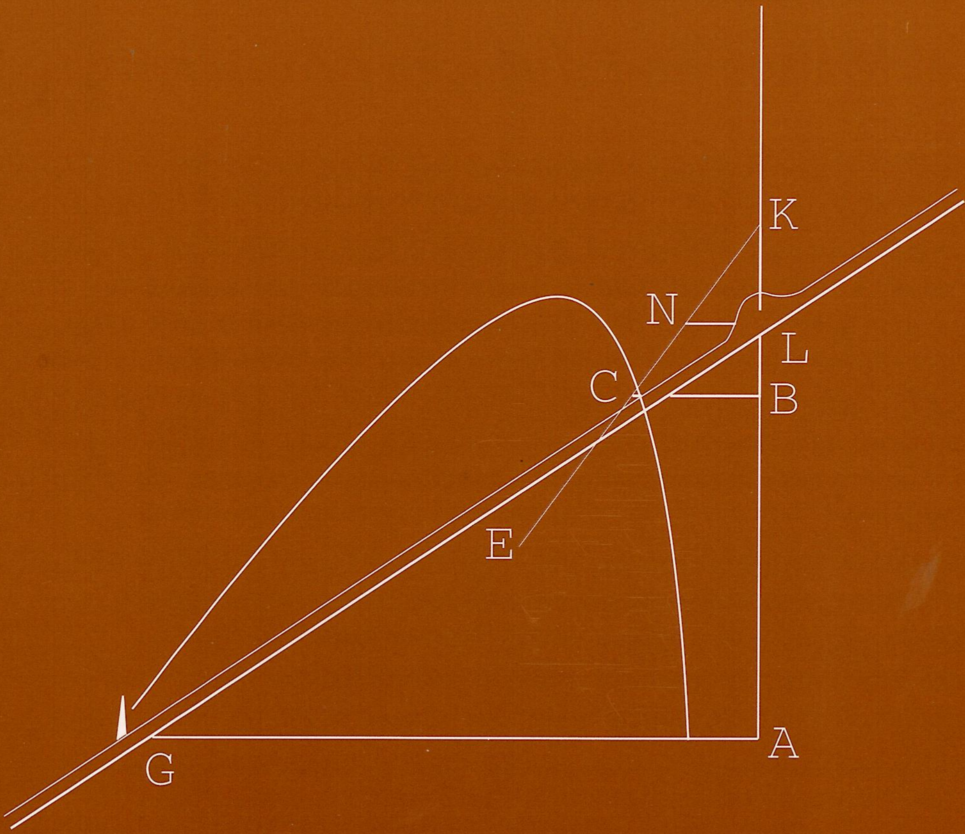
Educação e Matemática

Nº 41

Janeiro/Fevereiro de 1997

René Descartes
1596 - 1650



ioincte quelle paſſe touſiours par le point L. Ie choiſis vne ligne droite, comme A B, pour rapporter a ſes diuers poins tous ceux de cete ligne courbe E C, & en cete ligne A B ie choiſis vn point, comme A, pour commencer par luy ce calcul. Ie dis que ie choiſis & l'vn & l'autre, a cauſe qu'il eſt libre de les prendre tels qu'on veult. car encore qu'il y ait beaucoup de choix pour rendre l'equation plus courte, & plus ayſée; toutefois en quelle façon qu'on les prene, on peut touſiours faire que la ligne paroiſſe de meſme genre, ainſi qu'il eſt ayſé a demonſtrer.

Preço: 600$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Novidades na *Educação e Matemática*

Este número da *Educação e Matemática* sai precisamente dez anos depois da publicação do seu nº 1 que aconteceu em Janeiro de 1987. Para a nova década que este número inicia, anunciamos aqui as primeiras novidades.

A *Educação e Matemática* deixa de ser trimestral, passando a sair cinco vezes por ano. Cada um dos números corresponderá a dois meses — Janeiro/Fevereiro, Março/Abril, Maio/Junho, Setembro/Outubro e Novembro/Dezembro — deixando de fora dois dos meses de Verão. Prevê-se que cada número seja publicado até ao final do primeiro mês do período a que diz respeito. Com o aumento da periodicidade, a Redacção irá tentar aumentar significativamente o número de páginas de cada número da *Educação e Matemática*.

Dada esta alteração houve que, naturalmente, procurar um outro nome para a secção "O problema do trimestre". A escolha recaiu sobre "O problema deste número" que, a partir de agora, será o nome da secção e que aliás, também lhe fica bem.

Como em outros momentos em que se verificaram mudanças na *Educação e Matemática*, gostaríamos muito de receber reacções vossas às alterações que agora anunciamos. Escrevam.

Sobre a capa

A capa deste número, realizada por Eduardo Veloso, autor aliás de muitas das capas da nossa revista, foi elaborada com elementos retirados de "La Géometrie" (1637) de René Descartes, reproduzindo uma figura e um extracto de texto em fac-simile, que, dado o francês antigo em que se encontra, publicamos a sua tradução feita a partir do texto de uma versão inglesa:

"(Se quero saber a que classe pertence esta curva), escolho uma recta como AB, à qual refiro todos os seus pontos, e em AB escolho um ponto A no qual vou começar a investigação. Digo 'escolho isto e aquilo' pois somos livres de escolher o que quisermos porque, embora seja necessário escolher com cuidado de modo a tornar a equação tão curta e simples quanto possível, apesar disso qualquer que seja a recta que eu escolha em vez de AB, a curva resultará sempre da mesma classe, um facto facilmente demonstrável."

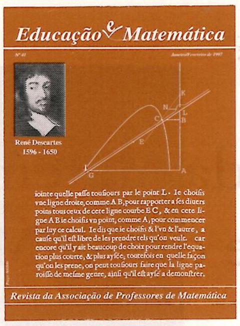
Associamo-nos assim às comemorações do quarto centenário do nascimento de Descartes, sentido que tem também a publicação neste número de dois artigos sobre este matemático e filósofo, anunciados no nº 39.

Neste número colaboraram

A. J. Franco Oliveira, Ana Páscoa, Elvira Ferreira, Fernando Pires, Fernando Sereno, Isabel Azevedo Rocha, Isolina Oliveira, José Carlos Frias, José Paulo Viana, Lurdes Geada, Margarida Salgado de Oliveira, Maria Guilhermina Nogueira, Raquel Escórcio, Roberto Oliveira, Rosa Barbosa.

Data de publicação

Este número foi publicado em Janeiro de 1997.



nº 41
Jan./Fev.
de 1997

"Educação e Matemática": dez anos depois

Paulo Abrantes

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Adelina Precatado
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Eduardo Veloso
Helena Amaral
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Maria José Boia

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out, Nov/Dez

Tiragem
4200 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos
1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424

Nota: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Foi em Janeiro de 1987 que saiu o primeiro número da "Educação e Matemática". A APM fora criada apenas quatro meses antes. Na altura, tomaram-se decisões que hoje nos podem parecer triviais mas que, na verdade, representavam grandes desafios. Uma delas foi assumir que a revista seria trimestral quando não havia em Portugal sequer uma tradição de escrever regularmente sobre os problemas do ensino e aprendizagem da Matemática.

O maior desafio consistia em conseguirmos envolver cada vez mais professores. Apenas com base no trabalho de alguns entusiastas, quanto tempo de vida teria um projecto como este? Quantas revistas têm durado apenas meses? Quantas acabam por abandonar uma periodicidade exigente? Numa nota publicada no nº1 dizia-se: "Lança-se uma pedra à superfície de um lago. A toalha de água, até esse instante lisa e serena, enruga-se em círculos concêntricos cada vez mais amplos. (...) em poucos segundos, tudo o que era liso e quieto se encrespa e se agita. Porém, não nos enganemos, a curto prazo tudo volta ao estado inicial." E, um pouco adiante, fazia-se um apelo à participação dos professores: "Não deixes que a água se aquiete!"

Passaram dez anos. Saíram 40 números, um por cada trimestre. Além disso, o aspecto gráfico evoluiu, a tiragem quadriplicou, o número e variedade de artigos e materiais publicados ultrapassou muitas expectativas. Mas isto só foi possível graças ao esforço de muitos colegas que foram trabalhando na Redacção ao longo destes anos e à colaboração de muitos outros que têm enviado artigos, comentários, fichas de trabalho, informações, fotografias, etc.

Este movimento tornou quatro números por ano (e pouco mais de 30 páginas por número) insuficientes para se poder, ao mesmo tempo, publicar em tempo oportuno todos os textos recebidos e melhorar aspectos em que a revista está longe de nos satisfazer, como a vertente informativa ou a componente de debate. Arrisco-me a acrescentar que quatro números por ano são ainda insuficientes perante a importância dos problemas que a revista aborda. O ensino e a aprendizagem da Matemática justificam uma presença mais frequente da revista nas escolas e nas mãos dos professores.

A Redacção da "Educação e Matemática" acaba de tomar uma decisão que, de novo, representa um desafio: a partir de 1997, no momento em que entra no seu 11º ano, a revista publicará 5 números por ano (em vez de 4) e, ao mesmo tempo, esses números terão mais páginas.

Há dez anos, no editorial do nº1, escrevia-se: "A APM é uma aposta difícil mas que vale a pena fazer. Se ela for ganha, então temos boas razões para acreditar que os professores de Matemática poderão desempenhar um papel decisivo na renovação da Educação Matemática no nosso país. Que bem precisa é."

Podemos hoje dizer se a aposta foi ganha? Dez anos é muito tempo para comprovar a justeza e até a maturidade de um movimento como este. Mas dez anos é pouco tempo para se saber se a aposta se ganhará definitivamente. A minha convicção é que temos que a ir ganhando todos os dias, todos os anos, e que isso é uma responsabilidade de todos nós, os sócios da APM, os leitores da revista. Se ela não for assumida, a água acabará por aquietar-se, mais cedo ou mais tarde. Neste sentido, a revista tem mesmo que ser de todos.

Grupo de Trabalho *MATEMÁTICA 2001*

Discutir os problemas do ensino da Matemática: uma tarefa dos professores e da APM

O ensino da Matemática parece não conseguir deixar de viver numa crise permanente. Todos nós sentimos que as mudanças operadas nos últimos anos não produziram (pelo menos até agora) os efeitos desejados. Muitas coisas melhoraram mas o insucesso escolar persiste e surgiram novas dificuldades.

Os professores não precisaram de esperar pelos resultados dos (mediáticos) exames nacionais do último Verão para se aperceber que a situação do ensino da Matemática requeria uma análise profunda que ajudasse a identificar os maiores problemas e a pensar em medidas a tomar. Foi com o propósito de dinamizar um processo nesse sentido — um projecto a desenvolver ao longo de cerca de dois anos e meio — que, em Março de 1996, se criou na APM um novo grupo de trabalho.

A APM nasceu há 10 anos, numa altura em que era bem patente a necessidade de profundas mudanças no ensino da Matemática. Mesmo antes da reforma educativa, e depois no âmbito desta, a APM contribuiu decisivamente para a renovação curricular dos últimos anos. Mas este processo de renovação está por analisar e há, na situação actual, aspectos que precisam de ser questionados: Que mudou de facto? Até que ponto as novas orientações são efectivamente seguidas nas práticas pedagógicas? A formação de professores está a ser adequada? Que condições de apoio ao ensino da Matemática deveriam existir?

Objectivos do Grupo de Trabalho

O grupo, que adoptou o nome *Matemática 2001*, tem como objectivo essencial elaborar um diagnóstico da situação actual e um conjunto de recomendações sobre o ensino da Matemática nas escolas dos ensinos básico e secundário.

Em estreita ligação com este objectivo, o grupo procurará ajudar a promover uma reflexão alargada entre os professores de Matemática a respeito da situação desta disciplina nos diversos níveis de escolaridade.

A análise da situação e as recomendações incidirão sobretudo:

- nas práticas pedagógicas;
- nas necessidades de formação e desenvolvimento profissional dos professores;
- nas condições de apoio ao ensino-aprendizagem dentro e fora das escolas.

Acções a desenvolver

O diagnóstico apoiar-se-á num conjunto diversificado de fontes:

- recolha e sistematização de resultados de estudos já existentes;
- recolha bibliográfica relevante;
- realização de um inquérito dirigido aos professores de Matemática;
- reuniões com grupos de professores de Matemática em várias escolas.

O inquérito (individual) incidirá numa amostra representativa dos professores de Matemática. As reuniões nas escolas (de diversas regiões e níveis escolares) procurarão captar aspectos chave das dinâmicas colectivas e da diversidade de situações e problemas.

A colaboração dos professores é decisiva, não só fornecendo os dados necessários mas igualmente contribuindo com pontos de vista e reflexões sobre os problemas. O grupo acredita que uma efectiva renovação do ensino da Matemática requer o envolvimento dos professores, um elemento que não esteve presente como devia em várias reformas que já vivemos. Por isso, os documentos finais deste projecto não serão elaborados antes de se promover um debate amplo em torno de versões preliminares.

Calendário

O trabalho do grupo orienta-se pelo seguinte calendário:

1ª fase (Março 96 até ao ProfMat 96): Organização do grupo; preparação de instrumentos e início da recolha de dados; divulgação dos objectivos do grupo e das acções a empreender.

2ª fase (Novembro 96 ao ProfMat 97): Recolha de dados junto dos professores (inquérito) e escolas (reuniões); elaboração de um documento de diagnóstico da situação.

3ª fase (Novembro 97 ao ProfMat 98): Produção de uma versão de trabalho de um documento de recomendações; divulgação e discussão alargada; elaboração da versão final do documento.

Assim, durante os segundo e terceiro períodos do ano lectivo 96/97, decorrerá o inquérito aos professores e reuniões em várias escolas do país, as quais aliás já se iniciaram.

Composição do grupo

O grupo tem 16 membros, entre os quais a actual e todos os anteriores presidentes da APM, professores de todos os níveis de ensino, investigadores em Educação Matemática e elementos provenientes de diversos Núcleos Regionais da APM.

Paulo Abrantes
coordenador do Grupo de Trabalho
Matemática 2001 — Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática

Descartes, geómetra acidental[1]

A. J. Franco de Oliveira

Para Descartes, cidadão do mundo, nada havia de mais importante para garantir a veracidade dos conhecimentos do que o escrutínio crítico do pensamento: "Nunca devemos deixar-nos persuadir da verdade de uma coisa a não ser através da evidência da razão". O racionalismo cartesiano não é tudo nesta vida, mas a "dúvida sistemática" é um bem indispensável no mundo moderno em que persistem o obscurantismo, a fraude intelectual e política e os atropelos da ética.

Introdução

No começo do século XVII assistiu-se a um crescendo da actividade matemática e da sua divulgação, entre pares (por correspondência) e em diferentes níveis de ensino, graças ao uso crescente da imprensa escrita. As ideias de um matemático eram transmitidas rapidamente a outros matemáticos e eram por estes comentadas, criticadas e generalizadas. Enquanto Girard Desargues (1591-1661) e Blaise Pascal (1623-1662) iniciavam os primeiros passos no campo da geometria projectiva, Descartes e Fermat concebiam as ideias essenciais sobre a geometria analítica. Há uma diferença fundamental entre as duas geometrias, pois a primeira é por natureza um ramo novo das matemáticas, enquanto a segunda se afirma sobretudo como um *método* novo em geometria, trazendo para esta os algoritmos da álgebra.

A ideia básica da geometria analítica é a representação de curvas geométricas por equações algébricas, mas dizer isto não é suficiente para caracterizar as contribuições de Fermat e Descartes, reconhecidos como os fundadores da geometria analítica.

De facto, é sabido que os gregos desenvolveram bastante a chamada "álgebra geométrica", utilizando figuras geométricas simples e suas áreas para estabelecer identidades algébricas. Menecmo (c. 350 a.C.) terá sido o primeiro a ter a ideia de descrever curvas por equações, sob forma um tanto incipiente. É sua a descoberta das secções cónicas, e uma solução analítica do problema da duplicação do cubo — construção de $\sqrt[3]{2}$ — como intersecção de uma parábola e uma hipérbole. O estudo das cónicas por Apolónio utiliza na essência os equivalentes geométricos de equações cartesianas das cónicas. A ideia de coordenadas não é totalmente estranha aos egípcios, gregos e romanos antigos, especialistas em levantamentos topográficos e desenho de mapas geográficos e astronómicos, como é o caso de Hiparco (c. 150 a.C.). O que falta aos geómetras gregos é a inclinação e a técnica para manipular as equações de modo a poder extrair informações sobre as curvas, o que não admira: no tempo de Apolónio de Perga (262-190 a.C.), uma equação é descrita por palavras, em cerca de meia página de texto, não sendo por isso fácil chegar a um conceito geral de equação, função ou curva analítica.

No século XIV, Nicolau Oresme (c. 1323-1382) antecipou outro aspecto da geometria analítica, ao representar certas leis físicas, por exemplo, a velocidade como função do tempo, por um gráfico ladeado por dois eixos, um para a variável independente, que designou de *longitude*, e outro para a variável dependente, a *latitude*. A novidade em Oresme é o sistema de coordenadas *antes* de determinar a curva. A ideia de utilizar a álgebra em questões do cálculo é de François Viète (1540-1603), mas o grande impulso é dado por Descartes e Fermat com o seu novo método, tirando partido decisivo dos avanços entretanto verificados na manipulação simbólica da álgebra e tratando das equações com a generalidade que a simbologia algébrica moderna permite.

Na geometria analítica moderna utilizam-se sistemas de coordenadas para posicionar pontos, digamos no plano (euclidiano), quer dizer, determinar (ou "identificar") um ponto P do plano por (com) um par ordenado de números reais (x, y), as coordenadas do ponto referidas a um par de eixos coordenados. Assim, torna-se possível descrever uma curva geométrica no plano por uma equação $f(x,y)=0$ e, reciprocamente, toda a equação deste tipo representa uma curva, constituída por todos os pontos $P=(x,y)$ tais que $f(x,y)=0$, o chamado *gráfico* da curva. Propriedades analíticas e algébricas da equação hão-de corresponder a propriedades geométricas da curva correspondente, e vice-versa. Uma propriedade geométrica da curva há-de ser estabelecida por via da álgebra ou da Análise. Os algoritmos algébricos vêm em socorro das intuições analógicas. Presumivelmente, estas poderão sempre reduzir-se àqueles...

Fermat e Descartes

Os historiadores modernos apontam o ano de 1637 como o do nascimento da geometria analítica, filha de René Descartes (1596-1650) e Pierre de Fermat (1601-1665). A invenção não foi, em si mesma, muito difícil, atendendo aos antecedentes, mas foi fundamental para os progressos posteriores em geometria e álgebra. A obra de Fermat que explica o novo método, *Ad locos planos et solidos isagoge* [*Introdução aos Lugares Geométricos Planos e Sólidos*] terá sido iniciada em 1629 e concluída em 1636, de acordo com correspondência trocada com Marin Mersenne (1588-1648) e Giles Persone de Roberval (1602-1675), mas só foi publicada postumamente em 1679. No ano de 1637 Descartes concluía a revisão das provas tipográficas do *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences* [*Discurso sobre o método para orientar a razão e buscar a verdade nas ciências*], acompanhado de três Anexos ou Apêndices, o último dos quais intitulado *La géometrie* [*A geometria*], escrito com a intenção de ilustrar as considerações filosóficas gerais do *Discurso* relativas ao método científico.

Fermat e Descartes terão elaborado os seus trabalhos independentemente um do outro, sendo por isso um tanto surpreendente que tivessem ambos como ponto de partida o mesmo problema geométrico clássico, nomeadamente, uma solução analítica do problema das três ou quatro rectas de Apolónio e, por outro lado, tivessem ambos reconhecido, como ponto alto das suas investigações, que os gráficos planos das equações do segundo grau são exactamente as cónicas. Até este ponto Fermat é mais sistemático do que Descartes, mas enquanto o primeiro interrompe aí as suas pesquisas, deixando para os vindouros o desenvolvimento do assunto, Descartes desenvolve o estudo de equações de grau superior, exibindo invejável mestria no manejo de métodos algébricos em geometria. Todavia, o estilo d'*A Geometria* não é o de uma exposição sistemática, com explicações e demonstrações pormenorizadas, mas antes o de um relatório descritivo e soberbo das suas descobertas, de leitura não muito fácil. O excesso de vaidade e autoconfiança leva-o, por vezes, a pisar o risco da imprudência, quando afirma, por exemplo,

> as razões entre linhas rectas [segmentos] e curvas não são conhecidas, e creio que não poderão ser descobertas pela mente humana.

Estava aqui referindo-se à determinação do comprimento de um arco de curva, questão que acabaria por ceder ao poder do cálculo infinitesimal que haveria de ser desenvolvido passadas poucas décadas. No final do trabalho escreve

> E espero que a posteridade me julgue com benevolência, não apenas pelas coisas que expliquei, como também por todas aquelas que intencionalmente omiti, a fim de não retirar a outros o prazer de figurarem por si próprios a explicação.

Somente passados mais de cem anos sobre a edição revista d'*A Geometria* publicada em 1659-1661 é que a geometria analítica adquiriu a forma familiar que possui nos nossos dias.

Os termos coordenadas, abcissa e ordenada utilizados modernamente foram introduzidos por Gotfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

A Geometria de Descartes

A Geometria é a única obra matemática publicada de Descartes, ocupando cerca de cem páginas do *Discurso*. Divide-se em três partes. A primeira procura explicar alguns dos princípios da "álgebra geométrica" e representa já um avanço significativo em relação aos matemáticos helénicos. Descartes começa por afirmar que

> todo o problema em geometria pode ser reduzido a termos tais que o conhecimento dos comprimentos de certas linhas [segmentos] é suficiente para a sua construção.

Ora, as operações aritméticas básicas são adição, subtracção, multiplicação, divisão e extracção de raizes quadradas. Em geometria, tendo fixado uma linha [segmento] para unidade, podem-se definir cinco operações sobre segmentos correspondentes às cinco operações aritméticas. Para os gregos, uma variável numérica representa sempre um comprimento de um segmento, um produto de duas variáveis é uma área rectangular, um produto de três é um volume paralelepipédico. Não para Descartes. Por exemplo, para multiplicar dois comprimentos $x=BD$ e $y=BC$, tomando AB como unidade, basta ligar os pontos A e C e tirar por D uma paralela DE a CA, sendo $BE=xy^2$ o produto pretendido (pelo conhecido teorema de Tales (fig. 1).

Por outras palavras, o produto $z=xy$

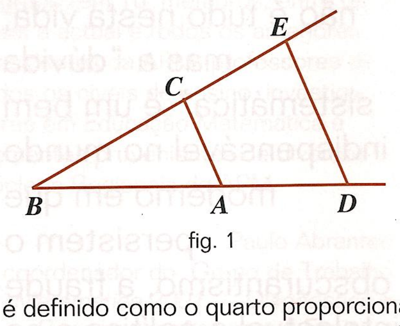


fig. 1

é definido como o quarto proporcional (construtível com régua e compasso) na proporção

$u : x = y : z,$

onde u é a unidade. Analogamente, o quociente $y = \frac{z}{x}$ é o terceiro proporcional na proporção acima. Escolhida uma unidade, podemos assim representar por um segmento qualquer potência de uma variável, um produto de duas ou mais variáveis ou um quociente e efectuar a construção respectiva com instrumentos euclidianos, de cada vez que às variáveis são atribuídos valores determinados. Para a extracção de raiz, $z = \sqrt{x}$, a construção é como segue. Dado $x = AB$, prolonga-se com a unidade $u = BC$, divide-se AC ao meio, traça-se a semicircunferência com diâmetro AC e tira-se o segmento perpendicular BD, cujo comprimento é a solução pretendida (por conhecidos teoremas euclidianos, nomeadamente, os teoremas de que ΔACD é rectângulo em D e BD divide aquele em dois triângulos semelhantes).

