

# Educação e Matemática

Nº 53

Maio/Junho de 1999



Paula Rego, 1990

Preço: 850\$00

O Tempo Passado e Presente

Revista da Associação de Professores de Matemática

# Tempos passados, tempos presentes

A revista Educação e Matemática decidiu, neste número, debruçar-se sobre mudanças ocorridas na nossa sociedade, nas últimas décadas, em particular, sobre transformações registadas na educação, quer no sistema educativo, quer nas escolas e nos currículos.

Muita coisa mudou, em Portugal e no mundo. As regras continuam a mudar e são cada vez maiores os desafios que enfrentamos na sociedade rápida, incerta, insegura e comprimida em que hoje vivemos. Compreender o que se alterou e dar uma direcção significativa a caminhos futuros, requer uma análise realista dos processos de mudança que vivemos, dos seus contextos, das suas vantagens e desvantagens... Quisemos contribuir para esta reflexão, que se quer colectiva, debruçando-nos, hoje, sobre os tempos passados e os tempos presentes.

## Sobre a capa

Para capa da revista escolhemos *O tempo passado e presente*, um quadro da pintora Paula Rêgo, que consta da colecção da Fundação Calouste Gulbenkian e que está exposto, à data da publicação desta revista, no Centro de Arte Moderna daquela Fundação.

A reprodução foi autorizada por Paula Rêgo.

A película foi cedida, gratuitamente, pelo Centro de Arte Moderna da Gulbenkian.

Doou a minha autorização  
para que reproduzem o meu  
quadro "Tempo Passado e Presente"  
na capa da Revista Educação  
e Matemática. obrigada.  
Paula Rêgo  
Lisboa 9 Junho 1999

## Tecnologias na Educação Matemática

A secção Tecnologias na Educação Matemática está já online, nas páginas da APM. Pode encontrá-la no endereço <http://www.apm.pt/apm/edutec.htm>.

## A propósito da revista 52

Por lapso, no Editorial da revista 52, intitulado *Geometria no Currículo e Pensamento Matemático*, foi referido que o seminário *Ensino e aprendizagem da Geometria*, que decorreu de 4 a 5 de Fevereiro de 1999, na Faculdade de Ciências de Lisboa, foi uma realização do Departamento de Matemática. No entanto, este seminário foi, na realidade, promovido pelo Departamento de Educação, através do grupo de Didáctica da Matemática. Resposta a verdade, pelo erro aqui ficam as nossas desculpas.

## Neste número também colaboraram

Alexandra Pinheiro, António Manuel Guerreiro, Cecília Monteiro, Cristina Loureiro, Eunice Regina Silva, Ermelinda Damas, Fernando Nunes, Graciosa Veloso, Lurdes Serrazina, Margarida Baiôa, Paula Reis, Susana Diego.

## Data da publicação

Este número foi publicado em Junho de 1999.

## Correspondência

Associação de Professores de Matemática

Esc. Sup. de Educação de Lisboa Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos, 1500 Lisboa

Tel: (351) (1) 7163690

Fax: (351) (1) 7166424

e-mail: [apm@mail.telepac.pt](mailto:apm@mail.telepac.pt)

## Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Educação e Matemática



Revista de Atividade de Professores de Matemática

n° 53  
Maio/Junho  
de 1999

## EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

**Director**  
Ana Vieira

**Redacção**  
Adelina Precatado  
Ana Maria Boavida  
Ana Paula Canavarro  
Conceição Rodrigues  
Fátima Guimarães  
Fernanda Perez  
Helena Amaral  
Helena Fonseca  
Helena Rocha  
Henrique M. Guimarães  
Lina Brunheira  
Maria José Boia  
Paula Espinha  
Paulo Abrantes

### Colaboradores permanentes

A. J. Franco de Oliveira  
*Matemática*

Eduardo Veloso  
*"Tecnologias na Educação Matemática"*

José Paulo Viana  
*"O problema deste número"*

Lurdes Serrazina  
*A matemática nos primeiros anos*

Maria José Costa  
*História e Ensino da Matemática*

Rui Canário  
*Educação*

**Entidade Proprietária**  
Associação de Professores  
de Matemática

**Tiragem**  
4200 exemplares  
**Periodicidade**  
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun,  
Set/Out, Nov/Dez  
**Montagem, fotolito e impressão**  
Costa e Valério  
N° de Registo: 112807  
N° de Depósito Legal: 91158/95

# Haverá ainda mais alguma coisa para mudar?...

Cecília Monteiro

*A mim foi um professor de Matemática que me estragou a infância... A Matemática, em vez de dar ordem e harmonia à minha pequena alma dócil, enegrecia-a de raiva e de indisciplina sem aurora. Vivía aflito, humilhado, com uma pedra no peito.*

José Gomes Ferreira

Em Abril de 1974, estava eu, e como eu muitos outros professores, a ensinar aos meninos e meninas de 11 anos a resolver equações do tipo  $a+x=b$ ,  $a-x=b$ ,  $x-a=b$  e outras tantas do mesmo tipo onde intervinham a multiplicação e a divisão. Eram seis infernos para eles e para mim uma angústia. Procurava situações que servissem aqueles modelos, que motivassem, mas a ênfase era em última instância na técnica. Alguns alunos "aprendiam" durante o tempo necessário para responderem certo nos testes, outros não. A estes, que iam acumulando assim insucessos, acontecia, provavelmente, interiorizar mais um pouco a ideia de que, ou eram estúpidos ou então não tinham "quedada" para a Matemática.

De então para cá, muita coisa aconteceu que todos nós, que lemos esta revista, vivemos directamente ou aprendemos através de outros. Os programas mudaram, novas ideias foram passando. É já fácil, hoje, encontrarmos alunos de olhos a brilhar numa aula de Matemática, sem medo de arriscarem uma resposta, ousando dar a sua opinião, fazendo perguntas...

Então, será que já não há mais nada para mudar? Bastará esperar que mudem todos aqueles que ainda continuam a provocar humilhações nos alunos ou então se reformem os mais velhos?

Esta pergunta pressupõe que se saiba realmente para onde se quer ir, o que talvez nem sempre seja o caso. Que sabemos nós do mundo daqui a 25 anos? Será que não será necessário ir mudando sempre? Será que se pode parar e dizer, "Já está"!??

Os materiais, as calculadoras, a resolução de problemas, a argumentação já provaram ter efeitos positivos nas aprendizagens e no gosto dos alunos pela Matemática; mas é forçoso ir mais longe. Manipulam-se materiais, e depois, como se faz a passagem do concreto para o formal e o abstracto? Quantas vezes a prática e a experimentação não aparece ainda desligada dos algoritmos e das regras, que se ensinam um pouco como antigamente?

E o que dizer da avaliação dos alunos, a parte curricular mais atrasada, deixada para trás pelos próprios professores, que inovam as estratégias mas por vezes continuam a avaliar com dois testes em cada um dos três trimestres do ano?

Estes são dois exemplos, muito temos que fazer ainda. Pela minha parte, cada ano que passa, olho para a frente e vejo um mundo de coisas a melhorar, a alterar... Provavelmente, o que de melhor aprendi com todos aqueles que me influenciaram na minha formação foi esta inquietação permanente, o não me satisfazer com frases feitas, o olhar para os alunos como gente importante.

Como diz Salman Rushdie, "o mundo não é cíclico, não é eterno nem imutável, mas está em constante transformação, sem voltar atrás, e nós podemos ajudar nessa transformação". Pois é, apesar do movimento pendular que reconhecemos haver na Educação (e já há indícios, na Educação Matemática que o pêndulo está a mudar de sentido), nada será igual, nunca mais voltaremos aos tempos em que a Matemática era mais uma arma para atrofiar e meter medo.

Cecília Monteiro, ESE de Lisboa

Últimas  
publicações

APM

**Fractais no Ensino Secundário**

Ana Paula Canavarro, Cláudia Nunes, Diogo Alves, Sofia Alves

2 000\$00

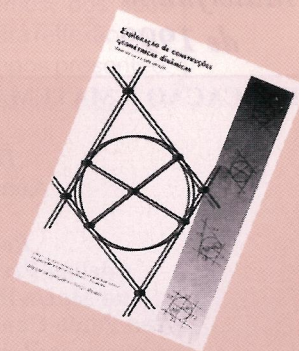


**Exploração de construções geométricas dinâmicas**

Materiais para a sala de aula

Margarida Junqueira, Sérgio Valente

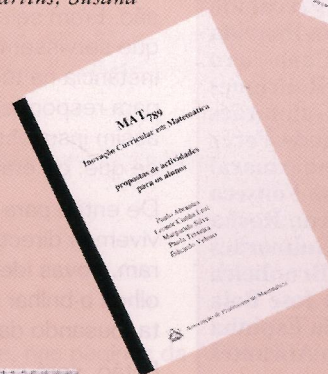
850\$00



**Arte e matemática**

Helena Martinho, Ana Rodrigues, Augusto Barreto, Glória Ferraz, Sandra Martins, Susana Diego, Valéria Silva (org.)

2 000\$00



**Mat789 — Inovação curricular em Matemática**

- Propostas de actividades

Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal, Paula Teixeira, Eduardo Veloso

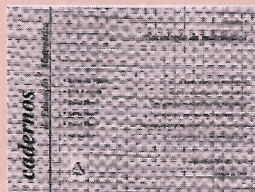
1 200\$00

**Sociologia da matemática**

Cadernos de Educação e Matemática nº 3

Grupo Português de Teoria da Educação Matemática (org.)

700\$00



**Outras edições disponíveis na APM**



**Geometria — Temas actuais**

Eduardo Veloso

3 500\$00



**Mat789 — Inovação curricular em Matemática**

- Textos de Educação

Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal, Paula Teixeira, Eduardo Veloso

750\$00



**The Geometer's Sketchpad**

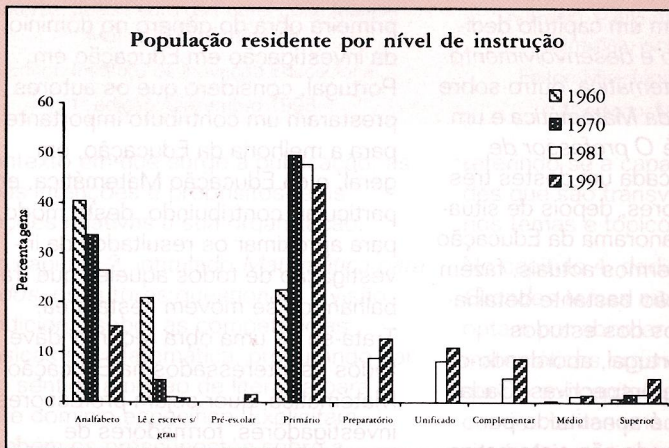
Software didáctico

14 000\$00 (sócios); 35 000\$00 (escolas)

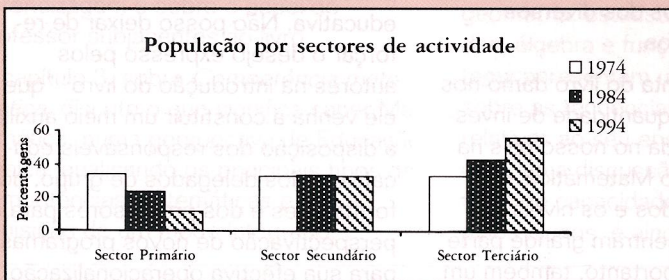
## Tempos passados, tempos presentes

Nesta revista, ainda inspirados pela passagem dos 25 anos do 25 de Abril, decidimos olhar para diversos aspectos da sociedade portuguesa e, em especial, para aqueles que se relacionam com a educação. Para isso, consultámos O Estado e a Educação, de Medina Carreira, e Portugal 1960/1995: Indicadores Sociais, António Barreto e Clara Valadas Preto (Cadernos do Público 7 e 8). Reservámos três páginas da revista para mostrar a evolução, nas últimas décadas, de algumas características da sociedade, dos elementos do sistema educativo (alunos, professores e escolas) e de aspectos económicos associados à educação.

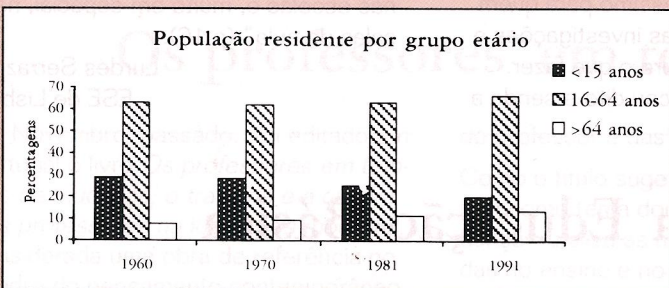
Ana Maria Boavida, Ana Paula Canavarro e Fátima Alonso Guimarães



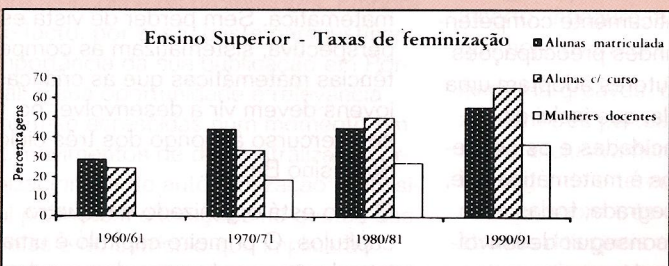
"(...) a população activa portuguesa, no seu conjunto, na década de 1990, ainda exhibe graus de instrução e formação escolar muito baixos. Assim, ainda 66% dos activos têm instrução limitada a quatro anos de escolaridade primária ou menos. Por outro lado, apenas 7% da população activa ou 5% da população residente frequentaram ou completaram um curso superior. O analfabetismo, a cerca de 10%, é ainda alto, o primeiro da Europa." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, p. 37)



"A 'des-ruralização' do país foi muito acelerada, seja por via da emigração para o estrangeiro, seja através das migrações internas de populações para o litoral. (...) A agricultura ocupará, em 1995, menos de 10% da população activa. O sector primário, com perto de 45% do total, em 1960, 'perdeu' mais de um milhão de activos (...). O sector dos serviços ocupa perto de metade da população activa, ainda longe dos 60%, comuns nos países europeus, mas aproximando-se rapidamente desse nível (55% em 1994)." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, pp. 25, 26)

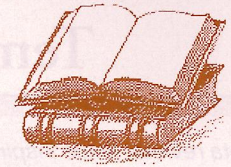


"Os vários indicadores demográficos mostram uma evolução estrutural muito acelerada, no quadro de uma população globalmente estável, desde há 20 anos. A taxa de natalidade baixou fortemente, de 24 para 11 por mil, sendo hoje uma das mais baixas da Europa." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, p. 23)



"Deve salientar-se o facto de as mulheres constituírem a maioria dos estudantes do ensino superior: quase 60% do total, sendo apenas de 29% em 1960. Interessante também é o facto de as mulheres exibirem uma taxa de sucesso ou de conclusão dos cursos, superior aos homens e, com 66%, acima da sua própria percentagem de frequência." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, p. 38)

## Leituras



### Investigação em Educação Matemática: implicações curriculares

Saiu recentemente o livro *Investigação em Educação Matemática: implicações curriculares*, da autoria de João Pedro da Ponte, José Manuel Matos e Paulo Abrantes, editado pelo Instituto de Inovação Educacional, que se debruça sobre a investigação em Educação Matemática realizada em Portugal até final de 1996.

Os autores apresentam uma síntese bastante completa da investigação realizada e iniciam um debate acerca dos seus contributos para o desenvolvimento curricular em Matemática. No entanto, o livro não se limita a sistematizar as questões específicas do desenvolvimento curricular, mas analisa também as referentes às aprendizagens dos alunos, suas concepções e atitudes e ainda, no que se refere aos professores, as que se prendem com as suas concepções, saberes, atitudes, práticas e vivências profissionais. Esta análise tem implícita a contribuição de todos estes aspectos para o currículo.

O livro está organizado em cinco capítulos. Para além da *Introdução* e

da *Conclusão*, tem um capítulo dedicado ao *Currículo e desenvolvimento curricular em Matemática*, outro sobre *A aprendizagem da Matemática* e um outro cujo tema é *O professor de Matemática*. Em cada um destes três capítulos, os autores, depois de situarem o tema no panorama da Educação Matemática em termos actuais, fazem uma sistematização bastante detalhada dos contributos dos estudos realizados em Portugal, abordando-os sobre diferentes perspectivas. Cada um dos capítulos é constituído por várias secções, onde são sistematizados os contributos dos diversos estudos analisados.

Numa leitura atenta do livro damos conta da grande quantidade de investigação já realizada no nosso país na área de Educação Matemática, dos temas mais focados e os níveis de ensino onde se centram grande parte dos estudos. É, portanto, também um auxiliar importantíssimo para quem quer realizar novas investigações e está indeciso sobre o que fazer.

Por tudo o que ficou dito e sendo a

primeira obra do género no domínio da investigação em Educação em Portugal, considero que os autores prestaram um contributo importante para a melhoria da Educação, em geral, e da Educação Matemática, em particular, contribuindo, deste modo, para aproximar os resultados da investigação de todos aqueles que trabalham ou se movem nesta área. Trata-se de uma obra recomendável a todos os interessados na Educação Matemática, quer sejam professores, investigadores, formadores de professores ou decisores da política educativa. Não posso deixar de reforçar o desejo expresso pelos autores na introdução do livro: "que ele venha a constituir um meio auxiliar à disposição dos responsáveis educativos, dos delegados de grupo, dos formadores e dos professores para a perspectivação de novos programas e para sua efectiva operacionalização nas escolas e, muito em especial, nas salas de aula" (p.16).

Lurdes Serrazina  
ESE de Lisboa

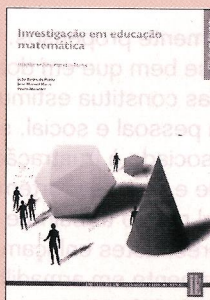
### A Matemática na Educação Básica

O Ministério da Educação editou, em Maio passado, o quinto volume da Colecção Reflexão Participada, desta vez dedicado à Educação Matemática. O livro, intitulado *A Matemática na Educação Básica*, tem como autores Paulo Abrantes, Lurdes Serrazina e Isolina Oliveira, e contou com a colaboração de Cristina Loureiro e Fernando Nunes.

A discussão da ideia do que significa ser hoje matematicamente competente é uma das grandes preocupações deste livro. Os autores adoptam uma perspectiva ampla, que inclui as atitudes, as capacidades e os conhecimentos relativos à matemática que, de uma forma integrada, todas as pessoas devem conseguir desenvolver e ser capazes de usar, ou seja,

uma noção idêntica à de literacia matemática. Sem perder de vista esta perspectiva, sistematizam as competências matemáticas que as crianças e jovens devem vir a desenvolver no seu percurso ao longo dos três ciclos do Ensino Básico.

O livro está organizado em quatro capítulos. O primeiro capítulo é uma introdução, e nele se pode perceber o

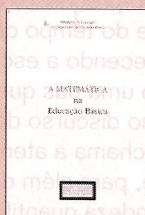


### Investigação em Educação Matemática

Autores: João Pedro da Ponte, José Manuel Matos, Paulo Abrantes

Editor: Instituto de Inovação Educacional

1ª edição: Dezembro 1998

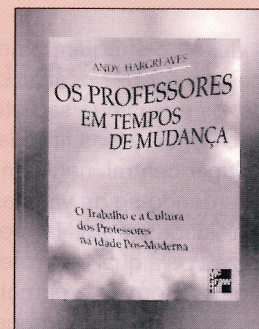


### A Matemática na Educação Básica

Autores: Paulo Abrantes, Lurdes Serrazina, Isolina Oliveira

Editor: Ministério da Educação

1ª edição: Maio 1999



### Os professores em tempos de mudança

Autores: Andy Hargreaves

Editor: Mac GrawHill

1ª edição: Novembro 1998

contexto em que surge a publicação, as suas intenções e propósitos, e as opções relativas à sua organização.

No capítulo 2, intitulado *Matemática para todos*, os autores questionam a visão tradicional sobre as competências básicas em Matemática, procurando dar um sentido à noção de literacia para este domínio específico. Explicitam também os pressupostos sobre a aprendizagem e sobre o papel do professor subjacentes ao livro.

O capítulo 3, sobre *Competência matemática*, discute o que significa saber Matemática, numa perspectiva de Educação Básica, analisando os principais tipos de competências matemáticas e a sua aquisição de um modo integrado, e

referindo-se a capacidades e atitudes que são transversais aos vários temas e tópicos matemáticos.

No capítulo 4, dedicado aos *Grandes temas matemáticos*, optam por abordar os temas matemáticos organizados por quatro subcapítulos, coincidentes com os temas principais dos currículos: números e cálculo, geometria, estatística e probabilidades, álgebra e funções. Para cada tema apresentam uma reflexão sobre as tendências actuais relativas ao seu ensino e aprendizagem, uma discussão dos principais tipos de capacidades a desenvolver pelos alunos, e ainda uma proposta

concreta de competências básicas.

Este documento, que não se assume como uma proposta de alteração dos actuais programas, embora tenha implícita uma leitura crítica dos objectivos destes, constitui um contributo para a reflexão sobre o que se pretende para a formação matemática de todas as crianças e todos os jovens ao longo da educação básica. Conforme dizem os seus autores: "Isso pode sugerir mudanças mas pode também implicar "simplesmente" ver com outros olhos aquilo que, em muitos casos, já procuramos fazer há muito tempo." (p.16)

Ana Paula Canavarro  
Univ. de Évora

## Os professores em tempos de mudança

Em Novembro passado, foi editado em Portugal o livro *Os professores em tempos de mudança: o trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna*, considerada uma obra de referência no quadro do pensamento contemporâneo sobre a escola e os professores. Embora este facto, por si só, baste para justificar a importância da sua publicação em Portugal, a sua oportunidade e relevância tornam-se acrescidas num momento em que movimentos de descentralização organizacional e de autonomização profissional prometem alterações na gestão das escolas e do currículo que implicarão mudanças no modo de conceber o papel

do professor e das escolas.

Como o título sugere, este livro tem como tema dominante a mudança. Analisa as mudanças ocorridas no ensino e no trabalho dos professores no mundo rápido, incerto, inseguro, comprimido, em que hoje vivemos...

Andy Hargreaves, o autor, organiza-a em três partes e dedica a primeira exclusivamente à mudança. Na segunda e terceira, o autor elabora sobre três domínios vitais através dos quais a mudança exerce o seu impacto sobre a natureza

e organização do ensino: o tempo, o trabalho e a cultura dos professores.

Para a análise da mudança, este investigador canadiano, afasta-se do mundo imediato da escola para considerar a sociedade que o rodeia, assumindo que os desafios e as mudanças que os professores enfrentam, não se confinam à educação mas enraizam-se na transição socio-histórica da modernidade para a pós-modernidade. Inflecte, porém, constantemente para o mundo educativo onde, não obstante serem bastante badalados os efeitos da

mudança, acontece frequentemente aquilo a que chama deslocação das finalidades: os meios que são utilizados para perseguir essas finalidades ocupam o lugar central, negligenciando-se ou perdendo-se de vista as próprias finalidades. Para Hargreaves esta é a razão pela qual os professores, sujeitos a reformas e perante inovações, se questionam frequentemente sobre os seus propósitos, utilidade e necessidade.

Nos quatro capítulos que compõe a primeira parte do livro, e numa tentativa de procurar o sentido para a mudança educativa, Hargreaves disserta sobre o processo, o discurso, o pretexto e o contexto da e para a mudança. O pretexto para qualquer mudança surge, para este autor, associado ao mal-estar e à crise da modernidade que, nos anos 70, se começa a instalar. A crise do petróleo e o advento das nações industriais não ocidentais de mão de obra barata, são apontadas como causas da crise, tendo tido reflexos fortíssimos na segurança social e na educação dos países ocidentais. De facto, as organizações dos estados são culpadas pela ineficiência e injustiça social começando a ser sujeitas a grandes pressões para mudarem. O autor descreve ainda o contexto da mudança apresentando, com grande profundidade, as sete dimensões que considera simultaneamente causa e consequência da condição pós-moderna: a flexibilidade ocupacional e a complexidade organizacional; a dúvida e insegurança nacionais; a incerteza moral e científica; a fluidez organizacional; a ansiedade pessoal; a sofisticação e a complexidade tecnológica; e a compressão do espaço e do tempo. Mas vai mais longe, demonstra o seu carácter paradoxal, e articula as mudanças ocorridas, actualmente, nas nossas sociedades com os desafios, as ironias e as contradições que delas podem advir para a educação. Dito de outro modo, relaciona as transformações que se registam ou se deviam registar no trabalho do professor, e no modo como as escolas estão organizadas, com as alterações que se vão passando à sua volta.

