

Educação e Matemática

Nº 51

Janeiro/Fevereiro de 1999



**Libertação
Escher, 1955**

Preço: 8,50\$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

A capa deste número

Libertação

A gravura que publicamos na capa, intitulada *Libertação*, é uma litografia realizada por M. C. Escher de cujo nascimento passaram cem anos em 1998. Na apresentação que fez das gravuras de uma das suas publicações, o autor inclui-a numa categoria a que chamou Divisão regular de superfície — a sua “fonte mais rica de inspiração”, como ele próprio declarou — e num subgrupo que denominou Desenvolvimento de forma e contraste.

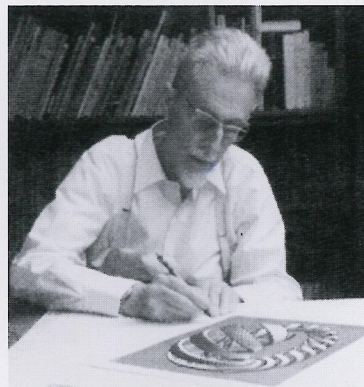
Libertação constitui um bonito exemplo das conhecidas metamorfoses que Escher criou e é descrita pelo autor do seguinte modo:

“Sobre a superfície cinzenta de uma tira de papel que se desenrola, efectua-se uma evolução de baixo para cima, relativa, simultaneamente, à forma e ao contraste. Triângulos, primeiro quase imperceptíveis, transformam-se em figuras complicadas, enquanto que, ao mesmo tempo, o contraste de cor entre eles se torna mais forte. No meio aparecem completas, como aves brancas e pretas. A partir daqui, continuam para cima, libertando-se umas das outras, e voam em direcção ao mundo como entes independentes. Em consequência, desaparece a tira de papel, sobre a qual haviam sido desenhadas” (Escher, *Gravuras e Desenhos*, p. 9).

Da terra ao ar, do chão ao céu, matéria informe, inanimada, presa, subindo, anima-se progressivamente numa ascensão de formas cada vez mais nítidas, mais individualizadas, mais libertas, até que se soltam num voo de pássaros.

Lembramo-nos que neste ano de 1999, passam vinte e cinco anos do “25 de Abril”.

As gravuras de Escher utilizadas neste número são reproduzidas com autorização de Cordon-Art-Baarn-Holanda



Alterações na Redacção

Em primeiro lugar podemos anunciar que o problema que a revista atravessava dadas as dificuldades em encontrar um director está resolvido. A Ana Vieira é a nova directora e passa a agora desempenhar esse cargo que ocupava já, desde há alguns meses, a título interino.

Verificaram-se também alterações na composição da Redacção. Saíram, a seu pedido, a Alexandra Pinheiro e a Helena Lopes e entraram a Helena Fonseca e a Lina Brunheira. O nosso agradecimento à Alexandra e à Helena por toda a colaboração que prestaram, e as nossas boas vindas às colegas que aceitaram passar a integrar a equipa redactorial da *Educação e Matemática*, esperando que gostem do trabalho na Redacção.

Neste número também colaboraram

Admur Pamplona, Anabela Gaio, António Bernardes, António Baeta Oliveira, Carlos Veríssimo, Cristina Loureiro, Fátima Grais, Francisca Sousa, Helena Paradinha, João Barroso, José Carlos Frias, Luís Barbosa, Manuel Arala Chaves, Maria José Costa, Margarida Oliveira, Otilia Moreirinha, Paula Teixeira, Rita Bastos, Teresa Colaço e Wanderleya Costa.

Data de publicação

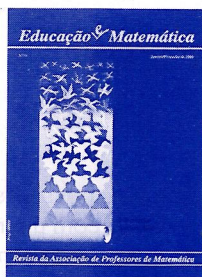
Este número foi publicado em Fevereiro de 1999.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Esc. Sup. de Educação de Lisboa Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos, 1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424
e-mail: apm@mail.telepac.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.



nº 51
Jan/Fev
de 1999

A APM vai crescer enquanto andar à frente do tempo*

A Direcção da APM

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Ana Vieira

Redacção
Adelina Precatado
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Conceição Rodrigues
Fátima Guimarães
Fernanda Perez
Helena Amaral
Helena Fonseca
Helena Rocha
Henrique M. Guimarães
Lina Brunheira
Maria José Boia
Paula Espinha
Paulo Abrantes

Colaboradores permanentes

A. J. Franco de Oliveira
Matemática
Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"
José Paulo Viana
"O problema deste número"
Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa
História e Ensino da Matemática
Rui Canário
Educação

Entidade Proprietária
Associação de Professores
de Matemática

Tiragem
4500 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun,
Set/Out, Nov/Dez
Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Andar à frente do tempo é mostrar, pela qualidade do trabalho desenvolvido e pela relevância das ideias defendidas, para onde se quer caminhar. Neste caso que escola queremos e que ensino da Matemática defendemos e procuramos realizar.

Andar à frente do tempo é antecipar discussões e reflexões. É também assumir os problemas como nossos para que a nossa experiência venha a integrar a sua resolução.

Sabemos que as reformas não se decretam e não se normalizam por despachos.

Sabemos que as inovações partem dos professores e a sua multiplicação depende das condições, da divulgação e da discussão que lhes forem proporcionadas.

Conhecemos muitas experiências e práticas que podem ajudar a realizar uma escola cada vez mais justa e mais responsável, que caminhe a par e passo com a sociedade.

A APM tem sido solicitada para se pronunciar sobre vários aspectos da política educativa e tem sujeitado grande parte do seu trabalho de reflexão às agendas da tutela, mas há vários aspectos da realidade escolar e do ensino da Matemática que nos preocupam e sobre o qual pouco temos reflectido e divulgado ideias.

Todo o nosso trabalho (encontros, publicações, núcleos regionais, grupos de trabalho, projectos e oficinas de formação, cursos, projecto Matemática 2001) nos mostra que temos condições para nos adiantar e criar as nossas próprias agendas de reflexão e discussão.

Precisamos de pensar no trabalho colaborativo entre os professores e nas condições e incentivos à sua realização, na autonomia, nas condições de organização das escolas, no fim dos regimes de turnos, no equipamento escolar.

Precisamos de pensar muito na avaliação e nos exames, na utilização de materiais educativos, nos manuais escolares.

Precisamos de pensar mais nas implicações da utilização da tecnologia no ensino da Matemática, nos novos temas matemáticos, nas possibilidades formativas de uma matemática que se desenvolve a olhos vistos, nos objectivos do ensino da Matemática.

Precisamos de pensar no currículo e na Matemática no currículo.

Precisamos de conhecer e divulgar mais experiências e projectos:

Precisamos de pensar como a matemática poderá sair da escola e melhorar a sua imagem pública.

Precisamos com certeza de muito mais coisas.

Precisamos de ter a imaginação suficiente para andar à frente do tempo e fazer com que o tempo venha a ser nosso. ■

* Frase do nosso colega Mário Roque dita no último Conselho Nacional da APM.

A revista no *Jornal de Letras*

No seu último número de 1998, relativo à segunda quinzena de Dezembro, o *Jornal de Letras*, no suplemento *JL/Educação*, faz referência à nossa revista, destacando alguns dos seus objectivos mais gerais. Esta referência é feita a propósito da publicação do número 50 da *Educação e Matemática*, mais precisamente, do número temático do ano passado, lançado no ProfMat de Guimarães sobre o tema "Educação, Escola, Matemática", num texto que, com a devida vénia, passamos a transcrever: A disciplina de Matemática é talvez a disciplina que mais problemas coloca ao estudante médio. Ao contrário do que se poderia pensar, os professores desta área ainda não encontraram



fórmulas possíveis, capazes de os resolver com um resultado positivo. Mas foram somando pontos, numa revista, *Educação e Matemática*, que hoje chega ao simpático número 50. Uma iniciativa da APM — Associação de Professores de Matemática — a revista pretende debruçar-se sobre o ensino e a educação em geral, equacionar os problemas e as deficiências e discutir as probabilidades de sucesso da disciplina, em particular. A par desta, outras iniciativas, vocacionadas para a dinamização pedagógica, têm sido tomadas por esta Associação, como o Encontro Nacional Anual conhecido como ProfMat. Os Professores de Matemática medem os seus esforços...

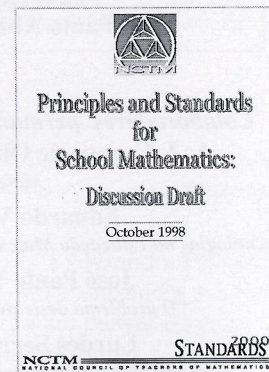
Os Standards 2000

No início de 1989, foi publicado nos Estados Unidos, pela associação de professores norte americana (NCTM) um importante documento que ficou conhecido como os *Standards*. Este documento teve grande difusão internacional, tendo sido traduzido para português e publicado pela APM em 1991, com o título "Normas para o Currículo e Avaliação da Matemática Escolar".

Dez anos depois, com o novo milénio no horizonte, o NCTM divulga os *Principles and Standards for Schools Mathematics* a que, significativamente, associou a epígrafe *Standards 2000*. Sob a forma de documento de trabalho, submetido para discussão generalizada até ao final de 1999, o documento foi preparado e desenvolvido por um grupo de trabalho da referida associação norte americana — *Standards 2000 Project* — assumindo os mesmos propósitos com que foram elaboradas as "Normas" de 1989. Como é dito no prefácio do novo documento, a sua elaboração "representa o mais recente passo do

NCTM no esforço para garantir qualidade, indicar objectivos e promover uma mudança positiva no ensino da Matemática" em todos os níveis de ensino.

Os "Princípios e Normas" agora divulgados contêm algumas modificações significativas, quer de estrutura quer de conteúdo, relativamente às "Normas" anteriores. Nomeadamente, incluem um conjunto de princípios para a matemática escolar, alargam os níveis de escolaridade considerados, começando mais cedo nos anos pré-escolares e fazem um agrupamento diferente dos vários anos de escolaridade até ao 12º ano. Para cada um dos agrupamentos, são apresentados um conjunto de normas que são agora em menor número e que começa com normas sobre tópicos matemáticos. Todos os agrupamentos incluem de novo normas sobre a "Resolução de problemas", "Comunicação" e "Conexões", sendo de referir a inclusão, também em todos os agrupamentos, de uma norma sobre



"Representação" e de uma norma sobre "Raciocínio e Demonstração" (no documento de 1989 constavam apenas normas sobre "Raciocínio"). Os "Princípios e Normas" irão certamente constituir um documento de grande importância, quer como elemento orientador, quer como elemento de trabalho, no âmbito da educação matemática. Fica aqui a primeira notícia, apenas com o objectivo de despertar a atenção e a indicação de que existe uma versão electrónica do documento disponível na Internet no endereço: <http://standards-e.nctm.org>.

Henrique M. Guimarães

Autonomia, para quê?*

João Barroso

A autonomia não é uma variável independente das organizações e não pré-existe à acção humana. A autonomia da escola não existe em si mesma. O que existem são pessoas (professores, alunos, pais, etc.), colectivamente organizadas, que tomam decisões e desenvolvem as suas acções, com maior ou menor autonomia, em relação a outras organizações, poderes ou instâncias administrativas. A autonomia não pode ser reduzida a um "diploma legal" que confere, às escolas, o "dom" de serem autónomas.

É com enorme satisfação que participo nesta sessão plenária do ProfMat98!

Apesar de a Matemática não ser a minha área de trabalho (e por isso não ser um frequentador dos vossos encontros), sempre ouvi falar com entusiasmo da APM e me habituei a admirar o dinamismo das vossas iniciativas, cujos êxitos me chegavam pelo testemunho de várias amigas e amigos professores desta disciplina.

Por outro lado, sempre achei interessante esta preocupação, patente nos vossos encontros, de terem sempre uma intervenção vinda de outros horizontes (que não os da ciência e da didáctica da Matemática), contrariando assim uma tendência corporativa e de "sociedade secreta" que estas associações por vezes adquirem.

Este ano coube-me fazer esse papel de *outsider*, tendo-me sido proposto que vos falasse, claro, sobre a "autonomia e gestão das escolas"...

Sabendo (por ecos que me chegam) o "corropio" em que as escolas têm andado, neste início de ano, para satisfazer a saciedade administrativa dos serviços centrais e regionais do Ministério da Educação, a propósito da aplicação do "decreto da gestão", teria sido melhor escolher outro tema.

Mas eu não vos vou falar do "decreto" nem dos seus formalismos e constrangimentos. Nem vos vou falar sobre as "melhores receitas" para fazer os agrupamentos, o regulamento ou o projecto de escola.

Em contrapartida, gostaria muito de vos falar, por exemplo: "dos efeitos que a autonomia das escolas pode ter

no ensino da Matemática e nas aprendizagens dos alunos". Mas faltam ainda investigação empírica sobre estes domínios (este podia ser aliás um bom tema para uma pesquisa interdisciplinar...).

Por isso, vou-vos falar, antes, do conceito, condições e práticas da "autonomia", esperando que, cada um e cada uma, possa, depois, descobrir o campo de possibilidades que esta "outra" cultura de escola oferece ao ensino e aprendizagem da Matemática.

E para começar, nada melhor que recorrer (mudando-lhe só alguns nomes) ao texto com que se inicia a brochura que apresenta o vosso programa e que tem como título "Aqui nasceu o ProfMat 98!":

Finalmente! Para a (Comissão Organizadora) Direcção da escola, o lançamento deste programa significa já parte do cumprimento de um sonho. Para muitos dos mais de 1600 (participantes) alunos e professores este será o início de um momento que tem tanto de louco como de mágico. (O ProfMat 98) A autonomia está aí – a contagem decrescente começou!

Mas não se julgue que a analogia está só nesta primeira parte do texto, embora ela seja extremamente feliz, ao sublinhar a dimensão de "sonho, loucura e magia" que o ProfMat, assim como a autonomia da escola, têm e exigem.

A segunda parte do texto, que remete para aspectos mais organizativos do ProfMat, é igualmente estimulante para uma certa ideia de

* Este artigo é o texto de uma conferência realizada no ProfMat 98 que teve lugar em Guimarães, de 11 a 14 de Novembro de 1998.

autonomia de escola e dos seus efeitos possíveis:

(...) E não se pode perder muito tempo com esta introdução: há que ler e reler o programa, fazer as respectivas opções e ir a correr (depositar no correio, o postal RSF anexo) fazer a matrícula.

Depois, há que retomar o fôlego e planificar com antecedência o (ProfMat) currículo de cada um. Será uma experiência banal para quem está habituado a esta dança anual e/ou para quem acabou de chegar da Expo... Até (Novembro) Setembro. (Guimarães e a Matemática) A Escola e a Autonomia esperam por si.

Já imaginaram como seria se a escola pudesse funcionar assim: com "conferências plenárias", com "painéis", com "grupos de discussão", com "sessões práticas", com "comunicação oral" e "apresentação de materiais"?

Se ela pudesse ter esta diversidade de oferta de situações educativas, mas com um fio condutor, que mantivesse a coerência e a realização de objectivos comuns, para lá da variedade de percursos possíveis?

E se, ainda por cima, ela tivesse um "programa social e cultural" tão rico e completo como o vosso: com espectáculos musicais, teatro, passeios, exposições, para não falar da "tendinha" e seus petiscos...

Então o que falta para fazer de cada escola um "ProfMat" permanente? Muita coisa, certamente, mas legislação (mesmo que anotada) não falta de certeza!

O ProfMat não se faz com decretos e a reinvenção da escola, também não!

Mas o "ProfMat" e a "reinvenção da escola" fazem-se, de certeza, entre várias coisas, com "entusiasmo", "saber", "criatividade", "participação", "lideranças", "sensibilidade social", "parcerias", "apoios e patrocínios" enfim, com "autodeterminação" - "projecto" - "acção".

É esse o sentido da "Autonomia da Escola"! Pelo menos, é esse o

sentido que eu defendo! Mas será que todos defendem o mesmo?

1. Nem ilusões, nem fantasmas

A entrada em vigor do decreto 115 A (*regime de autonomia, administração e gestão dos estabelecimentos da educação pré-escolar e dos ensinos básico e secundário*) e a estratégia que foi utilizada para sua aplicação vieram lançar as escolas num atribulado processo de mudança, cujos contornos mais visíveis se prendem, para já, com os aspectos administrativos e formais da sua gestão.

Contudo, a defesa de uma política de

A autonomia não pode ser reduzida a um "diploma legal que confere, às escolas, o "dom de serem autónomas

reforço da autonomia das escolas ultrapassa de longe os limites estreitos desta "reforma da gestão escolar" e só pode ser levada à prática se os professores e os outros membros da organização escolar descobrirem um sentido para a autonomia e souberem pôr em prática as condições da sua construção.

Mas, então, que significado atribuir a este conceito de autonomia?

O conceito

Em primeiro lugar, e como já tive a oportunidade de referir por várias vezes (ver, por exemplo, Barroso, 1996 e 1997) a "autonomia da escola" significa, do ponto de vista formal-legal, que as escolas dispõem de uma capacidade de autogoverno em determinados domínios (estratégicos, pedagógicos, administrativos e financeiros), resultante da transferência de atribuições, competências e recursos, de outros níveis da administração, para os órgãos de gestão próprios da escola.

Neste sentido, e no quadro da administração da escola pública (que é a situação a que nos estamos a referir) a autonomia é sempre relativa e desenvolve-se num quadro de múltiplas dependências, de que se destacam: a tutela de diferentes

serviços centrais e regionais do Ministério da Educação; as atribuições e competências das autarquias; os direitos dos cidadãos (em particular dos alunos e suas famílias); os saberes, competências e direitos profissionais dos professores.

Mas a atribuição de um significado à "autonomia da escola" não se pode restringir a esta dimensão formal-legal.

É preciso ter em conta, uma dimensão social do próprio conceito de autonomia que remete para a capacidade dos actores, numa organização, de desenvolverem estratégias próprias, na defesa dos seus interesses individuais e de grupo, conquistando poder de decisão sobre as finalidades, organização e funcionamento da escola, bem como a gestão dos seus recursos.

Neste sentido, a autonomia da escola tem sempre uma dimensão ética, social e política, que, no caso de um serviço público de educação nacional, deve contribuir para construção de um "bem comum local" que garanta, em condições de igualdade, equidade e eficácia, a educação de todas as crianças e jovens que frequentam uma determinada escola.

Portanto, e de acordo com este duplo sentido, se queremos falar da autonomia da escola, não podemos falar em abstracto, mas temos que falar das condições concretas que, numa determinada escola, asseguram a capacidade de decisão e execução das pessoas e dos seus órgãos de gestão, isto é do seu poder, competências, atribuições e recursos.

Ou seja, a autonomia não é uma variável independente das organizações e não pré-existe à acção humana. A autonomia da escola não existe em si mesma. O que existem são pessoas (professores, alunos, pais, etc.), colectivamente organizadas, que tomam decisões e desenvolvem as suas acções, com maior ou menor autonomia, em relação a outras organizações, poderes ou instâncias administrativas.

A autonomia não pode ser reduzida a um "diploma legal" que confere, às escolas, o "dom" de serem autónomas.

mas. A função dos "diplomas", dos princípios e medidas que eles consagram, é a de criarem as condições (jurídicas, administrativas, financeiras) para as pessoas, e as escolas que elas constituem, se tornarem autónomas.

É a este propósito que cabe falar, aqui, de "ilusões" e "fantasmas"...

As ilusões

Como se depreende do que atrás foi dito, algumas visões redutoras (ou deliberadamente confusas) sobre o conceito de autonomia, podem criar uma visão deturpada e ilusória do que é a "autonomia da escola" e dos seus efeitos.

◆ *A autonomia como uma dádiva.* A primeira ilusão é julgar que a autonomia é uma "panaceia" universal para todos os problemas da escola e para a crise que ela atravessa. A "falta de autonomia" transforma-se no refúgio de todas as frustrações e a sua existência, no depósito de todas as esperanças. As escolas aspiram à autonomia, como as donzelas de antigamente suspiravam pelo seu "cavaleiro encantado". Só o destino ou poderes superiores (deuses, fadas ou duendes) poderão fazer tombar sobre elas os benefícios tão ardentemente desejados. Enquanto ela não vem (ou nós não a merecemos) só nos resta esperar, sofrer e portarmos com juízo, para ver se caímos nas boas graças dos que mandam.

◆ *A autonomia como um adorno.* A segunda ilusão é julgar que a autonomia é um atributo que se possa pôr e tirar nas escolas, à mercê das circunstâncias ou das vontades da administração. A autonomia torna-se, neste caso, uma "flor de retórica" que para o Ministério significa um sinal de "modernidade" e para as escolas um sinal de "diferença". A autonomia reduz-se a "uma técnica de gestão" que só os verdadeiros *connaisseurs* são capazes de usarem correctamente. Ela é esvaziada de poderes e raramente se traduz em mais recursos.

◆ *A autonomia como uma fatalidade.* A terceira ilusão é julgar que a autonomia nos espera na esquina do pro-

gresso e que, portanto, basta legislar para que ela aconteça. A "história da escola" passa a ser dividida, assim, em "antes da autonomia" e "depois da autonomia". Tudo se passa como se a autonomia: fosse concebida (com ou sem pecado) pelo Ministro; nascesse (por parto natural ou cesariana) no Diário da República; crescesse (ou definhasse) na Escola; acabando por morrer (por acidente ou velhice), às mãos de uma nova "reforma".

◆ *A autonomia como castigo.* A quarta e última ilusão consiste em julgar que é possível separar a "autonomia da escola" da "autonomia dos professores". Neste sentido, é suposto que a autonomia pode servir para compensar as deficiências dos professores e que basta ter a escola mais autónoma, para ter os professores mais obedientes. A oposição dos professores é vista como "uma resistência à mudança", pelo que basta impor a autonomia para que a situação se altere.

Os fantasmas

Como se percebe, pelo que já foi dito, a construção da autonomia da escola não é um processo consensual e nele confluem pontos de vista, interesses, valores e representações diferentes, quer quanto aos fins da educação, quer quanto às modalidades da sua execução.

Neste sentido, o grande desafio que se coloca à gestão da escola e às suas lideranças reside, principalmente, na capacidade de porem em comum (através de processos participativos) essa pluralidade de posições e de construir o acordo ou compromisso possíveis.

Sem essas capacidades de mediação, negociação e liderança, é natural que o processo de reforço da autonomia das escolas seja comprometido por pessoas, grupos ou movimentos de opinião que sentem perder influência ou privilégios pessoais, ou desejariam que a autonomia tivesse assumido outros fins.

É pensando nestes interesses contraditórios (e no momento em que a aplicação do diploma se está a iniciar) que faz sentido, lembrar aqui, alguns dos "fantasmas" que "espreitam" este processo.

Entre esses fantasmas, muito dos quais estiveram igualmente presentes na fase de elaboração desse mesmo diploma, são de destacar: o "hipócrita"; o "faz-de-conta"; o "individualista"; e o "libertino".

◆ A metáfora do "hipócrita" serve para pôr em relevo uma estratégia política presente, muitas vezes, nestes processos de descentralização

As Ilusões da Autonomia

Autonomia como dádiva

Autonomia como adorno

Autonomia como fatalidade

Autonomia como castigo

e autonomia. Ela consiste em transferir, unicamente, as "táticas" para os órgãos periféricos, preservando o centro as "estratégias". Ao mesmo tempo, substitui um controlo directo, baseado no respeito das normas e dos regulamentos, por um controlo remoto, baseado nos resultados. Ou então, limita-se a transferir para a periferia a gestão das contradições que o centro não pode resolver.

Neste sentido, aquilo que de um ponto de vista retórico é apresentado como um reforço do poder e das competências dos órgãos de gestão das escolas, não passaria, na prática e nesta perspectiva, de um ardiloso processo de "re-centralização" administrativa.

◆ Quanto ao "faz-de-conta", trata-se de um "fantasma" com uma longa tradição na administração portuguesa que inspira muitos dos nossos "reformadores" traduzindo-se nesta espécie de máxima: a melhor maneira de não mudar é manter a ilusão do movimento!

Como já dizia em 1910, a este propósito, Alves dos Santos (na

altura, Director-Geral do ensino liceal):

Portugal, a avaliar pela legislação do ensino primário, seria em matéria de educação um país relativamente adiantado, porque no papel temos uma boa parte de quanto, em nossos dias, se exige para resolver com acerto o problema da cultura infantil. Mas para quem, como nós, conhece a realidade das coisas, esses diplomas não passam de curiosos documentos da nossa hipocrisia oficial.