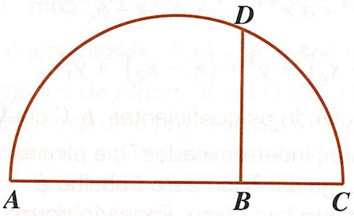


fig. 2

Denotando segmentos por a, b, ..., os resultados das operações são denotados

$$a + b,\ a - b,\ ab,\ \frac{a}{b},\ \sqrt{a}.$$

Isto configura uma "aritmetização" da geometria, que Descartes mais adiante complementa com sistemas de coordenadas: marcando x num eixo, e, noutro eixo com certa inclinação relativamente ao primeiro, marcando y, o problema típico é determinar todos os pontos cujas coordenadas x, y satisfazem uma dada relação. Se a relação for, por exemplo, $y = x^2$, então para cada valor de x pode-se construir o valor correspondente de y como o quarto proporcional na proporção $u : x = y : z$. As "coordenadas cartesianas" são modernamente entendidas como coordenadas ortogonais, mas este caso nunca é objecto de atenção especial por Descartes.

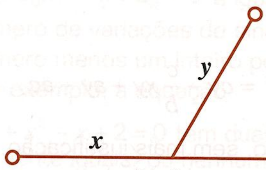


fig. 3

De seguida, Descartes mostra, com a sua técnica, como resolver geometricamente (obtendo soluções positivas) as equações $z^2 = az + b^2$, $z^2 = -az + b^2$, $z^2 = az - b^2$. Para a primeira, por exemplo, ele constrói o triângulo rectângulo ΔNLM com $LM = a$ e $LN = \frac{1}{2}a$ (fig. 4). Prolongando a hipotenusa até O, com $NO = NL$, e construindo a circunferência com centro em N e raio NO, conclui que a solução z é OM, pois o valor de z é dado por

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + b^2}$$

Sob as mesmas condições, MP é a, solução de $z^2 = -az + b^2$; se MQR for paralelo a LN, então MQ e MR são as duas soluções de $z^2 = az - b^2$.

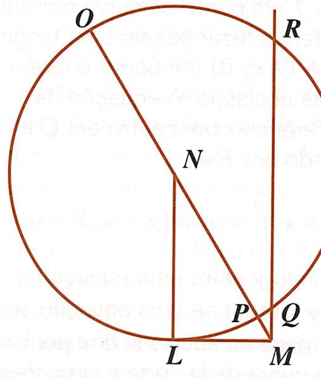


fig. 4

A concluir a primeira parte, Descartes aborda o problema das três ou quatro rectas de Apolónio, que também foi resolvido e generalizado por Fermat.

De acordo com o historiador Papo de Alexandria (*c.* 300 a.C.) Euclides e Apolónio tentaram, sem êxito, resolver o "problema das três ou quatro rectas", o que levou Descartes a tentar a sua sorte com os novos métodos.

Vejamos um caso do problema das quatro rectas. O problema é o de determinar todos os pontos C tais que, tirando de C quatro segmentos com inclinação dada para quatro rectas dadas, digamos AB, AD, EF e GH, os quatro segmentos CB, CH, CF e CD, respectivamente, satisfaçam a condição de o produto de dois (comprimentos) deles esteja numa proporção dada com o produto dos outros dois, digamos

$$CB.CD = \alpha.CF.CH \qquad (1)$$

Descartes introduz aqui as coordenadas, com vista a simplificar as coisas, chamando x ao comprimento de AB e y ao comprimento de CB, sendo C um ponto genérico do lugar geométrico a determinar. Relativamente a estas coordenadas, mostra de seguida que os comprimentos a determinar CB, CH, CF e CD são funções lineares de x e y. Por exemplo, como os ângulos do ΔARB são conhecidos (fig 5), a razão $BR : AB = b$ também é conhecida, donde $BR = bx$ e $CR = y + bx$. Como os ângulos do ΔDRC são conhecidos, também o é a razão $CD : CR = c$, donde $CD = cy + bcx$. Analogamente, pondo $AE = k$ e $AG = l$ e sendo conhecidas as razões $BS : BE = d$, $CF : CS = e$, $BT : BG = f$ e $CH : TC = g$, obtém-se $BE = k + x$, $BS = dk + dx$, $CS = y + dk + dx$, $CF = ey + dek + dex$, $BG = l - x$, $BT = fl - fx$, $CT = y + fl - fx$, e finalmente $CH = gy + f\,lg - fgx$.

Resulta que a equação (I) que representa o lugar geométrico pretendido é uma equação quadrática em x e y. Para cada valor de x (ou de y) valor correspondente de y (de x) pode ser obtido resolvendo uma equação quadrática e, assim, diz Descartes, podem ser construídos tantos pontos do lugar geométrico quantos se queira.

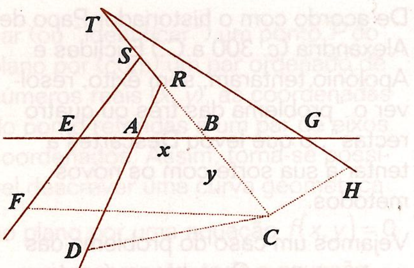


fig. 5

Na segunda parte da Geometria, Descartes regressa a este problema para mostrar que o lugar geométrico assim descrito é uma cónica, possivelmente degenerada numa linha recta.

Em geral, a questão que mais ocupa Descartes na *Geometria* é a construção de pontos que são soluções de problemas geométricos. Para isso houve que decidir que tipos de curvas são legitimamente construtíveis. As mais simples são as construtíveis com os instrumentos euclidianos — a régua e o compasso — mas é sabido que os gregos utilizaram também, por vezes, outros instrumentos e curvas, como as cónicas e algumas curvas transcendentes, como a quadratriz de Hípias (para resolver o problema da trissecção do ângulo). Descartes decide aceitar como legítimos os instrumentos euclidianos, fornecidos pelos postulados 1 e 3 dos Elementos de Euclides e, ainda, as curvas descritas da seguinte maneira: «Duas ou mais linhas podem-se mover [continuamente] uma sobre a outra determinando, pelos pontos de intersecção, outras curvas.» Para gerar tais curvas descreveu diversos instrumentos ou máquinas como, por exemplo, o da figura 6.

A régua *GL* tem um pivot em *G* e uma anilha movível em *L*, acoplada a uma peça *CNKL* que permite que L se desloque ao longo da recta fixa *AB*, mantendo sempre *KN* paralelo a si mesmo. A intersecção variável *C* das linhas móveis *GL* e *KN* gera a curva. Pondo $CB = y$, $BA = x$ e definindo as constantes $GA = a$, $LM = a$ e $NL = c$, Descartes mostrou que $BK = (b/c)y$, $BL = (b/c)y - b$ e $AL = x + (b/c)y - b$; como $CB : BL = GA : AL$, obtém a equação

$$\frac{ab}{c}y - ab = xy + \frac{b}{c}y^2 - by,$$

donde

$$y^2 = cy - \frac{c}{b}xy + ay - ac,$$

concluindo, sem mais justificação, que se trata de uma hipérbole.

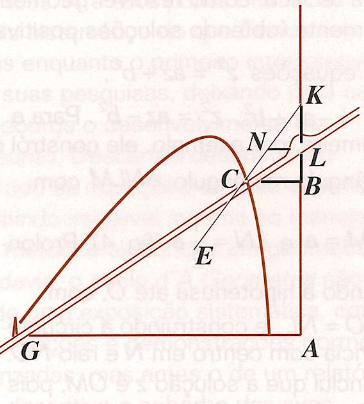


fig. 6

Modificações deste instrumento permitiram a Descartes obter, na terceira parte da Geometria, algumas curvas de ordem superior.

A segunda parte contém também um interessante método para construir tangentes a curvas (v. fig. 7). Seja $f(x,y) = 0$ a equação da curva e $P(x_1, y_1)$ um ponto da curva por onde se pretende fazer passar uma tangente. Seja $Q(x_s, 0)$ um ponto sobre o eixo das abcissas. A equação da circunferência com centro em Q e passando por P é

$$(x - x_2)^2 + y^2 = (x_1 - x_2)^2 + y_1^2$$

Eliminando *y* entre esta equação e $CB = y$ obtém-se uma equação em *x* que fornece as abcissas dos pontos onde a curva dada corta a circunferência. De seguida determina-se x_2 de tal modo que esta equação tenha uma raiz *dupla* igual a x_1. Esta condição determina *Q* como a intersecção do eixo das abcissas com a normal à

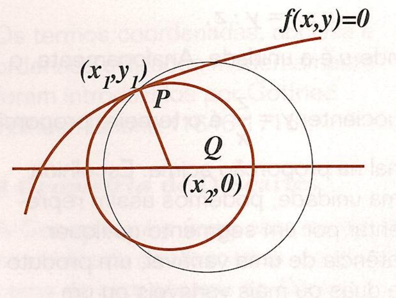


fig. 7

curva em *P*, visto a circunferência e a curva serem agora tangentes em *P*. Construída a circunferência, fácil é obter a tangente em *P*.

Este método é aplicado por Descartes para construir tangentes a diversas curvas mas, em casos mais complicados, os cálculos algébricos envolvidos podem-se tornar proibitivos. Descartes não determina as condições gerais para uma equação algébrica (polinomial) $a_0x^n + ... + a_n = 0$ possuir uma raiz dupla *r*. Nos exemplos que apresenta limita-se a igualar termo a termo o polinómio

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$ com

$$(x - x_2)^2 + y^2 = (x_1 - x_2)^2 + y_1^2$$

calculando os coeficientes b_i ("coeficientes indeterminados"), a eliminar de seguida. Todo este trabalho é bastante fastidioso. Passado pouco tempo, o método das tangentes de Descartes viria a ser suplantado pelo de Fermat.

A terceira parte do trabalho que vimos descrevendo diz respeito a soluções de equações de grau superior a dois dizendo, por isso, mais respeito à álgebra do que à geometria. Tais equações aparecem, invariavelmente, associadas a curvas "geométricas" ou definidas geometricamente (cujos pontos seriam construídos por movimento contínuo de uma das suas máquinas ou instrumentos). Aparentemente, Descartes também acreditava que, reciprocamente, toda a equação algébrica em duas variáveis determina uma curva cuja construção pode ser efectuada por uma das suas máquinas, mas não estava em condições de poder demonstrar tal coisa. Ao contrário de Fermat, Descartes descreve sempre uma curva geometricamente, e só depois, se apropriado, deriva a sua equação. Em nenhuma circunstância começa por uma equação para definir uma curva. Afinal de contas, Descartes propusera-se fazer uma reforma do ensino da geometria. Um critério puramente algébrico na definição de curva reduziria a geometria à álgebra, e nada estaria mais longe do seu espírito.

Nos séculos seguintes diversos matemáticos tentaram generalizar os métodos e máquinas de Descartes para tentar encontrar outras maneiras geométricas para construir soluções de equações de diversos tipos. Tais métodos geométricos, todavia, mostraram-se inadequados para a compreensão plena de tais soluções — mais e mais se tomou evidente a necessidade de recorrer a métodos algébricos e a novas técnicas e noções do cálculo infinitesimal.

Descartes observa que um polinómio $f(x)$ é divisível por $(x-a)$ se e só se a é uma raiz de $f(x)$ e, partindo dos estudos de Albert Girard (1595-1632), apresenta uma prova intuitiva de que toda a equação polinomial de grau n tem (pode ter) n raizes [reais ou imaginárias (complexas) — em contraste com a prática anterior, Descartes acaba por admitir desinibidamente raizes negativas e imaginárias]. Este resultado é modernamente conhecido por Teorema Fundamental da Álgebra, e a primeira demonstração rigorosa foi feita por Karl Gauss (1777-1855) em 1799, que produziria três outras demonstrações, duas em 1816 e outra em 1849. Nesta terceira parte deste trabalho de Descartes também se faz uso explícito, pela primeira vez, da chamada *regra dos sinais de Descartes*, uma regra para determinar, por simples observação, o número máximo de raizes positivas de uma equação polinomial. Diz-se que dois termos consecutivos da equação com coeficientes reais $a_0x^n+\ldots+a_n=0$ ($a_0>0$) apresentam uma *variação de sinal* se os seus coeficientes tiverem sinais contrários. A dita regra diz: o número de raizes positivas (contando cada raiz quantas vezes a sua multiplicidade) da equação $a_0x^n+\ldots+a_n=0$ é igual ao número de variações de sinal ou esse número menos um inteiro positivo par. Por exemplo, a equação $x^3+x^2-x+2=0$ tem duas (possivelmente iguais) ou nenhuma raiz positiva, mas quantas ao certo a regra não diz. Como as raizes negativas de $f(x)=0$ são as raizes positivas de $f(-x)=0$, a regra também permite calcular o número máximo de raizes negativas.

Dos outros dois Apêndices, um trata de Óptica e o outro de fenómenos meteorológicos, incluindo o arco-íris. Das outras contribuições matemáticas de Descartes há a mencionar a "quase" descoberta da fórmula de Euler $V-A+F=2$ relacionando o número de vértices, arestas e faces de um poliedro convexo, a primeira discussão de uma curva cúbica nodal chamada *fólio de Descartes*, a consideração de parábolas de ordem superior ($y^n=px, n>2$) e a construção de tangentes à ciclóide.

Conclusão

Por todas as suas contribuições filosóficas e científicas, Descartes é a figura intelectual dominante do século XVII e este é, seguramente, o século de Descartes. Pode-se dizer que Descartes é um matemático acidental, e que a sua geometria analítica — "o método de dar equações algébricas a curvas", no dizer de Voltaire — é apenas um episódio numa carreira rica de inovações. Para Descartes, cidadão do mundo, nada havia de mais importante para garantir a veracidade dos conhecimentos do que o escrutínio crítico do pensamento: "Nunca devemos deixar-nos persuadir da verdade de uma coisa a não ser através da evidência da razão". O racionalismo cartesiano não é tudo nesta vida, mas a "dúvida sistemática" é um bem indispensável no mundo moderno em que persistem o obscurantismo, a fraude intelectual e política e os atropelos da ética. Curioso é que um homem tão aclamado pela França tenha vivido os seus anos mais produtivos fora do país natal, não tenha ensinado em nenhuma das suas escolas nem servido os seus exércitos.

A geometria analítica moderna é um instrumento poderoso na aprendizagem das geometrias, principalmente as de dimensão superior. Não creio, todavia, que tenha destronado a geometria euclidiana (e as não euclidianas), como tal, em versões axiomáticas modernas, onde é bem patente o desenvolvimento tanto da intuição geométrica como do raciocínio dedutivo tão caro a Descartes, propiciadores de formação básica e sentimento de beleza das matemáticas (Ah, faltava a emoção estética!).

Notas

1. Breve texto escrito a pedido dos editores, para comemorar os 400 anos do nascimento de Descartes. Não sendo especialista em História da Matemática, aproveitei a oportunidade para consultar alguns trabalhos referidos na Bibliografia e fazer uma síntese das leituras. Limito-me a considerações de natureza matemática, sobre a geometria analítica no século XVII e a contribuição de Descartes, deixando para outros as de ordem biográfica ou filosófica, pedindo desde já desculpas antecipadas ao leitor por eventuais erros de apreciação.

2. Por abuso, denotamos um segmento e o seu comprimento pelo mesmo símbolo.

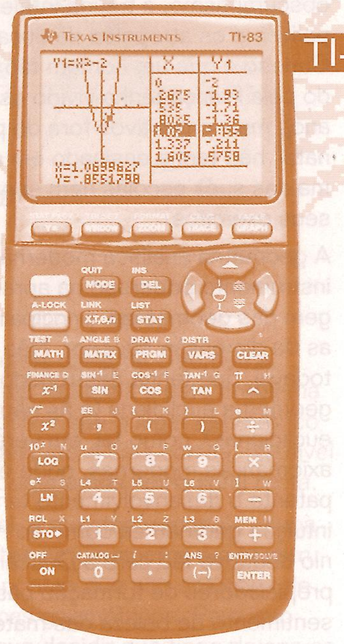
Referências

Anglin, W.S., Lambek, J. (1995). *The Heritage of Thales*. New York: Springer-Verlag.

Boyer, C. (1949). "Analitic Geometry: The Discovery of Fermat and Descartes.", *Mathematics Teacher* 37 (1944), 99-105; "The Invention of Analitic Geometry", *Scientific American* 180 (Jan. 1949), 40-45.

(continua na página 47)

Matemática mais Viva

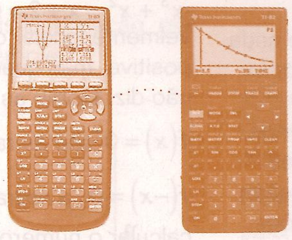


TI-83

O instrumento perfeito

para o estudo da

matemática



A TI-83 trabalha lado a lado com a TI-82

- Ecrã de 8 linhas com 16 caracteres por linha.
- Permite definir, guardar e construir o gráfico de 10 funções definidas por equações cartesianas, 6 funções definidas por equações paramétricas, 6 funções definidas por equações polares e 3 sucessões definidas recursivamente.
- Dispõe de 7 estilos de gráficos para melhor distinguir os diferentes gráficos desenhados - linha contínua grossa, sombrear a parte acima ou abaixo do gráfico, e outras.
- Funções estatísticas avançadas, incluindo testes de hipóteses e o cálculo de intervalos de confiança.
- Funções financeiras, incluindo o valor actualizado líquido (VAL), cash flows e amortização.
- Editor de resolução de equações que permite resolver interactivamente uma equação em relação a diferentes incógnitas.
- Operações com números reais e complexos, listas, matrizes e sequências de caracteres.
- Inclui um cabo que permite partilhar informação com outra TI-83 e de uma TI-82 para uma TI-83.
- Funciona com o Sistema de Laboratório Baseado na Calculadora™ (CBL™) - Sistema para a análise de dados reais.
- Disponível, como opção em separado, o TI - GRAPH LINK™.

Centro de Recursos para o Ensino da Texas Instruments

O CRE é o Departamento da Texas Instruments onde todos os professores dos diferentes níveis educativos pódem acorrer à procura de informação, material didáctico, experiências pedagógicas,... sempre baseadas no trinómio Novas Tecnologias-Matemática-Ensino.

O CRE dispõe de:

Bibliografia: artigos, livros e documentação. Mediante uma chamada telefónica pode-se dispôr de uma lista da mesma de forma totalmente gratuíta.

Programa de empréstimo de calculadoras: grátis e sem nenhum compromisso disponibilizam-se as calculadoras necessárias para a realização de cursos, trabalhos em seminários e, em geral, realizar qualquer actividade educativa com calculadoras. São enviadas com portes pagos e somente é necessário realizar o pedido com relativa antecedência.

Assistência de formação: proporciona-se assistência na formação de professores na aprendizagem e utilização de novas tecnologias...

Perante qualquer dúvida ou explicação estamos à sua completa disposição em:

TEXAS INSTRUMENTS

Programa Educacional,
Rua Brito Capelo, 822 1° Frt. 4450 Matosinhos
Tel: 02 938 64 75 Fax: 02 938 64 73

CALCULADORA GRÁFICA - TI-83

A pensar nos novos programas do Ensino Secundário

Calculadora gráfica polivalente concebida para o 10.º, 11.º, 12.º Anos e Ensino Superior

10.º Ano	11.º Ano	12.º Ano	Universidade
- Estatística	- Funções	- Probabilidades	- Estatística
- Funções	- Cálculo	- Funções	- Probabilidades
- Cálculo	- Cálculo Financeiro	- Cálculo	- Funções
- Cálculo Financeiro		- Cálculo Financeiro	- Matemática Financeira
			- Cálculo

TEXAS INSTRUMENTS

Descartes, que actualidade?

Ana Páscoa, Lurdes Geada, Rosa Barbosa *

As interrogações cartesianas sobre o que cada um de nós sabe, qual o valor desses saberes, até onde pode ir a dúvida, como reconstruir sobre a "rocha" e recusar a "areia movediça", mas sobretudo a interrogação sobre quem sou eu, continuam a inquietar-nos. (...) Na escola, o aluno que aceita passivamente as mensagens dos media, pode, pela reflexão filosófica, constituir uma forma pessoal de ver o mundo, em que o seu quotidiano se integre.

René Descartes nasceu em La Haye, França, em 1596, no seio de uma família nobre e abastada. Estudou durante oito anos num colégio, dirigido por jesuítas, La Flèche, um dos estabelecimentos de ensino mais prestigiados da época, onde recebeu uma educação inovadora.

Mas foi o jovem Descartes que afirmou: "Logo que terminei este ciclo de estudos, no termo do qual é costume ser-se acolhido na categoria dos doutos, mudei inteiramente de opinião: porque me encontrava embaraçado com tantas dúvidas e erros que me parecia não ter tirado outro proveito, ao procurar instruir-me, senão o de ter descoberto cada vez mais a minha ignorância"[1].

Mas que ensino era esse, que provocava tantas dúvidas e o embaraçava no erro?

Aprendera todas as matérias que constituiam o saber do tempo: da literatura e gramática às ciências, passando pela teologia e filosofia. Desse saber aprendido destaca a matemática que, segundo diz, não terá encontrado ainda a sua verdadeira aplicação, dado que apenas se tem aplicado às artes mecânicas. Esse carácter pragmático esconde, segundo o filósofo, a verdadeira essência de uma ciência de conhecimentos certos, evidentes, que não têm qualquer dependência da experiência e se deduzem logicamente uns dos outros.

Todos os demais saberes aprendidos não lhe permitem "distinguir o verdadeiro do falso"[1] e não lhe indicam um rumo para a sua vida. É um saber enciclopédico, livresco, submetido ao critério da autoridade, em que ele descobre algumas contradições. Está mesmo contra essa tendência para a erudição, que caracterizara os humanistas do século anterior. Afirma: "Devem ler-se os livros dos Antigos, porque é muito vantajoso para nós podermos aproveitar os trabalhos de um tal número de homens (...) mas mesmo se todos estivessem de acordo, o seu ensino não nos bastaria: nunca nos tornaremos matemáticos, por exemplo, ainda que a nossa memória possua todas as demonstrações feitas por outros, se o nosso espírito não for capaz de resolver toda a espécie de problemas".[2] A vantagem que vê nesse saber aprendido na Escola é "o aprender a não ser excessivamente crédulo"[1].

É esta atitude que o vai levar à dúvida. "Vejo-me constrangido a reconhecer que não existe nada, naquilo que outrora reputei como verdadeiro, de que não seja lícito duvidar, não por irreflexão ou leviandade, mas por válidas e meditadas razões"[3].

Que tipo de dúvida é esta?

O tempo de Descartes é de inquietação, de um fervilhar constante de ideias, de posições contraditórias. A Ciência, tal como hoje a entendemos, ainda não existe, o próprio movimento reformista gera constantes contradições acerca da verdade religiosa, o Saber, tal como era entendido, estava subordinado a um critério de autoridade forte. Perante todo este estado de coisas o cepticismo generalizava-se. Montaigne, o demolidor da superstição, dos preconceitos, dos erros, do fanatismo da opinião, acaba por afirmar que o homem nada sabe, porque o homem não é nada.

