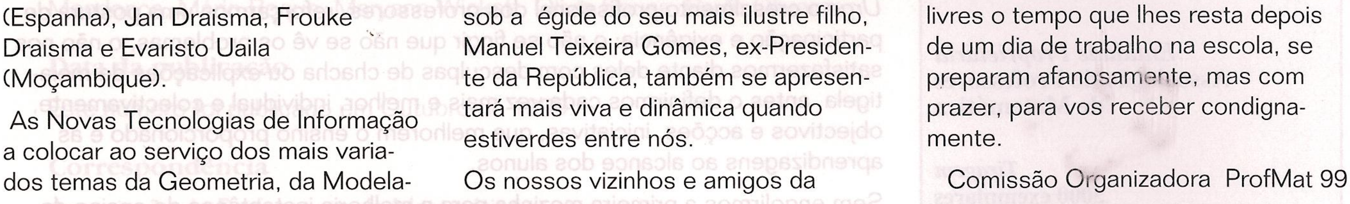
Portimão, em festa, pois é tempo de S. Martinho e da sua Feira Anual, e em época de comemoração do 75° aniversário da sua elevação a cidade, sob a égide do seu mais ilustre filho, Manuel Teixeira Gomes, ex-Presidente da República, também se apresentará mais viva e dinâmica quando estiverdes entre nós.

Os nossos vizinhos e amigos da Sociedade Andaluza de Educação Matemática - Thales trarão consigo uma exposição de mais de uma centena de "figuras imposibles" e prometem animar-nos com jogos, *puzzles* e outras curiosidades.

Antecedendo o ProfMat99, decorrerão em simultâneo os Cursos, organizados pelo Centro de Formação da APM e que envolvem cerca de 800 pessoas, e o Seminário de Investigação, este ano sob a responsabilidade de colegas da Escola Superior de Educação do Algarve.

Finalmente, convém lembrar que os elementos da Comissão Organizadora do Profmat 99 não são profissionais de organização de congressos. São apenas professores como vós que, retirando à família e aos seus tempos livres o tempo que lhes resta depois de um dia de trabalho na escola, se preparam afanosamente, mas com prazer, para vos receber condignamente.

Comissão Organizadora ProfMat 99



Etnomatemática: um *novo modo de ver* e de estar no ensino da Matemática

Florinda Costa

O homem, na sua permanente luta e labuta pela sobrevivência individual e social e na sua angustiante aspiração à transcendência no sentido da liberdade e da verdade, construiu e continua a construir a sua matemática, havendo portanto lugar a muitas matemáticas profusamente distribuídas no tempo e no espaço e indubitavelmente coerentes e autênticas, porque produtos humanos. Então, que matemática ensinar? E que metodologias utilizar?

Impliquei-me na Educação de Adultos na área da formação matemática, no concelho de Almada, na década de 70, com o objectivo de perspectivar a inserção social de jovens. Na mesma época, apoiei a então Direcção Geral da Educação de Adultos na elaboração e concretização de um programa de formação de formadores de alfabetizadores, na área da Matemática. Estas actividades proporcionaram-me uma primeira reflexão sobre "que Matemática ensinar?" para servir a formação básica do cidadão comum. Ganharam então forma, expressões como, "carácter formativo da disciplina", "formação integral do aluno", "articulação com as vivências do quotidiano" e "democracia participada". Como não existia um programa definido, o meu exercício da Matemática resultava das situações concretas com que os alunos se defrontavam no seu dia a dia (cálculo de médias diárias relativas às despesas semanais, quinzenais e/ou mensais de cada um, previsão de necessidades futuras, medição do tempo e cálculos com as respectivas medidas, etc.), de jogos relacionados com o cálculo mental e da geometria necessária à elaboração e concretização de alguns projectos na área da expressão plástica.

A Escola onde trabalho, E.B. 2,3 do Monte de Caparica, está inserida num Bairro Social e a actual composição étnico-cultural da população residente é muito heterogénea. A caracterização global dos alunos e das turmas da escola, tem-se vindo a alterar significativamente, de ano para ano. A instabilidade dos alunos ao nível dos afectos gera sentimentos profundos de insegurança, e a manifesta falta de auto-estima provoca a impossibilidade da criação de um "campo fértil e criativo" à aprendizagem. Trabalhar com estas crianças tem-me animado a tentar gerir criteriosamente o actual currículo e a procurar metodologias que se adequem às características dos alunos.

De 93/94 a 96/97 participei, integrada numa equipa pluridisciplinar de quatro professores, no Projecto de Educação Intercultural da responsabilidade do Secretariado Entreculturas e aprovado pelo Ministro da Educação em Abril de 1993 (despacho 170/ME/93). A minha participação neste projecto, para além de me ajudar a "favorecer a integração na escola e na comunidade dos alunos provenientes de grupos minoritários, tendo em vista a promoção de uma efectiva igualdade de oportunidades" (in *Projecto de Educação Intercultural do Secretariado do Entreculturas*, p.5), fez com que as questões do âmbito da multiculturalidade ganhassem uma visibilidade diferente para mim e alertou-me para a urgência de investir no prazer de (re)conhecer a diferença.

Muitas recomendações para a renovação ou reforma curricular da matemática, feitas a nível nacional e internacional nas últimas duas décadas deste século, apontam para a necessidade de implementação de um currículo centrado na aprendizagem e para que esta sirva, além de meros objectivos utilitaristas, fundamentalmente para desenvolver o aluno como um indivíduo social. Ganham relevância expressões como "desenvolvimento de competências", "educação para a cidadania", "solidariedade, tolerância, cooperação e espírito de equipa", etc.

É neste contexto que considero urgente aprofundar o entendimento sobre a Etnomatemática, conhecendo e analisando algumas experiências divulgadas e reflectindo sobre elas.

Etnomatemática: possíveis entendimentos

A Etnomatemática pode ser entendida como uma parte da Etnociência, estando assim englobada na pesquisa antropológica. Pode também ser entendida como uma pesquisa de história da Matemática ou ainda como teoria de ensino, se fizermos uma abordagem educacional. Ubiratan D'Ambrosio (1993) apresenta-a como um programa de pesquisa e de revisão crítica da história das ciências, antropologia cultural, epistemologia e teorias da cognição e chama

> Etnomatemática à matemática que é praticada em grupos culturais identificáveis, tais como as sociedades nacionais-tribais, grupos de trabalho, crianças de uma determinada idade, classes profissionais, etc (citado por Gerdes, 1996, p.108).

Foi ainda D'Ambrósio quem lhe atribuiu o nome, sendo, também por isso, considerado como o seu fundador. Etimologicamente, por *matema* pode entender-se a acção de explicar e compreender de forma a transcender e de manipular a realidade de forma a sobreviver. Ao longo da sua própria história de vida e ao longo da história da humanidade, o homem tem desenvolvido artes e técnicas — *ticas* — de *matema* em vários *etnos*.

> Assim, no sentido de satisfazer a sobrevivência e a transcendência em ambientes culturais diversos, o homem tem desenvolvido e continuamente desenvolve, em cada nova experiência, etno-matematicas (D'Ambrósio, 1991 p.3).

O trabalho de caracterização da Etnomatemática feito por Paulus Gerdes (1996, p.113 e 114), foi aceite por Sebastiani Ferreira como um *novo modo de ver* e constitui, por isso, o metaparadigma da Etnomatemática.

Segundo A. Bishop (1994, citado por Gerdes, 1996, p. 123) podem considerar-se três tipos de abordagens na investigação etnomatemática; uma, com um pendor mais antropológico, visa o conhecimento matemático em culturas tradicionais como a chinesa, maia, egípcia, etc.; outra abordagem mais histórica, visa o conhecimento matemático em sociedades não ocidentais, procurando inserir esses conhecimentos numa história de facto universal da matemática ou, dizendo talvez mais adequadamente, procurando inseri-los na História; e uma terceira abordagem, com ênfase mais socio-psicológico, visa o conhecimento matemático socialmente construído por grupos diversos na sociedade, ligados a práticas específicas como as dos carpinteiros, alfaiates, vendedores de rua, trabalhadores agricolas, etc. Por outro lado, a experimentação educacional exige respostas a questões como:

- que matemática ensinar?
- como integrar a matemática do quotidiano na matemática escolar?
- como organizar as práticas escolares em contextos multiculturais?
- como é que os alunos aprendem?

Uma e outra, investigação e acção pedagógica, vão evoluindo interligadas e interdependentes, criando a "dinâmica que caracteriza a geração e organização do conhecimento:... teoria → prática → teoria → prática → teoria → ..." (D'Ambrosio, 1994, p. 18).

Concluindo, a Etnomatemática, ainda que não sendo uma Ciência, afirma-se como um movimento de investigação (antropológica, histórica, cultural e sobre cognição) e de acção pedagógica, convertido em metaparadigma, ou seja, um *novo modo de ver* e de estar no ensino da Matemática.

Etnomatemática: um movimento de acção pedagógica

Este novo modo de estar no ensino da Matemática é claramente manifesto no "desenrolar experimental de uma disciplina de Antropologia Cognitiva e Educação Intercultural, designada por Matemática, Sociedade e Cultura (MSC)" (Vergani, 1991, p. 14) que é, no meu entender, uma das mais ricas experiências de acção pedagógica na área da (etno)Matemática entendida como fenómeno fundamentalmente humano. Esta disciplina, integrada no projecto de formação em Educação Matemática na ESE de Setúbal, fez parte do 1° semestre do 1° ano do Curso de Professores do Ensino Básico.

O projecto da MSC, entendendo a Matemática também como factor de revelação do processo cognitivo, valorizando as diferentes dinâmicas de matematização manifestadas nas práticas socioculturais, provocando o ensimesmamento do objecto cultural em estudo, envolvendo o professor, o estudante e o saber na avaliação de atitudes e dos processos, procurou ser "um lugar para se pensar o que se sente e se sentir o que se pensa" (Vergani, 1991, p. 19). Embora não apareçam explicitamente enunciados no livro que divulga esta experiência (Vergani, 1991), os objectivos que emergem são:

- compreender criticamente o presente no sentido de potenciar intervenção no "porvir", procurando as raízes das coisas através duma "abordagem intercultural das antigas realidades para-matemáticas";
- reagir contra a forma indiferente como nos colocamos perante o diferente, "procurando que o passado não se torne ficção e que o futuro se comece a tornar memória";
- abrir caminho a uma pedagogia da Matemática englobante, através do conhecimento do pensamento simultaneamente racional/ mítico/ simbólico existente em sociedades tradicionais;
- contribuir para a formação da personalidade unificada e crítica dos estudantes, através da atenção dispensada "aos dados psicológicos, semióticos, estéticos e lúdicos que interferem nos modelos de lógica formal" (Vergani, 1991, p. 22-23).

Quando se pensa sobre as diferenças detectadas em algo que nos é estranho — outra pessoa, outro povo, outra cultura, outra forma de pensar — precisamos reconhecer o nosso próprio etnocentrismo, ou seja, precisamos reconhecer que pretendemos compreender algo diferente pensando na nossa língua, com a nossa cultura, valores e história de vida. Esta atenção é indispensável à compreensão/comunicação possível.

A vontade de implementar uma forma orgânica e pacificadora de convivência no contexto escolar, o reconhecimento de que as configurações cognitivas sensíveis e intelectuais se interligam intrinsecamente e a adesão às potencialidades da Matemática como meio de promover o desenvolvimento das estruturas de conhecimento, tanto no aspecto social como cultural, foram as bases em que se alicerçaram as orientações metodológicas da MSC. Para além de um conjunto de auscultações preliminares e complementares, a MSC constou de uma série de temas colectivos não optativos (na sociedade maia, na antiga China e um exemplo da África negra), uma série de temas diversificados por interesses individuais ou sub-grupais e extensões de animação pedagógico-cultural — Exposição de fim de ano, subordinada ao título "A Imaginação do Passado" (Vergani, 1991, p. 23-24).

O estudo da sociedade maia fez-se fundamentalmente em torno da sua forma de "contar o tempo" através da utilização de diferentes calendários. Foram aprofundados apenas o Calendário Mágico (contagem dos dias), o Calendário Astronómico ou Solar (contagem dos meses) e a Roda do Calendário resultante da conjunção dos outros dois, bem como as diferentes notações numéricas utilizadas. Para além do sistema de barras e pontos, os maias utilizavam também numerais cefalomorfos e antropomorfos, o que lhes permitiu, por um lado, pessoalizar os números, e por outro, usá-los na computação, "numa extraordinária harmonia simbólico-empírica" (Vergani, 1991, p. 75). O número 20 sendo o número total dos dedos das mãos e dos pés do Homem está intrinsecamente ligado ao 4 e ao 5 e funciona como a base do sistema de numeração maia que faz coincidir o calendário solar com o ritmo real do sol. Por outro lado, o número 13 assume um carácter mágico. Os maias consideravam 13 divindades celestes, 13 dias da semana, contavam 13 articulações no corpo humano (2x6+1, sendo o 6 relativo a tornozelo, joelho, anca, pulso, cotovelo e ombro e o 1 relativo ao pescoço) e consideravam o cosmos ordenado verticalmente em 13 regiões. A ligar estes dois números (20-racional e 13-mágico), temos o 7, cuja importância simbólica está

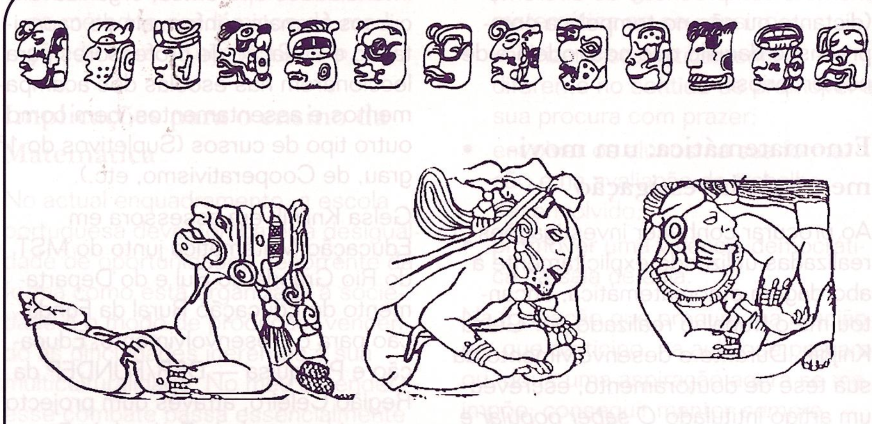


figura 1

Na linha superior estão desenhados os numerais maias cefalomorfos de 1 a 13 e na linha inferior os numerais antropomorfos que representam 0, 9 e 15, respectivamente.

relacionada com os sete sentidos humanos que os maias consideravam, acrescentado a fala e o sexo aos nossos cinco sentidos.

No que respeita ao pensamento chinês, sabe-se que ele recorreu a símbolos intrinsecamente ligados a valor e a eficácia. Os conceitos de Espaço e Tempo são fundamentais, mas foram concebidos de forma completamente diferente da nossa. Não são duas entidades autónomas ou parâmetros independentes, mas são considerados intimamente ligados. O espaço era quadrado, tal como a Terra, e o Tempo tinha uma natureza cíclica relacionada com a essência circular do céu. As diferentes porções do Espaço e do Tempo, que se distinguem claramente das nossas noções empíricas de extensão e duração, recebem qualificações singulares também diferentes, de acordo com classificações numéricas de natureza qualitativa.Essas classificações podem ser variadas, sendo a mais célebre a classificação por 5— Teoria dos Cinco Elementos: água, madeira, fogo, terra e metal, que se geram pela ordem indicada e se opõem, cada um aos dois a que não está ligado por geração.

> O número interessa o pensamento chinês não tanto por servir para contar ou medir, mas por ter o poder de qualificar. (Vergani, 1991, p.85)

Por exemplo, o 11, número atribuído ao Universo, simboliza através da soma 5+6, o eixo que liga a Terra (5) ao Céu (6).

Foi ainda estudado, como tema colectivo não optativo, um exemplo de regras operativas de casamento na África negra, onde as sociedades são simultaneamente endogâmicas (o casamento só é permitido num grupo definido por critérios de raça, etnia, condição social, religião e outros) e exogâmicas (o casamento é proibido entre um determinado círculo de parentes, isto é, não é permitido o incesto). Como temas optativos individualizados foram tratados:

- número-(poesia)-alquimia,
- um ábaco decimal habitado pelo 15 mágico,
- a vastidão mágica dos quadrados mágicos,
- o número na tradição oral do povo português.

> A Matemática deixou de ser um susto.
>
> Fui confrontada com coisas que não imaginava e que até me ajudaram a relacionar com os outros.
>
> (...) na medida em que me permitiu uma maneira diferente de olhar cada uma das civilizações com o devido respeito.
>
> A confiança na possibilidade de intervir na transformação/mudança do mundo dos homens foi talvez o mais importante ao longo deste curso...(Vergani, 1991, p. 156-157)

As expressões citadas são algumas das respostas dadas por estudantes ao questionário de avaliação final (individual e anónimo) que põem em evidência a importância do conhecimento e compreensão do diferente (distante ou não no tempo) na compreensão daquilo que nos rodeia e de nós próprios.

Etnomatemática: um movimento de investigação

Ao procurar conhecer investigações realizadas utilizando explicitamente a abordagem etnomatemática, encantou-me o trabalho realizado por Gelsa Knijnik. Durante o desenvolvimento da sua tese de doutoramento, escreveu um artigo intitulado *O saber popular e o saber académico na luta pela terra* e publicado no primeiro número da revista *A Educação Matemática em Revista* integralmente dedicada à Etnomatemática, onde aborda a questão das relações entre o saber académico e o saber popular na área da Matemática. Com a investigação que realizava, Gelsa Knijnik pretendia examinar as conexões entre cultura e pedagogia do ponto de vista da Sociologia da Educação, utilizando uma abordagem etnomatemática.

A parte empírica realizou-se durante um Curso Magistério de Férias para 36 alunos, dos quais 13 eram professores leigos municipais e 23 pertenciam ao Movimento dos Trabalhadores Rurais Sem-Terra (MST). Este movimento iniciou-se nos finais dos anos 70, reivindicando a reforma agrária, através da luta pela terra e, tomou carácter nacional na segunda metade dos anos 80. Os trabalhadores ocupavam uma terra abandonada, fazendo nela o seu acampamento (era esta a designação dada à ocupação); se ou quando o processo fosse legalizado, a ocupação passava a designar-se por assentamento.

Em 93, ano em que o artigo acima referido foi escrito, a palavra de ordem do movimento era "Ocupar, Resistir, Produzir", revelando uma preocupação com a produção, tendente a viabilizar a reforma agrária em curso. As necessidades de alfabetização de jovens e adultos assentados ou acampados, e a compreensão da importância social, cultural, política e económica dessa alfabetização, levaram a que o MST criasse Sectores de Educação nos diferentes estados que, embora com intensidades diferentes, organizavam cursos formais e informais de capacitação e titulação de professores para leccionarem nas escolas dos acampamentos e assentamentos, bem como outro tipo de cursos (Supletivos do 1° grau, de Cooperativismo, etc.).

Gelsa Knijnik era assessora em Educação Matemática junto do MST do Rio Grande do Sul e do Departamento de Educação Rural da Fundação para o Desenvolvimento, Educação e Pesquisa — DER/FUNDEP da Região Celeiro, através dum projecto que a Universidade Federal do Rio Grande do Sul desenvolvia.

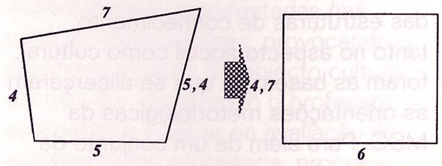
A pesquisa empírica teve por base uma realização pedagógica na área da Matemática, na qual Gelsa Knijnik foi professora, sendo apenas abordada, no já citado artigo, uma situação-problema relacionada com a cubação da terra. A expressão "cubação da terra" significa cálculo da área de uma porção de superfície de terra, independentemente da sua inclinação.

> A cubação da terra tem sido utilizada no cômputo total da área de uma região após sua ocupação; no cálculo do valor a ser pago ou recebido pelo trabalho de limpeza ou preparação da terra para o plantio; na demarcação de áreas a serem cultivadas; no planejamento das plantações; na delimitação de áreas para construção de moradias e abrigos para animais (Knijnik, 1993, p. 32).

A professora, que não conhecia os métodos populares utilizados na medição da terra, procurou conhecê-los através dos alunos que, apesar de os não compreenderem, os aplicavam. Estavam portanto em condições de transmitir oralmente os conhecimentos que tinham aprendido, também por um processo de transmissão oral, com familiares. Dois alunos, o Adão e o Jorge, prontificaram-se a relatar os métodos utilizados na sua comunidade.

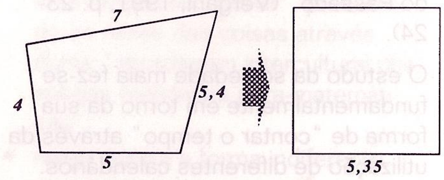
> O Método do Adão, designação atribuída pela classe, consistia na identificação, via um processo de modelagem, de uma 'terra com 4 divisas conhecidas' com um rectângulo do mesmo perímetro, cujos lados eram determinados a partir das médias dos lados opostos da 'terra' inicialmente dada. (Knijnik, 1993, p. 32-33)

Por exemplo:



> O Método do Jorge, consistia, nas suas palavras, 'em um método de esquadrejamento da terra', envolvendo a modelagem de uma 'terra de 4 divisas conhecidas' em um quadrado do mesmo perímetro. (Knijnik, 1993, p. 33)

Por exemplo:



Os dois métodos populares de cubação da terra foram aplicados a várias situações, incluindo triângulos rectângulos e não rectângulos, hexágonos regulares e irregulares, sendo assim empiricamente comparados. A propósito da dificuldade manifestada pelos alunos em medir no terreno a altura de triângulos não rectângulos, foi introduzida a fórmula de Heron o que permitiu o desenvolvimento de um trabalho específico sobre o cálculo de raízes quadradas: utilização da calculadora, cálculo de estimativas e apresentação de valores exactos de forma aproximada. O trabalho desenvolvido permitiu a transmissão doutros conteúdos da matemática académica, como a determinação das fórmulas para o cálculo da área de quadrados, rectângulos, triângulos e trapézios, e ainda o teorema de Pitágoras.