Mas não se julgue que este "fantasma" só pode aparecer na Administração central ou nos gabinetes dos que têm responsabilidades políticas! Ele está bem presente nas próprias escolas e constitui, desde há muito tempo, uma das formas mais visíveis de "resistência" de alguns professores às mudanças impostas do exterior. É, assim, como uma espécie de "veto de bolso" permanente, em relação a tudo quanto é julgado que põe em causa o *statu quo*, ou vai contra interesses pessoais ou corporativos específicos.

◆ A metáfora do "individualista" aplica-se às situações em que a autonomia é vista essencialmente como um "bem privado" e não como um "bem público". Neste sentido, só a autonomia individual é reconhecida, e toda a tentativa de instaurar processos de decisão colectiva é vista como uma ameaça pessoal. Este "fantasma" está um pouco por todo o lado, mas passeia-se pelos corredores das escolas, em particular junto dos professores que receiam ver violado o "segredo" da "sua" sala de aula e que preferem que a escola seja "menos autónoma", para eles poderem ser "mais livres"!

◆ Finalmente, o fantasma do "libertino" está presente na concepção de autonomia como instrumento para a "construção de um mercado educativo", a que já me referi no princípio deste artigo. Este "fantasma" transforma a autonomia das escolas num processo de desregulação da intervenção do Estado, de perda da coesão do sistema público de educação nacional, de introdução de uma



Desenho João Barroso

lógica de mercado na gestão do sistema de ensino, de agravamento das clivagens actualmente existentes entre os recursos das escolas e os percursos escolares dos seus alunos.

2. Autonomia em que condições e para quê?

Como se percebe, nesta minha crítica às "ilusões" e "fantasmas" da autonomia, eu não sou adepto nem da sua "sacralização" nem da sua "diabolização", como acontece com muitos dos intervenientes no debate que sobre esta matéria se gerou em Portugal.

Importa por isso referir aqui, muito brevemente, que tipo de autonomia eu propus quando apresentei o estudo que esteve na origem deste processo e que efeitos eram esperados nas escolas.

Que autonomia?

O debate sobre a gestão local e a autonomia das escolas tem estado polarizado em torno de dois modelos apresentados como as únicas alternativas possíveis:

- a administração centralizada, planificada e hierarquizada;
- o mercado, descentralizado, concorrencial e autónomo.

Deste ponto de vista, toda a tentativa de alterar o primeiro, iria cair, inevitavelmente, no segundo, pelo que a realidade se dividiria em três situações possíveis: os que não abandonaram o "modelo centralizado"; os que já alcançaram o "modelo de mercado"; e os que, por incapacidade ou estratégia política, ainda estão só a

meio caminho (incluindo, nestes, os que "prometem o mercado" e tudo fazem para conservar o "centralismo estatal").

Ora, a realidade é mais complexa do que este raciocínio pressupõe e existem outras alternativas na educação pública, entre o "centralismo estatal" e "a livre concorrência do mercado", entre "a fatal burocracia do sector público" e "o mito da gestão empresarial", entre "o súbdito" e o "cliente".

A recusa do "fatalismo do mercado" como única alternativa de mudança para a administração pública e o reconhecimento do carácter composto da escola e da pluralidade de lógicas que regulam o seu funcionamento (visível nas perspectivas atrás referenciadas) constituem dois dos elementos chave das propostas que apresentei sobre a autonomia e gestão da escola em Portugal (Barroso, 1997a).

Não faz sentido, no quadro dos objectivos desta conferência, desenvolver aqui os princípios, estratégias e medidas que propus, nem os seus fundamentos (para este efeito, ver entre outros Barroso, 1996b, 1997a, 1997b, 1998). A referência a este estudo tem como única finalidade pôr em relevo de que modo é possível reforçar o sentido cívico e comunitário da escola pública, por oposição a perspectivas emergentes em Portugal, que pretendiam fazer da "autonomia da escola" quer uma forma de recentralização do poder do Estado, quer uma tentativa de adopção da

lógica de mercado na gestão da escola pública.

As quatro ideias essenciais que estruturavam as minhas propostas, neste domínio, eram as seguintes:

◆ Necessidade de articular as medidas de reforço da autonomia das escolas, com o processo de transferência de competências para as autarquias, num quadro mais vasto de territorialização das políticas educativas.

◆ Recusar uma visão estreita da "autonomia das escolas" como simples regulamentação jurídico-administrativa da atribuição e gestão de um conjunto de novas competências e recursos, valorizando, em contrapartida, a dimensão política, pedagógica e socio-organizacional da sua construção.

◆ Fazer da participação (de elementos internos e externos) e da liderança (individual e colectiva), os elementos essenciais para a expressão e regulação das diversas lógicas (e interesses) em presença e para a construção de um acordo (ou compromisso) necessário ao funcionamento da escola.

◆ Reconhecer o papel fundamental do Estado na regulação do serviço público de educação, insistindo na necessidade de alterar profundamente as funções que a administração central e regional desconcentrada têm vindo a exercer até aqui.

Deste ponto de vista, a integração da gestão local e da autonomia das escolas no quadro do serviço público passava por uma redefinição do papel do Estado sem que isso significasse a sua substituição por uma regulação baseada na concorrência do mercado, como defendem as teses neo-liberais. De uma maneira esquemática, é possível identificar o processo de distribuição de poderes e de gestão em rede do sistema educativo, subjacente à proposta, de acordo com a seguinte "fórmula":

- Poderes locais fortes
- Escolas fortes
- Cidadãos participativos

— Estado atento e interveniente

A adopção desta "fórmula" procura romper com algumas das dicotomias que têm condicionado a intervenção, neste domínio: centralização *versus* descentralização; dependência *versus* autonomia; súbdito *versus* consumidor; Estado *versus* mercado.

◆ *Centralização versus descentralização.* A ruptura da dicotomia "centralização versus descentralização" faz-se através do conceito de "policentralização" (Barroso, 1996a). De acordo com este conceito, o processo de transferência de competências não se faz de maneira cumulativa e linear ao longo de um *continuum* em que num dos extremos está o centro e no outro a periferia. Em vez de uma "descentralização" encarada como um processo baseado na progressiva deslocação do "centro", de um patamar para outro, ao longo da hierarquia da administração do sistema, perfilha-se a ideia que existem vários "centros", coexistindo em diferentes lugares do sistema.

Por isso, e como afirmava noutra lugar:

(...) mais do que discutir o perdanha da repartição do poder devemos concentrar os nossos esforços em tirar partido da tensão positiva que se estabelece entre diferentes "pólos de poder": os serviços concentrados ou desconcentrados da administração central; as autarquias; as escolas; as associações e grupos de interesses da sociedade local; os próprios actores (individualmente considerados) – também eles "centros" de decisão e detentores de poder e influência. (Barroso, 1996a, p.12)

◆ *Dependência versus autonomia.* A ruptura da dicotomia "dependência versus autonomia" faz-se através do conceito de autonomia como jogo de dependências e interdependências que os membros de uma organização estabelecem entre si e com o meio envolvente com o fim de estruturarem a sua acção organizada em função de

objectivos próprios, colectivamente assumidos.

A autonomia é definida por um campo de forças, onde se confrontam e equilibram diferentes detentores de influência (externa e interna) dos quais se destacam: o governo, a administração, professores, alunos, pais e outros membros da sociedade local.

A autonomia afirma-se, assim, como expressão da unidade social que é a escola e não pré-existe à acção dos indivíduos. Ela é um conceito construído social e politicamente, pela interacção dos diferentes actores organizacionais, numa determinada escola.

Não há "autonomia da escola" sem o reconhecimento da "autonomia dos indivíduos" que a compõem. Ela é, portanto, o resultado da acção concreta dos indivíduos que a constituem, no uso das suas margens de autonomia relativa. Não existe uma "autonomia" da escola em abstracto, fora da acção autónoma organizada dos seus membros.

◆ *Súbdito versus consumidor.* Existe uma tendência para reduzir a participação dos pais e de outros elementos da comunidade local, na escola, a dois "modelos" antagónicos: o "súbdito" (que actua no cumprimento das suas obrigações para com o Estado), ou o "consumidor" (cujo objectivo é a

Não há "autonomia da escola" sem o reconhecimento da "autonomia dos indivíduos" que a compõem

defesa dos seus interesses individuais). Esta dicotomia deve ser superada por uma outra perspectiva em que a participação é vista, simultaneamente, como o exercício do controlo social e individual da escola pelos cidadãos e como um processo de construção de um acordo ou compromisso sobre a definição do serviço educativo como "bem comum local".

Neste sentido, a diminuição da dependência vertical das escolas, em relação à administração central e regional, que constitui um dos elementos essenciais da sua autonomia, deve ser acompanhada de uma maior

integração horizontal na comunidade local. Esta integração pressupõe o envolvimento dos pais e de outros elementos dessa comunidade nas actividades educativas promovidas pela escola, bem como a sua co-responsabilização na sua gestão. Para isso é preciso desenvolver dispositivos que incentivem um "voluntariado social" que esta missão exige e que impeçam que o recrutamento se faça só junto de grupos sociais reduzidos (normalmente "classe média").

Além disso, devem ser tomadas medidas concretas de incentivo e apoio à constituição de "parcerias sócio-educativas", com o fim de formalizar a participação da sociedade local. Estas parcerias devem constituir um processo de contratualização que co-responsabilize diversos organismos e entidades (entre elas a escola) na concretização de interesses comuns, no quadro de desenvolvimento de uma política educativa local.

◆ *Estado versus mercado.* O carácter redutor desta dicotomia já foi abundantemente referido, pelo que importa referir aqui, resumidamente, qual o papel que atribuo ao Estado no quadro das propostas que apresentei sobre o reforço da autonomia das escolas.

Por um lado, a autonomia da escola (bem como os processos mais amplos de territorialização em que se integra) não deve pôr em causa o papel do Estado como instância integradora da coesão social, no domínio da educação. Por outro lado, a autonomia da escola, no quadro de um sistema público de ensino, é sempre uma autonomia relativa, uma vez que é condicionada quer pelos poderes de tutela e de superintendência do governo e da administração pública, quer do poder local.

Como dizia no estudo já referido (Barroso, 1997a):

Isto significa que o reforço da autonomia das escolas exige que seja preservado e aumentado o papel regulador do Estado e da sua admi-

nistração, com o fim de evitar que a criação de novos espaços de intervenção social, resultantes da autonomia das escolas e das medidas de territorialização, se transforme numa segmentação e pulverização do sistema de ensino, pondo em causa a coerência nacional dos seus princípios, a equidade do serviço prestado e a democraticidade do seu funcionamento.

Neste sentido, o reforço da autonomia das escolas não deve ser encarado como uma forma de o Estado aligeirar as suas responsabilidades,

O reforço da autonomia das escolas não deve ser encarado como uma forma do Estado aligeirar as suas responsabilidades

mas sim o reconhecimento de que, em determinadas situações e mediante certas condições, os órgãos representativos das escolas (reunindo professores, outros funcionários, alunos, pais e outros elementos da comunidade) podem gerir certos recursos melhor que a administração central ou regional.

A transferência de maiores competências para as escolas deve, por isso, realizar-se no quadro de um processo de mudança sustentada, quer através da acção directa de serviços especializados da administração central e regional, quer no âmbito de protocolos elaborados entre as escolas e outras instituições com competências neste domínio, nomeadamente, instituições do ensino superior. (p. 30)

Este papel do Estado é fundamental para evitar a fractura social que uma concepção neo-liberal de autonomia da escola, assente numa lógica de mercado, produziu, como os exemplos do Reino Unido e dos Estados Unidos, entre outros, bem mostraram. Como afirmam Derouet e Duterq (1997):

Não podemos escolher entre a preocupação pela eficácia e a luta contra as desigualdades: a aposta na autonomia das escolas consiste em dar-lhes os meios para que cada

uma seja eficaz em todas as dimensões. Repartir os papéis e reforçar, portanto, as diferenças, já fortes, não só entre as escolas, mas também entre as regiões, é seguramente o maior risco que corre uma descentralização educativa em que a própria ideia de sistema quase que desapareceria. O papel do Estado, especialmente através da concretização dum serviço público de educação, consiste, em primeiro lugar, vigiar pela igualdade de direitos entre todos: direito a intervir na cidade, direito a ser membro da comunidade, direito a beneficiar da eficácia. (p. 186)

Contudo, o papel do Estado continua a ser fundamental, desde logo, na própria pilotagem do processo de mudança que o reforço da autonomia das escolas implica. Isso obriga a uma transformação profunda da cultura, da organização e dos processos de trabalho dos serviços da administração central e desconcentrada, nomeadamente através do aumento da "perícia técnica" dos seus agentes para funções de planeamento, acompanhamento, avaliação, negociação e assessoria, no respeito pelas novas competências das escolas e pela diversidade de situações em que se encontram.

Autonomia para quê?

Chegamos finalmente à pergunta orientadora de toda a reflexão que aqui procurei partilhar convosco: *quais os efeitos esperados do reforço da autonomia das escolas?*

Já vimos que a "autonomia" será aquilo que os professores e os outros membros da organização escola forem capazes de fazer dela. O que significa que ela produzirá efeitos diversificados, conforme os contextos e as condições específicas do seu exercício.

Contudo, o conhecimento empírico que já possuímos, como resultado da investigação sobre a organização, gestão e eficácia da escola, permitem-nos afirmar que não há zonas que sejam imunes à influência das práticas de autonomia: do projecto educativo à

gestão, da organização do currículo às relações pedagógicas, da liderança à participação, do clima da escola às suas relações com o exterior.

Não tenho tempo (nem é este o contexto mais favorável) para desenvolver, aqui, alguns desses efeitos possíveis (esse deveria ser, aliás, um dos objectivos de qualquer trabalho de investigação e avaliação nessa área). Todavia, gostava de sublinhar muito esquematicamente quais as quatro grandes transformações que o reforço da autonomia da escola pode determinar.

◆ Em primeiro lugar, uma *transformação cultural*. Na verdade, o desenvolvimento da autonomia exige uma profunda mudança da cultura da escola. Essa mudança pressupõe, entre outras coisas: passar da "autonomia individual" reinante nas nossas escolas, para uma "autonomia colectiva"; passar da "lógica das normas e da regra" para a "lógica do acordo e do compromisso"; passar da "lógica do consumo de recursos" para a "lógica da produção e distribuição de recursos".

◆ Em segundo lugar, uma *transformação política*. A escola passa a ser a unidade de gestão do sistema. O acordo político global necessário ao desenvolvimento do sistema educativo nacional, vai dando lugar a acordos políticos locais, no interior da escola e nas suas relações com os territórios em que se integra. O reforço da autonomia pressupõe o reforço da dimensão cívica e comunitária da escola pública (e do controlo social que lhe está subjacente) o que se traduz na forma como a escola constrói o seu projecto e como o integra na definição de uma política local de educação em estreita relação com o poder autárquico.

◆ Em terceiro lugar, uma *transformação dos modos de gestão*. Não pode haver autonomia sem participação. O exercício da autonomia necessita de instâncias de regulação, órgãos colegiais de gestão, onde se confron-

tem os diferentes interesses e pontos de vista com o fim de se atingir uma definição colectiva da escola enquanto "bem comum" ao serviço das crianças e dos jovens de uma determinada localidade. Mas também não pode haver autonomia sem lideranças. É preciso desenvolver nas escolas formas diversificadas de liderança (individual e colectiva), sem a qual não é possível empreender os difíceis e complexos processos de coesão e de eficácia que a educação das nossas crianças e jovens exige. Entre estas formas diversificadas de liderança destacam-se as exercidas pelos órgãos de gestão intermédia (direcção de grupo e de turma) cujo mau funcionamento constitui um dos maiores défices das nossas escolas.

◆ Finalmente, uma *transformação da organização e das práticas pedagógicas*. A autonomia significa substituir o princípio da homogeneidade que estruturou desde o início a organização pedagógica da escola pública ("ensinar a muitos como se fossem um só", Barroso, 1995), pelo princípio da diversidade, o que permite trans-

Este é um desafio para os professores: fazer da autonomia um campo de reflexão profissional que lhes permita não só serem actores essenciais do sistema educativo, mas também um dos seus principais autores

formar a heterogeneidade dos alunos de problema em recurso. É a adopção deste princípio que permite, ainda: passar de uma lógica de uniformização ("dar" o mesmo ensino, a todos, ao mesmo tempo) para uma lógica de individualização; passar de uma lógica disciplinar, para uma lógica transdisciplinar; passar da rotina da lição, para a inquietude do projecto.

Como se vê, os efeitos esperados do reforço da autonomia estão essencialmente ligados a uma nova visão da escola e dos modos de trabalho pedagógico com os alunos. Nas escolas que ao longo do tempo

souberam desenvolver espaços colectivos de autonomia, mesmo antes de a legislação que a consagrou, tudo indica que esses foram os resultados mais positivos. Contudo, só uma avaliação profunda das práticas e das formas de organização, escola a escola, é que pode ajudar-nos a ter uma outra percepção dos seus efeitos. Este é um desafio para os professores: fazer da autonomia um campo de reflexão profissional que lhes permita não só serem actores essenciais do sistema educativo, mas também um dos seus principais autores. É essa, aliás, a imagem mais forte que se leva destes encontros, como o ProfMat.

Referências

- Barroso, J. (1995a). *Os Liceus: organização pedagógica e administrativa (1836-1960)*. Lisboa: JNICT e Fundação Calouste Gulbenkian. (2 volumes).
- Barroso, J. (1995b). Organização pedagógica e disciplinar escolar. Uma abordagem socio-histórica. In: *Colóquio: Educação e Sociedade*, nº 10, p.75-89.
- Barroso, J. (1995c). *Para o desenvolvimento de uma cultura de participação na escola*. Lisboa: IIE.
- Barroso, J. (1996). O estudo da autonomia da escola: da autonomia decretada à autonomia construída. In: Barroso, João (org.) *O estudo da Escola*. Porto: Porto Editora.
- Barroso, J. (1997a). *Autonomia e Gestão das Escolas*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Barroso, J. (1997b). L'expérience portugaise des contrats d'autonomie. In: *Actes du Colloque International "Pilotes des systèmes éducatifs en évolution: le rôle de l'encadrement"*. Disponível em: <http://www.ac-poitiers.fr/espemen/colloque/>
- Barroso, J. (1997c). Perspectiva crítica sobre a utilização do conceito de qualidade do ensino: consequências para a investigação. In Estrela, A. et. alli. (org.) *Contributos da Investigação Científica para a Qualidade do Ensino*. Porto: SPCE.
- Barroso, J. (1998). Descentralização e autonomia: devolver o sentido cívico e comunitário à escola pública. Conferência proferida no colóquio "Escola e Parcerias Educativas" promovido pelo Conselho Nacional de Educação e Serviço de Educação da Fund. Calouste Gulbenkian (p/ publicação na rev. *Colóquio/Educação e Sociedade*).

João Barroso
Fac. de Psicologia e Ciências da
Educação da Univ. de Lisboa

Últimas publicações APM

Fractais no Ensino Secundário

Ana Paula Canavarro, Cláudia Nunes, Diogo Alves, Sofia Alves

2 000\$00

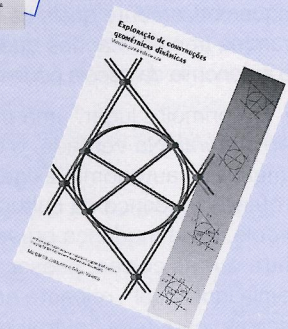


Exploração de construções geométricas dinâmicas

Materiais para a sala de aula

Margarida Junqueira, Sérgio Valente

850\$00



Arte e matemática

Helena Martinho, Ana Rodrigues, Augusto Barreto, Glória Ferraz, Sandra Martins, Susana Diego, Valéria Silva (org.)

2 000\$00

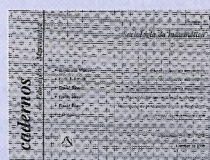


Sociologia da matemática

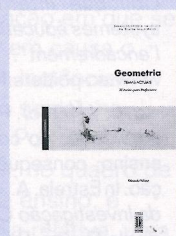
Cadernos de Educação e Matemática nº 3

Grupo Português de Teoria da Educação Matemática (org.)

700\$00



Outras edições disponíveis na APM



Geometria — Temas actuais

Eduardo Veloso

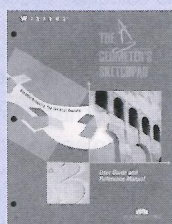
3 500\$00



Mat789 — Inovação curricular em Matemática

Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal, Paula Teixeira, Eduardo Veloso

750\$00

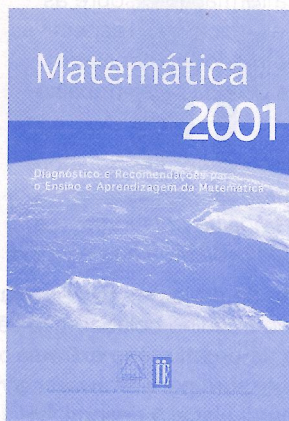


The Geometer's Sketchpad

Software didáctico

13 000\$00 ou 30 000\$00 com cassette de vídeo

Depois do “Matemática 2001”: perspectivas para o trabalho na APM*



Cristina Loureiro, Paula Teixeira

O projecto Matemática 2001, desenvolvido no seio da APM entre os anos de 1996 e 1998, apresentou o seu relatório final em Novembro passado no decorrer do Encontro Nacional da Associação, o ProfMat 98, que se realizou em Guimarães. Este relatório foi distribuído a todos os participantes do encontro e é enviado a todos os professores que o solicitem.

O relatório do projecto Matemática 2001 consignou um conjunto de recomendações que envolvem vários intervenientes. Obviamente que a primeira entidade a assumir essas recomendações deve ser a própria APM procurando definir prioridades e integrar nos seus próximos planos de actividades a operacionalização de algumas dessas recomendações.

Assim, a divulgação do relatório final marcou o fim de uma etapa, mas não o fim de um trabalho de pesquisa e de recomendações. Será o arranque de novos estudos, desta vez mais marcados nas suas especificidades, ou seja com um campo de estudo melhor delimitado.

Os projectos que agora se iniciarão a partir do projecto Matemática 2001, terão que ter em conta a experiência da APM, as suas possibilidades de trabalho, os interesses manifestados

pelos seus sócios, núcleos regionais e grupos de trabalho.

A APM começou por fazer uma análise exaustiva das suas possibilidades de intervenção elaborando um documento aparentemente muito ambicioso que foi apresentado e discutido na reunião do Conselho Nacional de 25 de Outubro de 1998. Na discussão tida então, pretendeu-se identificar os aspectos mais urgentes ou mais favoráveis, bem como definir formas de intervenção.

Se, por um lado, o conhecimento das estruturas da APM e do trabalho até agora desenvolvido pôde ajudar a estabelecer metas para os próximos anos, por outro lado, as novas propostas podem igualmente ter um papel importante no desenvolvimento dessas mesmas estruturas e desse mesmo trabalho.

A estrutura do documento discutido, e que serviu de base à intervenção no ProfMat onde se fez pela primeira vez a sua divulgação, tem duas partes fundamentais: Áreas de intervenção (Currículo oficial, Manuais escolares, Avaliação, Gestão curricular e Práticas profissionais) e Acções a desenvolver. A primeira, procura identificar e caracterizar áreas de intervenção prioritária, propondo, em cada uma, linhas principais de actuação, e integra o último capítulo do relatório final do projecto Matemática 2001. A segunda, delinear um plano de acções a desenvolver.

Relativamente a cada uma dessas partes, apresentamos a seguir uma síntese dos principais aspectos, sendo a primeira constituída por excertos do referido relatório.

Áreas de intervenção

A. Currículo oficial

Aprofundar a reflexão em torno das grandes finalidades para o ensino da Matemática.

É preciso continuar a reflectir sobre as implicações de uma escola para todos e de uma Matemática para todos. A Matemática que se ensina depende da posição que se assumir nesta matéria. Por isso, é importante clarificar quais as finalidades do seu ensino, tanto na educação básica como no ensino secundário:

- na educação básica, porque há nove anos de escolaridade obrigatória em que a disciplina de Matemática é obrigatória para todos e tem um peso curricular elevado;
- no ensino secundário, porque se começa a discutir a necessidade de diversificar a matemática a ensinar de acordo com as áreas de estudo.

Aprofundar o conhecimento das várias tendências de organização curricular e intervir no seu desenvolvimento.

O currículo está a evoluir no sentido da flexibilização e da adaptação às realidades locais. É um processo que decorre à escala nacional e internacional e em relação ao qual o ensino da Matemática não se pode alhear. Por isso torna-se necessário:

- acompanhar e reflectir sobre a implementação da flexibilização curricular;
- acompanhar e reflectir sobre práticas diversas de organização curricular que vão sendo implementadas no âmbito dos diplomas legais ou para além deles (currículos alternativos, flexibilização curricular, diversificação de programas no secundário,

* Ideias apresentadas na conferência com o mesmo título, realizada no ProfMat 98.

ensino recorrente diurno, programas das escolas do ensino artístico e das escolas profissionais, apoios educativos, etc.)