A dúvida de Descartes, sendo radical,

* Professoras do 10º Grupo B do Ensino Secundário (Filosofia,Psicologia)

Gravura do livro *No reino dos porquês*, M. Helena Santos e Teresa Lima, Porto Editora (1986)

é diferente. Não se trata de duvidar por duvidar, não é uma questão de teimosia ou leviandade, mas o assumir consciente duma atitude que conduza a um saber rigoroso, sólido e fundamentado, saber esse que é construído de forma pessoal e que recusa o apoio em "autoridades".

Mas não é da natureza de Descartes permanecer na dúvida. Ela é um instrumento de trabalho que visa a descoberta da verdade.

Onde procurá-la?

No "grande livro do mundo"[1]? Este também o desiludiu, pela verificação das contradições existentes nos costumes, leis, valores dos mais diversos povos que conheceu.

Não lhe restava pois outra solução senão, à maneira socrática, a de procurar *em si* e *por si* mesmo essa verdade. "Tomei um dia a resolução de me estudar também a mim próprio e de empregar todas as forças do meu espírito a escolher os caminhos que devia seguir"[1].

Esses caminhos vão levá-lo à definição de um método rigoroso, que permita, com segurança, procurar toda a verdade de que o homem é capaz. Inspira-se na matemática pela "certeza e evidência das suas razões"[1] e pelo facto dela usar exclusivamente a razão. Define o método como o conjunto de "regras simples e fáceis, pela observação exacta das quais se terá a certeza de nunca tomar um erro por uma verdade"[2].

Só há, para ele, dois caminhos para chegar à verdade: aceitar como verdadeiro o que se impõe à razão pela sua clareza e distinção (intuição) ou aceitar o que deduzimos "com certeza" (dedução).

A primeira regra: a evidência racional, exclui tudo o que oferece a mais pequena dúvida, obriga a que se evite a precipitação e que haja disponibilidade de espírito para apreender imediatamente a clareza dessa verdade. Como diz Descartes numa carta a Mersenne: "Eu não posso fazer ver o que está no fundo de um gabinete a pessoas que não querem lá entrar para olhar".

Mas nem tudo é claro e distinto para um ser como o homem que, além da vontade, necessita de um método que lhe permita usar, com rigor, a sua razão. O recurso à análise, que decompõe um todo complexo em tantas parcelas simples quantas for possível, é um processo de divisão que permite ao espírito não ficar confuso face a um grande número de dados. Há que ordenar depois todas essas parcelas, começando pelas mais simples, como diz Descartes e admitir a imposição de um certo nexo lógico aos elementos analisados. Impõe-se aqui a razão do sujeito que deduz ao objecto analisado.

Finalmente há que rever tudo o que foi feito, enumerando toda a cadeia de razões, verificando as relações estabelecidas, de modo a nada omitir.

Ao considerar a razão comum a todos os homens e a única capaz de nos levar à descoberta da verdade, Descartes irá defender a aplicação deste método, de modelo matemático, a todos os domínios do saber. "Deve haver uma ciência geral que explica tudo o que se pode investigar respeitante à ordem e à medida, sem as aplicar a uma matéria especial: esta ciência designa-se (...) pelo vocábulo já antigo e aceite pelo uso de *mathesis universalis*, porque encerra tudo o que fez dar a outras ciências a denominação de partes das matemáticas"[2].

A inovação do pensamento cartesiano só pode entender-se no seio de uma sociedade em mudança, por rupturas sucessivas em vários campos: social, político, religioso, mas também cosmológico, antropológico, epistemológico e axiológico. Em todas as épocas e particularmente nas de mudança surgem pensadores que, com uma intuição especial, são capazes de ler os anseios mais profundos e materializá-los numa filosofia muito própria e inovadora. Pensamos que Descartes é um desses pensadores. A consciência crítica, a capacidade de pôr tudo em dúvida, o individualismo, a descoberta duma subjectividade que é princípio do filosofar e o método são alguns dos factores justificativos do título de "Pai da Filosofia Moderna" que lhe é atribuído.

Que terá Descartes para nos dizer hoje?

O seu método permanece válido, no que diz respeito à análise, exposição e organização das ideias. Talvez hoje muitos de nós continuemos a pensar cartesianamente, quando decompomos o complexo e organizamos, segundo um nexo lógico, os elementos simples.

As interrogações cartesianas sobre o que cada um de nós sabe, qual o valor desses saberes, até onde pode ir a dúvida, como reconstruir sobre a "rocha" e recusar a "areia movediça", mas sobretudo a interrogação sobre quem sou eu, continuam a inquietar-nos.

Mas permitimo-nos salientar dois outros aspectos. Hoje, tal como há quatrocentos anos, o jovem adolescente vive um período de mudança, em que a contestação à escola, aos estudos a que os obrigam, aos programas que lhes impõem, aos cursos que lhes restam e não escolhem, mas também à falta de saídas profissionais e de trabalho gera insatisfação e dúvida.

Se, para alguns, isso pode ser factor de desorientação e pessimismo não criativos, para muitos outros é uma forma de conquistar a autonomia.

Numa altura em que a computação entra em força nas escolas, em que se privilegia o fazer, o produzir, quando o imediato é prioritário, a reflexão filosófica é considerada inútil. Fala uma linguagem diferente, defende um distanciamento crítico, uma postura de reflexão e desconstrução de discursos aparentemente inofensivos. E, no entanto, é exactamente essa diferença que é necessária e urgente. Na escola, o aluno que aceita passivamente as mensagens dos media, pode, pela reflexão filosófica, constituir uma forma pessoal de ver o mundo, em que o seu quotidiano se integre.

Parece-nos que hoje, como ontem, o importante é haver valores em que se acredite e um horizonte pelo qual se lute.

Mas, para os conseguir é fundamental a dúvida, o examinar permanente e crítico das crenças, convicções, bem como das novidades que vão surgindo, para que o pensamento e a acção interactuem, evitando atitudes dogmáticas e alienadas.

Parafraseando o professor Barata Moura no recente Colóquio "Descartes, Leibniz e a Modernidade" é imperioso esse exame crítico para que "não mais se verifiquem situações do tipo: Cogitas? ergo pum!!!...".

Referências

1 Descartes, "Discurso do Método"
2 Descartes, "Regras para a Direcção do Espírito"
3 Descartes, "Meditações Metafísicas"

Ana Páscoa, Lurdes Geada
Rosa Barbosa
Escola Secundária de Linda-a-Velha

A *melhor* capa

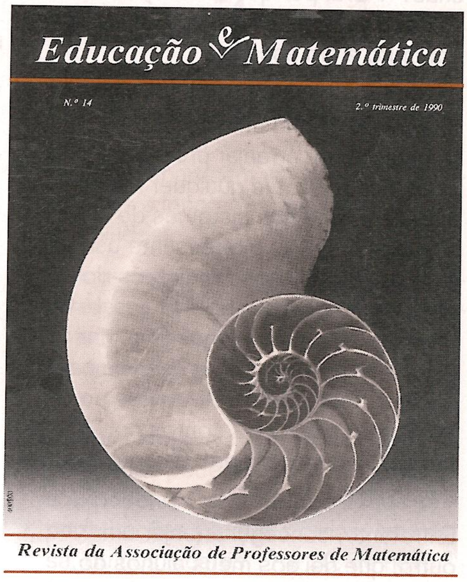
No âmbito das comemorações dos dez anos da APM, a Redacção da *Educação e Matemática* organizou uma exposição sobre a revista que esteve patente durante o ProfMat 96 em Almada, no ginásio da Escola Secundária Emídio Navarro.

Com essa exposição, entre outras coisas, pretendeu-se contar um pouco da história da nossa revista, dando uma ideia do que tem sido o seu percurso e evolução, quer em termos do seu conteúdo, quer em termos do seu aspecto gráfico e paginação.

Durante a exposição, propusemos aos visitantes a escolha da melhor capa da *Educação e Matemática* , ao longo dos dez anos de publicação. Assim, quem desejou manifestar-se, assinalou a capa da sua eleição num boletim de voto apropriado, depois de ponderada escolha face aos 40 números publicados, ali todos expostos. Ainda foram muitos os votantes e muitas as capas votadas e se a vencedora ganhou com alguns votos de vantagem, outras houve em que as preferências se distribuiram sem muita diferença.

Agradecendo a todos os que manifestaram a sua opinião, deixamos aqui os resultados mais significativos.

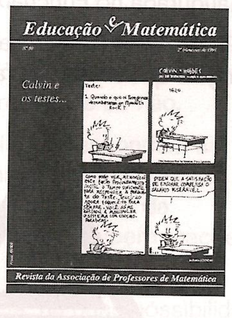
Nota: votaram 138 pessoas que distribuiram as suas preferências por 20 capas. A mais votada foi a capa do nº 14 com 32 votos, a que se seguiram a do nº 27 e a do nº 40 *ex-aequo* (18 votos) e a do nº 30 (12 votos).



A vencedora (capa do nº 14)

A capa do nº 40 (2º lugar)

A capa do nº 27 (2º lugar)



A capa do nº 30 (3º lugar)

Pontos de vista, reacções, ideias...

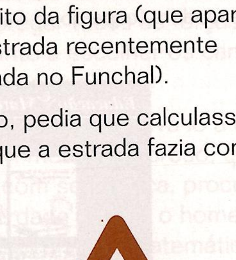
Situações reais

Gostei do artigo do Luís Carmelo no nº39 da revista que falava das situações concretas que temos de arranjar para motivar os alunos. A verdade é que o exemplo das sapatilhas não é uma situação real. Assim como também este outro: "O Sr. Almisco" põe uma escada de 5 metros encostada ao muro da sua casa. A que distância deste se encontra o extremo inferior da escada se o superior estiver a 3,5 metros do chão?". Ora, por que diabo quer o Sr. Almisco saber isto? Só porque se fala em muro e em escada?

De facto, tal como o Luís Carmelo, também eu tenho uma certa dificuldade em arranjar problemas com situações reais. De qualquer maneira, quando ensinamos sistemas de equações, é mais interessante usar o excelente problema dos preços do telefone ou então este: " O casal Vileira pretende ir às ilhas Canárias este Verão e o preço da agência para um certo hotel é de 292 contos por 14 noites e de 174,2 contos por 7 noites (viagem incluída). Quanto custa a passagem de avião?"

Entretanto, consegui arranjar um outro, que dei aos meus alunos do 11° ano, e que tinha a ver com o sinal de trânsito da figura (que apareceu numa estrada recentemente inaugurada no Funchal).

Primeiro, pedia que calculassem o ângulo que a estrada fazia com a horizontal e depois propus a seguinte questão: "Numa rua do Funchal, a Câmara Municipal pretende colocar um sinal idêntico. Funcionários da Câmara fizeram umas medidas e chegaram aos seguintes dados comprimento da rua=76 m, altura do princípio da rua (em relação ao nível do mar) = 35 m, altura do fim da rua (em relação ao nível do mar) = 52 m. Ajuda os funcionários da Câmara a encontrar o valor a colocar no sinal."



Roberto Oliveira
E. S. Dr. Ângelo A. Silva, Funchal

Sobre os resultados do 2º IAEP

Lendo — os artigos de opinião que vão saindo nos jornais e os materiais que carreamos dos encontros, seminários, etc — e reflectindo.

Hoje trago-vos aqui a sugestão de olhar de perto, no que à nossa disciplina diz respeito, a pretendida falta de conhecimentos mínimos... ("No meu tempo é que era! Eles agora?! Nem a tabuada sabem!")

Os sectores de opinião que reclamam pelo *back to basics* parecem sentir-se favoravelmente sufragados quando aparecem resultados de estudos como o "2º IAEP" que são resumidos em cabeçalhos de jornais assim do género: "O desempenho médio dos jovens portugueses de 9 anos foi o mais baixo entre os 14 países", ou, "O desempenho médio dos jovens portugueses de 13 anos foi de 48%, para uma média internacional de 58%".

Os defensores do *back to basics* dizem mais ou menos assim: "É uma indecência! Põe-se com *modernices* e depois eles nem a tabuada sabem, nem fazer uma conta de dividir!"

Talvez fosse útil — e não muito difícil — entrar no debate, mostrando que há precipitação em concluir uma ooisa da outra. Na verdade, quando se examina em pormenor o tipo de respostas onde as nossas crianças respondem *mais alto* que a (sua) média ou do que a média internacional, encontramos itens como[1]:

(9 anos)
- Multiplicar um número de um dígito por outro número de um dígito
- Subtrair, com reagrupamento, números de três dígitos

Resolver problemas de duas etapas usando a multiplicação

(13 anos)
- Identificar um número inteiro dadas algumas das suas propriedades
- Reinterpretar a multiplicação por um decimal como uma divisão

Temos assim bem classificadas algumas das competências básicas... (...)

Afinal as competências (ou a *falta* de competências) dos jovens estudantes portugueses podem não estar onde certas vozes dizem que estão! A ser assim, as conclusões (mesmo se não famosas, claro) não confirmam certos pessimismos. O que se poderá concluir disto? Qualquer coisa do género: não é na tabuada ou na conta de dividir...!

[1] Extraídos do artigo "Participação dos estudantes portugueses de 9 e 13 anos no *Second International Assessement of Educational Progress* — Matemática" de Glória Ramalho, publicado em 1995 na revista *Quadrante*, vol. 4, nº 1, pp.43-65. Este artigo adianta uma primeira análise e é o mais detalhado que conheço. Nele, a própria autora adianta a sugestão de continuação de investigação que eu desconheço.

José Carlos Frias
E.S. de Telheiras, Lisboa

O problema das embalagens premiadas

José Paulo Viana

No ano passado, no exame de 2ª chamada do 12º ano apareceu um problema de probabilidades que deu lugar a muitas discussões. Muitas pessoas me falaram nele, muitos foram os telefonemas que recebi levantando questões sobre as possíveis maneiras de o resolver. A certa altura, o Pedro Moura sugeriu mesmo que se escrevessem e publicassem na nossa revista todas as resoluções conhecidas.

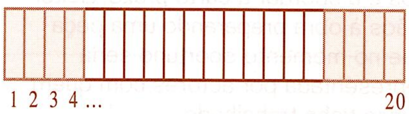
O problema é este:

Um comerciante foi informado de que tem 4 embalagens premiadas entre as 20 que adquiriu de um certo produto, mas não sabe quais são. Dispondo as 20 embalagens em fila, na montra, por uma ordem qualquer, qual [é] a probabilidade de que as embalagens premiadas fiquem todas juntas no início ou no fim da fila?

Como acontece com muitos problemas, também neste existem diferentes processos de o resolver. Eu consegui descobrir quatro, mas é possível que haja mais. Antes de começar, contudo, convém fazer uma nota preliminar.

Para calcular uma probabilidade aplicando a definição de Laplace, devemos dividir o número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. O principal cuidado a ter é usar exactamente o mesmo método na contagem dos casos favoráveis e na contagem dos casos possíveis. Além disso, a experiência mostra-me que é mais seguro começar pelos casos possíveis e só depois passar aos favoráveis.

Vamos então a isto. Para ajudar, admitamos que os vinte lugares na montra estão numerados de 1 a 20.



1º processo

Vamos pensar apenas nas quatro embalagens premiadas e considerá-las indistinguíveis entre si. Elas vão ocupar quatro dos vinte lugares da montra (e não nos interessa de que forma as embalagens não premiadas irão ocupar os lugares deixados livres pelas premiadas). Os casos possíveis correspondem às diferentes maneiras de colocar as 4 embalagens nos 20 lugares, sem preocupações de ordem. São portanto as combinações de vinte, 4 a 4.

Casos favoráveis: ou as embalagens premiadas ficam nos lugares 1, 2, 3 e 4, ou então em 17, 18, 19 e 20, novamente sem preocupações de ordem. Há portanto apenas 2 casos favoráveis.

$$P = \frac{2}{C_4^{20}} = \frac{2}{4845}$$

2º processo

Novamente vamos considerar apenas as embalagens premiadas, mas agora preocuparemo-nos com a ordem com que elas aparecem na montra (e continuamos a ignorar as embalagens não premiadas).

Casos possíveis: correspondem às diferentes maneiras de colocar as 4 embalagens premiadas nos 20 lugares. Como agora a ordem é importante, são os arranjos de 20, 4 a 4.

Casos favoráveis: as embalagens premiadas podem ficar nos lugares 1 a 4, podendo fazer entre si todas as permutações porque a ordem interessa, ou nos lugares 17 a 20, de novo com todas as permutações. Os casos favoráveis são então duas vezes as permutações de 4.

3º processo

Desta vez vamos considerar todas as embalagens, premiadas ou não.

Casos possíveis: correspondem às diferentes formas de colocar as 20 embalagens nos 20 lugares da montra. São portanto as permutações de 20.

Casos favoráveis: há duas possibilidades a considerar.

$$P = \frac{2\times P_4}{A_4^{20}} = \frac{2\times 24}{116280} = \frac{2}{4845}$$

Se as premiadas ficarem nos lugares 1 a 4, podem permutar entre si (permutações de 4) e as 16 não premiadas também podem permutar entre si (permutações de 16).

O mesmo se passa se as premiadas ficarem nos quatro últimos lugares: permutações de 4 vezes permutações de 16.

$$P = \frac{2\times P_4 \times P_{16}}{P_{20}} = \frac{2}{4845}$$

4º processo

Desta vez vamos calcular primeiro a probabilidade de as quatro embalagens premiadas ficarem nos quatro primeiros lugares, considerando que se colocam as embalagens uma a uma.

O comerciante vai colocar a primeira embalagem. A probabilidade de ela ser premiada é de 4 em 20. O comerciante vai agora pôr a segunda embalagem. Das 19 que lhe sobram, só 3 são premiadas. A probabilidade de ser uma premiada é de 3 em 19. Quando passa para a terceira, a probabilidade de ela ser premiada é de 2 em 18. Finalmente, para o quarto lugar já só há uma premiada nas 17.

Portanto, a probabilidade de nos quatro primeiros lugares só ficarem as premiadas obtém-se multiplicando as probabilidades destes quatro acontecimentos. A probabilidade de as premiadas ficarem nos quatro últimos lugares é exactamente a mesma. Portanto:

$$P = 2\times\frac{4}{20}\times\frac{3}{19}\times\frac{2}{18}\times\frac{1}{17} = \frac{2}{4845}$$

Perguntas e comentários

É normal haver vários processos para resolver um problema de probabilidades? Normalíssimo! E, quanto a mim, ainda bem.

Em algumas situações, a ordem com que os objectos aparecem disposto é importante e então há menos maneiras de resolver o problema. Se usarmos o cálculo combinatório temos de pensar sempre em termos de "arranjos".

Noutras situações, a ordem de alguns dos objectos (ou de todos) não é determinante, como acontecia no problema das embalagens. Nestes casos pode-se fazer a análise quer entrando em linha de conta com a ordem (usando "arranjos"), quer não entrando (usando "combinações").

Em certos problemas pode também subdividir-se a situação em várias "partes" independentes, analisando-se separadamente cada parte. Foi o que se fez no 4º processo do nosso problema.

Qual é o melhor processo? Todos são bons, evidentemente. Não há nenhum melhor. Cada pessoa utiliza o que lhe der mais jeito... Não se pode é mudar de processo a meio da resolução. Por curiosidade posso dizer que o meu preferido é o último!

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Materiais para a aula de Matemática

Neste número apresentamos uma proposta que nos foi enviada pela colega Maria Guilhermina Nogueira. Para realizar a ficha de trabalho utilizada, os alunos, com os triângulos distribuídos, vão construindo sucessivamente as figuras 0, 1, 2 etc, tal como se ilustra aqui ao lado.

Juntamente com a ficha, a colega enviou-nos um texto de que a seguir se publicam alguns extractos.

figura 0 figura 1 figura 2

Quando conversando com uma amiga acerca da dificuldade de motivar os alunos para assuntos velhos dos programas de Matemática, ela me perguntou se seria possível falar de fractais a miúdos do 2º ciclo (...) eu respondi de imediato que não sabia e que não seria capaz, pois nunca tinha trabalhado com alunos daquele nível.

Passou um largo período de tempo e um dia, não sei a que propósito, lembrei-me da pergunta da minha amiga e comecei a encará-la como um desafio, sentindo crescer cada vez mais a curiosidade sobre como seria preparar e realizar uma actividade com aqueles alunos (...).

Depois de me inteirar junto da minha amiga sobre os conteúdos já abordados e a abordar a curto prazo, deitei mãos à obra preparando uma peça que no momento oportuno seria representada por actores com quem nunca tinha trabalhado.

No dia combinado com a minha amiga (...) lá fui falar de ritmos cardíacos, rios e fluentes, extinção e propagação de espécies, previsões meterológicas, cristais de gelo, flocos de neve, couves-flor, etc, como ponto de partida para o conhecimento de estruturas de uma geometria diferente (...).

Preparei uma sessão de trabalho para três horas (insuficientes) em que, (...) os alunos se envolveram em actividades de construção, exploração, experimentação e generalização que os entusiasmaram e motivaram para continuar o trabalho nas aulas de Matemática.

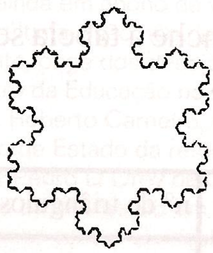
(...) Resta acrescentar que durante aquelas três horas tive a sensação de participar numa espécie de maratona, tal era o fervilhar de perguntas e respostas, de correrias e exclamações. Enfim, de vida.

Maria Guilhermina Nogueira
E. Sec. Almeida Garret, V.N. de Gaia

Escola..

Ano/Turma.................... Data........................ Aluno(a)..

A curva de Koch: o floco de neve ou um país pequenino com uma fronteira enorme



Material necessário (em cartolinas de cores diferentes):

- 1 triângulo equilátero de 27 cm de lado
- 3 triângulos equiláteros de 9 cm de lado
- 12 triângulos equiláteros de 3 cm de lado
- 48 triângulos equiláteros de 1 cm de lado

1. Depois de colares as peças para obteres a tua curva de Koch (um fractal) completa o quadro seguinte com :

- O número de lados da figura que obténs de cada vez que juntas um novo conjunto de triângulos;
- O comprimento de cada um desses lados;
- O perímetro dessa figura.

	nº de lados	comprimento de um lado	perímetro
Figura 0	3	1	3
Figura 1			
Figura 2			
Figura 3			

2. O que achas que acontece com o número de lados, o comprimento de cada um e o perímetro da figura, à medida que se for repetindo o processo?

3. Que parte da área do triângulo inicial é a área de cada triângulo de 9 cm? E cada triângulo de 3 cm? E de 1 cm?

4. Preenche a tabela seguinte, considerando que o triângulo da figura 0 representa a unidade de área.

	n° de triângulos acrescidos	área de cada triângulo acrescido	área acrescida	área total da figura
Fig. 0	0	0	0	1
Fig. 1				
Fig. 2				
Fig. 3				

5. O que vai acontecendo com a área de cada figura quando se acrescentam triângulos? Será que cresce para valores muito maiores do que o inicial? Porquê?

6. Serás capaz de indicar uma figura cuja área esteja próxima da área da curva de Kock, mas que seja sempre maior, qualquer que seja a etapa de construção?

O desenvolvimento profissional de jovens professores

Fernando Sereno

Neste artigo começamos por referir o contexto *construtivista* e da *matemática realística* que enquadram a nossa abordagem, procuramos salientar a importância de uma reflexão sobre a conceptualização e avaliação do que poderá ser um currículo na perspectiva da filosofia dos textos do NCTM (E.U.A.), e finalmente, apenas para compartilhar com todas as nossas colegas, apresentamos alguns aspectos da nossa experiência e tentativa de desconstrução de alguns aspectos de grande complexidade inerentes a qualquer processo de desenvolvimento profissional de jovens professores.[1]

A matemática sendo um saber científico que se distingue de outras ciências pelo facto de exigir provas da sua validade baseadas em raciocínios rigorosos e consistentemente formalizados, continua a ser considerada como sendo uma das disciplinas fundamentais do ensino básico e profissional e uma condição necessária para o acesso a um número cada vez maior de profissões.