A análise comparativa da aplicação dos métodos trabalhados, o do Adão, o do Jorge e o dos Livros (designação dada ao método das triangulações e posterior aplicação da fórmula de Heron), foi feita em torno de duas questões. Uma, relativa à influência nos resultados finais obtidos dos procedimentos e instrumentos utilizados nas medições no terreno (no caso do "método dos livros" foi ainda discutida a arbitrariedade na escolha da diagonal do quadrilátero que permite a sua triangulação). Outra, relativa aos cálculos relacionados com cada um dos métodos. O grupo concluiu que, em terrenos grandes ou acidentados seria vantajoso reparti-los em 'terras menores', que o "agrandamento" produzido pela aplicação dos métodos populares poderia ser reduzido tendo em conta a especificidade do terreno e os pontos escolhidos para vértices e que a escolha do método a utilizar em cada caso, dependia das condições objectivas do que está para ser medido. O grupo concluiu ainda que, em qualquer situação, havia sempre que atender também ao facto de o 'método dos livros' exigir cálculos mais difíceis.

A compreensão efectiva dos processos envolvidos em cada método, a compreensão do 'agrandamento' provocado pelo método do Jorge comparativamente ao do Adão, a aprendizagem da matemática académica, a organização do ensino da matemática em torno de situações concretas e a implementação duma efectiva troca de saberes, foram os aspectos principais referidos pelos alunos na avaliação final do trabalho desenvolvido.

A questão das inter-relações existentes entre saber académico e saber popular abordada pela autora no contexto da Educação Matemática, exigiu-lhe uma reflexão mais aprofundada sobre os conceitos de Matemática e de cultura popular, conduzindo-a à necessidade da introdução da luta pelo poder e à importância da classificação subordinado/dominante como ferramentas de análise crítica das perspectivas teóricas utilizadas no estudo sociológico dos grupos populares.

O trabalho pedagógico desenvolvido, partiu do saber popular que os alunos tinham sobre o tema em estudo — cubação da terra — e valorizou-o, mas...

> buscou ir mais além, interpretando e desocultando também o carácter dominado dos métodos populares, através do entendimento de seus 'agrandamentos', suas vantagens e desvantagens, quando comparados, em contextos específicos, com os métodos académicos de medição da terra. (Knijnik, 1993, p. 41)

Implicações para o ensino da Matemática

No actual enquadramento, a escola portuguesa deve combater a desigualdade de oportunidades decorrente da forma como está organizada a sociedade e o modo de produção, vencendo as dificuldades inerentes à sua multiculturalidade. No meu entender, esse combate passa essencialmente por dois aspectos:

- integração dos professores em Equipas Educativas correspondentes a vários Conselhos de Turma 'isomorfos', e também em equipas de Directores de Turma (do mesmo ano de escolaridade, do mesmo pavilhão, do mesmo...), equipas de professores que ensinam a mesma disciplina, equipas pluridisciplinares que desenvolvem projectos, etc.; os conceitos chave são participação e envolvimento;
- formação de professores reflexivos, quer no que respeita à formação inicial mas fundamentalmente à formação contínua; assenta esta minha convicção na urgente necessidade de promover uma avaliação criteriosa e sistemática do trabalho desenvolvido na escola, feita pela própria escola; na promoção duma organização que favoreça o desenvolvimento emocional/afectivo e profissional dos professores; na criação dum sistema de formação contínua que, baseada na acção vise melhorar/aprofundar os conhecimentos dos professores relativos às actividades que desenvolvem; aqui as palavras chave são teoria/prática e reflexão/acção.

Neste momento, as minhas preocupações centrais em termos de sala de aula passam por:

- conhecer melhor cada um dos alunos e a sua forma de pensar;
- promover situações de interacção no sentido da interajuda e cooperação;
- diversificar o tipo de trabalho a desenvolver e de materiais a utilizar nas aulas;
- procurar integrar a história da matemática no seu ensino;
- valorizar sistematicamente o diferente no sentido de promover a sua procura com prazer;
- envolver os alunos na sua formação e na avaliação do trabalho desenvolvido;
- promover uma vivência democrática na sala de aula.

Na formação que procuro, na reunião em que participo, na aula que preparo ou 'dou', uma aspiração agora se me impõe: conseguir manter *sempre* expectativas positivas relativamente aos desempenhos de *todos* os meus alunos. Dizendo de outra forma: quero não desistir nunca de porfiar para que todos os meus alunos aprendam. É um sonho lindo ... nunca acabado!

Bibliografia

Abraham, J.; Bibby,N. (1997). "Matemática e Sociedade: A Etnomatemática e o Currículo da Educação Pública". In *Quadrante*, Vol.6, nº1, (p.59-82). Lisboa: APM.

D'Ambrosio, U. (1991). *On Ethnoscience*. Campinas: CIMEC.

D'Ambrosio, U. (1993). "Etnomatemática: Um Programa". In *Educação Matemática* , nº1 (p.5-11). Campinas: SBEM.

D'Ambrosio, U. (1994). "A Pesquisa em Educação Matemática: da Teoria à Prática - da Prática à Teoria". In *ProfMat 94: Actas*, (p.17-22). Lisboa: APM.

Ferreira, E. S. (1991). *Por uma Teoria da Etnomatemática*. Bolema, 7, (p.30-35).

Gerdes, P. (1996). "Etnomatemática e Educação Matemática: uma Panorâmica Geral". In *Quadrante*, Vol.5, nº2, (p.105-138). Lisboa: APM.

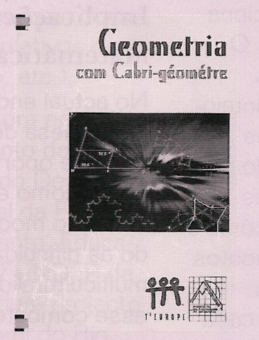
Knijnik, G. (1993). "O saber popular e o saber académico na luta pela terra". In *Educação Matemática* , nº1 (p.28-42). Campinas: SBEM.

Vergani, T. (1991). *O Zero e os Infinitos: uma experiência de antropologia cognitiva e de educação matemática intercultural*. Lisboa: Minerva.

Vergani, T. (1993). *Um Horizonte de Possíveis sobre uma matemática viva e globalizante*. Lisboa: Universidade Aberta.

Florinda Costa
EB 2,3 do Monte de Caparica

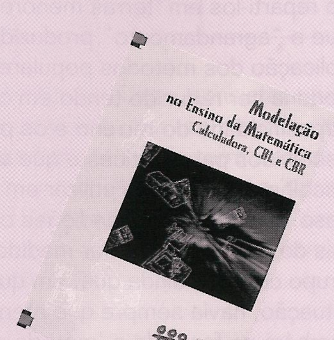
Últimas publicações APM



Geometria com Cabri-géomètre

Grupo de Trabalho T³

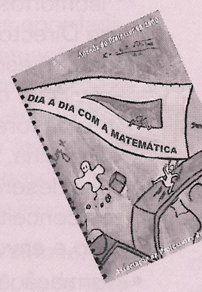
700$00



Modelação no Ensino da Matemática

Grupo de Trabalho T³

700$00



Arte e matemática

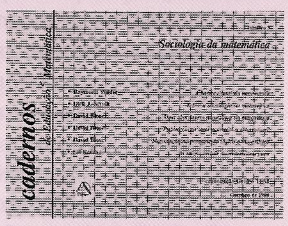
Helena Martinho, Ana Rodrigues, Augusto Barreto, Glória Ferraz, Sandra Martins, Susana Diego, Valéria Silva (org.)

2 000$00

Dia a Dia com a Matemática

Agenda do Professor 99/2000

700$00



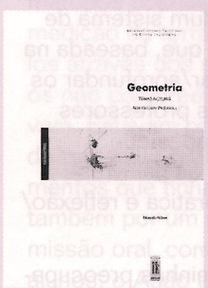
Sociologia da matemática

Cadernos de Educação e Matemática nº 3

Grupo Português de Teoria da Educação Matemática (org.)

700$00

Outras edições disponíveis na APM



Geometria — Temas actuais

Eduardo Veloso

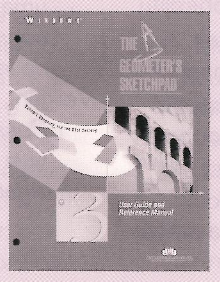
3 500$00

Mat789 — Inovação curricular em Matemática

- Textos de Educação

Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal, Paula Teixeira, Eduardo Veloso

750$00



The Geometer's Sketchpad

Sofware didáctico

14 000$00 (sócios); 35 000$00 (escolas)

Não havia necessidade...

A avaliação deve respeitar os objectivos do currículo, as orientações curriculares e as metodologias utilizadas no processo ensino-aprendizagem. Se assim deve ser ao longo do ano, por maioria de razão deve ocorrer numa prova nacional.

Os professores sabem os cuidados a ter quando fazem uma prova de avaliação. As questões formuladas devem ser claras e as indicações rigorosas para que os alunos entendam exactamente o que está a ser pedido e, mesmo que utilizem caminhos diversos, encontrem a chave do problema.

Os critérios de classificação referentes ao exame de Matemática, 1ª chamada da 1ª época de 1998/99 levantam algumas questões, a observar:

1. Há coisas que não se entendem ...

O problema 2 da segunda parte da prova diz respeito à altura, em metros, da água no reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado. O modelo teórico é dado por $h(t)=\log_2(a-bt),\ t\in[0,14]$ sendo a e b constantes reais positivas.

A questão 2.2 tem o seguinte enunciado:

> Prove que a taxa de variação média de h no intervalo [6,11] é de -0,2. Interprete este valor no contexto da situação descrita.

Substituindo, em h, as constantes a e b pelos valores encontrados na alínea anterior, respectivamente 8 e 0.5 e utilizando a definição de t.v.m., chega-se à expressão $\dfrac{\log_2 2{,}5-\log_2 5}{5}$

Como se pode encontrar o valor pedido? Será que é muito complicado calcular este valor mentalmente? Será que não podemos recorrer à calculadora?

Um aluno com boa capacidade de cálculo a resolver este problema, facilmente, apoiado nas propriedades dos logaritmos, determinará e escreverá o seu valor, -0.2. Paralelamente um aluno que tenha utilizado a calculadora e tenha digitado, por exemplo, (ln2.5:ln2-ln5:ln2):5 obterá o mesmo resultado, sem quaisquer arredondamentos. Ambos os alunos saem do exame a pensar que esta questão terá a totalidade da cotação, mas estão enganados. Ao lerem os critérios específicos ficam estupefactos, afinal poderão ter 2 pontos a menos, atendendo às notas 1 e 2 dos referidos critérios. A nota 2 estabelece:

> Se o examinando utilizar a calculadora para, através de uma mudança de base, determinar $\log_2(2{,}5)$ e $\log_2 5$ deverá ser penalizado em 1 ponto (note-se que os números em causa são irracionais, pelo que a utilização da calculadora não permite provar a igualdade do enunciado). Se, além disso, não utilizar toda a precisão da calculadora e arredondar os dois valores, deve ser penalizado em mais 1 ponto.

Será que o objectivo era a aplicação de algumas propriedades dos logaritmos e a não utilização da calculadora? Se assim era o enunciado poderia ser, por exemplo, "Calcula o valor exacto da taxa de variação média de h no intervalo [5,7]."

2. Dois pesos e duas medidas

Na questão 4.3 pede-se para determinar o seno do ângulo BVD, que pode ser calculado de diferentes modos. Os alunos que utilizaram o produto escalar de dois vectores podem ser penalizados em 3 pontos, caso considerem os vectores BV e DV e não justifiquem a igualdade entre dois ângulos, obviamente iguais. No entanto os alunos que seguirem outro caminho não sofrerão qualquer penalização, mesmo que não justifiquem a igualdade (óbvia) entre dois ângulos envolvidos. Estamos em presença de critérios diferentes de exigência.

É certo que os alunos devem ter a preocupação de justificar os passos dados na resolução de um problema, no entanto são dispensáveis justificações evidentes.

Ainda nos critérios desta pergunta, é aconselhado fazer depender a cotação do facto de o examinando ter arredondado os valores intermédios ou de ter utilizado toda a precisão da calculadora. Será que este problema exige uma precisão tão grande? Uma boa utilização da máquina de calcular caracteriza-se por considerar a aproximação necessária no contexto do problema e não "aproveitar todas as casas decimais".

Em jeito de conclusão

Temos vindo a percorrer um caminho de mudança nestes últimos anos e temos tido a preocupação de discutir as grandes alterações. É necessário continuar este percurso com persistência, discutindo com profundidade as diferenças substanciais das práticas pedagógicas actuais e praticar uma avaliação em consonância. Não podemos deixar para vésperas da prova nacional a definição das suas regras de avaliação, nomeadamente os aspectos qualitativos. É um assunto demasiado importante que não deve causar surpresas à comunidade educativa, e tem que ser tratado em breve.

Elisa Figueira
Esc. Sec. de Dona Luísa de Gusmão

A propósito do artigo *Oh stor, para que é que isto serve?*, de Mário Afonso e Paulo Afonso

Sou um simples professor do primeiro ciclo e já aposentado, mas que sempre me preocupou esta coisa do ensino/aprendizagem da Matemática pelo que tentei criar estratégias para tornar a matéria apetecível e o trabalho dinâmico.

Li o vosso artigo no número 49 da revista *Educação e Matemática*, sob o título *Oh stor, para que é que isto serve?* e gostei das estratégias que apresentaram, por engenhosas, para explicar aquilo que se aprendia dantes sem mais "aquelas". Só que esqueceram-se de nos informar como é que se explica duma maneira muito prática que a soma dos ângulos internos de um triângulo somam 180º!... (não pelo caminho da igualdade dos ângulos alternos internos de duas paralelas...etc. por ser já muito conhecido e de difícil compreensão para alunos do primeiro ciclo) e como é que se faz compreender que qualquer número elevado a zero dá sempre 1 (sem ser através da divisão de potências com a mesma base e o mesmo expoente, nem que é simplesmente um axioma, por também já serem muito conhecidos e impraticáveis no primeiro ciclo).

Que me desculpem esta impertinência, mas como no vosso artigo levantaram a questão sem depois a explicitarem!...

Além de que me parece interessante e proveitoso haver na "nossa revista" diálogo que não só monólogos.

João Maria de Oliveira
Prof. do 1º Ciclo, Cartaxo

Docentes de Matemática: que habilitações?

No nosso ensino, a disciplina de Matemática é o grande trauma da sociedade estudantil portuguesa. Pensamos que disso ninguém tem dúvidas, quer os docentes, o pessoal não docente, os alunos, os encarregados de educação, quer ainda o Ministério da Educação.

O Relatório Preliminar do Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática, da Associação de Professores de Matemática (Março, 1998), começa por referir na sua apresentação o seguinte:

> Nos últimos anos, o ensino da matemática tem vivido em estado de crise quase permanente. Na verdade, esta disciplina é uma das que mais contribui para o insucesso escolar em todos os níveis de escolaridade.
>
> Os professores queixam-se das atitudes negativas que muitos alunos manifestam e da falta de preparação que trazem de ciclos anteriores. As estatísticas mostram a carência de professores qualificados para leccionarem a matemática (...)

Por iniciativa do Ministério da Educação e do Conselho de Reitores, foi feito um diagnóstico pela Comissão de Avaliação Externa das Licenciaturas para leccionar Matemática, de todos os cursos das Universidades e Politécnicos públicos e privados (*Diário de Notícias*, 28 de Dezembro de 1998), tendo-se chegado à seguinte conclusão:

> As deficiências frequentes dos planos de estudo das licenciaturas têm como resultado a saída de alguns licenciados com uma deficiente formação científica, incompatível com a actividade profissional que vão exercer.

O Departamento de Programas e Gestão Financeira do Ministério da Educação, na série Recursos Humanos (Junho, 1995), quando se referia às Habilitações Científicas dos Docentes relativamente ao Ensino Secundário (Grupo 1, Matemática), afirmava que a situação era grave, atendendo a que a percentagem de docentes com habilitações científicas adequadas era pequena, correspondendo a 45,1%. Isto significava que o número de docentes cientificamente habilitados para a docência deste grupo era praticamente igual ao número de pessoas que leccionavam sem qualquer habilitação científica adequada. Curiosamente, no 4º grupo, Matemática/Ciências da Natureza, só 23% dos docentes tinham habilitações científicas adequadas à docência das disciplinas deste grupo, o que era muito limitado. Destaca-se ainda um conjunto de docentes com habilitações que apresentavam afinidades (52,4%), mas que de modo algum foram, à partida, programadas para o exercício da docência deste grupo. Era também elevada a percentagem de docentes sem habilitações científicas adequadas (24,6%).

(...)

Na apresentação do Diagnóstico e Propostas da Matemática Escolar, do Ministério da Educação (Novembro de 1997), propõem-se diversas medidas complementares sobre recursos humanos, onde a formação inicial de professores é a tónica dominante, atendendo a que existe uma forte carência de professores de matemática com habilitação profissional.

Segundo a Associação de Professores de Matemática (Histórias da Aula de Matemática - Novembro de 1997), o professor de matemática tem de ter um conhecimento aprofundado dos temas da sua disciplina, para que seja capaz de relacionar facilmente os assuntos, valorizar adequadamente cada conceito e responder às questões colocadas pelos alunos.

O Diário de Notícias de 25 de Abril de 1998, traz na primeira página que a *Matemática chumba professores*, reforçando que a formação destes professores é "inadequada", sendo muito marcada pelo individualismo e pela falta de colaboração e de iniciativas, o que contribui para os maus

Habilitação	Grau	Percentagem
Própria	Licenciaturas	43,8 %
	Bacharelatos	1,3 %
	Cadeiras	0,0 %
Suficiente	Licenciaturas	30,1 %
	Bacharelatos	15,7 %
	Cadeiras	9,1 %
Total		100 %

Fonte: adaptado do *Guia de Habilitações para a Docência* (Janeiro de 1999), do Departamento de Gestão de Recursos Educativos do Ministério da Educação resultados dos alunos naquela disciplina. Esta conclusão está num relatório pedido pelo Ministério da Educação a um grupo de especialistas, onde se afirma ainda que há uma forte carência de professores com habilitação profissional, principalmente no 3° Ciclo e no Secundário.

Segundo o mesmo estudo, os novos docentes não são apoiados quando iniciam funções, os que já exercem insistem em concepções e práticas de ensino da matemática marcadas por uma "perspectiva estática". Este relatório diz ainda que os programas não são aplicados em muitos dos seus aspectos essenciais. Quando são, os do básico revelam incongruências e os do secundário são "inadequados".

(...)

Numa altura em que, no Ministério da Educação, está a ser desenvolvida a ideia de um currículo nacional, que possa ser gerido de forma flexível por cada escola, Graciano de Oliveira (Presidente da Sociedade Portuguesa de Matemática), não poupa os avisos:

> Facilitar os programas e tornar mais difíceis as reprovações é esconder a realidade". Por isso defende que "se dê mais atenção à preparação científica dos professores e que se crie condições para o aparecimento de bons manuais escolares.(*Visão*, 2 de Junho de 1999)

A matemática é uma grande aventura nas ideias; a sua história reflecte alguns dos mais nobres pensamentos de inúmeras gerações (Struik, 1948). Por outro lado, MacHale (1994) refere que o mundo precisa de praticantes do pensamento lateral, de pessoas que saibam abordar os problemas actuais de perspectivas diferentes, que propunham soluções novas e imaginativas.

Estarão preparados para leccionar matemática, em função do pensamento destes autores, os docentes possuidores, por exemplo, de cursos de: Engenharias em Zootécnica, Florestal, do Ambiente, Agro-Industrial, Agrícola; cursos da Força Aérea, Cavalaria, Artilharia, Marinha, Produção Animal, Produção Agrícola, Engenharia Agrária, Contabilista, Contabilidade e Administração, Agro-Alimentares, Maquinista Naval, Administração Naval, Administração Militar, Contabilidade e Gestão, Contabilidade e Administração, Silvicultura, Organização e Gestão de Empresas, Finanças, Gestão, Gestão de Empresas, Economia, Transportes, Agronomia, etc., etc., etc.?

(...)

Muitas vezes, em Matemática, o importante não é dar matéria, mas sim fazer com que os alunos percebam a mesma, ensinar a gostar desta disciplina; assim, é que deveria ser um bom professor, pensamos nós, mas para isso é necessário ter os conhecimentos científicos que envolve a educação e não só o conhecimento de despejar a matéria que vem nos livros, com o trauma dos testes e exames a serem realizados no decorrer de um ano lectivo.

(...)

Há que rever os cursos para leccionar esta disciplina, porque, caso contrário, continuará a ser a disciplina pobre do nosso ensino, embora se pretenda a sua valorização, que tarda em chegar.

Terminamos, com uma frase de Margarida Baiôa, inserida na Revista da Associação de Professores de Matemática (Maio/Junho de 1999, p. 29):

> Este ano, os licenciados em ensino da Matemática deram o lugar aos engenheiros, para o ano aos gestores de empresas e depois...

