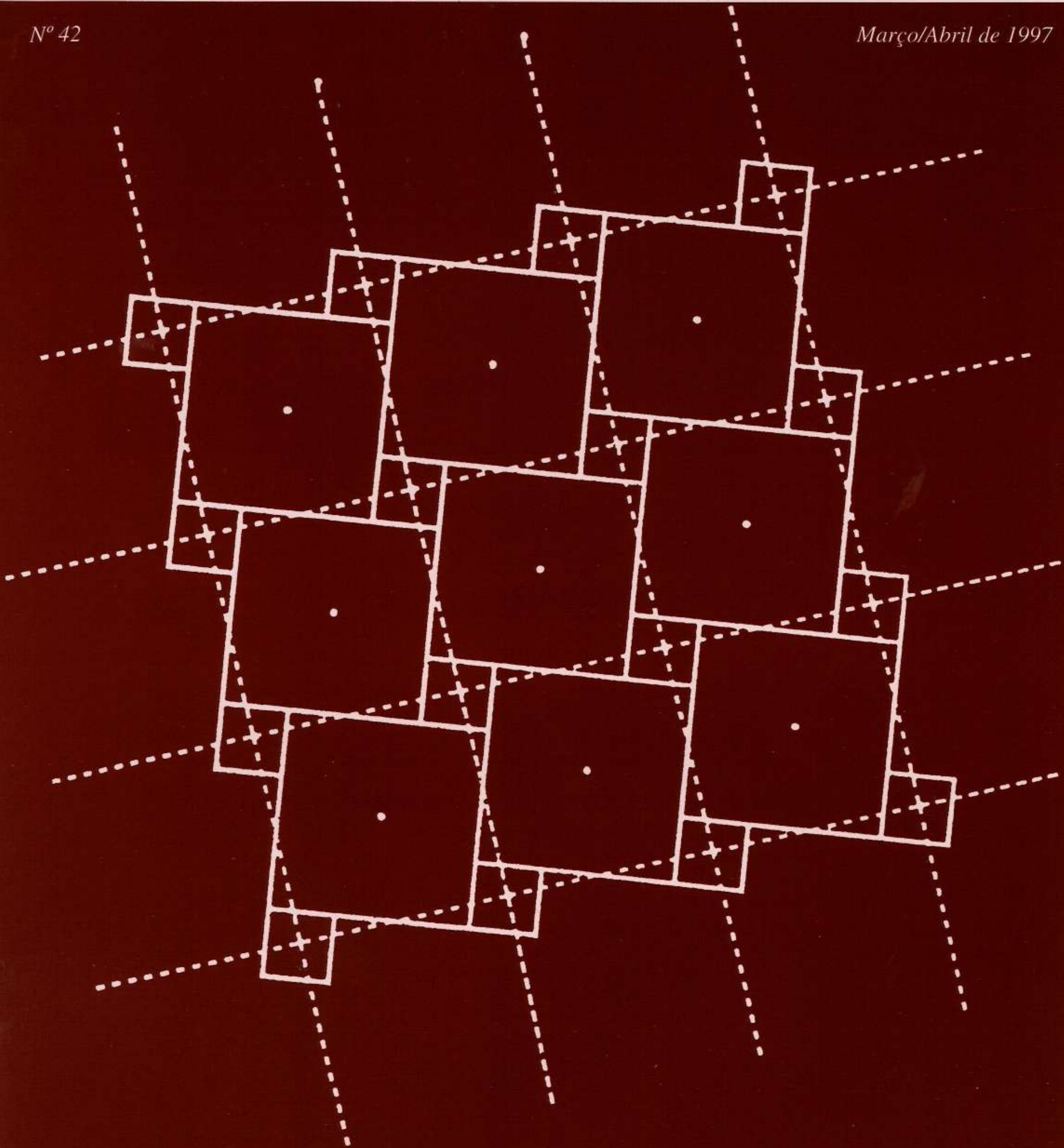
Educação e Matemática

Nº 42 Março/Abril de 1997



Preço: 600$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Mais novidades na *Educação e Matemática*

No último número da *Educação e Matemática* anunciámos algumas novidades relacionadas com o aumento da periodicidade e do número de páginas da revista. Mas as novidades não param por aqui...

A partir de 1997, a *Educação e Matemática* conta com novos colaboradores permanentes que apoiarão, numa base regular, a Redacção nas questões que dizem respeito a determinadas áreas temáticas. É com muito gosto que a revista anuncia que, neste momento, A. J. Franco de Oliveira (Univ. de Évora) aceitou ser colaborador permanente na área *Matemática*, Maria José Costa (E. S. Augusto Gomes, Porto) na área *História e Ensino da Matemática*, e Lurdes Serrazina (ESE de Lisboa) na área *Matemática nos primeiros anos*.

E as novidades continuam... A redacção decidiu também criar na revista uma nova secção intitulada *"Tecnologias na Educação Matemática"*, da responsabilidade de Eduardo Veloso. Esta secção terá um carácter permanente, a exemplo do que já acontece com as secções *"Os materiais na aula de matemática"*, *"O problema deste número"* e *"Pontos de vista, reacções e ideias"*. A todos agradecemos a disponibilidade manifestada.

Alterações na Redacção

O colega Eduardo Veloso deixou de pertencer à Redacção da *Educação e Matemática* embora continue a colaborar com a revista, em particular, assegurando a nova secção "Tecnologias na Educação Matemática". Recordamos que o Eduardo foi redactor da *Educação e Matemática* durante cerca de nove anos e seu director entre 1990 a 1993. Agradecemos o empenhamento e criatividade que sempre dedicou à revista e congratulamo-nos pelos novos projectos que o aguardam.

Sobre a capa

A figura que reproduzimos na capa deste número foi extraída de "Pitágoras Africano" de Paulus Gerdes[1], e representa uma grelha que , provavelmente, os artesão egipcíos usavam para desenhar o famoso padrão-quádruplo-de-espirais, elemento importante na decoração egípcia. A grelha é composta por quadrados pequenos e por quadrados grandes. Os centros dos quadrados pequenos geram uma rede de novos quadrados desenhados a tracejado (ver capa). Facilmente se conclui que a área de um quadrado a tracejado é igual à soma das áreas de um quadrado pequeno e de um grande. Para Gerdes, "a partir desta constatação, chegar ao teorema de Pitágoras constitui apenas um pequeno passo," o que o leva a crer que este teorema era conhecido no Egipto antigo, embora não tenham sido encontradas fontes que o demonstrem.

1 Gerdes, P. (1992). Pitágoras Africano — Um estudo em cultura e educação matemática. Moçambique: Inst. Sup. Pedaagógico.

Neste número colaboraram

Ana Vieira Lopes, Ângela Coimbra, António Carlos Correia, Carlos Farias, Dinis Pestana, Eduardo Veloso, Fernando Nunes, Helena Amaral, Helena Rocha, Joana Porfírio, J. Orlando de Freitas, Isabel Valente Pires, Isolina Oliveira, José Paulo Viana, Leonor Cunha Leal, Lina Vicente, Luciano Veia, Lurdes Serrazina, Manuel Saraiva, Maria da Cruz, Maria Violante Mestre, Mário Roque, Paulo Abrantes e Pedro Paulo Scandiuzzi.

Data de publicação

Este número foi publicado em Março de 1997.

Nota

nº 42
Mar./Abr.
de 1997

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Adelina Precatado
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Helena Amaral
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Maria José Boia

Colaboradores permanentes

A. J. Franco de Oliveira
Matemática

Eduardo Veloso
"Tecnologias na Educação Matemática"

José Paulo Viana
"O problema deste número"

Lurdes Serrazina
A matemática nos primeiros anos

Maria José Costa
História e Ensino da Matemática

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Tiragem
4200 exemplares

Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out, Nov/Dez

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Esc. Sup. de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos — 1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424
e-mail: apm@mail.telepac.pt

Reflectir para mudar

Ana Vieira Lopes
Lina Vicente

"Actualizar os seus saberes e competências na perspectiva de uma aprendizagem ao longo da vida"
(Reflexão participada sobre os Currículos do Ensino Básico — documento 2)

Nos últimos anos muito se tem discutido acerca do Ensino Secundário: os exames, os programas, os manuais... Os programas foram mesmo reformulados. As questões têm sido de tal modo absorventes que desviaram as atenções dos outros níveis de ensino. No Ensino Básico a discussão não tem ultrapassado a extensão do programa e o seu cumprimento nas escolas. Mas a verdade é que cada vez mais se vêm sentindo desajustes e dificuldades na sua implementação prática. Cada vez mais há necessidade de reflectir sobre o que se está a passar neste nível de ensino...

A *Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico* traz para primeiro plano uma análise do processo de implementação dos novos programas realçando alguns dos seus aspectos mais críticos, como os níveis de aprendizagem e competências adquiridas pelos alunos. Parte dos programas em vigor, e propõe discutir formas alternativas de os gerir tendo em conta o perfil de competências que definem.

As discussões devem procurar modos de operacionalizar este perfil nas diferentes disciplinas. Caso contrário este ficará apenas como uma listagem ambiciosa de capacidades, uma meta onde não se chega.

A reforma educativa trouxe uma filosofia diferente para o ensino/aprendizagem. Na Matemática, *relativamente aos programas anteriores, a alteração fundamental consiste em serem considerados conteúdos de aprendizagem tanto os conhecimentos a adquirir como as atitudes e as aptidões a desenvolver (da Organização curricular e programas, Vol.I)*. Se esta é a perspectiva dos programas, porquê não integrar na definição das aprendizagens/aquisições nucleares as aptidões e as atitudes consideradas fundamentais? A apresentação das aquisições nucleares como um conjunto de conhecimentos a adquirir subverte a concepção de programa introduzida pela reforma educativa.

Na Matemática, para tornar o perfil de competências numa referência para a prática lectiva é preciso relacioná-lo com os objectivos da disciplina nos diferentes ciclos. Não o fazer nos diferentes domínos de objectivos é perder de vista o contributo formativo desta disciplina e reduzi-la de novo a um conjunto de conhecimentos e técnicas perfeitamente desenquadradas das necessidades do tempo de hoje.

Reflectir em conjunto?...Definir um perfil?...Fazer uma análise transversal dos programas?...Definir as aquisições nucleares?...Que mudar na escola e na sala de aula? ■

A propósito do Teorema de Pitágoras

Ângela Coimbra

A observação do artesanato africano e a exploração de motivos ornamentais poderá constituir não só um contexto favorável à demonstração do teorema de Pitágoras, a partir de vias algébricas e geométricas, mas também a oportunidade dos alunos trabalharem em situações de carácter lúdico, facilitadoras da flexibilidade do pensamento.

Ao ler a entrevista com Conceição Mesquita, publicada na revista nº 38, nomeadamente quando afirma "gostava que a revista publicasse (...) algumas ideias que não estão na forma como vão ser usadas com os alunos, mas que podemos adaptar...", senti-me motivada para fazer este texto (baseado num trabalho para uma acção de formação), esperando que ele possa contribuir para "nem que seja fornecer dados sobre qualquer assunto interessante, que depois se possa usar..."

No programa de Matemática[1] podemos ler:

> "Actividades com uma perspectiva histórica humanizam o estudo da disciplina, mostram a Matemática como ciência que se constrói e constituem ainda um bom exercício de pesquisa de documentação".

Localizar Pitágoras no seu tempo e abordar, duma maneira simples, aspectos da filosofia pitagórica e da Matemática desta época, pode ser um bom pretexto para realizar um trabalho de carácter interdisciplinar, ou apenas no âmbito da própria disciplina. Os alunos podem recolher alguns elementos relativos à vida de Pitágoras, à importância do número no pensamento pitagórico, ao contributo dos Pitagóricos nos campos da Música e da Acústica e ao célebre Teorema, o mais popular de toda a Matemática.

Parece-nos importante a referência ao conhecimento de alguns casos deste teorema, muito antes de Pitágoras existir, por parte de povos como os Babilónios, os Hindus e os Chineses. Em relação aos Egípcios há autores, como é o caso de Dirk J. Struik[2] e Carl Boyer[3] que afirmam não haver elementos que permitam concluir que este povo conhecia o Teorema de Pitágoras.

Um caso particular do Teorema (triângulo rectângulo isósceles) pode ser abordado usando a obra *Ménon*, de Platão. Para exemplificar a teoria da reminiscência, Sócrates demonstra a Ménon que um seu escravo é capaz de descobrir, por si, como construir um quadrado cuja área é o dobro da de um quadrado dado. O escravo começa por responder que se deve aumentar o lado do quadrado para o dobro e Sócrates faz-lhe ver que então a área passa para o quádruplo. Vejamos um pequeno extracto deste diálogo:

Sócrates: - Não teremos assim quatro espaços iguais?
Escravo: - Sim.
Sócrates: - E todos juntos, quantas vezes são maiores do que este só?
Escravo: - Quatro vezes.
Sócrates: - Mas nós queríamos apenas um espaço duplo, lembras-te?
Escravo: - Efectivamente.
Sócrates: - Estas linhas que vão de um ângulo a outro (diagonalmente) não dividem em dois cada um destes espaços?

E o processo continua, pelo método da maiêutica, até o escravo concluir que o quadrado desejado deve ter por lado a diagonal do quadrado dado.

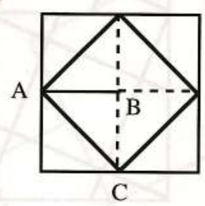


figura 1

Vê-se perfeitamente na figura 1 que o quadrado da hipotenusa do triângulo [ABC] é igual à soma dos quadrados dos catetos.

Platão e Sócrates não são desconhecidos dos alunos pois na disciplina de História, no 7º ano, é feita referência a estes filósofos, e Pitágoras é apresentado como o "grande nome das ciências gregas"[4].

Parece-nos bastante interessante a forma como são apresentadas por Paulus Gerdes, no seu livro *Pitágoras Africano*[5], demonstrações do Teorema de Pitágoras, a partir de motivos ornamentais africanos.

1º) Botões entrelaçados

"Prendendo um pequeno laço à volta de um botão quadrado entrelaçado, é possível fechar a tampa de um cesto, como é feito comummente no sul de Moçambique." (Gerdes, pág.15)

As figuras 2, 3 e 4 mostram como se começa a entrelaçar o botão, visto de cima, antes e depois de rectificar as linhas e tornar as linhas escondidas visíveis.

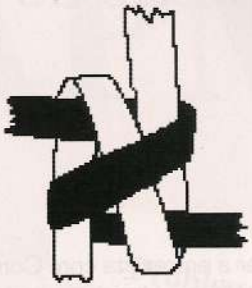


figura 2

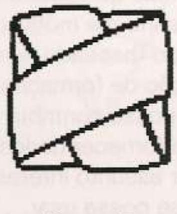


figura 3

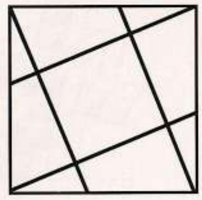


figura 4

No meio aparece outro quadrado (ver figura 4). O professor decidirá se tem interesse provar esta afirmação, conforme a turma em que está a trabalhar. A demonstração pode ser feita usando um caso da igualdade de triângulos e a relação entre elementos de triângulos iguais[6], assuntos que constam do programa do 7º ano.

Juntando alguns botões aparece a figura 5 e apagando alguns dos seus elementos obtém-se a figura 6.

Analisando as figuras 5 e 6 conclui-se que $c^2= a^2+b^2$.

Com base na figura 6 também se pode propor aos alunos que construam um puzzle para demonstrar geometricamente o teorema de Pitágoras. Numa cartolina desenham uma figura semelhante à figura 7 e cortam os quadrados construídos sobre os catetos como mostra a figura 8, obtendo 5 peças que, correctamente montadas, formam o quadrado construído sobre a hipotenusa[7].

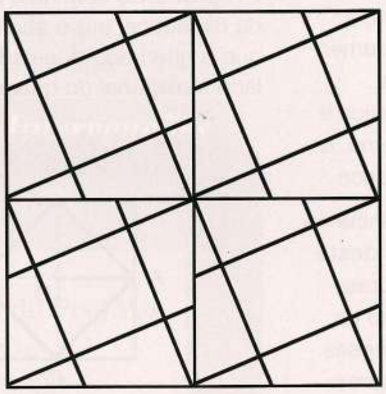


figura 5

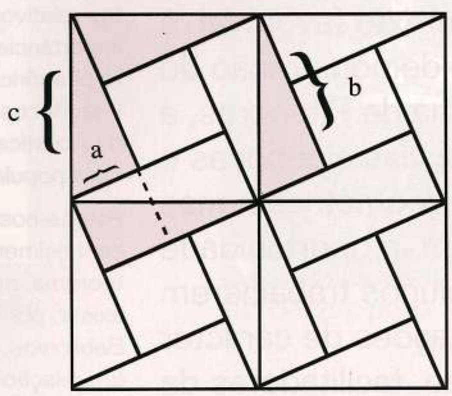


figura 6

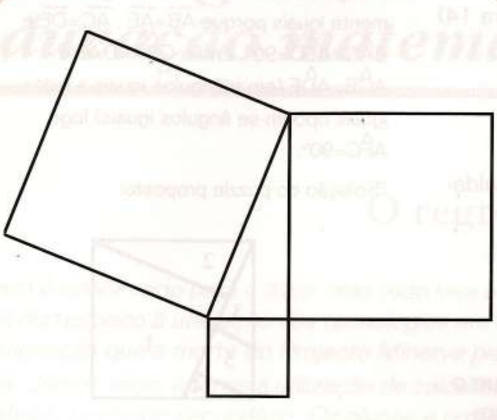


figura 7

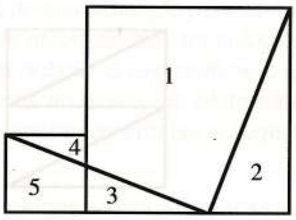


figura 8

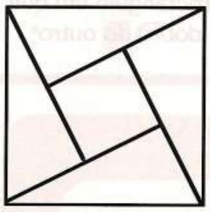


figura 9

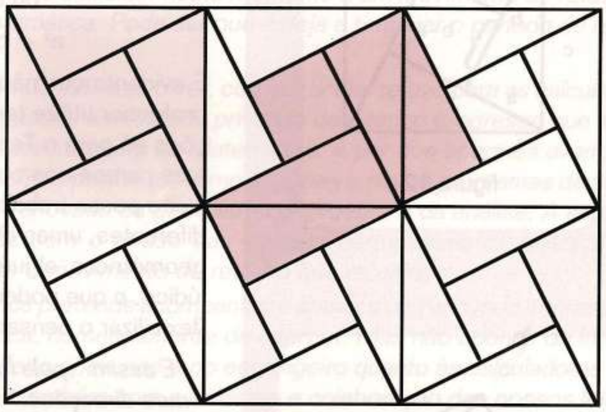


figura 10

2º) Gravura Bakuba

"O povo dos Bakuba habita a parte central da bacia do rio Congo (na actual República do Zaire), vivendo na savana ao sul da densa floresta equatorial. Os Bakuba tinham constituído um reino forte e secular. Famosos são os produtos da metalurgia Bakuba, como punhais, armas e joalharia. As aldeias tinham-se especializado em determinados trabalhos de artesanato, como a fabricação de caixas e taças de madeira ornamentadas, tapetes de veludo, cachimbos de cobre, roupa de ráfia, etc." (Gerdes, p.46)

A figura 9 mostra um padrão a que uma etnia do antigo reino dos Bakuba chama "defesa de elefante", (segundo Gerdes refere, este padrão encontra-se em alguns objectos expostos na exposição permanente "De clãs para civilizações" no museu etnográfico de Budapeste).

Juntando algumas vezes este padrão obtém-se a figura 10.

Comparando nesta última figura, as zonas sombreadas demonstra-se geometricamente o teorema de Pitágoras, como ilustra a figura 11.

No caso de os alunos já terem aprendido os casos notáveis pode-se também sugerir que façam uma demonstração algébrica deste teorema, usando a figura 12.

A área do quadrado central é $(b-a)^2$ e a área dos quatro triângulos é

$4 \times ab/2$ ou seja

$c^2 = (b-a)^2 + 4 \times ab/2$,

logo $c^2 = a^2 + b^2$.

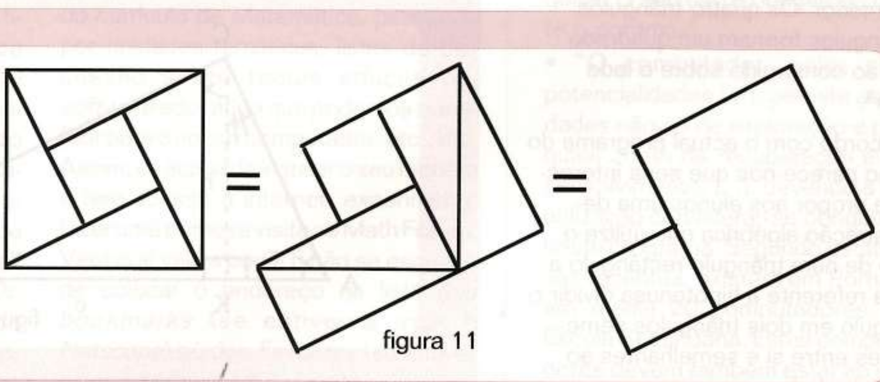


figura 11

Com base na figura 12, pode ser proposto um outro puzzle, considerando um triângulo rectângulo em que um dos catetos é o dobro do outro[8].

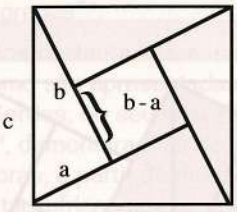


figura 12

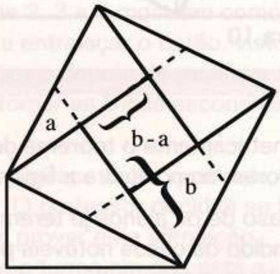


figura 13

Como b-a=a (figura 13), o quadrado interior é igual ao construído sobre o lado menor. Os quatro triângulos rectângulos formam um quadrado igual ao construído sobre o lado maior[9].

De acordo com o actual programa do 8º ano parece-nos que seria interessante propor aos alunos uma demonstração algébrica que utilize o facto de num triângulo rectângulo a altura referente à hipotenusa dividir o triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.

Uma possível demonstração[10] será comparando os triângulos [AKC] com [ABC] e [BKC] com [ABC] (figura 14).

Então podemos escrever

$$b/x = c/b \text{ e } a/y = c/a$$

logo $b^2 = cx$ e $a^2 = cy$.

Adicionando as duas últimas igualdades membro a membro vem:

$$a^2 + b^2 = c(x + y)$$

ou seja,

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

É evidente que não se sugere que o professor utilize tantas demonstrações só para o Teorema de Pitágoras mas parece-nos conveniente que o aluno possa trabalhar com situações diferentes, umas algébricas, outras geométricas, algumas com carácter lúdico, o que poderá contribuir para flexibilizar o pensamento.

"E assim...pela indirecção descobrimos direcções."

Shakespeare[11]

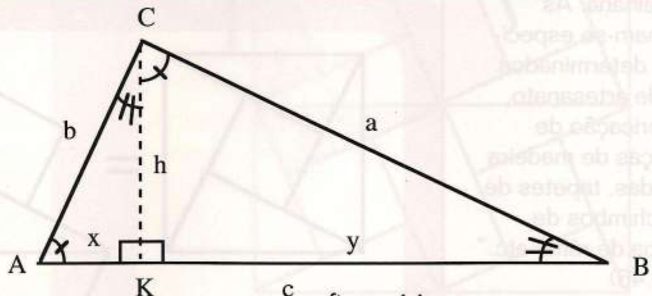


figura 14

Notas

[1] *Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem*, Volume II, Ensino Básico, 3º ciclo.

[2] *História Concisa das Matemáticas*, Dirk J. Struik, Gradiva, 1ª Ed., Lisboa, 1989, pág.55.

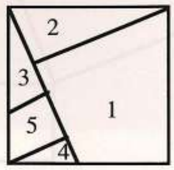
[3] *História da Matemática*, Carl Boyer, Editora Edgard Blucher, 10ª reimpressão, São Paulo, 1993, pág.13.