Duas das aproximações ao ensino da matemática com mais relevância presentemente são a aproximação *construtivista* e a da *matemática realística*. Cada uma adopta pontos de vista próprios sobre as concepções dos professores, por exemplo, a primeira salienta o papel do professor como guia de negociações de discursos matemáticos na sala de aula, e a segunda sugere, entre outros aspectos, que o professor procure os problemas e as situações didácticas na realidade e nos seus fenómenos. Ambas dão ênfase às actividades que facilitam a matematização, assim como os processos de organização, estruturação, formalização e axiomatização que sendo significativos permitem a todos e todas as estudantes adquirir um conjunto de capacidades designadas globalmente por *poder matemático*.[2]

As práticas da educação matemática dos professores individualizados, ou organizados em grupos, assentam em normas explícitas ou implícitas. A pressão do público, das autoridades ou dos teóricos pode motivar mudanças nas concepções dos professores. Assim, nos últimos cinco anos assistimos, em Portugal, por um lado, à publicação em 1990 de uma reforma dos planos curriculares com cariz mais centralizante e, graças ao esforço de colegas e membros da APM que em tempo recorde traduziram as Normas para o Curriculum que se publicaram em 1989 nos E.U.A., verifica-se por outro lado, a divulgação desta nova visão para os currículos contendo uma perspectiva menos centralizante. Diga-se ainda em abono da verdade que esta última visão não deveria estar muito longe dos desejos íntimos do ministro da Educação nos anos 1989-90, Roberto Carneiro, ou do seu secretário de Estado da reforma educativa Pedro D'Orey da Cunha. Na sequência da divulgação em Portugal das "Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989[3])", houve a preocupação na Escola Superior de Educação do Porto de se procurar dinamizar algum trabalho — aliás muito modesto uma vez que envolveu pequenas equipas de dois ou três colegas — cujo objectivo foi o de reflectir sobre o desenvolvimento profissional de jovens professores do 1º ciclo tendo em linha de conta esta nova visão sobre a educação em matemática.

Uma pequena comunidade de aprendizes de desenvolvimento curricular[4]

A nossa reflexão centrou-se num conceito restrito de *curriculum*, isto é, um plano para a acção, ou um documento escrito sobre estratégias para atingir certos objectivos ou metas desejadas. Considerou-se importante discutir como seria possível continuar a garantir que conhecimentos de base sobre matemática estivessem a ser devidamente aprendidos nos nossos cursos de desenvolvimento profissional de jovens professores do primeiro ciclo e, entre outros aspectos, saber sem ambiguidades como poderíamos: (i) avaliar a qualidade de um programa, currículo, ou ensino de matemática, (ii) conceber um modelo de organização dos nossos programas de formação que permitisse ter em atenção, por um lado, um conjunto abrangente de múltiplas necessidades em conteúdos científicos e, por outro lado, a necessidade de criar núcleos de problemas, experiências, ou situações em que fosse dado mais relevo aos processos e contextos da aprendizagem.[5]

Procurou-se estabelecer algumas pontes de solidariedade entre os vários pontos de vista que surgiram, por exemplo, no que diz respeito à definição da relevância a dar a: (i) conteúdos e processos (ii) preparação cuidadosa em raciocínio lógico e rigoroso, interpretação, análise e resolução de situações problemáticas, (iii) informação sobre a matemática na pré-escolaridade, (iv) recomendações dos programas oficiais do 1º ciclo do Ensino Básico, (v) linguagem usada na comunicação matemática, (vi) engenharia didáctica, metodologias, materiais didácticos, manipuláveis, máquinas de calcular e computadores, (vii) relacionamento interpessoal e a necessidade de formas de diálogo eficazes entre todos os intervenientes.

Concretização na sala de aula de algumas destas ideias

Ao planificar-se a implementação de alguns destes pontos de vista nos cursos de bacharelato de formação de professores do 1º ciclo do Ensino Básico, das variantes cujas componentes nucleares eram línguas, música, arte e educação física, teve-se em atenção particularmente dois aspectos fundamentais. O primeiro foi o de escolher um modelo em que a partição dos saberes académicos e a gestão do escasso tempo de leccionação permitisse uma subdivisão dos conteúdos num número de "blocos", que fossem possíveis de ser convenientemente ensinados tendo em atenção alguns pontos fortes e interesses de investigação dos docentes participantes.

O segundo aspecto foi o de ter em consideração o poder pedagógico de cada docente participante, isto é, a sua competência para dar uma forma personalizada aos estímulos que íamos tentar transmitir às aprendizagens das nossas estudantes, tendo um cuidado muito especial com a consistência, isto é, com o facto de estarmos a partilhar ideias e práticas em conjunto que de forma alguma poderiam resultar em repetições e perdas de tempo criadoras de incoerências na formação das estudantes.

A estrutura do curso *Matemática e Ensino da Matemática II*

O tempo total de duração do curso foi dividido em três blocos, cada um tendo sido planificado por uma colega, que operacionalmente desempenhava o papel de especialista, ou autoridade sobre os conteúdos desse bloco. Cada um deles deveria ser abordado em oito sessões semanais de três horas de duração. Esta estrutura funcionaria com três docentes, que leccionavam simultaneamente agrupamentos de cerca de 35 estudantes, em salas separadas e com escassos recursos em tecnologias de informação. A ordem de apresentação de cada um dos blocos não seria, obviamente, a mesma para cada agrupamento de variantes. No bloco *Números, Estruturas e Álgebra* foca-se o funcionamento do nosso sistema de numeração, valor de posição e operações. Dá-se importância aos modos como as crianças fazem os cálculos. No que diz respeito à álgebra procura-se averiguar o que ela significa e como é que as crianças se sentem ao abordá-la. Examina-se o papel que as calculadoras poderão ter na introdução do conceito de generalização em álgebra. Procura-se dar uma ênfase às conexões entre os saberes informais das crianças e a notação formal da aritmética e álgebra.

O bloco *Números, Espaço e Geometria* foca a compreensão espacial das formas bi e tridimensionais, as estimativas de grandezas e as medidas de comprimento, área, volume, capacidade, peso, tempo, e ângulo; adicionalmente, procura-se discutir o uso contextualizado da multiplicação e divisão, dos números fraccionários e da geometria das transformações.

Finalmente, o bloco *Números, Estatística e Padrões* foca técnicas de análise exploratória de dados com vista à resolução por métodos estocásticos de problemas elementares do mundo real. Procura-se ainda neste bloco desenvolver maneiras úteis de interpretar a natureza dos dados dum problema, os objectivos, as trajectórias possíveis para a sua solução, assim como os padrões e as regularidades que possam estar para além da superfície das coisas; usa-se o cálculo combinatório, fracções, números decimais, razões, taxas e proporções para desenvolver alguns conhecimentos básicos sobre distribuições de amostragens, testes de hipóteses, distribuições binomial e normal, e cálculo de probabilidades.

Os resultados que se poderiam obter com um programa deste tipo são ainda muito limitados, uma vez que ele não é abrangente de outros aspectos importantes, como por exemplo, o das experiências de campo das nossas estudantes, isto é, as suas visitas periódicas em salas de aula das escolas e práticas pedagógicas. Ora, a filosofia subjacente a um programa de desenvolvimento profissional de jovens professores e o modo de aprendizagem das crianças só poderão ter a consistência devida, se, por exemplo, elas construirem o seu conhecimento, e este processo ser guiado com recurso frequente a materiais concretos, se essa filosofia estiver bem evidente nas salas de aula onde decorrem as experiências de campo. Há indícios de que o grau de coerência entre algumas metodologias de aprendizagem sugeridas neste programa de estudos e alguns casos de experiências de campo das estudantes não ser tão elevada quanto seria desejável.

Uma avaliação e diagnóstico desta concretização

A visão inicial na nossa equipa apontava no sentido de se avaliarem os principais resultados deste projecto depois de uma prolongada discussão no seio da equipa. Precisávamos de saber qual a matemática que esperávamos ser de facto aprendida pelas nossas estudantes, isto é, saber o que é que elas seriam capazes de usar de facto, qual seria a melhor maneira de aprenderem isso e como diagnosticar os progressos por elas verificados. Na medida do possível pretendia-se evitar um tipo de avaliação que conduzisse a uma espécie de seriação em função dos desempenhos prestados num ou dois testes escritos, e depositava-se algumas expectativas num esforço auto-sustentado da parte das estudantes para maximizarem o seu sucesso. Um dos aspectos mais importantes a ser avaliado centrar-se-ia num trabalho escrito, ou ensaio, e numa exposição oral no seio do curso. Cada estudante deveria ter a motivação necessária para investigar um tema, ser integrada em pequenas equipas, de tal modo que apesar dos diferentes desempenhos de cada membro da equipa fosse possível ir ao encontro das expectativas que iríamos negociando ao longo do tempo.

Estas concepções não tiveram ainda o tempo suficiente para serem levadas à prática de uma forma consistente. Trata-se de uma tarefa muito complexa e difícil que não depende apenas do voluntarismo. Existe um grande número de factores a ter em consideração para se conseguir atingir o objectivo de alinhar a formação de base com a experiência e as expectativas que os professores jovens vão construindo logo que começam a trabalhar em tempo completo.

Notas

[1] Ao longo deste artigo os termos *construtivismo* e *matemática realística* referem-se, respectivamente, às perspectivas de Cobb et al. (1991) da U. de Vanderbilt (E.U.A.), e às de Treffers et al. (1991) do Instituto Freudenthal da U. Utrecht (Holanda); para mais desenvolvimentos ou referências bibliográficas sobre estes tópicos pode-se consultar o texto de João Pedro da Ponte, "Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação" (Ponte, 1992).

[2] Mas o que será de facto este "poder"? O que será esta "capacidade para aplicar os conhecimentos na resolução de problemas no âmbito da matemática e outras disciplinas (NCTM,1989)"? Serão tendências, necessidades, desejos ou instintos, requeridos para a resolução de problemas matemáticos ? Para mais pormenores sobre estas questões pode-se consultar Sereno F., 1996, *Como se põe em evidência o poder matemático* (a ser publicado)

[3] Este documento constitui o elemento fundamental daquilo que se pode dizer ter sido o maior esforço de mudança sistémica na educação matemática jamais realizado nos E.U.A. A liderança deste processo esteve a cargo da Associação Nacional de Professores de Matemática (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM) que desde 1983 iniciou os trabalhos preparatórios sob a direcção de Tom Romberg e Glenda Lappan. O projecto inicial visava a especificação de normas para o currículo, a avaliação e o ensino. Foi no entanto, depois de alguma controvérsia, decidido começar pelos dois primeiros aspectos que tinham mais a ver com o conteúdo. Este primeiro documento publicado nos E.U. em 1989 (em Portugal 1991) criou uma forte impressão em parte devido ao apoio da Associação Estadual de Supervisores de Matemática. O segundo texto sobre normas para o ensino apareceu em 1991 (em Portugal 1994), constituiu um projecto de sucesso, um best-seller com mais de cem mil exemplares disseminados nos E.U. Um papel pivot neste texto é desempenhado pelo conceito de "discurso", o qual devido ao seu emprego mais generalizado na Europa levantou certos problemas dentro da comissão de redacção. As normas versam as tarefas matemáticas, o discurso, o ambiente de aprendizagem, e a análise do ensino. Nos finais de 1995 surge um novo e terceiro texto contendo normas para a avaliação-diagnóstico (*assessement*) (para mais pormenores consultar McLeod, 1996).

[4] Colaboraram na preparação de textos que serviram de fontes primárias desta secção as Colegas da ESE do Porto, Dárida Fernandes e Ângela Couto.

[5] Thomas Cooney, investigador da Universidade da Georgia em Atenas (E.U.A.) membro da equipa dos dois projectos do NCTM referidos na nota 2, e conferencista no Congresso Internacional de Psicologia da Educação Matemática de 1994 que se realizou em Lisboa, chama-nos à atenção para o facto de que qualquer reforma do ensino da matemática deve ser "um exercício de adaptação que parte daquilo qué somos capazes de fazer para aquilo que queremos fazer". Nos anos 60 e 70, o *modus operandi* de muitos programas de educação para professores consistia apenas num treino para serem matemáticos com uma competência minimamente razoável acondicionado com um pouco de pedagogia. Supunha-se que ao dar a cada professor a matemática que se pensava ele poder vir a precisar, mais algumas poucas técnicas psicológicas, seria suficiente para garantir um ensino eficaz. Se a noção daquilo que somos capazes de fazer, acrescenta este investigador, envolve da parte de cada professor, simultaneamente, os seus saberes sobre a matemática e sobre o ensino e a aprendizagem desta, então, na ausência de um destes saberes o processo de adaptação pode ficar seriamente limitado, senão mesmo impossibilitado (Cooney, 1994).

Referências

Cooney, Thomas (1994). Conceptualizing Teacher Education as Fields of Inquiry: Theoretical and Practical Implications. In *Proceedings of the 18ª Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. II. University of Lisboa.

McLeod, Douglas (1996). The Origins and Development of the NCTM Professional Standards for Teaching Mathematics. In *Proceedings of the 20ª Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* Vol. 3. University of Valencia.

NCTM (1991). *Normas para o Curriculo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM.

NCTM (1995). *Assessment Standards For School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Ponte, João Pedro (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In Brown M, Fernandes D, Matos JF, Ponte JP. (eds), *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Fernando Sereno
Escola Superior de Educação do Porto

A formação contínua dos professores do 1º ciclo

Isabel Azevedo Rocha

Muitos professores experientes do 1º ciclo reconhecem que um modelo de formação contínua afastado do terreno da prática pedagógica dificilmente se traduz em inovação na sala de aula. Neste texto, discute-se o papel que pode desempenhar na formação contínua uma componente de prática pedagógica e de reflexão sobre essa prática, numa perspectiva de trabalho colaborativo em torno das novas orientações curriculares. O ponto de partida é a experiência de um programa desenvolvido com professores do 1º ciclo.

"Eu nunca me furtei a acções de formação por sentir necessidade de uma permanente actualização porque a evolução da nossa sociedade é muito grande e acho que os professores têm de estar em actualização constante, quer a nível de jornais, de livros, de revistas, de tudo. Mas nós, as que têm a minha idade, não fomos habituadas a isso. As nossas formações têm sido teóricas e curtas, em que tiramos apontamentos, mas não experimentamos. O que acontece é que aquilo fica na pasta, ensinaram-me como se fazia mas eu não fiz. Como não experimentei eu não mudei, ficou tudo na mesma. (...) Muitas colegas vão aos créditos com as tais outras acções de formação, em que passam horas a ouvir alguém a papaguear, mas não acredito que modifiquem alguma coisa na sala de aula. (...) Se não experimentamos não sabemos as dificuldades."

Esta reflexão de uma professora do 1º ciclo, com larga experiência de ensino, acerca do tipo de formação que tem vivenciado, aponta para a necessidade de na formação contínua ser contemplada a componente de experimentação na sala de aula, com apoio e seguida de reflexão sobre essa prática, para que se verifiquem alterações quer nas concepções dos professores, quer nas suas práticas.

Em 1990/91, segundo o estudo de Serrazina (1993), 80% dos professores do 1º ciclo, em exercício, tinham uma formação inicial anterior a 1976. Mesmo tendo em conta algum decréscimo verificado nesta percentagem, nos últimos seis anos, há que ter em conta esta realidade ao pensar em modelos de formação contínua para os professores do 1º ciclo. Estes professores tiveram uma escolaridade de nove anos, seguida de uma formação de dois anos nas Escolas do Magistério Primário, que não incluía disciplinas especificas de conteúdos matemáticos e limitada à Didáctica do Cálculo. De facto, o saber matemático e o saber didáctico destes professores é limitado e as investigações sugerem que este saber e as concepções dos professores acerca da Matemática e do seu ensino e aprendizagem podem ter uma grande influência no seu estilo de ensino (Ponte, 1992; Fennema e Frank, 1992).

É na segunda metade da década de 70 que a formação inicial dos professores do 1º ciclo ganha uma nova dinâmica. As Escolas do Magistério Primário foram reestruturadas com o objectivo de elevar o nível de preparação científica e pedagógica de futuros professores, alterando-se programas, formas de recrutamento de docentes e habilitações mínimas de ingresso nessas escolas. No início da década de 80, estas Escolas, foram, progressivamente, substituídas pelas Escolas Superiores de Educação, que são, hoje a entidade a quem compete a formação inicial dos professores do 1º ciclo. Por isso, Nóvoa (1992) refere que a década de 70 foi marcada pelo signo da formação inicial, sendo a década de 90 marcada pelo signo da formação contínua de professores.

A reflexão da professora, transcrita no início deste artigo, resume uma parte da formação contínua que tem sido feita, assentando em programas não negociados, que são definidos pelo formador ou pela instituição onde tem lugar a formação. Este modelo de formação é definido por Chantraine-Demailly (1992), como o modelo escolar. É um modelo que não se desenvolve no terreno concreto da acção dos professores, o que não permite ver se se verificaram mudanças na sua prática profissional. O facto de se saber pouco sobre a formação inicial e contínua dos professores do 1° ciclo, como instrumento de diversificação das práticas, como é salientado por Benavente (1990), deve-se, em parte, ao facto dos modelos de formação se aproximarem deste modelo escolar.

Aceitando como natural alguma resistência dos professores à inovação, na medida em que esta implica alguma ruptura com práticas instituídas, o que pode acarretar alguma insegurança, a adaptação dos professores à mudança que essa inovação origina poderá, concerteza, passar pela estratégia dos modelos de formação contínua adoptados.

As orientações curriculares para o 1º ciclo e a formação dos professores

As inovações curriculares para o ensino da Matemática no 1° ciclo estão muito para além de uma alteração de conteúdos, tendo mais implicações no tipo de actividades que os professores irão seleccionar e propor aos alunos e nas formas de trabalho na sala de aula. Neste confronto entre propostas curriculares inovadoras e uma prática instituída, o professor necessita de apoios e recursos diversificados para a reconstrução dessas práticas o que pode ser facilitado pelo envolvimento em programas de formação contínua também eles contendo dinâmicas diferentes. Se nos colocamos numa perspectiva sócio-construtivista da aprendizagem da Matemática, que tipo de formação levará à adopção pelos professores, dessa perspectiva, reformulando assim as suas concepções acerca da natureza da Matemática e da forma como os alunos aprendem?

Segundo vários autores (Rice, 1992; Santos e Kroll, 1992; Boufi e Kafoussi, 1993) os mesmos princípios devem ser adoptados como base para programas de desenvolvimento profissional de professores. Há, assim, um reconhecimento de que o professor deve desempenhar um papel activo na sua própria formação e que a formação deve ser centrada na prática. Donald Schön é considerado um dos autores que mais contribuíu para alargar ao campo da formação de professores esta epistemologia da prática. Para Schön (1992), a prática é vista como uma fonte de conhecimento (conhecimento na acção) através da experimentação e da reflexão. Encarar a sala de aula como um local privilegiado de aprendizagem dos professores é considerado por Clarke (1994) um dos princípios chave para o desenvolvimento profissional dos professores:

> "*Reconhecer que as mudanças nas concepções dos professores acerca do ensino e aprendizagem são largamente derivadas da prática na sala de aula; tais mudanças surgirão após a oportunidade de validarem, através da observação de aprendizagem positiva dos alunos, a informação teórica obtida no programa de desenvolvimento profissional.*"

Por outro lado, há também algum reconhecimento de que os professores se desenvolvem profissionalmente pelo contacto e trabalho conjunto com outros professores, nomeadamente os da mesma escola. No entanto, o individualismo tem sido a cultura dominante entre os professores do 1° ciclo (Benavente, 1990; Hargreaves, 1992).

Nas escolas do 2°, 3° ciclos e Secundárias, os professores associam-se por grupos disciplinares, havendo escolas em que esses grupos têm grande actividade, trabalhando colaborativamente, mas a comunicação entre os diversos grupos normalmente é pobre, por vezes dificultada pela dimensão da própria escola. Esta cultura, digamos que disciplinar, já poderá dar algum contributo, embora insuficiente, para o desenvolvimento profissional dos professores, daí que a necessidade de uma nova cultura profissional, não isolacionista, mas colaborativa, se torne mais premente entre os professores do 1° ciclo.

Um programa de formação contínua

No âmbito da Tese de Mestrado (Rocha, 1996), realizei um estudo na área do desenvolvimento profissional dos professores do 1° ciclo, que decorreu no quadro de um programa de formação contínua, orientado para:

- Estimular o trabalho colaborativo entre os professores participantes;
- Estimular a discussão sobre as orientações curriculares para o ensino da Matemática no 1° ciclo e suas implicações, nomeadamente na organização e dinâmica da própria aula;
- Envolver os professores na planificação de actividades em que se privilegie: (a) a formulação e a resolução de problemas, (b) a abordagem de situações problemáticas, em que se relacionem as ideias matemáticas e se explorem as conexões da Matemática com as outras áreas e com a vida quotidiana dos alunos, (c) as interacções na sala de aula de forma a que os alunos aprendam a comunicar matematicamente;
- Criar condições para que os professores participantes reflictam sobre as questões que a prática pedagógica for levantando, encorajando-os a exprimir dúvidas, preocupações ou objecções em relação à implementação das actividades planificadas.

No programa de formação que teve a duração aproximada de seis meses e que decorreu no ano lectivo 1994/95, participaram onze professoras, sendo pelo menos duas da mesma escola, visto que este era um critério de selecção. No início de Julho de 1994, foram estabelecidos contactos com algumas Escolas do 1° ciclo, do concelho da Marinha Grande, dando a conhecer aos professores os objectivos e formato do programa, os critérios de selecção e as suas formas de participação, tendo a selecção sido feita no início de Setembro. As formadoras (a Elvira, professora do 1° ciclo e eu própria) tiveram uma participação com dimensão colaborativa, em que o grau de participação variou ao longo das várias fases do programa, tendo assumido algumas iniciativas na fase inicial, como a selecção de textos que foram analisados.

Realizaram-se sessões colectivas numa das escolas a que pertenciam as participantes com uma periodicidade semanal. Estas sessões tiveram finalidades diferentes consoante a fase de desenvolvimento do programa.

Numa 1ª fase, as sessões visaram fomentar a comunicação entre os participantes, de modo a identificarem os seus interesses, preocupações e necessidades, e a partir daí seleccionaram um ou dois objectivos que se propuseram atingir neste programa. Partindo da análise dos programas e das orientações curriculares para o ensino da Matemática no 1º ciclo, procurou-se reflectir sobre a integração dos diversos conteúdos, procurando uma melhor articulação da aprendizagem da Matemática com as situações do mundo real. Esta reflexão foi estimulada pela análise de actividades já utilizadas pelas formadoras e/ou a partir de textos e actividades de revistas ou livros da especialidade.

Numa 2ª fase, as sessões foram alternando com momentos de actividades práticas e momentos de reflexão. Foi a fase do confronto com a prática, da relação dialéctica entre teoria e prática, de forma a conduzir a uma reorganização dos saberes e das práticas.

Pretendia-se estimular o trabalho colaborativo na organização de actividades e materiais a utilizar com os alunos, e, posteriormente, reflectir sobre as questões levantadas na implementação dessas actividades.