B. Manuais escolares

Promover uma reflexão aprofundada sobre os modos de utilização do manual escolar e sobre critérios de selecção de manuais a usar nas escolas e proporcionar oportunidades de formação nesse domínio.

Os manuais escolares mereceram bastante atenção por parte do projecto Matemática 2001. Os elementos obtidos evidenciaram, mais uma vez, o facto que os manuais desempenham um papel decisivo no processo de ensino-aprendizagem. O uso do manual escolar pelos alunos, o partido que dele tiram os professores e o modo como os manuais são seleccionados nas escolas são aspectos importantes da prática profissional dos professores, com significativas repercussões na aprendizagem. Trata-se de aspectos até aqui relativamente pouco discutidos na educação matemática portuguesa, sendo imperioso dedicar-lhes bastante mais atenção.

C. Avaliação

Reflectir sobre os vários papéis da avaliação e as diversas formas de os concretizar, promovendo oportunidades de formação neste domínio.

O projecto Matemática 2001 abordou igualmente a avaliação, um aspecto que se sabe ser decisivo na estruturação de toda a actividade escolar. Os dados obtidos confirmam tratar-se de uma área extremamente problemática, pela diversidade de práticas e preocupações indicadas pelos professores.

Continua a ser muito importante discutir qual o papel da avaliação formativa e sumativa, tanto no ensino básico como no ensino secundário. Quais os objectivos que podem ser avaliados por cada instrumento de avaliação? Como avaliar as capacidades e as atitudes? Como combinar a informação recolhida de instrumentos diversos no *feedback* que se dá ao aluno e ao encarregado de educação?

Trata-se, também, de aspectos pouco estudados na própria literatura de educação matemática portuguesa, sendo importante promover o respectivo aprofundamento como primeiro passo para a adopção de novas práticas pelos professores.

D. Gestão curricular e práticas profissionais

O relatório do Projecto Matemática 2001 sugere que poderá ser importante continuar a reflectir sobre diversos aspectos das práticas profissionais dos professores, bem como empreender acções que promovam o seu desenvolvimento, em harmonia com as grandes orientações curriculares. Destacam-se quatro linhas fundamentais de actuação:

Incentivar e promover a diversificação de situações de prática pedagógica e a utilização de materiais, valorizando a respectiva reflexão e evidenciando o seu papel no desenvolvimento curricular e profissional.

Deverá prestar-se uma atenção muito grande ao entendimento que os professores fazem dos diversos tipos de situações de trabalho e de tarefas propostas aos alunos. O uso de materiais deve ser incentivado no quadro de uma mudança da natureza das tarefas e dos modos de trabalho dos alunos. Trata-se, bem entendido, de aspectos nucleares das práticas profissionais.

Incentivar e promover trocas de experiências e oportunidades de formação relativas às necessidades e possibilidades de apoio pedagógico a-crescido e ao trabalho extra-curricular.

Os apoios pedagógicos são uma oportunidade de ir ao encontro das necessidades individuais dos alunos que importa potenciar. O trabalho extra-curricular é especialmente importante, nomeadamente para o estabelecimento e desenvolvimento de uma boa relação dos alunos com a Matemática.

Promover uma reflexão sobre o papel do delegado de grupo e os apoios pedagógicos necessários aos professores.

As propostas de valorização do papel dos delegados de grupo e da criação de especialistas curriculares devem ser acompanhadas por uma discussão sobre a sua formação e sobre as formas de exercício das respectivas funções, de modo a potenciar a melhoria da qualidade do trabalho educativo.

Aprofundar o conhecimento sobre acesso à informação, redes de formação, trabalho colaborativo e realização de projectos nas escolas.

A realização de projectos nas escolas, as redes e o trabalho colaborativo são uma forma de organização extremamente promissora para promover a mudança curricular e o desenvolvimento profissional dos professores, sendo importante evidenciar as condições e as estratégias que favorecem o seu desenvolvimento.

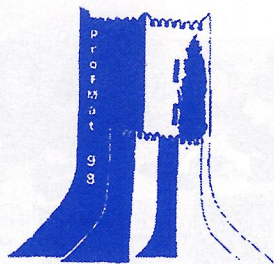
Acções planeadas

O desenvolvimento destas linhas de trabalho poderá marcar os próximos planos de actividades da APM e exigirá um forte empenhamento de todos, principalmente dos núcleos regionais e grupos de trabalho, bem como dos grupos de professores nas escolas. Apresentamos a seguir algumas acções já planeadas, indicando o tipo de acção e o respectivo tema.

- **Seminários**
 - Gestão flexível do currículo
 - Diversificação de programas do secundário
 - Aprendizagens matemáticas básicas
 - Ensino da Geometria
 - Tecnologias
- **Estudos**
 - Manuais escolares
- **Círculos de estudo e oficinas de formação**
 - Avaliação
 - Manuais escolares
 - Conceitos matemáticos no 1º ciclo
- **Projectos**
 - Desenvolvimento do Projecto páginas APM e Forum Pedro Nunes

Cristina Loureiro
Presidente da APM
Paula Teixeira
Projecto Matemática 2001

Falando sobre o ProfMat 98



GUIMARÃES

Ao terminar o ProfMat de Guimarães, propuseram-me que escrevesse as minhas impressões sobre o encontro. Porquê eu? Foi esta a minha primeira reacção. Há colegas que me têm acompanhado nos ProfMat desde 1991, porque não estender-lhes o desafio?

Mas, falar sobre um ProfMat em que pela primeira vez, após seis anos consecutivos de participação activa, não dinamizámos nenhum curso, nem qualquer tipo de sessão... Mesmo assim, apesar de um pouco receosas, eu e a Anabela aceitámos e aqui estamos.

Apesar de ser o oitavo ProfMat em que iríamos participar, partimos no domingo, estrada fora, com o mesmo entusiasmo de sempre e, com o programa na mão, lá fomos discutindo o interesse desta e daquela sessão que iam ficando assinaladas.

Mal chegámos a Guimarães, dirigimo-nos ao hotel para nos encontrarmos com "velhas" amigas. Como sempre, fomos jantar e depois descobrir a Escola Secundária Francisco de Holanda (tarefa, este ano, bastante facilitada), logo começando a encontrar caras conhecidas.

Na segunda e terça feira, participámos num curso sobre "Matemáticas e Imaginário". Pelo que vivenciámos, ouvimos e lemos nos resumos não podemos deixar de concluir que os cursos continuam a ser um espaço privilegiado de formação (apesar de não terem créditos...). Durante estes dois dias, apercebemo-nos que os

curso vão tendo cada vez mais participantes (já havia tanta gente...).

Em simultâneo com os cursos decorreu o Seminário de Investigação que nos pareceu também ter muitos participantes.

Se tínhamos a sensação de que já éramos muitos, tivemos a certeza quando se formou a fila para levantar as pastas. Havia muita gente que já conhecíamos de encontros anteriores, mas também muitas caras novas. Reparámos que alguns colegas não tinham conseguido inscrição em sessões práticas, outros em grupos de discussão e ainda outros, nem uma coisa, nem outra. Porque terá sido? Não se inscreveram a tempo? A "oferta" foi menor do que a "procura"?

Não temos resposta, embora, posteriormente, nos tenhamos apercebido que conseguir temas e dinamizadores para Grupos de Discussão é tarefa que se tem tornado cada ano mais difícil.

Parece-nos também importante reflectir sobre a necessidade de diversificar a "oferta" de sessões destinadas ao primeiro e ao segundo ciclos de escolaridade, quer em número, quer na sua distribuição pelos quatro dias do ProfMat. Assim, aproveitamos para apelar aos colegas destes níveis de escolaridade que façam um pequeno esforço para partilhar os seus projectos, trabalhos, materiais... Esperamos que este nosso apelo seja ouvido e que o programa do próximo ProfMat venha enriquecido com novas participações.

Na quarta-feira, com a sessão de abertura que encheu o CineTeatro (éramos cada vez mais...), deu-se início ao ProfMat. Seguiu-se a sessão plenária "Probabilidades: fascínio & temor" do José Paulo Viana que deslumbrou os presentes, como com

Anabela Gaio, Fátima Grais

ele já vem sendo habitual. No final, caminhámos em "romaria" até à Escola onde, para nosso descontentamento, algumas das sessões que tínhamos escolhido no programa, já estavam a decorrer.

Assim passámos os dias do ProfMat: a correr de um painel para uma conferência, a "espreitar" a apresentação de um projecto para logo de seguida assistir a uma comunicação, sem falharmos a sessão prática e o grupo de discussão em que nos tínhamos inscrito. Nos intervalos, ainda conseguimos visitar a banca da nossa APM, as exposições comerciais, a apresentação de materiais, o Laboratório de Matemática, conversar com colegas que só encontramos de ano a ano... Enfim, por vezes, uma verdadeira luta contra o tempo. Toda esta azáfama para trazermos na "bagagem" mais ideias, mais saberes, mais entusiasmo pelo ensino da Matemática.

Uma das sessões especiais a que assistimos, foi a do lançamento do número temático da revista *Educação e Matemática* sobre o tema "Educação, Escola e Matemática". Aí foi-nos dada a conhecer a obra organizada por António Nóvoa e Jorge do Ó, "A Escola na Literatura", não só através de uma conversa informal com os organizadores do livro, como também pela leitura de alguns textos que muito nos sensibilizaram para o seu valor cultural e pedagógico.

Não tivemos oportunidade de visitar o Planetário, mas não perdemos as exposições "Outras artes, outras paixões dos professores de Matemática", "II Mostra de fotografia" e a espectacular exposição "M.C. Escher: Arte e Matemática" que irá, sem dúvida, enriquecer o Centro de

Recursos da Associação.

Estivemos também na Assembleia Geral da APM. Apesar do número de presentes nos parecer ser maior que em anos anteriores, continua a ser baixo, o que é pena, pois é o espaço apropriado para os sócios se inteirarem da vida da Associação. E este ano na Assembleia houve inúmeras intervenções sobre assuntos importantes da vida associativa e a discussão esteve particularmente animada.

Mas no ProfMat também existiram momentos para conviver e relaxar. Aconteciam no final das tardes, na simpática tenda, e durante as noites que foram preenchidas por um programa social e cultural variado e de qualidade: concertos, bailado, teatro... e a Festa do ProfMat que nos pareceu uma boa aposta, uma boa substituição do Jantar, e que julgamos ser um bom exemplo a seguir.

Chegou o sábado e com ele a cerimónia de encerramento, este ano com a presença do Senhor Ministro da Educação. Da sessão, destacamos o discurso feito pela Cristina Loureiro,

Presidente da APM, de que apenas conseguimos dizer que foi brilhante.

Terminamos dizendo que nos é difícil imaginar a energia necessária para organizar um encontro com aproximadamente 1700 professores e a organização que se sentiu, só pode ser o fruto de muitas e muitas horas de trabalho e de um grande empenhamento da Comissão Organizadora que conseguiu estar, até ao fim, bem disposta e sorridente.

Não podemos também deixar de referir a simpatia e o empenhamento dos funcionários e alunos da Escola, sempre solícitos a ajudar a resolver qualquer problema ou simplesmente a dar uma informação. A todos o nosso obrigada.

Falámos apenas de alguns aspectos



(é impossível relatar tudo o que se vivencia em cada ProfMat) e, de certo, haverá muitas outras opiniões.

A si, colega que não participou, esperamos ter despertado a sua curiosidade e a vontade de estar presente em futuros encontros. Quanto a nós, aguardamos com entusiasmo pelo próximo... Portimão já nos espera... lá estaremos.

Anabela Gaió
E. Básica 2,3/S, Sobral de M^{te} Agraço
Fátima Graís
Escola Básica 2,3 Febo Moniz

Mensagem ao ProfMat de Sua Excelência o Presidente da República

É com muito prazer que me associo à realização do ProfMat 98, promovido pela Associação de Professores de Matemática, felicitando-vos pelo dinamismo que têm demonstrado na renovação do ensino desta disciplina. Acredito que o associativismo docente é um dos meios privilegiados para fomentar a partilha e o trabalho em equipa, contribuindo para uma melhoria do ensino e da formação dos alunos. Os encontros, as revistas e as realizações da vossa associação revelam uma atitude profissional que merece ser destacada.

Tive a sorte de ser aluno de um liceu de referência no nosso país, o Pedro Nunes. Publicou-se aqui uma revista de pedagogia e cultura, *Palestra*, que no seu primeiro número, continha as seguintes premissas pedagógicas: "Parto com a convicção que tem no meu espírito a força de um axioma: a

aprendizagem da Matemática elementar está ao alcance de todos os nossos alunos. A questão reside apenas na escolha dos métodos, na criação do ambiente próprio, no respeito pela inteligência alheia e, principalmente, no interesse com que nos dedicarmos a essa personalidade tão complexa que é o adolescente."

Palavras sábias, escritas há 40 anos! É preciso manter elevados níveis de exigência e rigor, mas, ao mesmo tempo, temos de acreditar que a Matemática está ao alcance de todos os alunos.

Quero chamar a atenção para a necessidade de organizar formas de apoio e de diversificar os percursos escolares dos alunos, de encontrar os métodos pedagógicos mais adequados e de melhorar a formação inicial e contínua dos professores.

A escola deve ser capaz de integrar

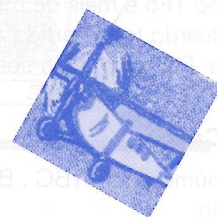
todos os alunos numa cultura comum e, ao mesmo tempo, permitir que cada um defina a sua própria trajectória escolar e profissional. Preocupa-me ver muitos jovens afastarem-se das suas opções vocacionais, devido à falta de orientação ou de acompanhamento em momentos cruciais das suas vidas escolares.

A aprendizagem da Matemática deve constituir uma experiência estimulante, contribuindo para o desenvolvimento pessoal dos jovens e para uma melhor compreensão do mundo em que vivem.

Como Presidente da República, quero agradecer-vos a acção que têm realizado nos últimos anos e que revela bem o vosso apego a estes ideais.

O Presidente da República
Jorge Sampaio

O problema do ProfMat 98



José Paulo Viana

Aos participantes no ProfMat 98 foi proposto um concurso com o problema "Eduardo, o aviador":

Pouco passava das 11 e meia da manhã quando o Eduardo se pôs aos comandos do seu avião e levantou voo do aeródromo de Guimarães, seguindo sempre na mesma direcção.

Ao meio dia registou o número de quilómetros percorridos. Era um número de três algarismos.

À 1 hora da tarde voltou a registar a distância percorrida até então. Por coincidência, este novo número era formado pelos mesmos três algarismos do anterior mas por outra ordem.

Exactamente às duas da tarde, o Eduardo aterrou no aeroporto de destino. E reparou na coincidência: a distância a que estava de Guimarães voltava a ser um número formado pelos mesmos três algarismos, embora por uma nova ordem. Quantos quilómetros andou o Eduardo? E a que horas partiu de Guimarães?

Houve 35 respostas. Algumas chegaram por meios um pouco inesperados: e-mail, correio, fax. E, para além dos participantes no encontro, apareceram soluções enviadas por um músico amante da matemática, por um leitor dos Desafios do Público, por um aluno do ensino secundário e, surpresa ainda maior, por um grupo de alunos do 8º ano turma A da Escola EB 2/3 D. Afonso Henriques.

A Iva e o Nuno Angelino começam com um lamento: *A primeira dificuldade que sentimos foi o facto de, após uma longa e exaustiva procura, não encontrámos o aeródromo de Guimarães e muito menos o Eduardo, para nos responder às questões. Então, eliminada a maneira mais fácil, rápida e cómoda de resolver o problema, não*

tivemos outra alternativa senão pôr mãos à obra.

Para resolver o problema era necessário, como salientou a Mária Cristina Almeida, admitir que a velocidade do avião é constante, que não há vento e que o referencial é a Terra.

É fácil verificar que os três algarismos, que se vão repetindo em cada leitura que o Eduardo faz, têm de ser diferentes.

Seja ABC o primeiro número.

O algarismo A só pode ser 1. Se fosse 2, isso queria dizer que em meia hora o avião percorria mais de 200 quilómetros, logo a última leitura seria um número de quatro algarismos.

Há agora dois casos a considerar.

1º Caso

Ao meio dia, o avião tinha andado 1BC quilómetros, à uma hora C1B e às duas BC1.

Como a velocidade é constante, as diferenças entre estes números têm de ser iguais:

$$C1B - 1BC = BC1 - C1B$$

Decompondo os números, vem:

$$\begin{aligned} 100C + 10 + B - 100 - 10B - C &= \\ &= 100B + 10C + 1 - 100C - 10 - B \\ 189C &= 108B + 81 \end{aligned}$$

$$C = \frac{4B + 3}{7}$$

Como B e C são algarismos diferentes, esta equação só tem uma solução:

$$B = 8 \text{ e } C = 5$$

Os números registados pelo Eduardo seriam: 185, 518 e 851.

A diferença entre números consecutivos é de 333, que corresponde à velocidade do avião em quilómetros por hora.

Participantes

Alan Guimarães
Anabela Marques
Atilio Braga
Augusto Taveira
Clara Moura Cruz
Cristina Brito
Daniela Pais
Francisco Aranda
Heitor Surrador
Helder Martins
Isabel Viana
José Artur Pinto
José Manuel Duarte
José Marques de Almeida
Luís Ferreira
Mária Cristina Almeida
Mª Graça Oliveira
Mª Helena Brás
Mª João Lopes
Paula Maduro
Paulo Correia
Paulo Jorge Dias
Pedro Torres
Rui Araújo Gomes
Sérgio Valente
Susana Cristina Fernandes
Susana Daniela Fernandes
Yolanda Lima

Equipas:

- Ana Cristina Esteves, Cláudia Santos, Vera Correia
- Ana Lebre, Célia Catulo, Celina Pereira, Isabel Sousa, Manuela Pires
- Carla Dias, Paulo Lameira
- Emanuel Martinho, Alexandra Afonso, Luís Moreira, Cristina Negra
- Iva Paula Angelino, Nuno Angelino
- Mónica Conde, Mª Matilde Rebelo
- Vítor Leite, André Casalta, Jorge Soares, Mª Luís Xavier, Rui Filipe Alves

Como 185 é mais de metade de 333, o Eduardo teria partido antes das 11 e meia. Portanto, esta solução não serve.

2º Caso

Os números são 1BC, BC1, C1B.

Então:

$$BC1 - 1BC = C1B - BC1$$

o que, depois de simplificado e resolvido, como se fez no primeiro caso, dá:

$$B = \frac{3C + 4}{7}$$

Nas condições do problema, esta equação só tem uma solução:

$$B = 4 \text{ e } C = 8$$

Os números são então: 148, 481 e 814.

Também neste caso a velocidade do avião é de 333 quilómetros por hora. O tempo de voo até ao meio dia é

$$\frac{148}{333} = 0,444... = 26 \text{ min } 40 \text{ seg.}$$

Como este valor é inferior a meia hora, está encontrada a solução.

O Eduardo partiu 26 minutos e 40 segundos antes do meio dia, ou seja às 11 horas 33 minutos e 20 segundos. Os números que registou foram 148, 481 e 814.

Vários concorrentes encontraram as outras soluções que existiriam se o Eduardo partisse antes das 11 e meia: 259-592-925 e 296-629-962.

O Augusto Taveira e o grupo da Ana Lebre admitem a hipótese, dada a distância percorrida, de o Eduardo ter aterrado em Portimão para preparar o próximo ProfMat...

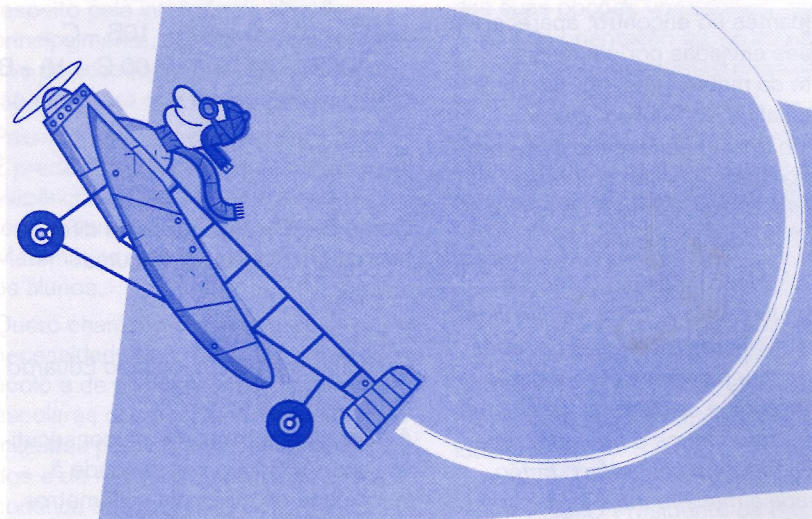
O Heitor Surrador considerou a extensão do problema a quatro registos com números de 4 algarismos, mas não encontrou nenhuma solução.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Prémios

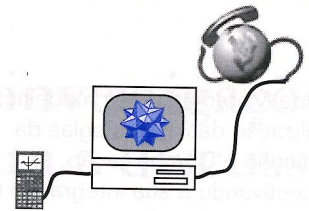
- 1º José Artur Pinto
Kit Zometool (703 peças), oferta G,C&C - Gab. de Criação e Comunicação
- 2º Heitor Surrador
Calculadora gráfica TI-89, oferta Texas Instruments
- 3º Paulo Correia
Calculadora gráfica Casio CFX-9950GV Plus, oferta Beltrão Coelho
- 4º Atílio Braga
Conjunto de Poliedros Areal, oferta Areal Editores
- 5º Sérgio Valente
Conjunto "Clix", oferta EducTrade
- 6º Ana Lebre, Célia Catulo, Celina Pereira, Isabel Sousa e Manuela Pires
Jogo Quivive Classic, oferta Ludomania
- 7º Vitor Leite, André Casalta, Jorge Soares, Mª Luísa Xavier e Rui F. Alves
Livro "O Diabo dos Números" de H. Enzensberger, oferta ASA Editores
- 8º Iva Paula Angelino e Nuno Angelino
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 9º Paulo Jorge Dias
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 10º Maria João Lopes
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 11º Clara Moura Cruz
Torre de Hanoi, oferta Eduardo Martins
- 12º Pedro Torres
"Grandes Enigmas do Pensamento Lateral" de P. Sloanes, oferta Gradiva

Os concorrentes devem contactar com a sede da APM a fim de receber os prémios.



Desenho de Cristina Sampaio, in Pública

Tecnologias na educação matemática



Sinais positivos...

Temos aqui referido por mais de uma vez as insuficiências existentes nas escolas relativamente à utilização das tecnologias na educação, em particular na Matemática. Mas, evidentemente, existem também sinais positivos, experiências que nos convencem que, pelo menos, a situação pode mudar e está mesmo a mudar, embora com âmbito ainda muito limitado e localizado.

Gostaríamos de poder relatar nesta secção, em cada número de Educação e Matemática, algumas dessas iniciativas e experiências. Para isso é necessário que os protagonistas, professores ou mesmo alunos, nos dêem notícia desses ensaios de utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Matemática. Sem essa colaboração, ficamos limitados aos casos de que temos conhecimento directo, que apenas por acaso corresponderão às experiências mais significativas. Em qualquer caso incluímos nesta edição da secção breves notícias sobre um conjunto de iniciativas, até para transmitir aos nossos leitores uma ideia do tipo de experiências que seria interessante relatar na revista.

veloso@mail.telepac.pt

Alunos apresentam projectos e dinamizam sessões práticas no ProfMat 98

Duas professoras da região de Lisboa — Ana Luisa Correia da Esc. Sec. de Ferreira Borges e Ana Vieira da Esc. Sec. de Linda-a-Velha — tomaram a iniciativa de propor a alguns dos seus alunos que participassem em Guimarães no ProfMat 98.

Os alunos da Ferreira Borges apresentaram alguns trabalhos desenvolvidos no âmbito de um projecto de formação de alunos do ensino secundário em novas tecnologias ao serviço da Matemática. Conseguindo obter recursos através do concurso a projectos (PRODEP e IIE), o grupo de Matemática montou um laboratório de Matemática antes do ano lectivo de 1997/98, começando o ano lectivo em que foi iniciado o programa do ajustamento já com uma sala com 8 computadores e um retroprojector. Através de cursos intensivos sobre calculadoras, utilização de *software* e Internet, realizados sobretudo em períodos de férias, o interesse dos alunos foi despertado para uma nova forma de desenvolver os seus conhecimentos em Matemática.