[4] *Ao encontro da História-7*, Pedro Almiro Neves, Porto Editora, pág. 105.

[5] Instituto Superior Pedagógico, Maputo, 1992.

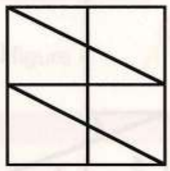
[6] Provemos, por exemplo, que $A\hat{F}C = 90°$. Os triângulos [ABC] e [ADE] são geometricamente iguais porque $\overline{AB} = \overline{AE}$, $\overline{AC} = \overline{DE}$ e $B\hat{A}C = A\hat{E}D = 90°$. Então $C\hat{B}A = D\hat{A}E$ e $A\hat{C}B = A\hat{D}E$ (em triângulos iguais a lados iguais opõem-se ângulos iguais) logo $A\hat{F}C = 90°$.

[7] Solução do puzzle proposto:



[8] *La Matematica, La Geometria*, Emma Castelnuovo, La Nuova Italia, Itália, 2ª ed., 1986.

[9] Solução do puzzle proposto:



[10] *The Pythagorean Proposition*, E.S. Loomis, The National Council of Teachers of Mathematics, U.S.A., 1972.

[11] Citado em *Número, a Linguagem da Ciência*, Tobias Dantzig, Editorial Aster, Lisboa.

Ângela Coimbra
Escola Secundária de Ermesinde

Tecnologias na educação matemática

O regresso das tecnologias?

Ainda é talvez cedo para o dizer, mas tudo leva a crer que estamos a assistir neste momento a um movimento de retorno no que diz respeito à utilização das tecnologias em educação matemática. Pode ser que esteja a terminar o período de relativa estagnação que a morte do Projecto Minerva provocou.

Nos últimos anos, apenas a utilização de calculadoras se tem vindo a desenvolver, com particular relevo para as calculadoras gráficas no ensino secundário. Os alunos e professores portugueses têm estado privados do intenso progresso que se tem verificado nos computadores e na sua utilização no ensino e aprendizagem da Matemática. A par dos enormes avanços no hardware, as velhas ferramentas como a folha de cálculo têm sofrido profundas remodelações e novos programas dedicados à aprendizagem da Matemática podem apoiar hoje um ensino renovado da geometria, da álgebra e da análise. A expansão vertiginosa da Internet é outro facto que vem confrontar-nos com o atraso das escolas portuguesas na utilização das tecnologias, e talvez seja o factor principal que está a provocar o movimento de retorno que referimos.

Com a criação desta secção permanente, Educação e Matemática *pretende acompanhar e apoiar este renovado interesse nas questões da utilização das tecnologias na educação matemática, nomeadamente da Internet. Mas não apenas da Internet. Tentaremos noticiar e exemplificar o que de melhor vai sendo feito entre nós e no estrangeiro quanto às calculadoras e aos computadores no ensino da Matemática, para o que contamos também com a iniciativa e colaboração dos nossos leitores, dos quais esperamos críticas e sugestões.*

veloso@mail.telepac.pt

Diversos colegas e alunos das nossas escolas estão agora a dar os primeiros passos na Internet. Muito já tem sido escrito sobre as enormes quantidades de informação e recursos existentes nos computadores ligados à rede, e a que podemos ter acesso. Esses recursos são muito diversos, e de níveis de qualidade muito variados. Isso é inevitável. Devemos habituar-nos a exercer o nosso espírito crítico sobre essa informação. Por outro lado, certos locais na Internet dão-nos confiança na escolha que fazem dos recursos que apresentam e nas portas que nos abrem. MATH FORUM é um deles. Sediado no Swarthmore College e financiado pela National Science Foundation, este local (*site* em inglês) é neste momento, em nosso entender, o ponto de acesso privilegiado para aceder à matemática e à educação matemática na Internet. Aí podemos encontrar variadíssimos tipos de recursos, desde páginas e actividades dedicadas aos alunos, como o *Ask Dr. Math*, até uma muito boa escolha de actividades prontas a utilizar pelos professores relativas a variados assuntos

THE MATH FORUM

Where there is matter there is geometry. Johannes Kepler

http://forum.swarthmore.edu

do currículo de Matemática, passando por unidades temáticas, listas de discussão sobre temas educativos, *software* educativo que podemos transferir para o nosso computador, etc., etc. Assim, se acaba de instalar o seu modem e tem acesso à Internet, experimente fazer uma primeira visita ao Math Forum. Verá que vale a pena! E não se esqueça de colocar o endereço na lista dos *bookmarks* (se estiver a usar o *Netscape*) ou dos *Favorites* (se estiver a usar o *Microsoft Explorer*).

Calculadoras e computadores

Tecnologias obrigatórias no Ensino Secundário

Transcrevemos dos Programas de Matemática para os 10º, 11º e 12º anos (Ajustamento, Janeiro de 1997):

- "As calculadoras gráficas, que cada vez mais se utilizarão correntemente, devem ser entendidas não só como instrumentos de cálculo mas também como meios incentivadores do espírito de pesquisa. O seu uso é obrigatório neste programa."
- "O computador, pelas suas potencialidades [...], permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, [...], devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa. Segundo estatísticas recentes, existem em Portugal em média 20 computadores por Escola Secundária. Estes computadores devem também estar ao serviço da disciplina de Matemática."

Entrevista breve por e-mail a Jaime Carvalho e Silva

Como arranja ainda tempo para a Internet?

Quando pensamos em Internet e Matemática em Portugal, vem-nos logo à ideia Jaime Carvalho e Silva e a sua *home page*, um lugar de visita obrigatória (http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/index.html). Mas muitos se interrogam como terá tempo para tudo o que faz e ainda para as suas magníficas páginas. Enviámos-lhe um e-mail:

E & M - Jaime, como arranja ainda tempo para a Internet?

J. C. S. - Não sei quem lhe sugeriu essa pergunta, mas é o mesmo que me perguntar como tenho tempo para me preocupar com a História da Matemática ou com o Ensino da Matemática. Tal como estas últimas áreas, provavelmente a Internet afectará pouco a minha carreira profissional, mas já o mesmo não posso dizer do impacto nas outras actividades que me parecem indispensáveis de acordo com a minha visão da ciência e do ensino. A organização de encontros, cursos, actas ou outras actividades tem dependido em grande parte da rapidez dos contactos via Internet. Mas, mais importante do que isso, é a possibilidade de fazer coisas que antes eram difíceis se não mesmo impossíveis. As listas electrónicas de discusão ("mailing lists"), por exemplo. Sou assinante de três grandes listas: duas de ensino da matemática e uma de história da matemática; deste modo posso assitir a (e participar em) dicussões que se prolongam por várias semanas ou mesmo meses com "tubarões" como John H. Conway, Judith Grabiner, William Thurston (medalha Fields), Richard Askey, Alan Schoenfeld, ou Ed Dubinsky. A maioria nem conheço pessoalmente, outros só conheço por ter assistido a alguma conferência nalgum congresso. Mas acompanho as ideias interessantes que vão desenvolvendo (concordando ou não) e elas são muito importantes para eu próprio ir formando a minha ideia sobre os problemas que me rodeiam na área em que "milito", a matemática, a sua história e o seu ensino. Várias pessoas me têm feito essa pergunta a propósito do meu "sítio" na Internet. É claro que é preciso dispender algum tempo (não tanto como isso, desde que se saiba como o fazer) mas o meu sítio, mais do que um acumular de informações, é uma experiência pedagógica: em que medida a disponibilização da informação via WWW pode ter interesse pedagógico ou de divulgação? Eu posso ter ideias pré-concebidas sobre o uso da tecnologia que me oferece a Internet, mas só experimentando mesmo a sério é que se pode ver que vantagens e inconvenientes tal acarretará. Em resumo, posso considerar que o meu sítio é um sucesso, ao atingir um total de 1400 utilizadores/dia diferentes desde Junho passado e uma média de 800 ficheiros lidos por dia nos últimos dois meses. Com um financiamento do programa "Ciência Viva" vai ser possível melhorá-lo e espero que dentro de pouco tempo se veja o resultado.

E & M - Tudo leva a crer que estamos a assistir a um retomar do interesse pela utilização dos computadores, e em geral das tecnologias, na educação matemática. Como lhe parece que pode ser apoiada esta situação, a favor da renovação do ensino da Matemática?

J. C. S. - É preciso que a tecnologia e o conteúdo não sejam separados como aqui há uns anos atrás. Antes criou-se a ilusão de que a tecnologia iria resolver os problemas do ensino, e até, provavelmente, substituir os professores, usando a arma do ensino programado e dos tutoriais. Foi um fiasco. Espero que agora não se repita o mesmo erro ao brandirem-se as armas da realidade virtual e da inteligência artificial. É preciso uma formação de professores que contemple o aspecto prático, ligado aos diversos conteúdos do ensino da matemática (não é a mesma coisa trabalhar em geometria ou com números) com uma participação muito activa desses professores, trabalhando em questões concretas, para que todos se apercebam bem das vantagens e limitações do uso da tecnolgia.

E & M - Em Maio haverá em cada escola do 3º ciclo e do ensino secundário um computador ligado à Internet. Como responderia a um professor de Matemática que lhe perguntasse: que fazer com esse computador e com a Internet?

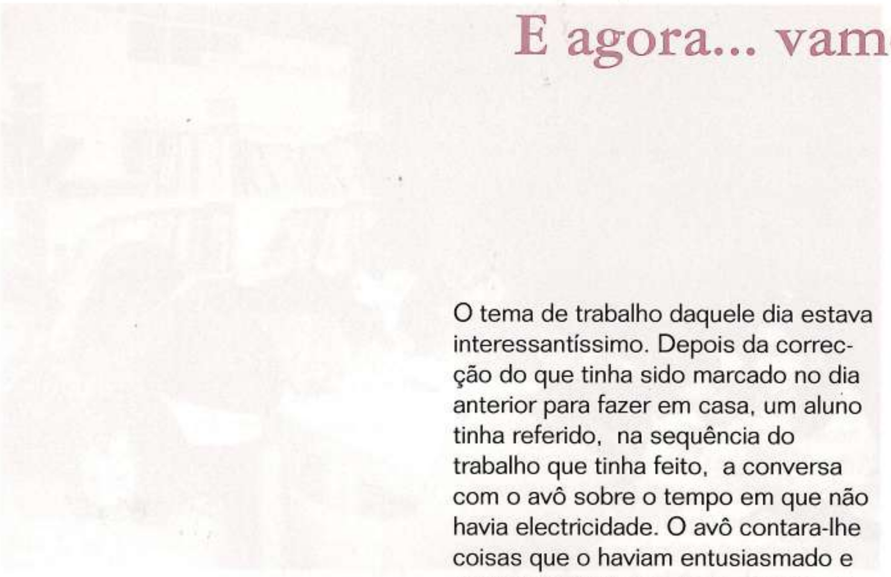
J. C. S. - Mesmo que não saiba nada de nada, pode, com uma aprendizagem de 10 minutos, fazer duas coisas:

a) Usar o WWW com programas como o *Netscape* ou o Microsoft Internet Explorer, para ir "espreitar" arquivos de Matemática em Portugal ou no estrangeiro.

b) Tornar a escola assinante de 2 ou 3 listas de discussão electrónica sobre o ensino ou a história da matemática; irá até brevemente ser criada uma, para o acompanhamento dos novos programas do Ensino Secundário.

Os concursos do Nónio Século XXI

Ao abrigo do Programa Nónio Século XXI foram lançados pelo DEPGEF um certo número de concursos para apoiar o desenvolvimento das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação. Esses concursos contemplam projectos de Escolas de Ensino Básico e Secundário para aplicação das TIC em Educação, projectos de Informação sobre Educação, projectos de desenvolvimento de *Software* Educacional e outros. Mais informações poderão ser obtidas no DEPGEF, Av. 24 de Julho, 134, 4º, 1350 Lisboa, ou por correio electrónico nonio@dapp.min-edu.pt. Pode ainda visitar o local: http://www.depgef.min-edu.pt/nonio/nonio.htm



E agora... vamos à matemática!

Helena Amaral

E um dia a professora decidiu romper o *ritual matemático*. Em vez de colocar os seus alunos a treinar individualmente os algoritmos, a fazer muitas reduções, propôs-lhe que formassem grupos, discutissem uns com os outros o que vinha no livro e apresentassem de seguida aos colegas as descobertas realizadas e os problemas encontrados — como afinal costumava fazer para o estudo da língua e para o estudo do meio...

O tema de trabalho daquele dia estava interessantíssimo. Depois da correcção do que tinha sido marcado no dia anterior para fazer em casa, um aluno tinha referido, na sequência do trabalho que tinha feito, a conversa com o avô sobre o tempo em que não havia electricidade. O avô contara-lhe coisas que o haviam entusiasmado e queria partilhá-las com os colegas. A conversa tinha ganho asas e falou-se de tudo um pouco, tendo-se passado para o texto da história que estavam a estudar.

No tempo em que a história se passara também não deveria haver electricidade. Reinventou-se a história assinalando os contratempos que tal facto ocasionaria e referindo as acções necessárias para que os personagens pudessem fazer a sua vida de noite. Estruturou-se um plano para investigar mais sobre os processos utilizados para se poder viver sem electricidade, partindo da referência a algumas das suas actuais utilizações no dia a dia. Além da iluminação, teríamos de saber como se conservavam os alimentos, como se ouvia música ou o que faziam as pessoas para se distrair nos tempos livres e para se manter informadas.

A propósito do texto estudaram-se algumas palavras menos conhecidas e iniciou-se um conjunto de listagens referentes à palavra electricidade, às máquinas que utilizamos e trabalham a electricidade, às acções que é possível realizar, programando para um futuro estudo a forma como se produz e como permite tão diversas utilizações.

"E agora... vamos à matemática!" - acabou por dizer a professora, como que despertando de um outro mundo, já angustiada por ter atrasado alguns dos exercícios que tinha pensado trabalhar. A matemática ficava sempre para trás! Tinha pensado, durante um certo tempo, começar sempre por ela, já que muitas vezes, a conversa se perdia por outros assuntos e não tinham tempo de trabalhar o seu programa.

Na sala ouviu-se um suspiro surdo e o restolhar de livros, papéis e lápis. Trabalhar matemática significava "puxar do livro", do lápis e da borracha e preencher aqueles espaços infindos inscritos na folha. Até que nem era difícil para alguns dos alunos. O livro tinha desenhos e palavras, lendo só metade e observando bem os desenhos, se a disposição fosse favorável, a resposta quase que surgia por magia. Para outros tudo aquilo constituia um jogo do adivinha, em que, com sorte se acertava no que "eles queriam". Se era matemática não havia que ler as palavras, mas perceber pelo aspecto geral quando é que aquela imagem já teria surgido e lembrar-se do que era necessário fazer em tais situações. Havia ainda alguns, cuja aflição era imensa. Até se lembravam de já ter visto aquilo em tempos, algures... mas e agora?...

Era fácil para a professora ler nas caritas estes sinais e a sua primeira vontade era dirigir-se aos "aflitos" e de alguma forma interpretar com eles os caracteres estranhos inscritos no livro para que deixassem de ser tão estranhos. Decidiu que não o faria. Aquelas crianças já adivinhavam as suas intenções e ainda ficavam mais constrangidas só de pensar no esforço que teriam de fazer para não "espantar" e "desesperar" a professora com todos os disparates que já "sabiam" que diriam.

A sala mergulhou num silêncio

profundo, numa calmaria em que até os pensamentos se ouviam. A professora sabia que não era assim que gostaria de ensinar matemática. Já por várias vezes, a propósito de alguns assuntos, como as medidas, as áreas, a geometria tinha experimentado aulas muito diferentes. Tinham partido de actividades mais integrantes, como fazer um bolo, medir o papel de cenário para a pecinha do Natal, fazer e distribuir sumo, forrar o tampo de uma mesa, etc. Eram actividades que se faziam de quando em vez, em que se aprendia matemática, se falava das relações entre as coisas, se transcrevia para a linguagem vulgar os símbolos e as expressões. Mas não se podia passar o tempo com estas actividades. Sempre ouvira que se não existisse o treino dos algoritmos, das "reduções".... os alunos não ficavam bem preparados.

Na verdade não conhecia actividades suficientes, nem se sentia capaz de estruturar todo o programa a partir de actividades deste tipo. Se calhar, só de vez em quando e apenas alguns assuntos da matemática poderiam ser explorados a partir de projectos que também apelassem a saberes das restantes áreas e se tornassem interessantes para os alunos, passíveis de serem traduzidos na sua linguagem de todos os dias e por isso mesmo bem apreendidos. Sempre se deu conta de que as matérias exploradas a partir dessas actividades interessantes tinham sido aprendidas e nunca mais deixaram de ser relacionadas nas situações mais diversas.

O silêncio da sala já estava a ficar muito pesado. Se não fizesse algo adormecia com certeza. Mas, que se esperava que fizesse? Que atormentasse os mais fracos com perguntas e mais perguntas, e lhes demonstrasse ainda mais a sua inépcia para a matemática? (E isso existiria?)

Agora se dava conta de que, realmente, o tipo de trabalho que os alunos realizavam neste momento, provocava as maiores competições dentro da sala. Era esperado que cada um individualmente (ou lançando o "canto do olho" para o vizinho) cumprisse a sua tarefa. No final a professora corrigia, chamava a atenção para algumas coisas, mandava emendar, ironizava sobre os disparates crassos, que quando falados em voz alta por ela se descobriam como autênticos absurdos, mas que sob os olhitos aflitos nem se vislumbravam. Os heróis (sempre os mesmos) receberiam o livro das mãos da professora cheio de "certos a vermelho" demonstrando o seu triunfo sobre a ignorância. Seguir-se-ia uma exploração das falhas maiores, no quadro, sorrindo os triunfadores e oferecendo-se para fazer, e tremendo os restantes, se bem que alguns, desde que o livro fosse traduzido em voz alta, até achassem que tudo era fácil.

...Era isso! Hoje decididamente não se ia chegar a este ritual. Interrompendo o silêncio, a professora resolveu fazer uma proposta para grande espanto de todos, pois já há três anos que andavam na escola e as professoras sempre tinham cumprido o ritual até ao fim... Por momentos houve algum desânimo dos heróis que estavam quase a acabar, outros respiraram de alívio, outros...

A professora fixara-se naquele pensamento: "falado em voz alta, tudo se tornava mais fácil" e resolveu propor aos alunos que se reunissem em grupos com os colegas que se encontravam mais próximos e falassem, em voz baixa, uns para os outros os exercícios propostos no livro. No final cada grupo teria de expor aos restantes as descobertas realizadas e os problemas encontrados, de forma semelhante, aliás, com o que se costumava fazer em outras actividades de língua portuguesa ou estudo do meio. Era uma experiência que iam fazer dali para o futuro, e como em relação a outras actividades, haveria de se marcar um dia para falar sobre ela.

Seguiu-se o barulhinho natural da busca de uma nova organização e todos começaram a discutir acaloradamente. "Não vês que..." ouvia-se repetidamente, até que todos deram o trabalho por concluído e se procedeu à discussão. Para grande espanto, aquele conjunto de números, expressões, sinais e espaços que preenchia a folha do livro também tinha qualquer coisa a ver com a electricidade, já nem sei bem como... mas reestruturou-se o plano anteriormente traçado acrescentando mais umas pesquisas que teríamos de fazer agora incluindo também a matemática.

Helena Maria Amaral
Escola nº 2 de Vialonga,
Forte da Casa

Portfolio ou pasta do aluno

Leonor Cunha Leal

Tradicionalmente a avaliação sumativa é traduzida no final de cada período e ano lectivo através de uma classificação, representada por um valor numérico. Mas a informação que se pode extrair de um valor numérico é muito limitada. O que quererá, por exemplo, dizer que um aluno no ano lectivo transacto teve 12 valores ou nível 3 a Matemática? O que significa 12 valores para um dado professor é o mesmo que para outro? Dois alunos, da mesma turma, que tenham tido 12 valores têm os mesmos saberes e capacidades? O que sabemos sobre o que é capaz de fazer um aluno que tem 12 valores? Será, por exemplo, que ele sabe comunicar, de forma satisfatória na forma escrita? E na forma oral? Que competências de outra ordem foi capaz de desenvolver? O que é que o professor do ano transacto tomou em consideração para atribuir a nota? Estas perguntas são apenas algumas das múltiplas que poderíamos enunciar a este propósito.

Na sequência da procura de tornar a avaliação menos ambígua e, por conseguinte, mais informativa e transparente, têm vindo a surgir em diversos países (Hein, 1980; NCTM, 1991; NCTM, 1995), e cada vez com maior frequência, referências a uma forma alternativa de avaliação da aprendizagem dos alunos: o *portfolio* ou a pasta do aluno.

Esta pasta vem procurar dar resposta às limitações inerentes a uma nota, evitando que as informações transmitidas de professor para professor acarretem consigo um conjunto de significados que apenas aquele que os atribui entende na sua totalidade. É, assim, uma forma possível de dar conta a outros daquilo que o aluno foi capaz de fazer durante um certo período de tempo — um ano lectivo ou uma sequência de anos.

As potencialidades deste instrumento de avaliação não ficam, no entanto, por aqui. Para o aluno, a constituição deste tipo de pasta poderá significar um novo momento de aprendizagem, uma via possível de tornar a avaliação uma parte integrante da aprendizagem. Quando o aluno é levado a decidir sobre a qualidade do seu trabalho, para o poder seleccionar, ele começa a reflectir sobre a natureza das diferentes actividades dentro da Matemática, sobre a sua própria aprendizagem e sobre a forma como poderá vir a aperfeiçoá-la.

Havendo múltiplos momentos de interacção entre professor e aluno, procurando interpretar informações diversas, o professor sentirá inevitavelmente a necessidade de explicitar os seus próprios parâmetros e critérios de avaliação, o que não só o ajudará a tomar maior consciência dos mesmos e a clarificá-los, como contribuirá para a compreensão, por parte do aluno, do que é relevante do ponto de vista do professor na aprendizagem da Matemática. Deste modo, o aluno irá progressivamente aumentando o seu nível de intervenção e de responsabilização no processo avaliativo.

Assim, a constituição do *portfolio* poderá ser um contributo significativo para desmistificar, desdramatizar e tornar mais transparente o processo avaliativo. A avaliação deve constituir uma oportunidade para que professores e alunos se encontrem para colaborar em vez de se defrontarem, uns como acusados e outros como juizes. "É preciso libertar a avaliação da apreensão e da ânsia, presentes sempre que aquela se exerce como algo arbitrário e irracional" (Bartolomeis, 1981, p. 43).

Mas, poder-se-á perguntar: o que se guarda na referida pasta? Todo o tipo de produtos realizados pelo aluno considerados significativos, tanto no domínio cognitivo, como no afectivo. Isto é, exemplos ilustrativos daquilo que o aluno num dado momento foi capaz de fazer, que revelem de forma evidente o seu desenvolvimento e do que foi considerado como relevante no seu processo de aprendizagem. Segundo R. Duschl e D. Gitomer (1991) deverão ainda incluir-se reflexões do aluno sobre o seu próprio trabalho, os quais poderão ser realizados na aula ou fora dela, feitos individualmente ou em grupo, testes, resolução de problemas, pequenos ensaios ou qualquer outro tipo de actividade.

Note-se, contudo, que a escolha do material a seleccionar deverá ser tanto da responsabilidade do professor como do próprio aluno. Constituirá, assim, um momento privilegiado para o desenvolvimento do processo de interacção entre o professor, o aluno e o currículo. Para além do que foi afirmado, importa ainda chamar a atenção que, no que respeita a produtos relevantes no domínio afectivo, apenas o aluno saberá dizer qual a actividade que lhe deu prazer realizar e que quer guardar para futuro. Em caso de discordância, cabe ao aluno a última palavra, uma vez que esta pasta o irá acompanhar no seu percurso escolar e é, portanto, propriedade sua.