Na segunda parte, Hargreaves debruça-se sobre o processo de mudança do trabalho e do tempo dos professores. Reconhecendo a escassez do tempo como uma das queixas mais frequentes no discurso dos professores, o autor chama a atenção para o facto de que, para além de o tempo ser uma grandeza quantificável e objectiva, é também uma percepção, tendo, pessoas diferentes, sentidos diferentes do tempo. Estas variações subjectivas, baseadas nos aspectos da vida dos professores, não são tidas em conta nas escolas, onde o tempo é concebido como exterior. O autor apresenta quatro abordagens teóricas que podem permitir perceber o que é o tempo no ensino: a dimensão técnico-racional, subjectiva, sociopolítica e fenomenológica. Sobre o trabalho dos professores, Hargreaves examina algumas alegações, segundo as quais a experiência e a organização do tempo dos professores mudaram, elas próprias, em função do seu tempo. Coloca em confronto as duas perspectivas que na investigação mais frequentemente surgem sobre o trabalho dos professores: a tese da profissionalização, na qual o ensino vai sendo mais complexo, mas também mais qualificado, pelo que se tem avançado no sentido de um maior profissionalismo dos professores; a tese da intensificação, outra perspectiva na pesquisa educacional que apresenta o trabalho do professor mais rotineiro, desqualificado e proletarizado. O autor debruça-se particularmente sobre esta última tese e interroga-a pelas vozes dos próprios professores que consideram a intensificação a perspectiva que mais se adequa para explicar actualmente o seu trabalho.

Ainda na segunda parte do livro, o autor debruça-se sobre as emoções, considerando-as o coração do ensino, ainda que sejam pouco contempladas nos trabalhos sobre os professores. Hargreaves constata que, ao falarem do seu trabalho, os professores referem constantemente a ansiedade, a frustração e a culpa e centra-se precisamente nesta última emoção, dado que os professores lhe são

particularmente propensos. Este sentimento, se bem que em doses moderadas constitua estímulo de mudança pessoal e social, surge muito associado à frustração e à ansiedade e torna-se fortemente prejudicial para o trabalho e para os professores. Estes enlaçam-se frequentemente em armadilhas de culpa devido à forma como o trabalho docente está estruturado, às excessivas exigências e às expectativas irrealistas que são criadas e ainda à natureza incerta, aberta e multivariável do ensino. Porém, para o autor, o professor pode contornar, ou pelo menos minimizar, essas armadilhas, construindo culturas profissionais de colaboração. Dá assim o mote para a terceira e última parte do livro.

Nesta terceira parte, Hargreaves debruça-se sobre o papel que as culturas docentes têm desempenhado na mudança educativa. Demarcando-se de discursos simplistas e redutores que apresentam as culturas de colaboração como a solução organizacional para os problemas da escola contemporânea, apresenta argumentos contra e a seu favor, discute os seus significados e as suas realizações e consequências. Não deixando de referir a colaboração como a pedra angular das organizações pós-modernas, dá a conhecer, através das vozes dos próprios professores, exemplos de duas escolas em que culturas de colaboração foram assimiladas e transformadas em formas organizacionais onde prevalece a departamentalização, hierarquia e diferenças de *status* disciplinar. Argumenta, então, a este propósito, que, para evitar este tipo de cultura balcanizada, são precisas configurações organizacionais e relacionais pós-modernas apontando a necessidade de reestruturação educativa. Contudo, mais do que fazer com que a reestruturação funcione, o autor considera que interessa discutir para o que ela serve e o que está em causa para além dela. É isto que Hargreaves faz. É assim que considera podem-se vislumbrar caminhos prometedores para o futuro.

Fátima Alonso Guimarães  
EB 2, 3 de Telheiras, Lisboa



# www.apm.pt em Junho de 1999\*

Alexandra Pinheiro  
Fernando Nunes

Há cerca de dois anos e meio, alguns sócios da APM, vislumbrando as potencialidades que a Internet pode ter na informação, comunicação e interacção no âmbito da comunidade da Educação Matemática, decidiram começar um projecto que consistiria na criação e desenvolvimento de um local virtual da APM. Nas suas linhas gerais, estas continuam a ser as preocupações dos responsáveis por esse projecto.

A utilização educativa da Internet, ainda é, pode afirmar-se, uma "novidade" e algo que para a maioria dos potenciais utilizadores se revela um pouco distante. A juntar a isso, existe uma necessidade de abrir perspectivas inovadoras e de enfrentar problemas realmente originais. Seguindo as linhas gerais traçadas no projecto,

foram-se descobrindo alguns aspectos que não tinham sido pensados ou equacionados na sua concepção. Daqui resultou o aparecimento de novas alternativas que fizeram nascer realizações que não constavam explicitamente da proposta original, ou a reformulação de aspectos incluídos nessa proposta, embora as alterações possam ser consideradas de pormenor, já que se relacionaram sempre com as grandes linhas de força definidas.

Este artigo pretende dar conta do que actualmente pode encontrar nas páginas da APM e de algumas ideias a desenvolver num futuro próximo.

## Local virtual da APM

A construção do local tem sido progressiva. Importa salientar que esta construção, a manutenção e dinamização das páginas, relativas à actividade e recursos educacionais da APM, só tem sido possível com o envolvimento de uma comunidade de utilizadores, em particular dos sócios da APM (fig. 1).

No local virtual da APM poderá encontrar informações sobre a Associação e a sua actividade, serviços, endereços comentados de locais relacionados com a matemática e a Educação Matemática existentes na rede, além do Fórum Pedro Nunes. Esta última parte está organizada em três vertentes, *Investiga e Partilha*, *Pergunta Agora* e *Actividades e Recursos*.

Especificamente, encontra os seguintes títulos:

- **Núcleos da APM:** estão disponíveis na rede quatro núcleos (Açores, Évora, Porto e Vila Real). Nestas páginas, que são da responsabilidade

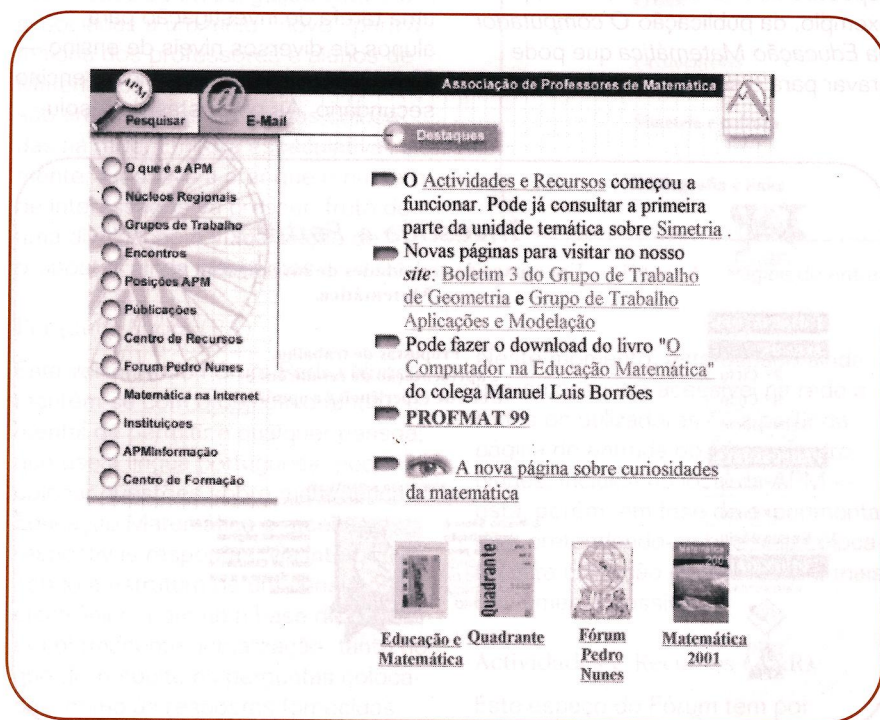


Figura 1 - Página principal da APM

da coordenação dos núcleos, encontra-se informação sobre a sua actividade, contactos, iniciativas que desenvolvem nas suas regiões, etc, além da possibilidade de contacto.

- **Grupos de Trabalho da APM:** tal como nos núcleos é a equipa coordenadora de cada grupo de trabalho a responsável pela concepção das suas páginas. Actualmente, encontram-se disponíveis as páginas dos grupos de trabalhos de Geometria, Aplicações e Modelação, Investigação, 2001 e T3, que apresentam dados relativos à sua actividade.

- **APM Informação:** boletins informativos da APM *on-line*, desde o n° 41.

- **Educação e Matemática:** tem os títulos dos artigos e os respectivos editoriais, além das secções, desde a revista 45. Está também disponível a informação de como colaborar com a revista.

- **Quadrante:** revista de investigação da APM que tem os títulos dos artigos de todas as revistas e futuramente os respectivos resumos. A página desta revista tem ainda informação sobre a sua concepção e sobre a maneira como se pode colaborar com a *Quadrante*.

- **Publicações:** nesta página encontra-se uma lista de publicações, da APM e não só, que estão disponíveis para serem vendidas, bem como toda a informação relativa à sua aquisição.

- **Posições da APM:** neste espaço encontram-se todas as posições e pareceres da APM sobre questões de política educativa (currículos, programas, formação, etc), existindo a possibilidade de gravar no seu computador os textos integrais.

- **Encontros:** é neste espaço que estão enunciados os encontros regionais da APM e o ProfMat, que tem um espaço próprio, a par da divulgação de outros encontros e seminários, nacionais e internacionais, relacionados com a Educação Matemática.

- **Centro de Formação:** pode-se encontrar na Internet toda a actividade do Centro, a formação que disponibili-

za para todos os professores de Matemática, em particular para os sócios da APM e ligações para locais destinados à formação contínua.

- **Instituições:** lista de ligações para locais existentes na rede de diversos organismos relacionados com a educação e com a matemática, incluindo associações de professores, sociedades científicas, universidades, escolas superiores de educação e instituições governamentais.

- **Curiosidades matemáticas:** espaço onde encontra pequenos textos relativos a assuntos matemáticos interessantes, e que o podem levar a reflectir.

- **Informação matemática na Internet:** encontra-se disponível e está organizada em ligações para locais de organizações nacionais e internacionais relacionadas com a matemática e Educação Matemática, incluindo arquivos matemáticos, associações de professores e associações científicas. Além disso, vários colegas já contribuíram para a ampliação desta lista com algumas sugestões.

Pode ainda encontrar mais alguns aspectos de interesse. É o caso, por exemplo, da publicação *O computador na Educação Matemática* que pode gravar para o seu computador.

## Fórum Pedro Nunes

O Fórum Pedro Nunes é uma parte essencial do projecto. O seu grande objectivo é criar um meio de interacção e de colaboração electrónica entre alunos, professores e demais comunidade, que estimule o desenvolvimento de actividades matemáticas significativas nos diferentes níveis de escolaridade e favoreça o debate sobre a sua utilização educativa. Como anteriormente foi referido, integra três vertentes, *Investiga e Partilha*, *Pergunta Agora* e *Actividades e Recursos*.

### Investiga e Partilha (I&P)

O I&P é um espaço dedicado à promoção de actividades de investigação matemática e à discussão sobre estas actividades e sobre a sua realização na escola e o respectivo valor educativo. Pretende-se assim proporcionar experiências matemáticas ricas e diversificadas aos alunos de diversos níveis de ensino, contribuindo para alargar a sua noção do que é a actividade e a cultura matemática (fig. 2)

Deste modo, o I&P começa por propor, com uma periodicidade trimestral, uma tarefa de investigação para alunos de diversos níveis de ensino — 2º e 3º ciclo do ensino básico e ensino secundário. As propostas de resolu-

**Investiga & Partilha**  
Um espaço de actividades de investigação em Matemática.

Propostas de trabalho, apresentação de resoluções e troca de experiências e opiniões.

INVESTIGA & PARTILHA foi distinguida com o MOCHO SÁBIO

O Mocho Sábio é uma distinção promovida pelo SÓCIEDADES-CENTRO DE COMPETÊNCIA NACIONAL,

destinada a premiar as melhores páginas [www](http://www) relacionadas com as Ciências, o seu Ensino e a sua História.

Mocho Sábio

CONTACTOR

APM

Figura 2 - Página de entrada do Investiga e Partilha

## Escola

ção são enviadas por correio electrónico. São feitos comentários a estas respostas por uma equipa de professores, e enviados directamente aos seus autores, também por via electrónica. As respostas consideradas mais significativas são colocadas na rede para posterior consulta por parte do público em geral. O ciclo prossegue com a afixação de novas tarefas para investigação, a recepção de novas respostas, o seu comentário directo e a afixação de um conjunto seleccionado de respostas.

Em paralelo, promovem-se dois espaços de discussão. Um é especialmente dedicado aos professores, onde se pretende promover a troca de experiências e a reflexão entre os docentes que têm orientado este tipo de actividades, nomeadamente os aspectos práticos da sua concretização. O outro espaço tem o nome de *Comunidade*. Pretende-se aqui promover o debate com todos os interessados sobre o valor educativo das actividades de investigação e o papel que podem ter na formação dos jovens portugueses.

Pode afirmar-se que, apesar de as actividades de investigação estarem associadas a um meio "novo" para a maioria dos professores e alunos de Matemática, se tem notado uma adesão crescente às propostas colocadas na rede. Embora especulativamente, tudo leva a crer que o número de interessados vá crescer, fruto de uma divulgação e vulgarização de propostas ainda inovadoras.

## Pergunta Agora (PA)

Esta vertente do Fórum Pedro Nunes mantém-se com o objectivo fundamental de permitir a qualquer pessoa, que use a língua portuguesa, poder colocar questões sobre matemática e Educação Matemática e receba as respectivas respostas, via Internet. Tendo a estrutura de um consultório electrónico, com uma base de dados em permanente actualização, tanto no que diz respeito às perguntas colocadas, como às respostas fornecidas, será organizado segundo ciclos de ensino e temas matemáticos (fig. 3).

Figura 3 - Página de entrada do Pergunte Agora

Figura 4 - Página de entrada da unidade temática Simetria

Neste momento, este espaço ainda não se encontra acessível na rede a todos os utilizadores — a partir da página de entrada do Fórum Pedro Nunes, incluída no local da APM — está, porém, em fase de experimentação, pretendendo-se que seja colocado para utilização generalizada o mais brevemente possível.

## Actividades e Recursos (A&amp;R)

Este espaço do Fórum tem por objectivo o desenvolvimento de recursos de apoio à aprendizagem e

ensino da Matemática, através da elaboração e organização de unidades temáticas, actividades para a aula de Matemática e recursos já existentes na Internet.

O trabalho iniciou-se com a elaboração de uma unidade temática — Simetria (fig.4). Foram escolhidos os sub-temas desta unidade: Simetria — um conceito unificador; Padrões; Frisos; Pavimentações; Simetria e Cultura e Bibliografia, que incluem fundamentação teórica, propostas de actividades, notas históricas e liga-

ções para outras páginas relativas ao tema.

Uma outra actividade que se pretende desenvolver inclui a selecção, a tradução e a adaptação de outras unidades, lições de Matemática e actividades existentes na rede, organizando-as por níveis de escolaridade, pois existem numerosas propostas nesta área, sobretudo em inglês, cuja a qualidade é muito diversa.

Por tudo isto, pretende-se constituir uma comunidade não apenas de utilizadores, mas também de produtores, fomentando a construção de outras unidades temáticas.

### Perspectivas para o futuro

Como foi já referido, ao longo do projecto foram sendo equacionadas as suas potencialidades, o que levou a perceber a necessidade de desenvolver algumas das suas áreas bem como a criação de novas.

Além do que já foi anteriormente dito, em particular no que respeita ao Fórum Pedro Nunes, pretende-se neste ponto dar uma ideia das realizações a concretizar no futuro. Assim, na área da prestação de serviços passará a ser possível aos sócios da APM encomendarem ou requisitarem as publicações e materiais disponíveis, através de formulário criado para o efeito. Também passarão a ser divulgados os concursos que apoiam o desenvolvimento de projectos na área da educação.

Na área das publicações, serão divulgados os resumos das teses publicadas na APM desde 1996.

A criação de fóruns de discussão temáticos, previstos para entrarem em funcionamento a breve prazo, irá permitir que um maior número de sócios contribua para a discussão de assuntos pertinentes, relacionados com a Educação Matemática.

Os pareceres da APM poderão beneficiar da existência deste fóruns, ao possibilitarem a expressão de opiniões e de pontos de vista a um leque mais amplo de pessoas.

### Epílogo

Se a quantidade de informação se apresenta como uma característica a explorar na utilização educativa da Internet, parece ser limitado ficar neste nível. A existência de qualidades diferentes das fornecidas por outros meios devem ser aproveitadas. De facto, a interacção que os diversos actores educativos podem exercer, com base na Internet, deverá ser uma das principais preocupações e deverá nortear o trabalho futuro.

Neste sentido, está aberta a possibilidade de colaboração no crescimento do local virtual da APM a qualquer sócio: desde a participação em fóruns de discussão, ao envio de mensagens electrónicas, da indicação de sítios pertinentes para a nossa actividade profissional, do trabalho com alunos nas actividades do *Investiga e Partilha*, à elaboração de propostas (actividades e unidades temáticas) para o *Actividades e Recursos*, até ao envio de curiosidades matemáticas ou à disponibilização de materiais originais. De facto, várias são as maneiras de participar na vida, que se pretende cada vez mais activa e cheia, das páginas da APM.

Alexandra Pinheiro  
ES Marquês de Pombal  
Fernando Nunes  
EB 2, 3 Marquesa de Alorna

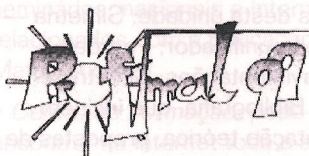
\* É aconselhada a leitura deste artigo acompanhada do visionamento das páginas no computador

## Materiais para a aula de Matemática



A actividade proposta foi adaptada de uma outra elaborada por Ana Paula Canavarro (Univ. de Évora) e Maria Cristina Canavarro (ESA de Castelo Branco), no âmbito de um grupo de trabalho sobre *Correlação entre variáveis* que dinamizaram no ProfMat 96, em Almada. Depois disso, já muitos alunos realizaram a referida actividade, recorrendo sempre a uma calculadora gráfica ou a um computador para apoiar, sobretudo, a procura de uma resposta à questão 4. Esta implica o estudo da correlação entre as variáveis tempo e crescimento natural, e a procura de um modelo matemático, que poderá ser a recta de regressão ou outro que os alunos se lembrem de explorar. A actividade é, portanto, adequada a alunos do 10º ano de escolaridade, em particular no capítulo da Estatística, mas pode também sugerir uma tarefa de modelação matemática interessante para alunos mais velhos. É um exemplo de como os dados estatísticos que estão ao nosso alcance sobre situações reais podem ser usados de forma muito simples, possibilitando que os alunos reconheçam a aplicabilidade da Matemática à realidade e permitindo um melhor conhecimento do mundo através da Matemática.

Nesta revista, procuramos olhar para alguns aspectos da realidade, desde o passado recente até à actualidade. É precisamente por abordar o crescimento natural da população nos últimos trinta anos que aqui incluímos esta actividade. É mais um olhar sobre os tempos passados e os tempos presentes!



O ProfMat 99 realiza-se de 10 a 13 de Novembro na Escola Secundária Poeta António Aleixo, em Portimão. O 1º primeiro prazo de inscrição já terminou mas ainda vai a tempo de participar. Para mais informações, contacte profmat99@yahoo.com. O endereço da página electrónica é <http://www.terravista.pt/MeiaPraia/1299>.

Escola.....

Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

## Estamos a ficar mais velhos...

Um dos problemas a que o EUROSTAT tem vindo a dedicar bastante atenção nos últimos anos é o da evolução da população. Na tabela seguinte apresentam-se os valores relativos aos nascimentos e mortes, por cada 1000 habitantes, que ocorreram na Comunidade Europeia entre 1960 e 1990 (Fonte: Estatísticas Demográficas, EUROSTAT, 1992).

Anos	Nascimentos (‰)	Mortes (‰)
1960	18.5	10.5
1965	18.7	10.6
1970	16.4	10.6
1975	13.8	10.7
1980	13.0	10.3
1985	11.8	10.3
1990	12	10

1. A partir dos dados fornecidos, estuda a evolução da variável nascimentos, representando graficamente os dados respectivos. Discute as razões da variação que se verificou neste caso.
2. Faz agora um estudo semelhante para a variável mortes. Como se tem comportado esta variável? A que se poderá dever a sua variação ao longo dos anos?
3. Constrói a tabela que representa o crescimento natural da população na CE ao longo dos anos, obtendo os valores, para cada ano, através da diferença entre os nascimentos e as mortes.
4. Representa os dados numa nuvem de pontos. O que te sugere o gráfico? Consegues construir um modelo matemático que permita fazer previsões sobre a evolução populacional? Qual será, segundo o teu modelo, a previsão para 2050? Discute a sua validade.

# Tempos passados...

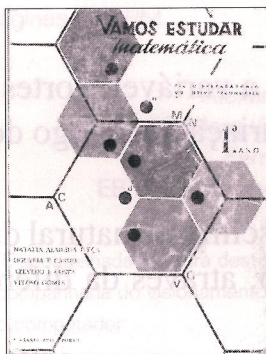
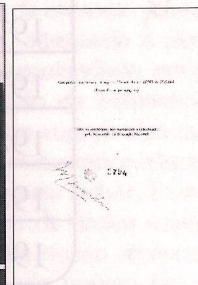
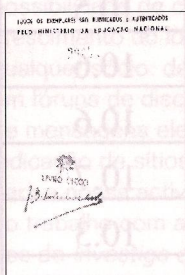
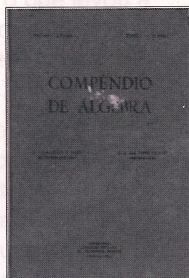


Com o intuito de olhar para o tempo passado e para o tempo presente, confrontámos o que acontecia em 1974 e o que se passa em 1999 relativamente aos manuais escolares, às calculadoras e aos materiais no ensino da Matemática. Considerámos estes aspectos por nos parecer que em relação a eles existem diferenças extraordinárias, quer ao nível da oferta disponível no mercado, quer ao nível daquilo do que os programas consagram. Para isso consultámos documentos oficiais, fontes diversas e alguns colegas mais antigos. Apresentamos aqui alguns dos resultados desta pesquisa que nos pareceram mais interessantes.