Procurou-se ultrapassar as dificuldades logísticas de cada escola (nem sempre conseguida), de forma a que as participantes pudessem observar as aulas umas das outras, de modo a enriquecer as reflexões posteriores sobre a implementação, na sala de aula, das actividades que foram planificadas. Estas reflexões eram feitas na própria escola logo após a aula e posteriormente nas sessões colectivas. Em relação a aulas não observadas e para estimular a reflexão, foi solicitado que cada professora fizesse uma "descrição oral" de um episódio de ensino, uma dificuldade ou situação controversa com que se defrontou na sala de aula. Estas descrições eram objecto de análise por todas as participantes, de forma a permitir comparar ideias ou confrontar diferentes pontos de vista.

Finalmente na 3ª fase, as sessões serviram para reflectir sobre as experiências e reflexões vivenciadas ao longo das fases anteriores, tendo sido solicitado a cada participante uma reflexão escrita relativa ao grau de consecução dos objectivos que se propôs atingir.

O grau de consecução dos objectivos do programa, dependeu, em grande parte, da sua estruturação em três fases. O número reduzido de participantes foi outro factor importante no desenvolvimento da dinâmica do próprio programa, na medida em que proporcionou mais tempo e oportunidades a cada professora para uma prticipação mais activa nas sessões colectivas.

A experiência de participação em programas de formação na área da educação matemática por parte das professoras participantes era muito reduzida, limitando-se a algumas acções promovidas pelo PIPSE, com o objectivo de "sensibilizar para os novos programas".

A 1ª fase do programa permitiu criar as condições para estimular a discussão e a reflexão sobre as novas orientações da didáctica da Matemática, contribuindo para uma consciencialização das suas necessidades:

"A análise dos textos alertou-me para um tipo de trabalho diferente daquele que eu faço nas aulas de Matemática. Mas se me tivessem dado os textos para a mão e me limitasse a lê-los e não viesse aqui discuti-los, esclarecer alguns aspectos, concerteza não iria experimentar. A discussão nestas sessões foi muito importante para esclarecer como fazer algo de diferente. (...) Para mim uma novidade foi pôr os alunos a trabalharem dois a dois ou em grupo, o que eles já faziam noutras áreas por que tinham de escrever e de investigar, o que não acontecia em Matemática, porque só podia ser aquilo. Agora que para mim a Matemática já passa a incluir esses aspectos, já faz sentido os alunos trabalharem uns com os outros."

Esta afirmação de uma das participantes revela uma concepção da aula de Matemática em que a comunicação estava ausente, concepção partilhada pela maioria das professoras e por isso o "fomentar a comunicação na aula de Matemática" foi o objectivo de desenvolvimento profissional mais escolhido por essas professoras.

A discussão à volta dos textos levou ao reconhecimento da necessidade de desenvolverem ou aprofundarem os seus conhecimentos relativamente à Estatística, Geometria e estratégias de resolução de problemas, como revelam as reflexões de algumas professoras: "*Confesso que nunca trabalhei com gráficos, porque não sei, não me sinto segura, nunca aprendi Estatística*"; "*Na minha formação inicial nunca se falou em geoplano, nem papel ponteado e eu sinto que preciso de formação nessa área, até porque nunca gostei de trabalhar a Geometria. Enquanto aluna do Liceu, a Geometria ficava sempre para o fim e eu sentia que mesmo os professores não estavam muito incentivados e não nos incentivavam para a aprendizagem da Geometria*".

A influência dos textos discutidos na 1ª fase, reflectiu-se na selecção e produção de actividades na 2ª fase do programa. Nesta 2ª fase, as professoras tiveram uma participação mais activa na sua formação, na medida em que seleccionavam, adaptavam ou produziam propostas de actividades, experimentavam na sala de aula e reflectiam sobre essa experiência após a aula, em conjunto com as formadoras e a colega da escola participante no programa e ainda nas sessões colectivas. As professoras reconheceram a importância desta 2ª fase, bem como o seu carácter inovador:

"A 2ª fase do programa é que foi a novidade em relação às outras acções que tenho frequentado, o que não quer dizer que a 1ª fase não seja importante, é, mas seguida da outra. A 2ª fase é que nos tornou mais participantes da nossa própria formação, a que não estamos habituadas. Assim não estivemos só a receber. Foi um programa de formação em que experimentamos e reflectimos sobre o resultado das experiências."

Quanto ao envolvimento das professoras da mesma escola em trabalho colaborativo, verificou-se que o facto de existirem pelo menos duas professores em cada escola a participar no programa não foi suficiente para atingir esse objectivo que só foi alcançado em duas escolas, em que as professoras tinham o mesmo ano de escolaridade. As outras professoras consideraram este factor determinante na ausência de práticas colaborativas, e nalguns casos sentiu-se alguma interferência do "eu pessoal" no "eu profissional". A diversidade cultural e social encontrada pareceu influenciar os seus interesses profissionais e a forma como encaram o seu desenvolvimento profissional, dificultando a criação de uma cultura colaborativa.

Algumas conclusões

É de salientar a importância de confrontar os professores do 1° ciclo, em especial os que já têm uma larga experiência de ensino, com novas abordagens do ensino e aprendizagem da Matemática. As perspectivas da didáctica da Matemática parecem constituir bons pontos de referência ao delinear um programa de formação contínua. No entanto, é necessário que desse confronto o professor questione a sua prática, ganhando incentivo para passar à fase de experimentação na sala de aula.

O estudo que realizei sugere que só depois de os professores experimentarem as propostas inovadoras, reflectirem sobre as experiências, sobre as dificuldades e especialmente sobre os reflexos na aprendizagem e atitude dos alunos, é que poderão então centrar-se noutros objectivos de acordo com as necessidades então despoletadas, nomeadamente a nível de determinados conteúdos e a nível de materiais e recursos.

A transcrição com que iniciei este artigo, sugere que os professores experientes estão "cansados" de uma formação em que só "ouvem" e, por isso, já estão mais receptivos a uma formação centrada na sala de aula, desde que numa fase anterior se criem relações de trabalho no grupo, para que a troca de experiências, a observação de aulas entre colegas e a posterior reflexão sejam encaradas pelos professores como um factor de enriquecimento pessoal.

Por outro lado, o desenvolvimento de uma cultura colaborativa em cada escola do 1° ciclo, passará também pela figura de um "novo" director de escola e por uma dinâmica diferente de funcionamento dos conselhos escolares. Aliás, esta questão — que também foi objecto de análise no editorial do nº2 do Boletim "Matemática no 1° ciclo", publicado pela APM — parece-me necessitar de uma ampla discussão.

Referências

Benavente, A. (1990). *Escola, Professoras e Processos de Mudança*. Lisboa: Livros Horizonte.

Boufi, A. e Kafoussi, S. (1993). Learning Opportunities in an In-Service Teacher Development Program. *Proceedings of the17th International Conference of Psychology of Mathematics Education*, (pp. 22). Tsukuba, Japão.

Chantraine-Demailly, L. (1992). Modelos de Formação Contínua e Estratégias de Mudança. In A. Nóvoa (Ed.), *Os Professores e a Sua Formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Clarke, D. (1994). Ten Key Principles from Research for the Professional Development of Mathematics Teachers. In D. B. Aichele e A. F. Coxford (Eds.), *Professional Development for Teachers of Mathematics* (Yearbook 1994, pp. 37-48). Reston: NCTM.

Fennema, E. e FranK, M. (1992). Teachers' Knowledge and Its Impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp.147-164). New York: Macmillan.

Hargreaves, A. (1992). Cultures of Teaching: A Focus for Change. In A. Hargreaves e M. G. Fullan (Eds.), *Understanding Teacher Development* (pp. 216-240). New York: Teachers College Press.

Nóvoa, A, (1992). Formação de Professores e Profissão Docente. In A. Nóvoa (Ed.), *Os Professores e a Sua Formação*. Lisboa: Dom Quixote.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: IIE.

Rice, M. (1992). Teacher Change: A Constructivist Approach To Professional Development. *Proceedings of the16th International Conference of Psychology of Mathematics Education*, (pp. 250-257). Durham, EUA.

Rocha, M. I. (1996). *A Didáctica da Matemática no Desenvolvimento Profissional dos Professores do 1° Ciclo* (Tese de Mestrado). Lisboa: DEFCUL.

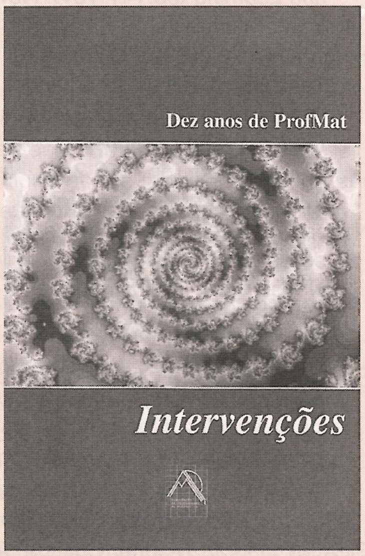
Santos, V. e Kroll, D. L. (1992). Empowering Prospective Elementary Teachers Through Social Interaction, Reflection and Communication. *Proceedings of PME 16* (pp.282- 289). Durahm, EUA.

Schön, D. A. (1992). Formar Professores como Profissionais Reflexivos. In A. Nóvoa (Ed.), *Os Professores e a Sua Formação*. Lisboa: Dom Quixote.

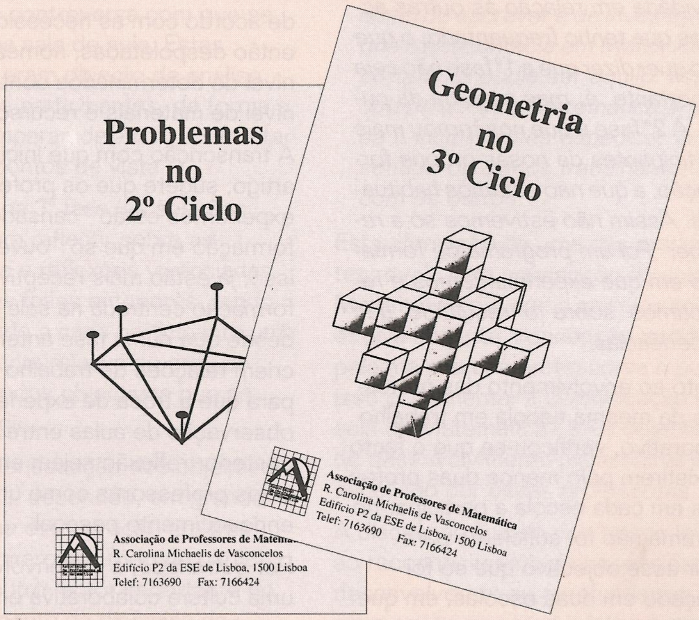
Serrazina, M. L. (1993). Concepções dos Professores do 1° Ciclo relativamente à Matemática e Práticas da Sala de Aula. *Quadrante*, 2(1), 127-138.

Isabel Azevedo Rocha
Escola Superior de Educação de Leiria

NOVAS Publicações APM

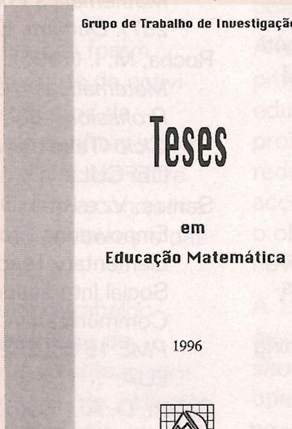


Dez anos de ProfMat
Intervenções
Preço1000$00

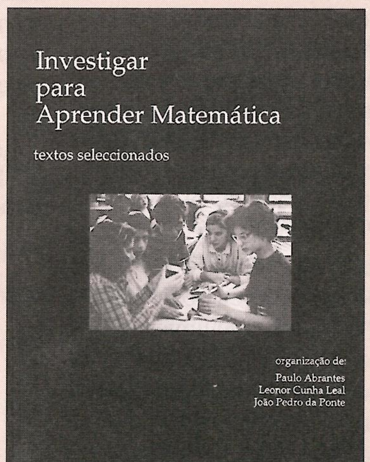


Problemas no 2º Ciclo
Preço1000$00

Geometria no 3º Ciclo
Preço1000$00



Teses em Educação Matemática
Preço 800$00



Investigar para Aprender Matemática
Preço1100$00

Escola - Formação - Responsabilidades

Elvira Ferreira

Ao nível do 1º Ciclo, julgo que nem toda a formação está a ter reflexos nas práticas dos professores, nem a conseguir mudar a escola, torná-la mais viva, mais atractiva, mais aberta, mais participada. As escolas e os professores devem ter processos de mudança quase simultâneos, sob pena de boas experiências, motivação de alguns professores, dinâmicas de escola, ficarem isolados e acabarem por falir.

Não tinha dado por ela, mas o calor de Sevilha afectou-me a memória. Só pode ter sido por causa do calor que me esqueci totalmente duma reunião que tinha marcada com colegas de uma escola do 1º Ciclo de Leiria para o dia 24 de Julho. Mas as colegas insistiram, voltaram a telefonar e, depois de mil desculpas da minha parte, lá estivemos, quase todas, às 10 horas do dia 31 de Julho , um dia de férias.

Foi para mim motivo de regozijo dirigir-me a Leiria e dar uma ajuda na escolha de material didáctico de matemática que a escola pretendia adquirir. Levava jogos que fiz para a sala de aula e levava catálogos de material da APM. Algum desse material não era do conhecimento dos professores. Ficou, então, o compromisso de, no período de 1 a 16 de Setembro, me deslocar a essa escola e fazer algumas tardes de jogos com as colegas. Alguns desses jogos não existem à venda no mercado. Ficou a ideia da criação de um grupo para construir o material, aproveitando uma modalidade da formação contínua, que é o Círculo de Estudos. Algo ficou em aberto. Oxalá se possa avançar.

A escola também pode mudar assim: um grupo de professores interessado, o órgão de direcção da escola receptivo e a ajuda de alguém poderá ser importante. Por vezes, o que custa é dar o primeiro passo. Julgo que será um bom começo de ano para esta escola. Mais experiências destas são necessárias para mudar a escola, os professores e acontecer formação. Adivinho já Conselhos Escolares com muita discussão, divisão de tarefas, vontade de relatar situações de sala de aula, reacções de alunos, outros projectos, e... falta de tempo para, em duas horas por mês, tratar de tudo.

A maior parte de todo este processo de formação contínua tem-se desenvolvido através dos Centros de Formação das Associações de Escolas. A estes cabe o papel de arranjarem formadores e de desenvolverem um processo de inscrição nas acções disponíveis. Este processo é individual e obedece a alguns critérios para ser seleccionado para as Acções creditadas. Um desses critérios, julgo que prioritário, é estar próximo da mudança de escalão. Se assim acontecer, terá entrada assegurada numa acção, eventualmente numa da sua preferência.

Acontece, então, que 20 ou 25 professores estão escolhidos para iniciar um curso de 25, 50 ou mais horas, muitas vezes numa só semana e após o dia 15 de Julho, e, assim, vir a ter direito a uma mudança de escalão e, consequentemente, a um aumento de vencimento.

Utilizando uma categorização dos professores de Ana Benavente, poderíamos dizer que "o modelo actual de formação se baseia no pressuposto de que a formação contínua não deveria envolver apenas os militantes, mas também os meramente cumpridores e os desinvestidos da profissão. A fórmula encontrada pretende uma articulação da formação contínua com a carreira docente". Tal articulação poderá, a meu ver, desvirtuar a formação contínua e beneficiar a progressão na carreira. Como tal, os objectivos da formação contínua são postos em causa, ou melhor, dificilmente serão atingidos.

Então, os créditos deveriam acabar?

Julgo que o acabar com os créditos, a curto prazo, trará mais prejuízos do que benefícios. Quantos de nós fomos aos cursos porque eram necessários os créditos? Quantos de nós frequentámos cursos que nos alertaram, que nos motivaram, que nos sensibilizaram e nos abriram outros horizontes? Não haverá experiências interessantes de cursos e que até deram créditos? Que se tem feito às boas experiências em cursos? Têm sequência no dia-a-dia dos professores e conseguem mudar a escola? ... preciso mudar as escolas?

Num recente curso que dei em Pombal, de 50 horas, a convite do Centro de Formação de Professores, participaram 40 professores do 1° ciclo, 30 dos quais nunca tinham participado numa acção de formação sobre Matemática, nove tinham participado numa acção de um dia que eu tinha dinamizado no ano anterior e uma professora já tinha participado num ou dois LeiriMat. A média das idades destes colegas era de 40 anos e uma média de 20 anos de serviço.

Através dum inquérito feito, no 1° dia do curso, foi perguntado quais eram as razões porque estavam ali e quais eram as suas expectativas em relação ao curso. Trinta e dois professores responderam que estavam ali por causa dos créditos serem necessários à progressão na carreira, embora, noutras alternativas de resposta, fosse notório o seu gosto de aprender, modificar as práticas e desejo de mudança. Quanto às suas expectativas, não resisto a transcrever algumas delas.

- Necessidade de mudança nas minhas estratégias. Preciso de ver a Matemática noutra perspectiva. Sinto-me insatisfeita na forma como trabalho os conteúdos matemáticos. Procuro inovação e espero inovação.
- Acho que poderei encontrar resposta a algumas dúvidas que me surgem no dia-a-dia, de modo a aperfeiçoar a minha prática pedagógica nesta área disciplinar.
- Procuro melhorar o meu desempenho na sala de aula, aprofundar os meus conhecimentos, reflectir sobre o ensino da Matemática face aos desafios suscitados pela Reforma do Sistema Educativo.

É notório que apesar dos créditos há uma procura de algo que possa contribuir para um melhor desempenho. Os colegas não estão satisfeitos, sentem que há algo que está a mudar e, muito evidente também, uma preocupação ao nível da sala de aula, o que é bom registar.

Gostei imenso de ter estado durante três meses com estes colegas. Houve muito diálogo, partilha de saberes, conhecimento de outras realidades...

Nas conclusões feitas pelos colegas, deixo aqui algumas que me parecem dignas de registo e para reflectirmos sobre elas:

- Como foi citado na minha introdução, o objectivo principal que me fez inscrever nesta acção foi o número de créditos para a progressão na carreira, contudo, à medida que a acção foi decorrendo e eu a fui vivenciando a minha postura mudou em relação ao objectivo principal. Mostrou-me como esta disciplina deixou de ser uma disciplina passiva, com a qual os alunos embirravam, para ser uma disciplina viva, participativa, atraente, onde os alunos a podem usar como fonte de informação e de comunicação.
- São acções destas que conduzem o nosso ensino a uma tão urgente e desejável mudança. A aprendizagem não terminou!.
- Valeu e valerá sempre a pena repensarmos o nosso papel enquanto agentes de ensino numa escola que é por tradição fornecedora de saberes mais do que aprendizagens.

Muitas mais poderia transcrever. O importante, neste momento, é a nossa reflexão sobre as coisas.

E a seguir? Como vai ser neste ano lectivo que se avizinha? Vão continuar as dinâmicas que já vinham desenvolvendo? Falei-lhes em projectos de sala de aula. Era importante ter um grupo para discutir, para se apoiarem...

— Ah, se tivéssemos alguém a quem recorrer quando estivéssemos aflitas!

Ía perguntando: - Então, como têm sido nos vossos Conselhos Escolares? Falam destas coisas? Falam das actividades que fazem com os vossos alunos? Discutem mais agora?

> Sabe, é difícil sozinha fazer qualquer alteração ou falar das coisas que aqui se passam. Não perguntam nada e é difícil. Se fossemos mais, tínhamos mais hipóteses.

Deste grupo de professores houve dinâmicas e participações diferentes. Algumas colegas já tinham até a sua inscrição feita para o LeiriMat e outras vão decerto participar activamente no próximo LeiriMat até já com trabalhos realizados nas suas salas.

Entrar na escola, modificar a escola tem sido difícil, noto pela minha experiência como formadora e como professora.

Talvez seja cedo para fazer balanços dos cursos e das acções realizadas e a mudança das escolas. É um processo complexo e que envolveria muito trabalho, mas algo podíamos conhecer desta implicação. Considero urgente mudar a escola, ou, como diz Ramiro Marques "Torna-se necessário a invenção de uma nova escola. As mudanças envolvem novas relações, novas formas de tomada de decisão, novos currícula e novas maneiras de ensinar". Rui Canário, na revista *Noesis*, afirma também a propósito que "Mudar a escola deverá então significar fazê-la evoluir de um sistema de repetição de informações para um sistema de produção de saberes. Para que essa mudança seja viável é necessário que a formação de professores seja pensada em conformidade. No futuro da profissão docente, a natureza e modalidade da formação será decerto factor decisivo."

Ao nível do 1° Ciclo, julgo que nem toda a formação está a ter reflexos nas práticas dos professores, nem a conseguir mudar a escola, torná-la mais viva, mais atractiva, mais aberta, mais participada. As escolas e os professores devem ter processos de mudança quase simultâneos, sob pena de boas experiências, motivação de alguns professores, dinâmicas de escola, ficarem isolados e acabarem por falir.

Considero que não estão, assim, a ser atingidos alguns dos objectivos fundamentais da formação contínua, e alguns deles muito importantes para que a formação contínua seja uma realidade e para que a progressão na carreira não se sobreponha à formação.

Poderá haver alternativas?

As escolas do 1º ciclo com um ou dois professores, e neste momento são 53,4%, têm de reunir com outra escola próxima um Conselho Escolar, mensal, de 2 horas. As escolas com 3 ou mais professores reunem autonomamente o seu Conselho Escolar. Neste momento, as escolas com 3 e 4 professores são 23,4%.

Nos Conselhos Escolares com 3 e 4 professores, e são uma grande maioria neste momento, pela experiência e conhecimento que tenho, há pouca discussão sobre assuntos de escola, sobre assuntos pedagógicos, pouca reflexão. Tratam-se, quase exclusivamente, assuntos de carácter administrativo, como sejam leituras de circulares, cartas à Câmara Municipal, respostas a inquéritos do Ministério e pouco mais.

Também, na maioria destes Conselhos Escolares, tem havido pouca rotatividade dos seus membros e há vícios adquiridos que dificilmente desaparecerão num curto prazo de tempo.

Questões como: material a comprar, jogos, livros, máquinas de calcular, computadores, preparação de actividades de sala de aula, semanas da Matemática, discussão de textos, novas metodologias... raramente fazem parte da ordem de trabalhos da maioria dos Conselhos Escolares.

Daí, ser minha convicção que uma alteração ao número de professores por Conselho Escolar, entre 8 e 12, pudesse alterar este rumo. As conversas em circuito fechado teriam tendência a acabar, haveria menos acomodação, poderia haver mais dinâmica e um ambiente mais propício ao desenvolvimento de projectos. Importante também neste processo é a figura do presidente do Conselho Escolar ou do Director de escola.

Um Conselho Escolar por mês é muito pouco. As escolas não mudaram, ou mudaram muito pouco durante os últimos anos. É necessário aumentar o número de Conselhos Escolares, talvez dois por mês.

Uma nova dinâmica dos Directores de escola ou Presidentes dos Conselhos Escolares vai ser necessária. A estes deve-se-lhes pedir novas competências tais como:

- estimular projectos inovadores
- impulsionar reuniões com professores que leccionem o mesmo ano de escolaridade
- propor temas para discussão
- organizar equipas que desenvolvam diversas actividades...
- Estimular as boas iniciativas tanto dos Directores de escola como dos presidentes dos Conselhos Escolares.

O Director de escola deve ser o professor mais competente, tanto pedagógica, como profissionalmente, mais disponível... Todos teríamos a ganhar com alguém que pudesse contribuir para a dignificação dos cargos, das instituições e da qualidade do ensino.