Durante o ano lectivo 97/98, todos os alunos do 10º e do 11º tiveram pelo menos uma hora de Matemática por semana no laboratório.

Aconselhamos os leitores que não assistiram à sessão AP5, em Guimarães, a lerem o relato do projecto e dos trabalhos dos alunos na página 229 das Actas do ProfMat 98.

Quanto a Pedro Fernandes, João Ramos e João Peters, alunos do 11º ano de Ana Vieira, a sua participação no ProfMat consistiu na organização de uma sessão prática de iniciação à utilização do programa *Geometer's Sketchpad* na realização e discussão de actividades de Geometria. Como é fácil de ver, a perspectiva de preparar e realizar uma sessão prática deste tipo para professores de Matemática é um desafio óptimo, que estes alunos encararam com uma seriedade e responsabilidade notáveis. Conta Ana Vieira que durante a preparação da sessão os alunos estavam preocupados que o número de actividades propostas fosse muito pequeno, pois os "setores" iam certamente fazer tudo muito rapidamente... Durante a sessão propriamente dita, alguns professores admiravam-se com conhecimentos matemáticos destes

alunos, que ultrapassavam o exigido à letra pelos programas. O que acontece é que isto é natural para alunos que fazem correntemente investigações dentro e fora da sala de aula e ainda por cima podem utilizar o *Sketchpad* nesses trabalhos.

Em Guimarães, tive ocasião de conviver com estes alunos, e percebi que esta ida ao ProfMat foi uma experiência extremamente rica, e certamente muito significativa, no seu percurso educativo — como também o terá sido para os alunos de Ana Luisa Correia.

Como é habitual, as propostas de actividades feitas nesta sessão prática (SP26) do ProfMat 98 estão disponíveis na sede da APM.

Tecnologias na cadeira Interdisciplinaridade Ciências-Matemática

Esta cadeira (ICM) faz parte da licenciatura em Ensino da Matemática da Faculdade de Ciências de Lisboa, e é da responsabilidade do Departamento de Educação. Os docentes são Hélia Oliveira e José Manuel Varandas.

O programa inclui o desenvolvimento de competências na área das aplica-

ções da Matemática, da modelação e da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação, perspectivando a sua integração no ensino desta disciplina.

Comunicou-nos Hélia Oliveira que este ano os alunos, futuros professores de Matemática, têm desenvolvido um trabalho de criação e publicação de páginas na *www* sobre temas relacionados com os programas do 3º ciclo do ensino básico e do ensino secundário. Essas páginas, que neste momento ainda se encontram em fase de elaboração e revisão, estão a ser colocadas no *site* da disciplina, cujo endereço é

<http://www.fc.ul.pt/departs/educacao/disciplinas/icm>.

Contamos no próximo número fazer um relato mais pormenorizado desta experiência e ainda de outra na Universidade do Porto, igualmente relativa à formação inicial de professores.

Curso "Inovação no Ensino da Geometria"

Durante os meses de Setembro a Dezembro decorreu este curso (no DE/FCUL e na APM), orientado pelo responsável por esta secção permanente de *Educação e Matemática*. Para não cair na tentação de "pregar apenas em casa alheia" tentámos levar a informatização do curso até onde fosse possível.

Isto incluía como intenção:

1. Estabelecer correspondência por *e-mail* com todos os participantes.
2. Colocar toda a informação administrativa (programa e outras indicações sobre o curso, horários, lista de participantes, etc) em páginas *www*.
3. Propor as actividades a realizar com antecedência em relação ao seu desenvolvimento nas aulas e publicá-las na Internet. O mesmo relativamente aos problemas, textos para discussão, textos de apoio, etc. Eliminar desta forma, no máximo que fosse possível, as colecções de fotocópias. Estes objectivos que poderiam parecer demasiado ambiciosos para uma primeira experiência foram realizados em grande parte. Seguem-se algumas observações relativas aos pontos 1 e 3.

1. Comunicação por e-mail

Cerca de dois terços dos participantes declararam imediatamente, no início, possuir ou estar prestes a ter *e-mail*. Em relação aos outros, depois de alguma insistência e recorrendo aos computadores com Internet existentes nas escolas, a situação também se resolveu, acabando por a comunicação ser possível praticamente a 100%. O facto dos professores terem acesso à Internet nas escolas permite, recorrendo ao correio electrónico gratuito oferecido por várias empresas, que cada um tenha a sua caixa de correio própria.

Por este processo, o correio pode consultar-se numa página da Internet e é completamente gratuito. Por exemplo, se tem acesso à rede Internet (por exemplo, na sua escola), vá à página da yahoo (endereço: <http://www.yahoo.com>) e clique em *Yahoo! mail* para iniciar o processo de criação de uma caixa de correio própria. Siga depois as indicações que for recebendo.

3. Propostas de actividades, textos, etc., colocados na Internet

Este objectivo também foi atingido quase a 100%. A pouco e pouco foram sendo incluídas no *site* do curso as XIII propostas de actividades, os desafios geométricos, os textos de apoio, etc. A maior parte dos participantes no curso apareciam nas aulas já com os textos impressos, e alguns evidentemente começavam a pensar nas propostas em dias anteriores ao da sua realização na aula.

Neste momento, o *site* do curso está alojado no *server* da APM, no endereço: <http://www.apm.pt/apm/foco98/curso.html>. A partir do fim de Janeiro os materiais do curso irão ser integrados no *site* de prolongamento do livro *Geometria: temas actuais*, alojado no *server* do Instituto de Inovação Educacional, e o endereço será: <http://www.iie.min-edu.pt/iie/edicoes/livros/cdces/cdces11/index.html>

Eduardo Veloso

Novidades na Internet¹

Fibonacci numbers and the Golden Section

Uma página da Universidade de Surrey inteiramente dedicada aos números de Fibonacci e à Razão de Ouro. Além de conter muita informação em linguagem muito acessível, esta página pretende ser um ponto de partida para pesquisar qualquer destes assuntos na Internet, apresentando uma extensa lista de links *Url*:

<http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fib.html>

Investigating Patterns: Symmetry and Tessellations

Um *site* relacionado com um livro que irá ser publicado em Março de 1999 com o mesmo título e da autoria de Jill Britton. Inclui numerosas actividades abordando vários aspectos deste tema. Além disso é um ponto de partida para outros *sites* relativos à simetria.

Url:

<http://www.camoun.bc.ca/~jbritton/jbsymteslk.htm>

Geometry in Motion

Uma página de Daniel Sher, o autor de *Exploring Conic Sections with the Geometer's Sketchpad*. Numerosos exemplos com o *JavaSketchpad*: traçado de curvas e outras actividades. Artigos de Daniel Sher sobre geometria dinâmica, entre os quais um sobre as origens do *Sketchpad*. *Url*: <http://members.xoom.com/dpscher/>

1. In *Math Forum Internet News*, 14 de Dezembro de 1998.

Avaliando investigações: contributos para a discussão

António Bernardes, Francisca Sousa,
Luís Barbosa, Teresa Colaço

Estávamos em Setembro de 1997 e um novo ano escolar ia começar com novos e grandes desafios para muitos dos professores de Matemática. Um dos mais inquietantes para nós, professores que íamos leccionar o 10º ano, era o da avaliação, nomeadamente a dos trabalhos de investigação.

Esse problema inquietava-nos porque tanto a nível nacional como internacional pouco conhecíamos escrito sobre este tema, não havendo teorias nem relatos de experiências em que nos pudéssemos apoiar. Queríamos fazer a avaliação dos trabalhos de investigação, mas o problema era não só traduzi-la por números (medi-la), mas sobretudo dar aos alunos informações que tornassem essa avaliação o mais formativa possível.

Como temos a experiência de que problemas deste tipo são muito mais facilmente ultrapassáveis, e com muito menos angústia, se discutidos em conjunto, começámos a reunir-nos (no âmbito do Círculo de Estudos "Conexões, Avaliação e Tecnologias no Secundário") para debater assuntos como:

◆ Que trabalhos de investigação propor aos alunos?

◆ Qual a sua estrutura? (Que aspectos deveriam figurar em todos os trabalhos?)

◆ Como avaliá-los?

◆ Que comentários fazer aos trabalhos?

Das nossas discussões resultaram algumas decisões quanto aos parâmetros a considerar na avaliação destas tarefas e os pesos relativos a atribuir-lhes e também qual o peso relativo destas actividades na avaliação final de cada período. Mas não se pense que estas decisões foram tomadas pacificamente, nem que as mantivemos durante todo o ano!...

Por tudo isto sentimos a vontade de alargar a discussão a outros colegas que, possivelmente, tal como nós, teriam pouca experiência na avaliação deste tipo de trabalhos.

E qual o melhor local para o fazer? O ProfMat98 em Guimarães!

Foi assim que surgiu o grupo de discussão sobre o qual iremos agora falar. A estrutura da sessão está indicada no quadro 1.

Depois da "apresentação", os cerca de quarenta participantes, reunidos em seis grupos, começaram por resolver um dos trabalhos de investigação que tínhamos proposto aos nossos alunos do 10º ano durante o 2º período no ano lectivo 97/98*.

Seguidamente foi entregue a cada grupo uma resolução deste trabalho realizado por um grupo de alunos, sendo-lhes então proposto que:

◆ estabelecessem quais os parâmetros a considerar na avaliação deste tipo de tarefa e a corrigissem de acordo com esses critérios;

◆ ponderassem o peso relativo deste tipo de actividades na avaliação final de cada período.

Um pouco a medo, de início, a discussão dentro dos grupos foi-se animando progressivamente. Na altura da apresentação das conclusões já havia convicções bem firmes. Desta apresentação e dos registos escritos deixados pelos diversos grupos fizemos um resumo que apresentamos no quadro 2 (página ao lado).

Embora aparentemente diferentes, notou-se que alguns dos parâmetros considerados essenciais eram consensuais: a apresentação (aspecto) do trabalho, a estratégia escolhida, a actividade demonstrada, clareza na expressão escrita e o rigor científico foram pontos que todos os grupos focaram, embora com pesos variáveis relativamente à cotação total do trabalho.

Para além dos aspectos já referidos levantou bastante discussão a obrigatoriedade ou não da apresentação oral do trabalho e, em caso

* O trabalho aqui referido é a proposta que apresentamos, neste mesmo número, na secção Materiais para a sala de aula.

1. Apresentação da sessão	Grande grupo (15min.)
2. Resolução de uma tarefa proposta aos alunos	Trabalho de grupo (30min.)
3. Avaliação da tarefa: - Estabelecimento de parâmetros de avaliação da tarefa e respectivo peso - Correção de um trabalho realizado por um grupo de alunos - Estabelecimento do peso dos trabalhos de investigação na avaliação final	Trabalho de grupo 45 min.)
	Intervalo (30min.)
4. Apresentação das conclusões dos grupos e discussão sobre a temática	Grande grupo (60 min.)

Quadro 1

CALCULADORAS NO ENSINO - ANO LECTIVO 96/97

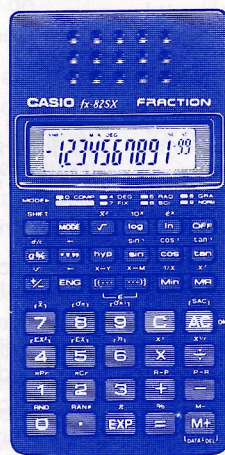
É natural a adopção das calculadoras no ensino, e tem vindo a processar-se a adopção de matérias, processos e programas a esta nova ferramenta auxiliar para o ensino da Matemática. Nada melhor para um Educador que poder contar na sua sala com o maior número possível de alunos com a mesma calculadora, facilitando assim enormemente o evoluir da matéria e sua explicação. A **CASIO** possui a melhor linha do mercado, este ano renovada com ainda melhores modelos e a preço mais acessível.



Básicas

CASIO. SL 450

O modelo ideal concebido para o ensino. Outros modelos disponíveis mais acessíveis HL 820 D e HS 5 D.



Científicas

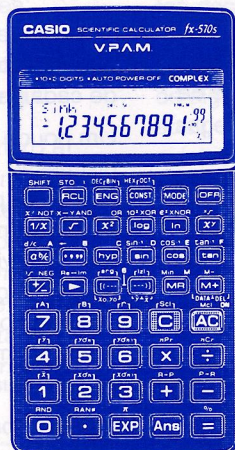
CASIO. FX - 82 SX

A FX 82 é a máquina mais vendida no mundo, agora renovada para maior conforto e durabilidade. Cálculo com fracções e 139 funções.

Científica Avançada

CASIO. FX - 570 S

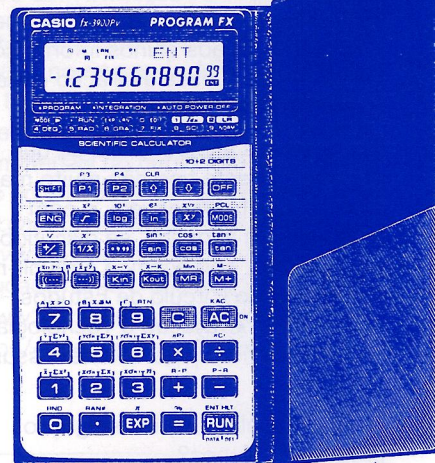
Uma calculadora sem rival, excepcionalmente completa, simples e acessível. Utiliza o novo sistema de cálculo V.P.A.M.



Programável

CASIO. FX - 3900 PV

A calculadora programável mais fácil e acessível. 300 passos de programa, integrais, estatística a 2 variáveis. Já à venda novo modelo. FX 4800 P com 4500 passos de programa.



CALCULADORAS GRÁFICAS CIENTÍFICAS PROGRAMÁVEIS

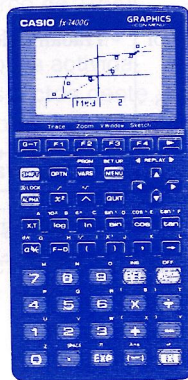
CASIO. FX 6300 G

A gráfica mais económica do mercado ! Os gráficos ao alcance de todos. Todas as funções necessárias.



CASIO. FX 7400 G

A nova 7400 G é a calculadora gráfica por excelência. Todas as funções, fácil de usar e programar, visor grande e 7 Kbytes de memória. Mantém preço acessível.



CASIO. CFX 9850

A gráfica super completa com o visor a cores, 32 Kb de memória, linguagem Tipo Basic, estudo das cónicas, sucessões, tabelas e gráficos.



Grupos Parâmetros	Grupo I	Grupo II	Grupo III*	Grupo IV	Grupo V	Grupo VI	E.S.Gil Vicente
Apresentação - estrutura - forma final	1,5	4	x	1	1	1	3
Pontualidade	1,5						1
Cumprimento do guião	3	3	x				
Pesquisa de infor- mação relevante						6	
Desenvolvimento - clareza - capacidade de síntese - rigor - criatividade		6		6			
Criatividade	4		x		1	4	4,5
Estratégia		3		7	1	3	**
Clareza na expressão escrita	4		x	2	2	5	2
Rigor científico	6		x	4	10		4,5
Conclusão		1	x			1	
Apresentação à turma		3			5		5
Total	20	20	20	20	20	20	20

* O grupo III não indicou o peso de cada um dos critérios

** Estratégia e criatividade foram consideradas em conjunto pela Esc.Sec.Gil Vicente

Quadro 2

afirmativo, a avaliação individual ou do grupo, havendo quem defendesse uma e outra posição. Outros aspectos que nos parecem importantes, não

foram no entanto discutidos, tais como:

- ◆ a possível, ou não, discussão com os alunos sobre os parâmetros dos

trabalhos de investigação e do seu peso na avaliação final;

- ◆ o acompanhamento dos trabalhos;
- ◆ a hipótese de propor a reformulação ou extensão dos trabalhos de investigação.

Do grupo de discussão retirámos a conclusão de que a avaliação dos "trabalhos de investigação" é possível, embora tenhamos consciência de que ainda há muita reflexão a fazer e um longo caminho a percorrer. Julgamos que isso não invalida que comecemos a propor aos alunos formas de avaliação diferentes e que tentemos avaliar os seus desempenhos. A insegurança que sentiremos é uma insegurança saudável, que nos fará procurar o apoio de outros colegas que, como nós, têm dúvidas, mas nem por isso ficam parados.

É este trabalho em grupo com outros professores que temos que realizar, para que juntos consigamos fazer um ensino melhor para os nossos alunos e para nós.

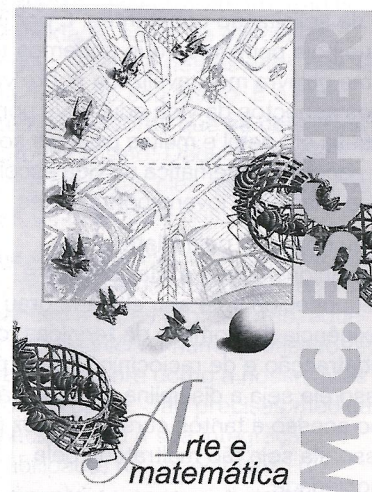
António Bernardes, Francisca Sousa,
Luís Barbosa, Teresa Colaço
E. S. Gil Vicente

Arte e matemática: uma exposição

No ano passado comemoraram-se os 100 anos do nascimento de Maurits Cornelis Escher. Lembrando o centenário deste "artista gráfico", modo como Escher preferia considerar-se, a APM promoveu uma exposição cuja organização esteve a cargo de um grupo de trabalho constituído pela Helena Martinho, Ana Rodrigues, Augusto Barreto, Glória Ferraz, Sandra Martins, Susana Diego e Valéria Silva. A bonita exposição, que foi intitulada "Arte e matemática", decorreu com êxito reconhecido durante o ProfMat 98, tendo sido publicada, na mesma altura, uma brochura sobre o artista que o grupo de trabalho referido igualmente preparou. A edição desta brochura, que recebeu o título da exposição, pretende constituir-se, segundo os seus organizadores, como um complemento da exposição, "quer no que toca a informação, quer na sugestão de tarefas que podem ser realizadas posteriormente pelo aluno na sala de aula, em salas de estudo ou como trabalho de casa".



Desenhos de M. C. Escher



Para um melhor ensino da Matemática em Portugal*

Cristina Loureiro

Sempre pensei no porquê das presenças abertas. Porquê o Presidente da República deslocar-se às regiões para ouvir as pessoas? Depois não fica tudo na mesma? Tudo pode parecer ficar na mesma, mas não fica. Porque o simples facto de lá ter ido significa que os que lá estão falaram dos seus problemas. E ao falarem deles tomaram consciência de muitas coisas que os preocupam. A verbalização é a consciencialização de muitas ideias, algumas delas ainda latentes. Por isso, a vinda de V.ª Ex.ª aqui é especialmente bem vista por nós. Esta vinda obriga-nos a formular os nossos problemas, facto que me coloca numa posição especialmente difícil. É a primeira vez que temos a oportunidade de, em público, apresentar os problemas do ensino da Matemática ao Ministro da Educação.

A Associação de Professores de Matemática sempre se tem manifestado de forma construtiva, preferindo abrir os caminhos da intervenção a deixar-se ficar numa atitude de crítica e de solicitação constantes. É por isso que hoje pensamos que podemos ter uma palavra mais avalizada sobre vários aspectos da vida educativa portuguesa em geral e muitas palavras sobre o papel da Matemática na vida escolar das crianças e jovens portugueses.

Vou começar pela Matemática. Tradicionalmente a Matemática é reconhecida pelo seu elevado grau de exigência de domínio de técnicas, de abstracção e de raciocínio. Talvez por isso ela seja a disciplina de selecção no acesso a tantos cursos. Talvez por isso ela seja tão maltratada pela sociedade.

Mas a Matemática está na escola para todos. São-lhe reconhecidas potencialidades específicas ao desenvolvimento das crianças e dos jovens. Nós acreditamos que a Matemática poder ser uma disciplina para todos. E por isso nos esforçamos para que ela deixe de ser a disciplina de selecção e se realize de facto como disciplina estruturante do pensamento. Mas o carácter estruturante da disciplina de Matemática na escolaridade básica coloca-nos várias dificuldades.

Acreditamos que a Matemática pode ser uma disciplina para todos

Na Matemática há de facto aprendizagens que dependem de aprendizagens anteriores. Mas na Matemática também há tempo de amadurecimento. E há experiências que são determinantes para todas as aprendizagens. O tempo de nove anos é um tempo suficientemente largo para o fazer. Trabalhamos para entender e para conseguir que ao fim de nove anos os jovens usem a matemática para pensar.

Parece-nos que a introdução da Avaliação Externa no Ensino Básico, a ser realizada por todos os alunos do 4.º, 6.º e 9.º anos, poderá vir a comprometer muito deste trabalho.

E isto porque há na tradição do ensino da Matemática a ideia de esperar que os outros nos façam chegar às mãos os alunos já bem preparados, para que nós, sem sobressaltos, possamos fazer o

nosso trabalho.

O ensino superior espera que lá cheguem a dominar a análise elementar.

O ensino secundário espera que lá cheguem a dominar o cálculo simbólico.

O 3.º ciclo espera que lá cheguem a dominar o cálculo numérico.

O 2.º ciclo espera que lá cheguem a dominar os algoritmos das quatro operações.

Lutamos para contrariar esta compartimentação e esta visão tão limitada do que é saber matemática. Por isso trabalhamos em conjunto professores de todos os ciclos.

E digo isto porque está demasiado presente na nossa realidade o fantasma da preparação exclusiva para as competências técnicas. Penso que os riscos de cairmos em situações de preparação para o exame, mesmo sendo um exame sem efeitos na classificação final, é demasiado forte.

Também o acesso ao ensino superior não pode continuar a depender exclusivamente do ensino secundário. Desde que sou professora, e já lá vão mais de vinte anos, que vejo os professores do ensino secundário viverem com a pressão da preparação para o ensino superior. Pressão esta que determina muito do seu trabalho.

O acesso ao ensino superior não pode continuar a depender exclusivamente do ensino secundário

Todo o acesso ao ensino superior depende dos professores do ensino secundário. Mas a maior parte dos

* Discurso proferido na sessão de encerramento do ProfMat 98 em que participou o Ministro da Educação, Marçal Grilo.

alunos do ensino secundário não vai para o ensino superior. O ensino secundário não pode ser só a ponte para o ensino superior.

Passemos à tecnologia. Os professores de Matemática portugueses há muitos anos que se preocupam em estudar as implicações e potencialidades do uso da tecnologia no ensino da Matemática. Vivemos numa época em que o desenvolvimento da tecnologia para o ensino é brutal. Reconhecemos que a utilização da tecnologia melhora substancialmente o nosso trabalho e a aprendizagem dos alunos. Reconhecemos que a utilização da tecnologia no ensino da Matemática nos permite atingir níveis de trabalho matemático não imaginados há anos. Mas esta utilização exige escolas equipadas. Só assim a sua utilização será de facto igualitária.

É urgente o equipamento tecnológico das escolas para que elas proporcionem, tanto quanto possível, a igualdade de oportunidades.

Sem equipamento nas escolas não há igualdade de oportunidades.

E pior do que isto. Sem equipamentos nas escolas cada vez mais se aprofundarão as diferenças de oportunidades entre aqueles que têm a tecnologia em casa à sua disposição e aqueles que a não têm.

Uma escola para todos tem que se preocupar cada vez mais com os alunos que não têm determinados meios culturais e tecnológicos à sua disposição. A escola portuguesa é uma escola que ainda favorece os mais favorecidos. Só é possível contribuir para minimizar estas diferenças com uma escola em que os alunos encontrem à sua disposição as melhores condições de trabalho, os melhores recursos e os melhores professores.

Para além das necessidades prementes de equipamento tecnológico os últimos anos permitiram-nos reco-

nhecer que o uso da tecnologia, e não só, exige alterações profundas na organização escolar, na organização

dos tempos e dos espaços de aprendizagem. São necessários espaços de trabalho para professores com professores, para professores com alunos e para alunos com alunos.

É preciso acabar com os turnos nas escolas.

É preciso mais escolas e menos alunos em cada escola.

É muito?!

Poderíamos dizer: então acabemos com a tecnologia.

Mas seria isso possível? E seria desejável?

Estamos às portas do século XXI.

Numa sociedade altamente tecnológica como a nossa, a escola, sob risco de se perder, não pode ignorar a utilização da tecnologia. Mais do que isso, tem que ser a escola a avançar com a sua utilização para que cumpra plenamente a sua função socializadora e formativa.

Citando o professor António Nóvoa, num artigo recente da nossa última revista inteiramente dedicada à Educação,

Está fora de causa uma qualquer reserva em relação à utilização pedagógica destes meios. Bem pelo contrário, eles constituem um poderoso instrumento de inovação e de mudança. Mas o uso das tecnologias no ensino implica a aquisição de novas competências, e também o reforço das competências tradicionais. É difícil imaginar um processo educativo que não conte com a mediação relacional e cognitiva do professor. (*EM* nº 50, p.30)

As exigências na formação inicial e contínua dos professores têm que ser cada vez maiores

E por isso as exigências na formação inicial e contínua dos professores têm que ser cada vez maiores. E isso

exige maior atenção e cuidado nos diplomas que regulamentam o exercício da função docente.