Ana Maria Boavida, Ana Paula Canavarro e Fátima Alonso Guimarães

## Os manuais escolares em 1974

### a herança da política do livro único



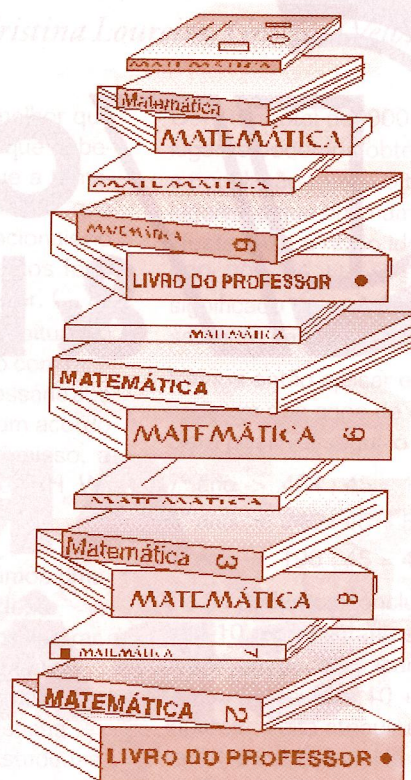
## ... tempos presentes

### Os manuais escolares em 1999

**a grande diversidade**

**a escolha feita pelas escolas**

**a adopção renovável em 3 ou 4 anos**



Dora Peitinha

"...impõe-se a definição de uma política de manuais escolares que, salvaguardando o direito de alunos e professores recorrerem a outras fontes de informação facilitadoras do processo de conhecimento, se oriente pelo seguinte conjunto de objectivos:

- Garantir a estabilidade dos manuais escolares, de modo a respeitar os interesses das famílias com vários filhos em idade escolar, mas sem limitar o processo de inovação pedagógica, mediante a definição de um período de vigência dos programas de ensino e dos correspondentes manuais;
- Assegurar a qualidade científica e pedagógica dos manuais escolares a adoptar para cada nível de ensino e disciplina ou a área disciplinar, através de um sistema de apreciação e controlo;
- Reconhecer os benefícios da diversidade de iniciativas editoriais de manuais escolares, mas assumindo o Ministério da Educação o encargo de suprir a sua carência pela promoção, se necessário, da elaboração editorial de manuais escolares;
- Reconhecer a competência pedagógica dos órgãos de gestão das escolas na escolha e adopção dos manuais escolares que consideram mais adequados ao seu projecto educativo;
- Apoiar as escolas no processo de escolha e adopção de manuais escolares, facultando-lhes instrumentos de selecção ;
- .... "

(Decreto-Lei n°369/90 de 26 de Novembro)





# Socialmente falando a matemática também conta

*Cristina Loureiro, Graciosa Veloso e Paula Reis*

"Uma boa decisão é a melhor que pudermos tomar com o que sabemos no momento em que a tomamos. Se fizermos o melhor que pudermos, e se formos racionais no nosso pensamento, teremos feito tudo o que seria de esperar. (...)

Isto acontece porque esta situação não pode ser resolvida só com raciocínio matemático. É necessário aos intervenientes chegar a um acordo de negociação e compromisso, a lógica só não é suficiente." (H. W. Lewis, 1997, p.viii)

No ProfMat 98, apresentámos uma comunicação com o título deste artigo, em que pretendemos ilustrar a importância social da matemática discutindo problemas e actividades de aplicação a situações realísticas. Estas situações são hoje estudadas no âmbito da matemática discreta, uma área da matemática que não é nova, embora seja pouco conhecida, mas que está actualmente em franco desenvolvimento. Este deve-se às suas aplicações à economia, gestão, ciências sociais, informática e também à evolução da tecnologia. As situações que vamos apresentar, e que foram exploradas por alunos dos cursos de formação de professores de Matemática, são adequadas a alunos da escolaridade básica.

## **Atribuição de lugares numa assembleia**

Numa escola do 3º Ciclo vai ser criada uma assembleia de alunos com 20 lugares. Em cada ano de escolaridade, 7º, 8º e 9º há 464, 240 e 196 alunos, respectivamente. Como fazer a distribuição do número de lugares, por ano de escolaridade, de modo que os alunos de cada ano fiquem satisfeitos com a sua representação?

Com um total de 900 alunos e de 20 lugares podemos obter a razão entre a população total e o número de lugares a que chamamos razão ideal. Neste caso a razão ideal é 45 porque  $900 : 20 = 45$ . Nesta situação, o significado da razão ideal é 1 representante para cada 45 pessoas.

Vamos então aplicar este critério a cada um dos anos de escolaridade. Será possível segui-lo totalmente?

7º ano ->  $464 : 45 = 10,31$  alunos

8º ano ->  $240 : 45 = 5,33$  alunos

9º ano ->  $196 : 45 = 4,36$  alunos

Daqui podemos concluir que o 7º ano terá 10 representantes, o 8º ano terá 5 e 9º ano terá 4. Ficam, no entanto, apenas atribuídos  $10 + 5 + 4 = 19$  lugares. Falta atribuir um representante e 1 é indivisível. Há que decidir a qual dos anos será atribuído.

Poderíamos ser tentados a atribuir esse representante ao 9º ano, visto ser este que corresponde à razão ideal com maior parte decimal. Este cenário corresponderia a uma distribuição em que o 8º e o 9º anos, embora com número diferente de alunos, teriam o mesmo número de representantes, o que pode gerar alguma estranheza. De qualquer forma, este critério é aceitável e está fundamentado do ponto de vista quantitativo.

Assim, começa-se a ter consciência que é impossível tomar uma decisão totalmente justa, o que se pretende é um critério independente de qualquer característica qualitativa do grupo, por exemplo, são do 9º ano, portanto são mais maduros logo merecem mais ter esse representante. Temos muita tendência para cair em critérios desta natureza e a matemática pode ajudar a evitar este tipo de tentação.

O poder da matemática vai para além dos contextos e por isso temos de nos libertar deles. Uma das características da matemática é possibilitar-nos construir critérios objectivos e independentes.

Vejamos como os alunos de um curso de formação inicial resolveram esta dificuldade. Um dos grupos fez o seguinte comentário:

O que está em jogo são pessoas e são lugares, uns e outros só podem ser representados por elementos do conjunto dos inteiros. As operações adequadas são operações dos inteiros, portanto a divisão dos inteiros, com quociente e resto, e não a divisão dos reais, por isso as décimas não interessam.

Os alunos que fizeram este raciocínio foram incapazes de aceitar um critério que se apoiasse apenas na comparação das partes decimais, apesar de este ser um critério de uso habitual.

Nesta situação, os alunos rejeitaram este critério porque trabalharam com números cujo significado conheciam. Na nossa opinião a justificação da rejeição é matemática. Para estes alunos, a parte inteira e a parte decimal dos números podem ter significados diferentes. Estes alunos estão a distinguir os conceitos de divisão inteira e de divisão exacta. Na primeira, o quociente e o resto têm significado, na segunda não há resto, por isso este não tem significado. 5 a dividir por 2 pode dar 2,5 (divisão exacta) mas pode dar quociente 2 e resto 1 (divisão inteira).

Esta constatação foi para nós tanto mais importante quanto estes alunos vão ser professores em níveis de escolaridade onde se trabalham estes dois conceitos e não há, nos programas, a preocupação em os distinguir.

Outro grupo comentou:

Olhando para as partes decimais e atribuindo mais 1 lugar ao que tem maior parte decimal daria  
 $196 \rightarrow 4+1 = 5$  representantes  
 $464 \rightarrow 10$  representantes mas 196 é muito menos de metade de 464, e assim um grupo de 196 alunos tem metade dos representantes de um grupo de 464, isto não é justo.

Este facto levou os alunos a rejeitarem o critério de atribuição do lugar sobran-te pela maior parte decimal.

Não é uma rejeição baseada exclusivamente em argumentos matemáticos, ela está intimamente ligada com esta situação específica e com estes valores específicos. Optámos por designar esta justificação como social, pois a argumentação não é matemática mas sim social.

Para uma apropriação dos processos e das resoluções tem que haver contextos porque é neles que nos apercebemos das falhas de aplicação nas ideias matemáticas. Mas o poder da matemática vai para além dos contextos e por isso temos que nos libertar deles.

Este problema foi resolvido numa fase de trabalho dos alunos em que a preocupação matemática era a obtenção de algoritmos. O esforço dos alunos foi, assim, estimulado no sentido de procurarem um processo algorítmico, isto é, independente desta situação particular e do contexto, portanto utilizável em qualquer outra situação do mesmo tipo e por isso generalizável.

As circunstâncias particulares deste problema (grupos de alunos e número de representantes) não podia condicionar nenhuma das etapas do processo. Este problema podia ser, por exemplo, relativo ao número de habitantes por regiões e os seus representantes numa assembleia nacional.

Mas voltemos ao problema porque é interessante ver como os alunos acabaram por resolvê-lo. Vamos ver o que acontece se tivermos 1 representante por cada 44 alunos. Optando pela divisão inteira obtemos:

$$7^\circ \text{ ano} \rightarrow 464 : 44 = 10 \quad R = 24$$

$$8^\circ \text{ ano} \rightarrow 240 : 44 = 5 \quad R = 20$$

$$9^\circ \text{ ano} \rightarrow 196 : 44 = 4 \quad R = 20$$

Observamos que continuam atribuídos apenas 19 lugares. Como se pode confirmar, fazendo os cálculos, obtém-se ainda o mesmo número de lugares atribuídos para o divisor 43. Mas para 42 isso já não se verifica:

$$7^\circ \text{ ano} \rightarrow 464 : 42 = 11 \quad R = 2$$

$$8^\circ \text{ ano} \rightarrow 240 : 42 = 5 \quad R = 30$$

$$9^\circ \text{ ano} \rightarrow 196 : 42 = 4 \quad R = 28$$

Estes valores permitem-nos ter os 20 lugares atribuídos. É um outro critério que nos dá uma distribuição dos representantes diferente da inicial.

Em síntese, pelo primeiro (razão 45 associado ao valor do resto) e por este último critério teríamos as seguintes distribuições:

	1º critério	2º critério
7º ano	10	11
8º ano	5	5
9º ano	5	4

São decisões diferentes, baseadas em critérios independentes das características dos grupos. Não existindo uma decisão certa e outra errada, há, pelo menos, duas decisões igualmente aceitáveis. Outras pessoas poderiam encontrar outros critérios igualmente válidos.

A situação que seguidamente apresentamos é relativa a eleições. Como se irá mostrar, o critério eleitoral adoptado é de extrema importância, influenciando geralmente o resultado do escrutínio. Estes critérios são matemáticos e podem suportar discussões muito interessantes em que sobressai a importância social da matemática, nomeadamente no referente a haver mais que uma resposta adequada a uma situação.

### Escolha do presidente da mesa da assembleia de alunos

Cada um dos 3 anos de escolaridade tem direito a um representante na mesa da assembleia eleita. De entre os três representantes, A, B e C, a assembleia dos 20 alunos tem de escolher o presidente. Todos os membros fazem uma seriação destes 3 candidatos, como mostra o esquema.

A	A	B	C
B	C	C	B
C	B	A	A
8	1	4	7

Qual deve ser o presidente?

O esquema indica que 8 alunos apresentaram a seriação (A, B, C), 1 aluno apresentou (A, C, B), 4 alunos apresentaram (B, C, A) e 7 alunos (C, B, A). Cada seriação deve ser lida

como fazemos neste exemplo: houve 8 alunos que escolheram A em primeiro lugar, B em segundo lugar e C em terceiro. Podia-se ter combinado a representação da ordenação seguindo o sentido contrário. A tabela seguinte foi feita com a informação sistematizada no esquema anterior e mostra a distribuição da seriação:

	A	B	C
1°	9	4	7
2°	0	15	5
3°	11	1	8

Será indiscutível qual dos candidatos vai ser presidente? Veremos que não, pois depende do critério adoptado.

Um cenário possível é atribuir a presidência ao representante A, pois foi o escolhido mais vezes em primeiro lugar — critério de maioria simples.

Contudo é aceitável a crítica de que pode não ser A o presidente, uma vez que também foi o candidato mais rejeitado (11 vezes em terceiro lugar). Esta crítica pode ser encarada matematicamente resolvendo atribuir peso a cada uma das três posições possíveis na seriação e calcular a pontuação de cada candidato por um processo de ponderação. Atribuindo peso 3 ao primeiro lugar, peso 2 ao segundo e peso 1 ao terceiro, a pontuação de cada um dos candidatos será:

$$A \rightarrow 8 \times 3 + 1 \times 3 + 0 \times 2 + 4 \times 1 + 7 \times 1 = 38$$

$$B \rightarrow 4 \times 3 + 8 \times 2 + 7 \times 2 + 1 \times 1 = 43$$

$$C \rightarrow 7 \times 3 + 1 \times 2 + 4 \times 2 + 8 \times 1 = 39$$

Segundo este critério seria B o presidente da assembleia — critério de Borda (1733-1799). Mas ainda é possível adoptar outros critérios, que eventualmente conduzirão a ordenações diferentes:

- Elimina-se o que ocupa o primeiro lugar menor número de vezes. Neste caso elimina-se B nas 4 seriações;
- Actualizam-se todas as ordenações e repete-se o processo eliminatório até obter o primeiro lugar. C figura 11 vezes acima de A e portanto C é escolhido — método sequencial de eliminação.

Em síntese, relativamente a esta situação, obtivemos: presidente A,

pelo critério de maioria simples; presidente B pelo critério de Borda; presidente C pelo método de eliminação. Trabalhámos uma situação que conduziu, conforme o critério utilizado, a três decisões, em que caminhos matemáticos diferentes basearam opções diferentes.

Cada opção revela uma postura ideológica e esta está subjacente à procura do procedimento matemático escolhido. Numa escolha baseada em procedimentos matemáticos é importante ter consciência desta interacção. Estaremos a ser ingénuos se aceitarmos sem crítica uma das opções só pelo facto de estar baseada, ou parecer estar baseada, em critérios ou procedimentos matemáticos.

A discussão desta situação permite realçar aspectos importantes do ponto de vista social e matemático. Do ponto de vista social, há decisões diferentes igualmente defensáveis; os diferentes tipos de critérios levaram a decisões diferentes e é discutível a opção por cada uma delas de acordo com o objectivo da representação.

Do ponto de vista da matemática, é importante observar: os números e as operações (neste caso até expressões numéricas) têm significado; o conceito de ponderação tem significado; a objectividade matemática facilita a aplicação de um critério; a natureza algorítmica permite que qualquer outra pessoa possa usar qualquer destes critérios para qualquer outra situação análoga; a matemática analisa algoritmos e no ensino confunde-se ou substitui-se esta análise pela aplicação rotineira desses algoritmos;

### Divisão equitativa

O João e a Joana querem dividir entre si um bolo, de tal forma que ambos fiquem totalmente satisfeitos. Quem parte e quem escolhe?

O Abel, a Branca e o Carlos têm um bolo para dividir igualmente entre os três? Como hão-de organizar a partilha de forma que os três fiquem totalmente satisfeitos com a sua parte?

O Abel, a Branca, o Carlos e a Dora têm um bolo para dividir igualmente

entre os quatro? Como hão-de organizar a partilha do bolo de tal forma que os quatro fiquem totalmente satisfeitos com a sua parte?

Esta situação é generalizável para qualquer número de pessoas? Como? Há a garantia de que todos fiquem sempre totalmente satisfeitos?

Os alunos reagiram à situação de modo interessante — *é o pai que parte* — recorrendo a uma entidade neutra, o pai, para resolver o problema. Esta atitude é arriscada porque recorre a uma entidade exterior. Mas uma das características da matemática é possibilitar-nos construir critérios objectivos, independentes de qualquer autoridade exterior. É absolutamente necessário estabelecer um critério de justiça. Este critério utiliza procedimentos matemáticos e consiste em estabelecer que uma distribuição por  $n$  pessoas é justa se cada uma delas considerar que recebe pelo menos  $1/n$  do bolo.

Houve também quem propusesse: *Deita-se uma moeda ao ar...* Mas, também nesta proposta, pode haver quem considere que a decisão não é justa, porque é aleatória. Será possível evitar riscos de injustiça? Como?

Também foi proposto: *porque é que não fazemos como lá em minha casa, um parte e o outro escolhe?* A aluna que diz isto parte da sua experiência.

Outra, comenta: *pois, então o que parte tem que dividir ao meio, porque como o outro vai escolher, o primeiro não pode deixar uma parte maior do que a outra.* Há um esforço desta aluna para se colocar no lugar do outro.

Mas há alunos que não entendendo o essencial da questão, fazem as seguintes sugestões: *temos que saber se o bolo tem creme ou não tem creme; vamos buscar uma balança; vamos medir o bolo e calcular o volume.*

Estes comentários podem querer apelar à necessidade de serem explicitados critérios de partilha, por exemplo:

- cada pessoa sabe dividir em partes que lhe parecem iguais;
- cada pessoa é capaz de “medir” qualquer das partes em que o bolo

está dividido, e de reconhecer que a soma das partes é igual ao todo;

Uma das facetas inerentes a este problema é a ideia de justiça. Se cada pessoa sentir que recebe pelo menos a sua parte do bolo este critério estará operacionalizado. O outro aspecto é a concepção de um algoritmo, ou seja, um conjunto de procedimentos que aplicados a um número qualquer de pessoas conduzam sempre a uma distribuição equitativa:

Se forem 2, cada um receberá  $1/2$

Se forem 3, cada um receberá  $1/3$

...

Se forem  $n$ , cada um receberá  $1/n$ .

Vamos apresentar um algoritmo de partição aplicável a qualquer número de pessoas envolvidas. Para 2 pessoas A e B:

A corta em 2 bocados e B escolhe. O facto de ser um a partir e o outro a escolher é essencial, porque é neste acordo que reside a aplicação do critério de justiça já apresentado, como muito bem mostrou o discurso de uma aluna, parcialmente transcrito acima.

Para 3 pessoas A, B e C:

1. A corta em 2 bocados que considere iguais;
2. B escolhe um dos dois bocados e A fica com o outro;
3. A corta o seu bocado em 3 partes que considere iguais. B corta o seu bocado em 3 partes que considere iguais;
4. C escolhe dois pedaços, um de A e outro de B.

Será que se verifica o critério de justiça para todos?

C fica satisfeito porque escolheu  $2 \times 1/3 \times 1/2 = 1/3$ . Como escolhe cada um dos pedaços pode sempre pensar que era pelo menos  $1/3$  de cada uma das metades. B escolhe o que achou que era pelo menos  $1/2$  do total. Como depois parte em 3 partes que considera iguais e fica com duas delas ( $2 \times 1/3 \times 1/2 = 1/3$ ), fica satisfeito.

A corta o bolo de modo que B não possa ficar com mais do que  $1/2$ . Isso significa que A fica satisfeito com qualquer uma das duas partes do

bolo. Como depois parte em 3 partes sabendo que 2 eram para ele, A atribui a cada uma dessas partes pelo menos  $1/3$  de  $1/2$ . Como fica com duas, isto é o que ele considera pelo menos  $1/3$  do bolo, fica satisfeito.

Para a divisão por 3 pessoas começamos por recorrer ao caso anterior, 2 pessoas. Para a divisão por 4 pessoas, procedemos de forma análoga:

A  $1/3 \times 1/4 \times 3$

B  $1/3 \times 1/4 \times 3$

C  $1/3 \times 1/4 \times 3$

D escolhe uma parte das partes de cada um deles  $3 \times 1/4 \times 1/3$

Este procedimento é generalizável para  $n$  pessoas, utilizando o algoritmo apresentado.

### Algumas conclusões

Um aspecto interessante que distingue estas três situações é que nas duas primeiras os alunos não se assumem como protagonistas, enquanto que nesta terceira os alunos já se sentem como tal, colocando-se no lugar das personagens.

#### • Aspectos sociais:

— Não foi preciso ir buscar uma entidade exterior e independente para ajudar a tomar a decisão.

— Respeito e consideração pelos outros.

— Capacidade de nos colocarmos no lugar do outro.

#### • Aspectos matemáticos

— Os números e as operações tinham um significado.

— Objectividade matemática que facilita a utilização de um critério.

— Comunicação.

— Natureza algorítmica, porque qualquer outra pessoa poderá usar qualquer destes critérios para qualquer outra situação análoga e sendo generalizável a qualquer número de intervenientes.

Estes problemas são acessíveis aos alunos da escolaridade básica. Para além de exigirem poucas destrezas numéricas e de cálculo, permitem trabalhar conceitos numéricos e operações básicas. Não exigem muitos conheci-

mentos nem técnicas matemáticas, o que pode favorecer que um maior número de pessoas os discutam.

Também é comum às situações apresentadas o lidar com os conceitos de operações básicas em situações com significados diferentes do habitual. Em nossa opinião, socializam a matemática e ajudam a construir uma ideia de argumentação matemática. Simultaneamente, libertam do dualismo certo/errado, mas também permitem valorizar situações em que o certo e o errado são um ponto seguro.

Além disso, têm, do ponto vista matemático, características que não são muito frequentes e que são estudadas no âmbito dos processos da matemática discreta. Dão-nos ainda a possibilidade de os alunos recorrerem à sua própria experiência de quotidiano, tão importante para os mais pequenos.

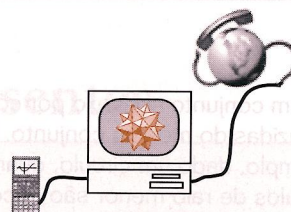
O que há de comum entre estas situações é permitirem trabalhar matematicamente aspectos sociais como a negociação, a decisão e a argumentação. São um contexto facilitador do pensamento social.

### Referências bibliográficas

- Crisler, N. & al. (1994). *Discrete Mathematics Through Applications*. New York: Freeman.
- Johnsonbaugh, Richard (1993). *Discrete Mathematics*. Prentice-Hall, Inc.
- Gardiner, Anthony D. (1991). "A Cautionary Note". In M. J. Kenney, C. R. Hirsch (eds) *Discrete Mathematics Across the Curriculum*, K-12, 1991 Yearbook of the NCTN. NCTM: Reston, Va.
- Lewis, H. W. (1997). *Why flip a coin?*. New York: John Wiley.
- Maurer, Stephen B. e Ralston, Anthony. (1991) "Algorithms: You cannot Do Discrete Mathematics without them.". In M.J. Kenney, C. R. Hirsch (eds) *Discrete Mathematics Across the Curriculum*, K-12, 1991 Yearbook of the NCTN. NCTM: Reston, Va.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação escolar*. (Tradução portuguesa da APM). Lisboa: APM e IIE.

Cristina Loureiro, ESE de Lisboa  
Graciosa Veloso, ESE de Setúbal  
Paula Reis, ES Padre António Vieira

# Tecnologias na educação matemática



## Sentimentos contraditórios...

Devo dizer que começo a trabalhar em mais esta edição da secção *Tecnologias na Educação Matemática* com sentimentos contraditórios.

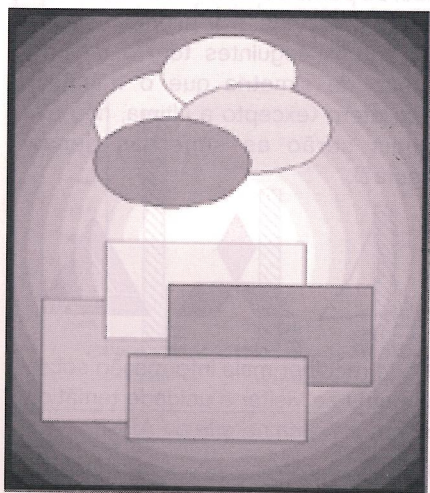
É certo que as duas notícias ou, se quiserem, as duas histórias que tenho para vos contar desta vez são muito animadoras. A primeira diz respeito a três alunas da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, futuras professoras de Matemática, que tiveram a sorte de encontrar um professor, na cadeira de Monografia, que percebe que os computadores são um instrumento útil de trabalho no ensino, e que além disso sabe utilizá-los de diversos modos, daí tendo resultado um conjunto de páginas Internet, da Cristina, da Rita e da Sandra, muito interessante e instrutivo. A segunda refere-se à saída, no mês passado, por ocasião do encontro nacional de professores organizado pelo NCTM, do *KaleidoMania*, um extraordinário programa de computador para a aprendizagem da geometria.

Porque razão então os sentimentos contraditórios? Porque é muito duvidoso que a Cristina, a Rita e a Sandra continuem a ter a mesma sorte no futuro. Para isso tinham que ir parar a uma escola que tivesse laboratórios de matemática, computadores disponíveis e ligados à Internet, em número suficiente para que os alunos os pudessem utilizar nos seus trabalhos e fora das aulas, que tivesse apenas um turno para que a escola fosse da Cristina, da Rita e da Sandra e dos seus alunos todo o dia e não apenas de manhã ou de tarde, e que a pressão dos exames do 12.º ano, das provas globais ou das provas aferidas não fosse tão grande que permitisse às professoras e aos alunos manterem suficiente liberdade de espírito para prolongar a rica experiência que começaram este ano. É muita sorte junta! Sentimentos contraditórios também porque se é certo que o *KaleidoMania* é um óptimo programa, também o *Sketchpad* é um esplêndido programa e um auxiliar dir-se-ia que indispensável para a aprendizagem moderna da geometria, mas nem por isso, apesar das centenas de horas de cursos, sessões de iniciação, sensibilização, eu sei lá!, ele está a ser utilizado nas escolas de modo generalizado, em grande parte porque as condições que citámos, embora constantemente prometidas, estão por concretizar.