Sem dúvida, a constituição do *portfolio* permitirá perceber a evolução dos alunos ao longo dos anos. No entanto, tal procedimento levanta alguns problemas de ordem logística que deverão ser ultrapassados desde o início. Falamos da necessidade imperiosa de um espaço na escola, de preferência na sala de aula, para guardar este material. Não nos parece de todo desejável que o aluno o leve para sua casa, correndo o risco de perder alguns trabalhos, para além da sua consulta se tornar muito mais difícil.

Embora este instrumento alternativo de avaliação seja proposto em vários países, ele não se pratica com frequência nos dias de hoje e ainda não tem muita tradição em Portugal. Encontramo-lo, por vezes, numa forma incipiente, nas escolas do 1° ciclo do Ensino Básico e com contornos mais definidos em alunos de áreas relacionadas com as Artes. Desafiamos, no entanto, o leitor a pô-lo em prática, sabendo desde já que este procedimento constituirá um contributo importante para a valorização de um papel mais activo, responsável e reflexivo do aluno, bem como para a explicitação e negociação de todo o processo avaliativo.

Referências

Bartolomeis, F. (1981). *Avaliação e Orientação Escolar, Objectivos, Instrumentos, Métodos*. Lisboa: Horizonte. (trabalho original em italiano publicado em 1977, traduzido por C. Gonçalves).

Hein, G. (1980). L'Évaluation Selon la Perspective de l'École Ouverte. In C. Paquette, G. Hein e M. Patton (Eds.) *Évaluation et Pédagogie Ouverte*. Vistoriaville, Québec: NHP.

Duschl, R. e Gitomer, D. (1991). Epistemological Perspectives on Conceptual Change: Implications for Educational Practices. *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 28, nº 9, 839-858.

NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM e IIE (trabalho original em inglês publicado em 1989 e traduzido por E. Veloso, F. Nunes, H. Guimarães, J. Matos, J. Duarte, L. Leal, L. Moreira, L. Serrazina e R. Carvalho).

NCTM (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.

Leonor Cunha Leal
Universidade de Lisboa

Materiais para a aula de Matemática

A calculadora gráfica é um recurso com inúmeras potencialidades educativas a explorar na aula de Matemática. Os novos programas do ensino secundário referem-na como um dos principais instrumentos de trabalho dos alunos e a sua utilização nos exames será permitida já a partir do próximo ano lectivo.

Neste número apresentamos uma proposta de trabalho dedicada ao estudo da função módulo com a calculadora gráfica, que nos foi enviada pelo colega J. Orlando de Freitas, da Esc. Sec. Francisco Franco, do Funchal.

CIEAEM 49- Setúbal
As Interacções na Aula de Matemática

De 24 a 30 de Julho de 1997, terá lugar na ESE de Setúbal o 49° Encontro da CIEAEM (Comission International pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques).

Os encontros promovidos pela CIEAEM são temáticos e constituem um importante espaço de debate e de troca de experiências entre professores dos vários graus de ensino e investigadores ligados à Didáctica da Matemática de vários países. Este ano o tema geral "As interacções na aula de Matemática" está dividido em cinco sub-temas: as interacções entre os alunos; o papel do professor; tarefas, problemas e materiais a utilizar na sala de aula; representações e concepções sobre a Matemática; observação e análise das interacções.

Todas as manhãs haverá uma sessão plenária. A última, no dia 30, terá como objectivo analisar o trabalho realizado durante a conferência. Para as quatro primeiras sessões foram convidados os seguintes conferencistas:

- João Pedro da Ponte, Hélia Oliveira, José Manuel Varandas (Univ. de Lisboa), Catarina Ferreira e Lina Brunheira (E. Secundário);
- Terry Wood (Univ. de Pardue, EUA);
- Guida de Abreu (Univ. de Luton, Inglaterra);
- Rijkje Dekker, Marianne Mohr (Univ. de Amesterdão) e Monique Pyls (E. Secundário).

O programa inclui ainda Grupos de Trabalho, Comunicações Orais, Sessões Práticas, Sessões Especiais e uma Feira de Ideias. Nos grupos de trabalho, um por cada sub-tema da conferência, serão apresentadas comunicações orais havendo igualmente debates moderados por conferencistas convidados. Também as Sessões Práticas, as Comunicações Orais e as Sessões Especiais serão importantes espaços de troca de ideias.

Na Feira das Ideias poder-se-ão apresentar materiais didácticos, projectos de investigação ou ideias relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática.

Mas nestes encontros é também importante proporcionar um contacto mais informal entre todos. Por isso, estamos a preparar um programa social aliciante. No dia 28 iremos passear pela bonita região de Setúbal. Esperamos também que o jantar na Pousada de S. Filipe e a oportunidade de dar um pezinho de dança numa discoteca à beira mar sejam um sucesso.

Como vê esta conferência promete! Não se preocupe demasiado com dificuldades com o Inglês ou o Francês. Numa conferência sobre interacções, a língua não será, com certeza, um obstáculo...

Se não faz parte dos 83 portugueses já inscritos neste encontro, pode ainda inscrever-se até ao dia 15 de Maio (consulte a p. 48 - *Encontros em 1997*). Mas não demore... neste momento, o número de inscritos ronda já os 300!

Joana Porfírio
ESE de Setúbal

Escola...

Ano/Turma.................. Data......................... Aluno(a)...

Uma família de funções módulo

Esta ficha é para estudares o efeito dos parâmetros *a* e *b* nas funções do tipo $f(x) = |x-a| + b$, usando a calculadora gráfica. Para introduzires |x| na calculadora usa a função ABS(x).

1. Usa a calculadora gráfica para estudares as funções a seguir indicadas. Para cada um dos gráficos obtidos, faz um esboço no referencial da figura 1.

O que acontece ao gráfico quando se altera o parâmetro *a*?

$f(x) = |x| + 2$

$f(x) = |x-1| + 2$

$f(x) = |x-2| + 2$

$f(x) = |x+2| + 2$

$f(x) = |x+3| + 2$

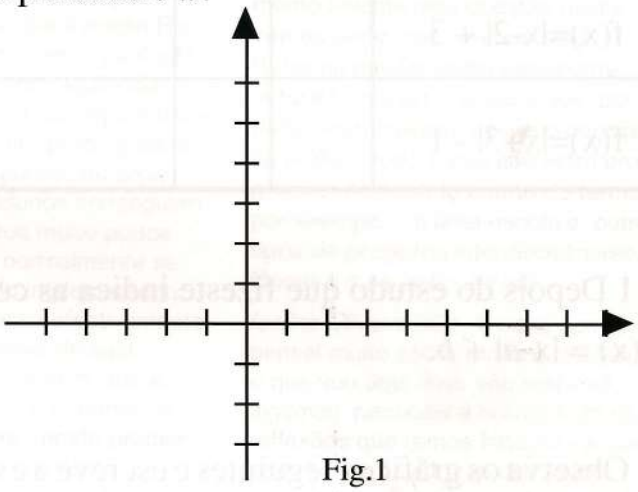


Fig.1

2. Usando um processo semelhante ao anterior, procura agora descobrir como se altera o gráfico da função quando varia o parâmetro *b*.

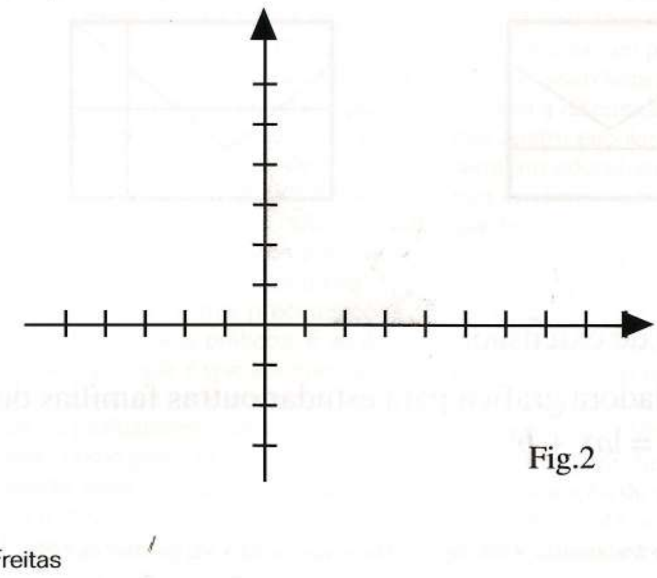
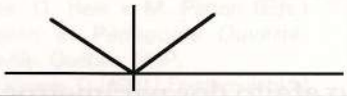


Fig.2

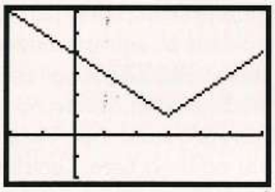
Ficha de trabalho elaborada por Orlando Freitas

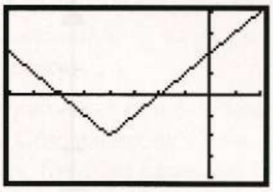
3. Completa o quadro seguinte usando a calculadora gráfica para construir o gráfico de cada uma das funções dadas.

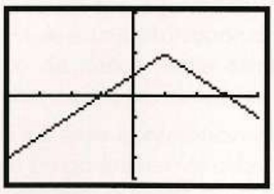
Função	a	b	Esboço do gráfico	Coord. do vértice
f(x)=|x|	0	0		(0,0)
f(x)=|x| + 3				
f(x)=|x - 2|				
f(x)=|x-2| + 3				
f(x)=|x+3| - 1				

3.1 Depois do estudo que fizeste indica as coordenadas do vértice no caso geral de f(x) = |x-*a*| + *b*.

4. Observa os gráficos seguintes e escreve a expressão analítica de cada uma das funções que eles representam. Testa na calculadora as expressões que escreveste.







5. Actividades de extensão.

Usa a calculadora gráfica para estudar outras famílias de funções módulo, por exemplo, as do tipo f(x) = |*a*x + *b*|.

Reflexão participada dos currículos do Ensino Básico

Por iniciativa da Direcção da APM e da revista Educação e Matemática realizou-se, em Janeiro, na Escola Superior de Educação de Lisboa, uma mesa redonda com o objectivo de apoiar as discussões que se estão a realizar nas escolas sobre os currículos do Ensino Básico. Convidaram-se professores que têm participado nestas discussões e um representante do Departamento do Ensino Básico (DEB). A mesa redonda foi moderada pelos professores Lurdes Serrazina (ESE de Lisboa) e Paulo Abrantes (Faculdade de Ciências de Lisboa) e teve como participantes, para além de António Carlos Correia (DEB), as professoras Maria da Cruz (1º ciclo), Isolina Oliveira (2º ciclo) e Lina Vicente (3º ciclo). Por questões de espaço, não é possível publicar a transcrição completa da mesa redonda, tendo os promotores desta assumido a sua edição.

Paulo Abrantes (PA): Vamos procurar discutir alguns aspectos essenciais dos dois primeiros documentos que foram enviados para as escolas e que estão em debate, no âmbito desta Reflexão Participada sobre os Currículos do Ensino Básico. O primeiro documento diz respeito às Linhas Orientadoras da Gestão Curricular e o segundo ao perfil de Competências no Ensino Básico.

Noutra ocasião, não hoje, teremos oportunidade de discutir as propostas sobre as Aquisições Nucleares, no caso específico da Matemática.

Este primeiro documento, das Linhas Orientadoras da Gestão Curricular, começa por fazer uma espécie de balanço crítico de alguns aspectos da Reforma, o que parece que se justifica perfeitamente nesta fase. Este balanço crítico assenta na ideia de que a Reforma Educativa era necessária, de que os novos currículos e os novos programas introduziram modificações que eram necessárias e que são adequadas à nossa sociedade e ao sistema de ensino actual, do ponto de vista das grandes finalidades, dos grandes objectivos e de algumas grandes ideias. No entanto, apresenta algumas perspectivas críticas ao modo como essa Reforma se desenvolveu, sobretudo em relação ao facto de se tratar de uma macro-reforma, que é feita de cima para baixo, e que tem em pouca consideração aquilo que realmente se passa no terreno. Uma reforma que aqui é considerada excessivamente centrada nos programas e que apresenta fortes desarticulações com aspectos como a formação de professores, a avaliação e a organização das escolas.

Julgo que estas críticas não são muito polémicas e em meu entender haverá um razoável consenso em torno destes pontos. Nos últimos anos, alguma investigação tem apontado este tipo de críticas e tem sublinhado, por exemplo, o facto de que a nossa Reforma, se preocupou com o currículo enunciado, ou seja com aquilo que está escrito. Alguns anos depois mostrámo-nos todos muito preocupados com o currículo adquirido, ou seja, com aquilo que os alunos conseguem fazer. Mas prestámos muito pouca atenção àquilo que normalmente se designa por currículo implementado, isto é, ao que se passa efectivamente nas escolas e nas salas de aula.

Gostava que comentassem isto, e gostava de introduzir dois temas: o papel dos professores neste processo e a dinâmica das escolas.

Em relação ao papel dos professores, o documento, que agora estamos aqui a discutir, defende a perspectiva de que é preciso que os professores tenham maior protagonismo em todo este processo de gestão dos currículos, do que têm tido até aqui. Gostava de vos pôr a seguinte questão: Qual é a causa de os professores não terem esse protagonismo? É ou não verdade que muitos professores não chegaram sequer a apropriar-se das novas ideias da reforma curricular ... apropriar-se no sentido de compreender o seu alcance, e de as tornar preocupações suas, com reflexos práticos. E se é verdade, por que é que aconteceu? Como é que se pode contribuir para que os professores, nas escolas, se vejam como pessoas que têm que assumir mais protagonismo, que têm que tomar mais decisões, no âmbito da gestão dos currículos?

Em relação à escola, fala-se no documento de órgãos de gestão intermédios. (...) Que mudanças são precisas, no âmbito destes orgãos? Ainda em relação à escola, o documento levanta uma questão muito interessante: nós tivemos uma Reforma que foi demasiadamente centrada nos programas e que, portanto, marginalizou, desde o princípio, na prática, tudo o que não eram programas, no sentido estrito do termo, por exemplo... a área-escola e outros tipos de projectos interdisciplinares. Como é a situação actual?

Isolina Oliveira (IO): É claro que já pensei muito sobre estas questões e o que vou aqui dizer são opiniões, algumas pessoais e outras fruto de reflexões que temos feito na escola, onde tendo havido um discussão parcelar se chegou a um texto final que foi enviado para o DEB. Devo dizer que a minha escola está integrada num território educativo de intervenção prioritária. Portanto, ainda tivemos mais um passo que foi: além da discussão feita a nível de escola, foi feita a discussão depois ao nível das quatro escolas que integram o território educativo. De facto, também nós achámos extremamente positivo que tivessem chegado estes documentos à escola. De um modo geral, sentimos que havia necessidade de se começar a discutir por que é que as pessoas se estão a sentir mal. Eu penso que os professores se estão a sentir um pouco mal com a falta de indicações. (...) Voltando à questão do papel dos professores, nós não temos tradição de sermos criadores de currículo. No entanto, todos os professores que participaram em projectos, quer seja em projectos da

área-escola ou outros, em certa medida, foram criadores de currículo, porque tiveram que fazer muitas e diversas adaptações, e muitas adaptações passam pelo princípio da interdisciplinaridade.
A nós próprios, lá na escola, já tem acontecido com frequência fazer este tipo de adaptações. Não é muito fácil para nós que não estamos habituados e já estamos no ensino há um certo número de anos. A maioria, fomos habituados a ter um programa que vinha de cima e que, depois, era mais ou menos traduzido em manuais e que, de um modo geral, os professores iam seguindo — e esta é a nossa tradição. É claro que houve experiências nos anos 80, quando havia a profissionalização nas escolas. Muitas vezes se discutiam, em termos de grupo, questões que tinham a ver com os programas. Agora, se nós pensarmos no currículo como algo mais abrangente, e não naquela perspectiva redutora de programa como algo descritivo e normativo, não era muito habitual discutir-se o programa nesse sentido. Discutiia-se mais que tipo de tarefas ou que tipo de actividades. Portanto, não se mexia muito em termos de programa. Hoje, penso que a questão dos currículos, se coloca agudamente — estou a falar em Portugal, mas quem lê os jornais, ou quem tem informações sabe que não é só em Portugal, é pela Europa fora... acho que os professores começam a sentir necessidade de mexer nos currículos, de o próprio professor criar, dentro daqueles objectivos gerais e das grandes finalidades que os programas propõem, maneiras alternativas de sentir os currículos. A ideia dos currículos alternativos, encaro-a nesta perspectiva. Para mim, os currículos alternativos vejo-os mais como concepções alternativas do currículo, tendo sempre por base, é evidente, as grandes finalidades do Ensino Básico. Não sei se estou a responder exactamente à questão que tinhas colocado... Perguntaste, também, como se concretiza, que medidas e de que maneira é que os professores se apropriam e adquirem maior protagonismo. Eu penso que uma das medidas positivas foi esta. É um ponto de partida e penso que pode ser aproveitado pelas escolas para começarem a discutir este tipo de questões. Aliás, penso que este documento, de certo modo convida-nos a ter uma certa perspectiva crítica sobre a nossa prática!
O documento faz uma análise com que nós concordamos (...). Mas a discussão dos documentos, não me parece que chegue...
Passando para a segunda questão que é a dos orgãos de gestão intermédia. Quem pode, de facto, começar ou continuar este tipo de discussões? Pensamos que deve ser feito em termos de grupo disciplinar (...) que os delegados, provavelmente, terão que ter um papel mais mobilizador do que o que têm no momento actual. Penso que, em termos de escola, o delegado tem de assumir o papel de líder. Confronto isto com momentos anteriores em que, de facto, era assim. Quando havia inovações, havia as acções de formação, os encontros e havia uma renovação. Há sempre pessoas que se envolvem mais do que outras, mas se há este papel de liderança e de mobilização, há sempre um grupo que colabora e que trabalha nesse sentido. Não havendo liderança, fica tudo muito esbatido, as pessoas falam, conversam, mas fica tudo diluído.
Também vejo um papel importante nos Centros de Formação. Acho que não respondem às necessidades dos professores. Posso falar do exemplo da minha escola. Nós, neste momento, propusemos ao Centro de Formação a modalidade de Círculo de Estudos, porque estamos a fazer duas experiências na escola e os professores que estão com essas experiências precisavam de formação a determinados níveis. E um deles era, por exemplo, como gerir currículos, uma vez que estamos a trabalhar, numa perspectiva interdisciplinar, numa turma. E não há, no nosso Centro de Formação, nenhuma acção virada para aí. Também, se calhar, não queríamos a acção de formação lá, queríamos era na escola, em função daquilo que nós vamos precisando. Estamos a trabalhar com miúdos, ditos de risco; queríamos pessoas que conhecessem bem esse tipo de crianças, porque trabalham com elas e queríamos que viessem trabalhar connosco na escola. Vamos conseguir, mas não vai ser na modalidade Círculo de Estudo, não vai contribuir para nada em termos de progressão na carreira (lá está a história dos créditos) e, no entanto, estamos a fazer a formação que nos parece mais adequada. (...) Portanto há aqui um contra-senso. Neste momento, as nossas necessidades eram aquelas (...) e nós estamos a convidar pessoas para fazer a dita formação connosco, mas em termos formais, não vai ter grande peso...

Maria da Cruz (MC): Acho que a realidade no 1º Ciclo é um pouco diferente da que tu apontaste. E penso que é importante perceber como é que se funciona no 1º Ciclo para se poder encontrar estratégias de mudança. Com a Reforma Curricular vieram os novos programas que apontavam para uma mudança efectiva das práticas. O que eu recordo é que anteriormente ao lançamento dos novos programas, se fez uma experiência fechada que abrangeu cerca de 60 a 100 escolas, a nível de todo o país, com características diferentes (umas isoladas, outras de média dimensão, ou pequena dimensão). No ano do lançamento, foi feita uma sensibilização aos novos programas, mas só para os professores que leccionavam o primeiro e o quarto ano de escolaridade. Nos anos seguintes generaliza-se o Programa, sem qualquer sensibilização nem acompanhamento aos outros professores — nem sequer lhes foi distribuído o Programa... Não sei se todos os professores compraram o Programa, se todos o leram, ou se ainda há muitos que seguem e se orientam pelos manuais escolares que estão à venda. Isto parece uma visão negra, mas não é tanto assim... se, de facto, se pretende uma mudança, e se na implementação dos programas isto acontece e a formação dos professores fica por aqui, que mudanças é que se podem esperar? As mudanças não se fazem só porque os programas aparecem e são diferentes, tem que haver outras coisas... . Relativamente a este documento, na minha escola ele foi discutido, considerámos que a sua análise está adequada à realidade.

continua a ser o único órgão de gestão e direcção que as escolas do 1° Ciclo têm, saindo daí a figura do director de escola!... Consideram-se dois órgãos mas, no fundo, o director é apenas um executor das decisões do Conselho Escolar... . Aqui coloca-se o papel das lideranças. Até parece que há uma liderança colectiva e que poderia funcionar sobre rodas, mas a liderança colectiva acaba por ser uma pseudo-liderança que vai anular as lideranças individuais que eram aquelas que poderiam dinamizar as escolas... Em princípio, todas as pessoas decidem e são responsáveis, mas depois, na prática, não há ninguém responsável, porque, de facto, não há uma liderança colectiva. Eu penso que a liderança nas escola é fundamental e o papel dos professores, na dinâmica das escolas, passa muito pelas lideranças. A Isolina falou nesta questão e eu penso que, de facto, as escolas têm que ter líderes com determinadas funções muito específicas, com poder de decisão, porque se querem ser gestores do currículo têm que ter poder de decisão para poderem implementar essas mudanças. E isso passa pela autonomia, sem ela nada feito!

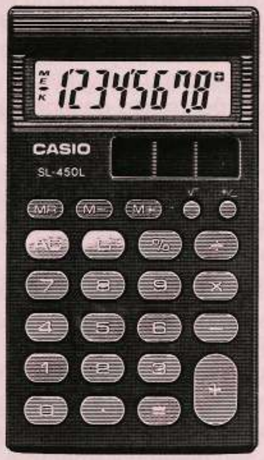
Agora, pensamos é que as condições para uma mudança efectiva não existem. E continuando a caracterizar o 1° Ciclo, se pensarmos que a rede escolar é assimétrica e extensa, com escolas isoladas em que talvez mais de 50% têm apenas um ou dois lugares, não têm órgão de gestão próprio, como é que se poderá fazer a mudança, ou se poderá exigir que haja mudança para estes profissionais de ensino? Ora, estas condições, que eu considero que são impeditivas de uma efectiva mudança, levam-me a referir alguns aspectos que eu acho que se prendem com elas: por um lado, a concepção de escola que estes programas propunham ou implicavam. Pego aqui um pouco na autonomia. Para os professores terem maior protagonismo e serem gestores de um currículo, que não o currículo expresso nos programas, têm que ter autonomia. Ora, o Decreto que estabeleceu o princípio de autonomia nos estabelecimentos de ensino exclui a Educação Pré-escolar e o 1° Ciclo. Foi só para os outros níveis de ensino... ao 1° Ciclo não é reconhecida, nem como princípio, a au[illegible] nem pedagógica, nem admi[illegible] nem financeira. Como é que numa escola do 1° Ciclo se podem desenvolver projectos, se nem sequer há autonomia, a nenhum nível, para funcionar? Parte-se um vidro, e nem sequer para pôr um vidro a escola tem verba. Tem que se depender hierarquicamente de outras estrututras para se vir pôr o vidro.
Falaste em gestão. Nesse aspecto, o documento aponta, em paralelo, o Conselho Escolar com os Conselhos Pedagógicos. Eu não consigo encontrar paralelismo... O Conselho Escolar

Eu penso que uma estrutura pedagógica nas escolas do 1° Ciclo podia de alguma [illegible] mudar esta situação. Aliás, há vivência desta situação em 74/75 e nos anos subsequentes, em que existiam animadores pedagógicos nas escolas do 1° Ciclo, como estrutura intermédia e que, de alguma forma, mexeu nas escolas. E se algumas experiências se fizeram a nível de mudanças nas escolas, foi aí. Pelo menos mobilizaram-se os professores, eram dinamizados, reflectia-se, fazia-se alguma coisa... O que é que aconteceu a partir daí? Foi-se esvaziando os poucos momentos que existiam para que os professores [illegible]ssem. Os professores, de início, reuniam todos os sábados e agora passaram a ter duas horas por mês para reunir. Podem dizer-me... os professores podem reunir as vezes que quiserem... é verdade, mas é diferente haver um espaço instituído com alguém que lidere e dinamize, ou não haver um espaço instituído e ser à força de liderança de alguns elementos da escola, o que pode criar, à partida, situações muito desagradáveis a nível de relação na própria escola.
Outra questão que eu queria colocar é a mobilidade do corpo docente nas escolas do 1° Ciclo. Aqui o corpo docente é tão móvel, tão móvel, que, por vezes...por exemplo na minha escola, este ano era eu a única professora do Quadro Geral que vinha do ano anterior. Como é que se pode dar continuidade a projectos que se iniciem, ao seu desenvolvimento e à sua divulgação? A outra questão é a formação dos professores...