O nosso quadro legal está cheio de remendos e de contradições.

É urgente fazer um enquadramento legal global da função e da carreira docente, que reconheça as exigências de formação para esta profissão e que reconheça também o investimento pessoal extraordinário que muitos profissionais fazem.

Os professores, como qualquer outro profissional, têm o direito de decidir o grau de investimento profissional que querem fazer. Mas não é justo que

Entre os professores de Matemática há muitos que são, nas suas escolas, pilares de trabalho, apoio, avanço

sejam reconhecidos da mesma maneira os que cumprem e aqueles que vão muito para além disso e que são os pilares do avanço e da inovação.

Entre os professores de Matemática há muitos que são de facto, nas suas escolas, pilares de trabalho, de apoio, de avanço. Muitos deles estão aqui. São estes professores que são o exemplo e o apoio para muitos professores mais novos.

Todos sabemos como são ingratos os primeiros anos da carreira do professor. Salários baixos, dificuldades de integração, expectativas frustradas, instabilidade, saltar de escola em escola, ... Mas é nestes anos que se joga muito do seu futuro. E é com estes professores que se determina o futuro do ensino. Daqui a dez ou quinze anos são eles que estarão no lugar de muitos de nós.

Uma das grandes preocupações que nós temos é a da integração, apoio e incentivo a estes professores, àqueles que se iniciam numa profissão tão difícil e exigente como a nossa. Mas isso não basta. São precisas medidas especiais para a sua integração, estabilidade, reconhecimento e desenvolvimento.

Os professores de Matemática estão

determinados a pôr a matemática ao serviço da escola para todos, da igualdade de oportunidades e do desenvolvimento.

Sabemos que muito desse trabalho depende de nós. Sabemos também que são precisos:

- Cuidados especiais com a avaliação.
- Adequação das regras de acesso ao ensino superior à realidade do ensino não superior.
- Equipamento e alterações das condições de trabalho nas escolas.
- Alterações na organização escolar.
- Apoio e incentivos explícitos aos professores.

- Enquadramentos legais adequados e investimentos na formação inicial e na formação contínua.
- Investimento na investigação.

Ao fazer estas afirmações estou a dizer a V^a Ex.^a que a APM se compromete a trabalhar em tudo o que entender ser a sua competência.

O encontro que agora encerramos, em que o dinamismo e qualidade dos trabalhos apresentados e realizados foram excelentes, mostra-nos que podemos assumir este compromisso.

Trabalharemos para promover a qualidade do ensino da Matemática em Portugal. Mas reservamo-nos o direito de exigir à Administração que

invista no ensino da Matemática e contribua para melhorar substancialmente as condições de implementação desse ensino.

Reconhecemos que tem havido por parte do Ministério da Educação boas e interessantes medidas. Mas estamos longe da situação ideal. Quando é preciso um investimento x e se faz um investimento $x - a$, os custos, mesmo a curto prazo, podem ser desastrosos. São os modelos matemáticos que nos ensinam a ver as coisas desta maneira.

Cristina Loureiro

Presidente da Associação de Professores de Matemática



Materiais para a aula de Matemática

A proposta de trabalho apresentada está incluída na brochura do 10º ano sobre *Funções* (p. 88) e, tal como é referido no artigo desta revista *Avaliando investigações — contributos para a discussão*, foi proposta a alunos do 10º ano, no 2º período do ano lectivo 1997/98. Apresentamos agora alguns comentários sobre a tarefa.

Designando por x a medida de qualquer dos lados iguais e por y a medida da base, o principal objectivo da situação apresentada é a dedução da expressão da área do triângulo em

função de x : $A = (25 - x)\sqrt{50x - 625}$ e, usando a calculadora gráfica, a descoberta das dimensões do triângulo de perímetro 50 que tem área máxima.

Dado o tipo de função envolvida, é um problema de optimização que, no 10º ano, só tem sentido ser resolvido com recurso à calculadora gráfica. Do trabalho realizado com os alunos parece-nos importante salientar alguns pontos críticos da resolução da tarefa.

Os intervalos de variação dos lados do triângulo

Embora os alunos definam com facilidade a medida da base em função da medida de qualquer dos

lados iguais, $y = 50 - 2x$, ao representá-la graficamente (fig.1) são tentados a concluir que x varia no intervalo $10, 25[$ e que y varia entre 0 e 50, esquecendo-se da *desigualdade triangular*, ou seja, que qualquer dos lados tem que ser menor que a soma dos outros dois.

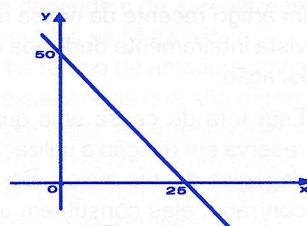
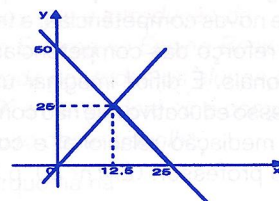


Figura 1

Há que conjugar a condição representada com a condição $y < 2x$. Obtém-se:

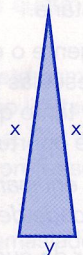


Assim vamos ter $12,5 < x < 25$ e $0 < y < 25$. Aliás o intervalo $12,5 ; 25[$ é precisamente o domínio da função área.

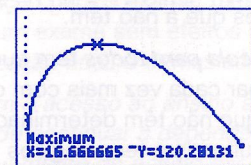
Quando x toma valores próximos de 12,5, y toma valores próximos de 25.



Quando x toma valores próximos de 25, y toma valores próximos de 0.



Esta discussão pode ser feita num plano puramente geométrico, fazendo uma aproximação aos "casos limite" (ver figuras seguintes).



Discussão da solução

Parece-nos importante que haja uma interpretação geométrica da solução obtida na calculadora. A área é máxima ($\approx 120,3$) para $x \approx 16,7$. Isto significa que o triângulo de perímetro 50 com área máxima é um triângulo equilátero. É de fazer notar que dividindo o perímetro por 3 obtém-se o valor da

calculadora, $\frac{50}{3} = 16,6$.

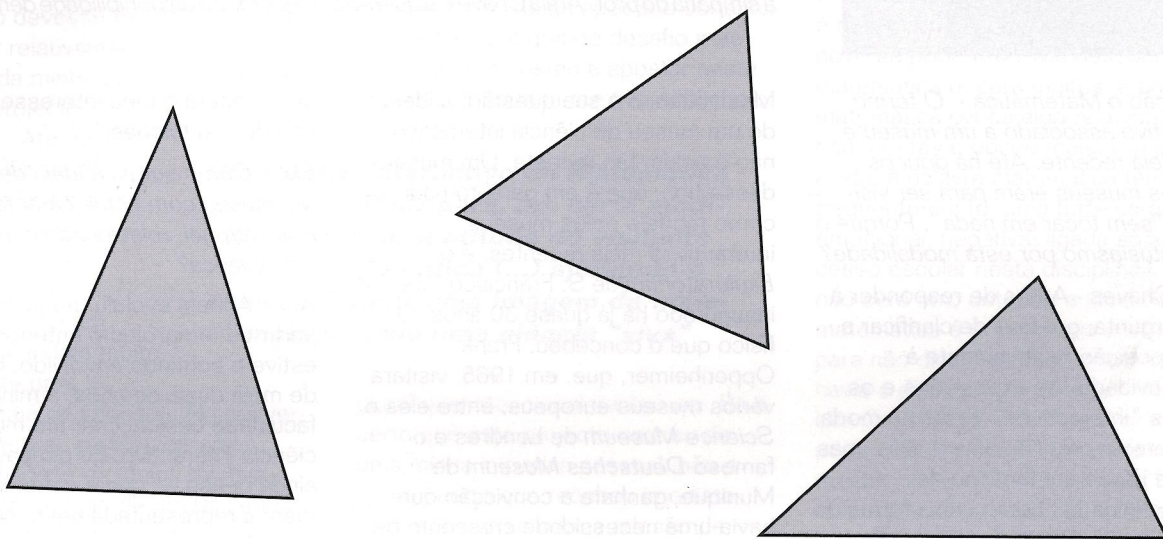
António Bernardes, Francisca Sousa,
Luís Barbosa, Teresa Colaço

Escola.....

Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

Triângulos de perímetro igual

Pensa em todos os triângulos isósceles que têm perímetro igual a 50 cm.



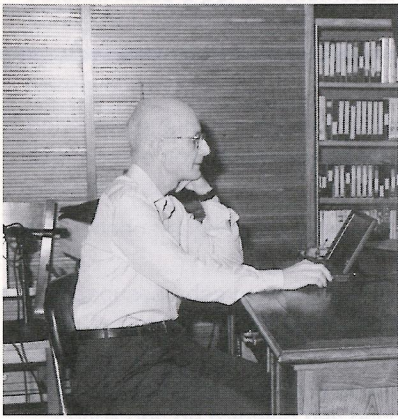
Encontra a função que relaciona a medida do lado diferente com a medida de qualquer um dos outros lados.

Representa a função graficamente.

Entre que valores varia o lado diferente? E os lados iguais?

Representa o gráfico da função que nos dá a área de cada um dos triângulos em função da medida de um dos lados iguais.

Quais são as medidas do triângulo de área máxima?



Museu interactivo de matemática

Por iniciativa do prof. Manuel Arala Chaves, da Universidade do Porto, está a tomar forma a ideia de se criar um museu interactivo de Matemática na zona do Porto. Pela importância que tal iniciativa se reveste, Educação e Matemática não podia deixar de a divulgar. Entrámos em contacto com o seu impulsionador que de imediato se prontificou a responder a algumas perguntas que a Ana Vieira preparou e enviou por e-mail, esclarecendo as primeiras dúvidas que se podem colocar ao leitor. Continuaremos a dar informações sobre o andamento do projecto, contando com a simpatia do prof. Arala Chaves, a quem agradecemos a disponibilidade demonstrada.

Educação e Matemática - O termo interactivo associado a um museu é uma ideia recente. Até há poucos anos os museus eram para ser visitados "sem tocar em nada". Porquê o seu entusiasmo por esta modalidade?

Arala Chaves - Antes de responder à sua pergunta, gostava de clarificar a minha posição relativamente à interactividade. As exposições e os museus "interactivos" estão na moda, bem como a própria palavra aliás, mas não me julgue um fanático da "interactividade" como única forma de comunicação. Eu explico-me melhor: creio ser consensual a opinião que uma ideia é mais facilmente apreendida - e de forma mais intensa e duradoura - se houver um efectivo envolvimento do sujeito dessa aprendizagem; e uma forma de conseguir esse envolvimento consiste em provocar alguma interacção do visitante com um modelo físico patente numa exposição. Mas existem outras formas de propiciar esse envolvimento: por exemplo, quando se consegue, por um texto, um poster ilustrado, um vídeo, um programa de computador, uma página da www, uma palestra ou qualquer outro meio, interessar alguém pelo enunciado de um problema de matemática o suficiente para que espontaneamente o tente resolver, é evidente que está criado o *envolvimento*, que será em geral tanto maior quanto mais tempo durar a tentativa de resolução. Portanto, na minha opinião, interactividade sim, mas não como um objectivo em si mesmo: apenas como um meio, entre outros, para interessar e *envolver* o visitante.

Mas voltando à sua questão: a ideia de um museu de ciência interactivo não é assim tão recente. Um museu desse tipo, que é em geral tomado como modelo pelos museus interactivos mais recentes, é o *Exploratorium* de S. Francisco, que foi inaugurado há já quase 30 anos. O físico que o concebeu, Frank Oppenheimer, que, em 1965, visitara vários museus europeus, entre eles o *Science Museum* de Londres e o famoso *Deutsches Museum* de Munique, ganhara a convicção que havia uma necessidade crescente de desenvolver uma compreensão pública da Ciência e da Tecnologia e que um museu podia desempenhar esse papel, facultando um local e os meios para as pessoas aprenderem a "explorar" os fenómenos naturais. Foi essa convicção que o levou a apresentar o projecto que viria a resultar na criação do *Exploratorium*, cuja abertura teve lugar em 1969. Eu tive a sorte de visitar aquele museu alemão de Munique na minha juventude e foi uma visita que me marcou muito fortemente. Por padrões modernos, este museu, que abriu em 1925, não é considerado muito interactivo, na medida em que os módulos estão protegidos e o visitante apenas controla as experiências por meio de botões. Para mim, naquela fase da minha vida em que o visitei, foi um verdadeiro deslumbramento: fiz numerosas experiências e só tive pena de lá não ter podido ficar uma ou duas semanas... Data talvez

dessa altura o meu interesse por este tipo de instituições.

EM - Como surgiu a ideia de criar um museu com estas características, em Portugal, relacionado com a matemática?

AC - A ideia evoluiu gradualmente a partir de um projecto anterior em que estive e continuo envolvido. Há cerca de meia dúzia de anos, a minha faculdade decidiu criar um museu de ciência interactivo. Eu pensava — e ainda penso — que a matemática está menos representada neste tipo de instituições do que seria possível e desejável e achei que a melhor forma

Interactividade sim, mas não como um objectivo em si mesmo: apenas como um meio, entre outros, para interessar e envolver o visitante

de procurar de algum modo inverter essa tendência, no museu em formação, seria a de participar desde o início na sua criação. Integrei, pois, um pequeno grupo de docentes que então se interessaram pela iniciativa. O museu ainda não abriu uma exposição permanente, mas organizou várias exposições temporárias que tiveram bastante sucesso e nas quais a matemática esteve representada. Desde aquela data, a minha faculdade tem mantido contacto com a ECSITE — o organismo europeu de cooperação entre museus e centros interactivos de Ciência — e eu, em particular, tenho reflectido bastante sobre diversos modos de veicular ideias matemáticas em exposições de

tipo predominantemente (embora não exclusivamente) interactivivo. Essa reflexão levou-me gradualmente à ideia de que teria suficiente material, não apenas para uma secção de um Museu de Ciência, mas mesmo para a criação de um centro interactivivo dedicado exclusivamente à matemática.

A inexistência, a nível mundial, tanto quanto era do meu conhecimento, de um centro com essas características, teve durante algum tempo, embora talvez não devesse ter tido, um efeito dissuasor relativamente a qualquer tentativa da minha parte em avançar com um projecto

autónomo. Até que, em final de 1996, numa reunião da ECSITE em La Villette, me encontrei com um colega alemão que, vim a descobrir, tinha um projecto de índole muito semelhante para a

cidade alemã de Giessen. Na conversa que tivemos, revelou-se uma grande afinidade de ideias relativamente à concepção de um tal centro e ao espírito que deveria presidir à sua criação. Este encontro encorajou-me certamente a pensar de uma forma mais decidida em iniciar um projecto. Aconteceu que eu tinha em 1997, na minha faculdade, responsabilidades muito absorventes que assumira anteriormente, pelo que entendi preferível não avançar logo com uma iniciativa formal: corria o risco de se passar um ano sem que quase nada se tivesse feito, dando uma ideia de pouca vitalidade e podendo significar a morte à nascença do próprio projecto. Limitei-me, durante esse ano, a ter alguns contactos informais e a recolher de forma mais sistemática alguns elementos. Datam de Março de 1998 a primeira apresentação escrita do projecto junto de algumas entidades e de Maio do mesmo ano a sua divulgação.

EM - Inspirou-se em algo que tenha visto noutros países?

AC - A resposta nem pode ser *sim* nem *não* e creio que o que digo acima ajuda a dar um pouco de sentido a

esta minha afirmação. Claro que as visitas que tenho feito a vários museus e centros interactivos de Ciência hão-de necessariamente inspirar e influenciar indirectamente, de forma mais ou menos consciente, as minhas opiniões sobre o centro em projecto. Mas, como não conheço nenhum centro dedicado em exclusivo à matemática, não me estou a inspirar directamente em nenhum modelo já existente. E isso torna mais difícil a concretização desta aposta e constitui certamente um grande desafio para todos quantos estão a apostar neste projecto. E permita-me que sublinhe o

Um Centro Interactivo de Matemática pode contribuir para, em certa medida, modificar a atitude do visitante face à matemática (...) ajudando-o assim a formar uma imagem da matemática como uma ciência "viva"

plural que intencionalmente usei. Se é certo que este projecto nasceu de uma minha iniciativa pessoal, não é menos certo que recebeu imediatamente um apoio e uma adesão de colegas e instituições, que, em Setembro passado, decidiram a constituição de uma associação, indispensável para o tratamento formal das numerosas questões que se vão colocar. O projecto já não é, pois, (apenas) meu e procurarei fazer o possível para que venha a aumentar o número de pessoas que queiram colaborar de forma activa na sua concretização e com ele se sintam identificadas. Em Novembro passado, o projecto em que estou envolvido chegou ao conhecimento de colegas italianos que estavam a organizar um encontro internacional precisamente sobre o tema "A matemática no museu" e tiveram a gentileza de me convidarem para esse encontro. Foi, como imagina, uma excelente oportunidade para trocar pontos de vista com pessoas que trabalham em projectos semelhantes ou de âmbito mais restrito (exposições temáticas temporárias, secções matemáticas de museus de ciência, etc.). Tenho mantido desde então contacto com

alguns dos participantes desse encontro e é natural que desses contactos resultem influências nos dois sentidos.

EM - Quais os objectivos principais a atingir?

AC - No meu documento inicial de "apresentação" do projecto, afirmo que, para uma grande parte da população leiga, mesmo considerada culta pelos padrões usuais (i.e., detentora de uma cultura humanista), é muito difícil imaginar o que é que de novo se pode fazer (ou descobrir) em matemática e, para muitos, a palavra matemática evoca algo relacionado com contas e pouco mais; (...) pior ainda, a palavra matemática tem, frequentemente, uma forte carga emocional, negativa, ligada ao insucesso escolar nesta disciplina (...) e não será raro detectar a ideia de que a matemática é uma ciência acabada, para não dizer "morta", onde o que havia a descobrir já foi descoberto. Um Centro Interactivo de Matemática pode contribuir para, em certa medida modificar a atitude do visitante face à matemática (...), fazendo-o tomar consciência das aplicações, em áreas por vezes insuspeitadas e, indirectamente, na própria tecnologia que usa diariamente; num ou noutro ponto permitindo-lhe vislumbrar algumas descobertas recentes ou problemas em aberto na matemática e ajudando-o assim a formar uma imagem da matemática como uma ciência "viva" (mesmo se, inevitavelmente, uma ideia clara dessa vitalidade estará sempre para além do que, neste quadro, é possível transmitir). (...) Pode também satisfazer a curiosidade e levar um pouco mais longe a compreensão matemática daqueles que, embora já com uma postura positiva e um gosto face à matemática, não tiveram oportunidades de acesso a outros meios de satisfazer essa curiosidade. Pode vir a constituir um polo de actuação mais vasta, "exportando" alguns dos seus módulos e das suas ideias via Internet (...), organizando exposições temporárias (...) e eventualmente, numa fase ulterior, permitindo que essas exposições funcionem de modo itinerante,

por forma a alargar o âmbito geográfico do impacto.

Tal centro deverá criar um ambiente estimulante, onde alunos de todos os níveis de escolaridade e o público em geral possam, de modo interactivo, desenvolver explorações matemáticas.

EM - Qual o público a que se destina prioritariamente?

Gostaríamos que públicos de formação e preparação muito diversas pudessem aí encontrar algo que lhes interessasse e que contribuisse para lhes dar uma visão mais alargada do âmbito, da beleza e do papel da matemática. Isso não é fácil e requer muitos cuidados, a começar pela linguagem a utilizar. Julgamos que, em certos temas, a solução passa pela existência de várias abordagens, a níveis diferentes de apresentação, possivelmente em locais distintos, permitindo assim comunicar com pessoas de formações diversificadas. Esta é a intenção: provavelmente a sua concretização vai ter de se fazer por aproximações sucessivas. Embora o centro não pretenda decalcar nem cingir-se a nenhum currículo académico, é evidente que é de esperar que uma percentagem apreciável de visitantes seja constituída por alunos dos diversos graus de ensino.

EM - Há quem defenda que a matemática é uma ciência que não se adapta a este tipo de projectos. Tem encontrado adeptos dessa visão? Quais os argumentos que contra-põe?

AC - Tenho encontrado alguns colegas que me têm manifestado interesse pela iniciativa, embora confessem que teriam alguma dificuldade em imaginar conteúdos de natureza interactiva para um tal centro. Não tenho propriamente sentido necessidade de contra-argumentar neste campo; quando muito, dou alguns exemplos concretos do que tenho em mente.

EM - Com que apoios já conta?

AC - Prefiro falar em intenções de apoio, uma vez que os protocolos

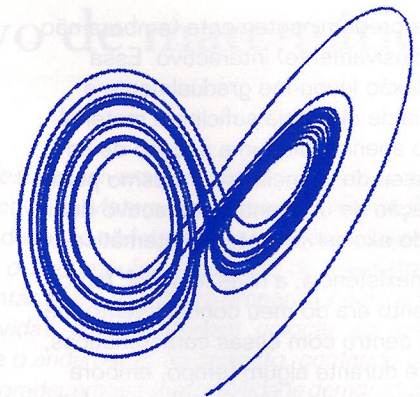
respectivos ainda não estão assinados, nem a Associação "Atrator" foi ainda criada em notário, embora tenha esperança que ambas as questões sejam resolvidas brevemente. Além das instituições que decidiram já integrar esta Associação — Associação de Professores de Matemática, Câmara Municipal de Ovar, Centro de Matemática e Aplicações Fundamentais da Univ. de Lisboa, Faculdade de Ciências de Lisboa (Dep. de Educação) e do Porto (Dep. de Matemática Aplicada e Pura), Sociedade Portuguesa de Matemática e Universidades de Aveiro, Coimbra e Porto — espero um apoio por parte do Ministério da Ciência e Tecnologia e de Departamentos do Ministério da Educação.

EM - Já existe alguma ideia concreta acerca do local?

AC - Sim, foi decidido na reunião de Setembro passado que o local seria Ovar, numa casa cedida para o efeito. Foi entendido nessa reunião que a escolha de uma cidade relativamente pequena, como Ovar, apresentava algumas vantagens: por um lado, haveria uma visibilidade maior do que num grande centro urbano, onde há normalmente a competição de muitos

Gostaríamos que públicos de formação e preparação muito diversas pudessem aí encontrar algo que lhes interessasse e que contribuisse para lhes dar uma visão mais alargada do âmbito, da beleza e do papel da matemática

outros focos de actividade cultural; por outro lado, a inexistência de uma universidade em Ovar torna talvez mais fácil que cada uma das universidades intervenientes neste projecto se identifique um pouco mais com ele. Se a localização fosse, por exemplo, no Porto, o projecto correria o risco de ser visto como um projecto da Universidade do Porto e, como tal, poderia ter mais dificuldades em congregar a participação activa de



Atrator de Lorenz

outras universidades ou instituições. Acresce que foi expresso um grande interesse por parte da autarquia e do seu presidente, o que obviamente também pesou consideravelmente na escolha de Ovar.

EM - E quanto a calendarização?

AC - Nós estamos a apostar em ter algo a funcionar no ano 2 000, que, como sabe, foi declarado o Ano Mundial da Matemática e para o qual estão previstas actividades de divulgação em todos os países. Claro que há muitos imponderáveis, mas estou optimista e acho que a forma como as coisas têm corrido desde Março passado até hoje dá um razoável suporte a este optimismo. Mas é claro que não é só de apoios institucionais que precisamos e, se me permite, aproveito esta entrevista para lançar um apelo a quantos achem este projecto com interesse e desejem por alguma forma encorajá-lo, sejam matemáticos, professores de Matemática, utilizadores da matemática ou simplesmente interessados na matemática: entrem em contacto connosco, quer dirigindo-se directamente a qualquer das organizações acima referidas, quer escrevendo directamente para o endereço de correio electrónico atractor@fc.up.pt ou seguindo as indicações que irão aparecendo na página <http://www.fc.up.pt/atractor>. Esta página, além de conter informações sobre o andamento do projecto, servirá de elo de ligação entre os grupos de trabalho que forem criados. Uma participação significativa ajudará a cumprir as previsões de calendário que indiquei. ■

A cardióide¹

Helena Paradinha, Margarida Oliveira,
Otília Moreirinha

Métodos de construção da curva

1. Como envolvente de circunferências

Considere uma circunferência c de centro O e um ponto A dessa circunferência. Considere ainda um ponto U sobre c e com centro nesse ponto desenhe uma nova circunferência com raio UA . À medida que o ponto U percorre a circunferência c , vão-se obtendo novas circunferências; a cardióide é a envolvente dessas circunferências, isto é, a curva tangente a todas essas circunferências.