Devem por isso a Cristina, a Rita e a Sandra, e todos os outros futuros professores que passam por estas boas experiências (como a que relatámos do DEFCUL no número anterior) desanimar? Certamente que não. Se me é permitido falar desta forma, o que devem é tomar consciência de que o privilégio que tiveram na sua formação tem que corresponder a uma luta profissional mais forte pela obtenção de condições melhores de estudo para todos os seus alunos, em particular aqueles que não as têm em casa.

veloso@mail.telepac.pt

## Futuras professoras fazem páginas interactivas de Matemática



Cristina, Rita e Sandra são três alunas da cadeira de Monografia na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Como me informou M. Arala Chaves, que está a orientar o trabalho destas alunas, nesta cadeira anual do 4.º ano da licenciatura no ramo educacional cada aluno tem de escrever uma pequena monografia sobre um determinado assunto. A abordagem e os temas são os mais variados possíveis, dependendo do orientador e dos alunos. A diferença principal deste núcleo de alunas é que, além da

monografia, fizeram uma página WWW com alguns dos tópicos que figurarão no trabalho escrito. Neste momento (25.5.99), estão já acessíveis as páginas da Cristina e da Sandra (<http://www.fc.up.pt/machaves/Mono98>). Como as páginas ainda estão em fase de construção, e não foram revistas, podem apresentar ainda algumas gralhas ou vir a sofrer modificações. O que lá está, no entanto, é já bastante interessante. A Cristina aborda, na sua página, o problema da cobertura

de um conjunto convexo por cópias reduzidas do mesmo conjunto. Por exemplo, dado um círculo, quantos círculos de raio menor são necessários para o cobrir? Que lhe parece? Chegarão dois? Está claro que Cristina recorre ao *Sketchpad*, instrumento ideal para esta exploração. Convença-se das afirmações da Cristina explorando vários casos num *applet* em *JavaSketchpad*. E não deixe de ver o resto da página, em particular os dois *sketchs* de geometria no espaço (um octaedro interactivo em duas vistas e um óptimo *applet* mostrando as secções planas de um cone).

Nas suas páginas Sandra trata de outros temas matemáticos. O objectivo final é o teorema do ponto fixo de Brouwer. Para aí chegar, Sandra apresenta-nos alguns tópicos preliminares, sendo para mim particularmente interessante a parte relativa às coordenadas baricêntricas.

Os nossos leitores, que gostam de problemas e de soluções engenhosas, apreciarão certamente a solução do velho problema dos três copos (dados três copos de capacidades respectivamente 8, 5 e 3 decilitros, que transferências de líquido devo fazer até obter 4 decilitros?) feita por meio das coordenadas baricêntricas.

## KaleidoMania™, simetria interactiva

Durante o encontro anual dos professores de Matemática dos Estados Unidos e do Canadá foi lançado pela Key Curriculum Press (a mesma empresa que produz o *Geometer's Sketchpad*) um novo software para o ensino da geometria, o *KaleidoMania*.

Este programa tem por objectivo ser um instrumento para os alunos explorarem e estudarem a matemática da simetria (ver *Simetria*, nesta página).

O que podem fazer alunos e professores com o *KaleidoMania*?

- Criar padrões coloridos, utilizando um dos 48 tipos diferentes de simetria;
- *rosáceas apenas com rotações de simetria*, ou seja, em que o grupo de simetria é um grupo cíclico;
- *rosáceas em que existem reflexões e rotações de simetria*, ou seja em que o grupo de simetria é um grupo diedro;
- *frisos*, sete tipos ou grupos de simetria diferentes;
- *padrões periódicos ou "papéis de parede"*, 17 tipos ou grupos de simetria diferentes;

- Escolher para motivo do padrão algum dos desenhos fornecidos pelo programa, ou um desenho importado de outro programa ou de uma fotografia digitalizada ou ainda um desenho feito pelo utilizador.

Podem ainda analisar detalhadamente a formação, por exemplo, de um padrão periódico a partir de um motivo, vendo como as sucessivas aplicações das transformações geométricas do grupo de simetria do padrão o vão construindo — podendo fazê-lo passo a passo, parar, voltar atrás, etc.

Este programa, acompanhado naturalmente de actividades com materiais manipuláveis, tornar-se-á rapidamente um auxiliar imprescindível no estudo moderno das isometrias e da simetria em geral.

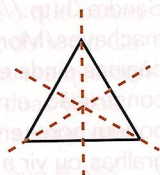
Para mais informações sobre o programa, ver o *site* da Key Curriculum Press:

[http://www.keypress.com/product\\_info/kaleidomania.html](http://www.keypress.com/product_info/kaleidomania.html)

A APM está a tentar tornar-se distribuidora deste *software*, à semelhança do que já faz com o *Geometer's Sketchpad*.

## Simetria

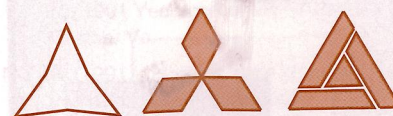
A simetria é um dos grandes temas da geometria. A simetria está intimamente ligada às transformações geométricas, nomeadamente às isometrias (transformações que conservam as distâncias). Recorde-mos que dada uma figura  $F$  do plano, se chama simetria de  $F$  toda a isometria do plano que deixa  $F$  invariante (isto é, a ocupar a mesma região do plano). Por exemplo, se considerarmos um triângulo equilátero, é fácil ver que as reflexões (isto é, simetrias axiais) em relação aos três eixos indicados são simetrias. O triângulo equilátero tem



ainda outras simetrias: as rotações de 120, 240 e 360 graus em torno do centro do triângulo também o deixam invariante. Por isso, dizemos que o triângulo tem 6 simetrias, três de reflexão e três de rotação. O conjunto destas seis transformações geométricas forma um grupo. Para o verificar, basta garantir que a composição (ou produto, como também se costuma dizer) de duas transformações daquele conjunto ainda é uma transformação do conjunto. O leitor pode verificar facilmente que assim é.

Podemos fazer corresponder a cada figura no plano o seu grupo de simetria (conjunto das isometrias que a deixam invariante).

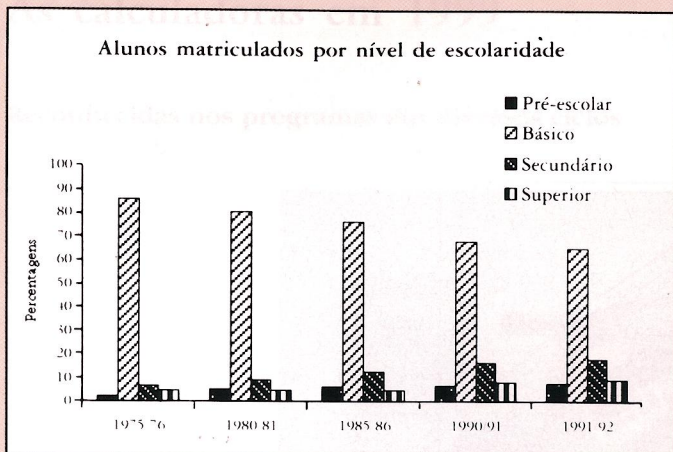
Se duas figuras têm o mesmo grupo de simetria, embora pareçam diferentes, do ponto de vista matemático são muito parecidas. Por exemplo, todas as figuras seguintes têm o mesmo grupo de simetria que o triângulo equilátero (excepto a última, não é?; quais serão as simetrias dessa figura?).



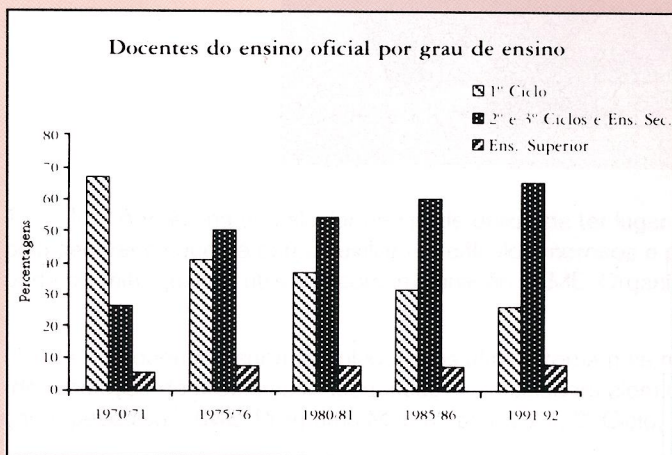
Podem recolher mais informação sobre simetria se visitar a unidade temática sobre simetria no *site* da APM:

<http://www.apm.pt/apm/AeR/simetria.html>

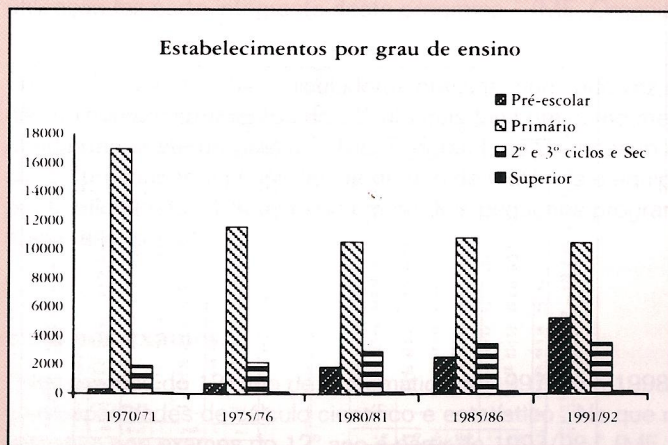
# Tempos passados, tempos presentes



"Entre 1960-1961 e 1991-1992 a população escolar portuguesa aumentou 95,7%, correspondentes a quase 1,1 milhões de alunos. Esta evolução traduz um acréscimo médio anual equivalente a 2,1%. O crescimento global não é o mesmo entre 1960-1961 e 1975-1976, em que se matriculam quase + 650 000 alunos, e 1975-1976 e 1991-1992, em que se matriculam + 44 5000 alunos. Há uma evidente desaceleração." (M. Carreira, 1996, p. 59)



"Para o conjunto do sistema educativo, o número de docentes aumentou sempre e de modo muito significativo. (...) No terceiro ciclo do ensino básico (7º a 9º anos de escolaridade) por exemplo, o número de docentes passou de cerca de 16 000 para mais de 103 000, com uma evolução muito rápida a partir de meados dos anos setenta." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, p. 38)

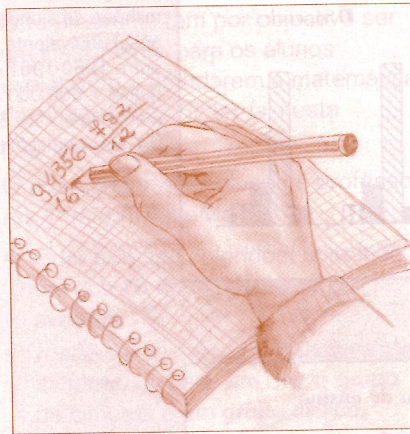


"Os números globais relativos às últimas três décadas não revelam qualquer acréscimo do número de estabelecimentos de ensino. Pelo contrário, esse número revela tendência para a diminuição. Todavia, a evolução verificada não é uniforme nos diversos graus de ensino. O ensino primário oficial utiliza muito menos estabelecimentos de ensino, baixando subitamente de cerca de 16000 em 1970-71 para perto de 11000 em 1975-76. Em todos os outros graus do ensino oficial crescem significativamente os números de estabelecimentos de ensino. Na última década o respectivo número sobe de 1514 (1980-1981) para mais de 4500 (1990-1991) no 2º e 3º ciclos e no ensino secundário." (M. Carreira, 1996, p. 51)

# Tempos passados...

## As calculadoras em 1974

algoritmo de papel e lápis



Dora Peitinha

e as tâbas de logaritmos e as trigonométricas

logaritmos		logaritmos	
N	log	N	log
1	0,0000	10	1,0000
2	0,3010	11	1,0414
3	0,4771	12	1,0792
4	0,6021	13	1,1139
5	0,6990	14	1,1462
6	0,7782	15	1,1761
7	0,8451	16	1,2041
8	0,9031	17	1,2304
9	0,9532	18	1,2553
10	1,0000	19	1,2792

seno		cosseno	
gr	seno	gr	cosseno
0	0,0000	0	1,0000
1	0,0174	1	0,9998
2	0,0349	2	0,9994
3	0,0523	3	0,9990
4	0,0698	4	0,9985
5	0,0872	5	0,9980
6	0,1045	6	0,9975
7	0,1217	7	0,9970
8	0,1388	8	0,9964
9	0,1558	9	0,9959
10	0,1728	10	0,9953



## ... tempos presentes



### As calculadoras em 1999

#### Reconhecidas nos programas dos diversos ciclos

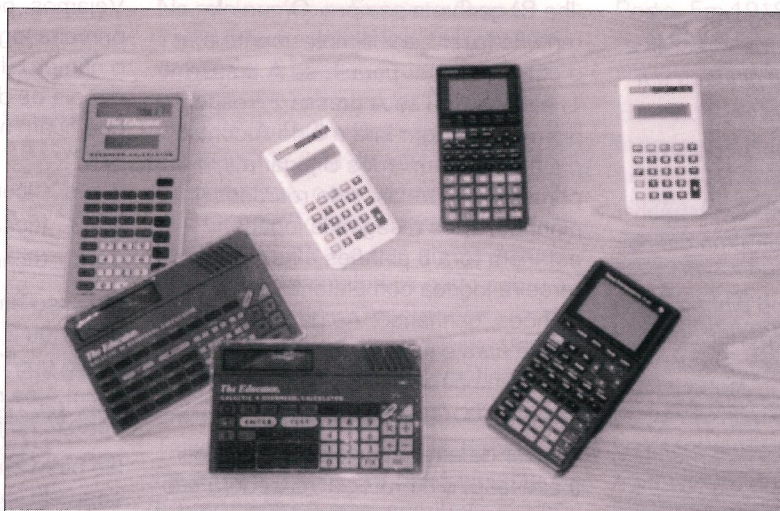


Foto: Henrique M. Guimarães

**1º Ciclo:** "A máquina de calcular não pode deixar de ter lugar no 1º ciclo, não só pela sua vulgarização mas sobretudo pela segurança que dá como auxiliar em cálculos morosos e pelas possibilidades de exploração e descoberta que pode permitir quando utilizada com imaginação." (ME, Organização curricular e programas, p.179)

**2º Ciclo:** "Podendo usar a calculadora, os alunos tornam-se mais confiantes e persistentes na procura de estratégias (de resolução de problemas) adequadas. A calculadora além de auxiliar de cálculo será instrumento de experimentação e pesquisa". (ME, Programa Matemática, vol II, 2º Ciclo, p.14)

**3º Ciclo:** "As calculadoras, que fazem parte da vida corrente, são hoje instrumentos fundamentais para o desenvolvimento de aptidões ligadas ao cálculo, assim como meios facilitadores e incentivadores do espírito de pesquisa. A sua utilização faz parte integrante deste programa." (ME, Organização Curricular e Programas, vol I, 3º Ciclo, p.197)

**Ensino Secundário:** "As calculadoras gráficas, que cada vez mais se utilizarão correntemente, devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas também como meios incentivadores do espírito de pesquisa. O seu uso é obrigatório neste programa." (ME, Programa do Secundário, reajustado, p. 11); A didáctica prevista para a Matemática (...) pressupõe a possibilidade de uso de materiais e equipamentos diversificados (...) calculadoras gráficas com possibilidade de introdução de um ou dois pequenos programas; computador". (ME, Programa do Secundário, reajustado, p. 10)

#### e até nos exames...

"Nos exames do 12º ano de Matemática de 1997/98 e 1998/99 continuará a ser obrigatório o uso de calculadoras com capacidades de cálculo científico e estatístico. No que respeita às calculadoras gráficas, será permitida a sua utilização nos exames do 12º ano a partir de 1997/98." (ME, circular 198, sobre a utilização da calculadora nos exames de 12º ano de Matemática, a partir de 1997/98)



## O problema deste número

### Um jogo para a noite de Natal

O problema nº 51 foi o seguinte:

*Num jogo participam 2 jogadores, que começam por colocar 12 pinhões em cima da mesa.*

*Cada jogador, na sua vez, pode tirar 1, 2 ou 3 pinhões.*

*Um jogador não pode tirar um número igual ao que adversário tirou na última jogada.*

*Ganha quem tirar o último pinhão ou deixar o adversário sem poder fazer uma jogada válida.*

*– Quem tem vantagem: o primeiro a jogar ou o segundo?*

Desta vez, talvez por ser a análise de um jogo, o problema não entusiasmou os nossos leitores. Chegaram apenas cinco respostas: Ana Luisa Correia (Lisboa), António Amaral (via e-mail), António Ruiz Lozano (Lisboa), João Carlos Vieira (Coimbra), Vidal Minga (Carcavelos).

Como salienta o João Carlos, estamos perante uma variante do jogo de Nim ou de Marienbad. Mas o facto de não se poder repetir a jogada anterior do adversário introduz uma dificuldade na análise. Se assim não fosse, seria fácil: o segundo jogador (chamemos-

-lhe B) ganharia sempre. O que ele teria de fazer seria simplesmente tirar o complementar para 4: se A tirasse 1, ele tirava 3; se A tirasse 2, respondia também com 2; e a 3 do A contrapunha 1. Assim, após B jogar a primeira vez, teriam sido retirados 4 pinhões, após a segunda jogada estariam fora 8 pinhões e na sua terceira jogada completaria os 12 pinhões, ganhando. As posições-chave para o jogador B seria fazer com que na mesa ficassem, após a sua jogada, 4 ou 8 pinhões.

Apesar de a regra adicional complicar a situação, a estratégia vencedora não se afasta muito da anterior, tal como mostraram os nossos colegas, embora por vias diferentes: o António Lozano usou tabelas, a Ana Luisa seguiu pela teoria dos grafos, o António Amaral avançou pelo Visual Basic e o Vidal descreveu a estratégia.

O jogador B, para ganhar, tem de deixar na mesa, depois de jogar, 8 ou 4 pinhões (tal como na versão mais simples do jogo). Se isso não for possível, tira mais um pinhão (ficando na mesa 7 ou 3) e corrige esse excesso na jogada seguinte.

Vejam, por exemplo, como seria a primeira jogada, em que primeiro está o número de pinhões retirados por A, depois os de B e entre parêntesis os que ficam na mesa:

1 – 3 (ficam 8)

2 – 3 (ficam 7)

3 – 1 (ficam 8)

No caso em que ficam 7, A só pode tirar 1 ou 2 e então B tira 2 ou 1, de modo que, após a segunda jogada, ficam 4 na mesa e B ganha de certeza na jogada seguinte.

No caso em que ficam 8 e se na segunda jogada A tirar 2, B tira 3. Ficam 3 na mesa mas A não os pode tirar todos e portanto B ganha.

Finalmente, se após a segunda jogada e com 4 pinhões na mesa, A tirar 2, B tira 1. Sobra um único pinhão mas A não o pode retirar e portanto perde.

Como diz a Ana Luisa:

Não quero ser o primeiro a jogar. Se for o segundo ganho com probabilidade 1.

José Paulo Viana  
ES Vergílio Ferreira, Lisboa

#### Problema proposto

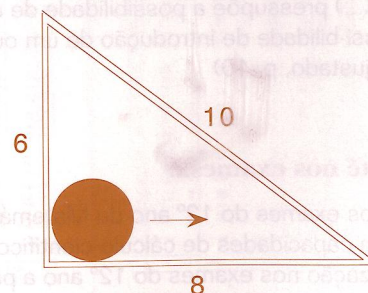
### A esfera na caixa

Uma caixa triangular tem lá dentro uma esfera de raio 1 cm.

As medidas interiores dos lados da caixa são 6, 8 e 10 cm.

A esfera parte de um canto e rola sempre encostada às paredes da caixa.

Que distância percorre a esfera após dar uma volta completa à caixa?



(Respostas até 25 de Agosto)

## Francisco Gomes Teixeira: aspectos da vida e da obra

*Eunice Regina Bastos da Silva*

Francisco Gomes Teixeira nasceu, no dia 28 de Janeiro de 1851, na aldeia de S. Cosmado do concelho de Armamar. Foi o primeiro reitor da Universidade do Porto. As linhas gerais da sua actividade foram delineadas por Pedro José da Cunha: *começando por trabalhos puramente analíticos, de certa época em diante, deu acentuada preferência às aplicações geométricas da análise, e, nos últimos tempos, consagrou especialmente os seus escritos à história e à filosofia das matemáticas, e até, com o mesmo êxito, a assuntos religiosos.*

Na adolescência, Francisco Gomes Teixeira fixou residência em casa de um primo, o médico Francisco Maria de Carvalho, para poder frequentar o Colégio do Padre Roseira, em Lamego. Na data do seu ingresso na Universidade, o seu primo propôs que Gomes Teixeira enveredasse pela Matemática, o que diferia dos objectivos do pai. Interrogado sobre a sua própria opção, mostrou-se indiferente, pelo que se decidiu tirar à sorte, que recaiu em Matemática.

Em 1871, ainda estudante, Gomes Teixeira viu publicado o seu trabalho Desenvolvimento das Funções em Frações Contínuas, que, mais tarde, enviou a Daniel Augusto da Silva. A resposta deste foi pronta e elogiosa. Em 1874, terminou o curso, com a classificação de 20 valores. Em 1875, doutorou-se, com a dissertação Integração das Equações às Derivadas Parciais de Segunda Ordem, recebendo igual classificação.

### **Carreira profissional**

No fim de 1876, foi nomeado professor substituto da Faculdade de Ciências de Coimbra, e em 1880, tomou posse da regência da disciplina de Análise. Em 1883, foi nomeado professor da Academia Politécnica da Universidade do Porto, e também seu Director, só abandonando este último cargo, em 1911, ano em que foi nomeado Reitor da Universidade do Porto. Foi o primeiro Reitor da Universidade do Porto, pois, precisamente em 1911, foram fundadas a Universidade do Porto e a de Lisboa, havendo, até essa data, apenas Escolas Superiores, sem ligação entre si. Em 1884, tomou posse da cadeira de Cálculo Diferencial e Integral, na Academia Politécnica do

Porto. Em 1918, foi proposto e nomeado Reitor Honorário da Universidade do Porto.

Em 1929, o Governo emitiu uma lei fixando o limite de idade para o exercício de cargos públicos. Esta lei obrigou Gomes Teixeira a abandonar o ensino, após mais de cinquenta anos de docência. Tendo vivido a sua carreira com grande empenho, fácil nos é compreender a amargura em que Gomes Teixeira mergulhou, ao dar-se conta de que o Governo não abria nenhuma excepção para ele. A sua nomeação para Director Honorário do Instituto para a História da Matemática não bastou para apagar esse desgosto. Há que convir, porém, que esta lei era reveladora de alguma sensatez.

As linhas gerais da actividade de Gomes Teixeira foram delineadas pelo matemático Pedro José da Cunha [3], seu contemporâneo:

(...) começando por trabalhos puramente analíticos, de certa época em diante, deu acentuada preferência às aplicações geométricas da análise, e, nos últimos tempos, consagrou especialmente os seus escritos à história e à filosofia das matemáticas, e até, com o mesmo êxito, a assuntos religiosos.

### **Actividade extra-universitária**

Em 1876, foi eleito sócio correspondente, em 1907, sócio efectivo, e, em 1908, sócio emérito da Academia das Ciências de Lisboa. Em 1907, tomou-se vogal do Conselho Superior de Instrução Pública.