Lina Vicente (LV): Em relação ao papel dos professores, não tenho respostas, como é evidente. Aquilo de que eu me estava a lembrar, como delegada, foi de um colega que chegou agora à escola, durante as férias, e que dá aulas pela primeira vez. Viu o programa e disse: "ah!, mas eu não preciso de tanto tempo para dar isto..." E eu de facto senti..., não tenho assim um perfil de líder para ser delegada porque comecei a dizer que os conteúdos são aqueles, mas a forma de abordar as coisas demora tempo... que convinha ele trabalhar com os alunos... e não ser só o trabalhar no quadro... que as escolas, continuam a ser cadeiras, quadro e o professor no quadro a registar as coisas... convinha ver se os alunos o ouviam, se registavam o que ele dizia... que às vezes trabalhar, por exemplo, uma sequência de números, demora o seu tempo... e ele estava a olhar para mim com um ar perfeitamente incrédulo! Eu ainda não sei como é que se passou esta semana das aulas dele, ontem não tive oportunidade de lhe falar. Mas, de facto, nós somos mesmo gestores da nossa sala de aula, das nossas práticas e, portanto, quando se diz que vamos ter mais autonomia, vai ser muito complicado. Vai ser assim:

Calculadoras no Ensino - Ano Lectivo 96/97

É natural a adopção das calculadoras no ensino, e tem vindo a processar-se a adopção de matérias, processos e programas a esta nova ferramenta auxiliar para o ensino da Matemática. Nada melhor para um Educador que poder contar na sua sala com o maior número possível de alunos com a mesma calculadora, facilitando assim enormente o evoluir da matéria e sua explicação. A **CASIO**. possui a melhor linha do mercado, este ano renovada com ainda melhores modelos e a preço mais acessível.



Básicas

CASIO. SL 450

O modelo ideal concebido para o ensino. Outros modelos disponíveis mais acessíveis **HL 820 D e HS 5 D.**

Científicas

CASIO. FX - 82 SX

A **FX 82** é a máquina mais vendida no mundo, agora renovada para maior conforto e durabilidade. Cálculo com fracções e 139 funções.

Científica Avançada

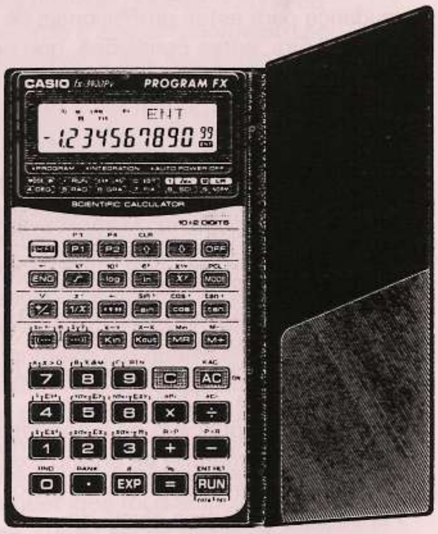
CASIO. FX - 570 S

Uma calculadora sem rival, excepcionalmente completa, simples e acessível. Utiliza o novo sistema de cálculo V.P.A.M.

Programável

CASIO. FX - 3900 PV

A calculadora programável mais fácil e acessível. 300 passos de programa, integrais, estatística a 2 variáveis. Já à venda novo modelo. **FX 4800 P** com 4500 passos de programa.



CALCULADORAS GRÁFICAS CIENTÍFICAS PROGRAMÁVEIS

CASIO. FX 6300 G

A gráfica mais económica do mercado ! Os gráficos ao alcance de todos. Todas as funções necessárias.

CASIO. FX 7400 G

A nova **7400 G** é a calculadora gráfica por excelência. Todas as funções, fácil de usar e programar, visor grande e 7 Kbytes de memória. Mantém preço acessível.

CASIO. CFX 9850

A gráfica super completa com o visor a cores, 32 Kb de memória, linguagem Tipo Basic, estudo das cónicas, sucessões, tabelas e gráficos.

vamos ter um programa que vai ser igual para todos e nós é que vamos decidir qual é a profundidade com que vamos tratar cada assunto, e se o vamos tratar todo... se vamos tratar só uma parte e em que parte do ano lectivo é que tratamos aquilo. Quando se diz que os professores até agora não têm tido autonomia suficiente, ou não têm a prática de ser autónomos, não é verdade... nós trabalhamos com autonomia, porque só discutimos em grupo uma vez por mês e quando queremos reunir, reunimos fora das horas da escola, se a escola não tem condições para reunir. Até agora temos sido bastante autónomos. Se queremos ser mais autónomos?... . Não sei, se calhar queremos é trabalhar duma outra forma, não é? É um espírito de escola diferente, uma escola sem turnos, para podermos ter tempo para estar com os nossos alunos... tempo para estar com os colegas a trabalhar, ter um espaço de trabalho...

O que eu acho de bom neste documento é que gostei de ver a minha escola parada um dia a discuti-lo. E discutir em conjunto. A nossa escola tem 2° e 3° Ciclos e discutimos em conjunto. Convidámos as colegas do 1° Ciclo, não puderam ir, mas foram à reunião do Pedagógico. Esta primeira discussão é muito importante, que é para vermos o que é que se trabalha no 1° Ciclo, e não só em termos da Matemática, mas também em termos de atitudes e valores. Que postura é que as pessoas têm no 1° Ciclo com os alunos. E nós, 2° e 3° Ciclos, trabalhámos em conjunto. (...) Está mal, todos percebemos que está mal. Os pais dizem-nos "o meu filho não sabe fazer contas", os pais chamam muito a atenção para o tempo que gastam - isto em relação à área-escola — "os meus filhos perdem muito tempo a fazer trabalhos para apresentar e perdem menos tempo a estudar" — portanto, não consideram que aquelas actividades também são estudo. E é preciso ter tempo para discutir estas coisas, e o primeiro passo é mesmo este — discutir, pensar em conjunto — e daí levar-nos à definição de um perfil.

IO: O que na minha escola tentámos fazer, por estarmos integrados num território educativo de intervenção prioritária — que é um território que integra escolas do 1°, 2° e 3° Ciclos — foi exactamente reunir professores do 1°, 2° e 3° Ciclos e ver, como é que se trabalha no 1° Ciclo e os professores do 1° Ciclo verem como é que nós trabalhamos. E, neste momento, há um intercâmbio de professores entre os três Ciclos.

LV: Eu não quero dizer muito mais. A nossa prática até agora já tem tido alguma autonomia, queria reforçar isso. Depois acho que vamos continuar com uma prática mais reflexiva, mais em conjunto e isso vai produzir os seus frutos. Eu penso que pior já não vamos estar.

PA: Se é verdade que os pais dizem muitas vezes que os alunos perdem muito tempo a fazer trabalhos e com a área-escola e depois não têm tempo para estudar... isso talvez ponha em causa uma afirmação que vem aqui no documento, segundo a qual existe um grande consenso na nossa sociedade, todos estamos de acordo com a necessidade de mudança e o sentido dessa mudança...

Carlos Correia (CC): Primeiro devo começar por uma parte protocolar e explicar que estou eu aqui e não a nossa Directora, apenas por uma questão de agenda e inevitabilidades... . A Directora pediu-me novamente para reforçar o agradecimento pelo convite e a sua pena de não poder estar presente.

Espero que consiga ajudar a clarificar algumas questões. Em primeiro lugar, penso que o percurso que já seguimos aqui nesta mesa redonda, já expressa um pouco aquilo que se pretende. Há que identificar os pontos críticos, mas não no seu compartimento estanque, não no 1° Ciclo, não no 2° Ciclo, não no 3°. Eu penso que isso foi já um ganho, apesar de, infelizmente, haver escolas onde os documentos não chegaram, (são questões que estamos, gradualmente, a tentar resolver). Mas já é um ganho, já é um romper com uma certa tradição, com uma certa inércia, até na própria cultura do sistema educativo. Pôr as pessoas dos vários Ciclos, em vez de costas voltadas, a dialogarem umas com as outras. Até mais do que isso, no interior da própria escola, romper um pouco com a compartimentação disciplinar. (...) O documento 1, que eu considero o documento-mãe pretende romper com uma tradição em termos de concepção curricular, pretende dizer: atenção, até aqui tem-se feito a colagem de currículo a programa e, na sua perversão mais grave, que acontece infelizmente nas escolas, muitas vezes, confunde-se manual com programa. Isto dá distorções e problemas muito complicados. O próprio documento reflecte um pouco essa cultura do sistema educativo e alguns becos sem saída ou algumas contradições, porque reparem que o documento começa por postular essa ruptura e, gradualmente, vai de alguma maneira "entrando nos eixos", em relação à cultura tradicional, isto é, vai resvalando para os conteúdos, para os programas... e, quando chegamos ao fim, o novo quadro de referência... está um bocado esbatido. Isto é perfeitamente assumido pelos autores. Aqui, a questão fundamental não é tanto a concordância com que o documento avança, é extrair as consequências dessa concordância (...) Não se trata, como no passado tantas vezes se fez , nem de fazer dos professores, nem das escolas, nem de nenhum dos intervenientes, bodes expiatórios. É uma questão de construção cognitiva. As pessoas foram formadas, fizeram um percurso de vida, construíram instrumentos intelectuais, construíram soluções para determinados problemas e garantiram uma certa eficácia, dentro de um certo quadro. Mas a eficácia é inimiga da mudança, porque se se é eficaz e se resolve os problemas, então para quê lançarmo-nos no escuro e arriscar em coisas que não conhecemos? De certa maneira, aquilo que torna difícil a mudança e a inovação, é que é preciso assegurar uma transição para os novos quadros de referência, ou seja, algo que nos garanta a segurança de que vamos ter vantagens, de que vamos construir qualquer coisa que vai ser vantajoso. (...) Em Portugal e nos países da Europa, de um modo geral, o conceito de currículo foi sempre um conceito mais restrito, designado por currículo tradicional. Mas, por exemplo, nos países Anglo-Saxónicos, já não é tanto assim, é mais no sentido lato, no sentido de integrar todas as aprendizagens educativas, em que a escola se constitui como eixo, mas não se restringindo, apenas, às actividades que se processam no quadro da escola. Ora, o extrair estas consequências tem incidências muito profundas na própria forma como a escola se concebe. Qual o caminho que vamos trilhar? Não sabemos, não há essa experiência...O que pode haver é, por um lado, afirmação de posições de princípio, por outro, cada interveniente ou cada actor reformular a forma como pretende protagonizar essa mudança e, portanto, haver uma negociação. A afirmação de um conjunto de aprendizagens, de aquisições nucleares, é solidária com a concepção de currículo que nós tivermos. Pode ser uma perspectiva redutora ou pode ser uma perspectiva que seja um instrumento, quer de redefinir o papel da administração central, quer de construir a autonomia das escolas.(...) O grande problema, neste momento, é como se constrói a autonomia sem haver instrumentos de avaliação, quer internos, quer externos. Como é que se pode controlar a rota de um navio, sem haver instrumentos de pilotagem, sem haver uma carta de marear, sem haver a noção de para onde é que se quer caminhar? É a prática das escolas, regra geral. Mal seria se não houvesse excepções e experiências extremamente ricas e, felizmente, não são poucas. Mas é uma prática cega, isto é, é difícil controlar onde é que foi o ponto de partida, no início do ano lectivo, e onde é que foi o ponto de chegada, porque não se fez uma previsão de onde é que se queria chegar, nem dos pontos intermédios do percurso. Não há possibilidade de pilotar o processo. (...) A definição das aprendizagens, das aquisições nucleares é solidária duma concepção mais lata de currículo. O currículo tem que começar a ser configurado em torno de uma formulação de problemas. No fundo, é um elencar de problemas. Ora, se é verdade que cada actor, ou cada

interveniente no processo, formula problemas, porque tem uma perspectiva necessariamente diferente do processo, então é necessário pôr todas as pessoas a falar e a formular os problemas e começar a criar um modo de construção desse currículo. Isto tem a ver com o papel dos professores e com a dinâmica das escolas. A autonomia não é uma coisa que se conceda, não se decreta, não se ganha como prémio. A autonomia existe sempre, existe à medida dos constrangimentos e da noção que os próprios têm dos constrangimentos e daquilo que querem fazer. Não acredito na autonomia como prémio de consolação, nem como brinde. Há, de facto, é questões de princípio... há o reconhecimento do princípio da autonomia. Por exemplo, no que diz respeito à administração central é uma questão de princípio reconhecer ou não reconhecer, porque isso vai ditar a sua postura e a sua intervenção no processo. Mas a própria administração central, depois do reconhecimento político do princípio da autonomia, tem que fazer a sua própria aprendizagem, porque a inércia do sistema educativo, em termos culturais, também envolve a própria administração. Esta discussão é já uma forma de construção de autonomia. Mas é às escolas que compete fazer a gestão e construção global do currículo. O currículo não se reduz a estas aprendizagens e aquisições nucleares, e isto (lanço agora algo polémico) seca a fonte ao argumento da extensão dos programas. E seca a fonte a alguns outros argumentos, porque a escola é que vai fazer a gestão do que é pertinente. Consideramos o programa como um elenco de conteúdos, processos e competências que se visam atingir. Mas, salvaguardando aquele núcleo que é uma condição da vida democrática ou de igualdade, tem que existir a garantia de que, qualquer que seja a escola, está salvaguardado o princípio de equidade, em termos de oferta educativa. Depois, há uma questão de adequação à população que a frequenta e aí é que a escola tem uma palavra, aí é que é definido o que é pertinente, ao que se dará mais ênfase ...

Lurdes Serrazina (LS): Eu pegava precisamente nestas últimas questões das aquisições nucleares (...). Ouvi responsáveis por estes documentos dizerem que não eram objectivos mínimos. De alguma forma, já se lhes chamou várias coisas. Neste momento, chamam-se aquisições nucleares. Se vem definido no documento que elas são uma forma de tirar a rigidez e dar flexibilidade ao currículo... eu gostava que os presentes depois falassem sobre isto... podem também tornar o currículo ainda mais rígido. Diz-se que é preciso definir um conjunto de aprendizagens nucleares para todos os alunos, que vão servir de base à avaliação no final de cada Ciclo e que são indispensáveis à passagem para o Ciclo seguinte — li isto algures no documento — mas também se diz no mesmo, várias vezes, que isto são aquisições nucleares, que os programas mantêm-se, que é uma forma de melhor flexibilizar, gerir, ...

Nós não vamos hoje discutir aquisições nucleares, mas temos que lhes fazer uma referência. O único documento que temos, de aquisições nucleares, é do 1° Ciclo[1] e quando lemos a parte da Matemática ficamos preocupados, porque as aquisições nucleares que estão definidas ultrapassam os programas que estão em vigor. Depois, estão redigidas de uma forma que nos preocupa, não falam em materiais, não falam em resolução de problemas, não falam em aquisição de conceitos, raciocínio, comunicação.... ou falam muito vagamente. Ou seja, a forma como estão redigidos pode ter como interpretação que o que interessa é saber fazer coisas, em termos de procedimentos, e isso parece-nos que, de alguma forma, aumenta a rigidez, não a diminui.

O que é que diz em relação a isto?

CC: Digo que a posição de princípio é "a administração central não está a avançar com uma coisa e a dizer: agora aprendam a trabalhar com isto". O que está em discussão é um ponto de partida com tudo aquilo que tem de criticável, de contestável, de maior ou menor pertinência. O esforço agora é reformular, se assim não fosse não havia a consulta, não havia o apelo à participação.Vamos construir isto de uma forma que permita não só aos professores sentirem que se reconhecem naquela identificação das questões, como, inclusivamente, permitir à própria comunidade ou às próprias famílias compreenderem o que está em jogo. Portanto, é natural que algumas dessas críticas venham a influenciar uma nova formulação. É bom que assim seja. Eu só tenho que aplaudir o esforço no sentido de corrigir,... tudo aquilo que entendam. Penso, por exemplo, que a crítica que é feita à não enunciação da resolução de problemas, ou da capacidade de os formular, em relação ao espírito que a preside, não é justa, embora possa parecer pertinente.

PA: Era bom ouvir, também, as outras pessoas... Se nós olhássemos para esta lista de aquisições nucleares na área da Matemática, de uma maneira descontextualizada, isto é, se não soubessemos em que documento é que estava, acho que qualquer um de nós dizia: isto deve ser uma versão anterior do programa que nós temos, isto é um programa de há dez anos, muito marcado por uma perspectiva behaviorista, com os objectivos apenas em termos de conteúdos...

LS: Quando isto chegou às escolas, eu estava a fazer um curso de formação contínua num concelho vizinho e houve logo comentários de professores que diziam: "não, mas se agora eles têm que saber fazer isto tudo, então como é que nós conseguimos? Só voltando a ensinar como há trinta anos..." Isto só é uma visão pessimista e que não será esta a intenção, mas é preciso discutir e falar sobre isto... (...)

CC: Em relação às questões que colocaram, foi decidido incluir, para tentar desfazer alguns equívocos, os objectivos e as finalidades dos programas neste segundo pacote de documentos, para dizer: "atenção, o programa continua na sua integridade em termos de objectivos e finalidade".

Mas eu insisto, isto é dirigido como quadro de referência para as escolas, não é directamente transponível, não é um elenco de questões do tipo... "olha, tu tens que saber isto quando chegares ao fim" É, no fundo, permitir à escola a capacidade de construir o tal currículo da forma que achar mais adequada e mais funcional, em relação à obtenção de determinados objectivos e, além disso, eles não são inquestionáveis, eles estão neste momento em discussão.

IO: Na nossa escola, quando discutimos a questão da flexibilização, pensámos logo, e julgo que qualquer professor minimamente reflexivo se lhe põe logo essa questão, "tudo bem, vamos para a flexibilização... e então somos capazes de ter em Lisboa os meninos a aprender uma coisa, os de Trás-os-Montes a aprender outras coisas totalmente diferentes e os do Algarve outras, etc...".

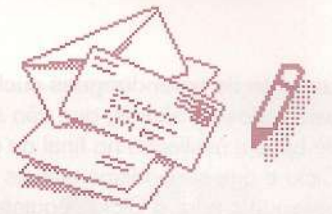
Colocou-se-me logo a questão dos tais referenciais que no documento aparecem com o nome de Aquisições Nucleares. Devo dizer que da minha experiência de algumas acções com professores, os professores lêem muito as aquisições nucleares como objectivos mínimos e esse é o meu receio. Como nós, a minha geração tem uma formação muito vincada pelo behaviorismo, rapidamente os professores colam as aquisições nucleares aos objectivos mínimos e o meu receio é um pouco aquele que a Lurdes já disse ... eu própria, quando li o documento, a sensação que tive foi um pouco a que a Lurdes referiu. Tenho quase a certeza que isso vai ser interpretado assim. Não é de um dia para o outro que as pessoas vão mudar esta concepção. O meu receio é que, se isto não for acompanhado de grandes discussões e formação, rapidamente as escolas abandonem tudo o resto - materiais, trabalhar com os meninos, conceitos. Para quê, se eu não preciso disso, os objectivos mínimos estão ali bem definidos ... eu tenho é que pôr os meninos a fazer aquilo ... e então voltamos trinta anos atrás, a dar preferência a procedimentos... .

Nós não discutimos, na escola, as aquisições nucleares mas já se nos colocou a questão: "flexibilização tem que ter associado a si um conjunto de referenciais"... . Agora, como é que eles depois vão ser descritos, terá que se ver isso muito bem. De outro modo, tudo aquilo que até é inovador nos programas cai completamente.(...) Voltando à questão, da flexibilização, penso que não se pode avançar para a flexibilização sem uma definição muito clara daquilo que poderão ser as aquisições nucleares e então poderemos ter o conjunto das crianças deste país, num determinado Ciclo de ensino, com umas aquisições que não seriam nucleares. Depois há a margem de manobra que as escolas, com os seus contextos, têm para trabalhar de maneira diferente. Sem isso, corre-se um risco sério (...).■

Notas

1 No momento em que se realizava esta mesa redonda, apenas o documento de reflexão no 1° Ciclo era conhecido.

Pontos de vista, reacções, ideias...



Função impossível - parte II

Há algum tempo atrás (revista nº 38) foi deixado em jeito de desafio o problema de esboçar o gráfico de uma função, que um então meu aluno (o Celso) mostrara não ser impossível.

O tempo foi passando, o Celso entretanto já se tornou num caloiro universitário (esperemos que por lá o entendam...), a direcção da revista também acelerou o seu "processo de fabrico", mas como mais vale já que nunca, resolvi voltar ao assunto. Gostaria no entanto de frisar que o que me levou a escrever da primeira vez, não foi o "problema" em si, mas o facto de ter sentido que pela pressa que por vezes temos de chegar... sabe-se lá onde, muito de realmente valioso vai ficando pelo caminho.

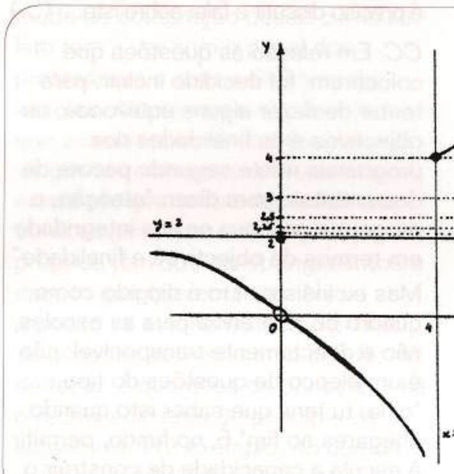
Mas relembremos o problema: tratava-se de esboçar o gráfico de uma função injectiva f que respeitasse cada uma das seguintes condições:

- $D_f = \mathbb{R}$ e $D'_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to 4^-} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x)$

Quem ainda não pensou no assunto, deve fechar já a revista... É que a beleza do que aí vem, apenas pode ser devidamente apreciada por quem já sentiu "na pele" as dificuldades que o problema levanta; só assim, do meu ponto de vista, poderá apreciar realmente a forma engenhosa como o Celso as venceu. Fica na figura 1 o seu esboço original.

Não falha nada pois não?! O que a mim mais me surpreendeu foi a sua percepção do que é isso de uma função tender para *a*, quando x tende para infinito. Disse-me ele que se lembrara da sucessão $n \to (1/2)^n$ e que ela lhe sugerira a divisão daquele intervalo entre 2 e 4 no eixo OY, infinitamente mas sem "nunca chegar ao 2". A mim, o modo como ele esboçou o gráfico da função, entre 6 e $+\infty$, sugere-me a imagem de uma folha a cair de uma árvore, docemente embalada por um vento que, teimosamente, não a deixa tocar... no solo!

Dado este exemplo, fica arrumado o assunto relativamente aos que acharam ser impossível que tal função existisse (alguns tentaram mesmo provar essa impossibilidade). Entretanto muitos colegas foram comentando comigo possíveis caminhos e, alguns, mostraram-me mesmo os seus "exemplos". Curiosamente, todos incrivelmente parecidos com o do Celso, excepto no que diz respeito à "nova" assimptota vertical que ele desenhou (x=6) e que, de facto, não seria necessária; à direita de 4 a função poderia ter um aspecto do tipo do da fig. 2, e depois, então, "ir caindo"...