Se se usar um programa de geometria dinâmica, basta animar o ponto U na circunferência c após ter dado instruções para que a segunda circunferência traçada deixe rasto. (Ver figura 1)

2. Como epiciclóide

Considere duas circunferências c e d , tangentes e com o mesmo raio. A cir-

cunferência d rola sem escorregar sobre a circunferência c . Cada ponto P da circunferência d descreve uma cardióide durante esse movimento. (Ver figura 2)

Observação: para fazer esta construção no *Geometer's Sketchpad*, recorrendo à animação, sugerimos que:

- o centro da circunferência d que rola seja animado numa circunferência auxiliar concêntrica com c e com o raio duplo do desta;
- se crie, à parte, uma circunferência e de raio idêntico ao de c e um ponto X animado sobre ela;
- a circunferência d e o seu ponto P são depois construídos à custa da translacção que aplica o centro de e no centro de d .

Ver figura no final do artigo².

A cardióide foi descoberta por Roemer, em 1674, na sequência de uma investigação sobre rodas dentadas. Esta curva foi referida nas *Philosophical Transactions of the Royal Society*, pela primeira vez, com o nome de cardióide por Castillon em 1741, por lembrar um coração. O seu perímetro foi calculado em 1708 por La Hire, que também constatou tratar-se de um caso particular da família de curvas designadas por *caracol* de Pascal.

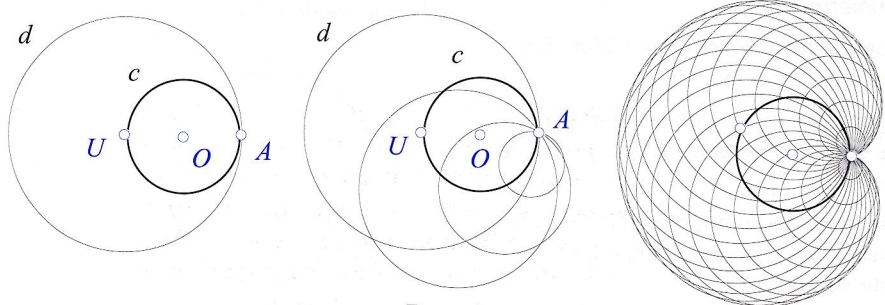


Figura 1

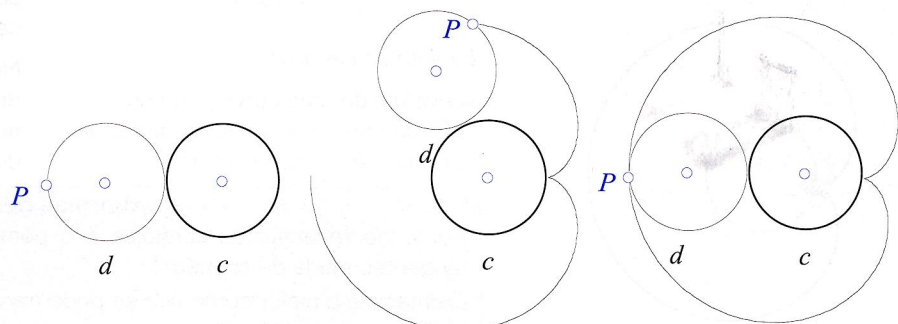


Figura 2

3. Forma alternativa de definir a cardióide como epiciclóide

Considere duas circunferências a e b tangentes, sendo o raio de b o dobro do de a . A circunferência b rola sem escorregar sobre a circunferência a . Cada ponto S da circunferência b descreve uma cardióide durante este movimento. (Ver figura 3)

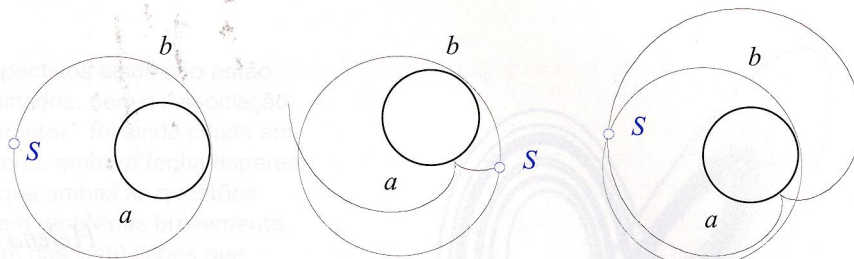


Figura 3

4. Como curva pedal

Considere uma circunferência c e um ponto fixo P (ponto pedal). Considere as perpendiculares tiradas por P às tangentes à circunferência (fig. 4A). O lugar geométrico dos pés T dessas perpendiculares constitui a *curva pedal*. A curva pedal de uma circunferência é um caracol de Pascal (fig. 4B). No caso do ponto P pertencer à circunferência obtém-se uma cardióide cujo ponto de reversão coincide com o ponto P (fig. 4C).

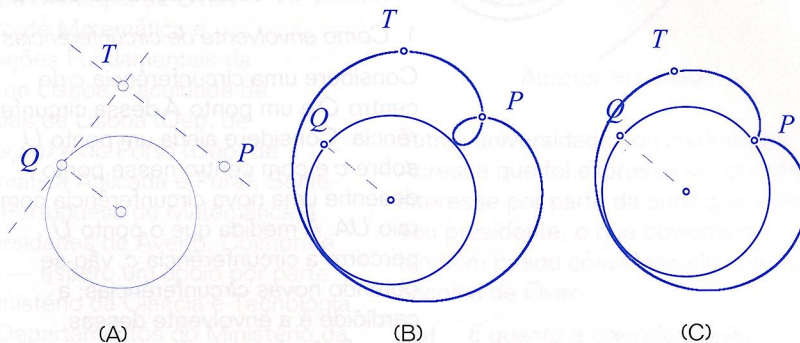


Figura 4

Algumas propriedades da cardióide

Equação cartesiana

Se a medida do diâmetro da cardióide for $4a$, a sua equação cartesiana é $(x^2 + y^2 + 2ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$.

Perímetro e área

O perímetro da cardióide é $16a$. E a área é dada por $6 \times \pi \times a^2$.

Lugar geométrico dos pontos médios das cordas que passam pelo ponto de reversão.

Este lugar geométrico é uma circunferência, como se pode conjecturar a partir da figura 5.

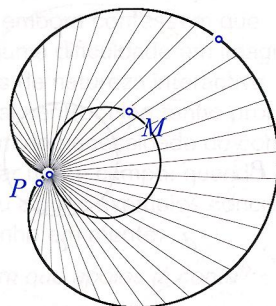


Figura 5

Tangentes paralelas a uma dada direcção

Considerando uma dada direcção, existem sempre três tangentes à cardióide paralelas a essa direcção (fig. 6). Os ângulos formados pelos segmentos que se obtêm unindo os pontos de tangência ao ponto de reversão medem $2\pi/3$.

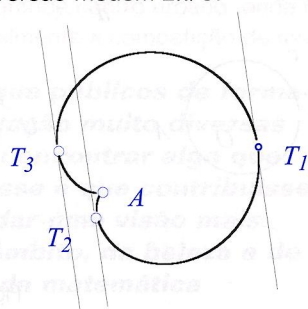


Figura 6

Evoluta da cardióide

A *evoluta* de uma curva pode ser definida como a envolvente das suas normais. No caso da cardióide

obtemos outra cardióide com um terço do perímetro (fig. 7).

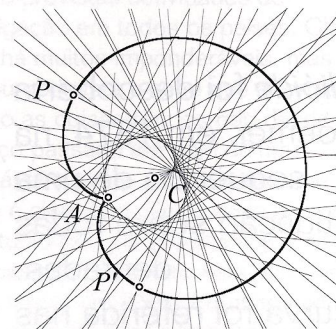


Figura 7

Pedais negativas da cardióide

Considere um ponto fixo P (ponto pedal), uma cardióide c e sobre c um ponto Q . A envolvente das perpendiculares aos segmentos PQ que passam por Q é a pedal negativa da cardióide c relativamente ao ponto P .

No caso de P coincidir com o ponto de reversão da cardióide a pedal negativa será uma circunferência com diâmetro igual ao da cardióide (fig. 8).

Algumas definições

Ponto de reversão da cardióide é o ponto onde a variação do declive das tangentes muda de sentido.

Diâmetro é a maior corda que se pode traçar a partir do ponto de reversão.

Vértice é a extremidade do diâmetro oposta ao ponto de reversão.

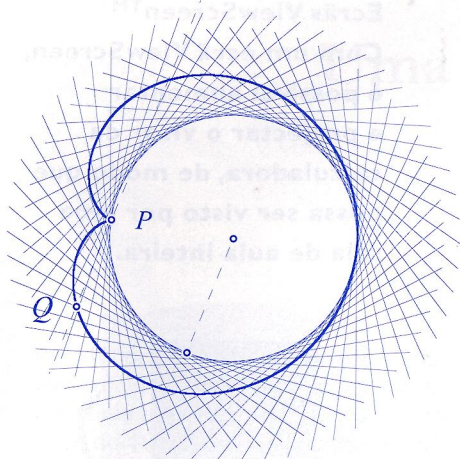


Figura 8

No caso de P ser o vértice da cardióide, a curva gerada é uma cissóide (fig. 9).

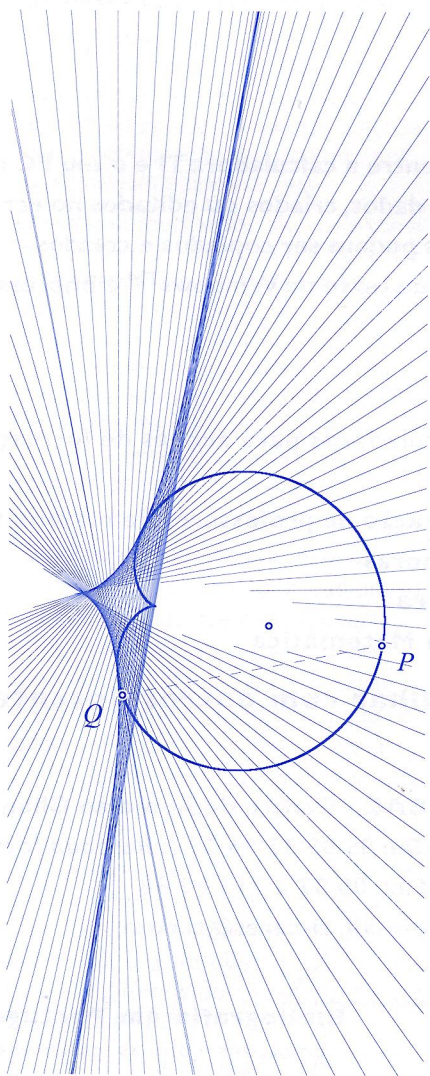


Figura 9

Cardióide como envolvente de segmentos

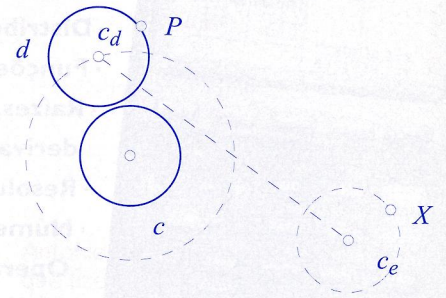
Considere uma circunferência e divida-a em 36 arcos iguais por meio de 36 pontos numerados de 0 a 35. Una, por meio de segmentos, pares de pontos da seguinte forma: o ponto n fica ligado a um ponto m se $2m$ é congruente com n módulo 36 (isto é, os restos da divisão inteira de n e $2m$ por 36 são iguais). Por exemplo, o ponto $n=4$ está ligado ao ponto $m=2$ porque $2m=4$ é congruente com $n=4$ módulo 36. Da mesma forma $n=2$ está ligado ao ponto $m=19$ porque $2m=38$ é congruente com $n=2$ módulo 36.

A envolvente destes segmentos é (aproximadamente) uma cardióide (tanto mais perfeita quanto maior for o número de partes em que se divide a circunferência. (Ver figura 10)

Notas

1. Trabalho realizado em Dezembro de 1997, no âmbito de um curso de formação "Inovação no Ensino da Geometria" no Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

2. Figura referente à observação do fim da primeira página deste artigo:



Bibliografia

Lockwood, E. H. A., *Book of curves*. Cambridge; Cambridge University Press, 1961.
 Veloso, Eduardo. *Geometria: temas actuais*. Instituto de Inovação Educacional, 1998.
 On-line
<http://www.groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Curves/Curves>
http://www.best.com/~xah/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html

Helena Paradinha
 Esc. Sec. Braamcamp Freire, Pontinha
 Margarida Oliveira
 Esc. Sec. Patrício Prazeres
 Otilia Moreirinha
 Esc. Sec. David Mourão Ferreira

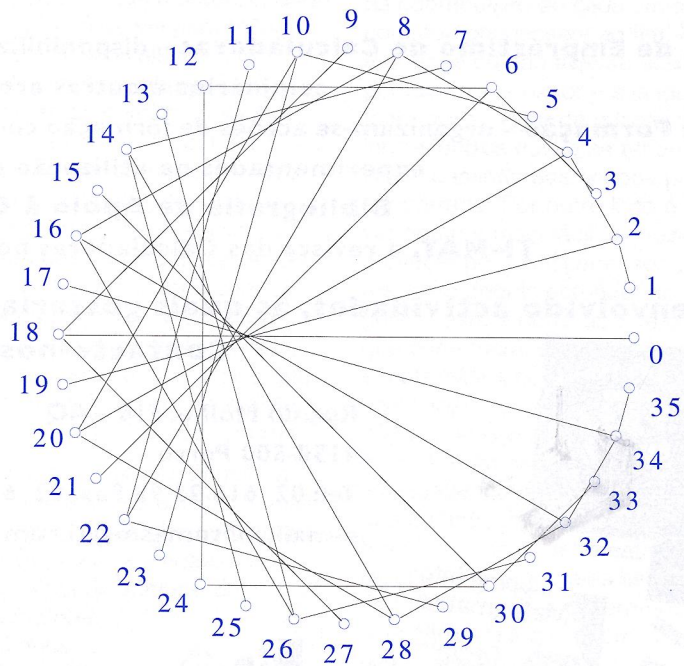
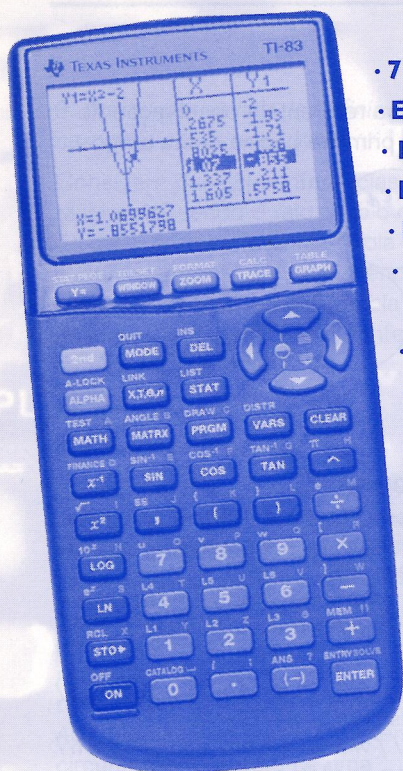


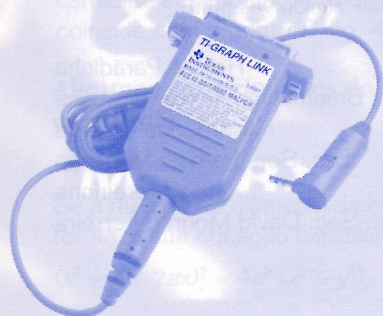
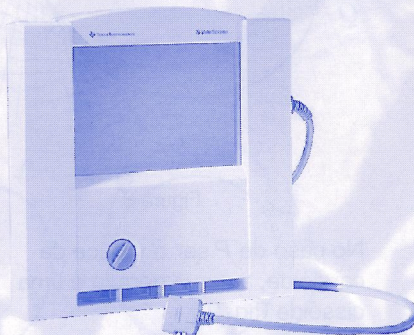
Figura 10

Matemática sem Problemas



- 7 estilos de gráficos
- Estatística avançada
- 10 Modelos de regressão
- Distribuição de probabilidades
- Funções financeiras
- Raízes, máximas, mínimos, integrais, derivadas
- Resolução interactiva de equações
- Números complexos
- Operações com matrizes
- 32 Kb Ram, 27 Kb de memória disponível
- Transferência de dados, por cabo, entre calculadoras idênticas ou entre a TI-82 e TI 83; ligação ao Computador
- Garantia 2 anos

Ecrãs ViewScreen™
Com um ecrã ViewScreen, é possível aumentar e projectar o visor da calculadora, de modo que possa ser visto por uma sala de aula inteira.



TI-GRAPH LINK™ permite a comunicação entre a calculadora TI e o seu PC ou Macintosh®: é possível transferir programas e dados, criados ou editados no ecrã, entre a calculadora e o computador. Os dados podem ser copiados e colados directamente nos ficheiros de processamento de texto do Windows™ e impressos.

Apoio Programa Educacional

Programa de Empréstimo de Calculadoras – disponibilizam-se calculadoras para acções de formação, seminários e outras actividades

Acções de Formação – organizam-se acções de formação com a colaboração de professores de matemática experimentados na utilização de calculadoras

Bibliografia de Apoio à Calculadora

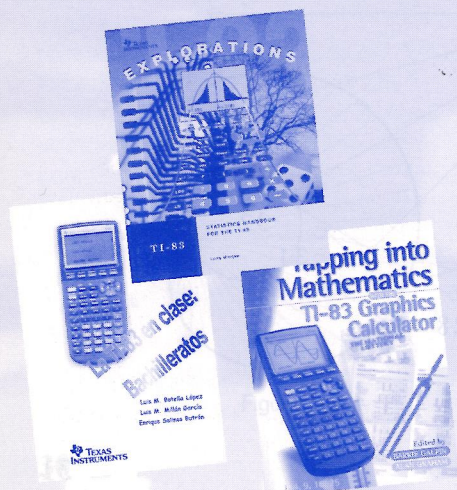
TI-MAT, a revista das Calculadoras no Ensino da Matemática


Tem desenvolvido actividades, as quais gostaria de partilhar com outros docentes?

Contacte-nos!

Rua do Molhe, 616 – AQ
4150-500 Porto
Tel: 02 616 23 98 Fax: 02 616 62 19
e-mail: x@tomasm@ti.com

CAC - Centro de Apoio ao Cliente:
Tel: 05 05 32 96 27 (chamada local)
Fax: 00 32 2 713 80 68
e-mail: ti-cares@ti.com



 **TEXAS INSTRUMENTS**

<http://www.ti.com/calc>

Bibliografia em Português

- Equações com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92
- Análise com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92
- Estatística com as calculadoras TI-80, TI-81, TI-82, TI-83, TI-92

Uma demonstração colectiva

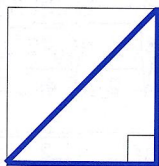
Rita Bastos

A história que vos vou contar passou-se numa das primeiras aulas que tive com uma turma de Métodos Quantitativos do 10º ano de um curso tecnológico. É usual a maioria dos alunos que constituem estas turmas chegarem ao 10º ano com percursos anteriores de insucesso a Matemática e por isso nós, professores, não costumamos ter grandes expectativas relativamente ao que os alunos são capazes de fazer.

O que se passou na nessa aula mostra que, afinal, eles podem e sabem fazer matemática quando se sentem desafiados e quando valorizamos a contribuição de cada um, por muito pequena que ela seja.

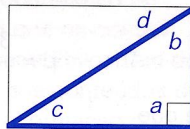
Quando perguntei aos alunos a soma dos ângulos internos de um triângulo, todos sabiam que era 180° . Mas quando lhes perguntei *como* é que sabiam isso, alguns ficaram sem saber o que me responder e a Telma disse-me que sabia porque a antiga professora lhe tinha dito que era assim. Pedi-lhes então que pensassem numa maneira de verificar se isso era sempre verdade.

Depois de algum tempo em que pensaram um pouco ou discutiram com os colegas que estavam mais perto, a Ana sugeriu que se desenhasse um quadrado e se dividisse ao meio. Propus-lhe então que fosse ao quadro explicar o raciocínio para a turma. Ela desenhou a figura seguinte, e explicou: *Dividindo o quadrado ao meio, obtemos um triângulo que tem um ângulo recto e dois de 45° . Como $90 + 45 + 45 = 180$, a soma dos ângulos internos do triângulo é 180° .*



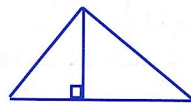
Perguntei à turma o que é que achava, se era verdade o que a Ana tinha dito e se os seus argumentos

eram suficientes para concluirmos que a soma dos ângulos de um triângulo *qualquer* era 180° , ao que alguns responderam que não, porque aquele não era um triângulo qualquer, era um triângulo particular. Nessa altura, o João propôs logo: *se em vez de um quadrado fizéssemos um rectângulo, já dava...* E foi ao quadro, desenhou e explicou: *Este ângulo (a) é recto e a soma deste (b) com este (c) também é 90° porque este (c) é igual àquele (d) e portanto a soma destes dois (b e c) é igual à soma destes dois (b e d). 90 mais 90 dá 180 .*

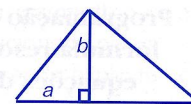


Pedi à turma a sua opinião sobre o raciocínio do João, e pareceu-me que todos estavam de acordo que estava correcto. Mas servia para mostrar que em *qualquer* triângulo...? Apesar de servir para mais triângulos do que a anterior, esta demonstração só servia para triângulos rectângulos, e os alunos não tiveram dificuldade nenhuma em ver isso. Fui então ao quadro, desenhiei um triângulo escaleno e pedi que tentassem arranjar argumentos para este, que era um triângulo sem nenhuma característica especial. Foi nessa altura que a Carla disse: *então, se já sabemos que funciona com os triângulos rectângulos, agora dividimos esse em dois triângulos rectângulos!* Eu, sem sequer imaginar o que ia dar, acatei a sugestão dela e dividi o triângulo por uma das suas alturas.

Carla: *Neste triângulo rectângulo, a soma dos três ângulos é 180° ! ... mas atrapalhou-se e não soube continuar o raciocínio. Eu dei uma ajuda e acrescentei uma legenda à figura. Em seguida perguntei se alguém tinha alguma ideia para continuarmos a demonstração. O*



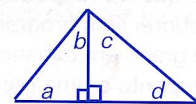
António sugeriu que fizéssemos o mesmo para o outro triângulo rectângulo e foi ao quadro acrescentar mais legendas.



$$a + b + 90^\circ = 180^\circ$$

Agora já era fácil: se a soma daqueles ângulos todos era 360° , a soma dos ângulos a , b , c e d era 360° menos os 180° dos dois ângulos rectos, portanto 180° .

O mais incrível desta história é que eu nunca tinha visto esta demonstração em livro nenhum, mas ela está absolutamente



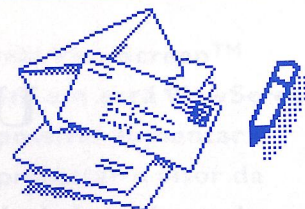
$$a + b + 90^\circ = 180^\circ$$

$$c + d + 90^\circ = 180^\circ$$

correcta e foi quase inteiramente construída pelos alunos. Nenhum deles a faria sozinho, mas foi a colaboração de todos e a valorização da contribuição de cada um que fez com que chegassem ao fim. Provavelmente se eu não tivesse deixado a primeira aluna expor a sua ideia pelo facto de se tratar de um caso particular, os outros nunca se teriam lembrado do caminho que acabou por ser encontrado. Por outro lado é curioso ver como é mais fácil, às vezes, começar por justificar casos particulares, para depois estender ao caso geral – este é outro tipo de processos que costumamos desvalorizar, porque a matemática que estamos habituados a ver nos livros é o produto acabado e não o caminho que os matemáticos encontraram para lá chegar. Se é actividade matemática que queremos que os nossos alunos experimentem temos que aprender a estar mais atentos àquilo que eles são capazes de fazer e, se calhar, teremos algumas surpresas boas como a que eu tive nesta aula.

Rita Bastos
Escola António Arroio

Pontos de vista, reacções, ideias...



Programação para a TI-83: fórmula resolvente para equações do 3.º grau.

Após a aquisição de uma calculadora gráfica da Texas Instruments, versão TI-83, procurei criar uma série de programas que me auxiliassem ao longo das disciplinas de Matemática e Ciências Físico-Químicas do 11.º ano de escolaridade.