João Marreiros
Tomar

As respostas que damos ao problema...

As respostas que damos ao problema da desmotivação, a maneira como leccionamos, dependem das nossas concepções.

Deixem-me fazer uma colagem de citações do n° 52 da E&M, e contar uma cena de uma aula.

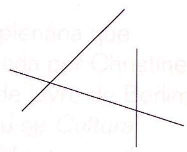
"Não é possível ensinar a pensar sem ter qualquer coisa sobre a qual valha a pena pensar", escreveu Goldenberg, citado pela Rita Bastos no editorial.

"A escola que amestra os jovens para responder a testes escritos, (...) [escola essa onde] só tem valor o que pode ser perguntado nos testes", lamenta-se a Ana Vieira, Na secção *Materiais para a aula de Matemática.*

"62% dos professores (2° C., 3° C., Sec°) inquiridos pelo 'Matemática 2001' declararam usar Materiais Manipuláveis pelo menos 'em algumas aulas'; 49% Jogos Didácticos", idem; (citado pelo Henrique M. Guimarães, em *Pense Nisto*). Do próprio Relatório Final, p. 33, retiro que *o Trabalho com situações da realidade ocupa 45% dos professores 'sempre ou em muitas aulas*, a *Discussão entre alunos 31%, as Actividades de exploração 15%* ... [não sei qual é a vossa opinião, eu acho muito cor-de-rosa estes resultados; acho que estes números — que é verdade, não são contraditados por aqueles outros que indicam que os professores usam mais os *exercícios*, a *exposição pelo professor*, as *fichas de trabalho*- estão exagerados.]

Cena de uma aula (9° ano, turma simpática mas desinteressada)

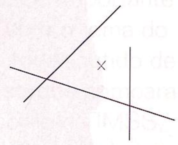
— Qual o lugar geométrico dos pontos a igual distância destas 3 rectas? — pergunta o professor.



— Há algum ponto a igual distância destas 3 rectas?

Um aluno levantou-se e veio marcar um ponto.

...Depois de chamar a atenção para a forma como se deve ver a distância de um ponto a uma recta — que o aluno, aliás, não esquecera, demonstrando-o naquele momento com um gesto — o professor completou o triângulo a que eles estavam habituados e perguntou se não havia um método geral que permitisse procurar o tal ponto...



Alguém disse:

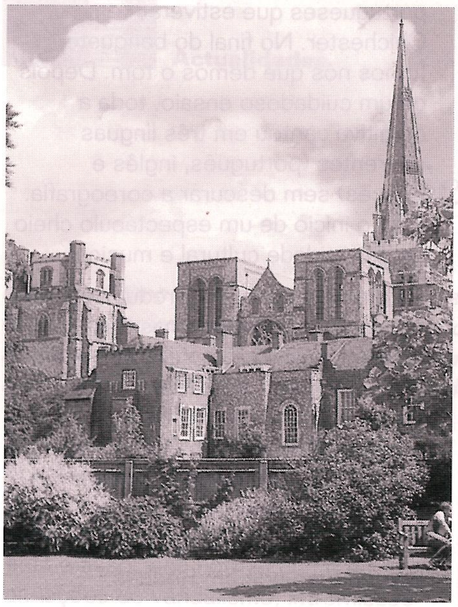
— A mediatriz!

(continua na pág. 14)


Costa & Valério, Lda.
ARTES GRÁFICAS
Nova Morada:
Casal do Vale Mourão - Conjunto Empresarial "Edifício A" - Fracções "A3 + A5" - Agualva 2735 Cacém
Telef.: 426 78 80 - Fax: 426 81 49

Recordando o CIEAEM-51

Helena Fonseca



Todos os anos a *Commission international pour l'étude et l'amélioration de l'enseigment des mathématiques* (CIEAEM) realiza o seu encontro anual. É um encontro que mesmo não sendo de grande dimensão (se compararmos com o ProfMat ou com outros encontros internacionais) me tem despertado um grande interesse, pelo facto de nele serem apresentados e discutidos temas relevantes da educação matemática e de proporcionar um bom ambiente de trabalho e de convívio. Foi a terceira vez que participei e, por isso, posso dizer que já me tornei adepta. Este ano, o 51° CIEAEM decorreu entre os dias 21 e 26 do passado mês de Julho e teve lugar na bonita cidade inglesa de Chichester. O tema do encontro foi a *Diversidade cultural na educação matemática* e de facto esta diversidade foi também notória entre os participantes oriundos de 29 países diferentes espalhados pelo mundo. De entre os cerca de 250 inscritos, entre participantes e acompanhantes, destaco a enorme "comitiva" portuguesa presente. Éramos 35! O segundo país mais representado, ultrapassado apenas pela Inglaterra que estava a "jogar em casa".

O CIEAEM é um encontro onde são dinamizados vários tipos de sessões que pretendem constituir um estímulo à exploração e discussão de diversas questões relacionadas com a educação matemática. As sessões plenárias constituem sempre uma referência importante e abordam assuntos directamente relacionados com o tema em questão. De entre as que foram apresentadas este ano, resolvi destacar duas. A primeira intitulou-se *Cultural diversity, landless people and political struggles* e foi apresentada por Gelsa Knijnik da Universidade do Vale do Rio dos Sinos (Brasil). Esta conferência teve por base um projecto de investigação em etnomatemática desenvolvido com o *Movimento Brasileiro dos Sem Terra* e envolveu camponeses, alunos, professores e técnicos que experimentaram um processo educativo no qual os conhecimentos local e global interagiam. Foi apresentado o trabalho pedagógico desenvolvido com os *Sem Terra* o qual teve por objectivo investigar as tradições, práticas e conceitos matemáticos desse grupo social e, também, o trabalho realizado no sentido de os ajudar a interpretar o seu conhecimento, a adquirir o conhecimento produzido pelos matemáticos e a estabelecer comparações entre os dois.

A outra conferência plenária que destaco foi apresentada por Christine Keitel da Universidade Livre de Berlim (Alemanha) e intitulou-se *Cultural diversity, internationalisation and globalisation: challenges or perils for mathematics education?* Esta sessão pretendeu relacionar a internacionalização e a globalização, termos que têm hoje em dia um papel importante na política educativa, com o tema do encontro. Nesta linha foi discutido de que modo é que os estudos comparativos internacionais, como o TIMSS, ajudam ou impedem o desenvolvimento de processos de ensino-aprendizagem bem sucedidos em determinados ambientes culturais ou sociais; quais as vantagens das ordenações que se fazem nesses estudos; qual o significado de resultados comuns na aprendizagem da matemática; …

Os grupos de trabalho são outra presença forte no encontro. Estes constituem um espaço mais propício à

O CIEAEM é um encontro onde são dinamizados vários tipos de sessões que pretendem constituir um estímulo à exploração e discussão de diversas questões relacionadas com a educação matemática.

troca de ideias pelo facto de se trabalhar com grupos mais pequenos de pessoas e de se estenderem por quatro sessões ao longo dos dias do evento. Existem então diferentes grupos de trabalho que se desenvolvem em paralelo e que abordam temas distintos, cabendo ao participante a escolha daquele que mais lhe interessa. Neste encontro foi possível escolher entre um dos cinco temas seguintes: Olhando para trás, andando para a frente; Uma cooperação eficaz entre matemáticos, educadores matemáticos e utilizadores da matemática; Lidando com a diversidade de interesses dos alunos, assim como com as capacidades, aptidões e *background*; As culturas matemáticas nos diferentes sectores escolares; Crenças e práticas na matemática e na educação matemática. No final do encontro foram apresentadas, em sessão plenária, algumas luzes sobre as principais ideias discutidas em cada um deles.

As *workshops* são também um tipo de sessão com muita participação e que, de um modo geral, geram um envolvimento bastante grande por parte dos participantes, tal como tive oportunidade de comprovar. De entre um variado conjunto destas sessões, a minha escolha recaiu sobre uma relacionada com tarefas de investigação matemática usando o computador, dinamizada pela holandesa Monique Pijls. Depois de termos trabalhado durante algum tempo numa investigação interessante e desafiadora, com o auxílio do computador, foi-nos pedido que analisássemos algumas respostas de alunos para podermos depois discuti-las em conjunto. Quando chegou a altura de o fazer, constatámos que ninguém se preocupara com essas respostas, mas sim em continuar a investigação. De facto, o envolvimento na tarefa excedeu todas as expectativas...tal como acontece às vezes com os nossos alunos.

No programa do encontro há ainda um outro espaço interessante que gostava de destacar. Trata-se do Forum das Ideias. Aqui é possível divulgar ideias e projectos que podem não estar directamente relacionados com o tema do encontro mas que são igualmente relevantes. No entanto, este espaço parece não ter tido uma presença muito marcante este ano.

Mas não foi só de educação matemática que se falou durante este encontro. O programa cultural e o convívio com os outros participantes também marcaram presença. Para começar, o local do encontro – University College Chichester – foi muito bem escolhido. Era um espaço agradável, com zonas verdes e algum sol, onde se trabalhava, comia, convivia e, até dormia! A cidade, de origem romana, recebeu-nos com simpatia. A excursão à ilha de Wight teve os seus encantos e desencantos. O folclore inglês preparou-nos para o jantar oficial com todos os participantes, onde se revelaram os dotes musicais dos portugueses que estiveram em Chichester. No final do banquete, fomos nós que demos o tom. Depois de um cuidadoso ensaio, toda a comitiva cantou em três línguas diferentes (português, inglês e francês) sem descurar a coreografia. E foi o início de um espectáculo cheio de diversidade cultural e musical.

Para o ano o encontro reduz-se a uma reunião da comissão, mas daqui a dois anos, em 2001, será na bonita ilha de Rodhes, na Grécia, entre 5 e 10 de Julho. O tema provisório do encontro é *A literacia matemática na era digital*. Poderão ser encontradas mais informações no endereço:

http://www.rodhes.aegean.gr/cieaem53

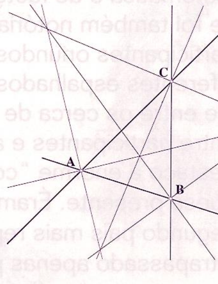
Encontramo-nos em Rodhes...

Helena Fonseca
Universidade de Lisboa

Pontos de vista, reacções e ideias...

As respostas que damos ao problema... *(continuação da pág. 11)*

O professor emendou para bissectriz e apelou a que um outro aluno viesse ao quadro. Ele veio, e os catorze alunos presentes ficaram estranhamente atentos, pregados ao que era feito no quadro, quando ele obteve algo como a figura.



Acompanhando a constatação de que o tal método — o traçado de bissectrizes — resolvera o problema, permitindo encontrar, não só aquele mas outros pontos, fizera-se um silêncio de concentração, talvez de admiração.

O professor, vendo como as hostes de *infiéis* estavam momentaneamente rendidas, triunfou: *Presenciaram o poder da Matemática!* Resolver a questão *a olho* conduziu a uma resolução incompleta. Em contrapartida, a teoria permitiu uma resposta mais completa e é, por isso, que vale a pena aprender teorias.

Não é só a existência de constrangimentos como os exames que nos impede de programar as nossas aulas de outra forma.

Uma outra questão é a interpretação que fazemos de visível desencanto e desinteresse dos alunos que nos chegam, e das respostas que damos (e que, precisamente, dependem das nossas concepções sobre o assunto).

Uma dessas respostas — uma simplificação que eu acho excessiva — tem até o defeito de se converter no seu contrário: alguns alunos desinteressam-se precisamente porque deixam de ver o *todo* , ou a *aplicabilidade* , ou a ligação à realidade...

E isto é patente perante alunos provenientes dos vários meios socioculturais...

Motivar não é tratar os alunos como criancinhas... ou, desculpem a crueza, como idiotas...

José Carlos Frias
Esc. Sec. de Telheiras

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão das contribuições recebidas no espaço disponível na revista

Segurança na escola

Nos dois últimos números da revista, na secção Pontos de vista, reacções e ideias...*, ensaiamos publicar notícias da imprensa que considerámos interessantes, tentando problematizá-las e reflectir a partir dos seus conteúdos. Neste número iniciamos a secção* Actualidades*, já desejada há algum tempo. Serão escolhidas notícias que se refiram não só ao ensino da Matemática, mas também ao ensino em geral, versando aspectos sócio-culturais, de aprendizagem e outros.*

A segurança nas escolas é tema e preocupação permanente de todos os sectores da vida social. Mas, quando nos referimos a segurança, esta é associada normalmente a situações de vandalismo, intromissão de elementos externos à escola e agressão dos alunos, a preservação dos espaços escolares de questões relacionadas com a toxicodependência e, raramente nos damos conta das inseguranças relativas à integridade física dos seus utentes. Escolas são espaços que respondem a necessidades educativas de crianças desde os 5/6 anos e de jovens que se pretendem activos e participantes sob todos os aspectos.

O panorama que nos é transmitido nesta notícia, no que refere a segurança física e adequação dos espaços à prevenção de acidentes, deixa antever os alunos como vítimas dos espaços que obrigatoriamente têm de utilizar. Esta insegurança é também propiciadora de agressões exteriores. Espaços pouco cuidados e pouco seguros são portas abertas a todo o tipo de inseguranças.

Parece ser do interesse de todos os educadores trabalhar com seres saudáveis e activos que, ao usufruir destas escolas, ou são super cautelosos ou passarão a fazer parte das estatísticas.

Iniciou-se um novo ano lectivo e a DECO aconselha as escolas a tomar medidas urgentes.

A quem de direito compete assumir esta responsabilidade?

De que forma contornar situações em que extintores se desdobram por espaços infinitos?

As escolas de todos os riscos

Em 24 instituições visitadas pela Deco, apenas uma obteve classificação positiva em termos de segurança para os alunos

MARIA JOSÉ MARGARIDO
PATRÍCIA FREIXO

Em 24 escolas inspeccionadas pela Deco, apenas uma obteve classificação positiva em termos de segurança dos seus alunos, professores e funcionários. A maioria tem pouca ou nenhuma protecção contra incêndios, não houve uma única instituição de ensino que conseguisse uma classificação positiva em termos de evacuação dos alunos e há um risco potencial de ferimentos em quase todas, principalmente nos espaços exteriores: das 24 escolas visitadas, 17 tiveram uma nota negativa neste aspecto.

Percentagem de acidentes em função da idade

Mecanismo do acidente (11-15 anos)

Que tipo de acidente ocorre mais?

Outro
Queda
Agressão
Manipulação de objectos

João Torres e Paulo Oliveira / DN

Cerca de [...] crianças passam [...] amente pelas [...] ências hospitalares devido a acidentes nas escolas

tentes. Com este panorama, não é de estranhar as estimativas do Sistema Europeu de Vigilância de Acidentes Domésticos e de Lazer (EHLASS): em 1997, cerca de 39 mil crianças portuguesas até aos 12 anos foram vítimas de acidentes nas escolas.

Mas vamos aos factos – ou seja, às poucas saídas de emergência, falta de compartimentação, caminhos de evacuação obstruídos, tectos revestidos a cortiça em zonas de risco, inexistência de extintores e sinalização deficiente. O risco de ferimentos é grande para os alunos: nas 19 escolas públicas inspeccionadas registaram-se 1002 acidentes em 1997/98. A maior parte – quase 60 % – deveu-se a quedas e ocor-

re[...]rante os in[...] de desporto e jog[...] tudo, em quase todas as escolas o chão dos campos de jogos é de um material duro (asfalto ou outro), «quando deveria ser mais macio» – constituído, por exemplo, por um material sintético [...] absorvesse os choques. Algumas escolas parecem mesmo «querer testar a capacidade dos seus alunos para evitar quedas, dados os obstáculos existentes». No interior das escolas também há problemas: escadas sem corrimão e com degraus irregulares e obstáculos nos caminhos de saída.

Em termos de protecção contra incêndios, as escolas utilizam pouco a compartimentação (horizontal e vertical) como forma de [...] e os andar[...] todos lig[...] entre si [...] que significa q[...] com [...] um incêndio no [...], os alunos do 1.º p[...] não [...] por onde sair. Nenhuma das escolas tem um sistema de alarme de incêndio, o que é uma falha grave. Geralmente existem poucas bocas de incêndio, estão mal posicionadas, e por vezes só são acessíveis com chaves que... não existem. Nenhuma das escolas tinha um extintor bem localizado e a funcionar em todos os locais de risco. Na Escola D. Carlos I, em Sintra, durante a visita da Deco, o mesmo extintor ia sendo colocado nos sítios a visitar para parecer que existiam vários...

[...] quando tudo corre pelo pior, [...] que os alunos encontram as maiores dificuldades em sair dos edifícios. Nas escolas construídas nos anos 80, só existe uma saída em cada pavilhão. Assim, os alunos do andar superior têm de descer todos pela mesma escada, juntar-se aos restantes e sair por uma porta com apenas 75 centímetros de largura. Na Escola Teixeira Lopes, por exemplo, existe uma creche com 40 crianças e a única saída para o exterior é uma estreita escada em caracol. As portas laterais dos refeitórios estão geralmente fechadas à chave ou bloqueadas com mesas. E há ainda os obstáculos nos caminhos: cacifos, mesas para os funcionários, bancos de madeira. etc.

Diário de Notícias, 2 de Setembro, 1999

São questões que nos parecem legítimas. Legítimo, é ainda, perguntarmo-nos para quando uma avaliação dos equipamentos pedagógico-didácticos das escolas por forma a constituírem respostas educativas adequadas.

Helena Amaral, EB1 nº 2 de Alpriate
Paula Espinha, E. S. Linda-a-Velha

Uma experiência de observação participada na prática pedagógica da formação inicial

Licínia Brandão Costa

A disciplina de Prática Pedagógica do Curso de Professores do Ensino Básico, variante Matemática/Ciências da Natureza, desenvolve-se na Escola Superior de Educação do Porto implicando os seguintes intervenientes:

- um professor de Prática Pedagógica de Matemática, docente da ESE;
- um professor de Prática Pedagógica de Ciências da Natureza, docente da ESE;
- professores cooperantes, um de Matemática e outro de Ciências da Natureza por cada escola cooperante.

Os dois professores da ESE que supervisionam a Prática Pedagógica de ambas as disciplinas, leccionam também, cada um, a correspondente Metodologia específica, o que, para além de reduzir o número de intervenientes num processo sempre complexo, lhe confere coerência e facilidade de comunicação e compreensão dos princípios orientadores. Minimiza-se também, assim, o problema da diversidade de *modelos* de que, muito dificilmente, os formandos se libertam. De facto, sendo a Metodologia específica, a disciplina que mais proximamente enquadra a Prática Pedagógica em termos teóricos, torna-se mais simples, clara e congruente a dialéctica teoria-prática.

Para além disto, tem-se tentado dar alguma continuidade à equipa dos professores cooperantes, conseguindo uma articulação ao nível processual e ao nível conceptual que muito tem contribuído para um desenvolvimento equilibrado do processo.

A importância da análise da prática na formação de professores

Ao nível da Prática Pedagógica de Matemática, sobre a qual me vou debruçar em particular, tem-se norteado o trabalho para a formação do professor como *prático reflexivo* que é capaz de entender a sua prática como um processo de investigação. Esta perspectiva, para além de lhe garantir maiores possibilidades de êxito profissional, ajudará a contrariar a terrível tentação da rotina, estimulando-o à actualização e à pesquisa, quer a nível científico quer a nível pedagógico/didáctico. Procura-se, assim, criar nos formandos a flexibilidade e abertura necessárias para que a prática da reflexão sobre a acção constitua, de facto, uma componente essencial do processo ensino/aprendizagem.

A partilha desta linha mestra pelos professores cooperantes, gera, também por parte destes, estratégias conducentes à sua concretização.

No entanto, como todos os profissionais que exercem supervisão, deparámo-nos, desde sempre e como é natural, com dificuldades de vária ordem.

Neste artigo, vamo-nos deter nas dificuldades dos alunos/professores em formação, dado que é a primeira vez que se defrontam com o desafio de fazerem observação e análise de aulas de uma forma sistemática e estruturada.

Ao nível do Seminário de Prática Pedagógica, que integra o desenvolvimento desta disciplina, aborda-se, em termos teóricos, a temática da observação de aulas, lançando-se,

Ao nível da Prática Pedagógica de Matemática, tem-se norteado o trabalho para a formação do professor como *prático reflexivo*, que é capaz de entender a sua prática como um processo de investigação. Esta perspectiva ajudará a contrariar a terrível tentação da rotina, estimulando-o à actualização e à pesquisa. Procura-se, assim, criar nos formandos a flexibilidade e abertura necessárias para que a prática da reflexão sobre a acção constitua, de facto, uma componente essencial do processo ensino/aprendizagem.

assim, o ponto de partida para que a capacidade de observar e analisar aulas observadas e de auto-analisar aulas realizadas, constitua, ela própria, um conteúdo de aprendizagem importante.

Estando os diferentes intervenientes em sintonia, no essencial, como atrás referimos, os alunos começam a ser solicitados para a participação na observação e análise de cada aula, desde o início da Prática Pedagógica.

Este processo, envolve o aluno/professor que ministra a aula, os colegas que leccionam na mesma turma, o professor cooperante e, quando também está presente, o professor de Prática Pedagógica.

Os alunos/professores têm-se adaptado facilmente ao seu papel de observadores e rapidamente começam a dar conta das suas observações ao colega observado. Constata-se, no entanto, que se referem, fundamentalmente, a aspectos da relação professor-aluno, do ambiente da aula e do interesse e participação dos alunos, aspectos que são, indubitavelmente importantes. Observam e comentam também outros aspectos, mas de um modo vago e impreciso.