Em 1917, nos *Comptes-rendus* da Academia das Ciências de Paris, publicou-se o relatório do Prof. Paul Appell, relativo à proposta do prémio

Binoux para o *Traité des Courbes Spéciales Remarquables, Planes et Gauches*, de Gomes Teixeira, obra existente unicamente em francês e espanhol. Depois de recordar que o matemático francês Haton de la Goupilliére já chamara a atenção para o facto de que seria útil reunir num Tratado o estudo das curvas notáveis, Paul Appell [2] recordou algumas obras interessantes, neste domínio, para logo observar:

Mas faltava uma obra sistemática e completa, que formasse um catálogo ordenado de todas as curvas notáveis, que indicasse as suas equações e as suas propriedades essenciais, com uma notícia bibliográfica dos autores que as estudaram. Foi esta obra que compôs o professor F. Gomes Teixeira.

O matemático português ganhou este prémio. Em 1922, recebeu o doutoramento *honoris causa* da Universidade Central de Madrid e, em 1923, da Faculdade de Ciências da Universidade de Toulouse.

Em 21 de Janeiro de 1922, na Sociedade Martins Sarmento, em Guimarães, Gomes Teixeira proferiu, bem como, posteriormente, na Universidade do Porto e na de Coimbra, uma palestra intitulada *Quatro Mulheres Célebres nas Ciências Exactas e na Filosofia*, mais tarde, reproduzida no seu livro *Panegíricos e Conferências*.

Disse, Gomes Teixeira, não querer participar na discussão, tão frequente na sua época, sobre o papel da mulher na sociedade, limitando-se a "descrever, a traços largos, a vida e a obra científica das quatro mulheres de maior valor entre aquelas cujos nomes figuram na história das ciências exactas e filosóficas" [4]. Contraditoriamente, porém, afirmou limitar-se a acrescentar "algumas observações que estas biografias sugerem, observações nas quais é em certo modo expressa, com todas as reservas, a opinião que a este respeito adopto" [4].

Nesta sua obra, relatou a vida de Hypatia, comentadora grega das obras de Apolónio de Perga; de Maria

Agnesi (1718-1799), autora de Instituições Analíticas; de Sophie Germain (1776-1831), que tratou de Física Matemática e Aritmética Superior; e de Sofia Kowalewsky (1850-1891), que estudou Análise Infinitesimal.

Hypatia viveu em Alexandria, no séc.IV, ensinando na escola, que, para a posteridade, ficou conhecida pelo nome de Museu. Segundo Gomes Teixeira, "a sua eloquência e beleza foram celebradas pelos poetas, o seu talento e saber foram glorificados pelos sábios do seu tempo" [4], mas "as obras de Hypatia perderam-se infelizmente no decorrer dos séculos" [4].

Na época em que viveu, próxima do fim do Império Romano, veio Hypatia a público defender o paganismo, o que lhe custou a vida. "Os fanáticos da nova crença [o cristianismo] apedrejaram-na até à morte, queimando depois os restos do seu cadáver" [4]. Sendo Gomes Teixeira profundamente católico, que necessidade o impede a contar-nos esta história? A existência da intolerância religiosa, em Portugal, em todos os tempos, segundo cremos. E, também, a sua admiração por Hypatia, inteligente e, no entanto, profundamente apegada às suas raízes, e, como a maioria das mulheres de uma certa camada social, no tempo de Gomes Teixeira, dedicada às letras e às artes. Com efeito, este destaca que "a alma sensível da mulher manifesta-se [em Hypatia], defendendo a religião dos seus antepassados e ensinando as doutrinas, ricas em poesia, da Filosofia de Platão" [4].

A vida de Maria Agnesi decorreu em Milão. Primorosamente educada pelo pai, declinou um convite do Papa Bento XIV para ser professora de Matemática, na Universidade de Bolonha, pois "(...) desde os vinte anos, pensava abandonar o mundo, recolhendo-se a um convento, logo que o pai morresse" [4]. Assim fez.

Em Agnesi, Gomes Teixeira admirou a erudição, a abnegação e a caridade. "Abandonou o estudo para se ocupar

somente dos que sofrem, para se tornar o anjo tutelar dos infelizes. A ver-se cercada de sábios que a admiram, preferiu ver-se rodeada de pobres que a adoram" [4]. Também a dedicação à ciência requer espírito abnegado e, se abnegação não é necessariamente sinónimo de apagamento, igualmente se pode fazer notar que a entrega à ciência carece, em geral, de aplauso.

Sophie Germain, parisiense, considerou a investigação das matemáticas como uma forma de resistência à crueldade dominante no tempo da Revolução Francesa. Como os pais consideravam o estudo impróprio de uma mulher, Sophie lia e escrevia de noite, e, tendo querido conhecer a opinião de Gauss sobre o seu trabalho, teve a determinação e a ousadia de se corresponder com ele, sob pseudónimo masculino, *Monsieur Leblanc*.

"A alma sensível da mulher manifesta-se (...) em Sofia Germain, fechando-se na sua casa, para não ver as ferocidades sanguinárias da revolução francesa" [4]. Para se ser menos parcial, haveria que falar também da sua coragem em desafiar a autoridade paterna e a ordem estabelecida, no que respeita às funções femininas.

Gomes Teixeira admirou em Sofia Kowalewsky o encanto e a inteligência, lamentando a "infantilidade" dos motivos que a levaram a casar-se.

(...) certo que Kowalewsky pode subir a regiões elevadas da Análise Matemática e enriquecê-la com alguns resultados importantes, mas subiu amparada pelo seu grande mestre (Karl Weierstrass) e fez esforços superiores às forças com que a natureza a dotara, chegou cansada e sacrificou a beleza, a saúde e a alegria. Quase não foi mulher, e, quando quis sê-lo, era já tarde [4].

Sendo proibido o acesso da mulher às Universidades russas, Sonja Curvino (nome de solteira de Sofia Kowalewsky) casou com Voldemar Kowalewsky, que estudava na Alemanha, por ser esta a única forma de

poder ausentar-se do país, para seguir estudos universitários. Já em Berlim, Sofia pediu a Weierstrass que intercedesse junto do Conselho Universitário, no sentido de lhe ser permitido frequentar os cursos. Os esforços do grande matemático foram em vão, mas este acedeu em dar-lhe lições particulares.

Tendo-se Voldemar Kowalewsky suicidado, Sofia, que tentara inverter a marcha da ruína financeira, viu-se em estado económico precário, no que lhe valeu Mittag-Leffler (1846-1927), professor na Universidade de Estocolmo, que conseguiu fundos para uma cadeira de Análise Superior, que ela veio a ministrar.

As lições que a famosa russa deu em Estocolmo foram sempre ouvidas com grande interesse. Revelou nelas muito saber e notável penetração de espírito. Nos doze cursos semestrais que regou, tomou sempre para objecto destas lições assuntos diferentes, escolhidos entre os mais elevados e difíceis da Análise Matemática [4].

Gomes Teixeira declara que a feminilidade de Kowalewska se manifesta "procurando deter o marido na sua marcha vertiginosa para a ruína da família" [4]. Parece-nos justo, mas incompleto. Ela foi corajosa e espiritualmente independente, soube lutar pela sua realização profissional, foi perseverante e bem sucedida, enquanto matemática. No entanto, estas qualidades não foram consideradas como sendo femininas, porque entravam em colisão com a estrutura familiar da época de Gomes Teixeira.

Este aceitou, porém, certas profissões como próprias da mulher, tais como o ensino infantil das primeiras letras, sendo, pelo contrário, de opinião que a carreira política ou a advocacia eram incompatíveis com a condição feminina.

### Revistas e outras publicações

Em 1877, Gomes Teixeira fundou o *Jornal de Ciências Matemáticas e Astronómicas*, mais tarde, *Anais Científicos da Academia Politécnica*

do Porto, e, finalmente, *Anais da Faculdade de Ciências do Porto*.

Referindo-se a estas publicações, Pedro José da Cunha comentou:

São publicações que honram sobremaneira o nosso país, tanto pelos importantes trabalhos a que têm dado guarida, como pelos nomes, ilustres na ciência, dos seus colaboradores, nacionais e estrangeiros (...). Deve-se apontar (...) a sua iniciativa de publicar entre nós um jornal consagrado às ciências matemáticas, e de franquear as suas colunas aos novos que mostravam aptidões e boa vontade. (...) A cultura das matemáticas em Portugal entrou novamente numa fase de progresso. Pode-se até fazer coincidir o seu início com a publicação do Curso de Análise Infinitesimal do Sr. Dr. Gomes Teixeira, que, substituindo-se aos velhos tratados por que se fazia o ensino entre nós, abriu aos estudiosos as vastas perspectivas da análise moderna [3].

Postumamente, a Academia das Ciências de Lisboa encarregou Aníbal Scipião de Carvalho — que substituiu Gomes Teixeira na regência de Cálculo Infinitesimal, na Universidade do Porto, aquando da sua jubilação — de completar a revisão da obra deixada incompleta *História das Matemáticas em Portugal*, cuja publicação data de 1934. De facto, o seu autor revira o livro apenas até à página 96 e não deixara escritas as várias notas a que se refere, no próprio texto.

### Epílogo

Francisco Gomes Teixeira faleceu a 8 de Fevereiro de 1933, com 82 anos, na sua casa do Porto, após breve doença. Foi de sua vontade ir a enterrar num mausoléu do interior da igreja, fronteira à casa de seus pais, em S. Cosmado. Ora, como se sabe, a legislação, ainda hoje em vigor, proíbe o enterro de corpos dentro das igrejas.

Em resposta ao pedido de Gomes Teixeira, expresso por escrito e endereçado ao Presidente da República e ao Bispo de Viseu, o Governo deferiu, por decreto, o requerimento.

Os considerandos deste decreto são o excepcional valor pedagógico e científico de Gomes Teixeira e a oportunidade (a não perder...) de o Governo do Estado Novo o homenagear. Contrariamente à lei sobre a reforma, Salazar soube mostrar-se brando, aproveitando a ocasião para engrandecer o ideal patriótico, de que se afirmava único detentor, e o seu próprio património político, pela homenagem preiteada a este exemplo de português, reconhecidamente excepcional, quer a nível nacional quer internacional.

Cristão, Gomes Teixeira nem por isso foi um crítico menos rigoroso das obras eclesiásticas, sempre que estas abusavam dos seus direitos e da fé alheia. Podemos ler, na sua obra *História das Matemáticas em Portugal*, pág. 234, o seguinte parecer:

Em um facto (...) se sentiu na Universidade a falta do Marquês de Pombal. À sua Faculdade de Matemática foi roubado, pela Inquisição, Anastácio da Cunha que, iniquamente condenado, nunca mais lhe foi restituído.

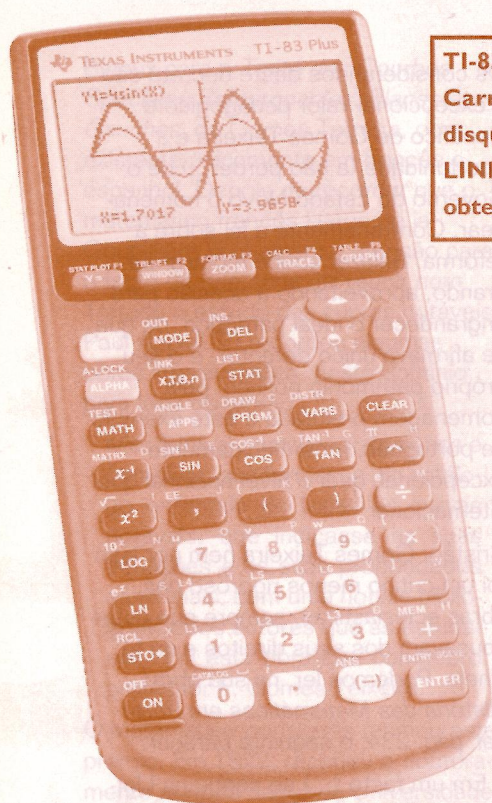
Não criou Gomes Teixeira um domínio novo na área da Matemática nem revolucionou nenhuma parte desta ciência. Não nasceu em ambiente propício à criação genial, mas sabemos nós estar à altura do seu exemplo e do seu legado...

### Referências bibliográficas

- [1] *Anais da Academia Politécnica do Porto*, Vol.18, nº1, p.5, 1933.
- [2] Appell, Paul Émile. *Rapport de M. Appell sur les travaux de M. Francisco Gomes Teixeira*, 1917, Paris, Extrait des Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris, t.165, p.307, 3p.
- [3] Cunha, Pedro José da. *Bosquejo histórico das Matemáticas em Portugal*, 1929, Lisboa, Esc. Tip. da Imprensa Nacional.
- [4] Teixeira, Francisco Gomes. *Panegíricos e Conferências*, 1925, Coimbra, Imprensa da Universidade.
- [5] Vilhena, Henrique de. *O Professor Doutor Francisco Gomes Teixeira*, 1935, Lisboa, Doação Mathilde Bensaúde.

Eunice Regina Bastos da Silva  
ES Filipa de Lencastre

# Nova "TI-83 PLUS" com Menus em Português



TI-83 Plus pode ser adaptada à língua portuguesa!! Carregue o software de localização (incluído em disquete!) na sua calculadora usando o TI-GRAPH LINK™ ou o cabo calculadora-a-calculadora para obter os menus e mensagens de erro em português!!

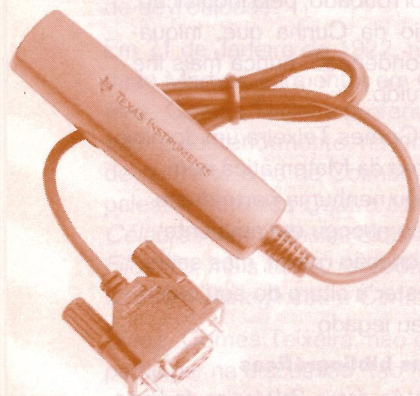
A calculadora perfeita para o ensino secundário, agora com 192 KB de memória e tecnologia flash ROM para actualização electrónica.

- 192 KB de memória (32 KB de RAM e 160 KB de memória de arquivo de utilizador), com 185 KB de memória disponível para o utilizador.
- A tecnologia Flash ROM garante a capacidade de actualização electrónica para novas versões de software e novas aplicações.
- Tem todas as funções, capacidades e potencialidades da tradicional TI-83!
- Garantia 2 anos.



1. Algumas aplicações TI-83 PLUS disponíveis na Internet:

- Gráficos Interactivos
- Tabela Periódica
- Agenda Electrónica
- Aplicação Chem/Bio da Vernier



TI-GRAPH DELUXE™ permite a comunicação entre a calculadora TI e o seu PC ou Macintosh®: é possível transferir programas e dados, criados ou editados no ecrã, entre a calculadora e o computador. Os dados podem ser copiados e colados directamente nos ficheiros de processamento de texto do Windows™ e impressos. Download grátis do software TI-Graph Link Deluxe da Internet: <http://www.ti.com/calc/docs/Link.htm>

## Apoio Programa Educacional

Programa de Empréstimo de Calculadoras • Acções de Formação

Bibliografia de Apoio à Calculadora • TI-MAT, a revista das Calculadoras no Ensino da Matemática

Tem desenvolvido actividades, as quais gostaria de partilhar com outros docentes?

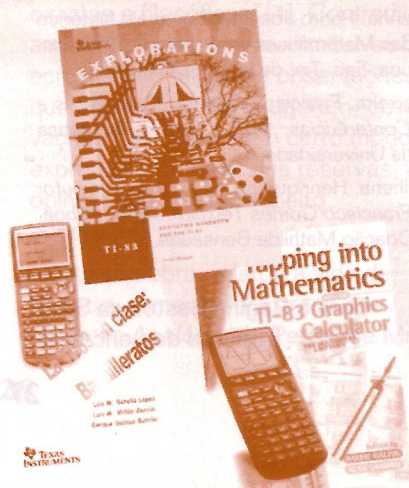
Contacte-nos!

Rua do Molhe, 616 - AQ  
4150-500 Porto  
Tel: 02 616 23 98 Fax: 02 616 62 19  
e-mail: [xotomasm@ti.com](mailto:xotomasm@ti.com)

CAC - Centro de Apoio ao Cliente:  
Tel: 0800 832 627  
e-mail: [ti-cares@ti.com](mailto:ti-cares@ti.com)

Bibliografia em Português

- Equações com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92
- Análise com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92
- Estatística com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92



 **TEXAS INSTRUMENTS**  
<http://www.ti.com/calc/portugal>

# Pontos de vista, reacções, ideias...



## Matemática... Que Futuro?

A actividade escolar, no 1º Ciclo do Ensino Básico, é fundamental para a construção de uma verdadeira aprendizagem da matemática, o que faz sobressair a importância de todos os intervenientes no Sistema Educativo se *debruçarem, reflectirem e agirem* sobre a problemática do *como* desenvolver a actividade matemática neste ciclo.

O actual programa do 1º Ciclo do Ensino Básico, no que concerne aos princípios orientadores, objectivos gerais e conteúdos programáticos na área da Matemática, aponta para um desenvolvimento das capacidades de raciocínio, comunicação e resolução de problemas.

Mas... como desenvolver essas capacidades?

É essencial uma participação activa dos alunos, programando actividades diversificadas, o que só é possível com o uso de *material didáctico*, instrumento de investigação e descoberta, que poderá permitir que a criança se vá libertando de mecanismos a que está habituada. O gosto pelas actividades matemáticas irá surgindo através da manipulação desse material, estruturado ou não, colocando os alunos em situações variadas, cada vez mais complexas, de forma a que os conceitos matemáticos se vão adquirindo progressivamente.

Há conceitos matemáticos cuja interiorização não é tarefa fácil o que, frequentemente, não é tido em consideração por se entender que a criança "já sabe". Ultrapassa-se, muitas vezes, um caminho que deveria ser percorrido passo a passo. São necessárias experiências várias para que a criança adquira certas noções matemáticas e se vá libertando de mecanismos que conquistou. O material didáctico, estruturado ou não, que existe até no próprio meio, pode permitir desenvolver uma grande diversidade de actividades aliciantes, proporcionando experiências dinâmicas que dão base ao pensamento matemático.

Uma participação activa do aluno no processo de ensino/aprendizagem da Matemática, no 1º Ciclo do Ensino Básico, sobretudo no 1º ano de escolaridade, deveria ser analisada, discutida, reflectida, de modo a fazer surgir uma verdadeira atitude exploratória por parte dos professores. Enquanto os professores não forem despertados para o *como* se poderão desenvolver as capacidades de raciocínio, de comunicação e de resolução de problemas através do recurso a material didáctico diversificado, não tenhamos ilusões de que a Matemática continuará a ser a disciplina de maior insucesso escolar.

É necessário e indispensável que os professores do 1º Ciclo do Ensino Básico acreditem que o uso de material didáctico na área da Matemática não significa um acréscimo de trabalho. Muito pelo contrário, é um auxiliar básico, uma vez que pode permitir que os alunos com maiores capacidades provem, especulem e descubram por si só, libertando o professor para um ensino mais individualizado com os alunos com mais dificuldades na aprendizagem. Desta maneira, todos serão beneficiados. Alguns alunos terão oportunidade para desenvolverem as suas capacidades agindo sozinhos, com entusiasmo e determinação para se lançarem na descoberta; outros poderão ter um acompanhamento mais atento e, assim, uma maior facilidade na compreensão.

Será fácil projectar o futuro da matemática, se forem tomadas medidas certas, eficazes e urgentes para que esta disciplina venha a ter o lugar que merece — o *sucesso*. Cabe ao professor respeitar o dinamismo construtivo do pensamento da criança para atingir o objectivo proposto — conseguir a base da compreensão matemática.

Maria Ermelinda Damas  
Professora aposentada, Aveiro



## Os professores de Matemática já sobram ...

O Ministério da Educação tomou nos últimos meses algumas medidas que provocaram a exclusão de centenas de licenciados em Matemática e em Ensino de Matemática da efectivação no grupo 11 do Ensino Básico e Secundário (Matemática) e vai permitir a efectivação neste grupo de centenas de engenheiros e gestores de empresas.

No ano lectivo transacto foi atribuído a muitas engenharias habilitação própria no 2º e 3º escalão para grupo 11 e este ano foram os licenciados em Gestão de Empresas da Universidade do Algarve que acederam ao 3.º escalão. No próximo ano, seguramente, serão os gestores das outras universidades e os educadores de infância (com todo o respeito pela profissão) a terem habilitação própria para leccionar Matemática. Quem souber fazer umas "contas", pelo critério do Ministério da Educação, pode ser professor de Matemática. No entanto, "o processo de fazer matemática é muito mais do que apenas cálculos ou deduções; envolve a observação de regularidades, testagem de conjecturas e a estimulação de resultados".

Os licenciados em Gestão de Empresas, durante o curso, têm duas disciplinas semestrais de Matemática, em que a matéria é Álgebra Linear. Bastará isto para leccionar Matemática? Que habilitações têm para ensinar Geometria e Funções?

O efeito destas medidas já foi notório no concurso de professores realizado este ano, dado que o número de vagas para professor efectivo de Matemática desceu de 1200 para menos de 400 porque no ano anterior as vagas foram ocupadas pelos engenheiros. Por esse motivo, centenas de licenciados em Ensino de Matemática profissionalizados e licenciados em Matemática não conseguiram um lugar no quadro de nomeação definitiva nas escolas de todo o território nacional. Na 1ª fase do concurso de professores do

próximo ano, os licenciados em ensino da Matemática profissionalizados e por isso, com estágio, com menos de 3 anos de tempo de serviço não podem concorrer aos quadros de zona pedagógica (zonas de efectivação regional). No entanto, os engenheiros e os licenciados em Gestão de Empresas pela Universidade do Algarve com 3 anos de serviço no ensino, não necessariamente no grupo 11, podem ocupar as vagas de efectivo. Um licenciado em Gestão de Empresas com habilitação própria pode estar a leccionar no grupo de Economia durante 3 anos ou mais, e depois, ficar efectivo no grupo de Matemática. Terá mesmo comparação?!

Que explicação dá o Ministério da Educação para que professores profissionalizados necessitem do mesmo tempo de serviço de um licenciado com habilitação própria, para aceder aos quadros de zona pedagógica. Será que não há uma diferença?

Vão ficar os gestores de empresas a dar aulas de Matemática e os professores profissionalizados vão para casa?!

Não se compreende a política deste Ministério da Educação! Quando quase não havia licenciados em Ensino da Matemática, e as vagas não eram ocupadas, estas medidas não foram tomadas. Porquê agora?

A verdade é que os gestores de empresas e os engenheiros podem, e muitas vezes exercem, duas profissões, a respectiva da sua licenciatura e a de professor dando sempre menos atenção ao ensino. E os licenciados em Ensino da Matemática? Não sabem e não podem fazer mais nada senão ensinar!

Porque será que, quando falta um médico num hospital não se vai procurar um curandeiro ou uma vidente ou um licenciado em Biologia para ocupar a vaga? Que relação existe entre um professor de Matemática e um gestor de empresas ou um engenheiro de cerâmica?

Quando os meus alunos me disserem que querem ensinar Matemática, é melhor reflectir...! Talvez o curso de Engenharia do Papel ou Gestão de Empresas seja o mais apropriado, pois tem entrada directa para o ensino!

O problema do insucesso na Matemática, talvez não seja o único que se coloca hoje no ensino desta disciplina. A existência de professores com habilitações muito díspares no grupo de Matemática coloca sérios problemas de funcionamento e sérias desigualdades no ensino da Matemática que se reflectem nas

aprendizagens dos alunos. O Ministério da Educação e as associações profissionais tem de reflectir seriamente sobre as competências e o perfil necessário para leccionar Matemática.

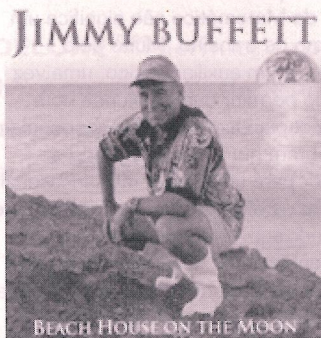
Este ano, os licenciados em Ensino da Matemática deram o lugar aos engenheiros, para o ano aos gestores de empresas e depois ...