No que diz respeito à Matemática, elaborei seis programas: conversão de graus em radianos; distância entre um ponto e uma recta; regra de Ruffini; resolução de equações biquadradas; fórmula resolvente para equações do 2.º grau no qual é fornecida uma vasta gama de informações acerca da parábola; e fórmula resolvente para equações do 3.º grau.

Neste texto, pretendo, somente, aludir à execução de um programa que permite o cálculo imediato das raízes de uma equação do terceiro grau na forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. Optei por designá-lo de FR3 (fórmula resolvente para equações do 3.º grau).

Após ter solicitado à minha professora de Matemática, Dra. Isabel Margarida Garton, diversa informação sobre as equações cúbicas, efectuei várias leituras sobre os trabalhos de Scipione del Ferro (1465-1526), Niccolò Tartaglia (1500-1557) e Girolamo Cardano (1501-1576).

Como ponto de partida para elaborar o referido programa, percorri todos os passos descobertos pelo esforço concentrado destes três conceituados matemáticos. Muito sucintamente refiro que foi necessário passar da forma canónica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ para uma outra: $y^3 + py + q = 0$. Isto é possível somente graças à substituição de x por $(y+h)$ e de h por $-b/3a$.

No final, ficamos a saber que

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}$$

e que

$$q = \frac{2b^3 - 9abc + 27da^2}{27a^3}$$

Contudo, e uma vez que o processo de transformação implica $a=1$, há que dividir todos os termos por a , donde se conclui que

$$p = \frac{3f - e^2}{3}$$

e que

$$q = \frac{2e^3 - 9ef + 27g}{27}$$

sendo $e = \frac{b}{a}$; $f = \frac{c}{a}$; $g = \frac{d}{a}$.

Em seguida, podemos extrair uma primeira raiz, R ("obrigatória", portanto real), através da fórmula:

$$R = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{e}{3}$$

Para o cálculo das outras duas raízes, S e T (que podem ser imaginárias), o processo canónico sugere que se proceda como está indicado na figura 1.

No entanto, preferi usar um outro

processo para o cálculo de S e T . Para isso, após encontrada a raiz R , dividi o polinómio inicial $ax^3 + bx^2 + cx + d$ por R , usando a regra de Ruffini. Assim, como é óbvio, o resto obtido é igual a zero, enquanto que o quociente é um polinómio do 2.º grau. Feitos os cálculos vem: $ax^2 + (b + aR)x + (c + bR + aR^2)$. Para os mais interessados, refira-se que, do mesmo modo, o resto é igual a: $aR^3 + bR^2 + cR + d$ que, por sua vez é nulo (no fundo, estamos a encontrar a imagem de um objecto que, à partida, sabemos tratar-se de uma raiz real).

Para encontrar S e T , a melhor maneira será então utilizar a fórmula resolvente das equações do 2.º grau pela qual, as outras duas raízes assumem os seguintes valores reais ou imaginários:

$$S = \frac{-b - aR - \sqrt{b^2 - 2abR - 3a^2R^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T = \frac{-b - aR - \sqrt{b^2 - 2abR - 3a^2R^2 - 4ac}}{2a}$$

Naturalmente, nestas duas expressões já foram efectuadas todas as simplificações e reduções de termos semelhantes.

Como é evidente, este processo a que designei de Veríssimo/Ruffini, é muito mais fácil.

Para terminar, apresenta-se a seguir (ver página seguinte) as linhas de

$$S = \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[\frac{-1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \right] \right) + \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[\frac{-1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \right] \right) - \frac{e}{3}$$

$$T = \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[\frac{-1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \right] \right) + \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[\frac{-1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \right] \right) - \frac{e}{3}$$

Figura 1

comando de FR3 que ocupam a módica quantia de 488 bytes da TI-83. Note-se que as 13 primeiras linhas de comando se referem à animação inicial e às configurações necessárias para que o programa corra nas melhores condições; por outro lado, as últimas 29 estão relacionadas com o processamento do programa propriamente dito.

```

PRGM, NEW, 1, FR3 (Enter)
:ClrHome
:ClrDraw
:AxesOff
:Func
:FnOff
:a+b/
:Zstandard
:"X3-2X2-5X+6" → Y1
:GraphStyle(1,5)
:Text(10,1,"FORMULA RESOLVENTE
GRAU 3")
:Text(30,1,"TRABALHO ELABORADO
POR:")
:Text(50,20,"* CARLOS VERISSIMO")
:Pause
:Disp "AX3+BX2+CX+D=0"
:AxesOn
:Input "A=? " ,A
:Input "B=? " ,B
:Input "C=? " ,C
:Input "D=? " ,D
:B/A → E
:C/A → F
:D/A → G
:(3F-E2)/3 → P
:(2E3-9EF+27G)/27 → Q
:3√(C-Q/2+√(Q2/4+P3/27)) → U
:3√(C-Q/2-√(Q2/4+P3/27)) → V
:U+V- E/3 → R
:(-B-AR-√(B2-2ABR-3A2R2-4AC))/(2A) → S
:(-B-AR+√(B2-2ABR-3A2R2-4AC))/(2A) → T
:ClrHome
:Disp "PROCESSO"
:Disp "VERISSIMO /"
:Disp "RUFFINI"
:Disp "*****"
:Disp "AS RAIZES SAO:"
:Disp R ⤴ Frac
:Disp S ⤴ Frac
:Disp T ⤴ Frac
:Pause
:DispTable
:"AX3+BX2+CX+D" → Y1
:GraphStyle(1,2)
:DispGraph

```

Carlos Miguel Veríssimo
Aluno da APEL-Funchal (11º ano)

Métodos Quantitativos

Afinal, o que vem a ser esta disciplina? Uma versão abreviada da Matemática? Para a disciplina de Matemática, várias pessoas têm proposto temas como Matemática Discreta. Em Métodos, não tenho lido ou ouvido propostas... Parece uma disciplina que existe porque alguém reconheceu a importância, para as ciências sociais e humanas, dos utensílios matemáticos, mas quem fez o programa não procurou (ou não soube) quais esses utensílios mais usados por essas ciências... Por exemplo, começando com a discussão da relação entre variáveis (que interessa às ditas ciências sociais e humanas) podia-se fazer muita coisa gira e muita matemática e até discutir, pôr a claro, alguma problemática que mesmo na Matemática fazia falta: uni ou multi-variável, determinístico ou probabilístico ou híbrido, etc. Ou será que os conteúdos de Métodos Quantitativos têm de ser um subconjunto dos conteúdos de Matemática porque a formação dos docentes assim implica? Mas...!

José Carlos Frias
Escola Secundária de Telheiras



A fuga à Matemática

Conversando com um colega de Língua Portuguesa, dizia ele que gosta mais de dar Português a alunos de Ciências do que a alunos de Letras porque já sabe o que vai na cabeça ou na atitude daqueles. Em relação aos de Letras, não: muitos deles estão lá apenas porque fugiram à Matemática... Fica assim introduzida uma heterogeneidade de motivações, à primeira vista insuspeitada.

Em 1994/95, durante uma licença sabática, pude estudar numericamente o fenómeno da fuga à Matemática, quando os alunos passam do 9º para o 10º ano.

Não foi um estudo muito completo (não pude, por exemplo, seguir os mesmos alunos durante o 9º e 10º

anos e não pude por isso medir a diferença entre a perspectiva quando estão no 9º ano e a realidade da escolha, quando se matriculam no 10º) mas, porque as amostras usadas tinham largas dezenas de efectivos, os dados que divulgo terão alguma representatividade. Uma grande percentagem de alunos assume que a sua escolha de agrupamento para o 10º ano está condicionada pela Matemática, declarando explicitamente a fuga ou uma opção contrariada.

FUGA – 9º ano

Explicitamente fugir: 27,8 %
Fugir + Contrariado: 37,7%

As mesmas questões colocadas a um conjunto de alunos do 10º ano (amostra não muito representativa) revela também resultados não muito diferentes.

FUGA – 10º ano

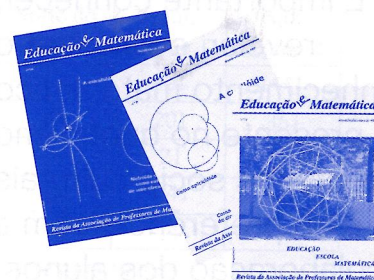
Agrupamento	Explicitamente fugir	Fugir contrariado
Artes	19,4%	26,9 %
Ec.Soc.	27,3%	40,9%
Human.	33,3%	33,3%

Vale a pena pensar nestes dados.

José Carlos Frias
Escola Secundária de Telheiras

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão das contribuições recebidas no espaço disponível na revista

Colabore com a Educação e Matemática



O multiculturalismo e as medidas

Wanderleya Costa
Admur Pamplona

É sabido que a necessidade humana de medir coisas é bastante antiga e se olharmos atentamente a história dos vários povos, é possível identificarmos diversas unidades de medida que dependiam da cultura e do meio em que viviam estes povos. Assim, se o eficiente sistema de estradas e a velocidade das tropas romanas inspiraram este povo na criação do *passus* — medida romana para longas distâncias — foi o amor pelos esportes que levou os gregos a criar o *stadion*, medida para longas distâncias que teve sua origem no comprimento de uma pista de corrida.

Mas existiam também muitas semelhanças entre as medidas antigas; entre elas o fato de se utilizar o corpo humano para medir pequenas distâncias (medidas antropométricas). Tínhamos então, como se percebe, diferenças e semelhanças. Contudo, historicamente, ao se comparar os diversos tipos de conhecimento se colocou ênfase nas semelhanças, daí surgiu a necessidade de se padronizar as medidas. Ao que parece, esta necessidade culminou com a criação do *metro padrão* em Junho de 1799 na França. Tal medida foi, aos poucos, passando pelos outros países europeus mas, “no entanto, os países de língua inglesa resistiram à mudança. Em 1963 a Inglaterra abandonou oficialmente o antigo sistema (...) os hábitos da população, porém, são os mesmos” (Oliveira, 1993).

Mas será que o povo inglês foi o único a resistir às mudanças? Ou é possível detectarmos, dentro de outros países, diferenças na maneira de se medir? Existem também medidas criadas/recriadas/ apropriadas e/ou percebidas de maneira diferente pelos diversos grupos culturais dos vários países?

Tomemos, por exemplo, o Brasil. À primeira vista parece-nos que por qualquer região brasileira onde andemos veremos as pessoas utilizarem-se de medidas conhecidas que é familiar a todos não só no nome, mas também nas suas equivalências. Mas talvez não seja exatamente assim, o nome *alqueire*, no estado brasileiro de São Paulo, nos remete a uma medida de superfície agrária com 2,42 hectares (o alqueirinho), o mesmo nome nos estados brasileiros de Minas Gerais, Rio de Janeiro e Goiás refere-se à medida agrária equivalente a 4,84 hectares (o alqueirão). Isso nos faz desconfiar que existe a possibilidade de detectarmos, dentro deste país, diferenças na maneira de se medir. Além disso, esta diferenciação na equivalência do *alqueire* nos leva à certeza de que, mesmo hoje, as medidas não estão perfeitamente padronizadas, embora talvez tenham até o mesmo nome.

Tomemos pois alguns nomes e investiguemos, no dicionário, o que significa, para os brasileiros, algumas medidas. Contudo, devido ao grande número de unidades de medida hoje utilizadas, tomaremos apenas as medidas de capacidade para secos. A nossa intenção passa a ser, então, tomar um dicionário brasileiro de língua portuguesa e verificar qual é o significado que algumas medidas de capacidade para secos assumem no Brasil. Interessa-nos particularmente o Vale do Jequitinhonha, região localizada a nordeste do estado brasileiro de Minas Gerais pois além do dicionário contaremos também com alguns dados de uma pesquisa realizada pela primeira autora na região citada.

Primeiro, voltemos ao *alqueire*. *Alqueire*, segundo o *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*, significa, além

É importante conhecer, revelar, e valorizar o conhecimento matemático presente no cotidiano dos grupos sócio-culturais e de preferência com a colaboração dos alunos.

de uma unidade de medida agrária que se modifica dependendo da região do país (conforme vimos na seção anterior), uma "Antiga unidade de medida de capacidade para secos, equivalente a quatro *quartas*, ou seja, 36,27 litros."

Ora, então o nosso conhecido *alqueire* é também uma medida de capacidade para secos. E tanto para o autor do dicionário quanto para o povo do Vale, o *alqueire* é equivalente a quatro *quartas*. Vejamos o que significa uma *quarta*.

Pesquisando no *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*, é possível encontramos os seguintes significados para a palavra *quarta*: "1. Uma das quatro partes iguais em que se pode dividir qualquer unidade. 2. Antiga unidade de medida de capacidade para secos, equivalente à quarta parte de um *alqueire*, isto é, 9 litros, aproximadamente. 3. Medida inglesa de capacidade, equivalente a 1,136 litro (...) 7. Norte do Brasil: porção de qualquer coisa, equivalente a 40 litros ou medida de 72 litros, para cereais e legumes".

Notemos que, no caso da *quarta*, encontramos uma variação ainda maior de significados no que se refere ao nosso interesse pela medida de capacidade para secos. Mas é desconhecido pelo autor do dicionário o fato de que no Vale do Jequitinhonha a *quarta* mede, em algumas cidades, 20 litros enquanto que em outras ela mede 36 litros e notemos que, vista a definição colocada no parágrafo anterior, 20 e 36 litros correspondem, respectivamente, ao que seria *meia-quarta* no Norte brasileiro. Mas no Vale, ao falarmos da *quarta*, é possível utilizarmos uma outra equivalência. No primeiro caso, isto é, na região onde a *quarta* equivale a 20 litros, ela também equivale a 10 *pratos*. E nas cidades do Vale onde a *quarta* mede 36 litros, diz-se que a *quarta* é o mesmo que 12 *pratos*. Mas o que é o *prato*?

Sem dúvida, para o *Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*, assim como para grande parte dos brasileiros, o *prato* não tem significado como medida para secos. O mesmo não

ocorre no Vale; lá o *prato* (ou *prato* de medida) tem o mesmo significado que *Salamim*. E este já consta no dicionário. Segundo o autor, *Salamim* é uma variação de *Celamim* que, por sua vez, tem os seguintes significados:

"1. Antiga unidade de medida de capacidade para secos, equivalente a 16ª parte de um *alqueire*, ou seja, 2,27 litros; 2. Unidade de medida de capacidade do sistema inglês, equivalente a cerca de 9 litros". E a diferença entre o *Salamim* do Vale e o do dicionário, não está somente no fato que, no Vale, ele também tem o nome de *prato* de medida. Lá, em algumas cidades, o *prato* equivale a 2 litros, enquanto que em outras ele é equivalente a 3 litros.

Também no Vale é interessante notar que na região onde o *prato* equivale a 2 litros, ao contrário da outra região, utiliza-se o *quartilho* como uma medida equivalente a 1/4 de litro. Isso não coincide com as equivalências colocadas pelo dicionário, cujo autor coloca que o *quartilho* é uma "antiga unidade de medida de capacidade para litros, equivalente à quarta parte de uma *canada*, isto é, 0,6655 litro" ou, ainda, "unidade de capacidade do sistema inglês, equivalente a 0,568 litro".

Mas continuando a investigar as medidas usadas nesta região do Vale do Jequitinhonha, é possível tomarmos contato com outra medida, a *neta* que também é utilizada somente na região onde o *prato* de medida equivale a 2 litros. Lá, ao contrário das outras regiões do país onde, ao que parece, este nome não tem qualquer significado como medida, a *neta* é uma medida equivalente a 2,5 litros.

Esquemáticamente, podemos colocar a tabela do quadro 1. Nota-se

portanto que, também no Brasil, a padronização das medidas não foi capaz de acabar com medidas regionais, criadas/recriadas/apropriadas e/ou percebidas de maneira particular pelo povo de uma região. E, em seu país ou região, existe alguma medida particular?

É importante conhecer, revelar e valorizar o conhecimento matemático presente no cotidiano dos grupos sócio-culturais e de preferência com a colaboração dos alunos. Ao resgatar as evidências históricas inerentes a uma determinada localidade, ao conhecer suas antigas medidas, entre outros conhecimentos, alunos e professores estarão assumindo uma postura de pesquisadores, de sujeitos aptos a descobrir, analisar, comparar e criticar os diferentes tipos de conhecimentos matemáticos. Isto poderá auxiliar seus alunos a tornarem-se pessoas mais críticas e atuantes e mais, poderá também, auxiliar os alunos a conhecerem/compreenderem melhor a atuação de vários povos, de vários grupos culturais nos fatos históricos e nas transformações sofridas pelas medidas e, extensivamente, pela matemática no decorrer do tempo.

Referências

- Costa, Wanderleya N. G. (1988). *Os Ceramistas do Vale do Jequitinhonha: Uma Investigação Etnomatemática*. Dissertação de mestrado. Campinas: UNICAMP.
- Ferreira, Aurélio B. H. *Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira.
- Oliveira, P. (1993). Medidas Antigas. *Educação e Matemática*, 27, p. 36.

Wanderleya Costa
Admur Pamplona
ICLMA/UFMT

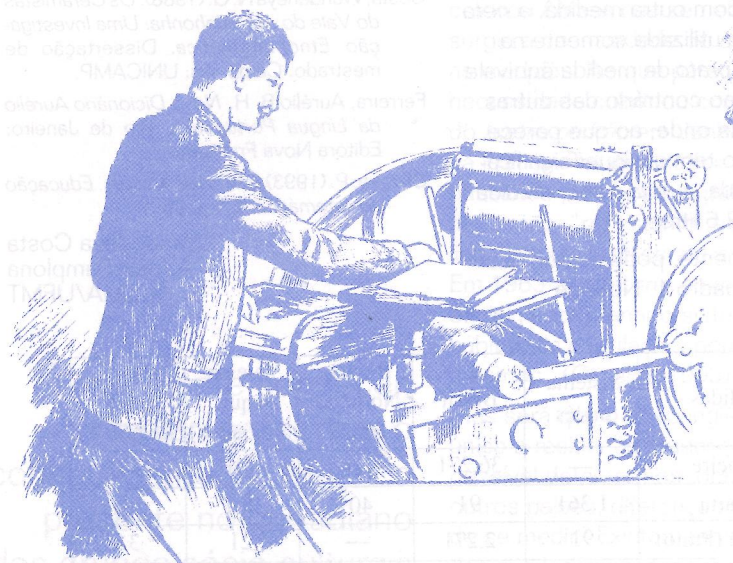
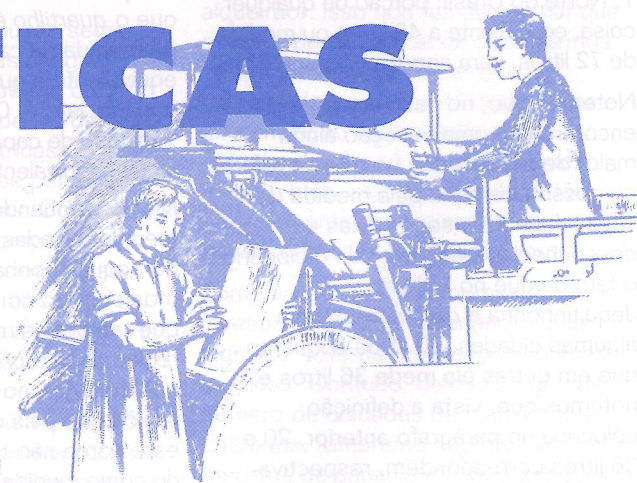
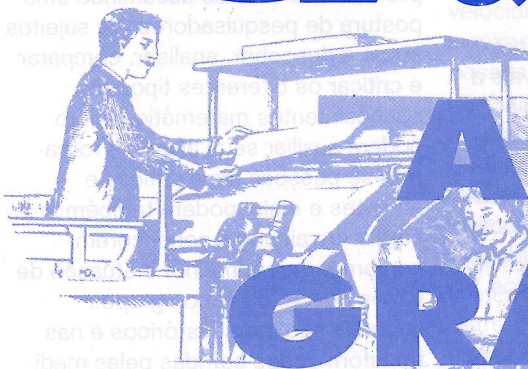
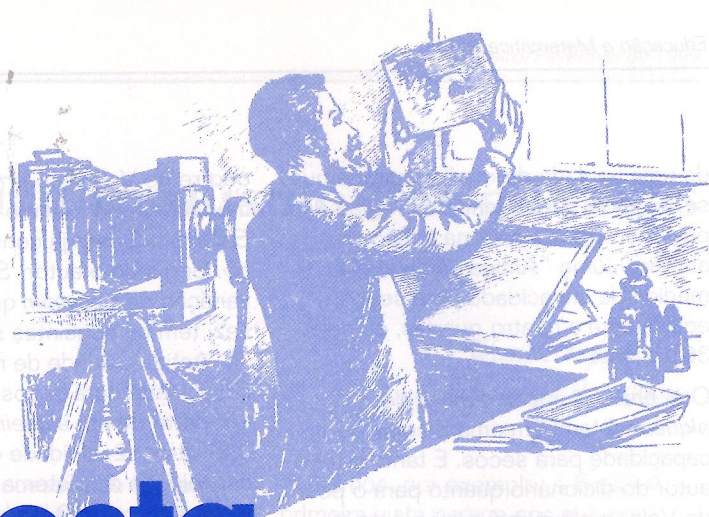
Medidas	Sistema Inglês	Brasil	Região Norte do Brasil	Vale do Jequi. Região 1	Vale do Jequi. Região 2
Alqueire	—	36,271	—	801	1441
Quarta	1,361	91	401	201	361
Celamin (Prato)	91	2,271	—	21	31
Quartilho	0,5681	0,66551	—	1/41	—
Neta	—	—	—	2,51	—

Quadro 1: Medidas de capacidade para secos



**Costa
& Valério, Lda.**

**ARTES
GRÁFICAS**



ESCRITÓRIOS

Travessa do Convento de Jesus, nº4 1º
Tels. 395 18 18 / 395 26 75 Fax: 390 75 13
1200 Lisboa

OFICINAS

Rua do Sol a Santa Catarina, 29 - 29A - 30B
1200 Lisboa

ARMAZÉNS

Rua do Sol a Santa Catarina, 36A - 36B
1200 Lisboa

Uma certeza e muitas dúvidas...

Maria José Costa

Dinamizava uma sessão de trabalho integrada no II Encontro Regional de Professores de Matemática, organizado pelo Núcleo do Porto da APM, quando uma determinada actividade trouxe à ribalta uma certeza: entre os 23 professores de Matemática presentes, não havia uniformidade de interpretação da expressão *1 ma*. Pondo de lado aqueles que ignoravam a existência da unidade agrária are e aqueles que, por razões fonéticas, ponderavam a hipótese da composição de um prefixo com a unidade adquirir determinada grafia ou fonia, uns liam-na como *um miriare* e outros como *um miliare*; uns interpretavam-na como múltiplo do are e outros como submúltiplo, outros pura e simplesmente rejeitavam a sua existência. Razões apontadas? Para os últimos, por exemplo, argumentos recuperados a experiências anteriores (frequência da instrução primária, por exemplo) contestavam a hipótese de se tratar de um submúltiplo do are, alegando que as unidades agrárias existentes são, para além do are, apenas *ca*, *ha* e *a*, das quais a primeira é submúltiplo do are e a segunda múltiplo. Confrontados com outras possibilidades, reagem negativamente ao facto de se pretender uma fracção decimal da unidade agrária considerada. A defesa dos que a consideravam uma "parte" do are recorria a convenções segundo as quais cada prefixo tem sempre a mesma valência, quer incida sobre unidades de comprimento, de superfície, de capacidade, de massa, de electricidade, enfim, universais nos países que a essas convenções aderem. Ora estas convenções, sendo mais recentes do que as que dominaram a sua instrução primária, teriam de ser mais fortes do que

essas. Para estes, mil metros representam-se por *1 Km*, mil litros, por *1 Kl*, mil gramas por *1 Kg*, etc, e, consequentemente, *1 Ka* será o representante de mil ares, valendo, obviamente, 10^5 metros quadrados; sendo necessários 1000 segmentos de recta para perfazer um segmento com comprimento igual a 1m, cada um deles terá de comprimento 1 milímetro que se representa por 1 mm, sendo necessários 1000 massas de 1g para prefazer 1 Kg, cada uma delas se representará por 1mg, etc, se 1000 superfícies de área igual a 1 *ma* ocuparem uma superfície de 1are, então *1 ma* será equivalente a 10^{-3} do are.

Esta questão, de somenos importância em determinada época para um professor da disciplina de Matemática dos ensinos básico e secundário, adquire hoje uma importância quase capital, uma vez que os programas nacionais desta disciplina apelam à ligação da matemática com a realidade. E a quem se pode recorrer para esclarecer a dúvida surgida?