A exploração dos conceitos é muito superficialmente abordada e, por vezes, esquecida.

Chegados ao fim do ano, fica sempre uma certa insatisfação relativamente à evolução no que concerne à capacidade de observação de aulas nas suas múltiplas facetas, quer no que respeita à actividade do professor, quer no que respeita à actividade dos alunos. Apesar da consciência de que a observação de aulas é uma tarefa complexa que exige formação específica e um trajecto temporal significativo, essa insatisfação tem persistido.

O percurso de um processo partilhado

No ano lectivo transacto, desenvolvi uma experiência que começou por um trabalho diferente ao nível da pré-observação, antes do início da Prática Pedagógica nas escolas.

Em sessões de Seminário, propus aos alunos que estabelecessem aspectos

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DE AULAS
ACTIVIDADES / MATERIAIS / ORGANIZAÇÃO

		Actividades 1	2	3	4	5	6
Definição da actividade	Clara e sucinta						
	Pouco clara						
	Pouco sucinta						
	Os alunos compreendem a tarefa						
	Os alunos não compreendem a tarefa						
	É reformulada						
Caracterização da actividade	Rotineira						
	Problemática						
	Elaborada						
	Elementar						
	Concreta						
	Abstracta						
	Centrada no professor						
	Centrada no aluno						
	Cálculo escrito						
	Cálculo mental						
	Estimativa						
Materiais utilizados	Manipulativos						
	Computador						
	Máquina de calcular						
	Materiais escritos						
	Material de desenho e medida						
	Manual do aluno						
	Outros						
	Não utiliza materiais						
Organização	T. individual						
	T. grupo						
	T.grupo turma						
	Não é definido						
Tempo estabelecido							
Tempo de execução							

Actividades: 1 -
2 -
3 -
4 -
5 -
6 -

Registos de observação relativos ao
DISCURSO NA AULA DE MATEMÁTICA

		PROFESSOR	ALUNO
Exposição/Explicação			
Questões	Convergente		
	Divergente		
	Equivalente a resposta		
	Estimulante		
	Dirigida à turma		
	Individualizada		
	Dirigida à turma e depois individualizada		
	Dirigida ao grupo		
Comentários às intervenções	Reformulação		
	Aproveitamento do erro		
	Repreensão		
Resposta	Espontânea		
	Justificada		
	Não justificada		
Tempo de intervenção discursiva			

importantes sobre os quais deveria incidir a observação, tomando como suporte para este trabalho:

- o programa de Matemática do 2° CEB (já anteriormente trabalhado na disciplina de Metodologia), não esquecendo a relevância da *Orientação Metodológica*;
- o enquadramento teórico relativo a observação de aulas;
- a análise de pequenos excertos de aulas.

A tarefa que se seguiu, foi tentar categorizar os diferentes aspectos focados pelos alunos, tendo a preocupação de não os multiplicar demasiado.

Integrando as sugestões dos alunos, acordou-se nas seguintes categorias todas elas referidas, obviamente, à aula de Matemática:

- estrutura da aula;
- discurso;
- participação dos alunos;
- organização;
- actividades e materiais;
- exploração de conceitos/conteúdos.

Distribuídas as categorias por grupos de trabalho, cada um deles teve a seu cargo construir um instrumento de recolha e registo de observação, frisando-se a importância de o processo de registo ser o mais completo e objectivo possível. Sabia, à partida, que estava a propor uma tarefa muito difícil, mas tinha a convicção de que a consulta, reflexão e discussão necessárias para tentar realizá-la, constituiria uma muito rica aprendizagem.

À medida que se desenvolveu o trabalho, foi-se concluindo da necessidade de fazer ajustes na classificação de que se tinha partido, assentando-se, finalmente, nas categorias seguintes:

- tarefas/materiais/organização;
- discurso;
- participação dos alunos/ actuação do professor;
- exploração de conceitos/ conteúdos.

Partilhado e discutido o trabalho dos alunos, recolhi-o e integrei-o nos instrumentos de observação que posteriormente elaborei, um para cada categoria, e que se apresentam no final deste artigo.

Como comentou alguém, era impossível terem sido os alunos a elaborar os instrumentos que lhe mostrava, mas não é menos certo que o contributo do seu trabalho foi muito válido e, o de alguns grupos, de grande qualidade.

Estes novos instrumentos foram posteriormente analisados pelos alunos que não os reconheceram como da sua autoria, mas reconheceram neles as suas autorias. Os instrumentos concebidos, eram sem dúvida, produto do trabalho de todos nós, alunos e professor. Portanto, a adesão àqueles documentos estava conseguida por natureza.

Seguia-se a sua utilização na observação propriamente dita.

Os instrumentos de observação elaborados foram também analisados com os professores cooperantes, que antes mesmo de verem resultados práticos, os consideraram de grande utilidade para o desenvolvimento das suas próprias funções. Reconheceram a vantagem de se utilizarem diferentes instrumentos formalizados como auxiliares de uma observação que se pretende o mais válida e fiável possível e também eles fizeram as suas observações e propostas de alteração.

Ficaram, assim, envolvidos todos os intervenientes num acordo sobre o modo de levar à prática a tarefa de observação, acordo esse que constituiu um razoável garante de que os dados registados receberiam um tratamento mais independente.

Quando se iniciou a Prática Pedagógica nas escolas, os alunos começaram por tentar usar, simultaneamente, os quatro instrumentos de observação em cada aula que observavam, embora esta actuação não estivesse de acordo com as instruções anteriormente sugeridas. Claro que se debateram com a dificuldade de colher e registar dados sobre uma tão grande quantidade de itens.

Rapidamente concluíram que o processo não resultava e passaram a usar um só instrumento em cada aula assistida. Como em cada turma trabalham, por regra, três formandos (um que dá a aula e dois que observam), para cada aula leccionada havia pelo menos dois instrumentos utilizados.

Foi muito interessante verificar como, desde cedo, os alunos tomavam a iniciativa de transmitir ao colega observado os resultados da sua

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DE AULAS
EXPLORAÇÃO DE CONCEITOS/CONTEÚDOS

	SIM	NÃO	Observações
As tarefas propostas são adequadas ao essencial em termos conceptuais			
O professor estimula os alunos a tirarem conclusões sobre o trabalho realizado			
O professor estabelece a ligação entre as conclusões dos alunos e os conceitos em estudo			
O professor explora as concepções alternativas dos alunos e relaciona-as com os novos conceitos			
O professor leva à interligação dos saberes			
O professor caminha para a formalização a partir do concreto, voltando a este quando necessário			
O essencial é claramente distinto do acessório			
Há uma sequência lógica e uma unidade ao longo da aula			
O professor dá erros significativos			
O professor comete pequenas incorrecções			
O professor é rigoroso			

Actividades: 1 -
2 -
3 -
4 -

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DE AULAS
PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS/ACTUAÇÃO DO PROFESSOR

		DISCURSO	ACTIVIDADES
Participa espontaneamente			
Participa solicitado pelo professor			
Responde bem à questão proposta			
Responde mal à questão proposta	O professor recorre a outro aluno		
	O professor dá a resposta		
	O professor favorece a auto-correcção		
Empenha-se na tarefa			
O aluno não adere à tarefa	O professor estimula o aluno		
	O professor não repara		
	O professor repara mas não actua		
O grupo não adere à tarefa	O professor estimula o grupo		
	O professor não repara		
	O professor repara mas não actua		
A turma não adere à tarefa	O professor reformula		
	O professor muda de estratégia		
Todo o grupo participa na tarefa			
Um ou dois executam a tarefa e os outros observam ou copiam	O professor acompanha o trabalho de um ou dois alunos		
	O professor ganha todos os alunos para a tarefa		
Todos trabalham individualmente	O prof. estimula o trabalho de grupo		
Todos trabalham individualmente e depois discutem conclusões			
Grupos que terminam a tarefa			

Actividades: 1 – 2 – 3 - 4 -

observação, e, com o tempo, acompanhavam essa informação de propostas de reformulação.

A pós-observação adquiriu, deste modo um carácter *realmente* partilhado diminuindo, progressivamente a preponderância de parte dos intervenientes. Aliás, não muito tempo depois de iniciada a experiência, os professores cooperantes comentavam que *chegada a sua vez, já pouco ou nada lhes restava para acrescentar.* Para melhor se compreender a legitimidade desta asserção, é interessante assinalar que, desde cedo, para além de estarem atentos aos vários itens do instrumento que estavam a usar, os alunos não perdiam de vista a globalidade da aula, registando, e referindo-se posteriormente, a ocorrências que consideravam significativas, embora não directamente relacionadas com a recolha específica que tinham em mãos.

Como consequência natural, a análise de aulas tornou-se também um processo mais partilhado e mais liberto de angústias, sentindo-se mesmo, em várias ocasiões, a muito agradável sensação de que os formandos esqueciam o *fantasma da avaliação*, de que muito dificilmente se libertam, respirando-se um ambiente de verdadeira e livre aprendizagem e de avaliação contínua integrada na aprendizagem.

A cerca de metade do trajecto, e novamente a nível de Seminário, trocaram-se experiências das diferentes escolas, compararam-se formas de registos, sucessos e dificuldades. Esta reflexão originou algumas reformulações.

Em jeito de conclusão

Todos os intervenientes, sem excepção, consideraram a experiência muito positiva e com efeitos reais no processo.

Os seus resultados ultrapassaram o âmbito da Prática Pedagógica de Matemática, dado que, em face deles, a docente de Prática Pedagógica de Ciências da Natureza vai adaptar os instrumentos de observação concebidos para esta experiência e utilizá-los na sua disciplina.

No entanto, o processo não está terminado. De facto, várias questões continuam em aberto. A mais relevante, é talvez a que respeita ao instrumento de observação relativo à *exploração de conceitos/conteúdos*, pois, até ao fim do ano, foi aquele em que os alunos mais dificuldades encontraram. E se, relativamente aos outros instrumentos, se constata que, as dificuldades que se levantam, tem mais a ver com aspectos de ordem formal, com este não é tanto o caso. Claro que não foi uma surpresa. Foi precisamente por causa das dificuldades que lhe são intrínsecas, que decidi conceber e implementar esta experiência.

O certo é que todo o trabalho desenvolvido nesta experiência, ajudou significativamente os alunos, quer enquanto observadores, quer enquanto observados, a compreenderem a importância dos conceitos e a caminharem para um processo conducente a uma aprendizagem significativa da Matemática.

Não podemos esquecer que os alunos apenas encetaram a sua Prática Pedagógica e, em paralelo, apenas se iniciaram no processo de observação que, para além de formação, requer treino.

Afinal, a aprendizagem de um professor (de Matemática), não leva uma vida profissional inteira?

Licínia Costa
ESE do Porto

Eduardo Veloso

Regresso às aulas!

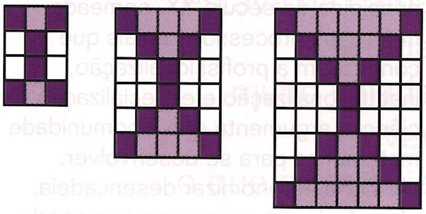
Nas últimas semanas, as chamadas grandes superfícies têm estado cheias de pais e filhos correndo de um lado para o outro, de lista na mão, a comprar cadernos, esferográficas, marcadores, x-acto's, réguas, compassos, ... Daqui seguirão para as livrarias, onde gastarão muitos contos de reis a comprar os manuais escolares. É o regresso às aulas nos supermercados e nas editoras de livros escolares, cujos administradores se devem sentir bem felizes pelo facto do ensino "gratuito", entre nós, ser apenas mais uma ficção... Isto fez-nos lembrar que os professores de Matemática também têm a possibilidade, no seu regresso às aulas, de visitar uma grande superfície — a Internet — para aí se "abastecerem" de ideias para as suas primeiras planificações. Ainda por cima praticamente de graça... Decidimos ir ver o que encontrávamos numa volta rápida.

3º ciclo e secundário

Padrões rectangulares

Uma aula (ou conjunto de aulas) investigando padrões e procurando fórmulas que exprimam a variação desses padrões. Inclui a organização de dados em tabelas, a descoberta de padrões numéricos, fórmulas algébricas e gráficos, taxas de variação, etc. Apenas algumas questões possíveis:

- examina os seguintes três estados de um padrão rectangular:



- descreve como passas de cada estado para o seguinte;
- organiza numa tabela o número de rectângulos de cada cor e o total de rectângulos em cada estado;
- qual é a cor dos rectângulos que está a crescer mais lentamente? E mais rapidamente? Traça os gráficos de crescimento.

É uma das interessantes lições de Cynthia Lanius:

http://math.rice.edu/~lanius//Lessons/Patterns/rect.html

Se utilizar esta proposta da Cynthia, escreva-lhe um *e-mail* a dizer como correu. Ela gostava de saber.

Outras lições da Cynthia e o seu endereço e-mail estão em

http://math.rice.edu/~lanius//Lessons

2º ciclo

Uma actividade com dominós

Distribua aos seus alunos (em grupos de quatro) dominós (15 para cada par de alunos). Os dominós podem ser "verdadeiros" ou recortados em papel (os números de pintas não vão interessar). Distribua também uma rede quadriculada 6x5 (quadrados de dimensão igual a metade de um dominó). Coloque a seguinte questão:

Mostrem que é possível cobrir a rede 6x5 com os quinze dominós; comparem os resultados.

Este é apenas o início de uma actividade da Suzanne Alejandre. Ver em

http://forum.swarthmore.edu/alejandre/frisbie/poly.html

1º ciclo

Calculadoras nos primeiros anos

De acordo com a nova versão das Normas do NCTM, "nos primeiros anos de escolaridade, existem métodos através dos quais os alunos, usando calculadoras, adquirem uma compreensão mais profunda de certos conceitos [...]" Na página do NCTM

http://standards-e.nctm.org/1.0/normal/examples/calcExample/Technology2.html

podem ver-se alguns exemplos de aplicação deste princípio. Os exemplos envolvem estratégias de contagem, o sistema de posição, os divisores de 100, a introdução de números negativos. Os exemplos electrónicos dos *Standards* podem ser muito úteis no regresso às aulas!

Secundário

História das probabilidades

"Pascal e Fermat estavam sentados num café em Paris e decidiram [...] jogar o mais simples de todos os jogos, "cara ou coroa". Apostaram cada um 50 francos, Pascal ganha um ponto quando sai "cara", Fermat ganha um ponto quando sai "coroa". O primeiro que chegar aos 10 pontos ganha os 100 francos. Mas, quando Fermat tem 8 pontos e Pascal 7 pontos, chega uma mensagem urgente para Fermat e este tem que partir. Como devem ser divididos os 100 francos?" Numa troca de cartas, Fermat e Pascal discutem o problema e inventam a teoria das probabilidades. Embora a história não seja exactamente assim, é desta forma que na página

http://forum.swarthmore.edu/~isaac/problems/prob1.html

são introduzidas as probabilidades e apresentados alguns problemas. Porque não aproveitar esta ideia?

Notas:
- os níveis de escolaridade são apresentados apenas a título indicativo; cada professor poderá adaptar as actividades ao nível de maturidade dos seus alunos;
- para pesquisar actividades, planos de aulas e outros recursos, comece na página http://forum.swarthmore.edu/math.topics.html

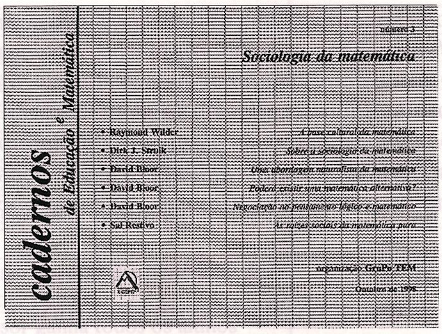
Sociologia da matemática

O 3º caderno da colecção Cadernos de Educação e Matemática, da APM, caderno é da responsabilidade do Grupo TEM e apresenta um conjunto de seis textos que reúne contributos de quatro autores (R. Wilder, D. J. Struik, D. Bloor, S. Restivo), de diferentes proveniências disciplinares e de diferentes épocas. A escolha dos textos foi orientada, quer pela referência importante que cada autor constitui dentro do campo da Sociologia da Matemática, quer pelo próprio teor dos textos, quer ainda pela tentativa de apresentar um conjunto de perspectivas e argumentos diversificados, existentes neste campo do conhecimento

Como é dito na introdução, numa altura em que tendências recentes têm valorizado o papel social na construção do conhecimento matemático dos alunos é importante aprofundar o conhecimento relativo ao tema da Sociologia da Matemática e contribuir assim, para uma maior articulação entre esta e a Educação Matemática.

No seu conjunto os seis textos cobrem de forma razoável as diferentes "frentes" por onde se vão desenvolvendo os principais argumentos da Sociologia da Matemática.

Dois textos apresentam fortes argumentos valorizando o papel desempenhado pelos aspectos sociais no desenvolvimento da matemática. No texto *A base cultural da Matemática*, Wilder observa uma discussão em torno do conceito de cultura e da sua relação com a matemática. D. J. Struik, no texto *Sobre a Sociologia da Matemática*, começa por problematizar o facto das explicações habituais sobre a origem da matemática, do seu desenvolvimento e da sua relação com a tecnologia representarem uma abordagem sociológica da matemática baseada em generalidades vagas sem que uma



Sociologia da matemática
Cadernos de Educação e Matemática, nº 3
Grupo TEM
APM
Lisboa, 1998
133 pp.
Preço : 700$00

verdadeira compreensão sociológica tenha sido conseguida, aconselhando, assim, a maior profundidade por forma a que as influências das estruturas sociais nas ciências exactas sejam clarificadas. Um dos exemplos desenvolvidos por este autor é a sobrevivência do sistema de numeração indo-árabe.

Os três textos de D. Bloor, *Uma abordagem naturalista da Matemática*, *Poderá existir uma matemática alternativa?* e *Negociação do pensamento lógico e matemático*, deixam-nos com um conjunto de argumentos em torno dos quais este autor vai fundamentar a sua abordagem teórica da sociologia da matemática. Começando por apresentar as limitações tanto da abordagem naturalista da matemática de Stuart Mill, como das críticas elaboradas por Frege, Bloor considera a possibilidade de existir variação na matemática. É esta a ideia que explora, servindo-se para isso de exemplos da história da matemática, e referindo as diferenças de estilo, significado, associação e normas de convicção, para, defender a existência de formas alternativas ao pensamento matemático ocidental. Ainda, com o objectivo de mostrar o alcance do carácter coactivo do pensamento lógico e matemático, que assume ser de natureza social, Bloor usa a ideia de Mill de que podemos raciocinar de particulares para particulares sem passar pelo geral, (ou seja, como diz, a ideia "da prioridade do informal sobre o formal") para construir a noção de negociação na aplicação dos princípios lógicos.

No último texto deste caderno, *As raízes sociais da matemática pura*, Sal Restivo, criticando o pressuposto de que existem ideias a-sociais ou "puras" e analisando as modificações mais importantes que ocorreram na comunidade matemática nos finais do século XIX e princípios do século XX, nomeadamente, os processos sociais que conduziram à profissionalização, institucionalização e especialização da ciência, argumenta que a comunidade matemática para se desenvolver, afirmar e autonomizar desencadeia, ela própria, os processos que conduzem à purificação da matemática.

Em resumo, tratando-se de um conjunto de textos de características diversas não deixa no entanto de se evidenciar, em todos eles um percurso investigativo que, conectando situações históricas com exemplos matemáticos e reflexões acerca dos seus Fundamentos, aponta para um objectivo comum: a necessidade de se ultrapassar uma visão da matemática que a coloca como um ser platónico, para, livremente, se poder pensá-la como um campo do conhecimento localizado, originado e desenvolvido no seio de sociedades humanas e, portanto, sujeito às suas contingências históricas, limitações funcionais e paradigmas culturais.

Darlinda Moreira
Univ. Aberta de Lisboa

Seminário sobre Tecnologias no Ensino da Matemática

Mário Roque
Luís Reis

Uma nêspera
estava na cama
deitada
muito calada
a ver
o que acontecia

chegou a Velha
e disse
olha uma nêspera
e zás comeu-a

é o que acontece
às nêsperas
que ficam deitadas
caladas
a esperar
o que acontece

Mário Henrique Leiria
Novos contos do Gin

A APM organizou um Seminário sobre Tecnologias no Ensino da Matemática, de 26 a 30 de Julho, na ESE de Castelo Branco.

Em regime intensivo (na verdadeira acepção da palavra) perto de uma centena de professores dos diferentes níveis de Ensino, debateram (-se com) questões relacionadas com a utilização de diferentes tecnologias na sala de aula.

Na estrutura do seminário coexistiram dois cursos de formação, com a duração de 25 horas cada: um deles, *Calculadoras Gráficas e Cabri II no Ensino da Matemática*, foi dinamizado por elementos do grupo de trabalho T^3 (2 turmas); o outro, *Aprofundar o GSP - Aprender Geometria* foi dinamizado por Cristina Loureiro e Eduardo Veloso.

Importa salientar as óptimas condições que a ESE de Castelo Branco proporcionou e que foram fundamentais para a criação de um excelente ambiente de trabalho.

No Curso do T^3, prevaleceu o eclectismo quanto

- aos diferentes níveis dos participantes,
- à tecnologia utilizada - TI 83 e 92 (com e sem *Plus*), CBL (associado a diversos sensores), CBR, *Cabri-géomètre* (na TI 92 e no computador),
- aos temas abordados - modelação, geometria, estatística, álgebra simbólica.

A quantidade de propostas foi muito variada e motivadora, inclusivamente divertida.