Margarida Baião  
Professora de Matemática



### A matemática é um nojo?!

Um pouco por acaso li uma mensagem do José Manuel Matos para o meu amigo Zé Fernandes (aliás *x*), que referia um incidente nos Estados Unidos sobre a letra de uma canção do último álbum de Jimmy Buffet, *Beach House on the Moon*, editado em fins de Maio. O título da canção em causa é *Math Sucks*. Fiz uma tradução que transcrevo de seguida.



*A matemática é um nojo*

*Se a fome aguça o engenho*

*Bem gostaria de matar o sujeito que a inventou*

*Os números juntam-se numa espécie de terceira dimensão,*

*Numa permanente felicidade algébrica.*

*Comecemos por qualquer coisa simples, como um mais um não são três.*

*Com dois mais dois, nunca se chega até cinco.*

*A minha subtração tem fracções e  $x$  não é igual a  $y$*

*Mas o meu trabalho de casa parece multiplicar-se.*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Apetece-me queimar o livro.*

*Como eu odeio esta porcaria!*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Às vezes acho que não sei grande coisa,*

*Mas a matemática é um nojo*

*Fiquei tão chateado com o trabalho de casa, que liguei a televisão:*

*As vencedoras dos concursos de beleza estavam todas sorridentes.*

*Então perguntaram à nova Miss América:*

*Oh menina, acha que consegue somar essa massa toda?*

*Ela ficou baralhada e disse apenas:*

*A matemática é um nojo.*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Nem é preciso soletrar, basta berrar*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Às vezes acho que não sei grande coisa,*

*Mas a matemática é um nojo*

*Geometria, trigonometria e se isso não basta para nos dar cabo do juízo*

*Há números tão grandes que nem se conseguem ler.*

*A precisão do cálculo é uma ciência com uma missão*

*Acho que me vai levar à loucura.*

*Os pais discutem com os filhos e o Congresso não se entende.*

*Os professores e os alunos estão sempre a confrontar-se.*

*Patrões e empregados continuam a esgrimir-se...*

*Cacarejando.*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Nem é preciso soletrar, basta berrar*

*A matemática é um nojo, a matemática é um nojo*

*Às vezes acho que não sei grande coisa,*

*Mas a matemática é um nojo.*

A mensagem inclui ainda uma declaração emitida pelo *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*, que passei igualmente para português:

O *National Council of Teachers of Mathematics* ficou deveras desapontado quando teve conhecimento da canção *Math Sucks*, do álbum de Jimmy Buffet que será posto à venda na próxima terça-feira (*Beach House on the Moon*). Num mundo dominado pela tecnologia e por aparelhos controlados por computadores, os alunos precisam, mais do que nunca, de inspiração para estudar e compreender matemática. É nosso papel como pais, professores, artis-



tas e modelos de comportamento, induzir atitudes positivas acerca da Educação Matemática.

Estamos, cada vez mais, a diminuir a diferença entre sexos relativamente à matemática. O nosso empenhamento em proporcionar uma educação equitativa a todas as crianças é cada vez mais real. No entanto, canções como *Math Sucks* podem facilmente entravar os nossos esforços para motivar os alunos a aprender e a serem bons em matemática. Além disso, a percepção negativa da matemática contida nesta letra, pode minar a mente facilmente influenciável dos alunos de hoje, que são o futuro de amanhã (sic).

Temos que criar nos alunos capacidade para aprender matemática e mostrar-lhes quão importante e útil é para o seu dia-a-dia. Temos que ajudar os alunos de hoje a vencer a auto-concretizável profecia americana "eu não consigo ser bom a matemática". Conseguiremos isto se mostrarmos aos nossos alunos que a matemática que lhes ensinamos os ajuda a tornar-se cidadãos produtivos e cultos. O apoio da comunidade, incluindo o das indústrias da música e espectáculos é essencial para atingir este enorme objectivo.

A letra desta canção encontra-se em <http://www.margaritaville.com>. Carregada a página, clique em *Albums/Lyrics* e a seguir em *Beach House on the Moon* (a última listagem).

Com mais de 110.000 membros e mais de 250 grupos filiados, o NCTM é a maior organização mundial que se dedica a melhorar a qualidade da educação matemática nos níveis K12. Os nossos *Standards* são linhas de orientação para atingir o mais alto nível em educação matemática e lançam um apelo para que todos os alunos se envolvam numa matemática mais desafiante. O NCTM dedica-se a um diálogo contínuo e a uma discussão construtiva com todos os intervenientes sobre o que é melhor para os alunos desta nação.

Para mais informação ou para marcar um encontro com um dirigente do NCTM, contacte Kathleen Swanda através do telefone (703) 620-9840, ext.2206.

Para contactar com o escritório do *manager* de Jimmy Buffett, escreva ou telefone para:

HK Management  
9200 Sunset Blvd., Suite 530  
Los Angeles, CA 90069  
Tel. (310) 550-5240

Claro que esta mensagem me encheu de curiosidade e fui logo pesquisar na rede. O nome do músico não me soava conhecido apesar de ter constatado que já tem mais de cinquenta anos. Numa pesquisa, não refinada, no Altavista apareciam centenas de milhares de referências suas. Consegui também por esse meio, ouvir uma das músicas, em *rock* ligeiro, que tive a certeza de reconhecer.

O *site* cujo endereço é indicado na mensagem é bastante completo e revela uma organização e um *marketing* à americana. Há referências desde Cds a vídeos, passando por livros escritos por J.B. e outros autores, artigos como as *T-shirts* e outros objectos, informação sobre Key West – "o local mais bonito do mundo" e classificado como St. Tropez dos pobres, onde J.B. viveu durante alguns anos, ...

Encomendei logo o CD *Beach House on the Moon* em que J.B. é acompanhado pela *Coral Reefer Band*. Mas havia também um *link* para a Fundação SFC que me despertou a curiosidade. Traduzindo, de novo:

*SFC Charitable Foundation, Inc.*, ou *Singing for Change*, é uma fundação privada criada por Jimmy Buffett em 1995, inicialmente com fundos de uma *tournee* de J.B., mas que continua a receber um dólar por bilhete em cada concerto seu.

Esta fundação oferece subsídios a organizações progressistas sem fins lucrativos, cuja actividade se dirija às causas que dão origem a problemas sociais e ambientais. A SFC apoia projectos que visem melhorar a qualidade de vida das pessoas e que lhes permita operar mudanças positivas na sua comunidade. As organizações que têm mais possibilidade de conseguir fundos, são as que, sem grande aparato, colaborem com outras organizações locais no sentido de descobrir formas inovadoras para resolver problemas comuns.

Há muito mais para ver e ler neste *site* e respectivas ligações. Assim como há muito para ver e aproveitar no *site* do NCTM. Não ouvi ainda a música em causa (será que o NCTM a ouviu?), mas não fiquei nada com a ideia de que J.B. seja um bruto insensível e capaz de viajar no tempo para asfixiar Euclides com uma meia de seda às riscas paralelas, ou fazer uma fogueirinha para esturricar *Os Elementos*, à moda de quem bem sabemos. Nem me pareceu tão bronco e alheio que não se tenha apercebido de que a ciência tem contribuído para minorar alguns problemas sociais e ambientais. J.B. considera que é preciso chamar a atenção das pessoas para pormenores da vida quotidiana e utiliza, para tal, a música, de forma satírica.

Quando falei nesta questão a um jovem cunhado meu que é pianista, ficou delirante e prontificou-se para acompanhar a dita música ao piano. É que se lembra, na primária, de ver os outros meninos irem brincar para o recreio, enquanto ele ficava na sala de castigo, a fazer contas.

Apesar de tudo, fiquei contente por saber que aquela atitude fatalista dos nossos alunos e respectivos encarregados de educação em relação à Matemática existe nos Estados Unidos! Porquê? Porquê? Porquê? Mas afinal há quantos anos existe o NCTM?

Não gostaria de ver a *nossa APM* tomar a atitude paternalista e moralista do NCTM. Claro que entendo que quem está em posição de destaque deve agir tendo em conta as influências que poderá exercer, o que se aplica também, é claro, ao NCTM. Não será, pois, mais importante, investir estas energias a pensar mais um pouco em como perseguir a finalidade de formar *cidadãos críticos* e portanto menos influenciáveis, do que a condenar formas de expressão que, teoricamente, são livres? Não seria também mais interessante procurar saber porque é que J.B. não canta antes *History Sucks* ou *Sport Sucks*?

É evidente que sou sensível ao esforço positivo do NCTM para melhorar a Educação Matemática. Mas esta posição particular, faz-me lembrar uma fase da minha infância que provavelmente também traz evocações a muitos dos meus contemporâneos: antes de cada refeição, e como se a sopa de nabos ou congéneres não bastasse para nos fazer estremecer, estava o meu pai com uma garrafa de óleo de fígado de bacalhau e uma colher de sopa na mão. Faz bem a tudo! É indispensável para o vosso crescimento! Os meus irmãos mais novos choravam e tapavam o nariz. Eu, mais dócil e de estômago sensato, engolia (vá lá, cheguei ao metro e meio...). A minha irmã mais velha auto-excluiu-se do ritual, porque conseguia devolver a colherada à procedência (tem mais cinco centímetros do que eu). Hoje, há inúmeras formas de engolir o dito óleo, embrulhado em formas atractivas e sem aquele saborzinho que não esquece.

Espero ter tornado claro o meu ponto de vista. E, já agora, vão ver o *site* do NCTM e o da APM, e por que não o do Jimmy Buffett...

Susana Diego  
EB 2,3 Gonçalo Nunes, Barcelos



**A fúria de crianças “normais”**

A violência nas escolas constitui hoje uma preocupação da sociedade em geral. Vários têm sido os incidentes divulgados pelos meios de comunicação social, suscitando perturbação e choque da opinião pública. Perante a frequência com que estas notícias têm surgido nos últimos tempos, é inevitável que nos questionemos acerca das suas causas.

Esta notícia, publicada no jornal Público do dia 12 de Maio de 1999, é um exemplo recente de violência nas escolas.

Notícia (duas partes):

“Vamos lá ver se os médicos conseguem explicar”, desabafa Guilherme Almeida, o avô de um dos dois meninos que, na passada sexta-feira, destruíram cinco das seis salas de aula da Escola Primária do Calvário, em Serzedelo, Guimarães. João, de nove anos, e Frederico, de 10, tidos pelas professoras e pelos pais como “crianças normais”, entraram na escola e, ao abrigo da noite, partiram uma janela, arrombaram portas e destruíram todo o material escolar que encontraram, provocando um prejuízo que ronda os setecentos contos. Os quadros foram manchados com tinta, os trabalhos efectuados pelos estudantes foram rasgados, as mesas partidas e os armários foram queimados. Quanto às paredes, cinco dias após o incidente, ainda não foi removida a tampa que os dois alunos espalharam pelas salas e pelos corredores. Uma destruição que, apesar de confirmada pelos dois



“Vamos lá ver se os médicos conseguem explicar”, desabafa Guilherme Almeida, o avô de um dos dois meninos que, na passada sexta-feira, destruíram cinco das seis salas de aula da Escola Primária do Calvário, em Serzedelo, Guimarães. João, de 9 anos, e Frederico, de 10, tidos pelas professoras e pelos pais como “crianças normais”, entraram na escola e, ao abrigo da noite, partiram uma janela, arrombaram portas e destruíram todo o material escolar que encontraram, provocando um prejuízo que ronda os setecentos contos.

“Quem me dera conseguir explicar o que se passou”, lamenta Leonice Padrão, a directora da escola do Calvário. “Todos me pedem explicações e o que eu posso dizer é que os meninos, apesar de não serem bons alunos, são crianças normais” explica.

**Pais alheados**

crianças e que leva os seus familiares a procurar uma resposta clínica para o que se passou. Depois de entrarem na escola, João e Frederico permaneceram lá por várias horas. Os meninos acabaram por ser descobertos pelos membros da Associação de Pais que, todas as sextas-feiras, se reúnem para discutir os assuntos referentes ao estabelecimento de ensino. Com a escola encerrada até amanhã, e depois de a população ter tentado manter em segredo o que se passou na escola do Calvário, para “não demaguir” a imprensa, agora é tempo de tentar perceber o que terá levado os rapazes a destruir a escola. Segundo os meninos, a intenção era a

por uma mudança de acção educativa. Contudo, algo se terá passado e as crianças, mal entraram na escola, começaram a destruir tudo o que encontravam. De fora ficou apenas a sala da terceira classe (frequentada pelos próprios) e a biblioteca, que, por ser o local onde se encontra o computador, tem uma porta blindada. Com uma explosão silenciosa, os rapazes frizem que a intenção era apenas a de ir “buscar a bola para o fim-de-semana”. Depois, talvez por ver à sua disposição tanto material escolar, o João decidiu guardar para si “uns cadernos e uma lápis de cor”. Sendo o mais falador, é ainda o menino de 9 anos a referir que “talvez” o colega de avento

flagelada pelo consumo e tráfico de droga, no seio de famílias desempregadas e sem recursos financeiros. O João partilha um casebre com mais dez irmãos e os pais<sup>1</sup> e o Frederico é membro de uma família com treze filhos<sup>2</sup>.

Como refere o autor Fernando Savater no seu livro *O Valor de Educar*, (1997, p. 64): “Quando me perguntam porque é que as crianças são violentas, respondo com outra questão, e não deveriam sê-lo? Acaso não o são os seus pais e não o foram os seus avós e tetravós?” E destas crianças, que violência podíamos

esperar? O que há afinal de “normal” nas suas vidas? Talvez seja apenas a sua sala de aula – a única que quiseram preservar...

**Notas**

- <sup>1</sup> Informação retirada da notícia de Paulo Nogueira. (Diário de Notícias, do dia 12 de Maio de 1999)
- <sup>2</sup> Informação retirada da notícia de Rui Pereira. (Expresso, 15 de Maio de 1999)

Fernanda Perez  
E S da Amora  
Lina Brunheira  
Fac. de Ciências de Lisboa

**Educação e 25 anos de 25 de Abril**

A revista *Educação, Sociedade e Culturas*, da Associação de Sociologia e Antropologia da Educação, publicou, em Março de 1999, um número temático dedicado à Educação e 25 anos de 25 de Abril. A revista inclui artigos de especialistas na área da educação fortemente identificados com o período do 25 de Abril, como é o caso de Rogério Fernandes, de António Teodoro e de Rui Gomes, e de outros autores das áreas da Educação e Sociologia (Ana Almeida, Pedro Silva, Stephen Stoer e Roger Dale). Contém, ainda, dois importantes documentos sobre realidades das Escolas do Magistério Primário, uma mesa redonda em que participaram antigos directores e alunos da época do 25 de Abril, intitulada *Formação de Professores e o 1º ciclo do Ensino Básico — Deveríamos, ou não, ter saudades das Escolas do Magistério Primário?* e uma homenagem a José Bento Gomes, conhecido pedagogo e historiador que leccionou, nos anos subsequentes a 1974, na Escola do Magistério Primário do Porto. Esta revista é uma obra que interessa tanto a professores como a investigadores, constituindo um elemento fundamental para o debate sobre a democracia e a cidadania, essencial ao mundo de hoje.

Ana Maria Boavida, ESE de Setúbal

## Aprendizagem da Matemática: perspectivas de alunos do 2º Ciclo

*António Manuel Guerreiro*

A utilidade da Matemática na vida quotidiana e o seu papel social, quer na progressão dos estudos quer nalgumas profissões, parecem ser dos factores que mais influenciam as atitudes dos alunos em relação à Matemática e à sua aprendizagem.

Um acréscimo de responsabilização dos alunos em relação às actividades escolares parecer, igualmente, ser uma estratégia promotora da aprendizagem.

No âmbito da disciplina de *Seminário Científico Pedagógico do Curso de Formação de Professores (2º Ciclo), variante Matemática/Ciências da Natureza*, da Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve, tive a oportunidade de acompanhar a realização de um conjunto de trabalhos efectuados por alunos/futuros professores de Matemática. O valor destes trabalhos não reside tanto no estudo dos diferentes contextos teóricos e na conseqüente revisão da literatura temática mas, sobretudo, no trabalho de campo desenvolvido junto de alunos do 2º Ciclo do ensino básico, relativamente a um conjunto de temáticas relacionadas com as concepções e as atitudes dos alunos face à Matemática e ao seu ensino.

A opção pela utilização de uma metodologia qualitativa na realização da generalidade destes trabalhos reflecte um posicionamento relativamente à investigação em Educação Matemática, quer dos seus autores, quer de mim próprio, tendo em vista a análise e interpretação da informação fornecida pelos actores do processo ensino/aprendizagem.

Pareceu-me oportuno a redacção deste texto, por permitir divulgar alguns aspectos dos resultados de trabalhos realizados, no âmbito da referida disciplina, no final do ano lectivo 1997/98.

### **Concepções dos alunos face à Matemática: o cálculo**

A propósito das concepções dos alunos face à Matemática, Anabela Oliveira (1998) procurou, a partir de desenhos feitos por dez alunos de uma turma do 6º ano da E. B. 2,3 de Montenegro, caracterizar o modo como estes alunos vêem a Matemática. Estes desenhos parecem caracterizar a Matemática como sendo uma

ciência universal (desenhos de extraterrestres, "sábios/professores" de Matemática), complexa, difícil (bicho de sete cabeças e sinal de perigo) e associada ao cálculo das operações elementares.

Aliás, a grande influência do cálculo na Matemática parece, também, estar presente no trabalho de Vítor Manuel Correia (1998) que procurou equacionar a problemática da Educação Matemática através da Arte. Para tal seleccionou seis gravuras, que sugeriam assuntos relacionados com a geometria, particularmente com simetrias, e efectuou uma entrevista estruturada, relativamente a cada uma das gravuras, a cada um de cinco alunos de uma turma do 6º ano da E. B. 2, 3 D. Manuel I de Tavira.

Relativamente à associação entre as gravuras e a Matemática, apesar da maioria dos alunos referirem, também, motivos geométricos (figuras geométricas e sólidos geométricos), com excepção das transformações geométricas (nomeadamente as simetrias), concluiu que parece existir, ainda, uma significativa associação com as operações elementares da adição e da multiplicação. Um dos alunos associa, até, todas as gravuras a adições dos diversos objectos existentes nas imagens. Quando questionados relativamente à utilização de gravuras no ensino da Matemática, referem que tal nunca aconteceu, mas defendem a sua utilização. Sobre a associação das referidas gravuras a outras disciplinas, os alunos são unânimes em associá-las à Educação Visual e Tecnológica, à História e às Ciências da Natureza, na gravura onde aparecem maçãs e malmequeres.

A redução da Matemática aos números e ao cálculo, neste nível de ensino, reflecte uma visão tradicionalista

da disciplina, associada às quatro operações aritméticas. Esta visão parece ser consequência da relevância dada ao cálculo, quer pela sociedade, nomeadamente pelos pais dos alunos, quer pelos professores, quer, ainda, pelos próprios programas do 1.º e 2.º Ciclos.

### **Trabalho projecto na unidade de Estatística**

Um outro aspecto metodológico/didáctico do ensino da Matemática foi estudado pelo Luís Miguel Nunes (1998), tendo por base a aplicação da metodologia de trabalho projecto na unidade de Estatística, numa turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 N.º 2 de Quarteira, envolvendo a comunidade escolar.

Com o objectivo de avaliar o seu trabalho, junto dos alunos, questionou-os sobre o trabalho desenvolvido durante a referida unidade. Durante este processo, os alunos passaram por várias fases: o confronto entre os resultados esperados e os obtidos, relativamente às questões de pesquisa; o confronto de opiniões, em cada grupo, quanto às opções tomadas durante a realização dos estudos estatísticos; o trabalho de equipa e a resolução de conflitos num mesmo grupo e a realização dos materiais para exposição dos resultados à comunidade escolar. Em relação ao trabalho desenvolvido, as preferências dos alunos incidem, essencialmente, na construção dos cartazes, suporte da referida exposição.

O confronto de representações, a reflexão sobre as estratégias definidas, a preocupação relativamente à validade dos dados recolhidos junto da comunidade escolar, a procura de fiabilidade na interpretação destes dados e a projecção da realização destes e de outros estudos fora da escola, junto da comunidade local, parecem ser características que potenciam, nos alunos, o gosto pela investigação científica e pela Matemática aplicada à vida quotidiana.

### **A motivação, o sucesso e as actividades profissionais**

Tendo por enquadramento a problemática do sucesso/insucesso em Matemática, Maria Alzira Cavaco

(1998) tentou relacionar a caracterização social de cinco alunos de uma turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 de Montenegro com o seu comportamento em relação à Matemática e à resolução de problemas. Para tal, entrevistou os referidos alunos, tendo por base uma série de questões relacionadas com o seu dia-a-dia familiar e com as suas actividades escolares, a partir da projecção destes em relação a fotografias de quatro alunos, dois de cada sexo, em situação de aula. Propôs-lhes, ainda, a resolução de um problema<sup>1</sup>.

Os dois alunos (rapazes) da classe "média-alta", do meio rural, consideraram-se alunos médios a Matemática e escolheram para trabalhar alunos calmos e sem dificuldades na disciplina. Relativamente ao problema, ambos conseguiram obter sucesso e manifestaram espírito crítico, apesar de terem utilizado estratégias diferentes. A aluna da classe "média" considerou-se tímida e identificou-se com alunas sossegadas e trabalhadoras. Interpretou deficientemente o enunciado do problema o que a induziu a um raciocínio incorrecto. Os restantes alunos, um de cada sexo, da classe "baixa" referiram que esperam ajuda dos outros alunos e que estes sejam inteligentes. Perante o problema, apresentaram um conjunto de cálculos fora do contexto. Tendo em conta este estudo, apesar de não ser possível correlacionar os dados, parece existir alguma relação entre o ambiente social e familiar do aluno e o seu comportamento relativamente à aprendizagem.

Um outro estudo, elaborado por João Paulo Evaristo (1998), tentou perceber a perspectiva dos alunos face à desmotivação em relação à Matemática e procurou analisar os vários aspectos que poderão causar a tal desmotivação. Para isso entrevistou três alunos de uma turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 D. Manuel I de Tavira, manifestamente desmotivados em relação à Matemática.

Um dos alunos refere que não gosta e nem se sente capaz de aprender Matemática, atribuindo a si as causas do insucesso e da desmotivação. Refere que a professora explica bem

e que a Matemática é necessária para arranjar emprego mas não lhe atribui qualquer utilidade no dia-a-dia. Um outro aluno diz que o professor é o principal motivo da desmotivação em Matemática, reforçada pelas actividades da sala de aula. A tendência para acentuar as atitudes negativas em relação à Matemática leva o aluno a procurar uma profissão na qual a Matemática seja dispensável. O último aluno não encontrou utilidade na Matemática, com excepção do cálculo, e afirma sistematicamente não se interessar pela disciplina, referindo que o professor é "chato" e exigente. Contudo, estes comentários só são referidos quando o professor é associado à disciplina de Matemática e às aulas que lecciona.

Ainda, na temática da utilidade social e profissional da Matemática, Pedro Correia (1998) procurou perceber até que ponto a expectativa profissional influencia a aplicação na disciplina de Matemática. Para tal usou, um questionário de respostas fechadas com 24 alunos de uma turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 N.º 2 de Quarteira.

A globalidade dos alunos afirmam gostar de frequentar a escola, e a maioria diz só estudar na véspera dos testes. Mais de metade destes alunos referem gostar de Matemática e consideram-na importante para o dia-a-dia. A importância é, substancialmente, menos salientada nos alunos que manifestam alguma rejeição relativamente a esta disciplina. Para os alunos que dizem vir a optar por uma profissão que pressupõe formação superior (informático, empresário, arquitecto, médico, professor, veterinário), a Matemática surge como uma disciplina importante, o que influencia, positivamente, a sua dedicação. Os alunos que optaram por profissões como exorcista, carpinteiro e futebolista, não vêem a Matemática como relevante. Um dos alunos escolheu a profissão de pintor e refere que a Matemática não é necessária e outros dois escolheram ser polícias e referem que, nesta profissão, o 12.º ano é necessário e a disciplina de Matemática é importante.