A criação de um Conselho Pedagógico, a nível concelhio, talvez pudesse ajudar toda esta estrutura e a própria formação contínua, em articulação ou não com os Centros de Formação de Professores.

Neste momento, e depois de alguma reflexão sobre o assunto e da minha experiência, talvez pudesse resultar, ou ser mais eficaz, uma formação contínua em duas fases:

1ª fase:

- selecção para frequência de cursos ou outras acções nos Centros de Formação ou outras entidades, feita não a título individual, mas envolvendo 2 ou mais professores de cada escola ou do mesmo Conselho Escolar.

2ª fase:

- Participação em projectos, ao nível da sala de aula, envolvendo os professores do Conselho Escolar onde trabalham;
- acompanhamento desses projectos por alguém de reconhecido mérito profissional , que poderia estar ligado aos Centros de Formação, a Associações Profissionais, a Centros de Formação de Professores e, sempre que possível, com experiência neste nível de ensino;
- aproveitar os dias para formação para seminários e reflexão;
- estimular e apoiar os Projectos Educativos;
- responsabilizar os professores na sua participação em acções devidamente organizadas e com objectivos bem definidos, que se enquadrem nos seus projectos, em actividades de sala de aula, tornando obrigatória a execução de um relatório da sua participação e avaliação das referidas acções;
- apoiar a divulgação de iniciativas;
- premiar o mérito e o empenhamento dos professores.

Todo este programa, pressupõe, a médio prazo, uma alternativa aos créditos, em que todos estariam empenhados, acompanhados, realizando-se enquanto docentes, concretizando, então sim, os objectivos fundamentais da formação contínua: "melhoria da qualidade de ensino e aprendizagem; aperfeiçoamento das competências profissionais e pedagógicas dos docentes; incentivo à autoformação, à prática de investigação e inovação educacional; estímulo aos processos de mudança ao nível das escolas, em gerar dinâmicas formativas..." Tudo deixaria de estar só no papel, faria parte da vivência de todos, de professores, alunos e escolas.

Duma vez por todas, é necessário saber quem quer estar a sério nesta profissão. A quem não está interessado restam-lhe poucas alternativas.

É necessário, tal como afirma Rui Canário (1993), a "passagem de uma

(Continua na página 33)

O problema deste número

Sobre o problema anterior

O curto espaço de tempo entre as saídas dos números 39 e 40 de "Educação e Matemática" obriga a incluir agora as respostas as dois poblemas propostos.

O problema da revista 39 foi "Os Ângulos Pitagóricos":

Podemos dizer que os ângulos A, B e C de um triângulo são "pitagóricos" se medirem um número inteiro de graus e se $A^2 + B^2 = C^2$.

Existe algum triângulo cujos ângulos sejam pitagóricos?

Se sim, quantos tipos diferentes destes triângulos existem?

Chegaram seis respostas, enviadas por Augusto Taveira (Faro), Fernando Dias (Odemira), Helena Rocha (Lisboa), Mª João Lagarto (Monte da Caparica), Paulo Correia (Évora) e Romeu Vieira da Silva (Beja).

A resolução mais simples foi a do Fernando Dias. Os números procurados A, B e C formam um terno pitagórico. Como são a medida dos ângulos de um triângulo, a sua soma é 180. Basta procurar os ternos pitagóricos primitivos cuja soma seja um divisor de 180.

Consultando um livro com a lista dos ternos pitagóricos encontramos os seguintes com soma não superior a 180:

(3,4,5)	soma 12	(x15)
(5,12,13)	soma 30	(x6)
(8,15,17)	soma 40	
(7,24,25)	soma 56	
(9,40,41)	soma 90	(x2)
(11,60,61)	soma 132	
(12,35,37)	soma 84	
(16,63,65)	soma 144	
(20,21,29)	soma 70	
(28,45,53)	soma 126	
(33,56,65)	soma 154	
(48,55,73)	soma 176	

Só há três soluções, que se obtêm multiplicando cada terno indicado pelo número correspondente:

45°, 60° e 75°

30°, 72° e 78°

18°, 80° e 82°

É possível resolver o problema, de forma mais analítica, sem consultar a tabela de ternos pitagóricos. Também se chega lá com a ajuda de pequenos programas e de uma calculadora ou computador: a Helena Rocha usou uma TI-82 e o Paulo Correia um programa em Pascal.

Levando a investigação mais longe, podem descobrir-se mais aspectos curiosos.

Se aceitarmos soluções com dízima finita, encontramos mais três soluções:

11,25° - 84° - 84,75°

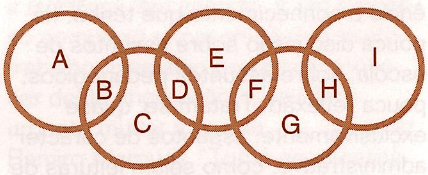
50,4° - 55° - 74,6°

36° - 67,5° - 76,5°

Existe uma infinidade de soluções irracionais. Neste caso, o valor mínimo para o ângulo intermédio é aproximadamente 52,72°.

Na revista 40, o problema proposto foi o "Puzzle Olimpico":

Os anéis olimpicos dividem o plano em nove regiões fechadas, assinaladas na figura por letras.



*Substituir as letras pelos números de 1 a 9, sem repetição, de tal modo que a soma **S** dos números dentro de cada um dos anéis seja sempre a mesma.*

Existem muitas soluções. Podemos então ir um pouco mais longe:

• Qual é a solução em que a soma S é mínima?

(continua na página 30)

Problema proposto

A formiga no cubo

Uma formiga está no centro de uma face de um cubo que tem 10 centímetros de aresta. A certa altura decide mudar-se para o centro de outra face, passando por todas as outras faces. Contudo, a formiga tem receio dos vértices e por isso nunca passa a menos de um centímetro deles.

Qual é o trajecto mais curto que a formiga consegue fazer?

O Problema do ProfMat 96

José Paulo Viana

Como vem sendo hábito, realizou-se também no último ProfMat um concurso de resolução de problemas. Foi proposto o problema "Os 12 filhos do senhor Alberto":

O Alberto é um antigo colega meu dos tempos do liceu. Já não o via há muitos anos quando o encontrei por acaso no Algarve. Depois do abraço, seguiram-se as perguntas habituais. Fiquei admiradíssimo quando me disse que tinha 12 filhos.

— E com que idades? — quis saber.

— Olha, como gostas de problemas, vou-te dando informações até tu descobrires. Aqui vai a primeira: têm todos mais que 1 ano e ainda nenhum fez 18.

— Só com isso não vou lá.

— Têm todos idades diferentes excepto dois deles que são gémeos. Além disso, o produto das 12 idades é um cubo perfeito.

Peguei num papel, num lápis e numa calculadora e fiz umas contas.

— Preciso de mais informações, pedi-lhe passado uns minutos.

O Alberto disse-me então qual era a idade do 11º filho.

Mais uns minutos de contas e tive de me lamentar:

— Ainda não é possível chegar à solução.

Foi então que o Alberto me disse a idade do mais novo e eu deixei de ter dúvidas. Já sabia a idade de todos eles.

Que idades têm os 12 filhos do Alberto?

Doze filhos lá em casa
não é tarefa ligeira
o sr. Alberto e esposa
terão grande trabalheira.
Entre dois e dezassete
distribuem-se as idades
mas para mim não é frete
gosto de curiosidades.
Sendo delas o produto
um tal cubo tão perfeito
onze, treze e dezassete
vão-se embora logo a eito.

Assim começava a resposta da Fátima Pedro e da Florinda Costa. E continuava, sempre em verso. Se houvesse prémio de originalidade, ganhavam-no sem qualquer dúvida.

Este ano o número de concorrentes foi o maior de sempre. Houve 41 respostas individuais e 8 colectivas. A resolução mais curta tinha meia página (11 linhas) e a mais longa 11 páginas e meia.

O método de resolução seguido pelos concorrentes foi, com peque-nas variantes, o seguinte.

• Decompor os números de 2 a 17 em factores primos.

• O produto das idades é um cubo perfeito logo, na sua decomposição em factores primos, o expoente de cada primo tem de ser um múltiplo de três. Por isso, as idades 11, 13 e 17 são impossíveis.

• Sobram as idades 2, 3, 4, 5 ,6 ,7, 8, 9 ,10, 12, 14, 15 e 16. O produto destes números é $2^{15} . 3^6 . 5^2 . 7^2$.

Uma das idades terá de ser repetida, devido aos gémeos.

• As idades 7 e 14 ou saem as duas ou uma delas é repetida para o expoente de 7 ser múltiplo de 3.

• Torna-se necessário agora fazer a listagem dos casos possíveis. Tem de se ter cuidado para não esquecer nenhuma hipótese.

Vários concorrentes não tiveram a resolução completamente certa por terem esquecido um ou outro caso.

Se não houver filhos com 7 e 14 anos, terá de se repetir o 2 ou o 16 e as possibilidades são:

A) 2-2-3-4-5-6-8-9-10-12-15-16

B) 2-3-4-5-6-8-9-10-12-15-16-16.

Se os gémeos tiverem 7 anos há três possibilidades:

C) 3-5-6-7-7-8-9-10-12-14-15-16

D) 2-4-5-6-7-7-8-10-12-14-15-16

E) 2-3-5-6-7-7-8-9-10-12-14-15

Se os gémeos tiverem 14 anos também há três possibilidades:

F) 3-4-5-6-7-9-10-12-14-14-15-16

G) 2-3-4-5-7-8-10-12-14-14-15-16

H) 2-3-4-5-6-7-9-10-12-14-14-15

• As possíveis idades do 11º filho são 2 (um caso), 3 (quatro casos), 4 (dois casos) e 5 (um caso). Como saber a idade do 11º filho não permite resolver o problema, então ele não tem 2 nem 5 anos. Eliminam-se os casos A e C.

• Ao saber-se a idade do 12º filho foi possível resolver o problema. Então, os dois mais novos não podem ter 2 e 3 anos porque há quatro casos em que isso acontece: B, E, G e H. Eliminam-se estes casos.

• Sobram as hipóteses D e F.

O problema tem portanto duas soluções. As idades dos filhos do sr. Alberto são:

2-4-5-6-7-7-8-10-12-14-15-16 ou

3-4-5-6-7-9-10-12-14-14-15-16.

O Augusto Taveira seguiu um processo de resolução diferente deste, analisando simultaneamente as idades poss'veis para os dois filhos mais novos.

A Ana Esteves, a Cláudia Santos e a Cristina Ramos apresentaram a solu≠‹o mais bonita, com os doze filhos em papel recortado.

A resolução do Alberto Teixeira era em forma de investigação policial, incluindo os comentários do detective. A Ilda Rafael começa por dar nomes invulgares aos doze filhos do Alberto. A Margarida Graça afirma que "falar na calculadora, para além de dar um ar moderno ao problema, serve para despistar alguns mais ingénuos que, como eu, pegam logo na máquina". Finalmente, o conselho da Cilene Lindinho e da Anabela Lemos: "Alguém tem de dar urgentemente ao Alberto uma caixa de preservativos ou inscrev◊-lo num curso de forma≠‹o cont'nua sobre planeamento familiar".

José Paulo Viana
E. S. Vergílio Ferreira, Lisboa

PRÉMIOS

1º Maria Paula Félix Ferreira, calculadora gráfica TI-92

2º António Miguel da Mata, calculadora gráfica CFX-9850G

3º Sérgio Valente, calculadora gráfica TI-80

4º Eneida Campanhã, Eduarda Santos e Francisca Sousa, jogo Abalone

5º José Manuel Duarte, jogo Rummix

6º Augusto Taveira, jogo Quads

7º Cilene Lindinho e Anabela Lemos, livro "Desafios 5"

Os prémios foram oferecidos pela Texas Instruments, pela Beltrão Coelho (Casio), pela Ludomania e pelas Edições Afrontamento.

Os concorrentes devem contactar com a sede da APM a fim de os receberem.

Concorrentes individuais:

Alberto Teixeira, Ana Cristina Martins, Ana Cristina Pereira, Ana Luísa Correia, Ana Teresa Veiga, António Bernardes, António Guerreiro, António Mata, Augusto Taveira, Carlos Manuel Grosso, Cecília Lourenço, Célia Carapuço, Conceição Valente, Cristina Piedade, Eduarda Moura, Fátima Coelho, Fausto Silva, Fernando Sobral, Idália Pesquita, Ilda Rafael, Isabel Barral, Isabel Brandão, Isabel Marques, Isabel Monteiro Silva, Isabel Ramada, Isabel Rosas, Isabel Viana, João Francisco Branco, José M. Duarte, Lurdes Solústio, Margarida M. da Graça, Margarida Pinto, Mª João Peres, Mª José Santos, Paula Ferreira, Paulo Saraiva, Sérgio Macias Marques, Sérgio Valente, Silvéria Sabugueiro, Sylvie Marques, Vidal Minga.

Concorrentes colectivos:

Albino Pereira e Sandra Moreira

Ana Cristina Esteves, Cláudia Santos e Cristina Ramos

Cecília Costa e Luisa Pinto

Cilene Lindinho e Anabela Lemos

Eneida Campanhã, Eduarda Santos e Francisca Sousa

Fátima Pedro e Florinda Costa

Fátima Barroso e Ilda Lopes

Jacinto Salgueiro e Luis Miguel Ferreira.

O problema deste número

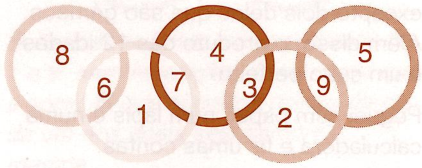
(continuação da pág. 28)

• Qual é a solução em que a soma S é máxima?

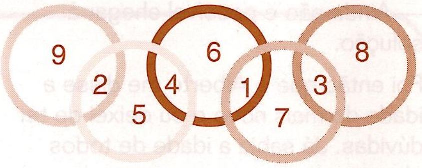
Chegaram apenas três respostas, todas do Alentejo: do Paulo Correia (a quem quase poderemos atribuir o título de "respondedor oficial"), do José Francisco Códices (Évora) e do Romeu Vieira da Silva (Beja). Como habitualmente, o Paulo chegou à solução com o apoio do computador. A vantagem de ter seguido este método foi ter encontrado todas as soluções possíveis, que afinal não são muitas, como se afirmava no enunciado, mas apenas quatro: uma com soma 11, duas com 13 e uma com 14.

O Romeu "beneficiou" primeiro da ajuda de Fernando Nifrário e depois fez um prgrama em Turbo Pascal.

O José Francisco mostra que para a soma ser 15, os quatro maiores números têm de ficar nas pontas. Mas se fizermos, por exemplo A=6, B=9, H=8 e I=7, não é possível colocar os outros números. Logo, a soma 15 é impossível. O máximo é 14, como se pode ver na figura.



Para a soma mínima, se quisermos que ela seja 10, os dois maiores números têm de ficar nos extremos: A=9 e I=8. Verifica-se depois que não se consegue mantê-la para os anéis intermédios. Então a soma mínima é 11.



Nota: Dada a alteração da periodicidade da *Educação e Matemática*, os colegas interessados em enviar as suas resoluções do problema proposto devem fazê-lo no prazo de um mês após a saída da revista.

José Paulo Viana
E. S. Vergílio Ferreira, Lisboa

ProfMat 96: algumas impressões

Fernando Pires

Cada ProfMat é um momento único de novas vivências e de novas experiências profissionais que aguardamos sempre com entusiasmo. Já estamos preparados para o próximo, também à beira mar. Lá nos encontraremos na Figueira da Foz.

Após o ProfMat de Almada propuseram-me que escrevesse as minhas impressões sobre o encontro para a revista Educação e Matemática. Aceitei sem grande hesitação, e é com muito prazer que presto a minha colaboração à revista, mas confesso que fiquei com um pouco de receio. E digo isto porque este foi o primeiro ano em que não participei nem nos Cursos que precedem o ProfMat, nem no Seminário de Investigação. Foi também um ano em que não dinamizei nenhuma sessão. Desta forma, não me poderei referir a algumas dimensões do encontro que considero de grande importância. Mesmo assim, aqui ficam algumas notas sobre a forma como vi e vivi o ProfMat 96.

O ano passado o ProfMat comemorou, em Évora, os seus 10 anos de realização, reunindo cerca de 1500 professores, número nunca antes atingido. Observando o crescente número de participantes de ano para ano será fácil, e não muito arriscado, dizermos que os professores de Matemática lhe estão a atribuir cada vez maior importância, ao ponto de se sentirem com vontade de não deixarem passar ao lado este acontecimento de tanto significado para a nossa vida profissional. Este ano, não foram 1500 participantes, mas cerca de 1300, o que não transforma em mentira esta ideia.

Não será também difícil concordar que, por detrás deste crescente entusiasmo em participar, está o dinamismo e vitalidade da APM. E apetece-me de facto tecer-lhe este elogio porque este ano é a APM a comemorar o seu décimo aniversário.

Neste ProfMat isso não ficou esquecido, naturalmente. A comemoração do décimo aniversário foi mesmo considerada pela organização como um dos pólos aglutinadores do encontro. Por exemplo, uma das várias publicações da APM que apareceram este ano no encontro, e que agrupa um grande número de conferências plenárias realizadas nos vários ProfMat, pretende também comemorar esta data. É uma publicação interessantíssima, organizada pelo Henrique Guimarães, que nos deixa ali, à mão de semear, um grande número de textos importantes, com um comentário actualizado dos autores.

Quem não viu, não sabe o que perdeu! Refiro-me à "enorme" exposição, "Os dez anos da APM", que esteve presente no Ginásio da Escola Secundária Emídio Navarro. Uma exposição extremamente bem realizada (parabéns aos autores) que nos dava uma retrospectiva da actividade da Associação nestes dez anos de existência. Desde a primeira direcção, passando por todos os ProfMat, pelas publicações, pela actividade dos núcleos regionais e dos grupos de trabalho, ... estava tudo lá! Fez-me lembrar mais uma vez que, sem os ProfMat e sem o trabalho que a APM tem desenvolvido ao longo destes 10 anos, o ensino da matemática em Portugal e os professores de Matemática, não seriam de certeza os mesmos.

Além da publicação da APM que já referi, não posso deixar de comentar algumas das outras que também surgiram no ProfMat. O número temático da Educação e Matemática que nos foi distribuído na pasta vem dar atenção aos primeiros níveis de ensino. Penso que não lhes temos prestado a atenção que deveríamos e que não temos, consequentemente, cativado os professores destes níveis a participar nos encontros. Se lermos o nº1 do Jornal Diário do ProfMat96, vemos no primeiro balanço feito aos Cursos que dos 600 colegas envolvidos só 10 eram professores do 1º Ciclo, o que permitiu, mesmo assim, o funcionamento de um curso para este nível de ensino. Não posso deixar de dizer que, no grupo de colegas ligados do 1º Ciclo com quem contacto mais frequentemente, a revista fez "furor".

No ProfMat podíamos também adquirir umas pastas com os materiais utilizados em várias Sessões Práticas dedicadas aos 2º e 3º Ciclos realizadas em Évora. A ideia parece-me muito boa, pois é uma forma excelente de se disponibilizar e rentabilizar muito do trabalho desenvolvido nos encontros. Cá espero por materiais trabalhados em Almada.

Este ProfMat, para mim foi novo em muitas coisas. Este ano também fui daqueles que não cumprem os prazos de entrega dos documentos exigidos pela organização, tendo como consequência não ter sido inscrito em nenhum Grupo Temático nem Sessão Prática. Na altura fiquei aborrecido comigo próprio, pois são espaços de trabalho de muito interesse e nos quais já me habituei a participar. Mas, de facto, as alternativas eram também interessantes e consegui escolher um programa que me agradasse, investindo com mais intensidade nas outras realizações. Aliás, a própria dimensão do encontro obriga a uma estrutura onde as sessões decorrem em paralelo, o que nos leva sempre a deparar com dificuldades em tomar opções e decidir o que tem de ficar para outra oportunidade. E ainda bem que assim é. No entanto, apercebi-me que muitos colegas ficaram sem Sessões Práticas e sem Grupos Temáticos. Terão mandado os documentos no prazo? Estaremos a propor poucas Sessões Práticas e a dinamizar poucos Grupos Temáticos? Há que reflectir sobre isto.

Há sempre aquelas sessões que nos agradam mais e aquelas que nos deixam menos satisfeitos. Não por demérito de quem as dinamiza, mas porque afinal não eram aquilo que estávamos à espera. Este ano, por sorte, ou talvez por alguma perspicácia já adquirida ao longo dos quatro anos de ProfMat em que já tinha participado, as escolhas foram quase sempre bem sucedidas.

É incrivelmente agradável quando, sem estarmos a contar particularmente com isso, começamos a ver discutidos de forma exemplar aqueles assuntos que nos atormentam em especial e sobre os quais temos por vezes alguma dificuldade em tomar decisões. Na conferência "O problema da formalização no ensino da geometria" proferida pelo Eduardo Veloso, discutiu-se o contributo da geometria para a compreensão, por parte dos alunos, da natureza da matemática. Entre outras coisas, fez notar que a forma como por vezes a geometria é trabalhada tem contribuído para criar impressões negativas nos alunos. A geometria é uma área que me é muito próxima e esta conferência ajudou-me a reflectir em muitas questões ligadas ao seu ensino.

Num dos painéis que se realizaram pude assistir à discussão de um importante e polémico assunto, agora na ordem do dia: "Revisão de habilitações e da estrutura de Quadros das Escolas". Nele participaram alguns professores e representantes de sindicatos. Mostrou-se ser um assunto delicado e de difícil discussão, principalmente num período de tempo limitado a cerca de uma hora e meia, mas houve oportunidade para se confrontarem diferentes posições tendo os participantes dado o seu contributo. Foi uma sessão muito procurada, com pessoas permanentemente a entrar, o que acabou por perturbar de certa forma o decorrer do painel, até porque a porta da sala situava-se imediatamente atrás da mesa ocasionando várias interrupções. Neste aspecto deverá haver um esforço para se cumprirem os horários e evitar o mais possível entrar e sair a meio. Por razões óbvias. E, provavelmente, também é difícil escolher a dimensão das salas onde se realizam as diferentes sessões. É que paralelamente a esta decorria uma no Ginásio com muito pouca gente.

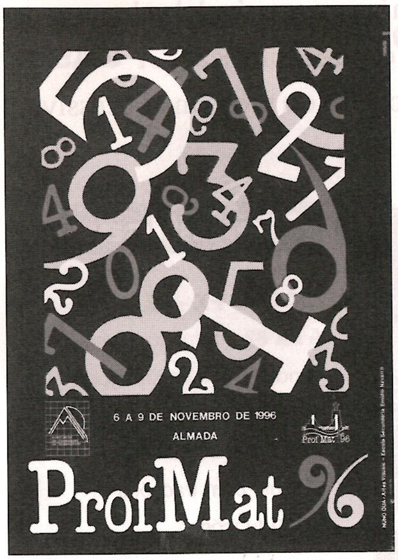
As sessões plenárias são quase sempre obrigatórias. Na primeira, por exemplo, "Matemática 2001", apresentou-se um estudo ainda em curso e cujos resultados esperamos com bastante curiosidade, do qual surgirá um diagnóstico da situação actual do ensino da Matemática e um conjunto de recomendações para o futuro.

O lançamento de um Grupo de Trabalho da APM dedicado à Internet foi feito numa sessão especial. O investimento neste novo meio de comunicação é de facto uma iniciativa de grande prioridade. Os mais entusiastas compareceram e discutiram o projecto do grupo de trabalho.