De realçar a presença de alguns professores de Físico-Química, que permitiu um trabalho conjunto, tantas vezes arredado das nossas Escolas. Este trabalho culminou com o agendamento da preparação de cursos de formação para professores das duas disciplinas, com início já no próximo ano, em Coimbra, Lisboa e Porto.

O curso de Geometria foi sendo traçado a régua e esquadro, com os problemas a marcarem o compasso e o GSP a ajudar nas investigações. Ora individualmente, ora em equipa, os participantes lá foram cumprindo o trajecto planeado pelos dinamizadores, baseado na resolução de problemas geométricos e em actividades de investigação que obrigavam a pensar de forma ... dinâmica. Algumas discussões extravasaram a "sala de aula" e conquistaram mesmo outros participantes do Seminário.

Sobretudo aquelas que diziam respeito aos mecanismos para traçar curvas, de que foram fornecidos textos explicativos (em italiano!). O objectivo era criar um *sketch* no GSP, que reproduzisse o seu funcionamento. Este era, aliás, o projecto que os formandos deveriam desenvolver, para serem avaliados.
Estes projectos foram sendo fundamentalmente postos em marcha nas duas horas diárias "pós-lanche", programadas como Actividades de Laboratório, onde a gestão do trabalho foi sempre feita de forma bastante autónoma.

Nas horas de laboratório os participantes no "curso T^3" repartiram-se por situações diversificadas: continuaram a realizar actividades, quer as que estavam propostas nas sessões de formação e que ficaram por resolver, quer as que foram propostas como complemento; os formadores do grupo T^3 aproveitaram segunda e quarta para reuniões de trabalho; é claro que todos tiveram de aproveitar essas horas para desenvolver os seus trabalhos finais, cuja apresentação começou na quinta-feira, prolongando-se por sexta. Uma palavra especial para os trabalhos apresentados pelos professores de Físico-Química, que deixaram os professores de Matemática bastante entusiasmados.

Referência especial para um debate "paralelo", no fim da tarde de terça, dinamizado pelo Luís Reis, em torno de um texto polémico de Anthony Ralston, intitulado *Fim à aritmética de papel e lápis*. Foram levantadas e animadamente debatidas várias questões, tais como:

- Que futuro tem o ensino tradicional de aritmética no 1° Ciclo?
- A sua importância deve ou não ser drasticamente reduzida, dada a universalização das calculadoras?
- Que papel deve desempenhar o cálculo mental?
- Como vemos algumas das propostas recentes de desencorajamento (e mesmo proibição) do uso da calculadora nos ensinos elementares britânico e americano?

As noites foram preenchidas com sessões plenárias.

Na 2ª feira, João Pedro da Ponte encarregou-se de fazer uma análise retrospectiva da utilização das novas tecnologias no Ensino da Matemática no nosso país, da segunda metade da década de 80 até aos nossos dias. Mostrou-se incomodado por se continuar a ouvir argumentos idênticos aos utilizados há 15 anos atrás, tentando justificar a não utilização dos computadores como ferramentas de aprendizagem, e também intrigado com o facto de professores que estiveram em algum momento ligados a projectos nessa área, se terem entretanto deixado "desactualizar". O debate que se seguiu, resultou de algumas questões por si lançadas em tom de "desafio": giravam em torno das causas dessa fraca utilização e também da interrogação sobre o facto de a utilização significativa das calculadoras ter ou não levado a efectivas mudanças das práticas lectivas. Uma das questões dizia respeito ao papel que a APM poderá/deverá ter para que o trabalho experimental e investigativo se possa tornar um eixo fundamental no ensino-aprendizagem da Matemática. Outra, à utilização da Internet por parte dos professores.

Na 3ª feira, a Alexandra Pinheiro e o Fernando Nunes, do Grupo de Trabalho da Internet, deram o seu "contributo" para a resposta a esta última questão, mostrando as últimas novidades da "nossa" página, e o que esperam que os professores ... esperem dela. Além de outros assuntos, foi dado relevo ao sucesso que tem tido o *Investiga & Partilha* junto dos alunos e discutido o ambicioso projecto em marcha *Pergunta Agora* (uma oportunidade para colocação de perguntas sobre temas matemáticos).

Na 4ª feira, Arala Chaves "respondeu" também ao repto do João Ponte, encantando os participantes com a apresentação de uma mão cheia de projectos concluídos ou em curso, onde se podia perceber o papel importantíssimo que a utilização de vários programas de computador (Mathematica, GSP, ...) haviam tido no desenvolvimento desses trabalhos e também o papel que cabe a todos nós, professores, na criação do tal eixo fundamental, de investigação e experimentação, no ensino da nossa disciplina.

Na 5ª feira, procurou-se alinhavar um balanço do Seminário. O dia seguinte seria já praticamente preenchido com a apresentação de trabalhos dos participantes nos cursos e, por isso, pensou-se que seria uma boa altura para reflectir. De tudo quanto se disse, pareceu clara a manifesta satisfação geral pela formação que tinha sido proporcionada e que, limando porventura algumas arestas, será uma experiência a repetir. A intensidade do trabalho já tinha feito as suas mossas e havia algumas queixas de cansaço, que se poderiam resumir assim: *Porque é que os dias só têm 24 horas?*

Foi proposta a criação de um grupo de professores, dentro da APM, que se debruce sobre as questões relacionadas com a problemática da utilização da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem.

Foi também bastante realçado o papel fundamental da APM na formação de professores nesta área, juntando as componentes tecnológica, didáctica e científica.

Espera-se que destas acções mais intensivas saiam projectos para outras, nomeadamente a criação de Oficinas de Trabalho e de Círculos de Estudo.

Que esta bola não pare, nem sequer amorteça.
E que ninguém fique deitado e calado
à espera que algo aconteça!

Mário Roque
Esc. Sec. Francisco de Holanda
Luís Reis
Esc. Sup. Biotecnologia da UCP

Ensino por áreas disciplinares, uma questão polémica

Cristina Loureiro, Florinda Costa, Olívia Sousa

No seguimento do trabalho desenvolvido na APM no âmbito da reflexão curricular participada foi constituído um grupo de trabalho que tinha por objectivo elaborar um documento que reflectisse a posição da APM sobre a gestão flexível do currículo do ensino básico. Um dos aspectos considerados nesta reflexão foi a pertinência da concretização da área disciplinar Matemática/Ciências da Natureza, o que poderá conduzir à necessidade ou interesse do mesmo professor leccionar estas duas disciplinas.

Ao longo desta reflexão apercebemo-nos de que sobre este aspecto havia posições muito diversificadas, pelo que entendemos que era importante recolher a opinião dos sócios da APM directamente implicados nesta problemática. Assim, surgiu um pequeno inquérito que foi enviado aos 693 professores de 2º ciclo sócios da APM. Recebemos já 237 respostas, das quais cerca de metade contém comentários que fundamentam a posição assumida. Esta necessidade de fundamentar a sua opinião traduz a relevância que os professores atribuem a esta questão. Dessas respostas, 104 concordam que o professor de Matemática e de Ciências deve ser o mesmo, 131 não concordam e 2 não clarificam a sua opinião, apesar de tecerem comentários sobre as vantagens e desvantagens de cada uma das posições.

Os argumentos apresentados são de natureza muito diferente:

- número de anos a leccionar uma só disciplina;
- investimento feito na elaboração de materiais;
- preparação científica vocacionada para uma só disciplina;
- afinidade entre as duas disciplinas;
- muitas horas com os mesmos alunos;
- tempo gasto e dispersão provocados pela preparação de duas disciplinas;
- interdisciplinaridade;
- concepção dos programas;
- ligação com outras disciplinas;
- turmas com problemas de comportamento.

É interessante verificarmos que, se por um lado, as fundamentações para uma mesma posição são muito díspares, por outro, o mesmo tipo de argumento surge a justificar posições contrárias.

É o caso, por exemplo, do argumento do número de horas com os mesmos alunos. Uns professores afirmam que leccionar as duas disciplinas à mesma turma:

> Permite ter menos alunos e assim conhecê-los melhor.;
> É indispensável para que se possa desenvolver uma relação mais estreita, havendo mais confiança, melhor ambiente e maior sucesso.;
> Permite uma avaliação dos alunos mais fundamentada e abrangente.

Outros consideram que;

> (...) por causa do problema da indisciplina nas salas de aula, que sendo o mesmo professor nas duas disciplinas, cria maior stress.
> Se existir um mau relacionamento professor-aluno e esse professor ensinar as duas disciplinas o insucesso é ainda maior.
> É preciso pensar nos alunos, se um docente tem problemas particulares e por essa razão ele se torna faltoso, imaginem!

Um outro argumento que também é invocado para justificar as duas posições contrárias diz respeito à afinidade entre as duas disciplinas. Alguns professores afirmam que ela não existe:

> São mundos muito diversos. Gostar de Geometria não tem muito a ver com Circulação Sanguínea;
> (...) duas disciplinas de 'natureza' tão diferente;
> É no mínimo estranho que, num mundo em que é reconhecida a tendência para a especialização, não se faça a distinção entre a formação específica do professor em relação a cada uma das duas disciplina.

Outros consideram que existem ligações entre as duas disciplinas e que é possível tirar partido delas:

> Conseguem-se bastantes ligações entre a Matemática e as Ciências da Natureza.
> Há muitos itens dos dois programas em que é possível fazer uma interdisciplinaridade interessante.
> Possibilita um maior envolvimento nos trabalhos de projecto pluridisciplinares.

Relativamente à interdisciplinaridade há professores que argumentam que, sendo o mesmo professor a dar estas duas disciplinas, fica o trabalho facilitado. Mas a interdisciplinaridade não se fará com todas as disciplinas? Assim sendo, a fundamentação dum professor único para a área disciplinar não deve ser feita exclusivamente com base na interdisciplinaridade. A criação desta área disciplinar assenta na natureza da Matemática e das Ciências da Natureza. E este é um assunto sobre o qual pensámos ainda muito pouco. Por outro lado, a interdisciplinaridade consegue-se com trabalho conjunto dos diferentes professores envolvidos.

Eu poderei aceitar a ideia de juntar disciplinas, não como um fim em si, mas como um primeiro passo para a interdisciplinaridade, ou melhor ainda, para o fim das disciplinas.

Este *fim das disciplinas* parece ser uma ideia que tem a ver com o desenvolvimento de projectos transdisciplinares, para os quais concorrem várias áreas do saber.

Pouco mais podemos dizer sobre os dados que recolhemos através deste inquérito. A nossa ideia inicial era apenas recolher uma imagem quantitativa da vontade dos professores do 4° Grupo do 2° ciclo, sócios da APM, para leccionar as duas disciplinas. Quando lançámos o inquérito não imaginávamos que tivesse tanto impacto nem que gerasse tanta polémica. Ainda que com dados incompletos consideramos importante a divulgação destas ideias e agradecemos a todos os colegas que tão vivamente nos responderam.

Este é o primeiro texto que escrevemos sobre toda esta problemática. Por isso é necessariamente incompleto e superficial. Destas primeiras ideias perspectivam-se várias linhas de trabalho e reflexão:

- aprofundar e fundamentar a concretização da área disciplinar Matemática/Ciências da Natureza;
- conhecer e reflectir sobre experiências já realizadas;
- promover debates e trocas de experiências;
- recolher, desenvolver e divulgar documentos teóricos;
- recolher, desenvolver e divulgar materiais de apoio à sala de aula.

Neste sentido vamos dinamizar sessões de discussão no ProfMat e realizar uma oficina de formação este ano lectivo. Pensamos que desta oficina resultem documentos e materiais que podem ser utilizados na dinamização de outras acções.

Para além de todo este trabalho que consideramos significativo e necessário uma conclusão imediata se nos impõe: a implementação do professor único por área disciplinar terá que ser uma decisão flexível e nunca uma imposição.

Cristina Loureiro
ESE de Lisboa
Florinda Costa
EB 2,3 do Monte de Caparica
Olívia Sousa
EB 2,3 de Alcabideche

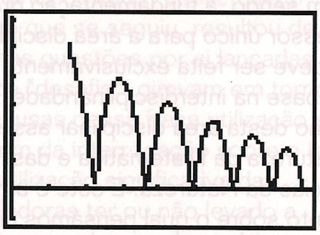
Materiais para a aula de Matemática

A Bola saltitante

Cada vez mais escolas vão tendo alguns equipamentos que possibilitam a realização de experiências e actividades de modelação na aula de Matemática.

Esta tarefa é adaptada dos materiais do projecto T³ da APM e foi realizada com alunos do 11° ano após o estudo do conceito de derivada de uma função.

Depois da recolha de dados é visualizado na calculadora um gráfico como este.



Depois de seleccionadas apenas duas parábolas não será difícil aos alunos encontrarem uma função definida por dois ramos quadráticos para modelar esta parte do "movimento" da bola.

A discussão com os alunos inclui necessariamente a observação da relação existente entre os zeros da derivada (velocidade da bola) e os máximos da função bem como os pontos em que não existe derivada e a relação destes factos com o fenómeno físico em estudo.

Na impossibilidade de realizar a experiência por falta de equipamento, podemos usar uma simulação existente na INTERNET no seguinte endereço:

http://www.math.psu.edu/dna/calculus/bounce/bounce2/bounce-j.html.

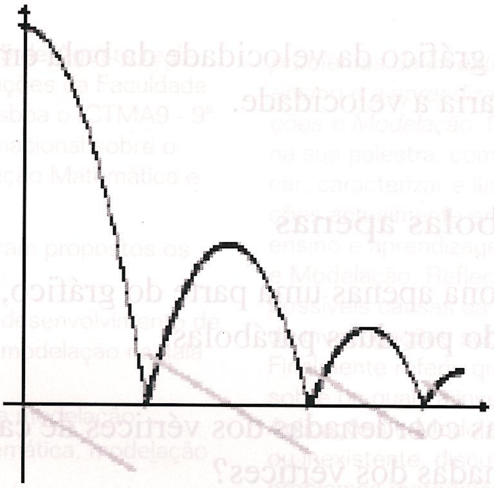
Os programas de Matemática do ensino secundário, já no 3° ano da sua aplicação, reconhecem, sem margens para dúvidas, a importância da realização de actividades de natureza experimental e a modelação matemática como sendo parte integrante desses mesmos programas ao mesmo tempo que referem a necessidade de criação em todas as escolas de Laboratórios de Matemática. A Comissão de Acompanhamento dos programas aprovou um documento para implementação dos Laboratórios de Matemática. No entanto, quanto me parece saber, até ao momento, as Direcções Regionais de Educação limitaram-se a distribuir umas tantas (poucas) calculadoras gráficas às escolas. O espaços organizados como Laboratórios de Matemática têm surgido aqui e ali devido à iniciativa e empenhamento de alguns professores de Matemática e escolas. Evidentemente que os professores de Matemática terão que estar no centro deste processo mas não estará na altura de sermos um pouco mais reivindicativos na criação das condições que os próprios programas preconizam?

Adelina Precatado
Esc. Sec. de Camões

Escola ....

Ano/Turma.................... Data........................ Aluno(a)..

A Bola saltitante



Material

1 Calculadora gráfica

1 sensor de movimento (*CBR*)

1 bola

Descrição da experiência

Recolhe os dados da altura dos saltos de uma bola deixada cair ao chão num plano horizontal.

1. Posiciona o sensor (*CBR*) pelo menos meio metro acima da altura do salto mais alto da bola e segura-o directamente em cima da bola.

2. Corre o programa *RANGER* na calculadora.

3. Escolhe *APPLICATIONS* do *MAIN MENU* e escolhe *METERS* (metros).

4. No menu *APPLICATIONS* escolhe *BALL BOUNCE* (o saltitar da bola).

5. Segura a bola com os braços esticados.

6. Coloca o *CBR* no modo *TRIGGER* para o poderes desligar da calculadora.

7. Larga a bola e pressiona *TRIGGER* para recolheres os dados.

8. Volta a ligar o *CBR* à calculadora para transferires os dados.

9. Os dados recolhidos são o tempo e a distância da bola ao sensor mas o programa calcula a distância da bola ao chão, a velocidade e a aceleração.

Observar o gráfico

1. Observa e descreve o gráfico obtido:

- Que variável está representada no eixo dos *xx* ? Em que unidades?
- E no eixo dos *yy* ? Em que unidades?
- O que representam os máximos? E os mínimos?

2. Traça o gráfico da velocidade da bola em cada instante. Analisa o gráfico e descreve como varia a velocidade.

Duas parábolas apenas

3. Selecciona apenas uma parte do gráfico, correspondente ao "movimento" da bola traduzido por duas parábolas.

4. Indica as coordenadas dos vértices de cada uma das parábolas. O que representam as coordenadas dos vértices?

5. Analisa o gráfico da velocidade no intervalo de tempo considerado.

6. Regista, no teu caderno, os gráficos distância tempo e velocidade tempo, no mesmo referencial.

O modelo

7. Descobre uma função (*f*) que descreva a altura da bola em função do tempo. Testa a função sobrepondo-a ao conjunto dos dados experimentais.

8. Traça, com auxílio da calculadora, o gráfico da função derivada de *f*.

9. Que informação te dá o gráfico da função derivada?

10. Faz um registo cuidado dos gráficos que acabaste de observar na calculadora, relaciona-os e discute as informações que eles fornecem.

11. Elabora um pequeno relatório com os registos e conclusões que considerares mais significativas.

(Actividade adaptada dos materiais do projecto T³)

A respeito do ICTMA - 9

Francisca Sousa

Deste congresso ficou-me a convicção de que a modelação é um tema essencial e indispensável no âmbito da educação matemática, uma vez que implica o desenvolvimento de todos os mecanismos de raciocínio próprios da matemática. O encontro entre pessoas que partilham os mesmos interesses é sempre uma ocasião de troca e de partilha de ideias, de experiências, por vezes, de desilusões, mas há sempre pistas novas que se abrem e sobretudo existe alegria de não estarmos sós.

Entre os dias 1 e 5 de Agosto realizou-se nas instalações da Faculdade de Ciências de Lisboa o ICTMA9 - 9ª Conferência Internacional sobre o Ensino de Modelação Matemática e Aplicações.

No seu âmbito foram propostos os seguintes tópicos:

- investigação e desenvolvimento de actividades de modelação na sala de aula;
- a tecnologia e a modelação;
- educação matemática, modelação e mudança;
- matemática e modelação;
- formação de professores (relativamente a Modelação e Aplicações).

A língua oficial dos ICTMA é tradicionalmente o Inglês e, assim, foi este o idioma exclusivamente utilizado em todas as sessões. O encontro contou com 104 participantes de 17 países (por ordem decrescente em número: Portugal, Alemanha, Reino Unido, incluindo Inglaterra, Escócia e Irlanda do Norte, Dinamarca, Brasil, Suécia, China, Austrália, Japão, Espanha, Argentina, EUA, Suíça, Jugoslávia, Holanda e Nova Zelândia). A maioria pertencia a instituições do ensino superior ligadas à formação de professores, havendo também vários elementos de Departamentos de Matemática e Matemáticas Aplicadas de Universidades e do Ensino Politécnico. Estiveram presentes ainda vários professores do Ensino Secundário, não só portugueses.

A abertura teve lugar no domingo, 1 de Agosto com uma sessão plenária apresentada por Miguel Ramos da FCUL sob o título *Derivadas Fracas* a que se seguiu Morgen Niss, da Universidade de Roskilde, Dinamarca, que abordou o tema *Questões e problemas da investigação sobre o ensino e a aprendizagem de Aplicações e Modelação*. O professor Niss, na sua palestra, começou por identificar, caracterizar e listar as investigações actualmente em curso sobre o ensino e aprendizagens de Aplicações e Modelação. Reflectiu, depois, sobre possíveis causas da relativa escassez de investigações sobre este tema. Finalmente referiu questões e temas sobre os quais a investigação em Aplicações e Modelação é insuficiente ou inexistente, discutindo potenciais problemas metodológicos e políticos com que a investigação nesses domínios poderá vir a deparar-se.

Nos dias seguintes, o programa permitia a escolha entre comunicações, de 45 minutos cada e um *workshop*. Da parte da tarde eram retomados os trabalhos, com novas comunicações.

A sessão plenária de 2ª feira, dia 2, foi apresentada por John Mason, da Open University, Reino Unido, com o título *Modelando a Modelação: não basta apresentar um modelo*. O orador defendeu que quando ensinamos matemática, com maior ou menor consciência, estamos a mostrar aos alunos como se raciocina matematicamente e sugeriu que quanto mais conscientes estivermos dos nossos processos cognitivos, da estrutura da nossa própria atenção, mais fácil nos será orientar a atenção dos alunos para aspectos relevantes, levá-los a "tomar consciência" de um modo semelhante ao nosso. Analogamente, defendeu, quando ensinamos modelação estamos a apresentar a modelação como um processo. Estamos a modelar a modelação. Assim, concluiu, quanto mais conscientes estivermos de como procedemos para modelar mais eficientes seremos a encaminhar convenientemente os alunos. Para mim, foi uma das sessões plenárias mais bem conseguidas, tanto devido ao interesse do tema como à forma motivadora com que foi apresentado.

Na 2ª feira, para além das actividades habituais, os participantes juntaram-se antes do almoço para tirar a fotografia do grupo que, como já é tradição, foi entregue a todos antes do final do encontro. Também nesse dia, houve uma sessão de *posters* em que os autores dos posters expostos prestaram esclarecimentos e informações aos interessados — *Modelação e Folha de Cálculo*, de H. Menning e M. Keure; *Cálculo com a ajuda de um computador na Matemática Universitária Básica no Brasil: o caminho para a modelação*, de A.J.Souza Júnior e J.F.Azevedo Meyer; *G.T.A.M.: objectivos e actividades* e *Modelação Matemática e Aplicações — uma experiência de ensino* da responsabilidade do Grupo de Trabalho de Aplicações e Modelação da APM.