A utilidade social da Matemática em relação a algumas profissões parece

ser, neste nível de ensino, uma referência para a motivação e dedicação dos alunos. Por outro lado, o insucesso em Matemática, associado ao ambiente familiar, aos aspectos cognitivos e às actividades na sala de aula, parece desencadear nos alunos mecanismos de aceitação dessa realidade, motivando uma desvalorização da importância da Matemática no seu dia-a-dia.

### Avaliação e emoções

Contudo, a dedicação dos alunos face à disciplina de Matemática parece estar, também, muito associada à avaliação sumativa dos mesmos. Esta conclusão é salientada no trabalho de Ana Amália Chamorro (1998), que procurou analisar a importância dos trabalhos de casa enquanto método de estudo. Esta temática foi estudada através da análise de quinze composições sobre o tema "Os trabalhos de casa", realizadas por outros tantos alunos de uma turma do 5º ano da E. B. 2, 3 Poeta Bernardo Passos de São Brás de Alportel.

Os alunos referem, nas composições, que realizam os trabalhos de casa tendo em vista o reforço das aprendizagens, a preparação para os testes e a sua valorização pessoal e social. Pretendem, também, influenciar as tomadas de decisão do professor em relação à avaliação sumativa. Estes alunos dizem que fazem os trabalhos de casa porque é uma obrigação de todos, porque não querem ser repreendidos pelo professor e para mostrar que adquiriram os conhecimentos leccionados. Contudo, as suas atitudes em relação à importância dada aos trabalhos de casa variam entre as manifestamente positivas e as manifestamente negativas. A importância que lhes é atribuída parece estar bastante associada à avaliação sumativa e à relação professor/aluno.

A avaliação, nomeadamente os testes, surge como um dos momentos de maior ansiedade. Maria Alexandra Lamúria (1998) debruçou-se sobre a ansiedade nos testes e concluiu parecer existir uma correlação negativa entre a auto-estima dos alunos e o nível de ansiedade. Esta aluna/futura

professora aplicou três questionários, um antes da realização de um teste, outro após esta realização e um terceiro a seguir à entrega e correcção do referido teste, a uma turma do 6º ano da E. B. 2, 3 de Montenegro.

A partir da análise dos dados recolhidos através do primeiro questionário, os alunos da turma foram divididos em três grupos: baixo, médio e alto nível de ansiedade. Os alunos que revelaram baixo e médio nível de ansiedade, referem que, durante o teste, foi diminuindo a ansiedade e tiveram a sensação de o teste ser fácil, compreensível e adequado ao tempo, de que estão a responder correctamente e vão ter uma boa nota. Por outro lado, os alunos que revelaram alto nível de ansiedade, indicam sentir o teste difícil e não perceber as questões. Estes alunos não revelam grandes expectativas relativamente a um resultado positivo no teste. No questionário aplicado, após o conhecimento dos resultados do teste, os alunos com baixo nível de ansiedade atribuem os seus resultados à concentração, preparação e atenção às aulas e a acessibilidade do teste. Os alunos com nível médio de ansiedade mostram uma grande dispersão de opiniões desde a preparação e concentração até à tensão. Os alunos com alto nível de ansiedade atribuem à sorte, à sua concentração e à acessibilidade do teste os seus resultados positivos.

Um outro trabalho, realizado por Sónia Balsinha (1998), tenta identificar as emoções presentes na aprendizagem da Matemática. Para tal analisou sete composições sobre as aulas de Matemática realizadas por alunos de uma turma do 6º ano da E. B. 2, 3 de Montenegro. A sua análise veio revelar uma grande insuficiência de dados relativos às emoções. Os alunos, nas referidas composições, abordam, apenas, as suas expectativas em relação à aula de Matemática e omitem as suas emoções e as suas atitudes.

Quanto às expectativas, os alunos participantes referem que esperam que as aulas decorram de forma calma e silenciosa, o que geralmente não acontece, que o professor seja explícito na apresentação dos conteú-

dos programáticos e que defina como estratégia de aprendizagem a utilização de jogos e outros materiais didácticos. Alguns alunos referem que a Matemática tem grande importância social, profissional e na progressão dos estudos.

Maria Helena Mendes (1998) tentou reflectir, também, sobre as emoções/sentimentos, mas mais concretamente nas que influenciam a aceitação/rejeição da Matemática pelos alunos. Para tal entrevistou, colectivamente, cinco alunos de uma turma do 6º ano da E. B. 2, 3 N.º 2 de Quarteira. Concluiu que estes alunos fazem depender os seus sentimentos em relação à Matemática da forma de actuar do professor. Por considerarem a Matemática uma disciplina difícil, estes alunos são persistentes na resolução de problemas e exercícios, esperam apoio por parte do professor nas actividades de sala de aula e sentem felicidade na progressão da aprendizagem. Apesar disso, dizem manifestar alguma falta de confiança em relação aos conhecimentos, quando vão ao quadro. Ao serem questionados sobre a hipótese de serem professores, rejeitam tal ideia, salientando como razões a dificuldade em controlar os alunos. É interessante verificar que manifestam rejeição em relação às atitudes repressivas dos seus (antigos e actuais) professores.

A variedade de sentimentos, positivos e negativos, manifestada pelos alunos, em relação à disciplina de Matemática, ao clima de sala de aula, à realização de testes e à realização de trabalhos de casa parecem estar fortemente associados aos sentimentos manifestados pelos alunos em relação à avaliação e à relação professor/aluno. Atendendo aos resultados dos trabalhos anteriores parece existir, por parte dos alunos, uma grande expectativa em relação ao clima da sala de aula, às estratégias de ensino do professor e à relação professor/aluno.

### Apoio pedagógico acrescido e aprendizagem

Apesar das estratégias do professor em relação às aulas de apoio não se

diferenciarem das estratégias utilizadas nas aulas regulares, o facto de nas aulas de apoio, a turma ter um número reduzido de alunos parece facilitar a aprendizagem e reforçar a participação dos alunos nas actividades.

Estes resultados são evidenciados no trabalho de Sandra Oliveira (1998) que, através de uma observação naturalista e de entrevistas, procurou compreender a perspectiva dos alunos em relação às aulas de apoio pedagógico acrescido e analisar o papel do professor. Partindo do conjunto de sete alunos de uma turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 N.º 2 de Olhão, observou o comportamento da professora e dos alunos numa destas aulas. Posteriormente, numa aula regular, aplicou um questionário a todos os alunos observados.

Inferiu que as aulas de apoio, apesar do reduzido número de alunos, decorrem de forma expositiva e apesar de reforçar o diálogo com os alunos na construção do conhecimento, o professor se limitou a repetir o que tinha sido tratado nas aulas regulares, tentando reforçar os conhecimentos já transmitidos. Na aula regular, os alunos em estudo apresentam uma maior tendência para se distraírem e para adoptarem uma certa passividade, quase mesmo alienação. A partir da análise dos questionários, os alunos referem que as aulas de apoio são mais calmas e deste modo conseguem estar com mais atenção à explicação do professor. Nestas aulas, o professor, segundo a perspectiva dos alunos, é mais elucidativo a expor a matéria e dá um apoio mais centrado e individualizado aos alunos.

### Um caso de abandono escolar

Um tema bastante diferente dos anteriores foi abordado por Noélia Miguel Pires (1998) que procurou explorar as circunstâncias de um abandono escolar. Para tal entrevistou um aluno, de 16 anos, de uma turma do 6.º ano da E. B. 2, 3 Dr. José Neves Júnior de Faro, que abandonou a escola durante um longo período e, a meio do 2.º período lectivo, resolveu voltar à escola. Este aluno vive só com a mãe viúva, em Faro, num

apartamento. Valoriza a Escola e os estudos, em parte, por influência da mãe que, só com a 4.ª classe, tem pena de não ter estudado mais.

Relativamente ao abandono escolar refere que deixou de ir à escola porque o pai morreu e a mãe adoeceu. Por isso teve de ir trabalhar em armador de ferro em Albufeira e Quinta do Lago (ganhava bem mas trabalhava muito). Voltou à escola quando a mãe melhorou e arranhou trabalho. Tem dois sonhos: gostava de ser bombeiro (para salvar pessoas) e ingressar na Escola Nacional de Bombeiros, mas para isso tem que fazer o 9.º ano. Gostava, também, de ir a França, onde nasceu (como era muito pequeno quando veio para Portugal não se lembra de nada). Receia não fazer o 9.º ano, dado que já tem 16 anos e não pode abandonar a mãe que depende muito da sua ajuda. Atribui os repetidos insucessos escolares à existência de diferentes problemas de ordem social e familiar.

Este caso de abandono escolar, como outros casos de insucesso de aprendizagem, parece estar relacionado com as condições económicas e sociais familiares, não configurando uma rejeição da escola como instituição de ensino/aprendizagem.

### Conclusão

A utilidade da Matemática na vida quotidiana e o seu papel social, quer na progressão dos estudos quer nalgumas profissões, parecem ser dos factores que mais influenciam as atitudes dos alunos em relação à Matemática e à sua aprendizagem.

Contudo, a utilização da Matemática no dia-a-dia parece reduzir-se, segundo a perspectiva destes alunos, ao cálculo, reflectindo uma visão limitada da disciplina. No entanto, por outro lado, o saber matemático surge como relevante na progressão escolar, muito dependente dos resultados da avaliação sumativa, e nas opções profissionais dos alunos, as quais podem estimular a motivação e dedicação dos alunos em relação à Matemática.

As deficiências relacionadas com a aprendizagem da Matemática são atribuídas, por parte dos alunos, aos

professores, a aspectos cognitivos e à relação professor/aluno. Um acréscimo de responsabilização dos alunos em relação às actividades escolares parecer ser uma estratégia promotora da aprendizagem dado que, apesar da responsabilização exterior, parecer existir um elevado nível de auto-conhecimento e de auto-crítica em relação à falta de motivação e de dedicação dos alunos.

### Referências

- Balsinha, S. (1998). *Como é que as emoções estão presentes na aprendizagem da Matemática?*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Cavaco, M. A. (1998). *A influência da classe social no sucesso/insucesso na disciplina de Matemática*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Chamorro, A. A. (1998). *Os trabalhos de casa enquanto método de estudo*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Correia, P. (1998). *Perspectivas futuras vs. aplicação na disciplina de Matemática*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Correia, V. M. (1998). *A Matemática através da Arte*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Evaristo, J. P. (1998). *Desmotivação dos alunos em relação à Matemática*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Lamúria, M. A. (1998). *Atitudes dos alunos em Matemática — A ansiedade nos testes*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Mendes, M. H. (1998). *Emoções/Sentimentos na disciplina de Matemática*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Nunes, L. M. (1998). *O envolvimento da Escola no estudo da Estatística*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Oliveira, A. (1998). *Concepções dos alunos face à Matemática*. Univ. do Algarve (texto policopiado)
- Oliveira, S. (1998). *Aulas de apoio*. Universidade do Algarve (texto policopiado)
- Pires, N. M. (1998). *Abandono escolar — Um estudo de caso*. Univ. do Algarve (texto policopiado)

<sup>1</sup> Um caracol sobe um muro com 10 metros de altura. Em cada dia sobe 2 metros, mas de noite deixa-se escorregar 1 metro. Ao fim de quantos dias chega o caracol ao cimo do muro?

António Manuel Guerreiro  
ESE, Universidade do Algarve

## Pense nisto

Matemática 2001

### Dinâmica de grupo e práticas colaborativas: resultados do Matemática 2001

O professor é, cada vez mais, solicitado para práticas que pressupõem o trabalho conjunto com vista a objectivos comuns. A sua acção deixou de se restringir à sala de aula; passou a ter que intervir em diversos níveis numa escola complexa e agastada, mas ambiciosa e que exige muito aos professores. A qualidade do seu trabalho e o alcance das metas que o professor estabelece dependem, em muito, do grau de cooperação que consegue, em particular com os colegas de grupo.

O projecto Matemática 2001 abordou a questão das práticas colaborativas entre professores. Apresentamos aqui de forma esquemática alguns aspectos dos dados obtidos sobre os quais, pensamos, vale a pena reflectir:

- As reuniões formais dos professores — conselho escolar (1º Ciclo); conselhos de grupo — realizam-se em geral mensalmente (uma vez por período no ensino secundário) e, embora abordem assuntos diversos, têm **tendência para assumir um cunho fortemente burocrático**.
- Há escolas que aproveitam estas reuniões para **partilhar experiências e analisar casos em que se verificam dificuldades de aprendizagem**, tentando encontrar algumas estratégias que minimizem o problema.
- Alguns delegados de grupo procuram dinamizar o grupo disciplinar mas **este cargo parece ser visto como muito pouco atractivo**.
- No que se refere à selecção dos manuais a adoptar, também atribuição dos grupos, evidencia-se alguma **disparidade nos critérios** seguidos: "Algumas escolas referem ter em conta as orientações enviadas pelo

Ministério. (...) Mas também se escolhe o livro que está «mais virado para os exames nacionais». Numa escola, (...) o manual é escolhido no 2º Ciclo por votação e no 3º Ciclo por «intuição». Há também casos (...) em que os manuais são escolhidos por tradição."

- **As conversas informais são preferidas e melhor aceites** do que formas de trabalho mais formais e organizadas. A preparação de aulas e a elaboração de fichas de trabalho e testes, desenvolvidas por grupos de dois professores, surge como o tipo de trabalho colaborativo mais frequente.

Relativamente a esta matéria o relatório final faz, entre outras, as seguintes recomendações:

"Devem ser incrementadas as práticas colaborativas entre os professores da mesma escola e entre os professores dos vários níveis de ensino (...) no **diagnóstico de problemas** de aprendizagem dos alunos, na **definição de estratégias** de intervenção e avaliação dos alunos e na **reflexão sobre a prática pedagógica**."

"Devem ser incentivadas as **práticas colaborativas ao nível da sala de aula** (...) devendo caminhar-se para situações em que mais do que um professor desenvolvam em simultâneo trabalho na mesma turma."

"O **papel do delegado de grupo deve ser valorizado**, tornando-o mais actuante na dinamização do grupo disciplinar e do respectivo projecto

pedagógico, e devem ser criados lugares de **especialistas curriculares de apoio ao trabalho das escolas** e dos territórios educativos, bem como outros sistemas de apoio à distância aos professores."

Em busca de uma identidade própria e na conquista de uma autonomia sólida e progressiva, a escola de hoje exige ao professor a capacidade de desenvolver práticas colaborativas, facilitadoras de uma evolução profícua. Mas, para tal, é necessário e

#### **Como é a dinâmica do grupo disciplinar de Matemática nas escolas? Em que consistem as práticas de colaboração dos professores? Como incentivá-las e desenvolvê-las?**

imprescindível que o professor reconheça as vantagens dessas mesmas práticas de modo a tirar delas o melhor partido. Fica para pensar:

*Que importância atribui às práticas colaborativas existentes nas escolas?*

*Que outras formas de trabalho colaborativo se poderão desenvolver?*

*Que tipo de benefícios poderão trazer, para o ensino/aprendizagem da Matemática em Portugal, as práticas colaborativas ao nível da sala de aula?*

*Que papel poderão ter os especialistas curriculares de apoio ao trabalho dos professores?*

*Que sugestões tem a fazer a este respeito, para o trabalho a desenvolver ao nível da APM?*

Fernanda Perez  
ES Amora

## Tempos passados...

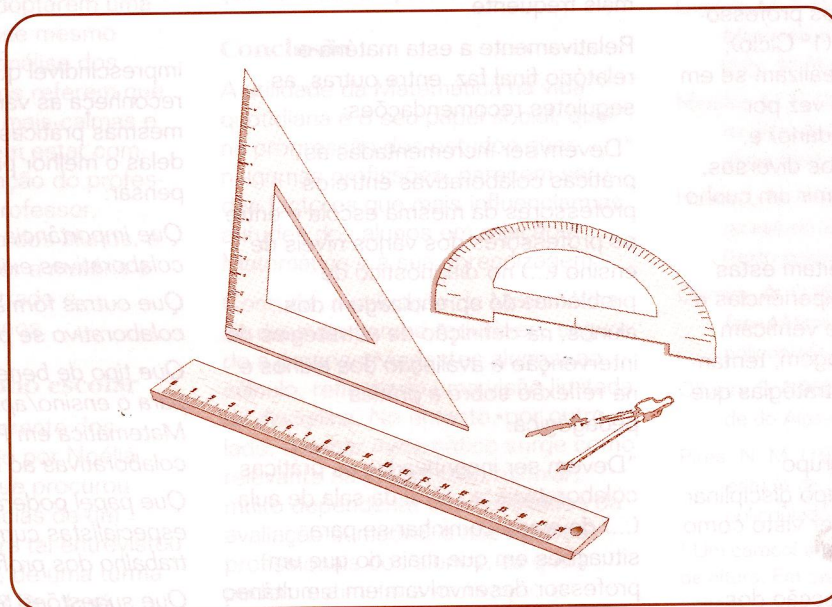
### Os materiais em 1974

#### no Ensino Primário, o material improvisado ou estruturado, para abordar conceitos ou classificar

"Durante [o período de adaptação] poderão começar a ser introduzidas as primeiras rubricas do programa e (...) só deverão ser abordados os capítulos indicados para que a criança chegue às noções indicadas nessas rubricas a partir de um grande número de experiências, não só o mais variadas possível, mas também usando uma vasta gama de materiais, de preferência, pelo menos inicialmente improvisados". (MEC, Ensino Primário, programas para o ano lectivo de 1974-75, p. 40)

Nas escolas em que haja material estruturado, como seja o material Cuisinaire ou os blocos lógicos, deverão as crianças poder brincar com ele, durante todo o tempo em que neles estiverem interessadas e da maneira que quiserem. Darão assim largas à sua fértil imaginação, ao mesmo tempo que, por si próprias, irão fazendo comparações e classificações". (MEC, Ensino Primário, programas para o ano lectivo de 1974-75, p. 46)

#### nos outros níveis de escolaridade, a régua, o esquadro...



Dora Peimha



## ... tempos presentes



### Os materiais em 1999

uma grande variedade de materiais para apoiar a actividade matemática

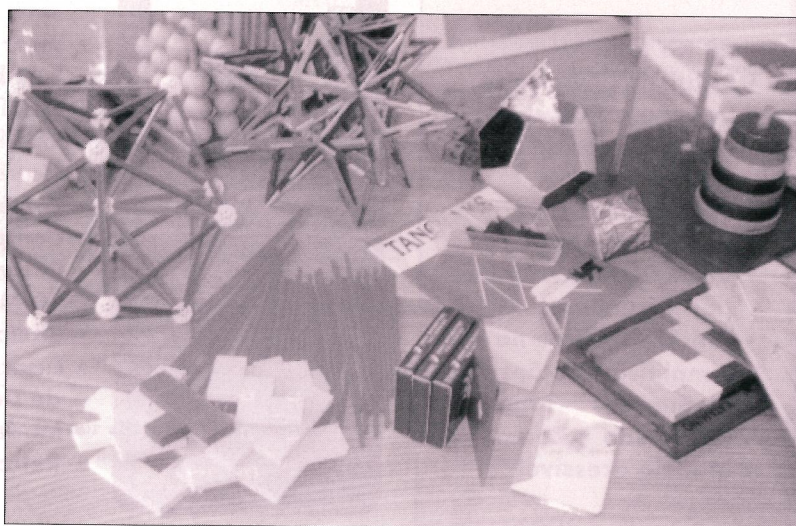


Foto: Henrique M. Guimarães

**1º Ciclo:** "...na sala de aula, deve haver materiais de apoio e o professor permitirá que cada criança utilize com liberdade o que lhe for mais conveniente" (ME, Organização Curricular e Programas, p.178). "A manipulação e a exploração de objectos, observação que gradualmente se torna mais pormenorizada, a utilização de materiais e instrumentos na construção e desenho de modelos geométricos, permitirão muitas descobertas e desenvolverão as capacidades de relacionar, classificar e transformar". (ME, Organização Curricular e Programas, p.186)

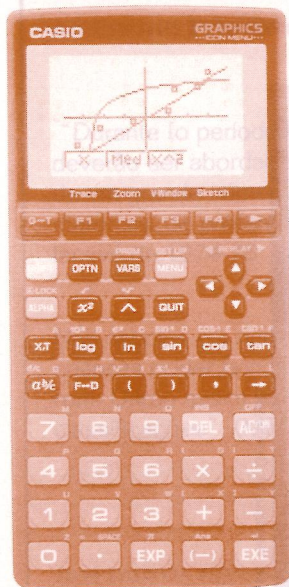
**2º Ciclo:** "... é indispensável a manipulação de materiais variados (objectos da vida corrente, modelos de sólidos geométricos, geoplano, puzzles...) como suporte de actividades de exploração que favorecem a formulação de conjecturas, etapa fundamental da actividade matemática. (...) O aluno utilizará instrumentos de medição e de desenho sempre que necessário e ainda quando possível, programas para o computador". (ME, Organização Curricular e Programas, vol I, 2º Ciclo, p.148)

**3º Ciclo:** "Um programa que se pretende ligado à experiência e à intuição pressupõe a possibilidade de largo uso de materiais diversificados: materiais simples do quotidiano (embalagens, mosaicos, papéis de embrulho, cartolinas, objectos da sala de aula, ...); materiais de desenho e de medição, modelos geométricos, geoplano, ...; materiais escritos (fichas de trabalho, manuais, ...); calculadoras; meios audiovisuais (retroprojectos, slides, vídeo, ...); meios informáticos". (ME, Organização Curricular e Programas, vol I, 3º Ciclo, p.197)

**Ensino Secundário:** "A didáctica prevista para a Matemática no ensino Secundário pressupõe a possibilidade de uso de materiais e equipamentos diversificados: material de desenho para o quadro e o trabalho individual (régua, esquadro, compasso, transferidor); materiais para o estudo da Geometria no espaço (sólidos geométricos, construídos em diversos materiais: placas, arames, palhinhas, acetatos, acrílico, plástico...); quadro, quadriculado e papel milimétrico; meios audiovisuais (retroprojector, acetatos e canetas, diapositivos, vídeo,...); livros para consulta e manuais; outros materiais escritos (folhas com dados estatísticos, fichas de trabalho, fichas de avaliação...). Prevê-se a possibilidade de recorrer a fontes para fornecimento de dados estatísticos (autarquias, clubes, hospitais, empresas, institutos, cooperativas,...); calculadoras gráficas com possibilidade de introdução de um ou dois pequenos programas; computador". (ME, Programa do Secundário, reajustado, p. 10)

A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado perfeitamente adaptada ao ensino em Portugal. Prestamos apoio constante a professores e escolas através de várias acções técnicas e pedagógicas do programa educacional Casio.

### GRÁFICAS



#### FX - 7450 G

- 20 Kb Ram
- Estatística Avançada
- Ligação a PC e Analisador de dados
- Versão para Retroprojector
- Visor Gráfico 6 Linhas por 13 Colunas
- Até 10 Gráficos no Visor
- Simplifica fracções
- Inequações • Tabelas
- Regressão • Zoom
- Modelo acessível



#### CFX 9850 Gb Plus

- Visor a cores
- 32 Kb Ram + 28 Kb Rom
- Estatística Avançada
- Cálculo Financeiro
- Matrizes • Complexos
- Raizes Reais e Complexos
- Derivados • Cónicas
- 10 Modelos de Regressão
- Biblioteca Incorporada
- Ligação a PC, Analizador de Dados, e Video/TV
- Modelo com Painel para Retroprojector

e ainda: FX9750 G, CFX 9950 Gb Plus, CFX 9970 G

### ACESSÓRIOS P/GRÁFICAS

#### FX-INTERFACE

Ligação a PC das gráficas CASIO

#### TV/VIDEO - Vi 9850G

Ligação a TV e Video projector da CASIO CFX 9850 Gb Plus

#### KITS PARA RETROPROJECTOR

Conjunto Máquina + Data Display + cartão emulador

#### ANALISADOR DE DADOS

Recolha de Dados vários com sondas incluídas e ligação das gráficas CASIO

### CIENTÍFICAS



#### FX 82 W/TL

#### FX 570 W

Científicas de alto nível, Simples, Económicas, Poderosas

- Visor com 2 linhas

### ELEMENTARES



#### HS - 8 ER

#### HL - 820 ER

#### SL - 450

- Robustas
- Económicas
- Modelos ER com calculo de EUROS

### P.E.C. Programa Educacional CASIO

Apoio Técnico e Pedagógico - Programa de Empréstimos - Cursos de Formação

O PEC - Programa Educacional CASIO, numa das suas várias vertentes, desenvolve cursos de formação (gratuitos), tendo como objectivo familiarizar a classe docente com a tecnologia das calculadoras gráficas e a sua aplicação aos novos programas de matemática.