Gostaria de salientar alguns dos "colaboradores": o Joaquim, de Arcos de Valdevez, que se mostrou surpreendido com o facto de o Celso se ter "apercebido" de que a função teria que possuir um número infinito de pontos de descontinuidade e de ter conseguido fazê-lo, naquelas condições; o Martinho, que do lado de lá do rio ainda sentia dificuldades em "impôr" a alguns colegas a existência da "sua função"; os professores da U.M., Assis e Lisa, que além da resposta a este problema, deixaram ainda duas sugestões, acrescentando às condições iniciais o seguinte:

a) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = a$

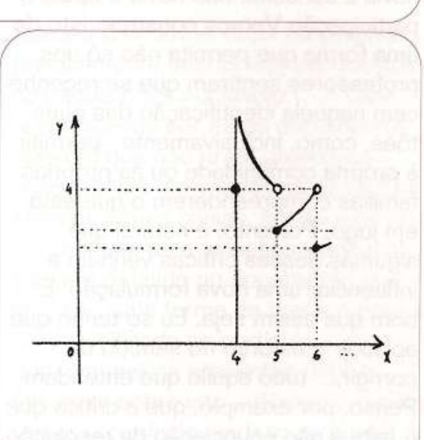
sendo *a* um número real negativo qualquer ou então, ... o que (dizem) complicará (ainda) mais as coisas:

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

Penso que esta será uma boa forma de terminar, sobretudo para quem confessou ter a (outra) revista ainda aberta. Vamos a isto?

Mário Roque

Esc. Sec. Francisco de Holanda



Filhos de um deus menor

Tendo acompanhado de muito perto as últimas épocas de exame, não posso deixar de responder à carta da colega Margarida Pinto, publicada no nº39 da revista, assumindo também o papel imaginário de aluna, para referir a situação que mais me incomodou pela injustiça que encerra.

E se um desconhecido, de repente, só fizer ofertas aos outros...

Guida,

li a tua carta e compreendi tão bem o que sentias. Tu não escreves como eu, eu sei, as tuas palavras são profundas, plenas de sentimento, deixam transparecer o teu estado de alma...

Se calhar neste momento tudo o que aconteceu naqueles meses já pertence ao teu passado e estás, também tu, feliz numa qualquer cidade que jamais pensaste visitar, a iniciar um curso que há bem pouco tempo atrás nem sabias que existia. Mas certamente não ignoras, embora talvez não penses nisso, que não é assim com todos nós.

Como já compreendeste as coisas não correram da melhor forma comigo. Falavas na tua carta de algumas situações estranhas, mas isso não é nada comparado com o que se passou comigo e com a minha amiga Rita.

Faltando-nos fazer Matemática (do programa antigo) para concluir o 12° ano e, não estando as coisas a correr da melhor maneira, resolvemos anular a matrícula e propormo-nos a exame. Arranjámos um professor para nos dar umas explicações e, acredita, trabalhámos à doida. Até percebíamos umas coisas e o exame nem correu mal. Depois de alguns dias terríveis, de ansiedade sempre crescente, com notas que não saem quando estava previsto sair, ei-las finalmente. Eu tive 9 e a Rita 7,5. Mas, oh pasmos dos pasmos, eu chumbei e a Rita passou! Como é possível?!

Que sistema de avaliação é este em que um 7,5 é melhor do que um 9?!

Não percebes o que aconteceu? Eu explico! 7,5 é 8 e 8 com uma bonificação de 2 valores é 10, o que se traduz num maravilhoso APROVADO. Certo?

Agora o melhor: o meu esforçado 9 não tem direito a qualquer bonificação porque eu era aluna dum curso técnico-profissional e, ao que parece, esses são... filhos de um deus menor!

Resultado, não conclui o 12° ano e perdi o emprego que tinha prometido, dependente da conclusão do 12° ano.

E se acaso pensas que sou caso único, estás enganada... perdoa-me se de algum modo ensombrei o teu início de ano, mas não resisti ao desabafo. E sabes... não consigo deixar de pensar: e em anos futuros, como será?... Um beijo.

Helena Rocha
Esc. Sec. Patrício Prazeres

Curiosidades matemáticas: algumas dúvidas, algumas certezas...

No JD Nº3 do *ProfMat 96*, Almada, foi divulgado o maior número primo conhecido à data. Trata-se do número $2^{1257787}-1$ com 378632 dígitos, descoberto por Slowinski e Gage e anunciado no dia 3 de Setembro de 1996 pela Cray Research. Porém, no dia 23 de Novembro de 1996, e apenas após 81 dias, o matemático Joel Armengaud anunciou um novo número primo e maior que o anterior. O número em causa é o $2^{1398269}-1$, com 420921 dígitos (sobre o número de dígitos ver [3]), o suficiente para formar um livro com 225 páginas, e é o 35° número de Mersenne[1] primo conhecido.

Mas havendo tantos números de Mersenne compreendidos entre $2^{1257787}-1$ e $2^{1398269}-1$ não poderá, também, algum deles ser primo? A resposta é *talvez*, pois para muitos expoentes menores que 1398269 não se sabe quais os números de Mersenne que são primos ou compostos. Na realidade, embora sendo menores que $2^{1398269}-1$, eles são, no entanto, mais difíceis de testar com os algoritmos existentes. Um dos testes usados é o de Lucas-Lehmer[2], onde podem aparecer valores de s_k "intratáveis" (números demasiado grandes mesmo para os computadores actuais), o que justifica que se tenha a certeza sobre a primalidade de alguns números de Mersenne sem que isso aconteça para outros menores que eles.

Outra questão pode colocar-se: haverá mais números primos entre $a = 2^{1257787}-1$ e $b = 2^{1398269}-1$, não necessariamente primos de Mersenne? A resposta a esta pergunta já é sim, basta ter em atenção o seguinte resultado: "Se n é um número inteiro maior que 1, então entre n e 2 n existe pelo menos um número primo" (ver [2], pág. 145). Para o nosso caso vê-se que o número de primos entre *a* e *b* é superior a 140000.

E é assim a Matemática! A dúvida e a certeza andam sempre a par. Mas não é aí, também, que reside grande parte da sua beleza e mistério?

Esperamos que a publicação destas linhas não demore, pois corremos o sério risco de ficarem desactualizadas!!! Muito sinceramente, até nos apetece "congelar" as folhas "www.mersenne.org/prime.htm" e "www.utm.edu/research/primes/mersenne.shtml"!!!

Manuel Saraiva e Carlos Farias
Univ. da Beira Interior

Referências

[1] - Rosen, K. H. (1993). *Elementary number theory and its applications*. Addison-Wesley, 3ª edição.

[2] - Sierpinski, W. (1988). *Elementary theory of numbers*. North-Holland, 2ª edição.

[3] - Veloso, E. e Viana, J. P. (1994). *Desafios 3*. Edições Afrontamento.

Notas

[1] São números da forma $M_m = 2^m-1$ e o nome é homenagem ao monge francês Marin Mersenne. Excepto durante curto tempo, o maior número primo conhecido foi sempre um número de Mersenne.

[2] Se p é um primo impar, o número M_p é primo sse é um divisor do (p-1)-ésimo termo da sucessão $s_1, s_2, s_3, \ldots$ onde $s_1 = 4$, $s_k = s^2_{k-1} - 2$, k=2,3,...

As parábolas paralelas

Maria Violante Mestre

Decorria o ano lectivo 1992/93 e na Escola Secundária de Bocage alguns alunos do 11° ano andavam a investigar sobre gráficos de funções.

A campainha toca...

Os alunos da turma E, área de Quimicotecnia, entram na sala 4, sala dos computadores. Cada grupo dirige-se para o seu local de trabalho, ou seja, para uma mesa com o respectivo computador. O ambiente da sala é-lhes familiar pois desde o ano anterior que se habituaram a trabalhar nesta sala.

A partir de uma ficha de trabalho com actividades da natureza exploratória, apelando à análise gráfico-analítica, os alunos vão desenvolver capacidades de comunicação e de investigação.

Pretende-se abordar o estudo da função quadrática, com base na utilização do computador e de um programa de traçado de gráficos. É pedido aos alunos a elaboração de relatórios das várias actividades, pois parecem revelar-se instrumentos importantes na aprendizagem e na avaliação.

Os alunos começam a trabalhar. Inicia-se a discussão nos diversos grupos e durante duas horas eu própria dependia do desenrolar dos acontecimentos. Limito-me a observar os grupos, vou anotando pequenas coisas, levanto algumas questões junto de cada grupo e ajudo sempre que sou solicitada.

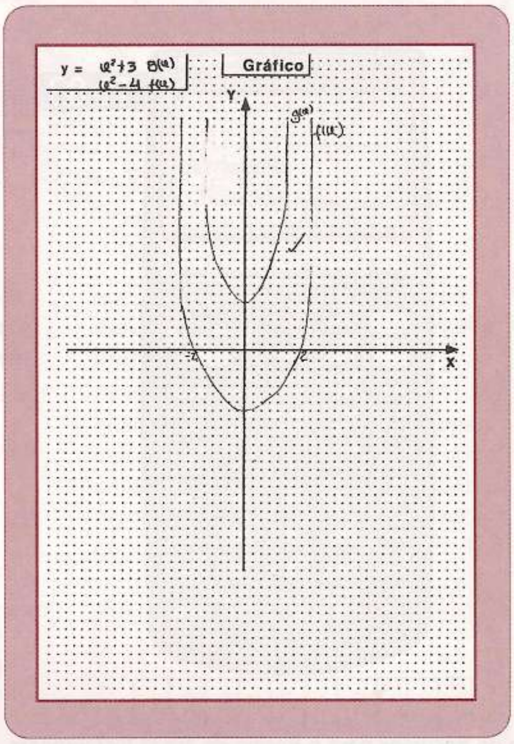
A pouco e pouco as situações complicam-se! É preciso investigar sobre a simetria da parábola, descobrir o eixo de simetria, sua expressão analítica e contradomínio das funções.

O trabalho decorria normalmente, com mais ou menos dificuldades (dependia dos grupos). De salientar que os alunos podiam consultar o seu livro.

- Oh professora, chegue aqui! — pede

Quando incentivados, os alunos conseguem utilizar os conhecimentos para além daquilo que foi ensinado. São capazes de conjecturar, aprendem a raciocinar e a comunicar matematicamente. É fundamental proporcionar ao aluno um papel activo no processo de ensino/ aprendizagem e desmistificar a imagem do professor como o único detentor do conhecimento.

fotografia de Violante Mestre



um dos grupos — A nossa teoria está a falhar...

- Porquê? Qual é a vossa teoria? — perguntei.

- A nossa teoria é a seguinte: para as funções que analisámos graficamente (os gráficos são parábolas) descobrimos que o eixo de simetria é uma recta vertical e que passa pelo vértice da parábola. Além disso, o valor do vértice pode ser calculado fazendo o ponto médio entre os zeros da função, pontos em que a curva intersecta o eixo das abcissas, certo?

- Mas o vértice, como?

Responde outro aluno:

- Melhor dizendo: a abcissa do vértice, porque depois calcula-se a imagem desse valor e então sim temos o vértice.

- Pronto, já percebi.

- Mas agora surge o problema... Esta função não tem zeros e não podemos calcular nem o vértice nem o eixo de simetria, embora este continue a ser uma recta vertical a passar pelo vértice... o computador dá-nos os valores desse ponto mas é com números esquisitos.

O grupo ao lado escutou a conversa e imediatamente diz: - Pois é, já nos aconteceu a mesma coisa, nem podemos indicar o contradomínio, só por aproximação.

- E o que fizeram? — perguntei.

- Ora deixámos essa questão para o fim ou para a professora explicar...

- E se eu não tiver resposta para vos dar? Vamos tentar descobrir. Experimentem mais exemplos... Aliás, será que mais algum grupo já encontrou essa dificuldade e a ultrapassou?

De repente, um dos elementos do grupo levanta-se e vai ver o que se passa com os outros grupos.

Parece que ninguém tem resposta para o problema e dois grupos ainda não chegaram lá.

- Então voltem a pensar na situação e experimentem outros exemplos. Com a ajuda de todos hão-de conseguir.

Fui ajudar e apoiar os outros grupos, fazendo o ponto da situação.

- *Eureka*, descobrimos — diz o João.

- Não digam, deixem pensar — responde a Susana, apoiada pelos elementos do seu grupo.

Durante alguns minutos continuaram a investigar até que pedem auxílio ao grupo da descoberta. Então, o João foi o escolhido para dar a explicação. Foi ao quadro e disse:

- É muito fácil. Imaginem que a parábola se desloca até intersectar o eixo das abcissas, temos zeros para a função, logo descobre-se o eixo de simetria e o vértice da outra parábola. O vértice da primeira não é o mesmo mas o eixo de simetria não se altera. É como se as parábolas fossem paralelas. Perceberam?

- Mas como fazes deslocar a parábola? — pergunta a Marta.

- Ora, basta somar uma constante, um número, à expressão da função, podemos simplesmente anular o termo independente.

- Professora, eles têm razão. Experimentámos com outros exemplos, temos aqui três parábolas e todas têm o mesmo eixo de simetria, o que muda é realmente o vértice.

- Será que a vossa descoberta é geral? — perguntei — Tentem provar a vossa conjectura.

A campainha voltou a tocar, informando que se tinham passado duas horas e a aula terminava.

- A professora quer o relatório para a próxima aula?

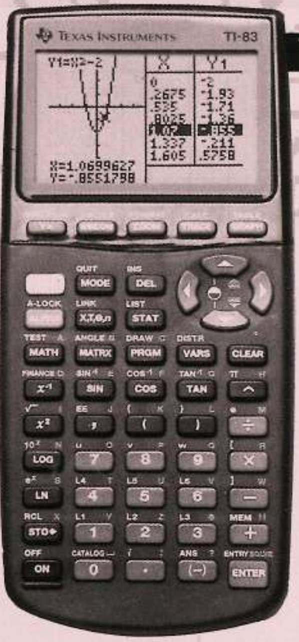
- Sim, pois nas próximas aulas é preciso analisar todo o trabalho realizado, debater as vossas ideias e fazer a sistematização do assunto relativo à função quadrática.

O processo utilizado pelo grupo do João parece ser uma abordagem reveladora de que os alunos conseguem utilizar os conhecimentos para além daquilo que foi ensinado. Os alunos aprendem a dar palpites, aprendem a raciocinar e a comunicar matematicamente.

Considero fundamental proporcionar ao aluno um papel activo no processo de ensino/aprendizagem e desmistificar a imagem do professor como o único detentor do conhecimento.

Maria Violante Mestre
Escola Secundária de Bocage, Setúbal

Matemática mais Viva

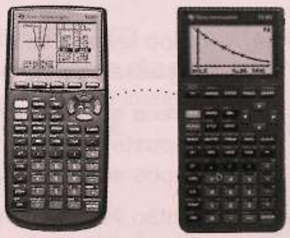


TI-83

O instrumento **perfeito**

para o estudo da

matemática



A TI-83 trabalha lado a lado com a TI-82

- Ecrã de 8 linhas com 16 caracteres por linha.
- Permite definir, guardar e construir o gráfico de 10 funções definidas por equações cartesianas, 6 funções definidas por equações paramétricas, 6 funções definidas por equações polares e 3 sucessões definidas recursivamente.
- Dispõe de 7 estilos de gráficos para melhor distinguir os diferentes gráficos desenhados - linha contínua grossa, sombrear a parte acima ou abaixo do gráfico, e outras.
- Funções estatísticas avançadas, incluindo testes de hipóteses e o cálculo de intervalos de confiança.
- Funções financeiras, incluindo o valor actualizado líquido (VAL), cash flows e amortização.
- Editor de resolução de equações que permite resolver interactivamente uma equação em relação a diferentes incógnitas.
- Operações com números reais e complexos, listas, matrizes e sequências de caracteres.
- Inclui um cabo que permite partilhar informação com outra TI-83 e de uma TI-82 para uma TI-83.
- Funciona com o Sistema de Laboratório Baseado na Calculadora™ (CBL™) - Sistema para a análise de dados reais.
- Disponível, como opção em separado, o TI - GRAPH LINK™.

entro de Recursos para o Ensino da Texas Instruments

) CRE é o Departamento da Texas Instruments onde todos os ·ofessores dos diferentes níveis educativos podem acorrer à ·ocura de informação, material didáctico, experiências ·dagógicas,... sempre baseadas no trinómio Novas Tecnologias-atemática-Ensino.

CRE dispõe de:

Bibliografia: artigos, livros e documentação. Mediante uma :hamada telefónica pode-se dispôr de uma lista da mesma de 'orma totalmente gratuíta.

Programa de empréstimo de calculadoras: grátis e sem ıenhum compromisso disponibilizam-se as calculadoras ıecessárias para a realização de cursos, trabalhos em seminários ·, em geral, realizar qualquer actividade educativa com :alculadoras. São enviadas com portes pagos e somente é ıecessário realizar o pedido com relativa antecedência.

Assistência de formação: proporciona-se assistência na 'ormação de professores na aprendizagem e utilização de novas :ecnologias...

·rante qualquer dúvida ou explicação estamos à sua completa ·sposição em:

Texas Instruments

Programa Educacional,
Rua Brito Capelo, 822 1° Frt. 4450 Matosinhos
Tel: 02 938 64 75 Fax: 02 938 64 73

CALCULADORA GRÁFICA - TI-83

A pensar nos novos programas do Ensino Secundário

Calculadora gráfica polivalente concebida para o 10.°, 11.°, 12.° Anos e Ensino Superior

10.° Ano	11.° Ano	12.° Ano	Universidade
- Estatística	- Funções	- Probabilidades	- Estatística
- Funções	- Cálculo	- Funções	- Probabilidades
- Cálculo	- Cálculo Financeiro	- Cálculo	- Funções
- Cálculo Financeiro		- Cálculo Financeiro	- Matemática Financeira
			- Cálculo

Texas Instruments

O fascínio dos grandes números

Isabel Valente Pires

O mundo está cheio de números. Deparamos com eles constantemente. Eles servem de base a muitos dos nossos raciocínios, permitem-nos resolver uma grande quantidade de problemas da vida quotidiana, efectuar muitos cálculos e registar muitas situações. Deixemos as crianças descobri-los.

A criança tem um verdadeiro fascínio pelos números grandes, como tem pelos dinossauros ou por extraterrestres. Eles fazem parte do seu imaginário, possuem qualquer coisa de misterioso, uma certa magia, contêm em si um grande desafio.

"Infinito é um número tão grande, tão grande, que não podemos chegar lá...", "eu já sei que os números não cabem no mundo, mas hoje não quero escrever mais nenhum." — são expressões de alunos do 1º ano de escolaridade.

Será que a escola aproveita esse fascínio e o potencializa em aprendizagem? Será que o deve fazer? E como?

Esta são algumas das questões que se podem colocar.

Vou contar algumas experiências que talvez nos ajudem a reflectir sobre este assunto.

Alguns professores do 1º Ciclo do Ensino Básico, com quem tenho trabalhado, acreditam que a criança é verdadeiramente capaz de construir o seu próprio conhecimento, em interacção com as outras crianças, os adultos e o meio que as rodeia.

Desistiram, assim, de ensinar os números inteiros um a um, a toda a turma simultaneamente, o que por vezes é feito através de um processo monótono e repetitivo, baseado em composições e decomposições numéricas mais ou menos abstractas. Optaram por estimular os seus alunos a contarem tudo o que vêem, registando através de um desenho e de um numeral as contagens efectuadas; a fazerem jogos que envolvam números e contagens, tais como: o jogo da Mamã dá licença, o Dominó, o jogo da Glória, jogos de cartas, o loto e outros. E a valorizarem todos os raciocínios e todas as descobertas que os seus pequenos alunos vão realizando, normalmente com grande prazer.

Procuram apoiar o trabalho das crianças fabricando, para cada uma, materiais muito simples, tais como: uma régua de cartolina com os dez primeiros numerais e dez quadrados com os mesmos numerais (figura 1).

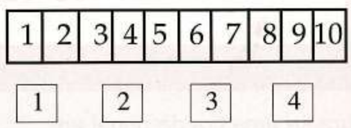


figura 1

Uma forma de utilizar os materiais representados na figura 1 poderá ser o seguinte:

Pede-se aos alunos que façam um conjunto com um determinado número de elementos, por exemplo, um conjunto de quatro lápis de cor. Ao lado desse conjunto deve ser colocado o quadrado que identifique o seu número cardinal. As crianças que não conseguem identificá-lo imediatamente, podem usar a régua com os dez primeiros números naturais, contando até quatro para o descobrirem. Desenham então o conjunto e, ao lado, escrevem o respectivo número cardinal. Desta forma começam por representar o seu conhecimento através da acção, ao encontrar o conjunto com quatro elementos; de seguida representam-no iconicamente, ao desenhar o conjunto; finalmente representam-no simbolicamente, ao colocarem, ao lado do conjunto, o quadrado contendo o número quatro e ao escreverem o correspondente numeral ao lado do conjunto desenhado.

Esta tripla representação do conhecimento deveria repetir-se ao longo dos quatro anos, especialmente aquando da construção de conhecimentos (Bruner, 1975).

Os quadrados contendo os numerais podem igualmente ser utilizados para realizar um exercício de ordenação, baralhando-os e pedindo aos alunos que os coloquem na ordem correcta.

Há um outro tipo de material que pode ser construído pelas crianças. Trata-se do harmónio dos números (figura 2).

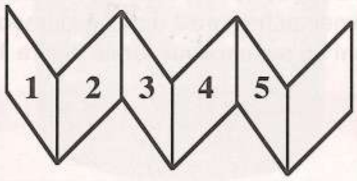


figura 2

Dobra-se uma tira de papel em harmónio e em cada divisão escreve-se um número. Cada criança pode ir completando o seu harmónio à medida que vai conhecendo mais números. Pode trazê-lo sempre consigo pois, se o perder, terá ocasião de treinar a escrita dos numerais fazendo outro.

Para além de ensinar os numerais, a escola deve estimular a aprendizagem dos números, ainda desconhecidos. Assim o zero, como cardinal do conjunto vazio, pode aparecer logo após a aprendizagem dos cinco ou seis primeiros naturais e, a partir daí, os números podem aparecer naturalmente, sem um cuidado específico com cada um deles.

Há que propor às crianças que contem os mais variados conjuntos, dentro da sala de aula e fora dela, registem por escrito as contagens feitas através de um desenho e de um numeral, permitindo que cada criança avance ao seu ritmo, descobrindo sempre mais e mais números e a forma de os representar. O professor fica assim com mais tempo para dar atenção àquelas que revelam maiores dificuldades.

Os materiais antes referidos deixam de ser úteis num determinado momento, dando lugar à recta numérica. Esta pode, igualmente, ser feita em cartolina plastificada, com um furo na ponta para ser facilmente arrumada na sala de aula. Pode ser graduada de um dos lados de 2 cm em 2 cm e do outro lado de 1 cm em 1 cm, com números de menor tamanho (figura 3). Pode, também, colocar-se uma recta numérica gigante, no topo da parede, a toda a volta da sala de aula.

Alguns jogos constituem boas ocasiões de aprendizagem de números. São disso exemplo o dominó, o jogo da glória, alguns jogos de cartas e muitos outros.

Para além das contagens e dos jogos, também os problemas numéricos e os mais diversos exercícios de cálculo ajudam as crianças a progredirem e enriquecerem a sua aprendizagem numérica.

E as crianças vão fazendo os seus raciocínios:

- Que números sabes escrever?
- Olha sei estes.

E escreve 1,2,3,4,... 16,17,18,19,

- Sabes o que vem a seguir?
- É o vinte.
- Achas que consegues escrevê-lo?

A criança parou, pensativa,. por um momento. Depois, aos números já escritos acrescentou um outro ... 17, 18, 19, 110

(Escola do Monte da Caparica, 1º ano)

Ou esta criança de uma outra escola:

- Quantos números sabes escrever?
- Muitos, tantos que ficava muito cansada a escrevê-los todos.
- Então escreve só os que te vou dizer.

E a professora ditou alguns números maiores do que cem e menores do que 1000.