Seguiu-se um jantar com dança, no restaurante regional *O Cangalho* que foi um verdadeiro sucesso de boa comida e animação e contribuiu muito para o bom ambiente do encontro.

Na 3ª feira só houve trabalho da parte da manhã, uma vez que a tarde foi reservada para a Excursão do Encontro – Sintra, Cascais e Estoril. Nesse dia a sessão plenária foi um painel moderado por Paulo Abrantes em que participaram Max Stephens (Austrália), Gabriele (Dinamarca), Susan Lamon (E.U.A) e Jaime Carvalho e Silva. O tema proposto foi *Modelação Matemática e Aplicações no currículo do Ensino Secundário: de onde vimos e para onde queremos ir?*.

Neste painel foram apresentadas e debatidas questões essenciais:

- Que experiências de modelação deveriam ter todos os alunos pré-universitários? Que experiência de modelação deveriam ter todos os alunos do Ensino Secundário?
- Quais são as atitudes e tendências mais relevantes nos diferentes países no que respeita à inclusão da Modelação nos currícula de Matemática?
- Existem diferenças entre o currículo oficial e a realidade escolar? Qual é a situação relativamente aos manuais e outros materiais? Será que a integração da Modelação implicará alterações na planificação das aulas do Ensino Secundário?
- Qual é o papel da Modelação na avaliação e nos exames, nomeadamente nos exames de acesso à Universidade? Quais são as consequências desse papel na prática lectiva?

Na 4ª feira, dia 4, a sessão plenária foi preenchida por uma conferência de

Stephen Campbell, da Universidade da Califórnia: *Impulsionar Mundos Possíveis: dar sentido à natureza (humana)*.

Nesse dia, grande parte dos participantes foi jantar ao restaurante *Salsa Latina* e fazer conhecimento com a zona das Docas de Lisboa.

No último dia do congresso os trabalhos decorreram apenas da parte da manhã. Desta vez a conferência plenária, que antecedeu o encerramento, foi da responsabilidade de Susana Carreira e teve como título *A Montanha é a utilidade: sobre a natureza metafórica dos modelos matemáticos*. Quanto às comunicações e aos workshops que tanto peso tiveram no programa do encontro, será muito difícil dar uma ideia de como decorreram, uma vez que as comunicações foram 49 e os workshops 4. Assim, o mais que posso fazer é dar a minha visão pessoal, de acordo com aquilo em que participei. Pelos meus apontamentos, concluo que assisti a 14 comunicações (confesso que faltei à primeira no dia seguinte ao *Cangalho* — fiquei extenuada com a violência das danças – quem lá esteve bem me compreenderá...) e participei num *workshop*. Começo por esclarecer que escolhi as comunicações pelos seus títulos e resumos, procurando oradores de diversas nacionalidades, com a intenção de ficar com uma visão mais alargada possível do que se está fazendo em modelação nos vários países. Devido à variedade dos subtemas propostos para debate neste congresso e às diferentes origens, interesses específicos e contextos nacionais dos intervenientes, os assuntos abordados foram da maior diversidade. Embora eu seja uma principiante em assuntos de modelação, e talvez por isso mesmo, achei interessantes, de um modo ou de outro, todas as comunicações a que assisti. Considerei também muito úteis e elucidativos os debates que surgiram no final de cada sessão que permitiram esclarecer dúvidas e trocar impressões sobre o que tinha sido apresentado.

(continua na pág. 34)

Fazendo medições com as roupas novas do Director (*)

Maryann S. Wickett

O artigo que escolhemos para esta secção, foi publicado na revista Teaching Children Mathematics, *vol. 5, nº 8, de Abril de 1999. Esta é uma das revistas publicadas pelo* NCTM (Nacional Council of Teachers of Mathematics), *orientada prioritariamente para o ensino da Matemática nos primeiros anos. A autora, Maryann S. Wickett, ensina o terceiro e o quarto anos e orienta os estagiários numa Escola de Ensino Básico.*

As actividades matemáticas aparecem muitas vezes desgarradas de todo o trabalho desenvolvido na aula pelos alunos, e são introduzidas como exercícios sobre temáticas isoladas. No texto que apresentamos é descrito um exemplo de uma actividade matemática significativa, construída a partir de uma obra literária interessante, por adaptar à actualidade e à realidade dos alunos uma história tradicional bem conhecida. O envolvimento dos alunos na aprendizagem e a relevância que esta pode adquirir depende, em grande parte, das motivações que são proporcionadas. A literatura permite envolvimentos emocionais efectivos, que a serem potenciados em outras tarefas, nomeadamente matemáticas, serão um contributo importante para a aprendizagem.

Roupas novas do director, de Stefanie Calmeson (1989) proporciona um delicioso e fantástico contexto para investigações em medições. Esta história é uma adaptação moderna de *Roupas novas do imperador [O Rei vai nú]* de Hans Christian Andersen.

O Sr. Borges, director de uma Escola Pública, tem um modo muito clássico de se vestir. Um dia Marta e Ivo vieram à cidade oferecer-se para lhe fazerem um novo fato, de tecido mágico. As crianças acharam a hilariante adaptação muito divertida.

Quando partilhei o livro com os meus alunos do 4º ano, Susana sugeriu que medíssemos o nosso director e lhe fizéssemos um fato. O João acrescentou que devíamos também medir a assistente do director e fazer algumas roupas para ela.

— Supõe que tu és a Marta ou o Ivo. Supõe que vais fazer roupas para o Sr. Torres, o nosso director, ou para a senhora Sílvia, a assistente do nosso director. O que é que precisariam de medir para assegurar que as suas novas roupas lhes serviriam?, perguntei à turma.

— Que altura têm! — disse Bárbara.

Eu escrevi no quadro esta sugestão.

— Qual é o comprimento dos braços. De outra maneira podem sair com braços de criança ou braços de gorila — disse o Ricardo com um risinho trocista.

— Poderia mesmo fazer tops tipo saco, isso não seria problema — argumentou o Tiago.

Continuei a listar as sugestões no quadro. As ideias das crianças incluíam medir o comprimento dos ombros até à cintura, da cintura até aos joelhos e da cintura até aos tornozelos; o comprimento dos braços e o perímetro à altura dos ombros e da cintura.

— O Sr. Torres e a Sra. Sílvia estão muito ocupados. Quando é que vamos tirar as suas medidas? Como é que alguma vez poderemos verificar se as coisas se ajustam? — perguntou a Carla.

— Que tal se primeiro fizéssemos um modelo em tamanho natural do Sr. Torres e da Sra. Sílvia? Então, poderíamos experimentar as roupas no modelo. — propus.

— Isso seria óptimo! — respondeu o Tiago.

Nós teríamos de medir muito mais do que comprimentos! Teríamos também de medir volumes.

Os alunos ficaram muito entusiasmados com esta ideia. Foram dando ideias sobre o que precisariam medir enquanto eu as listava no quadro. As suas sugestões incluíam medir o perímetro à volta da cabeça, do pescoço, dos braços, pernas, cinta, ombros, etc. Dividi os alunos em oito grupos de quatro e atribui-lhes a tarefa de medir adultos importantes da escola, tais como o director, a assistente do director, o bibliotecário, o professor estagiário e eu própria. Das sugestões do quadro, os alunos fizeram uma lista das medições que pensaram que iriam precisar e lançaram-se na medição dos respectivos adultos.

Os alunos fizeram modelos tridimensionais

Os alunos usaram as suas medições, jornais e fita cola para criar uma estrutura para os seus modelos. Transformar as suas medições em modelos tridimensionais foi um verdadeiro desafio para estes alunos do 4º ano. Foram precisas muitas

(*) Artigo reproduzido de Teaching Children Mathematics, e copyright (1999) do *National Council of Teachers of Mathematics*, foi traduzido e publicado com autorização.

mãos, muita paciência, muita cooperação entre os alunos para medir e dar forma ao papel de jornal. A seguir, eles cobriram o modelo de jornal com papel de embrulho. Porque o papel de embrulho era de baixa qualidade e se rasgava facilmente, foi muito difícil cobrir a estrutura de jornal. Apesar destes problemas, os alunos trabalharam juntos alegremente e completaram os seus modelos. Decidiram então não fazer roupas, como originalmente tinham planeado porque o menor movimento, resultava em mais rasgões.

Transformar as suas medições em modelos tridimensionais foi um verdadeiro desafio para estes alunos do 4º ano.

Foram precisas muitas mãos, muita paciência, muita cooperação entre os alunos para medir e dar forma ao papel de jornal.

Metade do meu tamanho

— Eu penso que devíamos fazer roupas para nós próprios — disse Joana, quando estávamos a acabar os nossos modelos.

— É uma boa ideia!, Também podíamos fazer óculos de sol — acrescentou Isabel.

— Que tal fazermos desenhos a duas dimensões com metade do tamanho de nós próprios e fazer roupas para eles — sugeri, recordando uma actividade que tinha feito no passado, intitulada *Metade do meu tamanho* retirada de *About Teaching Mathematics* (Burns 1992, p.50).

No intervalo juntei os materiais necessários, cerca de 1 metro de papel de embrulho branco e 1,5 metros de fio para cada aluno.

Comecei por ter os alunos a trabalhar em pares para se medirem uns aos outros, de modo que cada um tivesse uma peça de fio igual à sua altura. Logo que todos os alunos tiveram um pedaço de fio com o comprimento certo, disse-lhes que dobrassem o fio ao meio.

— Quando dobram ao meio o vosso fio, o que é que isso representa? — perguntei.

— Metade da minha altura — respondeu Carlos.

— Coloquem o fio dobrado sobre o papel com uma ponta no extremo e estendam-no para cima. Marquem com lápis onde o fio acaba. Isto representa metade do vosso tamanho como disse o Carlos — expliquei enquanto demonstrava aos alunos.

Assim que os alunos marcaram metade do seu tamanho, pedi-lhes para cortarem ou dobrarem o papel para ficar do tamanho de metade deles próprios.

— Agora usem o fio para medirem a altura da cabeça. Dobrem o fio ao meio e meçam a partir do cimo do papel. O que é que isto representa?

— Fazer um modelo tridimensional é realmente difícil e são precisas muitas mãos e cooperação! — avançou Júlia.

— Metade da altura da minha cabeça — arriscou Lisa, um pouco insegura da sua explicação.

Com a minha orientação, os alunos continuaram a medir desta forma. Usaram o fio para medir várias partes do corpo, tais como a largura da sua cabeça; a distância do topo da cabeça aos olhos, nariz, boca e orelhas e o comprimento e largura do seu pescoço. Dividiram o fio ao meio e marcaram as medidas nos seus papéis para criar desenhos de *Metade de mim*. Esta parte da actividade durou cerca de 90 minutos durante dois dias.

Quando os alunos completaram os seus desenhos era altura de fazer as roupas. Começaram por usar fitas métricas, para efectuarem as medições dos seus desenhos. Usando as medições e simples papel de jornal, os alunos criaram moldes, por exemplo, o molde de uma camisa. Depois os alunos cortaram estes moldes e experimentaram "vestir" o desenho para se certificarem do tamanho. Pedi aos alunos para serem muito rigorosos neste ponto, o que significou que alguns deles tiveram de repetir as suas medições e moldes. Insistindo no rigor, reforcei a ideia da importância de colocar a ponta da fita métrica mesmo no início do que se quer medir, um aspecto que as crianças muitas vezes não levam a sério.

Dei liberdade aos alunos para usarem unidades de medida em metros ou polegadas uma vez que a fita métrica tinha ambas as escalas. Os alunos preferiram unidades de medida em metros. Pareciam achar mais fácil trabalhar com partes do metro do que com partes de polegada.

Logo que os alunos criavam um molde que satisfazia os seus desenhos, usavam esse molde e papel colorido para fazerem as roupas, que colavam no seu desenho. Finalmente, recortaram os projectos acabados e pendurei os "Metade do meu tamanho" à volta da sala para todos os admirarem.

As reflexões dos alunos

— O que é que aprenderam com esta actividade? — perguntei aos alunos enquanto admirávamos os nossos trabalhos.

— Fazer um modelo tridimensional é realmente difícil e são precisas muitas mãos e cooperação! — avançou Júlia.

Os seus colegas davam risadinhas e acenavam com a cabeça em sinal de acordo.

— Mas continuava a ser engraçado medir o Sr. Torres e depois construí-lo. Embora ache que as suas pernas são escanzeladas.

— Eu gostei quando nos desenhámos e fizemos metades de tudo. Percebi que tinha feito um erro quando os meus braços saíram do papel! Pensei, 'Oh não! Isto não pode estar certo.' Então bati com a mão na testa e pensei que me tinha esquecido de dobrar o meu fio ao meio. Depois, quando fiz isso, os meus braços ficaram bem! — reflectiu a Patrícia.

— Penso ter aprendido que se deve ser realmente cuidadoso quando medimos coisas. Não fui cuidadoso ao princípio e por isso o meu molde não se ajustava e tive de o fazer de novo! Acho que aprendi a ser mais cuidadoso e colocar o início da fita métrica no princípio do que estou a medir. Eu já percebi isso! — partilhou o João.

— *Yep!* Eu também! — acrescentou Lisa. — Eu estava numa grande confusão, o molde não se ajustava e o Tiago ajudou-me. Ele mostrou-me como colocar a fita métrica e depois trabalhámos juntos e por fim o meu molde ajustou-se ao meu desenho. Mas tivemos de ser dois!

— Eu calculei que o meu dedo media um centímetro. Quando estava a medir, o meu dedo tapava o caminho. Então olhei e pensei, *uau!* Se o meu dedo tem cerca de um centímetro e tapa o caminho, então conto com mais um centímetro e não vou sair frustada, — explicou Susana.

— De certeza que sou baixo em metade do tamanho! — disse o Henrique com um risinho.

— Eu verifico que as pessoas altas em tamanho real são, na maioria, também as mais altas em metade do tamanho, — notou o Miguel.

— Os nossos desenhos são metade da nossa altura, mas também são metade da nossa largura, por isso são realmente metade? — perguntou a Alexandra com curiosidade.

— Isso é na verdade um ponto muito interessante, Alexandra. É algo que devemos investigar noutra altura — respondi.

A Alexandra tocou num ponto muito importante. Apesar da actividade se chamar *Metade do meu tamanho* e as dimensões serem metade das medidas, a figura resultante é realmente um quarto da área da pessoa desenhada. Para clarificar esta ideia por si próprio dobre um quadrado de papel ao meio na horizontal, fazendo um rectângulo com metade do tamanho do quadrado original. Este resultado foi obtido quando as crianças dividiram as suas alturas ao meio. As crianças também dividiram as suas larguras ao meio, o que pode ser representado dividindo o seu rectângulo ao meio verticalmente. Dobrando o quadrado ao meio, tanto horizontal como verticalmente, acaba num quadrado dividido em quatro partes, ou quatro quadrados, cada um sendo um quarto do tamanho do quadrado original. Este resultado é, essencialmente, o que aconteceu quando as crianças se desenharam a si próprias dividindo as suas medidas, tanto a altura como a largura, ao meio.

Metade do meu tamanho foi uma actividade mais apropriada para alunos do quarto ano.

Usar o próprio corpo deu aos alunos uma compreensão da vida real, do significado de metade e deu significado e contexto à necessidade de usarem com rigor instrumentos de medida.

O ponto levantado pela Alexandra pode ser explorado com os alunos, deitando uma criança numa grande folha de papel quadriculado. Desenhe o contorno do corpo da criança. Conte os quadrados no interior para calcular a área. Faça um segundo contorno do corpo da criança, pelo mesmo processo que foi usado pelos alunos no *Metade do meu tamanho*. Isto é, use um pedaço de fio para medir a altura do primeiro contorno, dobre-o ao meio e determine a altura do segundo. Use o fio para tirar todas as medidas do primeiro contorno e dobre sempre ao meio para determinar as medidas do segundo. Quando o segundo contorno estiver pronto, conte os quadrados no interior para calcular a área. Esta será um quarto da área original.

As reflexões do professor

As medições são uma aquisição básica que usamos frequentemente nas nossas vidas de adulto. Estamos frequentemente em situações que requerem que se seja capaz de estimar medidas e fazer medidas exactas. *Roupas novas do Director* oferecem um contexto agradável em que se exploram e aplicam capacidades de medir. Apesar dos meus alunos do quarto ano terem gostado de fazer modelos tridimensionais dos adultos da escola, eles acharam a tarefa difícil. Esta requereu uma grande dose de paciência e apoio tanto de mim como do professor estagiário. No futuro, tentarei esta actividade só com alunos mais velhos.

Metade do meu tamanho foi uma actividade mais apropriada para alunos do quarto ano. Usar o próprio corpo deu aos alunos uma compreensão da vida real, do significado de metade e deu significado e contexto à necessidade de usarem com rigor instrumentos de medida.

Quando perguntamos aos alunos se eles recomendariam esta actividade a outros, eles responderam entusiasticamente que sim.

Referências

Burns, Marilyn, About Teaching Mathematics. White Plains, N.Y.: Math Solutions Publications, 1992.

Calmenson, Stephanie The Principal's New Clothes. New York: Scholastic, 1989.

Maryann S. Wickett
mwickett@aol.com
(Traduzido por Maria José Bóia)

A respeito do ... *(cont. da pág. 30)*

Quanto aos *workshops*, de entre os quatro disponíveis *Desenvolvendo e avaliando tarefas de modelação matemática quando os alunos têm acesso a um sistema algébrico computadorizado*, com Roger Brown; *O impacto dos CAS (sistemas algébricos computadorizados) na modelação matemática*, com Jaime Carvalho e Silva; *O processo de modelação na sala de aula – uma multiplicidade de perspectivas*, com I.M. Cristiansen e T. Hojgaard, e *Modelos do mundo não-real* com Branca Silveira e Luís Reis, escolhi este último. Talvez por se ter realizado no último dia e numa sala afastada das restantes, teve pouca frequência – mas muita qualidade. Do que ouvi dizer, os outros workshops também foram úteis e interessantes.

Deste congresso ficou-me a convicção de que a modelação é um tema essencial e indispensável no âmbito da educação matemática, uma vez que implica o desenvolvimento de todos os mecanismos de raciocínio próprios da matemática. Assim, parece haver um consenso geral quanto à necessidade da sua inclusão tanto na formação inicial de professores como no currículo dos alunos. A partir daí surgem algumas divergências quanto à forma, como deve ser introduzido ou integrado, se deve surgir como aplicação ou motivação de conteúdos matemáticos, o grau de profundidade com que deve ser tratado (em particular o tempo que lhe deve ser dedicado), a forma de avaliação,...

Tentando agora, fazer um balanço final, considero que o encontro foi bastante positivo: a organização foi impecável (cá por mim, não notei que falhasse nada e, coisa rara, não descobri uma única "gralha" no programa!...), o tempo portou-se à altura (não esteve mau, mas também não desencaminhou ninguém do trabalho) e fiquei convencida da actualidade e da importância do tema na matemática dos nossos dias. O encontro entre pessoas que partilham os mesmos interesses é sempre uma ocasião de troca e de partilha de ideias, de experiências, por vezes, de desilusões, mas há sempre pistas novas que se abrem e sobretudo existe a alegria de não estarmos sós.

O próximo Congresso realiza-se de 29 de Julho a 2 de Agosto de 2001 na Universidade de Tsinghua, em Beijing. Já comecei a fazer planos...

Francisca Sousa
Esc. Sec. Gil Vicente

Leituras

Fascínios da Matemática

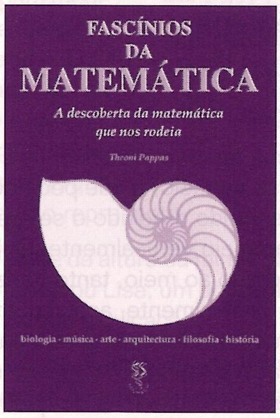
Este livro é uma colectânea de problemas famosos, estórias da matemática, jogos, curiosidades e aplicações da matemática.

Em uma ou duas páginas faz uma apresentação e exploração de um tema, geralmente acompanhada de figuras. Com uma linguagem simples e directa vai apaixonando o leitor.

Começa com a evolução da base dez e continua com a caligrafia e a tipografia, o teorema de Pitágoras, a catenária, o Hotel Infinito, quebra-cabeças, banda de Moebius, lúnulas, quadrados mágicos, arquitectura, cónicas, triângulo de Pascal na China e muitos mais.

Um problema de Lógica muito famoso aparece na pag. 190 com o título *Três homens em frente de uma parede*, que a seguir se descreve:

> Três homens com os olhos vendados e em linha recta perpendicular a uma parede. Retiram-se três chapéus de uma caixa que contém dois chapéus pretos e três castanhos. Os homens são informados desse



Fascínios da Matemática
Autor: Theoni Pappas
Editora Replicação
Lisboa, 1998
240 pp.
Preço de capa:
À venda na APM

> facto e retiram as vendas. Pede-se a cada um deles, que adivinhe a cor do chapéu que tem na cabeça. O homem que se encontra mais afastado da parede, depois de ver os chapéus dos outros dois que estão à sua frente, diz:
>
> — Não sei a cor do chapéu que tenho posto!
>
> O segundo homem, ouve a resposta , vê o chapéu do que está à frente dele e diz a mesma coisa. O terceiro homem, que apenas vê a parede, mas ouviu as duas respostas diz:
>
> — Eu sei a cor do meu chapéu! Questão: Qual é essa cor e como é que ele a adivinhou?

Os temas são normalmente independentes. Não há temas abordados em várias perspectivas como acontece com o número de ouro que é referido na anatomia, na arte, na arquitectura e na geometria com o triângulo, o rectângulo e o icosaedro.