Esta situação traz à memória uma outra. Num dos anos lectivos da década de 80, fui confrontada com a "diferença de três zeros" entre a valência do bilião: em confronto, a opinião dos alunos de uma turma e a de um dos professores dessa mesma turma (o professor de Ecologia, salvo o erro). Chamada a emitir opinião sobre o assunto na qualidade de Directora de Turma, senti que não podia responder de ânimo leve mas devia procurar as razões que levavam o professor a aceitar aquele valor.

Consultando o *Novo Dicionário Compacto da Língua Portuguesa*, da autoria de António de Morais Silva, na sua edição de 1980, lê-se que um

Esta questão, de somenos importância em determinada época para um professor da disciplina de Matemática dos ensinos básico e secundário, adquire hoje uma importância quase capital, uma vez que os programas nacionais desta disciplina apelam à ligação da matemática com a realidade. E a quem se pode recorrer para esclarecer a dúvida surgida?

milhão é equivalente a mil vezes ou dez vezes cem mil, e um bilião como sendo igual a mil milhões; quanto a um trilião, afirma: mil biliões segundo a numeração francesa seguida em Portugal ou um milhão de biliões segundo a numeração inglesa e alemã. Afinal, por esta informação, o bilião tinha dois valores possíveis e, a exemplo do aviso contido no significado do trilião, talvez ambos os valores fossem aceitáveis, dependendo da proveniência da informação numérica. Então, o assunto ficaria encerrado, mas levantaria outra questão: qual o valor a adoptar?

Consultando a *Verbo Enciclopédia Luso-Brasileira de Cultura* sobre o sistema de numeração decimal não encontramos discrepâncias quanto ao significado do milhão. Contudo, no 3º volume dessa obra, a propósito do bilião, somos informados que Portugal segue na leitura de grandes números a chamada *regra N*, adoptada na 9ª Conferência Internacional de Pesos e Medidas; esta decisão portuguesa, comunicada pela norma NP-18 do Ministério da Economia, pela Portaria n° 17052 de 4 de Março de 1959 do Ministério da Educação torna obrigatória a utilização dessa regra na numeração falada e nos livros didácticos. A aplicação desta regra, segundo a qual a potência de expoente $6N$ de 10, sendo N um número natural, designa-se por *Nlião*, desfaz, portanto, a alternativa que figura no dicionário para o milhão e corrige a expressão do bilião e do trilião em função do milhão, uma vez que *1lião*, *2lião* e *3lião* terão 10^6 , 10^{12} e 10^{18} unidades.

Recordar esta situação alerta para o facto de os mesmos termos poderem ter significados diferentes em épocas diferentes, o que, eventualmente, justifica a diferença de entendimento de *1ma* e mostra como estes assuntos passam ao lado do campo das matemáticas puras.

Recorro de novo, aos auxiliares mais elementares que divulgam informações deste teor.

O referido dicionário acusa a existência de ambas as palavras, *miliare* e *miriare*, dando as definições respecti-

vas mas não, obviamente, os símbolos:

miriare: extensão de dez mil ares ou de um quilómetro quadrado

miliare: a milésima parte do are

Da consulta da citada enciclopédia recolho ainda informação sobre o Sistema Métrico Decimal, nomeadamente quanto à existência de múltiplos e submúltiplos de unidades de natureza diferente: enquanto que medidas de comprimento, de superfície, de volume e de capacidade, de unidade, respectivamente, metro, metro quadrado, metro cúbico e litro, admitem três múltiplos e três submúltiplos, todos eles com igual lei de formação, o mesmo não se passa com as de outras naturezas. Assim, as medidas de natureza agrária, cuja unidade é $1\text{are}=1\text{dam}^2$, e de Volume para madeira, cuja unidade é $1\text{estere}=1\text{m}^3$, admitem um múltiplo ($\text{ha} = \text{hm}^2=10000\text{m}^2$ e $\text{dast} = 10\text{m}^3$) e um submúltiplo ($\text{ca} = 1\text{m}^2$ e $\text{dst} = 0,1\text{m}^3$), enquanto que as de peso, de unidade quilograma apresentam dois múltiplos (tonelada e o quintal) e seis submúltiplos (hg,dag, g, dg, cg, mg).

E o que dirá a legislação?

O Decreto-Lei n° 238/94 do Ministério da Indústria e Energia, harmonizando directivas da CEE com as resoluções da 19ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, realizada em 1991, fixa as *unidades de medida legais em todo o território* e até estabelece multas às pessoas singulares e colectivas que utilizem *unidades de medida não autorizadas*. Em anexo, este diploma explicita os *nomes, símbolos e definições das unidades de base, suplementares e derivadas*, e ainda, os *prefixos e símbolos dos múltiplos e*

submúltiplos dessas unidades.

Os prefixos e respectivos símbolos, que servem para designar certos múltiplos e submúltiplos decimais, são fixados a partir do produto de uma potência de base 10 pela unidade e constam no quadro 1 – um para múltiplos e outro para submúltiplos.

Este mesmo diploma apresenta, no referido anexo, a unidade para a grandeza "área ou superfície dos terrenos agrícolas e para construção": chama-se are, de símbolo *a* e $1a$ equivale a 10^2m^2 .

Olhando agora para trás, talvez a dúvida se tenha estabelecido por pretender encarar 1ma como um submúltiplo da unidade are e não como uma fracção decimal dessa unidade, precisamente de uma unidade de superfície, cujos submúltiplos são obtidos sempre à custa de um número par de zeros. Levanta-se aqui uma outra dúvida: quando é que uma fracção decimal é um submúltiplo de uma unidade? De um certo ponto de vista, talvez o seja sempre; contudo, nem sempre será possível encontrar um representante com medidas racionais e muito menos medidas inteiras, que tenha exactamente esse valor como grandeza.

E assim seguiria este texto, de dúvida em dúvida e, mais linha menos linha surgiria a questão principal: a quem cabe compatibilizar estas linguagens, convenções, definições ou informações provenientes de meios diferentes ou dominantes em determinadas épocas? Quem tem de tomar decisões e informar os professores de Matemática para que eles possam cumprir o seu papel tão bem quanto

Quadro 1 — Múltiplos e submúltiplos decimais

Factor	10^{24}	10^{21}	10^{18}	10^{15}	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1
Prefixo	yotta	zetta	exa	peta	tera	giga	mega	quilo	hecto	deca
Símbolo	Y	Z	E	P	T	G	M	k	h	da
Factor	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}	10^{-21}	10^{-24}
Prefixo	deci	centi	mili	micro	nano	pico	fento	ato	zepto	yocto
Símbolo	d	c	m	μ	n	p	f	a	z	y

É que os professores de Matemática, tal como muitos outros cidadãos, farão por certo apelo a todo o conhecimento que adquiriram ao longo da sua formação e não serão eles próprios a pretender que a evolução se não dê para que estejam permanentemente actualizados; mas não se lhes poderá exigir que estejam actualizados sobre tudo o que diz respeito ao seu domínio e ainda sobre decisões que não pertencem directamente aos conteúdos programáticos nem às práticas metodológicas recomendadas.

Numa altura em que os professores de Matemática denunciam frequentemente a deficiente formação que lhes foi ministrada no sentido de responderem satisfatoriamente à implementação dos actuais programas, aqui fica mais uma achega. E já agora: como se deve interpretar *1ma*?

PS1. Esta discussão foi motivada por uma sessão sobre a Matemática na China, a propósito de um problema sobre Metrologia. Na China eram usados prefixos para referir fracções unitárias decimais; assim, as designações encontradas para as treze primeiras fracções na obra do século XIII intitulada *Nove Secções de Matemática*, da autoria do matemático chinês Ch'in Chiu-shao, são as que constam do quadro abaixo, onde estão referenciadas pelo respectivo expoente de 10 (as designações coincidentes surgem assim na obra consultada - deve corresponder a uma gralha tipográfica, uma vez que os símbolos chineses que os acompanham não são iguais):

-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
fên	li	hao	ssü	hu	wei	ch'en	sha
-9	-10	-11	-12	-13			
miao	mang	ch'ing	ch'ing	yen			

PS2. Agradece-se ao Doutor Manuel Fiolhais a informação sobre a existência do Decreto-Lei n° 238/94

Maria José Costa
E. S. de Augusto Gomes, Matosinhos

ProfMat 99

Vem aí mais um ProfMat, e depois de 1998, em Faro, colegas do Algarve tomaram a cargo a organização de mais um destes nossos encontros que desta vez se irá realizar em Portimão. Decorrerá entre os dias 10 e 13 de Novembro tendo como sede a Escola Secundária Poeta António Aleixo. Do nosso colega António Baeta, da comissão organizadora, recebemos o texto que a seguir publicamos, a propósito da realização do ProfMat 99.

Há colegas de Matemática, cá para o Sul, que irão perder óptimos fins-de-semana de Sol e refugiar-se em salas quentes e pouco arejadas, soterrados em montanhas de inscrições, em centenas de propostas de cursos e comunicações, oficinas e reuniões, suspensos nas linhas de telefone e de fax, rodeados de computadores e ligados à INTERNET, sem navegar nem "surfear", só a trabalhar, mesmo com o mar ali à porta.

Este desgraçado "quadro" não reflecte, de forma alguma, o estado de espírito que, entretanto, se vai vivendo por aqui. Tem sido tempo de reunir e congregar vontades, distribuir e negociar tarefas, ir a Lisboa receber o testemunho dos colegas de Guimarães e pouco mais que isto, a não ser alguns fins-de-semana queimados, a família que já começa a refilar, o que já deveria começar a ficar pronto e ainda não está, o artigo para a Revista no dia x, o fulano que não aceitou o convite, o outro que não gostou do tom de certa afirmação, o ..., o ..., a angústia... SOS.... HELP!... No que eu me fui meter!?

Está a ler e a ficar como eu? Não. Então isto não está nada convincente ou organizar um PROFMAT é coisa que não assusta ninguém, ou...

... você já sabia?! O Zé Paulo Viana aceitou integrar a Comissão Organizadora. Uff! Vai ser possível sair disto tudo na maior, em glória, com toda a gente contente, como por MAGIA. Por Magia Matemática!

António Baeta Oliveira



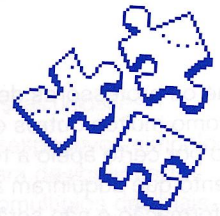
Escola Secundária Poeta António Aleixo

SIEM X

Como em edições anteriores, vai realizar-se nos dias imediatamente anteriores ao ProfMat 99 — 8 e 9 de Novembro — e no mesmo local, o X Seminário de Investigação em Educação Matemática. Promovido pelo grupo de trabalho de investigação da APM este ano a sua organização está a cargo de um grupo de professores da Escola Superior de Educação de Faro.

Contacto:

Luciano Veia, Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve
Tel: 089-800100, ext. 6221



O problema deste número

Os bares do Deserto de Soif

O problema da revista nº 49 foi o seguinte:

O deserto de Soif é perfeitamente plano e é atravessado por três estradas em linha recta que se cruzam em pontos diferentes. Existem apenas quatro bares onde os viajantes podem matar a sede e reabastecer os automóveis. Claro que em cada estrada há pelo menos um bar.

Por coincidência, estes quatro bares estão nos vértices de um quadrado perfeito. Quantas soluções existem? Como determiná-las?

A geometria não parece entusiasmar os nossos leitores. Apesar de estarmos perante o prolongamento de um famoso problema de Polya que consistia em inscrever um quadrado num triângulo, apenas nos chegaram seis resoluções: António Amaral (via Internet), António Ruiz Lozano (Lisboa), Heitor Surrador (via Internet), Isabel Silva (Vila do Conde), Luis Vaz Pato (Galizes), Orlando Freitas e Elias Rodrigues (Funchal).

Vamos considerar o caso geral, ou seja, as estradas não formam entre si ângulos especiais.

Se em cada estrada há pelo menos um bar, posso concluir que numa das

estradas se situam dois bares e que em cada uma das outras duas fica um outro bar (António Lozano).

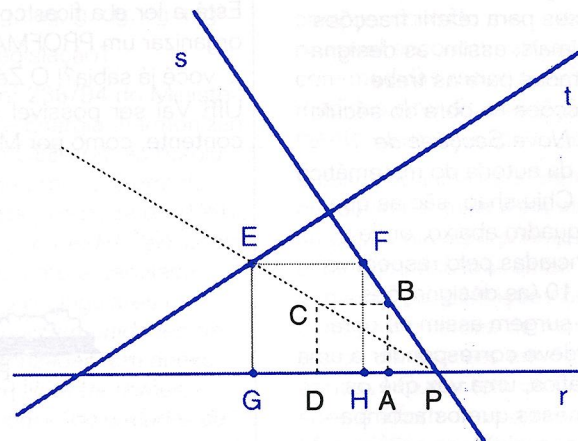
Chamemos r , s e t às três estradas. Começemos por estudar o caso em que a estrada r tem dois bares. Duas situações se podem dar: os dois bares da estrada r são vértices consecutivos do quadrado, ou os dois bares são vértices opostos.

Os dois bares de r são vértices consecutivos

Marquemos o lado AB de um quadrado qualquer, com $A \in r$ e $B \in s$, e completemos o quadrado com os

outros vértices C e D no interior do triângulo formado pelas três estradas. Só o vértice C não está numa estrada. Para qualquer quadrado construído desta maneira, o vértice correspondente a C vai ficar na recta PC . Então, basta traçar esta recta e determinar o ponto E de intersecção de PC com a estrada t . Este ponto vai ser precisamente um dos vértices do quadrado procurado. A partir de E constrói-se o quadrado $EFHG$. Temos assim uma solução do tipo 1, em que os bares ficam em E , F , G e H .

Mas, ao construirmos o quadrado $ABCD$ a partir do lado AB , poderíamos tê-lo feito "para fora" do triângulo.



Solução do tipo 1

Problema proposto

Um jogo para a noite de Natal

Participam 2 jogadores, que começam por colocar 12 pinhões em cima da mesa.

Cada jogador, na sua vez, tira 1, 2 ou 3 pinhões.

Um jogador não pode tirar um número igual ao que o adversário tirou na última jogada.

Ganha quem tirar o último pinhão ou deixar o adversário sem poder fazer uma jogada válida.

– Quem tem vantagem: o primeiro a jogar ou o segundo?

(Respostas até 30 de Abril)

Depois, o processo é semelhante ao anterior: unimos P com C e determinamos a intersecção E com a estrada t. É uma solução de tipo 2, com os bares em E, F, G e H.

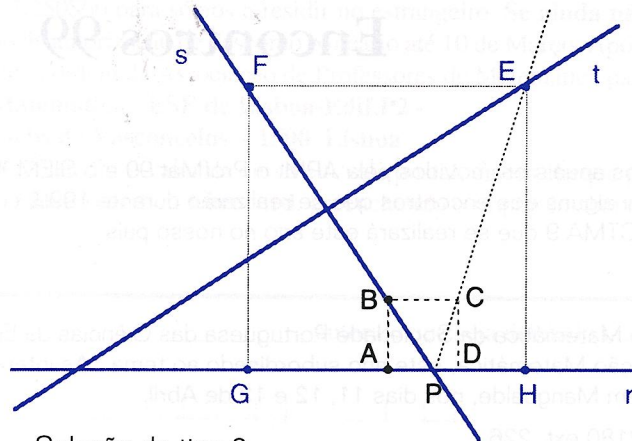
Os dois bares de r são vértices opostos

Começamos por marcar $A \in r$ e traçar uma linha a 45° até encontrar a estrada t no ponto B. Constrói-se depois o quadrado ABCD, em que só o vértice D não está numa estrada. Une-se o ponto Q, intersecção de r e t, com D e prolonga-se até intersecar a estrada s em E. Está encontrado um vértice do quadrado procurado. Basta agora construir o quadrado EFGH. Temos aqui uma solução de tipo 3, com os bares em E, F, G e H.

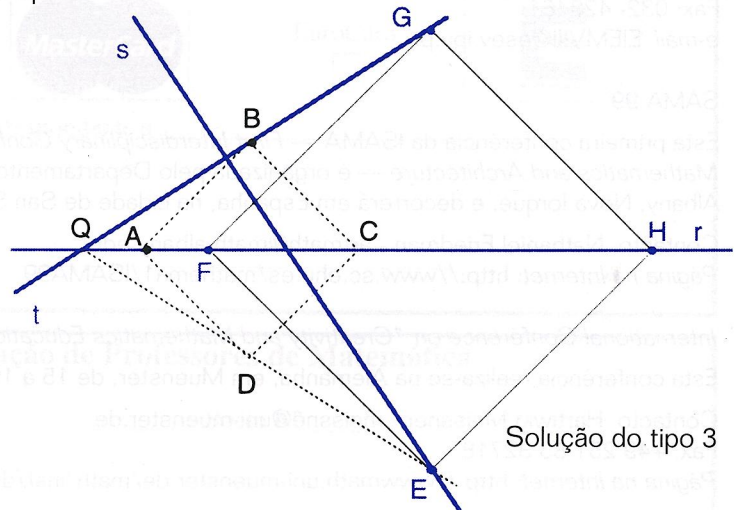
Conclusão

Há assim 3 soluções com dois bares na estrada r. Poderíamos repetir estas construções partindo de cada uma das outras estradas. Portanto, no caso geral, o total de soluções é de 9.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira



Solução do tipo 2



Solução do tipo 3

Quadrante

A revista *Quadrante* da APM tem novo Director.

A Lurdes Serrazina foi eleita para esse cargo na última reunião do ano passado do Conselho Editorial da revista, tendo da indicado a Hélia Oliveira e a Joana Porfírio para directoras adjuntas.

Com a nova equipa directiva definida, o Conselho Editorial voltou a reunir em Janeiro, para discutir questões de organização interna e da estrutura da *Quadrante*. Ficaram aí definidas algumas linhas de trabalho e de programação editorial, visando, em particular, pôr em dia a publicação da revista que se prevê conseguir durante o corrente ano.

Para além do primeiro número relativo a 1999, está em elaboração o número temático que diz ainda respeito a 1998, subordinado ao tema "Investigações na sala de aula", sendo Paulo Abrantes o seu editor convidado. Foi também seleccionado o assunto para o número temático deste ano — "O conhecimento profissional do professor de Matemática" — e escolhidos os editores convidados, João Pedro da Ponte e Leonor Santos.

Para qualquer informação contactar:

APM — revista *Quadrante*

A/C Lurdes Serrazina



O problema deste número

Encontros 99

Para além dos encontros anuais promovidos pela APM, o ProfMat 99 e o SIEM X de que damos notícia noutra local desta revista, divulgamos aqui alguns dos encontros que se realizarão durante 1999, com especial destaque, de entre os internacionais, para o ICTMA 9 que se realizará este ano no nosso país.

VIII EIEM

A Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa das Ciências da Educação, promove o VIII Encontro de Investigação em Educação Matemática, este ano subordinado ao tema "As interações na aula de Matemática". O encontro realizar-se-á em Mangualde, nos dias 11, 12 e 13 de Abril.

Contacto: Tel: 032-422180 ext. 226

Fax: 032- 428461

e-mail: EIEMVIII@esev.ipv.pt

SAMA 99

Esta primeira conferência da ISAMA — *First Interdisciplinary Conference of The International Society for The Arts, Mathematics and Architecture* — é organizada pelo Departamento de Matemática e Estatística da Universidade de Albany, Nova Iorque, e decorrerá em Espanha, na cidade de San Sebastian, entre 7 e 11 de Junho.

Contacto: Nathaniel Friedman - artmath@math.albany.edu

Página na Internet: <http://www.sc.ehu.es/mathema1/ISAMA99>

International Conference on "Creativity and Mathematics Education"

Esta conferência realiza-se na Alemanha, em Muenster, de 15 a 19 de Julho.

Contacto: Hartwig Meissner - meissne@uni-muenster.de

Fax: +49 251 83 32718

Página na Internet: <http://wwwmath.uni-muenster.de/math/inst/didaktik/u/meissne/www/short1.htm>

CIEAEM 51

Encontro temático promovido pela *Commission Internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques*. Realizar-se-á em Chichester, Inglaterra, de 21 a 26 de Julho e terá como tema "La diversité culturelle à l'égard de l'enseignement des mathématiques".

Contacto: maths@chihe.ac.uk

Página na Internet: <http://www.chihe.ac.uk>

PME 23

Promovido pelo *International Group of Psychology of Mathematics Education*, este ano o encontro realizar-se-á no Instituto de Educação da cidade de Haifa, Israel, de 25 a 30 de Julho.

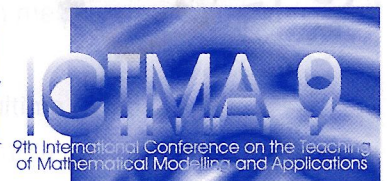
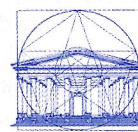
Página na Internet: Joop van Dormolen - joop@tx.technion.ac.il

ICTMA 9

A ICTMA — *International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications* — realiza-se de dois em dois anos desde 1983, tendo sido Lisboa a cidade eleita para a sua realização este ano. O seu principal propósito é a divulgação de experiências e ideias relacionadas com o ensino e a aprendizagem da Matemática, no contexto das actividades de aplicação e modelação. Decorrerá na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, de 1 a 5 de Agosto, tendo por tema "Modelação, Aplicações e Educação da Matemática".

Contacto: João Filipe Matos - joao.matos@fc.ul.pt ou ictma9@fc.ul.pt

Página na Internet: <http://www.fc.ul.pt/educacao/ictma9/>






Quota de 1999

No ano de 1999 o valor da quota é de 6.750\$00 para professores, 4.750\$00 para estudantes (só se considera estudante quem não auferir qualquer tipo de vencimento) e 7.250\$00 para sócios a residir no estrangeiro. **Se ainda não paga** a sua quota por **desconto bancário** pode enviar a declaração de autorização de desconto bancário até 10 de Março. Após esta data deve efectuar o pagamento enviando cheque ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

**Assoc. de Prof. de Matemática - ESE de Lisboa-Edif.P2 -
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos - 1500 Lisboa**

Os sócios residentes no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão **Visa, Mastercard** ou **Eurocard**, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) _____	autorizo que seja debitado no meu				
cartão número	_____				
Visa <input type="checkbox"/>		MasterCard <input type="checkbox"/>		EuroCard <input type="checkbox"/>	
Validade _____	o valor de _____	correspondente a _____			
_____ Data ____/____/____					
Assinatura _____					

Ficha de Inscrição/Actualização na Associação de Professores de Matemática

Nome: _____ Sócio N° _____
Morada: _____
Código Postal: _____ Distrito: _____
Telefone: _____ E-Mail: _____
Data de nascimento: ____/____/____ N° de Contribuinte: _____
N° do B.I.: _____ Arquivo: _____ Data de Emissão: ____/____/____
Ano em que começou a leccionar: _____ Nível de Ensino: _____
Categoria Profissional: _____
Escola: _____
Morada: _____
Telefone: _____ E-Mail: _____

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido por carta indicando as publicações pretendidas, juntamente com um cheque ou vale postal no valor das mesmas mais os portes do correio, em nome da APM para a morada acima indicada. Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes: até 2.500\$00 - 20%; de 2.501\$00 a 5.000\$00 - 15%; mais de 5.000\$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa, MasterCard ou EuroCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo E-mail: apm@mail.telepac.pt.

Índice

- 1 **A APM vai crescer enquanto andar à frente do tempo**
Direcção da APM
- 3 **Autonomia, para quê?**
João Barroso
- 11 **Depois do "Matemática 2001": perspectivas para o trabalho na APM**
Cristina Loureiro, Paula Teixeira
- 13 **Falando sobre o ProfMat 98**
Anabela Gaio, Fátima Grais
- 15 **O problema do ProfMat 98**
José Paulo Viana
- 17 **Tecnologias na educação matemática**
- 19 **Avaliando investigações: contributos para a discussão**
António Bernardes, Francisca Sousa, Luís Barbosa, Teresa Colaço
- 22 **Para um melhor ensino da Matemática em Portugal**
Cristina Loureiro
- 25 **Materiais para a aula de Matemática**
Triângulos de perímetro igual
- 26 **Museu interactivo de Matemática**
Entrevista com Arala Chaves
- 29 **A cardióide**
Helena Paradinha, Margarida Oliveira, Otília Moreirinha
- 33 **Uma demonstração colectiva**
Rita Bastos
- 34 **Pontos de vista, reacções e ideias...**
- 36 **O multiculturalismo e as medidas**
Wanderleya Costa, Admur Pamplona
- 39 **Uma certeza e muitas dúvidas**
Maria José Costa
- 42 **O problema deste número**
Um jogo para a noite de Natal
- 44 **Encontros 99**