Como a criança os escrevesse todos correctamente, a professora propôs-lhe o nove mil. Hesitou durante um bocado e, interpelada, explicou

- Estou a pensar no que está escrito na minha nota de dez mil.

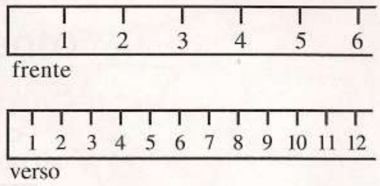


figura 3

Então escreveu 90 000.

- Isso é noventa mil.

A criança apagou um zero e exclamou:

- É assim 9000.

(Escola da Quinta do Conde, 2º ano)

É, no entanto, importante reflectir que a manipulação dos grandes números não deve adquirir grande relevo "antes de os numerais terem sido cuidadosamente associados a materiais concretos e de as crianças terem compreendido os conceitos principais" (NCTM, 1991, p.49).

Na escola da Quinta da Princesa acompanhei uma turma do 1º ao 3º ano. 67% dos alunos desta escola pertencem a uma etnia africana ou à etnia cigana. Os professores decidiram implementar um projecto como meio de ultrapassar o grande insucesso que se verificava e pediram o apoio da Esc. Sup. de Educação de Setúbal.

A professora da turma do 1º ano que eu apoiei, ao optar por não condicionar a aprendizagem das crianças ao ensino dos números um a um e conduzindo todo o processo de uma forma mais diversificada, estimulante e criativa, obteve resultados que considerou surpreendentes.

No primeiro dia do segundo trimestre, ela pediu a todos os alunos presentes para escreverem a série numérica até onde sabiam. Apenas uma criança escreveu os números até 5, uma outra até 10, sete pararam em números entre o 11 e o 49 e três atingiram pelo menos o 100.

Quando lhe perguntei em que número iria se estivesse a ensiná-los um a um, respondeu que, quando muito, iria no número 10.

Algum tempo depois, em finais do mês de Março, a criança que só havia escrito os números até 5, registou contagens de 2 em 2 até 38, cinco crianças pararam num número entre o 40 e o 100, sete registaram contagens pelo menos até 100 e aquela que chegou mais longe escreveu até ao número 330.

Em turmas do Projecto Ensinar é Investigar, no final do 1º ano de escolaridade, uma grande quantidade de crianças registou contagens de cinco em cinco até 1000, praticamente sem enganos, e a que chegou mais longe atingiu o 1565, enquanto a maioria das crianças portuguesas aprendem apenas os vinte primeiros números naturais no mesmo espaço de tempo (figura 4).

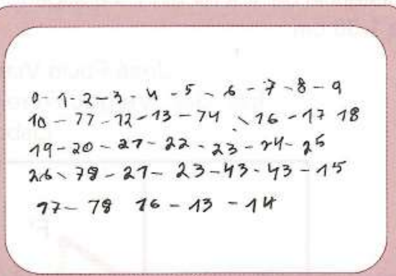


figura 4

É evidente que o que a criança descobre é aquilo a que Brousseau (1970) chamou um modelo implícito do sistema de numeração, na medida em que não sabe explicá-lo e muito menos defendê-lo. Fá-lo muitas vezes por um processo de tentativa e erro, como esta criança (fig. 5) que escreveu correctamente os números que sabia, os primeiros vinte e seis, e depois deu asas à imaginação.

A recta graduada ou um jogo do tipo jogo da glória podem ajudá-la a prosseguir na sua aprendizagem da série numérica.

Ou esta outra criança que, após ter escrito cento e um com um 1, um 0 e um 1, cento e dois com um 1, um 0 e um 2, ..., cento e nove com um 1, um 0 e um 9, escreve cento e dez com um 1, um 0 e um 10 (figura 6).

Para as ajudar a construir um modelo explícito, pode fazer-se um trabalho paralelo, utilizando jogos de agrupamentos e equivalências, que as levam a descobrir o valor de posição e o algoritmo que gera a série numérica no sistema indo-árabe de base decimal. Descrever esse trabalho seria longo, o que o torna impossível de realizar neste artigo.

figura 5

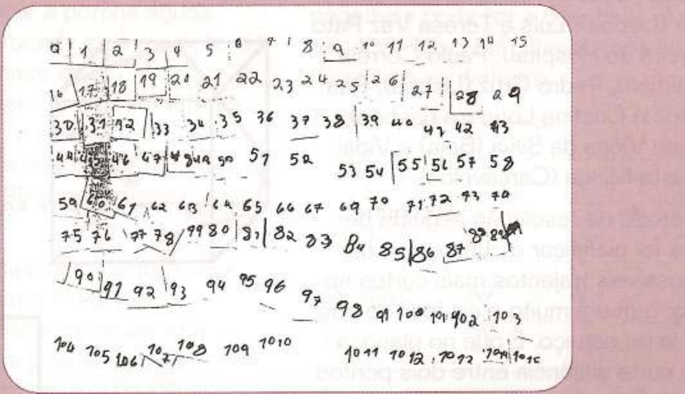


figura 6

O mundo está cheio de números. Deparamos com eles constantemente. Servem de base a muitos dos nossos raciocínios, permitem-nos resolver uma grande quantidade de problemas da vida quotidiana, efectuar muitos cálculos e registar muitas situações. Deixemos as crianças descobri-los.

Referências

Brousseau,Guy (1970). *Apprentissage des structures*. Conferência proferida em Clemont-Ferrand nas Jornadas da Association des Professeurs de Mathématiques.

Bruner, Jerome (1975). *Uma nova teoria de aprendizagem*. Rio de Janeiro, Bloch/INL.

NCTM (1991). *Normas para a avaliação e o currículo em Matemática escolar*. Lisboa, APM / IIE.

Isabel Valente Pires
Escola Superior de Educação de Setúbal

O problema deste número

Sobre o problema anterior

Na revista 41, o problema proposto foi "A formiga no cubo":

Uma formiga está no centro de uma face de um cubo que tem 10 centímetros de aresta. À certa altura decide mudar-se para o centro de outra face, passando por todas as outras faces. Contudo, a formiga tem receio dos vértices e por isso nunca passa a menos de um centímetro deles.

Qual é o trajecto mais curto que a formiga consegue fazer?

Recebemos onze respostas, enviadas por Carlos Moura (Évora), Dinis Pestana (Lisboa), Helena Rocha (Lisboa), João Alves (Chaves), Jorge Filipe (Lisboa), Luís e Teresa Vaz Pato (Oliveira do Hospital), Paulo Correia (Portimão), Pedro Cruz (Lisboa), Rita Bastos e Cristina Loureiro (Lisboa), Romeu Vieira da Silva (Beja) e Vidal Augusto Minga (Carcavelos).

O método de resolução seguido por todos foi planificar o cubo e estudar os possíveis trajectos mais curtos no plano, o que é muito mais fácil do que fazê-lo no espaço. É que no plano, a mais curta distância entre dois pontos é em linha recta...

A principal dificuldade passou a ser escolher, entre as possíveis planificações do cubo, aquela que melhor servisse para encontrar a solução. E tornava-se necessário experimentar vários casos, visto a formiga poder terminar o seu passeio em qualquer face. Como diz Dinis:

A formiga espertinha quer uma "geodésica condicionada" no cubo. Por isso quer pertubar tão pouco quanto possível linhas rectas, dentro das limitações impostas pelo seu medo patológico aos vértices.

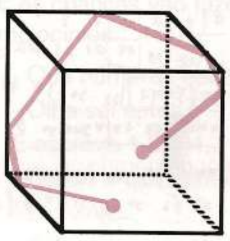
Analisados os vários casos, vê-se que o caminho mais curto entre duas faces, passando pelas restantes faces, acaba por não se "aproximar demasiado" de nenhum vértice. A solução é a indicada na figura.

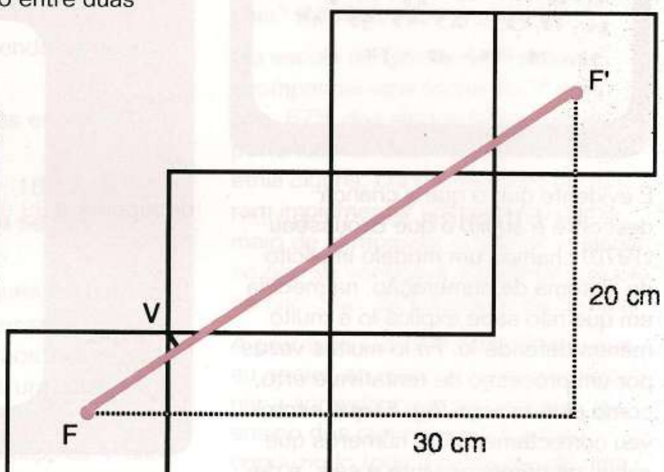
A formiga vai andar

$$\sqrt{20^2 + 30^2} \approx 36{,}06 \text{ cm}$$

Como mostraram a Rita e a Cristina, a distância mínima a que a formiga vai estar de um vértice (na figura, é a distância de V à recta FF') é superior a 1,38 cm.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira
Lisboa





Problema proposto

16 números num quadrado

Em cada uma das 16 casas de um quadrado de está um número natural. Uma pessoa escolhe algumas das casas ao acaso e multiplica os respectivos números. Depois anuncia o resultado da multiplicação.

– Qual é o menor conjunto de números naturais que devo colocar no quadrado para que, ao conhecer o resultado da multiplicação, consiga identificar quais foram as casas escolhidas?

Questão adicional:

– Qual é o menor conjunto de 16 números consecutivos nestas condições?

Estatística — os perigos da interpretação[1]

Dinis Pestana

Muitos dos trabalhos que conheço usando Estatística na área de investigação enfermam de conclusões aparentemente alicerçadas em metodologias sólidas, mas em que alguns pequenos pormenores (logo a nível de amostragem, por exemplo) foram "convenientemente" esquecidos. Os resultados são assim muitas vezes fascinantes e curiosos, mas raras vezes mais do que isso.

Um médico que conheci comentava um dia que, quando as pessoas se queixam que os médicos da Caixa ou dos Hospitais "despacham" muito rapidamente os doentes, são vítimas de uma ilusão: no exercício da medicina, pública ou privada, ou o doente tem a sorte de o médico ser capaz de fazer um diagnóstico quase imediato face à sintomatologia observada, ou então, só com meios auxiliares de diagnóstico conseguirá, eventualmente, fazê-lo.

As análises clínicas são meios auxiliares de diagnóstico a que hoje se recorre rotineiramente. Por exemplo, para diagnosticar a porfiria aguda intermitente procede-se à medição do nível de diaminase de porfobilinogénio. Se este for inferior a 99, o indivíduo é *positivo* no que refere a porfiria aguda intermitente, se for superior a 99 é considerado *negativo*.

A porfiria aguda intermitente é uma doença com um quadro clínico enganador, felizmente muito rara — estima-se que a prevalência na população europeia é 1:10000 — transmitida geneticamente. Pensa-se hoje que era a doença que provocava a loucura intermitente do rei Jorge III de Inglaterra. Isabel Allende, no seu livro *Paula*, descreve a evolução da doença numa das suas filhas, referindo que a doença existe na linhagem do seu primeiro marido.

Uma vez que é um carácter dominante, podemos nos raciocínios seguintes considerar praticamente nula a probabilidade de ambos os membros de um casal poderem transmitir esta doença (um em cada cem milhões de casos), bem como a probabilidade de um dos progenitores transmitir de certeza a doença, pois teria que ser filho de pai e mãe doentes. Por outras palavras, há igual probabilidade de o filho de um indivíduo com esta doença a ter ou não.

A análise referida *não é* um diagnóstico. Era bom que o maniqueísmo fosse válido no que se refere a análises clínicas. Infelizmente qualquer "população" é, em geral, uma mistura de sub-populações, em que as fronteiras são ainda mais ténues do que as fronteiras geográficas: um "habitante" da área dos positivos pode não ter a doença — é um *positivo falso*, PF (e denotamos PV os positivos verdadeiros) — e um "habitante" da área dos negativos pode ter a doença — é um *negativo falso*, NF. Denotamos NV os negativos verdadeiros.

Temos assim a tabela:

	doente	*são*	*total*
positivo	*PV*	*PF*	*P*
negativo	*NF*	*NV*	*N*
total	*D*	*S*	*n*

Claro que gostaríamos de só ter positivos verdadeiros, isto é que a *sensibilidade* da análise (a fracção de positivos entre os doentes, $\frac{PV}{PV+NF}$) fosse 100%.

Analogamente gostaríamos de não ter positivos falsos, isto é que a análise tivesse *especificidade* (a fracção de negativos entre os sãos, $\frac{NV}{PF+NV}$) 100%, só apontasse como positivos os doentes efectivos.

A prevalência da doença, acima referida, é avaliada pela fracção D/n.

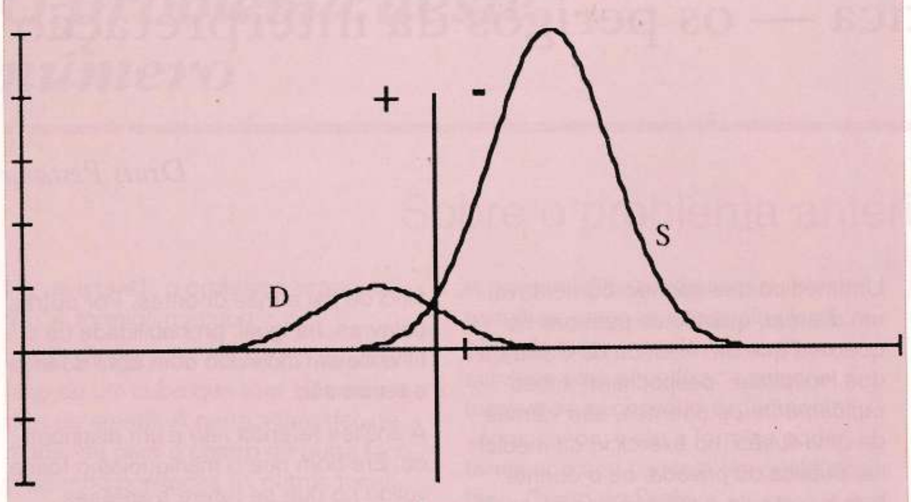


figura 1

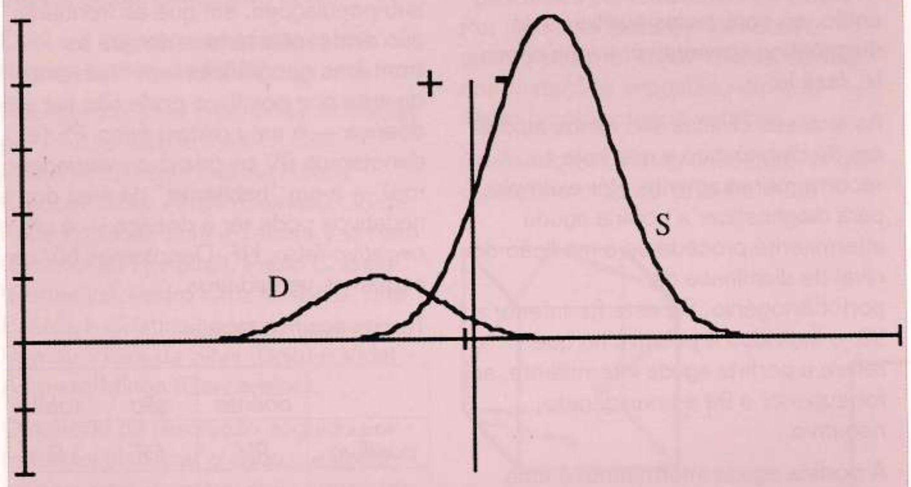


figura 2

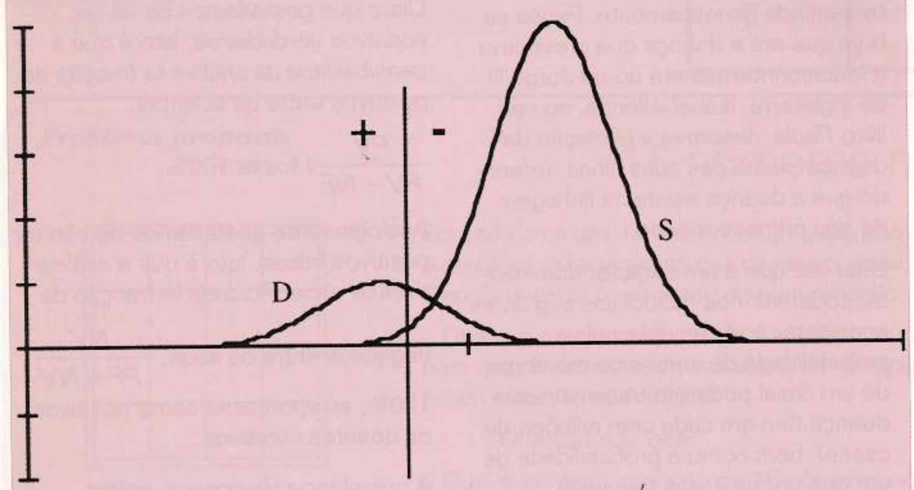


figura 3

Mas, tal como um habitante de Espanha pode ser português, e há espanhóis a viver em Portugal, a situação não é em geral tão clara. O gráfico da figura 1 ilustra a situação.

No caso da análise para detecção da porfiria, a fasquia foi colocada no nível 99 do enzima atrás referido; considerando positivos os casos em que o nível é inferior a 99 e negativos aqueles em que é superior, a sensibilidade da análise é 82% e a sua especificidade é 96.3%.

Claro que se deslocarmos a fasquia para a direita, a sensibilidade da análise aumenta, e no limite conseguiremos que quase todos os doentes sejam detectados como positivos — mas o preço a pagar é que simultaneamente começa a haver muitos positivos falsos (figura 2).

Por outro lado, deslocando a fasquia para a esquerda a especificidade da análise aumenta, e cada vez será menor a probabilidade de se diagnosticar erradamente a doença a um indivíduo são — mas então haverá uma probabilidade maior de um doente escapar à detecção através desta análise (figura 3).

Analisemos três casos possíveis em que se recorre a esta análise.

I caso: O médico suspeita que um dos seus clientes sofre de porfiria, devido ao quadro clínico que observa. Estudos anteriores levam-nos a admitir que 30% dos indivíduos que apresentam o quadro clínico observado têm porfiria.

Suponha-se que o número de indivíduos a quem se manda fazer a análise, nestas condições, é n=1000 (como adiante se verá, esta base é totalmente irrelevante, apenas facilita os cálculos — no fim, apenas estamos interessados no *valor preditivo positivo* da análise, que é a fracção

$$p = \frac{PV}{P}).$$

Uma vez que a prevalência para esta subpopulação de suspeitos é 30%, podemos preencher a linha de totais com os valores D=300, S=700.

Como a sensibilidade desta análise é 82%, o número de positivos verdadeiros é PV=300x0.82=246, e consequentemente o número de negativos falsos é NF=300-246=54.

Como a especificidade da análise é 96.3%, o número de negativos verdadeiros é NV=700x0.963=674.1, donde PF=700-674.1=25.9.

	doente	são	total
positivo	246	25.9	271.9
negativo	54	674.1	728.1
total	300	700	1000

Consequentemente, nesta situação, o valor preditivo positivo da análise é

$$p = \frac{246}{246+25.9} = 90\%$$

(e o valor preditivo negativo da análise é $q = \frac{674.1}{728.1} = 92\%$).

II caso: Durante um rastreio da população perfaz-se a análise a 1000000 indivíduos (mais uma vez uma base totalmente irrelevante para os resultados, e muito conveniente para os cálculos). Que fazer aos que são considerados positivos?

Uma vez que a prevalência da doença na população é $\frac{1}{10000}$, podemos preencher a linha de totais com os valores D=100, S=999900. Usando como anteriormente os conhecimentos sobre a sensibilidade e a especificidade da análise obtém-se a tabela:

	doente	são	total
positivo	82	36996.3	37078.3
negativo	18	962903.7	962921.7
total	100	999900	1000000

Consequentemente, nesta situação, o valor preditivo positivo da análise é

$$p = \frac{82}{37078.3} = 0.22\%$$ ou seja,

cerca de 1 em 450 positivos tem de facto a doença!

(E o valor preditivo negativo da análise é $q = \frac{962903.7}{962921.7} = 99.99\%$).

III caso: Suponhamos agora que o médico, confrontado com um resultado positivo na situação de rastreio, pede elementos adicionais sobre o indivíduo, e descobre que este tem um irmão que tem, de facto, porfiria. Neste caso o progenitor pode, de acordo com as considerações atrás feitas, ter transmitido o gene errado com probabilidade 1/2.

Supondo que se prepara uma tabela como as anteriores, para reflectir no valor preditivo positivo da análise no caso de o indivíduo ter um irmão com porfiria (e partindo mais uma vez da base arbitrária n=1000):

	doente	são	total
positivo	410	18.5	428.5
negativo	90	481.5	571.5
total	500	500	1000

O valor preditivo positivo é $p = \frac{410}{428.5} = 96\%$ e o valor preditivo negativo é $q = \frac{481.5}{571.5} = 84\%$.

Como se vê, há algum perigo em tentar um autodiagnóstico a partir dos relatórios de análises!

As análises clínicas têm muitos pontos em comum com os testes de hipóteses em Estatística; também têm em comum serem de interpretação delicada, e muitas vezes abusivamente interpretados pelos leigos, havendo mesmo o perigo de estarem a recorrer a uma rotina que serve de justificação a tomadas de decisão em que se confunde, para usar o vocabulário das análises clínicas, os conceitos de positivo e de doente, que são de facto coisas porventura muito diferentes.

Muitos dos trabalhos que conheço usando Estatística na área de investigação enfermam de conclusões aparentemente alicerçadas em metodologias sólidas, mas em que alguns pequenos pormenores (logo a nível de amostragem, por exemplo) foram convenientemente esquecidos. Os resultados são assim muitas vezes fascinantes e curiosos, mas raras vezes mais do que isso.

Bibliografia

Allende, I. (1994). *Paula*. Lisboa: Difel.

Galaambos, J. (1984). *Introductory Probability Theory*. New York: M. Dekker.

Motulsky, H. (1995). *Intuitive Biostatistics*. Oxford Univ. Press.

Notas

1 Trabalho desenvolvido no âmbito do projecto Praxis/2/2.1/MAT/429/94.

Dinis Pestana
Departamento de Estatística e Investigação Operacional
Centro de Estatística e Aplicações
Universidade de Lisboa

Tecnologias no ensino da Matemática

A utilização de tecnologias no ensino da Matemática constitui um dos actuais temas de interesse da revista Educação e Matemática — Já anunciámos que este será precisamente o tema do número temático de 1997 e foi também ele que inspirou a criação da nova secção "Tecnologias na Educação Matemática", que estreamos neste número. Sabendo que têm sido realizados diversos trabalhos nesta área, apelamos à colaboração de todos. Envie-nos um texto em que poderá reflectir sobre uma experiência que realizou, ou apresentar tarefas que concebeu, ou relatar-nos opiniões suas ou dos seus alunos relacionadas com a utilização educativa das tecnologias, ou indicar *software* que lhe pareça especialmente útil para o ensino e aprendizagem da matemática, ou, ou... Escreva-nos. A sua contribuição será bem vinda.

As notações em geometria

Eduardo Veloso

As notações utilizadas em geometria, sobretudo depois da Matemática Moderna, não contribuem para tornar agradável o estudo da geometria. Muito pelo contrário, como são em geral acompanhadas de uma certa tendência para o formalismo, o qual parece ser o pecado original do ensino da geometria, têm sido um obstáculo — embora não o principal, certamente — para a sua revitalização que, embora promovida pelos actuais programas, está ainda longe de concretização.

Devemos ter coragem de estudar este problema e adoptar medidas que conduzam à simplificação, na medida do possível, das notações actuais. A linguagem matemática, e em particular o sistema de notações, num determinado domínio, como por exemplo na geometria, deve caracterizar-se pela clareza e fuga à ambiguidade. Ao mesmo tempo, uma notação deve ser sugestiva do que pretende representar. No entanto, como professores, devemos lutar para que estas condições não nos conduzam a uma linguagem ou notações rebuscadas.