É um livro que poderá ser utilizado como apoio às actividades lectivas de forma a cativar para um tema. Ou apenas para... encantar.

Alcino Simões
Esc. Sec. de Figueiró dos Vinhos

José Paulo Viana

O Tesouro dos Piratas

O problema nº 52 foi o seguinte:

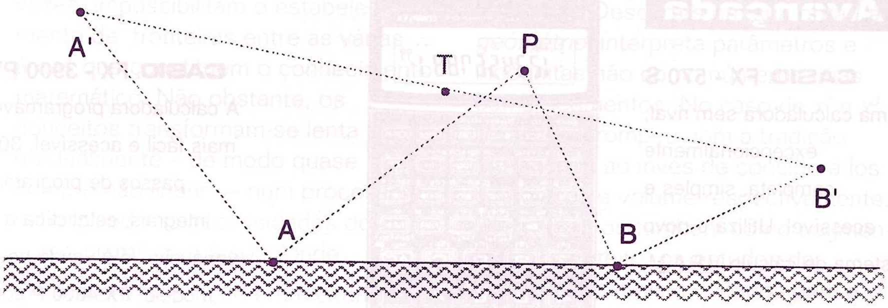
Há muitos anos, o pirata Barba-Ruiva resolveu enterrar o seu tesouro. Escolheu uma ilha onde a única praia tinha duas grandes rochas junto à água, a 100 metros uma da outra, e uma enorme palmeira entre as rochas mas a 80 metros da linha de água. Mandou um dos piratas do seu bando para cada uma das rochas e deu-lhes as seguintes instruções: olhar em direcção à palmeira, rodar 90° e andar uma distância igual à distância a que a sua rocha estava da palmeira. Nenhum dos piratas se molhou. Os dois piratas ficaram parados e Barba-Ruiva enterrou o tesouro exactamente a meio de caminho entre eles.

Por acaso , encontrámos o documento onde isto estava descrito e resolvemos ir até à ilha à procura do tesouro. Lá encontrámos as rochas junto à água mas infelizmente a palmeira tinha desaparecido, provavelmente derrubada por um furacão.

Como a praia agora é um destino turístico conhecido, não podemos andar a escavar por todo o lado. A única hipótese é aproveitar uma noite antes de amanhecer e fazer apenas um buraco. Onde devemos escavar para termos boas hipóteses de descobrir o tesouro?

Este problema foi inicialmente proposto por Thomas Shilgalis na revista *Mathematics Teacher* de Fevereiro de 1998, e gostei muito dele. Chegaram várias respostas: Alberto Canelas (Queluz), Ana Luísa Correia (Lisboa), António Amaral (Lamego), Célia Lobo & Mário Roque (Guimarães), Ernesto Vitorino (Setúbal), Isabel Moreira (Vila do Conde), João António Sá (Parede), Paulo Correia (Portimão) e Vidal Minga (Carcavelos).

É difícil resistir à utilização do GSP começam por afirmar a Célia e o Mário. E realmente este é um problema óptimo para ser analisado num programa de geometria dinâmica.



Quando fazemos a construção geométrica da situação do problema no *Sketchpad* ou no *Cabri*, verificamos imediatamente aquilo de que a Ana Luísa desconfiou:

> Quando li este problema pareceu-me que a posição da palmeira (...) era irrelevante.

Quase todas as resoluções enviadas usaram um dos programas anteriores e a figura que se obtém é do tipo que se mostra, em que P é a posição arbitrária da palmeira, A e B são as posições das rochas (a 100 metros uma da outra), A' e B' são as posições em que os dois piratas ficaram e T, ponto médio de A'B', é o local onde o tesouro foi enterrado.

(continua na página 42)

problema proposto

Toilette Matinal

Todas as manhãs visto umas cuecas, umas calças, uma T-shirt, um par de meias e um par de sapatos.

Por uma questão de higiene, só calço os sapatos depois de ter as calças vestidas.

Quando calço um sapato, calço logo o outro, porque me faz impressão estar só com um sapato.

Claro que tenho muitas maneiras diferentes de me arranjar, tudo depende da ordem com que visto as coisas. Quantas são as maneiras diferentes de me vestir?

(Respostas até 15 de Dezembro)

Da Educação Matemática: funções no centro das atenções

Maria do Carmo Domite Mendonça
Paulo César Oliveira

O conceito de função, de um ponto de vista matemático, tem sido discutido de modo cada vez mais frequente em diversos trabalhos acadêmicos, artigos, entre outros. Se este é um tópico tão importante e central no ensino da matemática, por que somente nos últimos tempos, e cada vez mais, vêm sendo apontadas dificuldades e inovações que envolvem a sua aprendizagem?

Em geral, o conhecimento matemático mostra-se como algo estático quando observamos as definições e propriedades de tópicos matemáticos inseridos nos livros de texto como coisas cristalizadas e imutáveis — resultados que uma vez obtidos, somam-se uns aos outros, formando blocos justapostos de informações.

A realidade, entretanto, é outra. Olhando na perspectiva de uma análise histórica, adentramos num processo dinâmico quanto à observação de erros e acertos na construção de um determinado fato matemático, reconhecemos a interdependência dos resultados, os quais, muitas vezes, impossibilitam o estabelecimento de fronteiras entre as várias áreas que constituem o conhecimento matemático. Não obstante, os conceitos transformam-se lenta e gradualmente – de modo quase sempre não linear — num processo subordinado às necessidades do corpo científico e à sociedade.

O conceito de função é um exemplo do que foi delineado. A sua evolução foi conduzida/apreendida, segundo Tall (1992), no âmago de uma complexa rede de concepções, cujos nós podem ser vistos como uma imagem geométrica/representação gráfica, uma expressão algébrica/fórmula, relações entre variáveis dependentes e independentes, uma máquina de entrada-saída permitindo relações generalizáveis, a moderna definição envolvendo a noção de conjunto, entre outras.

Um pouco da História

Naturalmente, uma apresentação da *construção histórica* de um conceito matemático num texto didático como o que pretendemos, mesmo que modesta e pouco contextualizada, constitui uma prova de que o conhecimento matemático é um processo que se organiza e aprofunda como uma rede de relações/significações, como um referencial/inspiração para a elaboração de procedimentos pedagógicos. Assim, o que se segue é um breve resumo das realizações que evoluíram para o nosso conceito em estudo.

Segundo Eves & Newson (1957), a palavra *função* parece ter sido introduzida, em 1637, por Descartes (1596-1650), ao se referir a qualquer potência inteira e positiva x^n de uma variável x. No entanto, Boyer (1974) relata que Descartes em sua obra *La geómétrie*, interpreta parâmetros e incógnitas não como números, mas como segmentos. No caso de x^2 e x^3, Descartes rompeu com a tradição grega, pois ao invés de considerá-los como área e volume respectivamente, interpretou-os também como segmentos. Com efeito, os estudos de Descartes estavam voltados para a aplicação da álgebra a determinados problemas geométricos e vice-versa. Neste contexto, Boyer (1974, p.253) considera que "a teoria das funções veio a tirar grande proveito da obra de Descartes, mas a noção de função não teve papel aparente no desenvolvimento da geometria cartesiana."

As notas históricas destacadas em Boyer (1974), Wampler (1960), Ávila (1985,1993), Tall(1992), Blanco(1997) apontam que, embora Leibniz (1646-1716) não seja o responsável pela moderna notação para função, foi ele que introduziu o termo para designar as diferentes variáveis geométricas (coordenadas, tangentes, raios de curvatura, declividade, entre outras) associadas a uma determinada curva.

De fato, deve-se a Johann Bernoulli (1667-1748) a conceituação de *função* como "uma quantidade composta de qualquer modo de uma variável e constantes quaisquer" (Boyer: 1974, p.311). Embora um pouco vaga, esta definição permitiu empregar o termo *função* para algo diferente, pois chamou de *funções* as expressões analíticas (fórmulas) que envolviam somente uma quantidade variável. Assim, potências x^n ou fórmulas como $(a+x)^3.bx^2$ com constantes *a* e *b*, eram funções de *x*.

Nas publicações de Leonhard Euler (1707-1783), em especial no seu tratado *Introductio in analysin infinitorum* (1748), a *função* de uma quantidade variável é definida, segundo Boyer (1974, p.327), como "qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes". Naturalmente, tal sistematização era bastante coerente com a sua interpretação do conceito de função.

Hoje, tal definição já não é considerada, talvez pelo fato de Euler não ter apresentado explicitamente o significado de *expressão analítica.* Na verdade, segundo Ávila (1985, p.14-16), no referido tratado, Euler definiu função contínua como a que contém uma única expressão analítica, por exemplo, $y = sen\ x$ ou $y= x^2+1$ ou $y = log\ x$, cuja representação gráfica não admite interrupções — distinguindo-a de função descontínua como aquela formada por várias expressões algébricas.

A classe de funções que se contrapõe às representações de Euler teve como precedente a função definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x & se\ x \leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & se\ x > 1 \end{cases}$$

Naturalmente, os argumentos de Euler não correspondem ao que hoje entendemos por descontinuidade e o conceito de função, por ele formulado, implica uma restrição que não está incluída na conceituação moderna de função.

É importante notar que, no séc. XVIII, embora diversas ideias, do Cálculo à Análise, tenham sido sistematizadas por meio de novos métodos e técnicas, ampliando algumas fronteiras do conhecimento científico, este não foi um período onde ocorreram coisas significativas na área de fundamentos. Tal missão ficou reservada para o séc. XIX.

De fato, abalando significativamente o conceito de Euler, Dirichlet (1805-1859), apresentou a seguinte formulação: "uma variável é um símbolo que representa qualquer número de um conjunto numérico; se duas variáveis x e y estão relacionadas de modo que sempre para um valor atribuído a x exista automaticamente um valor para y, determinado através de alguma regra ou correspondência, então, dizemos que y é uma função de x ...". Neste sentido, a partir de Dirichlet, a expressão analítica, como uma fórmula, deixou de ser a "única" maneira de representar uma função. Vale também comentar que a conhecida função de Dirichlet, definida por $f(x)=1$ para x racional e $f(x)=0$ para *x* irracional, foi um marco para o avanço das representações gráficas.

Até aos dias actuais, podemos reconhecer que as definições de função utilizam o conceito de conjunto de pares ordenados e são generalizações da definição de Dirichlet. É comum nos textos matemáticos de cunho formalista, proposições tais como:

> Sejam os conjuntos *A* e *B*, de modo $\{(x,y): x \in A, y \in B\}$ que denote o produto cartesiano de A por B representado por AxB. Se para todo elemento *x* pertencente a A, existir um e somente um único elemento y pertencente a B, dizemos que o par ordenado *(x,y)* pertence à função.

Na verdade, a referida concepção tornou-se um marco da inclusão do conceito de função nos currículos e livros didácticos de ensino fundamental e médio, mais especialmente no decorrer do movimento da Matemática Moderna.

E as investigações, o que têm revelado?

Nas últimas décadas, diversos pesquisadores da educação matemática envolveram-se em investigações sobre o desenvolvimento do pensamento funcional dos alunos, as quais eram, em geral, justificadas pela variedade de noções que envolvem este conceito matemático. Entre os pesquisadores podemos destacar Markovits & Eylon & Burckheimer (1988), Tall (1992), Espinosa (1995), Godino et al (1994), Fernandes(1998), Ferreira (1998), entre outros.

Deste modo, parece-nos relevante destacar o desenvolvimento/análise de um destes trabalhos, visto que os resultados das pesquisas apontam fragilidades na construção do conceito de função e, consequentemente, sinalizam a necessidade de mudança de postura do professor frente ao processo ensino-aprendizagem desta ideia matemática.

O estudo de Markovits & Eylon & Burckheimer foi especialmente valioso devido à maneira como as dificuldades e noções erróneas sobre função — de alunos entre 14 e 16 anos — foram focalizadas/analisadas, procurando determinar possíveis causas, assim como revelar procedimentos educacionais alternativos que pudessem ajudar a corrigir tais falhas. Os componentes do conceito de função, incluso neste estudo, foram estabelecidos levando em conta dois aspectos básicos: a) a função é definida por dois conjuntos, o domínio e a imagem, e por uma regra de correspondência que designa para todo elemento do domínio exactamente um único elemento da imagem e; b) há várias representações associadas às funções: gráfico, álgebra, tabela e diagrama de flechas.

Segundo Markovits & Eylon & Burckheimer (1988), vários alunos apresentaram dificuldades em localizar pré-imagem e imagem nos eixos coordenados, devido a falta de conexão entre os componentes relativos à definição verbal de uma função e aqueles da representação gráfica. Um outro ponto observado pelas pesquisadoras refere-se às dificuldades em identificar imagens e o par (pré-imagem, imagem) de funções na forma algébrica, pois quando a questão dada apresentava vários passos, o aluno ignorava um ou mais deles.

De um modo geral, a fim de determinar se um elemento dado é imagem de uma função, três operações são necessárias: a) verificar se o número pertence à imagem; b) calcular a pré-imagem e c) verificar se a pré-imagem pertence ao domínio. Do mesmo modo, três operações similares são necessárias para identificar pares (pré-imagem, imagem), tais como: a) verificar se o primeiro elemento pertence ao domínio, b) verificar se o segundo pertence à imagem e c) verificar se o segundo elemento é imagem do primeiro, de acordo com a função dada. A respeito destas considerações, tornaram-se evidentes as dificuldades dos alunos em distinguir/compreender entre conjunto imagem e imagem, assim como, domínio e imagem da função.

As autoras apontam a complexidade do conceito de função como um factor parcialmente responsável pela dificuldade dos alunos. De fato, se o professor optar por procedimentos pedagógicos que valorizem as habilidades dos alunos em conceituar domínio, imagem, conjunto imagem, entre outros, é necessário que ele os discuta sob várias formas de representação, de modo a atenuar as dificuldades dos alunos.

Finalmente, a pesquisa revela as concepções, frequentemente erróneas, dos alunos de que toda função é uma função linear. Para as autoras, esse equívoco pode ter sido gerado pelo fato do ensino de geometria estar simultaneamente ligado ao de álgebra, assim como, pelo tempo gasto — no currículo americano — com o ensino, quase exclusivo, de funções lineares.

Segundo as pesquisadoras, a visão de linearidade restringe a compreensão de certas categorias de funções. Os alunos não admitem, segundo Markovits & Eylon & Burckheimer, que duas regras de correspondência se possam referir a duas partes disjuntas do domínio, além de não compreenderem que uma função, na forma algébrica, pode ser dada por várias regras de correspondência, cada uma em alguma parte do domínio.

Na verdade, o movimento da *matemática moderna* foi uma tentativa de produzir um alicerce de definições claras dos conceitos matemáticos, acessíveis para os alunos. Essa perspectiva almejava novos paradigmas para o significado de *definição*, entendido pelos filósofos/cientistas como aquele que aplicamos somente para objectos a serem definidos, e exclusivamente para estes.

No entanto, segundo Tall (1992), os objectivos não foram atingidos, pois os métodos individuais de pensamento, sobre os conceitos matemáticos, dependem mais do que um simples ajuste na forma das palavras usadas nas definições.

No contexto da actividade matemática, as noções são utilizadas tanto de acordo com suas definições formais, como por meio de representações mentais, que podem diferir de indivíduo para indivíduo. Assim, o referido autor afirma que a experiência prévia dos alunos diante da aprendizagem das noções matemáticas afecta profundamente as representações mentais, dos sujeitos sobre os conceitos.

Higueras & Fernández & Batanero & Godino (1994) reafirmam a complexidade do conceito de função, assim como a multiplicidade de suas representações que frequentemente desenvolvem níveis diferentes de abstracção. Uma possibilidade de minimizar as dificuldades frente a este conceito está em promover a articulação entre diferentes representações (gráficos, tabelas, diagramas de flechas, expressões algébricas, entre outros) e as relações entre elas.

Nesta perspectiva, acreditamos que o professor, como mediador do processo educativo — com suas crenças, concepções, valores e representações sobre os fatos matemáticos — se indagado sobre "o que é função?", possivelmente terá respostas apoiadas em imagens mentais como as relacionadas na fig. 1.

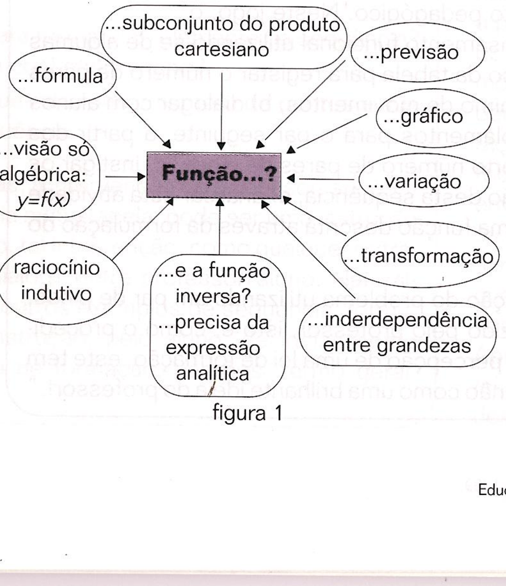


figura 1

E a pedagogia?

Do nosso ponto de vista, uma pedagogia da matemática para o desenvolvimento do pensamento funcional deve levar em conta, entre outros, três aspectos.

O primeiro, diz respeito à dificuldade de compreensão do conceito de função, pelo aluno, devido às suas *múltiplas representações*, procurando considerar, como afirma Espinosa (1995, p.63-73): "um conhecimento associado a um conceito é estável no indivíduo, se este pode articular as diferentes representações do conceito sem contradições".

O segundo, refere-se à ideia de conhecimento como rede de significados, os quais constituem feixes de relações que se entretecem, articulando-se em teias. Dentro da concepção de Machado (1995) que reconhece a articulação de tais redes, constituídas individual e socialmente, em permanente estado de atualização, a construção do conhecimento matemático como rede dar-se-á, não a partir de um centro determinante de desenvolvimento, mas a partir de focos de interesse. Nesta perspectiva, estaremos apontando diferentes focos de interesse — como os ilustrados na fig.1 — como desencadeadores da aprendizagem das funções matemáticas.

O terceiro aspecto refere-se ao ensino por meio da resolução de problemas, que tem no seu âmago a preocupação de motivar o aluno a agir activamente frente a situações novas, ou seja, frente a problemas apresentados pelo professor ou gerados pela realidade social.

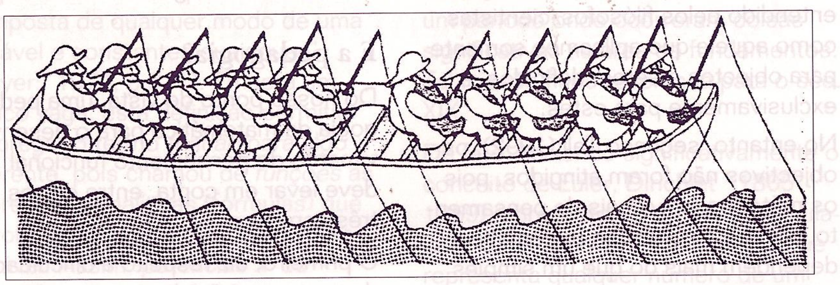
Nesta perspectiva, organizamos algumas actividades/problemas para a sala de aula, procurando uma articulação entre as representações do conceito de função.

Algumas considerações

O conceito de função, de um ponto de vista matemático, tem sido discutido de modo cada vez mais frequente em diversos

Sequência Generalizada Algebricamente

Jogo dos barqueiros

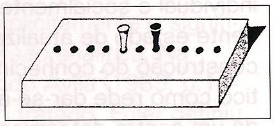


Dez homens estão num barco de pesca. Há 11 lugares no barco, sendo que o sexto lugar está vazio. Qual o menor número de movimentos para que todos os pescadores sentados à frente troquem de lugar com os de trás?

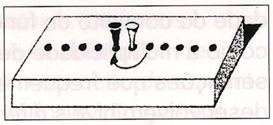
Uma modalidade deste jogo, para a sala de aula, pode ser apresentada usando um suporte com 11 lugares alinhados de modo a permitir a localização de 10 pinos, ou algo equivalente, em duas cores distintas. O jogo consiste em reverter a disposição de todos os pinos de uma mesma cor para os de outra cor.

Supõe dois jogadores, cada um responsável pelo movimento de um conjunto de pinos da mesma cor. O desenvolvimento do jogo deverá ocorrer observando a seguinte regra: cada pino só poderá deslocar-se para um lugar vizinho vazio ou "pulando" um outro pino. Assim, não é permitido pular um lugar vazio, mas é permitido dois ou mais movimentos seguidos, saltando lugares ocupados. Ilustramos a ocorrência de um número mínimo de movimentos para um par de pinos:

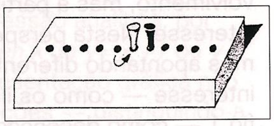
Disposição inicial dos pinos



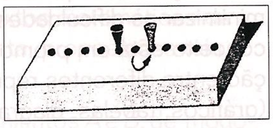
1º movimento



2º movimento



3º movimento



A tabela mostra a relação entre alguns números de pares de pinos e o número mínimo de movimentos.

pares	mov.
1	3
2	8
3	15
4	24
5	35

Podemos generalizar algebricamente esta função como $m=p(p+2)$ onde p representa o número de pares de pinos e m o número de movimentos mínimos.