Ao longo do encontro havia também uma sala equipada com computadores ligados à Internet, a aliciar aqueles que até à altura não tinham tido oportunidade de fazer o seu primeiro contacto, e disponível também para "matar o vício" daqueles que já são "completamente dependentes". Eu não cheguei a ir lá, mas parece que estava sempre cheia!

A Feira de Ideias e Materiais costuma também trazer-nos surpresas. Este ano não foi excepção. Faço referência especial à "Festa da água - Algumas ideias para festejar um Dia Mundial em Matemática" que apresentava um conjunto de jogos relacionados com a água, envolvendo muitos conceitos trabalhados em Matemática nos primeiros anos de escolaridade. A desafiar-nos estava um grupo de alunos extremamente animado, que fazia um esforço incrível para não denunciar precocemente as respostas aos desafios e que nos ia dando rebuçados como recompensa das respostas certas. Se errássemos no entanto, também os recebíamos! É certamente um hábito que devem ter adquirido com alguns professores ...!

Considero que tivemos um bom programa científico que incluiu muitas sessões sobre assuntos importantes da actualidade do ensino em Portugal, correspondendo de um modo geral às minhas expectativas, que permitiu, como sempre, a partilha de materiais



e experiências e proporcionou momentos de discussão e reflexão.

Infelizmente não pude estar presente na Assembleia Geral. Sei, contudo, que foi muito concorrida, polémica e que o atraso ao jantar denunciou talvez falta de tempo para discutir tanta coisa. Um aspecto a rever?

Fora dos períodos de trabalho podíamos visitar a banca da APM, as bancas das editoras e aproveitar para fazer, conscienciosamente, uma série de "cálculos monetários", para não nos excedermos nas compras.

Podíamos também visitar exposições como as "Outras Artes, Outras Paixões dos Professores de Matemática", que nos revelam talentos e sensibilidades apuradas de colegas, traduzidas em produções, muitas vezes, com qualidade profissional!

O espaço reservado aos fim de tarde mostrou-se bastante pequeno, comportando com dificuldade a grande quantidade de pessoas que ichegavam das sessões no fim do dia. Os mais atrasados já não conseguiam "molhar a garganta", mas podiam assistir às surpresas que iam surgindo e aproveitar o bom momento de convívio que se cria sempre ao fim de um dia de trabalho no ProfMat. Julgo, no entanto, que poderia ter havido uma maior dinâmica deste es-paço. Talvez recuperar a ideia da ten-da de Leiria e Évora seja uma boa aposta.

Os momentos previstos para as noites são também dignos de referência, com uma nota especial ao excelente momento musical organizado pelos colegas de Setúbal e apresentado no jantar do ProfMat e ao espectáculo do Sérgio Godinho de onde todos saímos "com um brilhozinho nos olhos".

Cada ProfMat é um momento único de novas vivências e de novas experiências profissionais que aguardamos sempre com entusiasmo. Já estamos preparados para o próximo, também à beira mar. Lá nos encontraremos na Figueira da Foz.

Fernando Pires
E.S.E. de Portalegre

O número temático da *Educação e Matemática* sairá em Novembro, durante o ProfMat, e incidirá sobre: **A teconologia no ensino da Matemática**. Serão bem vindas todas as contribuições.

Escola - Formação - Responsabilidades

(continuação da pág. 27)

cultura de conformidade, da dependência e da execução individual, para uma cultura de criatividade, de autonomia e do trabalho colectivo..."

Todos temos responsabilidades, Ministério, Professores, Associações e Sindicatos.

Plano de emergência no 1º ciclo?

Talvez emergência seja uma palavra forte de mais. Não tenho dúvidas em afirmar que é preciso dedicar mais atenção a este nível de ensino, que os professores têm de dedicar mais tempo à escola, que a mudança é urgente e que ela vai exigir mais entrega e mais trabalho de todos os profissionais.

Mia Couto afirmava no Expresso de 17 de Agosto de 1996: "estar desiludido não é desistir". Também eu, estou algo desiludida, pois muitos professores estão acomodados, desinvestiram completamente na sua formação e profissão, a Reforma não passou da utopia de alguns, volta-se a ir buscar as fichas de há uns anos atrás, quando houve falta de acompanhamento e de controle dos efeitos da Reforma, quer ao nível das metodologias quer ao nível de cumprimento de programas; os Senhores Inspectores já só vêem os dossiers, os placards da escola, os manuais adoptados (há muitos anos fora da escola, da vivência com os professores e com os alunos, perderam um pouco a noção da realidade e da inovação necessária). No entanto, não desisto de lutar por um nível de ensino onde haja mais exigência, mais trabalho de equipa, mais conhecimentos e contribuir para uma escola renovada, geradora de novas dinâmicas de trabalho, de novas responsabilidades, em suma, de uma nova cultura. Não se pode continuar a improvisar, a fazer festinhas, a alterar horários a seu belo prazer, sem respeito por alunos nem pais, a brincar ao faz de conta. O tempo urge que comecemos o mais rapidamente possível. Amanhã poderá ser tarde.

Bibliografia

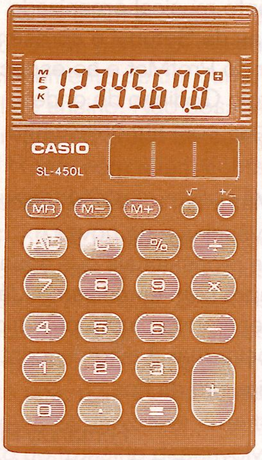
Marques, Ramiro (1996). *Reinventar a escola.* Noesis. Jan./Março. Lisboa: IIE

NCTM (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática.* Lisboa: APM.

Elvira Ferreira
Escola do 1° Ciclo da Moita, Alcobaça

CALCULADORAS NO ENSINO - ANO LECTIVO 96/97

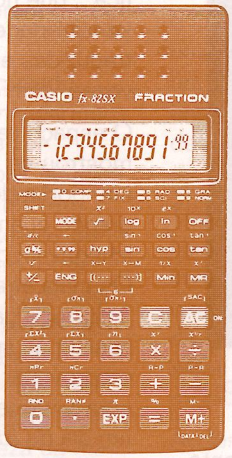
É natural a adopção das calculadoras no ensino, e tem vindo a processar-se a adopção de matérias, processos e programas a esta nova ferramenta auxiliar para o ensino da Matemática. Nada melhor para um Educador que poder contar na sua sala com o maior número possível de alunos com a mesma calculadora, facilitando assim enormente o evoluir da matéria e sua explicação. A CASIO. possui a melhor linha do mercado, este ano renovada com ainda melhores modelos e a preço mais acessível.



Básicas

CASIO. SL 450

O modelo ideal concebido para o ensino. Outros modelos disponíveis mais acessíveis **HL 820 D e HS 5 D.**

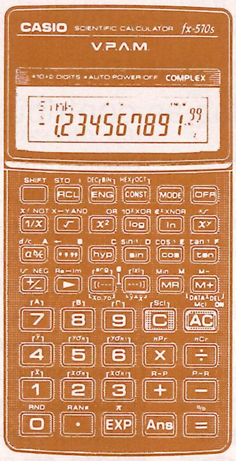


Científicas

CASIO. FX - 82 SX

A FX 82 é a máquina mais vendida no mundo, agora renovada para maior conforto e durabilidade. Cálculo com fracções e 139 funções.

Científica Avançada



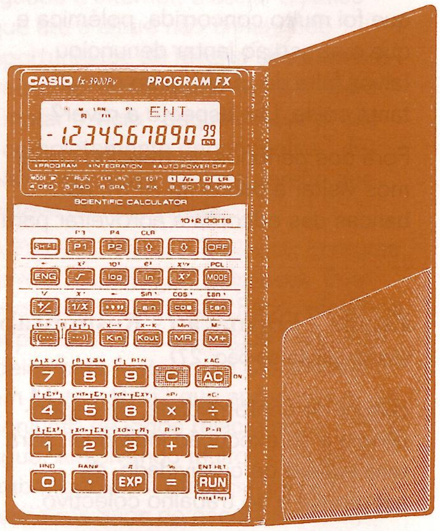
CASIO. FX - 570 S

Uma calculadora sem rival, excepcionalmente completa, simples e acessível. Utiliza o novo sistema de cálculo V.P.A.M.

Programável

CASIO. FX - 3900 PV

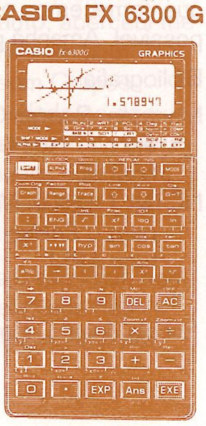
A calculadora programável mais fácil e acessível. 300 passos de programa, integrais, estatistíca a 2 variáveis. Já à venda novo modelo. **FX 4800 P** com 4500 passos de programa.



CALCULADORAS GRÁFICAS CIENTÍFICAS PROGRAMÁVEIS

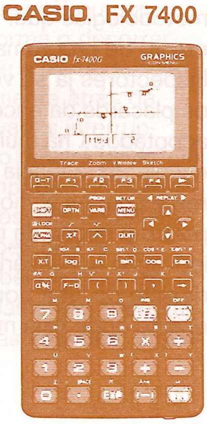
CASIO. FX 6300 G

A gráfica mais económica do mercado ! Os gráficos ao alcance de todos. Todas as funções necessárias.



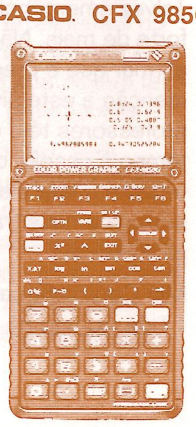
CASIO. FX 7400 G

A nova 7400 G é a calculadora gráfica por excelência. Todas as funções, fácil de usar e programar, visor grande e 7 Kbytes de memória. Mantém preço acessível.



CASIO. CFX 9850

A gráfica super completa com o visor a cores, 32 Kb de memória, linguagem Tipo Basic, estudo das cónicas, sucessões, tabelas e gráficos.



O currículo de Matemática do 3º ciclo do Ensino Recorrente

Raquel Escórcio

Sendo Portugal um país em que uma elevadíssima percentagem da população tem como habilitações a antiga quarta classe ou o sexto ano do Ensino Básico, o ensino de adultos deveria ser uma preocupação das entidades com responsabilidades na Educação.

O currículo de Matemática do 3º ciclo do Ensino Recorrente

Como se sabe, porque amplamente divulgado, os currículos de Matemática para o Ensino Básico e para o Ensino Secundário diurno foram recentemente reformulados. A nova estrutura curricular e os novos programas foram alvo de várias análises, quer durante o tempo em que estiveram em experiência, quer após a sua generalização a nível nacional, em 1992/93. Para tal, realizaram-se sessões de esclarecimento, debates, colóquios e escreveram-se artigos de opinião para as revistas da APM. e da SPM. Todas estas acções foram importantes e fundamentais, quer para chamar a atenção para aspectos considerados menos correctos, quer para motivar e ajudar os professores na sua implementação.

O que talvez não se saiba é que em simultâneo com esta reforma ocorria, também, a dos Cursos Nocturnos. Passaram a fazer parte de uma modalidade especial de educação escolar: o Ensino Recorrente de Adultos (Lei de Bases do Sistema Educativo) e a funcionar num sistema de unidades capitalizáveis. Durante todo o tempo que decorreu entre o projecto de reforma (1986) e a sua implementação a nível nacional (1993) não tive conhecimento, e interesso-me há vários anos pelas problemáticas dos Cursos Nocturnos, de uma movimentação idêntica à que descrevi para os Cursos Diurnos. Não houve sessões de esclarecimento, debates ou sequer artigos de opinião sobre o projecto em si mesmo ou sobre os novos currículos e programas dos cursos destinados a possibilitarem uma segunda, e em muitos casos uma primeira, oportunidade a muitos indivíduos. Sendo Portugal um país em que uma elevadíssima percentagem de população tem como habilitações a antiga quarta classe ou o sexto ano do Ensino Básico, o ensino de adultos deveria ser uma preocupação das entidades com responsabilidades na Educação (Departamentos de Educação das Faculdades, Escolas Superiores de Educação, Associações de Professores).

O Ensino Recorrente, presentemente, é procurado por muitos alunos situando-se a grande maioria na faixa etária dos 18 aos 25 anos. Por exemplo, na minha escola, os alunos deste tipo de ensino são cerca de 900 para uma população escolar de 2500 indivíduos. Penso que a nível nacional os números não são muito diferentes. A valorização técnica, científica e cultural destes alunos não só é importante para os próprios como também o é, e de uma forma decisiva, para a sociedade. É impossível haver progresso com cidadãos funcionalmente analfabetos. Estas razões são mais que suficientes para que exista uma preocupação bastante grande com o ensino e aprendizagem dos alunos adultos.

A educação de adultos, principalmente no que se refere ao ensino e aprendizagem da Matemática, é uma das minhas preocupações enquanto professora. Este facto levou-me a analisar o novo currículo de Matemática para o Ensino Recorrente - 3º ciclo por unidades capitalizáveis, recentemente implementado.

Inconformada com o que descobri resolvi escrever algumas considerações sobre o referido currículo na esperança de, pelo menos no próximo ProfMat, haver algum debate sobre o assunto.

Começarei por referir o que é o

Ensino Recorrente e caracterizar o sistema de ensino por unidades capitalizáveis ainda que de um modo muito resumido. Tentarei, seguidamente, analisar a abordagem de algumas questões tendo em conta princípios que se me afiguram relevantes no desenvolvimento de um qualquer currículo.

Ensino Recorrente de Adultos - Sistema de Ensino por Unidades Capitalizáveis

A Lei de Bases do Sistema Educativo, no artigo 16º, cria as várias modalidades especiais da educação escolar e de entre elas o ensino Recorrente de Adultos. No artigo 20º define que se destina a indivíduos que já não se encontram na idade normal de frequência dos ensinos básico e secundário e que não tiveram oportunidade de se enquadrar no sistema de educação escolar na idade normal de formação, tendo em especial atenção a eliminação do analfabetismo. Define, ainda, que atribui os mesmos diplomas e certificados que os conferidos pelo ensino regular, sendo as formas de acesso e os planos e métodos de estudos organizados de modo distinto, tendo em conta os grupos etários a que se destinam, a experiência de vida entretanto adquirida e o nível de conhecimentos demonstrados.

No Ensino Recorrente foi adoptado um sistema de ensino por unidades capitalizáveis regulamentado pelo despacho normativo nº 189/93 de 7 de Agosto do qual saliento as seguintes determinações:

- O sistema de ensino por unidades capitalizáveis caracteriza-se pela flexibilidade e permeabilidade, que permitem a valorização dos conhecimentos de que o aluno adulto é portador, quer esses conhecimentos tenham sido adquiridos na vida activa, quer em qualquer das componentes do sistema educativo. Caracteriza-se, ainda, pela aceitação de diferentes ritmos de aprendizagem, pela nova relação professor-aluno, pelo apelo à autoformação, sendo as suas actividades assentes sobretudo no centro de apoio e em meios pedagógico-didácticos de aprendizagem segundo uma linha de individualização;

No 3º ciclo do ensino básico recorrente:

- o programa de cada disciplina ou área disciplinar é constituído por uma sequência de unidades, com conteúdos, objectivos, avaliação e certificação próprios;
- os tempos lectivos previstos no plano curricular para cada disciplina ou área disciplinar (quatro no caso da Matemática) constituem um espaço de formação, informação e orientação, permitindo a cada aluno adquirir os conhecimentos, as competências e a autonomia necessários ao desenvolvimento do seu itinerário individual de formação. Será acrescida uma hora lectiva semanal, nos horários dos professores, exclusivamente para apoio aos alunos;
- uma das finalidade da estrutura curricular é a de proporcionar ao aluno um conjunto de conhecimentos e de competências que lhe permita a criação de um sistema de valores e o desempenho de papeis socialmente úteis;
- um dos objectivos é o de utilizar os conhecimentos científicos e técnicos, adquiridos no âmbito das disciplinas e áreas disciplinares, na interpretação ou na resolução de problemas relacionados com as diversas situações do quotidiano;
- a avaliação em qualquer disciplina e área disciplinar é feita unidade a unidade, sendo a classificação expressa numa escala de 0 a 20 e consta de provas escritas adequadas à sua especificidade.

Deve ainda esclarecer-se que os alunos não estão sujeitos a qualquer regime de marcação de faltas pelo que as aulas são facultativas.

Análise do currículo

Devo começar por esclarecer que tudo o que existe sobre organização curricular e programa se encontra publicado numa única brochura designada por "Programa de Matemática - Ensino Recorrente - 3º Ciclo por Unidades Capitalizáveis".

Contexto e justificação:

"Um currículo, seja ele qual for, assenta e traduz um conjunto de premissas teóricas gerais que definem a sua filosofia. Estas premissas do currículo, que chamamos pressupostos, princípios e orientações vão, de certo modo, determinar, por um lado a sua organização, e por outro o significado, conteúdo, e alcance das suas componentes (objectivos, metodologias, conteúdos e avaliação)" (APM, 1988, p.19).

O Programa não faz nenhuma referência nem aos pressupostos que lhe estão subjacentes, nem à sua linha orientadora, nem sequer às suas finalidades. Ao não serem explicitadas estas questões fica-se sem saber qual o papel da Matemática no Ensino Recorrente. Ensinar-se-á Matemática porque ela é fundamental para estudar outras áreas do conhecimento? é necessária à sociedade? dá poder? proporciona oportunidades para os alunos serem independentes, críticos e criativos? tem uma função de preparação profissional? tem uma função cultural? é necessária ao desenvolvimento de determinadas capacidades? Das respostas a estas e outras questões deveriam surgir os conhecimentos e a formação matemática a serem proporcionados aos alunos.

Da leitura dos temas e objectivos específicos fica-me a sensação de que se propõe o ensino da Matemática por tradição e baseado no pressuposto de que o conhecimento (conhecer entendido como saber de cor e saber aplicar na resolução de exercícios rotineiros) de determinados conteúdos específicos (os mesmos do antigo programa do Curso Geral Nocturno que por sua vez eram os mesmos do Curso Diurno) é necessário e suficiente para se possuir poder matemático. Penso que as razões apresentadas pela APM, "ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados mas pelo contrário independentes - no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos - nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a Matemática. (...) hoje, uma sociedade em acelerada evolução requer cidadãos independentes, abertos à inovação, educados para a mudança" (APM, 1988, p. 32), deveriam estar como pano de fundo na elaboração do programa e não me parece que o estejam.

Quadro de objectivos

A referida brochura também não refere os objectivos gerais para o ensino e aprendizagem da Matemática. Valores e atitudes (autonomia? solidariedade? curiosidade e gosto de aprender? persistência?) e capacidades e aptidões (resolver problemas? raciocinar? comunicar? utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real?) a desenvolver não são referenciados. Assim, não se sabe a razão porque foram seleccionados os temas apresentados, por que tal aprendizagem se afigura desejável e valiosa. Não se sabe porquê ensinar/aprender isto em vez daquilo. Deve haver, penso eu, razões e fundamentos para propor aqueles temas e não outros, mas, no entanto, não foram explicitados.

Analisando os objectivos gerais e os específicos propostos para cada unidade, pode-se inferir que se propõe uma aprendizagem baseada na acumulação de conhecimentos factuais e de técnicas de cálculo, independentes das vivências dos alunos, em que a matemática aparece de uma forma estática e rígida. Operar, calcular, aplicar, resolver e consolidar são quase os únicos objectivos de todas as unidades. Pelo contrário, explorar, conjectural, investigar e descobrir são objectivos que nunca são referidos.

Roteiro de conteúdos

Também não são explicitados os grandes temas escolhidos, em torno dos quais deveriam ser organizados os conteúdos. Apenas aparece um Índice das Unidades que informa que existem treze unidades a serem capitalizadas e quais os seus tópicos gerais e um Diagrama de Roteiro de Unidades cujas finalidades deverão ser a de identificar os temas e a de estabelecer uma organização que releve as suas relações. Pela leitura dos tópicos gerais identifiquei quatro temas: geometria (unidades 4, 7, 12 e 13); números e cálculos (unidades 1, 2, 5, 6, 8, 10 e 12); funções (unidade 3); estatística (unidade 9). Quanto ao roteiro não consegui perceber muito bem a sua organização mas admito que a incapacidade seja minha.

Plano de organização e sequência de ensino-aprendizagem

O Programa apresenta, para cada unidade, os objectivos gerais, os objectivos pré-requeridos, o tema e os seus objectivos específicos e algumas indicações metodológicas. Não são sugeridas nem estratégias a utilizar pelo professor, nem actividades a desenvolver com os alunos. Também não é feita nenhuma referência ao papel do professor.

Como todas as unidades estão apresentadas de modo idêntico analisarei, mais detalhadamente, a primeira.

Unidade 1 - O conjunto dos números racionais

Objectivos gerais

- Operar com números racionais relativos

Objectivos pré-requeridos

- Operar com números racionais positivos

- Aplicar as propriedades das operações com números racionais positivos

O facto de "operar com números racionais relativos" ser o único objectivo da aprendizagem dos números racionais relativos, leva-me a inferir da existência da ideia de que saber Matemática é essencialmente saber calcular. Acontece que um aluno pode saber calcular correctamente 2/3 menos 7/4(basta utilizar algumas regras) e não ter, por exemplo, a menor ideia da relação de grandeza existente entre2/3 e 7/4 .

A designação "objectivos pré-requeridos" afigura-se-me algo estranha. Na minha opinião, objectivos são resultados de aprendizagem que se têm em vista para o aluno num futuro e não num passado.

Cada unidade é apresentada através de um quadro com três colunas, sendo a primeira para o tema, a segunda para os objectivos e a terceira para as indicações metodológicas.

O tema aparece sub-dividido em muitos sub-temas talvez para informar o professor de tudo, mas mesmo tudo, o que é considerado necessário.

A existência de um elevadíssimo número (45) de objectivos terminais, isto é, que descrevem os comportamentos pelos quais se manifesta o domínio do saber a adquirir (determinar, calcular, identificar, ordenar representar, estimar), revela que existe implícita uma pedagogia por objectivos, assente num conceito behaviorista da aprendizagem. O propósito, é o de aluno atingir determinado objectivo comportamental, para ser capaz de produzir a resposta, previamente aprendida, para um dado tipo de exercício quando este lhe surgir no exame. Acontece que, actualmente, a pedagogia por objectivos tem poucos defensores devido aos desenvolvimentos da psicologia cognitiva. A actividade humana já não é considerada como uma justaposição de comportamentos elementares cuja aquisição obedeceria a um processo cumulativo, em que a integração e a coordenação de segmentos de acção se faria num segundo tempo assumindo então o papel de nível superior. É hoje, quase consensual que "são todas as manifestações dos comportamentos, mesmo as mais simples, que mobilizam o conjunto dos instrumentos motores e cognitivos para se integrarem, de imediato, numa estrutura, que é preciso, portanto, construir desde o começo de todo o processo educativo" (Malglaive, 1995, p. 118). Os conhecimentos não estão isolados na memória mas sim organizados e associados à linguagem que se usa e às situações vividas no passado. Assim, o conhecimento de tópicos específicos da matemática é necessário mas não é suficiente para se "garantir o reconhecimento da sua aplicabilidade, a motivação e mesmo a capacidade para os utilizar" (Abrantes, 1995, p. 80). Conhecer e agir, raciocinar e usar instrumentos de formalização constituem um todo que se insere numa estrutura de capacidades que é preciso desenvolver no conjunto das suas dimensões.