O programa de cursos de formação desenvolvido pela CASIO, conta com o apoio de uma Equipa de Professores de Matemática a nível nacional, que não só realizarão os cursos como também responderão a qualquer solicitação técnica e/ou pedagógica.

#### P.E.C.

#### Estrutura de Cursos de Formação

Iniciação (1 acção de formação)	Aperfeiçoamento (2 acção de formação)	Exploração de Novas Aplicações
Exploração: •Do teclado •Das Funções Científicas •No Domínio das Funções	Exploração no domínio: •Das Funções •Da Estatística •Das Sucessões	Exploração: !!! (A definir mediante a vossa solicitação)



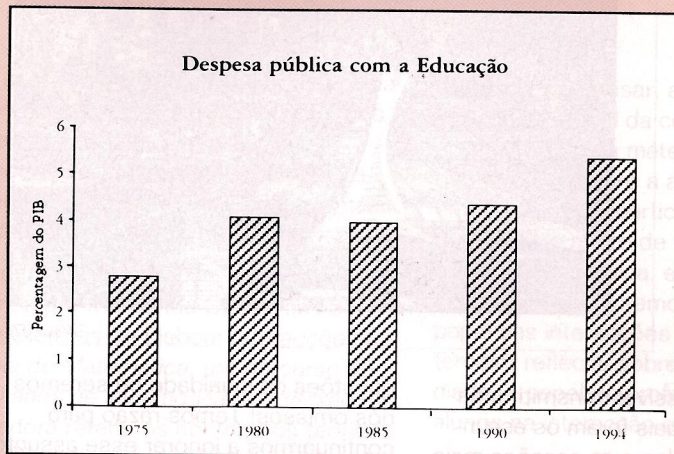
**BELTRÃO  
COELHO**

Lisboa, Porto, Braga, Aveiro,  
Coimbra, Santarém, Setúbal, Faro,  
Funchal e Sintra  
www.bcl.pt

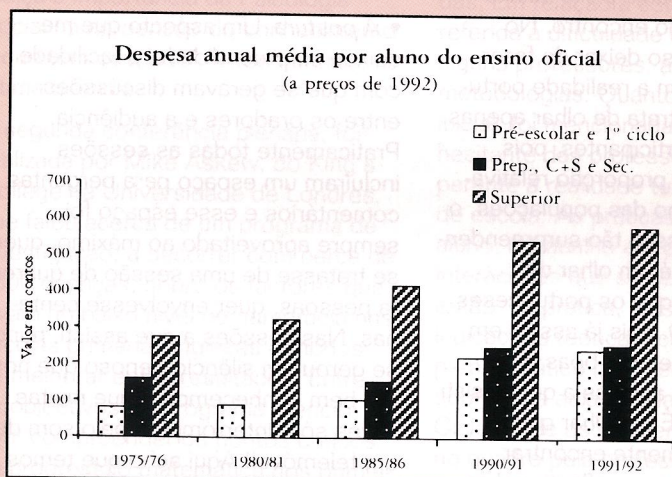
#### INSCREVA-SE

CONTACTE: Beltrão Coelho - PROGRAMA EDUCACIONAL CASIO  
Telefone (02) 207 35 12 /13/60/61

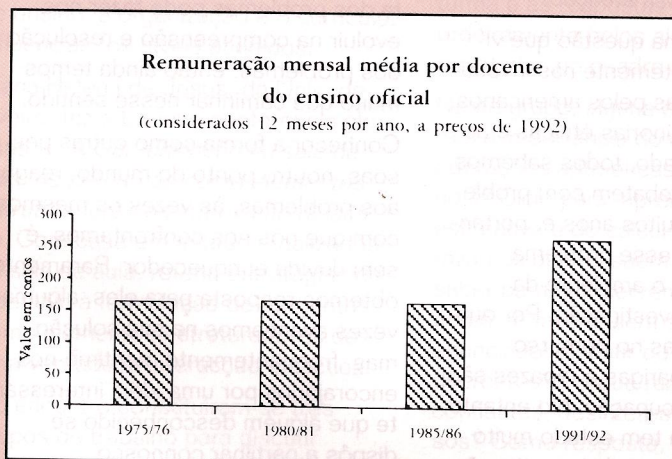
## Tempos passados, tempos presentes



"A despesa pública com a educação, em percentagem do Produto, cresceu significativamente: 1,5% em 1960; 1,7 % em 1970; 3,8% em 1975; 4,0% em 1985 e 5,5% em 1992." (A. Barreto e C. V. Preto, 1996, p. 39)



"Na primeira década do período (1975-1976 a 1985-1986) o custo médio [por aluno] cresce muito lentamente, ao ritmo anual de 1,2%. Porém, entre 1985-1986 e 1991-1992 ocorre uma acentuada aceleração, à cadência anual e real de 11,9%. Para todo o período considerado, de 16 anos, a média anual situa-se pouco acima dos 5% anuais." (M. Carreira, 1996, p. 72)



"A remuneração mensal média real dos docentes do ensino oficial quase triplicou em três décadas, elevando-se de cerca de 92 contos (1960-1961) para perto de 270 contos (1991-1992). Assim, a progressão média anual situou-se ao redor dos 3,5%. No período mais recente, compreendido entre 1985-1986 e 1991-1992, regista-se uma acelerada elevação do salário médio dos docentes do ensino oficial, da ordem dos 8% anuais." (M. Carreira, 1996, p. 73)

A Casio possui a linha mais completa e acessível do mercado perfeitamente adaptado ao ensino em Portugal.

## Um encontro no limiar do século XXI

Entre os dias 19 e 23 do passado mês de Abril decorreu em Montreal, Canadá, o encontro anual da AERA, a Associação Americana de Investigação Educacional, um evento que habitualmente reúne mais de uma dezena de milhar de professores e investigadores. Pois é, na terra em que tudo é grande — os prédios são grandes, os carros são grandes, as pessoas são grandes — os encontros são enormes!

Naturalmente, uma realização desta dimensão requer uma logística diferente, uma oferta de sessões grande e variada. Qualquer participante que queira tirar o maior proveito do evento precisa de umas horas para estudar o programa, ou então, pode sempre recorrer ao *site* da Associação e fazer o *download* de um *software* que constrói um programa personalizado a partir de escolhas sobre os temas, autores preferidos, etc.

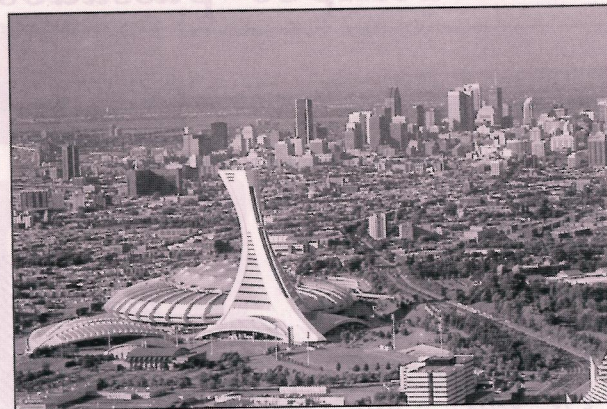
O encontro deste ano foi subordinado ao tema: *No limiar do século XXI: Desafios e Oportunidades*. Dentro desta temática geral, o programa organizou-se em torno de vários subtemas que variaram entre *Aprendizagem e Instrução*, *Formação de Professores*, *Políticas de Educação*, *Administração*, *Estudos sobre o currículo* e muitos mais. Também o formato das sessões foi bastante diversificado, sendo possível assistir, entre muitas outras opções, a comunicações ou entrevistas, participar em mesas redondas ou ir a sessões sobre “o estado da arte” de vários subtemas.

Um grupo simpático de cerca de quinze portugueses (do qual fiz parte...) também marcou presença. Com interesses diversos, encontrámo-nos nos corredores dos vários hotéis onde decorria o encontro, ou nas sessões dedicadas à Educação Matemática. À noite, distinguíam-nos facilmente na rua, pois ao lado dos

canadianos, para quem zero grau é apenas uma aragem fresca vinda do Alasca, nós éramos os encasacados!

Do meu ponto de vista, é impossível transmitir uma visão geral de quais foram os assuntos mais discutidos e as sessões mais interessantes, já que qualquer pessoa assiste apenas a uma parte infinitamente pequena do encontro. No entanto, não posso deixar de fazer comparações com a realidade portuguesa. E não se trata de olhar apenas ao número de participantes, pois fazendo a devida proporção relativamente ao tamanho das populações, o número nem é assim tão surpreendente. Também não é um olhar de inferioridade (de que os portugueses sofrem às vezes), pois já assisti em Portugal a sessões tão boas ou melhores quanto aquelas a que assisti neste encontro. É um olhar que procura simplesmente encontrar algumas diferenças e reflectir sobre elas. Destaco duas que penso merecerem a nossa atenção:

- *O conteúdo*. Uma questão que vi aparecer frequentemente nas investigações produzidas pelos americanos diz respeito às minorias étnicas e ao género. Por um lado, todos sabemos que os EUA se debatem com problemas raciais há muitos anos e, portanto, é natural que esse problema transpareça para o ambiente da educação e da investigação. Por outro lado, as diferenças no percurso escolar entre raparigas e rapazes são alvo da sua preocupação. No entanto, essa perspectiva tem estado muito longe dos interesses da investigação portuguesa. Resta saber se serão os americanos uns “exagerados” com as



Montreal

questões da igualdade ou seremos nós omissos! Temos razão para continuarmos a ignorar esse assunto ou existe fundamento para desenvolver interesse por ele?

- *A postura*. Um aspecto que me deixou surpreendida foi a facilidade com que se geravam discussões entre os oradores e a audiência. Praticamente todas as sessões incluíram um espaço para perguntas e comentários e esse espaço foi sempre aproveitado ao máximo, quer se tratasse de uma sessão de quarenta pessoas, quer envolvesse centenas. Nas sessões a que assisti, nunca se gerou um silêncio penoso que nós tão bem conhecemos e que muitas vezes só é interrompido pelo som de um telemóvel! Aqui acho que temos de lhes “tirar o chapéu”. De facto, se acreditarmos que a discussão conjunta dos problemas pode fazer-nos evoluir na compreensão e resolução dos problemas, então ainda temos muito que caminhar nesse sentido.

Conhecer a forma como outras pessoas, noutra ponta do mundo, reagem aos problemas, às vezes os mesmos com que nós nos confrontamos, é sem dúvida enriquecedor. Raramente obtemos resposta para eles, algumas vezes avançamos na sua solução mas, frequentemente, sentimo-nos encorajados por uma ideia interessante que alguém desconhecido se dispôs a partilhar connosco.

Lina Brunheira  
Fac. de Ciências de Lisboa

## Encontro de investigação em Mangualde

A secção de Educação Matemática da SPCE organizou, em Mangualde, nos dias 11, 12 e 13 de Abril, o oitavo Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM), sob o tema *Interações na Aula de Matemática*.

A primeira conferência plenária foi proferida por Margarida César, da Fac. de Ciências de Lisboa: *Interações na aula de Matemática: um percurso de 20 anos de investigação e reflexão*. A oradora referiu os contributos teóricos de Piaget e Vygotsky para a formação deste novo modelo teórico o qual realça a importância da Psicologia Social na apreensão do conhecimento e que tem ocupado muitos autores, na última década.

A segunda conferência plenária, foi realizada por Mike Askew, do King's College da Universidade de Londres, que falou acerca de um programa de investigação, a decorrer com cerca de 1600 crianças, sobre os factores que levam ao baixo nível de numeracia nas escolas primárias inglesas e modos de melhorar estes resultados. Entre os objectivos do programa mencionou: compreender os pontos críticos da progressão matemática nos primeiros anos e conhecer como as práticas da sala de aula, incluindo os métodos de ensino, a organização e o currículo, influenciam os níveis atingidos.

Maria Helena de Jesus, da Univ. de Aveiro, fez a terceira conferência plenária — *A Comunicação na sala de aula: as perguntas como elementos estruturadores da interacção didáctica*. Com base em estudos realizados na sala de aula, referiu estratégias de incentivo à formulação de perguntas como elementos estruturadores de uma verdadeira interacção didáctica.

No encontro constituíram-se três grupos de trabalho para discutir algumas das comunicações. Um grupo ocupou-se com temas que abrangiam a interacção promotora da

qualidade de pensar, a gestão do tempo e o papel da comunicação na aprendizagem da matemática; outro debruçou-se sobre a aprendizagem entendida como participação legítima periférica, o ponto de vista da cognição distribuída, e sobre os aspectos afectivo-emocionais e o papel das interacções sociais; o terceiro reflectiu sobre o trabalho em diade, o papel do professor e o dos alunos na interacção entre pares.

No primeiro grupo, a formação inicial e contínua foram largamente abordadas. Em relação a esta última, foi referida a dificuldade de abertura, de alguns professores, às novas metodologias. Quanto à formação inicial, foi mencionada a atitude hesitante das professoras estagiárias perante a realidade turma e a realidade de escola. As práticas centradas no aluno, o trabalho em grupo, as interacções que se desenvolvem estão, na prática, afastadas das indicações teóricas, como foi paradigmático no vídeo apresentado sobre uma aula de Matemática, no 2º Ciclo, onde os problemas são escritos no quadro pela professora e pacientemente copiados para o caderno diário pelos alunos. As perguntas feitas à turma e as respostas são dadas ordeiramente pelos alunos e registadas no quadro pela professora.

Neste grupo, alguns colegas defenderam a importância do domínio das operações aritméticas e da tabuada no 1º Ciclo para aprendizagem da estimativa e do cálculo mental. Porque razão os alunos saem do 1º Ciclo sem saber para que servem as operações, como se fazem, sem saber ler um enunciado, discutir ou aceitar opiniões diferentes? Porque razão estão pouco confiantes, desinteressados e nervosos? Como resposta, defenderam-se calorosamente metodologias baseadas no desenvolvimento do raciocínio e na prática de actividades

motivadoras e construtoras de um conhecimento estruturante, o que tem pouco a ver com um ensino limitado ao cálculo ou à memorização de tabuadas. Não saímos todos igualmente convencidos. Pessoalmente, a visão daquela aula não me saiu da cabeça. Revi os meus professores um a um. Passados quarenta anos, pergunto-me... Que protótipo de aulas foi oferecido àqueles jovens professores para vacilarem tanto?

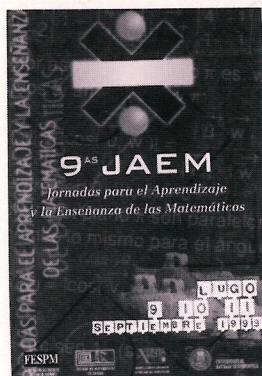
No segundo dia, a conferência plenária *Texto matemático e interacções*, de Darlinda Moreira, Universidade Aberta, abordou, entre outras as questões: Como interagem os textos com as práticas matemáticas? Como é que a diversidade dos tipos de texto interage com a diversidade sociocultural dos alunos?

O painel que se realizou sobre o tema *Interações e Comunicação: que perspectivas para a investigação?*, incidiu sobre as questões colocadas nos grupos de trabalho. Por exemplo: Como se explica uma diferença tão grande entre a formação e as práticas dos novos professores? Que contributos pode dar a investigação para a formação contínua dos professores na comunicação e interacção na sala de aula? A tónica da aula deve assentar em aspectos sociais ou individuais? Qual é o papel das emoções? É desejável que, nas aulas de Matemática, os alunos trabalhem em diade?

O VIII EIEM abordou, assim, variados aspectos de um tema que tem vindo a assumir uma atenção e interesse crescente entre nós. Um grande obrigada aos colegas empenhados na organização deste encontro. Alguns não conseguiram esconder a necessidade de uns dias restauradores de muitas energias gastas ...

Maria José Boia  
EB 2,3 Prof. Noronha Feio, Queijas

## Encontros em 1999 e 2000



### 9<sup>AS</sup> JAEM

As 9<sup>AS</sup> Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, são promovidas pela Federação Espanhola de Sociedades de Professores de Matemática e realizam-se em Santiago, na Galiza, de 9 a 11 de Setembro de 1999. A data limite para inscrição é 30 de Junho. Os temas são variados indo desde o ensino da Matemática nos

primeiros anos até ao ensino na universidade, à utilização de tecnologias no ensino da Matemática e à formação de professores. Os interessados podem contactar a APM para mais informações sobre o programa e inscrição.

### CIAEM51

CIAEM51 — *Cultural Diversity in Mathematics (Education)* — realiza-se em Chichester, Inglaterra de 21 a 26 de Julho de 1999. É um encontro internacional, temático que trata as perspectivas sócio-culturais e a sua influência na Educação Matemática. Serão apresentadas experiências que sublinham a importância dos factores sócio-culturais a serem investigados e tidos em conta na prática e que mostram a forma como podem ser integradas as dimensões social e cultural.

Contacto: maths@chihe.ac.uk

Página na Internet: <http://www.chihe.ac.uk>

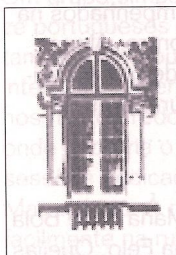
### ICTMA 9

O ICTMA 9 — *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* — realiza-se este ano em Lisboa, na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, de 1 a 5 de Agosto. Trata-se de um encontro sobre *Modelação, Aplicações e Educação Matemática* onde serão discutidos sub-temas que abrangem, em particular, desenvolvimento curricular e modelação, tecnologia e modelação e formação de professores.

Contacto: João Filipe Matos - joao.matos@fc.ul.pt  
ou ictma9@fc.ul.pt

Página na Internet: <http://www.fc.ul.pt/educacao/ictma9>

### 1º Encontro Nacional de Investigação e Formação



Este encontro realiza-se na ESE de Lisboa, de 25 a 27 de Novembro de 1999. O tema é *Globalização e Desenvolvimento Profissional do Professor*.

Contacto: encif@mail.eselx.ipl.pt

Página na Internet: <http://www.eselx.ipl.pt/encontro>

### Congresso Internacional sobre Cabri-geometre

O PROEM — *Programas de Estudos e Pesquisas no Ensino de Matematica* da PUC-SP, em conjunto com Laboratoire Leibniz — IMAG — CNRS — Université Joseph Fourier, Grenoble, realizarão, entre 9 e 12 de Outubro de 1999, o Congresso Internacional sobre Cabri-géometre. Os principais temas abordados serão: a) o uso de Cabri no ensino fundamental, médio e universitário e também na formação de professores; b) o uso de Cabri em pesquisas em matemática, ciências e educação; c) geometria dinâmica versus geometria tradicional; d) Cabri à distância e Cabri Java via Internet.

Contacto: PROEM — URL: <http://www.proem.pucsp.br>

e-mail: [proem@exatas.pucsp.br](mailto:proem@exatas.pucsp.br)

Página na Internet: [www.cabri.com.br](http://www.cabri.com.br)

### ICTMT4

A ICTMT4 — *International Conference on Technology in Mathematics Teaching* — realiza-se em Plymouth, em Inglaterra, de 9 a 13 de Agosto de 1999. Trata sobretudo da utilização da tecnologia no ensino da Matemática e aplicações à indústria e comércio. Realiza-se no momento em que vai decorrer um eclipse solar e irão ser desenvolvidas actividades ligando a matemática à astronomia.

Contacto: Karen Eccles — [Keccles@plymouth.ac.uk](mailto:Keccles@plymouth.ac.uk)

Página na Internet: <http://www.tech.plym.ac.uk/math/CTMHOME/ictmt4.html>

### MES2

A MES2 — *Second International Conference on Mathematics Education and Society*, realiza-se de 26 a 31 de Março de 2000, no Hotel Montechoro, Algarve, no âmbito das actividades promovidas pelo Centro de Investigação em Educação da Fac. de Ciências da Univ. de Lisboa (CIEFCUL),

O MES2 tem já a funcionar um *site* onde se pode obter o primeiro anúncio e a ficha de inscrição.

Contacto: João Filipe Matos — [joao.matos@fc.ul.pt](mailto:joao.matos@fc.ul.pt)

Página na Internet: <http://correio.cc.fc.ul.pt/~jflm/mes2/mes2.html>

### ICME9

O ICME9, *Ninth International Congress on Mathematics Education*, realiza-se no Japão, no ano 2000, mais concretamente em Tokyo/Makuhari, entre 31 de Julho e 6 de Agosto.

O primeiro anúncio pode já ser visto na Internet:

<http://www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/index.html>





## Quota de 1999

No ano de 1999 o valor da quota é de 6 750\$00 para professores, 4 750\$00 para estudantes (só se considera estudante quem não auferir qualquer tipo de vencimento) e 7 250\$00 para sócios a residir no estrangeiro. Se ainda não pagou a sua quota, pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

**Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa**  
**Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1548-003 Lisboa**

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa ou Mastercard, preenchendo o impresso abaixo.

### Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) _____	autorizo que seja debitado no meu		
cartão número	_____		
<input type="checkbox"/> Visa		<input type="checkbox"/> MasterCard	
Validade _____	o valor de _____	correspondente a _____	
_____	Data __/__/__		
Assinatura _____			

### Ficha de inscrição/actualização na Associação de Professores de Matemática

Nome _____	Sócio nº _____
_____	Tel: _____
Morada _____	
Código Postal _____	Ano em que começou a leccionar: _____
Data de nascimento ____/____/____	Nível de ensino: _____
Escola _____	
Localidade _____	Distrito _____
Categoria Profissional _____	

## Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes do correio, em nome de APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes: até 2500\$00 - 20%; de 2501\$00 a 5000\$00 - 15%; mais de 5000\$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa ou MasterCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo e-mail: [apm@mail.telepac.pt](mailto:apm@mail.telepac.pt).

## **Índice**

- 1 Haverá ainda mais alguma coisa para mudar?...**  
*Cecília Monteiro*
- 3 Tempos passados, tempos presentes**  
*Ana Maria Boavida, Ana Paula Canavarro e Fátima Alonso Guimarães*
- 4 Leituras**  
*Investigação em Educação Matemática: implicações curriculares*  
*A Matemática na Educação Básica*  
*Os professores em tempos de mudança*
- 7 [www.apm.pt](http://www.apm.pt) em Junho de 1999**  
*Alexandra Pinheiro e Fernando Nunes*
- 10 Materiais para aula de Matemática**  
*Estamos a ficar mais velhos...*
- 12 Tempos passados... tempos presentes**  
*Ana Maria Boavida, Ana Paula Canavarro e Fátima Alonso Guimarães*
- 15 Socialmente falando a matemática também conta**  
*Cristina Loureiro, Graciosa Veloso e Paula Reis*
- 19 Tecnologias na Educação Matemática**
- 24 O problema deste número**  
*A esfera na caixa*
- 25 Francisco Gomes Teixeira: aspectos da vida e da obra**  
*Eunice Regina Bastos da Silva*
- 29 Pontos de vista, reacções e ideias...**
- 33 Aprendizagem da Matemática: perspectivas de alunos do 2º Ciclo**  
*António Manuel Guerreiro*
- 37 Pense nisto**  
*Dinâmica de grupo e práticas colaborativas: resultados do Matemática 2001*
- 42 Um encontro no limiar do século XXI**  
*Lina Brunheira*
- 43 Encontro de investigação em Mangualde**  
*Maria José Boia*
- 44 Encontros em 1999 e 2000**