Aqui apenas se pretende levantar a questão e fazer uma primeira apresentação do problema, esperando que outros leitores da revista intervenham com as suas ideias e sugestões. Este assunto foi já objecto de uma primeira discussão no Grupo de Trabalho de Geometria da APM, e de certo modo este texto já reflecte essa discussão, mas entendeu-se que seria interessante alargar o debate e registar a opinião de outros professores.

A notação geral para os pontos e para as linhas rectas e curvas parece ser o único aspecto que recolhe a unanimidade das opiniões — os pontos são representados por maiúsculas e as linhas (rectas, circunferências, outras linhas curvas, etc.) por minúsculas. A divergência reside apenas no facto de alguns escreverem sempre em itálico os símbolos dos pontos e das linhas, e outros não se preocuparem com isso. Julgamos que se devia adoptar o uso do itálico, para evitar escrever a recta a ou a circunferência e e tornar tudo confuso quando poderíamos escrever a recta *a* e a circunferência *e* e ficar tudo muito mais claro. Embora não seja tão necessário, devíamos estender a convenção para os pontos, escrevendo ponto *D*, ponto *O*, e assim por diante.

Quanto passamos às rectas, segmentos, segmentos orientados, semirectas, comprimentos de segmentos,

Objectos	I	II	III	IV	V	VI
recta (definida pelos pontos *A* e *B*)	AB	AB	$\overleftrightarrow{AB}$	$\overleftrightarrow{AB}$	(AB)	AB
segmento (definida pelos pontos *A* e *B*)	AB	AB	AB	AB	$[AB]$	$[AB]$
comprimento do segmento (def. por *A* e *B*)	—	$\lvert AB\rvert$	AB	AB	AB	AB
semirecta (origem *A*, contendo *B*)	—	$\dot{A}B$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$[AB)$	$\dot{A}B$
segmento orientado (origem *A*, extremidade *B*)	$\overrightarrow{AB}$	$[A,B]$	—	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{AB}$	$[A,B]$
ângulo (definido pelos pontos *A*, *O* e *B*)	ângulo *AOB*	$A\hat{O}B$	$\angle AOB$	$\angle AOB$	$\widehat{AOB}$	—
ângulo orientado (de *OA* para *OB*)	—	$\hat{O}AB$	—	—	$(\vec{u},\vec{v})$	—
amplitude do ângulo *AOB*	—	—	$m(\angle AOB)$	m $\angle AOB$	—	$A\hat{O}B$
triângulo definido pelos pontos *A*, *B* e C	—	$[ABC]$	ΔABC	ΔABC	—	$\Delta[ABC]$
polígono definido pelos pontos ...	$ABCD$	$[ABCD]$	$\square ABCD$	$ABCD$	$ABCD$	$[ABCD]$

etc., começa a diversidade. No quadro da página anterior estão indicadas as notações, correspondentes a diversas fontes, para alguns dos objectos mais usuais da geometria. As fontes são as seguintes:

I - J. Sebastião e Silva, *Geometria analítica plana*, ed. Porto Editora (sem data)

II - J. Sebastião e Silva, *Compêndio de Matemática*, 3° vol., ano propedêutico, ed. Min. da Educação Nacional, 1978.

III - J. A. Franco de Oliveira, *Geometria Euclidiana*, ed. Universidade Aberta, 1995.

IV - Arthur Coxford, Zalman Usiskin e Daniel Hirshhorn, *Geometry*, do University of Chicago School Mathematics Project, ed. Scott, Foresman and Company, 1991.

V - Daniel Fredon et al, *Mathématiques 2ème*, ed. Armand Colin, 1990.

VI - Yolanda Lima e Francelino Gomes, *XEQMAT*, Ed. O Livro, 1992.

A escolha foi baseada nos seguintes aspectos:

- Os dois livros de Sebastião e Silva foram escolhido por razões óbvias, entre as quais o facto de poder ser observada a evolução entre "antes da Matemática Moderna" e "no período de introdução da Matemática Moderna". No entanto, é possível que algumas notações, na *Geometria Analítica*, fossem difíceis de utilizar na edição, claramente feita com poucos meios, da Porto Editora.
- O livro da Universidade Aberta foi escolhido devido à reconhecida influência do seu autor no panorama actual da geometria e do seu ensino em Portugal e pelo facto de ser uma obra muito recente.
- Era importante incluir um livro anglo-saxónico, em particular americano, e a fama do projecto que deu origem a este livro e a importância dos autores justificava esta escolha.
- Os manuais franceses alinham todos pelo mesmo diapasão e qualquer um poderia ter servido.
- As notações dos manuais escolares portugueses actuais não divergem muito e aproximam-se das francesas. Apresentamos as notações de Yolanda Lima e Francelino Gomes porque, tendo sido os autores dos programas do secundário, representam por assim dizer a versão "oficial" da última reforma.

Algumas ideias para iniciar a discussão:

1. Devemos escrever "o triângulo *ABC*", ou "o triângulo ΔABC", ou "o triângulo $[ABC]$" ou "o triângulo $\Delta[ABC]$"? Qual o inconveniente de utilizar a expressão mais simples? Quando escrevemos "o triângulo *ABC*" não existe aí qualquer ambiguidade! É evidente que nos estamos a referir ao triângulo definido pelos três pontos *A*, *B* e *C*. Porque razão não adoptar a regra de que, no texto corrido — já veremos a necessidade de outro tipo de notação para os textos mais formais — se devem sempre utilizar as expressões mais simples, desde que se torne não ambíguo o objecto a que nos estamos a referir. Assim, deveríamos por exemplo escrever:
   - "a recta *AB*", "o segmento *AB*", "a semirecta *AB*", com os significados óbvios que todos lhes atribuímos. Apenas um "espírito retorcido" pensa que a origem da semirecta *AB* é o ponto *B*!
   - "o triângulo *ABC*", "o plano *ABC*", "o quadrilátero *ABCD*", "o quadrado *ABCD*", "o octaedro *ABCDEF*".
   - "o ângulo *AOB*", "o ângulo orientado *AOB*", subentendendo-se que o vértice do ângulo é o ponto *O* e que, no ângulo orientado, a orientação positiva é da semirecta *OA* para a semirecta *OB*.
2. Por vezes, uma escrita mais formal é necessária. Por exemplo, não tem sentido estarmos a escrever "o comprimento do segmento *AB* é igual a 3" e não usar a expressão mais simples $\overline{AB} = 3$. Manteríamos portanto a notação habitual $\overline{AB}$ para comprimento do segmento *AB*.
3. Existe outra razão que nos obriga a ter notações mais formais para os objectos geométricos, que é o facto de por vezes termos que escrever expressões que se tornariam ambíguas sem essas notações. Por exemplo, se o símbolo $\cong$ significa "congruente", qual o significado da expressão $ABC \cong DEF$? Serão *ABC* e *DEF* triângulos ou ângulos? Teremos portanto, para evitar escrever tudo por extenso — e voltar à Idade Média... — que encontrar notações que desfaçam este tipo de ambiguidades. E, por exemplo, escrever $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ou $\angle ABC \cong \angle DEF$.
4. Assim, é inevitável termos dois conjuntos de notações, uma simplificada para a escrita corrente, outra mais especifica para a escrita mais formal. Se as notações simplificadas não são difíceis de encontrar, as designações mais formais exigem por vezes opções difíceis e muito bom senso. É aqui que esperamos que os leitores de *Educação e Matemática* apresentem as suas sugestões e opiniões. Sugerimos dois critérios gerais nesta tarefa de simplificar as notações em geometria:

- Manter, na medida do razoável, as notações a que estamos habituados, para facilitar a transição; no entanto, eliminar a proliferação de parêntesis rectos, usando-os apenas quando necessário. Por exemplo, não escrever $\Delta[ABC]$ mas sim ΔABC.
- Mesmo correndo o perigo de tornar a escrita "menos simbólica", mantê-la o mais clara possível. Por exemplo, no caso da amplitude dos ângulos, a notação habitual entre nós é $A\hat{O}B$, com o significado de amplitude do ângulo *AOB*. É uma notação completamente arbitrária, que não sugere nada do que quer significar. Os autores americanos — e Franco de Oliveira — escrevem $m\angle AOB$ ou $m(\angle AOB)$. A letra *m* vem de *measure* ou *medida*. Se queremos utilizar a palavra *amplitude* para medida do ângulo, porque não escrever $ampl.\angle AOB$?

Eduardo Veloso
Grupo de Trabalho de Geometria da APM

Uma aula na vida do 5º N

Fernando Nunes

Não será que o ambiente de uma aula é caracterizado por ser eminentemente social? E não será que os avanços em ciências matemáticas, ou as novas aprendizagens que os alunos fazem na Matemática escolar, têm de passar não só pelo trabalho individual, mas também pelo trabalho colectivo, de modo a que as diferenças entre os elementos que participam numa mesma situação de trabalho sejam mutuamente aproveitadas, constituindo-se os participantes como recursos para a aprendizagem de cada um deles?

O intervalo não tinha sido muito bom. Chovia que se fartava, tornando praticamente impeditivo um passeio ou uns toques na bola ao ar livre. Quando tocou, os alunos do 5º N dirigiram-se para a sala onde habitualmente têm Matemática, com os mais incautos, ou mais destemidos, a sacudirem o cabelo e a roupa molhada.

Entraram e dirigiram-se aos seus lugares, enquanto comentavam alguns episódios ocorridos no intervalo, discutiam e comparavam as qualidades de equipas de futebol e, até, expressavam expectativas relacionadas com a aula de Matemática que se ia iniciar. Por exemplo, o Fábio, depois de emendar a trajectória em direcção ao seu lugar, exclamou "Lá tenho que ir aturar a Márcia", referindo-se a uma colega do seu grupo que era tida como autoritária.

Desde a primeira aula do ano lectivo que o Fábio e os seus colegas se sentavam em grupos de quatro ou de cinco, formando seis grupos na turma. Após algumas aulas do 2º período, a professora propôs e dialogou com os alunos sobre uma alteração na composição dos grupos que, até aí, se tinham mantido de acordo com a distribuição resultante do arranjo na primeira aula. As propostas feitas pela professora tinham por base o conhecimento que entretanto foi adquirindo sobre as capacidades, preferências e maneiras de ser dos diversos alunos da turma, ajustando-as de modo a favorecer a interacção e a discussão sobre os temas matemáticos, no seio de cada um dos grupos. Nesse sentido, a composição de cada grupo era caracterizada pela existência de heterogeneidade em relação a vários parâmetros que incluíam o sexo e a etnia. No entanto, a principal orientação relacionava-se com a existência de alunos com aproveitamento em Matemática. Era assim que cada grupo tinha pelo menos um aluno que revelava bons resultados académicos e, além disso, se esse aluno tivesse dificuldades em interagir verbalmente com os outros, existia o cuidado de juntar outro aluno que não revelasse receio em exprimir as suas dúvidas e opiniões, por forma a "espicaçar" os colegas. A aula em que o rearranjo foi feito não correu mal e só uma aluna, a Joana, se mostrou irredutível em aceitar a proposta, o que implicou um ajustamento que lhe permitisse integrar outro grupo. Posteriormente, o Fábio, com outros colegas, resolveram falar com a professora sobre a postura da Márcia no seu grupo. Por sugestão da professora, juntaram-se todos para discutirem o problema que estavam a sentir, tendo sido feita mais tarde uma outra reunião, agora com a presença da professora que, de uma forma semelhante à sua actuação nas aulas, defendeu o respeito devido a todas as opiniões, que devem ser livremente expressas e justificadas no decorrer de qualquer troca de ideias, nomeadamente no seio de um grupo de pessoas empenhadas em resolver um problema.

Voltando à aula, notava-se a existência de algum nervosismo no ar, pois tinha sido combinado que iriam receber as fichas de avaliação que tinham realizado. Este facto não alterou a normal rotina da aula. Depois de sentados, os alunos abriram os cadernos diários e, como de costume, a professora perguntou o que tinham feito na última aula e, com a contribuição de vários alunos, escreveu no quadro o sumário dessa aula, que foi passado por todos para o caderno diário.

Antes de entregar as fichas, a professora comentou que ainda existiam alguns assuntos que não tinham sido suficientemente aprendidos e explicou como seria feita a correcção: "Não vamos fazer a correcção do teste pergunta a pergunta. Vamos só tirar dúvidas. Nos grupos, cada um vai corrigir as perguntas que eu não corrigi, pedindo ajuda aos outros colegas. Podem corrigir mesmo no teste. Quem fez a lápis corrige a tinta e quem fez a tinta corrige a lápis. Daqui a 20 minutos vou recolher uma ficha de cada um dos grupos, escolhida ao acaso, para ver se a correcção está bem feita."

Depois de algum tempo gasto pelos alunos a verem e a compararem as suas fichas, com a expressão de comentários, como por exemplo o Pedro que fez notar ter acertado nas perguntas mais difíceis, começou a correcção em grupo. A professora circulava em toda a aula, respondendo a perguntas que tinham a ver com o modo de apresentar a correcção ou com questões matemáticas. Neste caso, só respondia depois de se certificar que a dúvida tinha sido apresentada a todos os elementos do grupo, não tendo surgido nenhuma resposta que reunisse consenso. Ao fim de pouco menos de meia hora, as fichas foram recolhidas como tinha sido anunciado e foi pedido aos alunos que continuassem a fazer os exercícios do livro, sobre triângulos, que tinham começado na aula anterior.

O grupo do Pedro, do Carlos e da Joana, debruçou-se sobre uma questão que consistia em achar a medida da amplitude de um ângulo interno de um triângulo rectângulo, a partir de uma figura que tinha referenciados os valores dos outros dois ângulos:

Carlos - 90 mais 30, 120. Depois de 180 tiramos 120.

Pedro - Vai dar 80.

(pausa de 2 s)

Carlos - 60

Pedro - 180 menos 120... tira-se os 100 e fica 100... é 200, juntamos tudo e fica 200.

Joana - É menos!

Carlos - Oh Pedro, olha...

Pedro (interrompendo) - Espera aí. Tira-se 100 dos 180, fica 80 e tira-se os 100 dos 120 e fica 20, e 80 mais 20 são 100.

Joana - Mas estás a somar ou a fazer de menos?

Carlos - Tem que ser menos 20.

Pedro - Pois. 80 menos 20 é 80.

Joana - 80 menos 20 é 80?

Carlos - Qualquer triângulo dá 180. Este (apontando) aqui é 90. Mais 30 dá 120. Logo, para saber aquele, de 180 tiramos 120 e dá aquele ângulo.

Pedro - Estou a perceber... Eu já percebi.

No seguimento das afirmações do Pedro, foi-lhe pedido para explicar o seu modo de pensar, o que ele faz voltando-se para Joana: "Tem que se ir tirar o 120 e depois o que vai dar (mudando bruscamente) tem que se tirar de 180 porque os triângulos têm 180. Faltam 60 para os 180".

O Carlos é considerado um dos melhores alunos da turma, revelando ser bastante introvertido no seu comportamento. A professora reconhecia-lhe boas capacidades, mas afirmava a sua impossibilidade de fornecer aos colegas explicações detalhadas porque "está numa fase completamente fechada". O diálogo anterior parece confirmar a hipótese colocada em relação à sua mudança de atitude se fosse integrar um grupo onde existissem alunos que exprimissem e discutissem as suas ideias. De facto, o Carlos começou o ano num grupo homogéneo de bons alunos, todos rapazes, onde a discussão não era a norma. Os grupos foram remodelados e foi colocado juntamente com alunos medianos, a Joana, o Euclides e o Pedro. Estes dois últimos, especialmente o Euclides, revelavam uma disponibilidade para explicitarem os seus raciocínios e as suas dúvidas, tendo a professora considerado esta faceta como uma possível causa para o "espevitar" do Carlos, alterando a sua atitude no grupo. Isto mesmo foi referido aos quatro alunos deste grupo, na aula em que foram discutidas as mudanças. A professora pediu para "puxarem" pelo Carlos e para não terem problemas em se exprimirem porque "Vai ser uma vitória se o Carlos conseguir dar o que sabe, ele sabe muito." O diálogo atrás transcrito aconteceu numa aula em que, apesar do Euclides não estar presente, o Carlos verbalizou a sua forma de pensar por duas vezes, na segunda vez de uma forma mais elaborada do que na primeira, depois do Pedro ter revelado alguma dificuldade em calcular o valor correcto para a amplitude pretendida. É também de referir a postura da Joana que foi o elemento menos activo nesta discussão, o que não a impossibilitou de seguir atentamente o diálogo e de colocar algumas interrogações em relação ao que era afirmado pelo Pedro, explicitando as suas dúvidas ou mostrando a sua discordância. Este facto é importante para alguém que sempre revelou alguma dificuldade em participar activamente nas discussões do grupo, criando possibilidades para o eventual esclarecimento de questões que pudessem surgir como problemáticas para a Joana.

Foi no final deste diálogo que tocou para a saída. A professora lembrou que na aula seguinte iriam ouvir os porta-vozes dos grupos para explicarem ao resto da turma a forma como tinham resolvido os exercícios da página em que estavam a trabalhar. Os alunos levantaram-se e arrumaram a sala, colocando as mesas e as cadeiras em filas. Esta foi a disposição encontrada pelo grupo do Fábio no início do intervalo anterior a esta aula, altura em que arrumou o mobiliário para possibilitar o trabalho de grupo. Todas as semanas, de um modo rotativo, havia um grupo responsável pela arrumação da sala, tarefa que demorava dois ou três minutos, pois bastava agrupar as mesas duas a duas, modificando a posição de duas cadeiras para cada par de mesas.

As aulas de Matemática do 5º N estavam organizadas desta forma de acordo com a convicção da professora em considerar o trabalho de grupo (...)

(continua na pág. 42)

Para este número seleccionámos

Fazendo conexões com a multiplicação de dois algarismos[1]

Gail R. Englert e Rose Sinicrope

O artigo que a seguir se publica foca-se no processo de aprendizagem do algoritmo da multiplicação por alunos do 1° ciclo do ensino básico. As autoras constataram frequentes dificuldades na transição da aprendizagem da multiplicação de números com um algarismo para a multiplicação de números com dois algarismos. Mais do que a utilização de estratégias que se baseavam no valor de posição, os alunos criavam, muitas vezes, algoritmos sem significado, tudo levando a crer que não atribuiam sentido aos procedimentos efectuados. Como uma forma de ultrapassar este obstáculo surge a ideia de recorrer a materiais manipuláveis e a representações concretas antes da introdução do algoritmo abstracto da multiplicação. É neste contexto que as autoras propõem aos alunos a resolução de tarefas diversificadas onde as representações icónicas se entrelaçam com as simbólicas e em que as conexões entre as diferentes operações aritméticas e entre o número e a geometria tornam a multiplicação mais significativa para os alunos, sendo capazes de atribuir sentido ao algoritmo da multiplicação.

Uma das autoras, Gail Englert, é professora do 4° ano de escolaridade em Meadowbrook Elementary School nos Estados Unidos e está, especialmente, preocupada em ajudar os alunos a tornarem-se bons resolvedores de problemas. Rose Sinicrope, a outra autora, ensina em East Carolina University e interessa-se pelo desenvolvimento conceptual, em crianças, do conceito de número e operações.

O currículo de Matemática na Norfolk Public Schools está organizado em espiral, com conceitos de 12 orientações básicas continuamente revistos e desenvolvidos. Dá-se ênfase à ligação de novas ideias com os conceitos previamente estudados, e à utilização de modelos e materiais manipuláveis para compreender as operações subjacentes.

Este currículo forneceu uma boa base para o meu ensino da Matemática. À medida que o ano lectivo avançava, os meus alunos do 4° ano eram capazes de fazer estimativas razoáveis antes de resolverem problemas. Eles conseguem, com segurança, demonstrar soluções, usando os blocos de Dienes e modelos de área desenhados no papel para problemas de multiplicação envolvendo números de dois e três algarismos por números de um algarismo.

As observações dos alunos indicaram que eles analisaram o algoritmo.

A transição da multiplicação de números de um algarismo para a multiplicação por números de dois algarismos é muitas vezes assumida como trivial. Contudo, quando começámos a trabalhar exercícios envolvendo a multiplicação de números de dois

1 Artigo traduzido da revista *Arithmetic Teacher*, vol. 41, nº 8, Abril 1994, com autorização da *Association of Teachers of Mathematics*. As características técnicas da revista *Educação e Matemática* impedem-nos de publicar esta tradução com as cores do original. Assim, as cores vermelho, cinzento, rosa e preto, que aparecem nas figuras deste texto correspondem, no artigo original, respectivamente a vermelho, azul, verde e roxo.

algarismos os alunos ficaram muitas vezes confusos. Mais do que usarem estratégias baseadas na compreensão do valor de posição, eles criavam algoritmos sem sentido.

Tendo observado esta falta de ligação no currículo em anos anteriores, acreditei que poderíamos ultrapassar este obstáculo, desenvolvendo uma base sólida através da utilização de representações concretas antes de nos movermos para o algoritmo abstracto. Esta crença é apoiada em Kennedy (1986, p. 6) que defende o uso de materiais manipuláveis: "Os alunos que observam e manipulam uma variedade de objectos, têm imagens mentais mais claras e podem representar de forma mais completa ideias abstractas". Contudo Heddens (1986, p. 14) adverte que "a simples utilização de materiais manipuláveis... não é suficiente; os professores devem guiar as crianças para desenvolverem capacidades de pensamento". Para ensinar a multiplicação de números inteiros, Shultz (1991) recomenda a utilização de um modelo de área. A utilização deste modelo semi-concreto possibilita que os

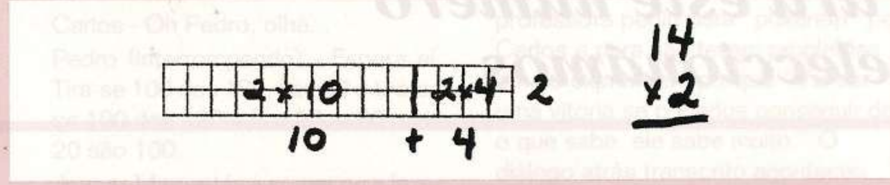


Fig. 1. Arranjo rectangular representativo da multiplicação.

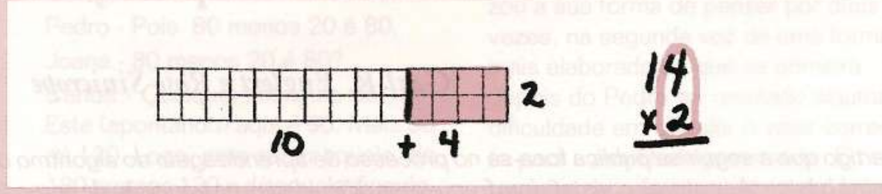


Fig. 2. Multiplicação do algarismo das unidades.

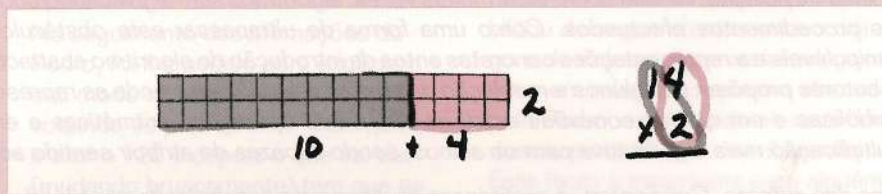
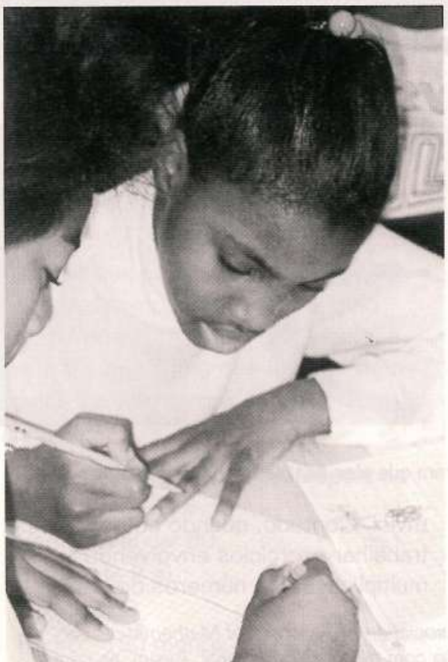


Fig. 3. Multiplicação do algarismo das dezenas.