É importante ressaltar que a aplicação do jogo em sala de aula pode favorecer a construção do conhecimento matemático, pelo aluno, desde que haja um propósito pedagógico. Neste jogo, o professor pode desenvolver o pensamento funcional utilizando-se de algumas representações, entre elas: a) o uso da tabela para registar o número de pares de pinos em função do número mínimo de movimentos; b) dialogar com alunos sobre o número mínimo de descolamentos para o par seguinte, a partir dos resultados optimizados para um certo número de pares de pinos; c) instigar os alunos a descrever a lei de formação desta sequência; d) analisar esta atividade juntamente com osalunos, como uma função descrita através da formulação do termo geral desta sequência.

O procedimento de iniciar a resolução do problema utilizando um par de pinos, deve ser cuidadosamente introduzido pelo professor, isto é, como o procedimento é valioso para encaminhar a percepção de uma lei de formação, este tem que ser compreendido como tal e "não como uma brilhante ideia do professor!."

trabalhos académicos, artigos, entre outros. E porquê? Se este é um tópico tão importante e central no ensino da matemática, por que somente nos últimos tempos, e cada vez mais, vêm sendo apontadas dificuldades e inovações que envolvem a sua aprendizagem?

Com efeito, nós acreditamos que, em especial no caso das funções, tal movimento deriva da convicção, entre os educadores, de dois pontos básicos. O primeiro, refere-se às diferentes interpretações/entendimentos, por parte dos professores de Matemática e alunos, sobre este conceito assim como sobre a notação e a linguagem utilizada para expressá-lo o que, naturalmente dificulta a dinâmica interactiva entre aluno-professor-conteúdo e torna complexa a sua apreensão. Então, é preciso ir atrás de um estudo mais apurado destas ideias. O segundo, está na busca/compreensão, cada vez mais frequente, por parte dos educadores, de focar a ideia do conhecimento matemático como um processo, e não como um produto. Assim, a reflexão e discussão de problemas, dificuldades e novas ideias para a construção de caminhos que podem encaminhar melhor a apreensão da ideia de função, têm mais espaço, e são mais valorizadas.

Vale aqui destacar a nossa preocupação em incluir/consultar, naturalmente de modo breve, três perspectivas ou fontes — a história da matemática, a psicologia/cognição e a pedagogia — de modo a estudar as possibilidades da apropriação do conceito de *função.* De certo modo, olhar do ponto de vista da construção histórica pode potencializar a concepção do professor que reconhece o conhecimento matemático como um processo construtivo, dada a revelação das diferentes interpretações, em diferentes níveis de complexidade pelos quais passou a definição e as notações do conceito de função. Não se trata, mais uma vez, de levar o professor a considerar a ideia da ontogênese recapitulando a filogênese, mas de revelar o desenvolvimento num certo aspecto ou outro, de modo a aprofundar a concepção do

Da interdependência entre grandezas à variação

a) Desenhe numa folha de papel quadriculado rectângulos diferentes de 64 unidades de área (u.a.) cada um.

b) Na tabela ao lado, a e b representam as medidas dos lados do retângulo, A representa a área e P o perímetro. Complete a tabela.

a	b	A	P

c) Qual o retângulo de menor perímetro?

d) Escreva a sentença matemática que expressa a área de retângulos de 64 u.a.

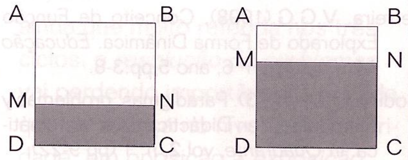
e) As grandezas a e b são diretamente ou inversamente proporcionais? Porquê?

f) Os retângulos construídos são semelhantes? Porquê?

O cálculo de perímetro e área de polígonos regulares pode proporcionar ao aluno o raciocínio da relação funcional, dada a interdependência entre os entes geométricos.

A partir dos itens sugeridos na atividade, o professor pode propor outras situações-problema, de modo a ampliar a noção de função, por exemplo, como um subconjunto do produto cartesiano.

Variação



a) Cada lado do quadrado ABCD mede 8cm. A faixa CDMN pode ser ampliada ou reduzida, sem chegar a ocupar todo espaço do quadrado ABCD. Nestas condições, o que ocorre com a faixa CDMN?

b) Elabore uma tabela com os valores correspondentes à medida da área da faixa CDMN, de acordo com a medida para NC. Adote os valores 1,2,3 e 4 para o segmento NC.

c) Qual a sentença matemática que expressa o valor da área de CDMN a partir de NC?

d) Construa um gráfico que represente os pares ordenados do item b).

e) Como descrever o conjunto domínio, contra-domínio e conjunto-imagem desta função?

Esta atividade pode levar o aluno a compreender, mais significativamente, a independência entre os cálculos de perímetro e área de figuras planas diversas. De acordo com a apresentação de um problema desta natureza, podemos encaminhar os alunos para o estudo de polígonos regulares, levando-os a reconhecer a particularidade da dependência entre as grandezas envolvidas.

Sequência/Lei da formação

a) Desenhe a 5ª figura da sequência.

b) Quantos pontos serão necessários para formar o 8° elemento da sequência? É possível determinar o 10° termo, sem conhecer o nono?

c) Escreva uma sentença matemática que relacione o número de pontos e sua respectiva posição na formação da sequência.

Nos problemas que envolvem sequências, a intervenção do professor, sugerindo a organização dos dados da sequência numa tabela, pode ser uma instrução pedagógica bastante valiosa. No entanto, tal intervenção, como qualquer outra, deve ser resultado de uma interação/diálogo entre professor/aluno. Naturalmente, o professor deve trabalhar com outros exemplos de sequência, formulando perguntas que favoreçam a construção, pelo aluno, de ideias como organização de dados numa tabela, lei de formação, padrões, termo geral, outros.

processo e construção da organização de um conceito matemático e dos fatos sociais e cognitivos que os envolvem. Isto é, nós ao ensinar/discutir um fato matemático, não esperamos ver o educando percorrer, no processo de aprendizagem, as mesmas etapas da evolução intelectual da humanidade.

Ao contrário, esperamos ver o aluno a recriar, ele mesmo, as relações que é capaz de compreender. Daí, dificuldades e facilidades semelhantes às que se apresentam nas construções históricas podem, talvez, se revelar. Num outro olhar, tomar uma perspectiva de natureza psico-cognitiva, destacando as pesquisas sobre a construção do conceito de função, pelos estudantes, é uma maneira de chamar nossa atenção, como professores, para aquilo que é mais significativo e importante para os alunos. Isto é, o que os alunos compreendem melhor, o que parece ser mais relevante e quais procedimentos permitem dar mais significado e desenvolvimento ao pensamento funcional.

E, então, o que fazer em sala de aula? Por meio dos procedimentos pedagógicos, procuramos orientar o trabalho do professor. As actividades sugeridas nesta etapa, resultam de nossas experiências em sala de aula, de reflexões desenvolvidas em torno da ideia de que o conhecimento se organiza em redes de significados e, principalmente, do desejo de dar sentido e eficácia ao trabalho pedagógico pela via da resolução de problemas.

No que se refere à metáfora do conhecimento como uma rede de relações significativas, interpretamos, a partir da discussão de Levy (1993), os diversos centros simultâneos e móveis de uma rede, a qual muito bem se encaixa às diferentes interpretações já anunciadas, naturalmente todas sobrepostas e interligadas, que envolvem a ideia de função matemática. Então, por onde começar? Convidando os alunos a resolver problemas que envolvem sequências? Parece-nos um ponto de partida viável. Apresentamos a atividade *sequência/lei de formação* que permite desencadear discussões referentes à associação das figuras às suas respectivas posições na sequência, bem com a formalização do termo geral — propiciando a elaboração verbal da interdependência das grandezas, no caso, as figuras e os números naturais.

E se partíssemos de um problema de *variação*, por exemplo, como aquele do quadrado ABCD de lado 8 cm? Na perspectiva de que compreender é apreender o significado, é percebê-lo em suas relações com outras representações, tal proposta também constitui um foco para o desenvolvimento da noção de função. É importante destacar que um ou outro problema pode ser um nó gerador da construção do fato matemático em questão.

Com isto, pretendemos chamar a atenção para a escolha das actividades matemáticas como eixo desencadeador da construção de um conteúdo pedagógico; é necessário uma escolha reflexiva/cuidadosa no sentido de contemplar as mais variadas representações, proporcionando ao aluno o desenvolvimento de percepções, generalizações e conexões.

Bibliografia

Ávila, G.(1985). Evolução dos conceitos de função e de integral. Matemática Universitária. SBEM, no1, *Da Educação Matemática: Funções no centro das atenções*

Blanco, M.M.G.(1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: el concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje.* Sevilla: Grupo de Investigación en Educación Matemática.

Boyer, C. B. (1974), *História da Matemática*, S. Paulo: Editora E. Blucher Ltda.

Espinosa, F.H.(1995). Intuición Primera versus Pensamiento Analítico: Dificultades en el Paso de una Representación Gráfica a un Contexto Real y Viceversa. *Educación Matemática*, 7 (1), pp.63-73.

Eves, H. & Newson, C.V. (1957) *An introduction to the foundations and fundamental concepts of mathematics.* New York: Reinhart & Company, pp. 250-251.

Fernandes, J.A.(1998). Tecnologia gráfica no estudo de classes de funções. *Educação e Matemática*, nº 46, pp.33-36.

Ferreira, V.G.G.(1998). Conceito de Função Explorado de Forma Dinâmica. *Educação Matemática*, nº 6, ano 5,pp.3-8.

Godino, J. D. (1993). Paradigmas, problemas y metodologia en Didáctica de la Matemática. in *Quadrante*, vol.2, nº 1 (pp 9-22).

Higueras, L.R. & Fernández, J.L.R. & Batanero, C. & Godino, J.D.(1994). The role of graphic and algebraic representations in the recognition of functions by secondary school pupils. *Proceeding of PME XVIII.* Universidade de Lisboa, vol.IV, pp. 153-159.

Machado, N.J. (1996). *Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente.* São Paulo: Cortez.

Markovits,Z. & Eylon,B. & Bruckheimer M.(1995). *Dificuldades dos estudantes com o conceito de função.* In: COXFORD, A.F. & SHULTE, A.P. (orgs.) *As idéias da Álgebra* (trad. De Hygino H. Domingues). São Paulo: Atual, pp. 49-69.

Souviney, R.J. & Keyser, T. & Sarver, A.(1978). *Mathematters: developing computational skills with developmental activity sequences.* USA: Goodyear Publishing Company, Inc.

Tall, D.(1992). *The transition to advanced mathematical thinking: functins, limits, infinity, and proof.* In:GROUWS, D.A. (ed.) *Handbook of research on Mathematics teaching and learning.* USA: NCTM, pp. 495-511.

Wampler, J.F.(1960). The conception of function. *The mathematics teacher*, 3(7),pp.581-583.

Maria do Carmo Domite Mendonça
Faculdade de Educação - USP
Paulo César Oliveira
Faculdades Hoyler - U. Paulista

O problema deste número

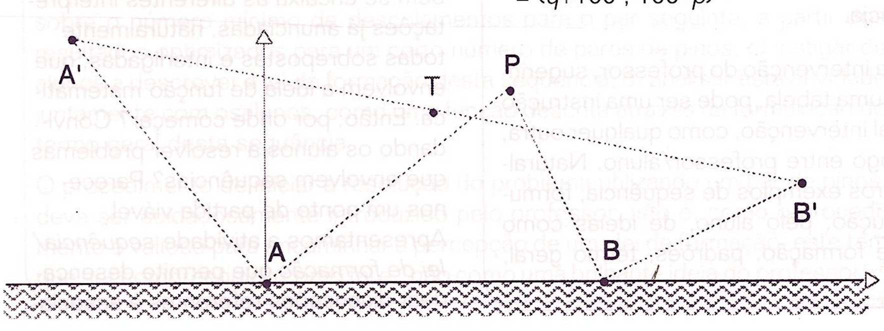
O Tesouro do Piratas *(Continuação da página 35)*

Torna-se agora necessário demonstrar que, para qualquer posição de P, o ponto T é invariante.

Há vários métodos possíveis que passam por arranjar um referencial e que podem incluir trigonometria, equações de rectas, ponto médio, etc. A que me parece mais fácil é a seguida tanto pela Isabel Moreira como pelo Paulo Correia.

Consideremos o referencial indicado ne com origem em A. As coordenadas dos pontos iniciais são:

A(0 , 0)   B(100 , 0)   P(p , q)



Os piratas olham segundo a direcção dos vectores:

AP (p , q)   BP (p–100 , q)

Para não molharem os pés, os piratas deslocam-se segundo os vectores perpendiculares aos anteriores "virados" para terra:

AA' (–q , p)   BB' (q , 100–p)

Depois, os piratas caminham até aos pontos:

A': (0 , 0) + (–q , p) = (–q , p)

B': (100 , 0) + (q , 100–p) =
= (q+100 , 100–p)

As coordenadas de T, ponto médio de A'B', são:

$$\left(\frac{q+100-p}{2}, \frac{p+100-p}{2}\right) = 50$$

As coordenadas de T, como facilmente se demonstra, são ambas iguais a metade da distância entre as duas rochas. *Para encontrar o tesouro, basta partir de uma das rochas, andar 50 metros em direcção à outra e depois outros 50 na perpendicular, de costas para o mar para não molhar os pés* (Ana Luísa).

O Alberto Canelas, como é seu hábito, parte para interessantes generalizações:

1) se os piratas molhassem os pés,
2) se um molhasse e outro não,
3) se os piratas rodassem um outro ângulo q diferente de 90°.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Situações de trabalho na aula resultados do *Projecto Matemática 2001*

Face ao crescente reconhecimento da necessidade de reflexão sobre a prática como elemento central do desenvolvimento profissional dos professores, decidimos debruçar-nos sobre as situações de trabalho na aula, apresentando alguns dos resultados do relatório final do projecto *Matemática 2001*. No âmbito deste projecto foi realizado um inquérito, cujos resultados se encontram sintetizados na tabela abaixo, no sentido de recolher informação acerca da frequência de utilização na aula de determinado tipo de situações de trabalho convergentes com as orientações curriculares constantes nos programas em vigor.

Da análise dos dados podemos apontar, de forma muito sintética, alguns dos aspectos de maior significado:

- os *exercícios* são a situação de trabalho com maior predominância nas aulas de Matemática nos vários níveis de ensino, logo seguidos pelos *problemas* e a exposição *pelo professor;*
- o *trabalho com situações da realidade*, a *discussão entre alunos* e as *actividades de exploração* são mencionadas como utilizadas sempre ou em muitas aulas num número significativo de respostas;
- a *História da Matemática* e o *trabalho de projecto* têm uma frequência de utilização praticamente nula;
- ainda que muito referida nos três ciclos, a *resolução de problemas* vai perdendo importância à medida que se avança no nível de escolaridade, em oposição à *exposição pelo professor;*
- regista-se uma grande diferença na frequência com que os professores referem utilizar o *trabalho com situações da realidade* no 2º ciclo e no ensino secundário, com prejuízo para este último.

Foi ainda possível verificar que, ainda que pouco referidas como situações de trabalho utilizadas com muita frequência (sempre ou em muitas aulas), as *actividades de exploração*, a *História da Matemática* e o *trabalho de projecto* são referidas como utilizadas em algumas aulas por um número significativo de professores: 56%, 48% e 24%, respectivamente.

Situações de trabalho na aula(*)	2º ciclo (%)	3º ciclo (%)	Ens. Sec. (%)	Total (%)
Exercícios	**94**	**91**	**94**	**93**
Problemas	**80**	**77**	67	**75**
Exposição pelo professor	52	69	**81**	67
Trabalho c/ situações da realidade	62	45	26	45
Discussão entre alunos	35	33	25	31
Actividades de exploração	18	12	14	15
História da Matemática	3	8	4,5	5
Trabalho de Projecto	1	2	3	2

(*) somas das percentagens atribuídas aos valores mais elevados *sempre* ou *em muitas aulas*

Fica a ideia de que, quer a *História da Matemática*, quer o *trabalho de projecto*, estão longe de ser utilizadas como situações de trabalho na aula pela generalidade dos professores, ao contrário da resolução de exercícios que conta com uma adesão bastante uniforme nos vários ciclos de escolaridade, o que sugere a necessidade de uma maior diversidade nas situações de trabalho, contemplando uma variedade de contextos e de tipo de actividades.

De entre as recomendações do relatório final do *Matemática 2001* pode ler-se:

> A prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos (nomeadamente resolução de problemas e actividades de investigação) e que diversifiquem as formas de interacção em aula, criando oportunidades de discussão entre os alunos, de trabalho de grupo e de trabalho de projecto.
>
> A prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente situações da realidade e da História da Matemática) [...].

Fica, então, para pensar:

Identifica-se com o "retrato" traçado pelos dados apresentados?

Reconhece que esse "retrato" corresponde à ideia que tem da prática lectiva dos professores de Matemática em geral?

Considera pertinentes as recomendações apresentadas relativamente às situações de trabalho na aula que devem integrar a prática lectiva do professor de Matemática?

Que sugestões tem a fazer a este respeito, para o trabalho a desenvolver ao nível da APM?

Fernanda Perez
Esc. Sec. da Amora

Encontros em 1999/2000

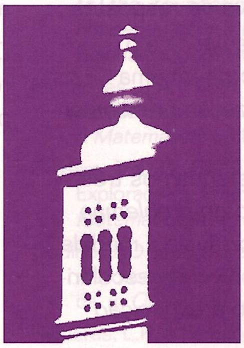
1º Encontro Nacional de Investigação e Formação

Este encontro terá como tema Globalização e Desenvolvimento Profissional do Professor e vai realizar-se na Escola Superior de Educação de Lisboa, de 25 a 27 de Novembro de 1999.

Para mais informações sobre o encontro consulte a página da internet: http://w3.eselx.ipl.pt/encontro

MES2

A 2nd International Conference on Mathematics Education and Society (MES2) terá lugar de 26 a 31 de Março do próximo ano, em Montechoro, no Algarve. Esta conferência é promovida pelo Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa (CIEFCUL).

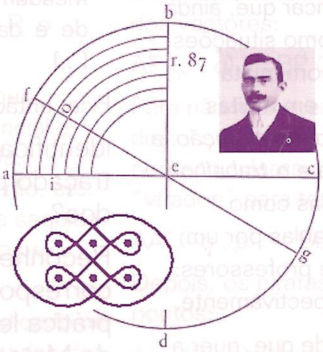


Na Internet poderá encontrar tudo sobre o encontro em: http://correio.cc.fc.ul.pt/~jflm/mes2/mes2.html

Contacto: João Filipe Matos - joao.matos@fc.ul.pt

III - Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática

Este encontro vai realizar-se entre 7 e 12 de Fevereiro de 2000 no Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra. Trata-se de uma realização conjunta do SNHM-SPM, GTHEM-APM, SBHMat-Brasil e do Departamento de Matemática da Universidade de Coimbra.



Para mais informações consulte a página na Internet: http://www.mat.uc.pt/~elbhimat/

PME 24

O PME 24 é um congresso internacional organizado pelo International Group for the Psychology of Mathematics Education e que terá lugar entre 23 e 27 de Julho de 2000 em Hiroshima, no Japão.

Poderá obter informações sobre este encontro em http://www.ipc.hiroshima-u.ac.jp/~pme24

ICME 9

O ICME - International Congress on Mathematical Education - é um encontro internacional que se realiza de quatro em quatro anos. O próximo realiza-se em Tokyo/Makuhari, Japão, de 31 de Julho a 6 de Agosto do ano 2000.

ICME 9
TOKYO/MAKUHARI 2000

Mais informação sobre este encontro poderá ser encontrada em http://www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/

II Simposio de Educación Matemática

No Ano Internacional da Matemática, durante os dias 18, 19 e 20 de Maio, vai realizar-se o II Simposio de Educación Matemática na cidade de Chivilcoy (Argentina).

Este encontro destina-se a docentes e investigadores da área de Educação Matemática.

Contacto: Jorge Enrique Sagula - jsagula@netverk.com.ar

TIME 2000

O TIME 2000, International Conference on Technology In Maths Education realiza-se no ano 2000 em Auckland, na Nova Zelândia, de 11 a 14 de Dezembro.

Este congresso terá como foco o uso da tecnologia nas seguintes áreas: ensino, avaliação, educação à distância, investigação, aprendizagem e resolução de problemas.

Mais informações poderão ser encontradas em http://notes.ait.ac.nz/homepages/appmath/TIME2000 ou http://math.auckland.ac.nz/TIME2000

AERA - 2000

O próximo encontro anual da AERA (American Educational Research Association) será realizado em New Orleans, entre 24 e 28 de Abril do próximo ano e terá como tema Creating Knowledge in the 21st Century: Insights From Multiple Perspectives.

A página do encontro na Internet pode ser vista em http://www.aera.net/meeting/call00/am00call.htm

Quota de 1999

No ano de 1999 o valor da quota é de **6 750$00** para professores, 4 750$00 para estudantes(só se considera estudante quem não aufere qualquer tipo de vencimento) e 7 250$00 para sócios a residir no estrangeiro. Pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1549-003 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou Mastercard , preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ MasterCard ☐

Validade __________ o valor de __________ correspondente a __________
__________ Data __/__/__

Assinatura ______________________

Ficha de Inscrição/Actualização na Associação de Professores de Matemática

Nome: ______________________ Sócio Nº ________

Morada: ______________________

Código Postal: __________ Distrito: __________

Telefone: __________ E-Mail: __________

Data de nascimento: __/__/__ Nº de Contribuinte: __________

Nº do B.I.: __________ Arquivo: __________ Data de Emissão: __/__/__

Ano em que começou a leccionar: __________ Nível de Ensino: __________

Categoria Profissional: __________

Escola: ______________________

Morada: ______________________

Telefone: __________ E-Mail: __________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes do correio, em nome de APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo e-mail:apm@mail.telepac.pt.

Índice