Com prática, os alunos puderam abstrair.

alunos desenvolvam as imagens mentais necessárias para raciocinar abstractamente. Outra vantagem deste modelo é a frequência de aplicações na vida real (Shultz, 1991).

Os meus estudantes precisaram de representações concretas do algoritmo que estávamos a aprender. Começámos por ocupar algumas aulas revendo os nossos modelos gráficos de área de problemas do tipo 2 x 14 (fig. 1). Os nossos desenhos mostraram os produtos parciais obtidos multiplicando primeiro 2 x 4 unidades e depois 2 x 1 dezena (fig. 2). Melhorámos os nossos modelos usando cores para representar os produtos parciais; o primeiro 2 x 4 unidades foi circundado de vermelho e o segundo 2 x 1 dezena de cinzento (fig. 3).

Codificámos com cores os algarismos e produtos parciais usados no problema para o modelo de área. Os nossos produtos parciais, 8 e 20 podem ser adicionados para determinar a solução. Os alunos recordaram que a área do rectângulo representava o produto e que podiam fazer estimativas usando este conceito. Praticámos este método com vários pares de números mais, e recordámos como poderíamos adicionar os produtos parciais para ficar com a resposta numa forma simplificada.

Com a revisão feita, investigámos problemas que envolviam multiplicadores de dois algarismos. Desenhámos a área rectangular para representar o problema 12 x 14, em papel quadriculado. Os alunos notaram que esta forma rectangular estava muito parecida com a forma de um quadrado e que tinha o mesmo comprimento que no primeiro problema 2 x 14. Subdividimos a área rectangular maior para mostrar o valor de posição de 12 (fig. 4). Ao considerarem o outro lado, 14, os alunos decidiram-se pela partição da área rectangular para mostrar 10 + 4 (fig. 5).

A área rectangular maior foi então subdividida em quatro áreas menores. Começamos com a área rectangular de baixo e à direita, 2 x 4 unidades, que colorimos de vermelho. Os alunos localizaram os algarismos correspondentes ao diagrama e notaram que ambos os algarismos estavam na posição das unidades. Registámos o produto parcial e continuámos (fig. 6). O nosso próximo passo foi a utilização do rectângulo situado em baixo e à esquerda, 2 x 1 dezena. Colorimos esta área de cinzento e localizámos os algarismos necessários para o problema (fig. 7). Um aluno muito observador referiu que tínhamos obtido este produto quando resolvemos 2 x 14.

Estudámos o problema e reparámos que ainda não tínhamos utilizado o algarismo das dezenas no multiplicador 12. Um erro comum que os estudantes costumam fazer nesta fase é multiplicar os algarismos das dezenas e omitir os passos intermédios. Olhando para o nosso diagrama pudemos observar que foram deixadas das duas áreas antes do processo ter sido concluído. Os alunos verificaram que teríamos de utilizar duas vezes o algarismo das dezenas em 12, tal como tínhamos utilizado o algarismo das unidades duas vezes. Localizámos 1 dezena x 4 unidades, pintámos de rosa e registámos o produto (fig. 8). Somente a região rectangular maior, 1 dezena x 1 dezena foi deixada. Pintámos esta região de preto e registámos a nossa resposta (fig. 9). Tínhamos encontrado a solução para 12 x 14 escrita como quatro produtos parciais 8 + 20 + 40 + 100.

Ao resolvermos mais alguns problemas de maior dificuldade, as observações dos estudantes indicaram que estavam a analisar o algoritmo. Um aluno afirmou: "Nós fazemos sempre o rectângulo maior em último lugar". Outro aluno observou que o rectângulo maior tinha sempre uma área nas centenas. Muitos alunos fizeram comentários sobre os tamanhos respectivos das quatro regiões rectangulares e sobre o padrão de passos que foi usado para chegar ao produto final. Como eles iam ficando cada vez mais excitados com as suas descobertas, simulei duvidar dos seus resultados. A minha necessidade de verificação encorajou os alunos a defender as suas afirmações através de mais ligações entre os seus desenhos, as relações dos produtos parciais que registaram e a estrutura da representação abstracta da multiplicação.

Depois de quatro sessões (aproximadamente) estávamos prontos para começar a modificar o nosso sistema de registos para mostrar só dois produtos parciais. Com prática adicional a turma abandonou o diagrama concreto e concentrou-se somente na representação abstracta.

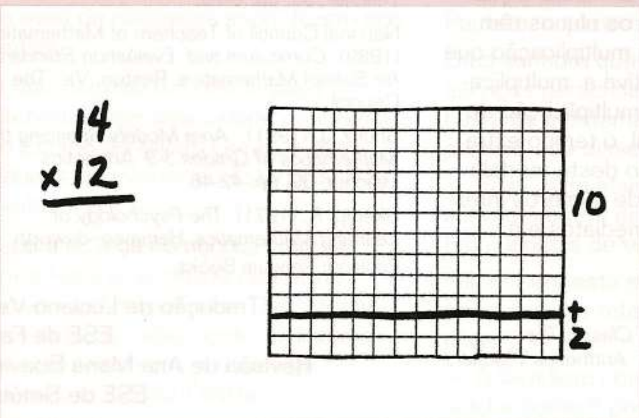


Fig. 4: Partição do 1° factor.

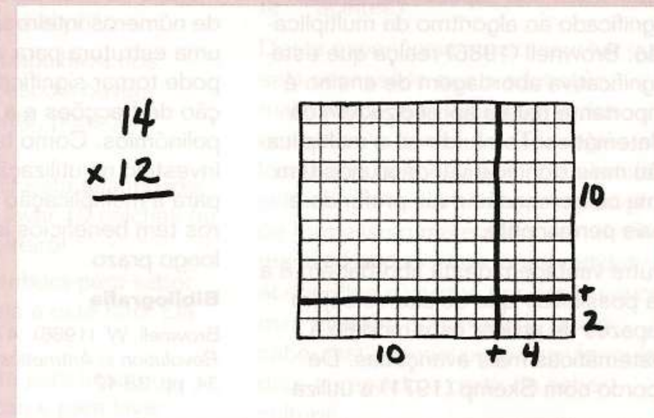


Fig. 5: Partição do 2° factor.

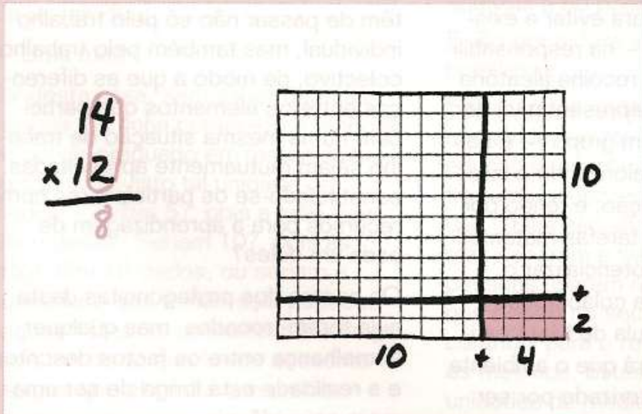


Fig. 6: Primeira multiplicação do algarismo das unidades

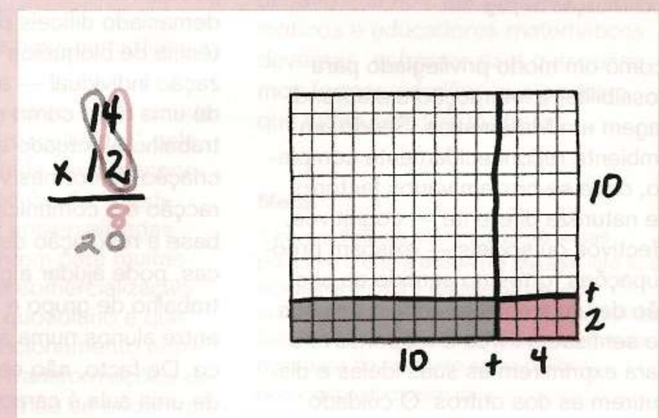


Fig. 7. Primeira multiplicação do algaris

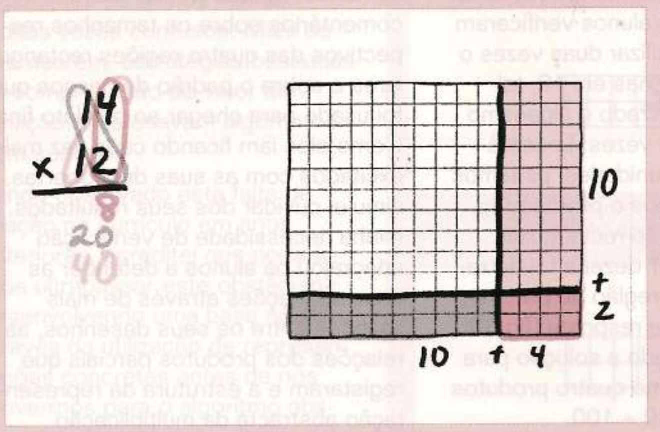


Fig.8. Segunda multiplicação do algarismo das unidades.

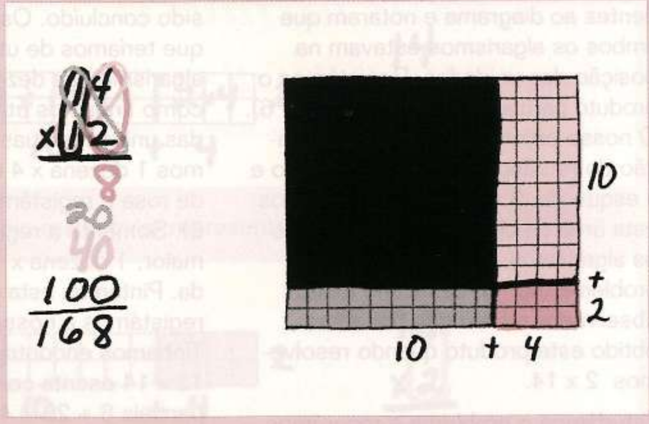


Fig.9. Segunda multiplicação do algarismo das dezenas.

Embora o tempo dispendido no desenvolvimento do algoritmo da multiplicação usando esta abordagem visual seja maior do que o tempo exigido por uma abordagem mais tradicional, menos tempo é necessário para rever e ensinar de novo. Os estudantes são capazes de atribuir significado ao algoritmo da multiplicação. Brownell (1986) realça que esta significativa abordagem de ensino é importante para a aprendizagem da Matemática. Tornando-se a multiplicação mais significativa, os alunos têm uma compreensão mais profunda e mais permanente.

Outra vantagem desta abordagem é a de possibilitar que os alunos sejam capazes de aplicar este modelo a matemáticas mais avançadas. De acordo com Skemp (1971) a utilização de modelos e de materiais manipuláveis é necessária para que as crianças abstraiam conceitos em estruturas matemáticas apropriadas; estas estruturas permitem que eles aprendam mais Matemática e que resolvam problemas. Usando um modelo de área para a multiplicação de números inteiros, os alunos têm uma estrutura para a multiplicação que pode tornar significativa a multiplicação de fracções e a multiplicação de polinómios. Como tal, o tempo extra investido na utilização deste modelo para a multiplicação de números inteiros tem benefícios imediatos e a longo prazo.

Bibliografia

Brownell, W. (1986). *AT Classic:The Revolution in Aritmetics.* Aritmetics Teacher, 34, pp. 38-42.

Heddens, J. (1986). *Bridging the Gap between the Concrete and the Abstract.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 14-17.

Kennedy, L. (1986). *A Rationale.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 6-7.

May, L. (1991). *Developing Multiplication Concepts.* Teaching PreK-8 22 , pp.16-17.

Moser, J (1986). *Curricular Issues.* Aritmetic Teacher, 33, pp. 8-10.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, Va.: The Council.

Shultz, J. (1991). *Area Models-Spanning the Mathematics of Grades 3-9.* Aritmetics Teacher, 39, pp. 42-46.

Skemp, R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics.* Hammon--dsworth, England: Penguin Books.

Tradução de Luciano Veia
ESE de Faro
Revisão de Ana Maria Boavida
ESE de Setúbal

Uma aula na vida do 5ºN

(continuação da pág. 38)

como um modo privilegiado para possibilitar a interacção e a aprendizagem em Matemática. Sendo um ambiente reconhecidamente complexo, onde se cruzam vários factores de natureza diferente — cognitivos, afectivos ou sociais — existiam preocupações fortes no sentido da criação de um ambiente onde os alunos se sentissem livres e responsáveis para exprimirem as suas ideias e discutirem as dos outros. O cuidado colocado na formação dos grupos, nas tarefas apresentadas —suficientemente complexas para permitirem a possibilidade de discussão mas não demasiado difíceis para evitar a existência de bloqueios — na responsabilização individual — a recolha aleatória de uma ficha como representativa do trabalho efectuado em grupo — e na criação de normas valorizando a interacção e a comunicação, e tendo por base a resolução de tarefas matemáticas, pode ajudar a potencializar o trabalho de grupo e a colaboração entre alunos numa aula de Matemática. De facto, não será que o ambiente de uma aula é caracterizado por ser eminentemente social? E não será que os avanços em ciências matemáticas, ou as novas aprendizagens que os alunos fazem na Matemática escolar, têm de passar não só pelo trabalho individual, mas também pelo trabalho colectivo, de modo a que as diferenças entre os elementos que participam numa mesma situação de trabalho sejam mutuamente aproveitadas, constituindo-se os participantes como recursos para a aprendizagem de cada um deles?

Os nomes dos protagonistas desta aula foram trocados, mas qualquer semelhança entre os factos descritos e a realidade está longe de ser uma mera coincidência.

Fernando Nunes
Escola EB 2,3 Marquesa de Alorna

Medidas brasileiras

Pedro Paulo Scandiuzzi

Estamos no Brasil no ano de 1995. São já 500 anos da chegada dos portugueses em nossas terras. Felizmente a multiculturalidade existente faz de nós pessoas criativas e apresenta para nós situações desafiadoras. Todos os dias problemas educacionais surgem para que busquemos soluções e nem sempre temos respostas prontas para os mesmos. São problemas de todos os níveis de complexidade. Vejamos um tipo deles.

Conversas ocorridas à volta de mesas de cozinha e na escola, com pessoas de mais de cinquenta anos, fazem-nos pensar.

O fato ocorreu em três lugares diferentes: em uma cidade do interior do Estado de Minas Gerais e duas cidades do interior do Estado de São Paulo.

Estava eu e um amigo na casa de dona Tereza na cidade de Estiva, estado de Minas Gerais. Nós comíamos bolo de milho verde. Conversa vai, conversa vem, meu amigo perguntou a dona Tereza:

— Quantas espigas de milho a senhora comprou?

Ela respondeu:

— Uma mão.

Saí desta casa, sem saber quantas espigas ela tinha comprado e embora eu sendo graduado em matemática nunca havia visto tal unidade de medida. Seriam 5?, pois a mão tem cinco dedos. Seriam 10?, pois as mãos têm 10 dedos; ou seriam a quantidade que a mão dela pudesse segurar? Depois consultei meu amigo e ele me disse que foram sessenta espigas que ela tinha comprado.

Resolvi contar este fato na minha família, que reside em Neves Paulista no interior do Estado de São Paulo, e isto eu o fiz durante o almoço. Meu pai ouviu-me e me disse:

— Então ela comprou meio balaio de milho e completou: balaio do jeito que se mede em Bebedouro (S.P.) e não como se mede aqui em Neves Paulista (S.P.). Depois meu pai explicou-me que a diferença da medida dos balaios está relacionada com o jeito de quebrar o milho.

Para complicar mais um pouco resolvi contar as histórias ouvidas até então numa outra cidade do interior de S. Paulo, na escola onde lecionei, que dista 18 quilómetros de Neves Paulista, cujo nome é Nipoã.

Uma senhora que trabalhava nos serviços gerais da escola ouviu, bastante atentamente, pensou, pensou ... e disse:

— Puxa, para atingir esta quantidade, a lavadeira tem de lavar 10 colchas ou trinta lençóis de solteiro!

Fui ter com esta senhora para saber porque ela se referia a este fato. Ela disse:

— A lavadeira conta para lavar uma colcha como 6 peças e para lavar cada lençol de solteiro ela cobra 2 peças cada, então 30 lençóis também equivale a 60 peças.

E vão por aí fora as nossas medidas brasileiras...

Se olharmos cada região, cada cidade que ainda não foi "massificada" pela educação escolarizada vamos encontrar uma riqueza imensa de "medidas". Elas não são universalizadas, mas serviram e servem para muitas pessoas usarem na comercialização que ocorre no seu quotidiano e que contribui para o relacionamento entre os mesmos. Estas transformações de unidades de medida não se encontram nos nossos livros didáticos e nunca são lembradas no contexto da sala de aula.

Diante desta experiência vivida tenho-me questionado: qual deve ser a minha postura enquanto educador matemático dentro de uma sala de aula e dentro desta realidade tão complexa? Quais devem ser os passos, caso existam, para que o ensino e a aprendizagem sejam desenvolvidos satisfatoriamente?

Será possível usar métodos de modo a permitir que estes educandos continuem se relacionando com suas unidades de medidas e possam aprender as que são "universalmente"[1] aceites?

Desta experiência posso concluir que seja necessário que a educação matemática seja feita a partir dos conceitos culturais de cada região ou localidade para não perder o sentido cultural, para que não haja imposição de formalismo matemático em detrimento dos conceitos já aprendidos, absorvidos e vividos por estes povos; mas também compreendo que o saber institucional possa ser formulado e aprendido a partir do saber cultural.

Penso também que este é um grande desafio que nós, educadores, matemáticos e educadores-matemáticos devemos enfrentar para que possamos formar cidadãos que pensam, que lutam por dias melhores.

Nota:

[1]Universalmente aqui está entre aspas porque é o que a academia divulga, isto é, a academia afirma a existência de uma matemática universal, mas na nossa realidade mais de 90% não utilizam esta matemática por causa do contexto socio-político-económico do nosso país.

Pedro Paulo Scandiuzzi
Mestrando - FEUNICAMP

Encontros em 1997

ProfMat 97

O ProfMat 97 realiza-se entre 12 e 15 de Novembro, na cidade da Figueira da Foz, na Escola Secundária Joaquim de Carvalho.

Como foi anunciado o programa será organizado em torno de dias temáticos. Os temas dominantes são: "Reforma e inovação curricular", "Geometria", "Matemática Discreta" e "A Matemática na Internet".

As sessões plenárias incidirão sobre o tema genérico "A Matemática voltada para o exterior". Para além destas sessões, existem outras que incidirão sobre os temas anteriormente referidos.

Se não fez a sua pré-inscrição e deseja participar no ProfMat, não se esqueça de contactar a Comissão Organizadora, pois o próximo boletim Informativo com a respectiva inscrição será distribuído, apenas, aos professores que fizeram a pré-inscrição.

Contacto: Teresa Mariano, Escola Secundária Dr. Joaquim de Carvalho - tel: (033) 25334

SIEM VIII

Realizar-se-á nos dois dias imediatamente anteriores ao ProfMat — 10 e 11 de Novembro — mais um seminário de investigação sobre educação matemática. Promovido pelo Grupo de Trabalho sobre Investigação da APM, este ano está a ser organizado por um grupo de professores da ESE de Beja e da Fac. de Ciências e Tecnologia da Univ. Nova de Lisboa.

Contacto: António Azevedo, ESE de Beja - tel: (084) 328093, email: eseb@mail.telepac.pt; António Domingos, Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL - tel: 01.2746393, email: amdd@mail.fct.unl.pt

49º encontro da CIEAEM

Trata-se de um encontro internacional promovido pela CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*). Este ano o encontro vai realizar-se em Portugal, entre 24 e 30 de Julho, na ESE de Setúbal.

Contacto: Joana Porfírio, ESE de Setúbal tel: (065) 751725, email: esesetbl@mail.telepac.pt

21º PME

O congresso PME 21 (*21 th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*) é um encontro internacional que anualmente o grupo do PME (*Psycology of Mathematics Education*) promove. Este ano realiza-se em Lahti, Finlândia, de14 a 19 de Julho, sobre o tema "Tecnologia, educação matemática e mudança".

Poderá obter informações completas sobre o encontro através do endereço: http://frodo.heelsinki.fi/congress/.

Para quem estiver interessado nesta área de trabalho, o grupo PME tem uma página na Internet com o seguinte endereço: http://www.unifr.ch/psycho/pme/pme.html.

Contacto: Marja-Liisa Neuvonen-Rauhala, Univ. de Helsínquia - tel: 358 3 892 299; email: marja-liisa.neuvonen@helsinki.fi; João Filipe Matos, FCL da Univ de Lisboa- tel: 7500000; e-mail: joao.matos@fc.ul.pt

8º ICTMA

O congresso ICTMA (*International Conference on Teaching Modelling and Applications*) é um encontro internacional que se realiza-se de dois em dois anos. Este ano, decorrerá em Brisbane, Austrália, de 1 a 5 de Agosto. Poderá encontrar toda a informação relevante sobre este encontro em: http://www.gu.edu.au/gutl/ictma8/ictma8.

V Congresso Anual da SPE

A Sociedade Portuguesa de Estatística promove o seu V Congresso Anual, no Grande Hotel da Curia, de 11 a 14 de Junho. Neste encontro pretende-se divulgar e discutir trabalhos na área de Probailidades e Estatística, constribuindo para a desejável ligação entre as diversas vertentes da investigação e das aplicações actualmente em desenvolvimento.

Contacto: Comissão Organizadora Local, Univ. de Aveiro- tel: (034)370359; email: V_CONGSPE@mat.ua.pt

Quota de 1997

No ano de 1997 o valor da quota é de **6000$00** (4000$00, para o sócio estudante e 6500$00 para os sócios estrangeiros). Se ainda não pagou a sua quota, pode optar por desconto bancário **até 28 de Fevereiro**. Após esta data deve efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa, Mastercard ou Eurocard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ VISA MasterCard ☐ MasterCard Eurocard ☐ EUROCARD

Validade ____________ o valor de ____________ correspondente a ____________

____________ Data __/__/__

Assinatura ______________________

Ficha de inscrição/actualização na Associação de Professores de Matemática

Sócio nº ____________

Nome ______________________

______________________ Tel: ____________

Morada ______________________

Código Postal ____________ Ano em que começou a leccionar: ____________

Data de nascimento ______/______/______ Nível de ensino: ____________

Escola ______________________

Localidade ____________ Distrito ____________

Categoria Profissional ______________________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido preenchendo a ficha de pedido de publicações ou fotocópia (ver *Educação e Matemática* nº 28), juntamente com um cheque ou vale postal em nome de **Associação de Professores de Matemática** para a morada acima indicada.

Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa, MasterCard ou EuroCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo fax 351-1-7166424 da quantia a enviar para os portes de correio.

índice

1 **Reflectir para mudar**
Ana Vieira Lopes e Lina Vicente

3 **A propósito do Teorema de Pitágoras**
Ângela Coimbra

7 **Tecnologias na educação matemática**
Eduardo Veloso

9 **E agora... vamos à matemática!**
Helena Amaral

11 **Portfolio ou pasta do aluno**
Leonor Cunha Leal

13 **Materiais para a aula de Matemática**
Uma família de funções módulo

15 **Reflexão participada dos currículos do Ensino Básico — mesa redonda**

22 **Pontos de vista, reacções, ideias...**

24 **As parábolas paralelas**
Maria Violante Mestre

27 **O fascínio dos grandes números**
Isabel Valente Pires

30 **O problema deste número**
José Paulo Viana

31 **Estatística — Os perigos da interpretação**
Dinis Pestana

35 **As notações em geometria**
Eduardo Veloso

37 **Uma aula na vida do 5º N**
Fernando Nunes

39 **Para este número seleccionámos**
Fazendo conexões com a multipliação de dois algarismos

43 **Medidas brasileiras**
Pedro Paulo Scandiuzzi

44 **Encontros em 1997**