Partindo do pressuposto de que o arranjo gráfico tem funções metalinguísticas facilitadoras da compreensão e não funções estéticas, não percebo a razão que está subjacente ao facto de existirem alguns objectivos identificados por • e outros por *. Também não percebo o motivo pelo qual há objectivos cujo enunciado termina por ponto final, outros por ponto e vírgula e outros por coisa nenhuma.

As orientações metodológicas devem ter como finalidades constituirem princípios de acção que orientem a actuação do professor, tendo em vista, quer as finalidades e os objectivos do ensino quer o modo como os alunos adquirem conhecimentos. Como nada disto foi previamente explicitado, não é de admirar que existam poucas indicações metodológicas e que estas se confudam com conteúdos de aprendizagem. Não são explicitados quaisquer tipos de estratégias, de actividades ou experências de aprendizagem.

Apesar de ser hoje consensual que uma das condições essenciais para o êxito da aprendizagem é haver um equilíbrio entre as diferentes formas sociais de trabalho (individual, em pequeno grupo e em grande grupo), o programa tem implícito a sobrevalorização do trabalho individual. O trabalho em grupo apenas é referenciado numa única unidade. Pelo facto de nunca aparecerem as palavras comunicação e discussão é legítimo inferir que também não se atribui valor ao trabalho com todos os alunos. Este, no entanto, é bastante importante quer para os alunos construírem as suas representações mentais dos objectos matemáticos, quer para serem ajudados a estabelecerem relações entre os diferentes tópicos da matemática.

O uso de materiais diversificados e de equipamentos, quer pelo professor quer pelos alunos, também não é uma preocupação metodológica. Apenas para as unidades de geometria é aconselhada a utilização de alguns materiais como sólidos geométricos, placas de cortiça, punaises, cordel, arame, régua, compasso e transferidor. Sei, por experiência própria, que os alunos adultos não estão motivados para a construção de materiais didácticos mas gostam de utilizar os que podem manipular. É o caso dos geoplanos, dos sólidos geométricos, das máquinas de calcular e dos computadores. Aliás, uma das maiores críticas que faço a este programa, feito para alunos adultos inseridos no mercado de trabalho, é a de não se ter tirado partido, para o ensino e aprendizagem da Matemática, das potencialidades das novas tecnologias de informação. O uso do computador nunca é referido (não seria enriquecedor para os alunos trabalharem com o programa Cabri-Géomètre?) e a utilização de máquinas de calcular quase não é referida. Num programa definido para todo um ciclo de aprendizagem (3° ciclo) o seu uso apenas aparece referido em três unidades.

Por mais que pense não consigo encontar uma explicação convincente para o facto de um programa, elaborado em plena época das tecnologias e, torno a sublinhar, para alunos adultos inseridos no mercado de trabalho, não propor as máquinas de calcular como materiais didácticos a serem obrigatoriamente utilizados. O seu uso deveria ser incentivado "quer como meio de cálculo para realizar operações relativamente complicadas, em aplicações de natureza realista, quer como instrumento de exploração e descoberta de forma a favorecer o desenvolvimento crítico do aluno acerca dos resultados obtidos" (APM, 1988, p. 92). Numa expressão feliz de Guzmán "os alunos devem ser preparados para um diálogo inteligente com as ferramentas que já existem".

Neste programa, a resolução de problemas nunca aparece como contexto de aprendizagem e mesmo como actividade é pouco referida. Resolver problemas é uma forma de aplicar conhecimentos específicos e testar a sua aquisição. "Resolver problemas aplicando o conceito de (ou conhecimento sobre): proporcionalidade directa e inversa; áreas e perímetros de figuras planas; raíz quadrada; igualdade e semelhança de triângulos". Aparecem ainda uns objectivos formulados de uma forma peculiar: "Aplicar à resolução de problemas as relações entre ângulos e lados de um triângulo" (p.21); "Aplicar o teorema de Pitágoras à resolução de problemas" (p. 26); "Aplicar a resolução de triângulos rectângulo à resolução de problemas simples" (p. 43). Não sei como se aplica qualquer coisa a uma actividade.

Não é, com certeza, com problemas como os que estão implícitos nestes objectivos que se interessam os adultos pela actividade de resolução de problemas. Assim, continuaremos a ter alunos que, ao ouvirem a palavra problema, pousam imediatamente o lápis numa atitude de total recusa a essa actividade.

Outro aspecto que tentei analisar foi o modo como o progama incorpora a relação Matemática-Realidade. Aparecem algumas referências à "vida corrente" e à "vida real" mas apenas para aí se procurarem exemplos para ilustrar tópicos matemáticos ou como reforço do ensino desses mesmos tópicos. Parece-me que o papel dessa relação devia ser entendido como uma componente essencial na formação de adultos. Mas, para que tal acontecesse, era preciso que o currículo tivesse sido organizado tendo em conta as necessidades dos alunos e as actividades que lhes são significativas. Era necessário que os seus autores estivessem preocupados com a "influência que a crescente utilização da Matemática na sociedade exerce sobre a vida e as profissões das pessoas" e considerassem que a educação matemática deve, acima de tudo, "ajudar os alunos a tornarem-se indivíduos competentes e independentes (...) e não vítimas na sua relação com a Matemática na sociedade" (Niss, segundo Abrantes, 1995, p. 79).

Avaliação

No programa não só não existem orientações para a avaliação como esta não é referenciada. Tudo o que se sabe sobre este tema é o que referi quando caracterizei o sistema de Ensino por Unidades Capitalizáveis.

Na realidade o que se passa é o seguinte: sempre que um aluno se sente "preparado" para realizar uma prova escrita (exame) sobre determinada unidade, fala com o professor e combinam uma data para a sua realização. Se o aluno obtiver dez valores ou mais é considerado aprovado nessa unidade. Caso contrário, estuda um pouco mais e propõe-se novamente a exame. Pode repetir o processo tantas vezes quantas as necessárias para ficar aprovado. No entanto, não trabalhará os conteúdos da unidade seguinte sem que tenha provado que domina os conteúdos da unidade anterior.

Não estará implícita, neste tipo de avaliação, a ideia de que a aprendizagem se faz por patamares sucessivos e que é possível determinar para cada conteúdo uma única sequência linear através da qual ele vai ser aprendido uniformemente por todos os alunos? Sendo o processo de aprendizagem tão complexo e diferente de aluno para aluno a avaliação por unidades compartimentadas e hierarquizadas entre si não poderá ser um obstáculo para muitos alunos?

Mesmo que o professor recorra a um processo de avaliação formativa para diagnosticar as dificuldades dos alunos, vá analisando trabalhos, vá observando possíveis discussões ou debates, sabe que toda a avaliação contínua a que proceder não irá interferir na avaliação final da unidade. Para esta, só conta o que o aluno fizer na prova escrita, prova esta que tem que ficar arquivada no dossier individual do aluno que é pertença da Escola. Não deveria o sistema permitir que, para os alunos assíduos, a avaliação fosse preferencialmente contínua?

Algumas Considerações

Entristece-me e revolta-me o facto de se ter iniciado um novo sistema de ensino para alunos adultos com um programa decalcado do que já estava em vigor nos Cursos Nocturnos, há pelo menos quinze anos, e que nunca fora pensado para esse tipo de alunos. Dá a ideia de que se agarrou nos conteúdos do antigo programa, dividiram-se em doze partes para se obterem doze unidades, introduziu-se mais uma sobre estatística, para dar um certo ar de modernidade, e deu-se por elaborado um novo currículo. Nem pressupostos, nem princípios, nem orientações, nem metodologias, apenas conteúdos. Mais uma vez os alunos adultos a serem tratados como parentes pobres do sistema educativo.

O Ensino Recorrente é, normalmente, associado a elevadas taxas quer de reprovação quer de abandono que são, efectivamente, duas faces de uma realidade, muito frequente, de insucesso generalizado. Mas será que já se tentaram perceber os motivos por que tal acontece? Será a culpa só dos alunos ou também de um currículo que não tem em consideração as suas motivações e expectativas?

Um estudo feito por Dubar, junto de um público adulto, aponta para o facto de "um esforço prolongado de formação só se justificar se esta abrir para qualquer coisa de tangível, isto é, se ela fornecer meios para melhor resolver os problemas quotidianos individuais ou colectivos" (citado em Malglaive, 1995, p. 246). Outro estudo realizado por Evrard e também por Dubar refere que "o desejo de formação é influenciado por dois factores importantes: por um lado, o facto de se entreverem possibilidades de melhoramento ou de promoção socioprofissional, e, por outro, uma atitude positiva em relação à escola, na medida em que se julga que esta é susceptível de influenciar esta promoção" (citado em Malglaive, 1995, p. 246). Pelo conhecimento que tenho dos alunos adultos parece-me que os efeitos que a formação possa ter sobre a sua situação profissional é, também em Portugal, uma expectativa dominante. No entanto, e porque nos encontramos inseridos numa sociedade em que cada vez mais as pessoas são confrontadas com a realidade de terem de mudar várias vezes de emprego, a procura do ensino recorrente também pode ser motivada pelo facto de pensarem que, este possa fornecer garantias para um futuro incerto. A formação seria assim um meio para poderem efectuar uma outra actividade de trabalho.

Também tenho encontrado alunos, poucos, que voltam a procurar a escola porque pensam que esta lhes permitirá uma abertura de espírito que os leve a um novo posicionamento face aos outros e aos problemas que possam encontrar na vida profissional e social.

Por tudo isto, parece-me que as expectativas e finalidades dos alunos adultos se encontram num terreno comum: o trabalho - em todas as suas dimensões técnicas, sociais e relacionais - ao qual, em última análise, estão ligadas as posições sociais que determina.

Mas será que o currículo de Matemática para o 3º ciclo do Ensino Recorrente, tal como está organizado e com os conteúdos que integra, responde, de uma maneira directa ou mesmo indirecta, a essas expectativas e finalidades dos alunos? Por todos os motivos que fui enunciando ao longo desta reflexão, penso que a resposta é não. Os ensinamentos e as actividades propostas aos alunos deveriam permitir-lhes constatar que estão ao seu alcance e que conduzem precisamente ao objectivo final, como indicavam as finalidades nas quais envolveram as suas expectativas.

Um grande inquérito realizado na Europa em 1972 apurou que os

(continua na pág. 44)

Quando a noite cai...

Margarida Salgado de Oliveira

O que se passa com o Ensino Nocturno? Quem são os alunos? Como são os programas? Como é que se reflectiu a Reforma no Ensino Nocturno? Existe Reforma ? Não estarão estes alunos abandonados à sua sorte, como o "refugo" que já foi eliminado do Ensino Obrigatório? O que é o Ensino Recorrente? Demagogia ou verdadeira alternativa para alunos com insucesso repetido?

Há algum tempo atrás, quando falava com uma colega sobre a revista Educação e Matemática, disse-lhe que nunca tinha lido nada acerca do ensino nocturno e que considerava isso uma grande lacuna. Tive uma resposta "à altura" — "A APM, e em particular a revista, é aquilo que os sócios querem que ela seja e sem participação não se vai a lado nenhum. Se não há artigos sobre o Ensino Nocturno, é porque os colegas não os escrevem." Arrisquei-me então a levantar algumas questões acerca da nova modalidade de ensino nocturno, na esperança de que este desabafo seja o início de uma troca de ideias entre professores que se encontrem na mesma situação.

Este ano, pela primeira vez, tive oportunidade de me aperceber do que era o Ensino Nocturno e, em particular, o Ensino Recorrente.

O que é o Ensino Recorrente

O Ensino Recorrente apareceu como uma inovação no sistema de escolaridade nocturno e muitos professores não o conhecem ou, pelo menos, não têm dele qualquer experiência. Resumidamente, é um sistema em que as disciplinas estão divididas em várias unidades capitalizáveis, que no caso da Matemática são 13.

Penso que só pelos títulos das unidades não se tiram quaisquer ilacções. Tenho a percepção que o currículo é um compromisso entre o novo currículo e o anterior, como por exemplo a referência a designações, proposições, expressões proposicionais e expressões designatórias, que são conteúdos que já se baniram dos novos programas.

As unidades chamam-se capitalizáveis talvez porque, quando determinado aluno se sente preparado, pode requerer um exame, que é feito pelo professor e que lhe permite passar para a unidade seguinte. Caso contrário repete a unidade até conseguir passar no exame.

Quando me falaram neste tipo de ensino interroguei-me sobre a sua vantagem. De facto, o Ensino Recorrente dá aos alunos mais responsabilidade pelo seu percurso escolar — num ano podem progredir muito ou pouco, dependendo do número de unidades que façam — maior maleabilidade no percurso escolar de cada um e promove a sua autonomia perante o processo de aprendizagem. Surgem assim alguns cenários possíveis:

- O aluno que é assíduo mas que tem mais apetência pela área de letras, pode fazer todas as unidades de Português, três unidades de Matemática e uma de Ciências, etc;
- O aluno pode interromper a meio do ano, por motivos de trabalho ou outros, mas quando regressa retoma os estudos na unidade em que estava;
- O aluno pode nem sequer frequentar as aulas e apenas contactar com o professor para marcar os exames (a este cenário é que algumas pessoas chamam de autonomia!);
- O aluno pode fazer todas as unidades das diversas disciplinas e assim obter um diploma equivalente ao 9º ano.

Aparentemente, é um sistema cheio de boas intenções.

Segundo uma folha informativa que me foi distribuída pelo Ministério da Educação no início do ano lectivo, os objectivos do Ensino Recorrente são os que passo a citar:

"A educação recorrente, independentemente do ciclo de ensino, tem como objectivos gerais:

• assegurar uma escolaridade de segunda oportunidade aos que dela não usufruíram na idade própria, aos que abandonaram precocemente o sistema educativo e aos que o procuram por razões de promoção cultural ou profissional;

• atenuar os desequilíbrios existentes entre diversos grupos etários no que respeita aos níveis educativos".

A partir do momento em que estava mais esclarecida acerca dos objectivos e do funcionamento deste sistema, a pergunta que fiz foi como se constituiriam as turmas. Na verdade, não é suposto haver um critério muito determinado, na medida em que na mesma turma se podem, na pior das hipóteses, acumular alunos das 13 unidades. Penso que se tenta, por questões de bom senso, que as turmas tenham alguma homogeneidade, mas tenho que admitir que é difícil, a não ser, provavelmente, nos alunos que frequentam pela primeira vez o Ensino Recorrente. Pode-se optar por não formar turmas e os horários serem mais ou menos do tipo dos que se fazem na faculdade. Mas sem uma turma é mais uma referência que se perde, é um ensino que se torna exageradamente solitário tanto para os alunos como para os professores.

O passo seguinte foi falar com alguns dos colegas que já tinham experimentado esta modalidade no ano anterior. A maioria dos colegas que contactei eram apologistas de realizar um teste diagnóstico nas primeiras aulas para detectar os alunos que, eventualmente, pudessem estar já em condições de passar de unidade.

As minhas preocupações

Confesso que sempre tive a convicção de que os testes diagnóstico só servem para desiludir o professor e inibir os alunos. Depois das férias é sempre difícil retomar o ritmo de trabalho e há muitos temas de que os alunos se vão lembrando à medida que os vamos abordando, o que significa que os alunos sabem, estão simplesmente esquecidos, descontextualizados...

O maior problema para mim era conseguir gerir uma turma com cerca de 30 alunos distribuídos por 4 unidades (no entanto há turmas na escola que têm 6 unidades). Nestas circunstâncias, veio-me à ideia o trabalho de grupo ou, pelo menos, em grupo e comecei a preparar as minhas primeiras aulas.

Curiosamente uma das frases que retive, quando li a folha informativa do Ministério de Educação, dizia que os livros deixaram de ter o nome de manuais para serem referidos como "guias de aprendizagem".

Comecei por dar uma olhadela pelos tais guias de aprendizagem existentes para Ensino Recorrente e nem queria acreditar no que via! Todos eles, sem excepção, pelo menos todos os que penso que existem no mercado, eram organizados da seguinte forma: introdução teórica — exercícios-tipo resolvidos — exercícios por resolver (que eram exactamente do tipo dos anteriores só os valores mudavam) — finalmente um ou mais testes preparativos para o exame. Eram estes os guias que, segundo os autores, promoviam a autonomia do aluno.

Decerto que se autonomia for encarada como capacidade de adquirir processos rotineiros, as célebres "receitas", estes guias são verdadeiros Pantagrueis!

Na primeira aula comecei por dividir a turma em grupos da mesma unidade. No final da aula apercebi-me que este não era um método muito adequado de trabalho porque dentro da mesma unidade cada aluno tinha conhecimentos diferentes que já trazia de anos anteriores. Além disso os alunos não queriam perder tempo com actividades que não fossem directamente vocacionadas para treinar os exercícios tipo, pois o seu objectivo era a preparação para fazer o exame.

Este tipo de sistema não se compadece com a solidariedade, componente implícita do trabalho de grupo. Portanto organizei outra vez os alunos por temas, e eles iam saltando de mesa para mesa à medida que aprendiam determinado conteúdo. Mudei o trabalho de grupo para trabalho agrupado.

Os alunos têm ritmos muito diferentes de aprendizagem, que depende não só das capacidades de cada um, mas do investimento que fazem em cada disciplina. Daí, não quererem perder muito tempo para passar para a unidade seguinte, e os pedidos de exame multiplicam-se.

Outro problema com que me deparei foi o de gerir as aulas em que algum aluno estava a fazer exame, e em que eu não podia dar aula aos outros alunos. Penso que esta é uma atitude de respeito pelos alunos que estavam a ser avaliados, porém isto conduz a uma perca de aulas para os outros. A minha proposta foi de os exames coincidirem sempre com a aula de apoio. Mas estas aulas não são habitualmente frequentadas nem pelos alunos que vão fazer exame, e o seu espaço no horário podia assim ser aproveitado. Por lei, a carga horária de Matemática é de 4 horas semanais, acrescidas de uma hora semanal de apoio. Este apoio não é individualizado, e pode ser em simultâneo com outras disciplinas. É um tempo lectivo que, segundo informação do Ministério "visa, fundamentalmente, a auto-formação dos alunos através do esclarecimento das dúvidas decorrentes da utilização dos guias de aprendizagem, da negociação de estratégias individuais de aprendizagem e avaliação e da indicação de materiais de consulta complementares".

Entretanto a maioria dos alunos nem sequer o livro adoptado adquiriu, umas vezes porque estava esgotado, outras porque simplesmente não queriam ou não podiam dispender desse dinheiro. Para ultrapassar a falta do livro, e uma vez que não gostava particularmente de nenhum deles, continuei a fazer fichas de trabalho, mas ao fim de algum tempo estava completamente esgotada, porque em todas as aulas a turma tem uma composição diferente. É sempre uma surpresa, nunca sei se vou ter um aluno, dez ou trinta. Assim, quantas cópias mando fazer de cada actividade? Para além disso há actividades para se fazerem e discutirem com a turma, mesmo tendo níveis diferentes dentro da mesma sala, mas se chego à aula e só tenho dois alunos?. Percebi que nos dias de transmissão de encontros de futebol na televisão a assistência era consideravelmente mais reduzida, assim como nos dias de chuva e frio.

Nesta fase eu já me dei conta de que as minhas boas intenções têm de ser adiadas para outro ano. Nesta turma o meu ensino tem que ser como eu aprendi, sem resolução de problemas, sem materiais manipuláveis, sem jogos, sem História da Matemática, sem actividades de investigação, valorizando os resultados em detrimento dos processos. Enfim, tenho de me esquecer que existe uma reforma e da maneira como eu encaro o ensino.

É interessante verificar que um dos princípios deste tipo de ensino, segundo o despacho normativo nº189/93 é a compreensão e o respeito dos costumes e das culturas nos planos regional, nacional e internacional. Mas, como posso respeitar alguma cultura diferente da nossa com um programa rígido que, na minha perspectiva, valoriza primordialmente os conteúdos?

É uma sensação estranha trabalhar com alunos da noite que pertenceriam à Reforma caso estivessem a estudar de dia e ter de ser assim... ai o exame! ...mesmo que eu estivesse a pensar num exame menos convencional...

Passadas poucas semanas lá estava eu a fazer um exame "como deve ser" e depois outro e outro e pautas e termos e mais pautas e mais termos.

Mas cada vez que apresentava os resultados dos exames, desapareciam alguns alunos e o abandono é notório não só em Matemática como nas outras disciplinas.

Na verdade, os resultados dos exames são muito fracos, e portanto a autonomia e a flexibilidade acabam por ser um engano. Notam-se falhas nos alunos que só são superadas quando se podem adoptar estratégias que se apliquem ao grupo/turma e não a um aluno por si, porque não se tratam de aulas individuais mas de aulas em que o professor tem de dar apoio a vários alunos. O trabalho individual, na minha opinião, não substitui o trabalho com toda a turma.

As dúvidas de um aluno podem ser comuns a mais elementos da turma. Há sempre alguns alunos que, por serem mais tímidos ou inseguros se sentem constrangidos e não colocam questões que podem ser fundamentais na forma como aprendem.

A turma também funciona como grupo e nestes alunos o conhecimento dos colegas e o sentimento de pertencer a um grupo é especialmente importante. Se os alunos não se identificam nem com o espaço nem com os colegas (estou a pensar na modalidade de horários do tipo faculdade) acabam por desistir, talvez por a escola se tornar demasiadamente impessoal. Têm necessidade de trocas de afecto que na maioria das vezes não encontram na vida profissional.

Uma aula em que se trabalha com o grupo/turma é forçosamente mais viva do que uma aula em que cada aluno trabalha por si e para si. O trabalho individual torna a comunicação mais difícil não só entre colegas, mas também com o professor, na medida em que o tempo que se pode dispor por aluno é bastante mais limitado.

Muitas vezes o trabalho de grupo é uma forma de os alunos superarem as suas dificuldades sem terem de se expor perante o professor, dificuldades frequentes tanto em alunos do ensino diurno como nocturno. Além disso permite, na minha opinião, não só uma melhor inserção na comunidade escolar, como pode constituir um estímulo para superar dificuldades sem por em causa a auto-estima do aluno.

A discussão de problemas ou mesmo de exercícios facilita a comunicação professor/aluno que é primordial no processo de aprendizagem destes alunos, e para o professor se aperceber melhor das dificuldades que cada aluno revela.

Se a aula for dispersa por vários alunos que andam ocupados a determinar o seu percurso escolar individual, perde-se uma faceta importante do que deve ser a escola — um espaço de crescimento social, que deve proporcionar experiências positivas diferentes das que fazem parte do passado escolar destes alunos, e que ultrapasse, em muito, os conteúdos que cada aluno tem de aprender em cada disciplina.

Para uma efectiva segunda oportunidade

Na sua maioria, os alunos que tenho, são muito novos, e alguns começaram a trabalhar recentemente. Porém, a maioria são alunos que vêm rejeitados do Ensino Diurno por terem ultrapassado o limite de idade, e ainda não trabalham. Apenas três são alunos que interromperam os estudos por um longo período de tempo (de 3 a 8 anos).

Não são necessárias grandes reflexões para se deduzir que estes alunos têm um perfil complicado. São alunos que já trazem um passado de insucessos com todas as consequências que este facto implica. Por isso o ensino para estes alunos não deveria privá-los de todos os objectivos que (ainda) constam nos currículos diurnos.

Resumidamente, o estudante da noite, quando foi aluno do ensino regular teve problemas de insucesso escolar e este é o motivo mais vulgar de abandono da escola ou desinvestimento nas actividades escolares. Os currículos "nocturnos" deveriam ter este factor em linha de conta, e não ser uma mera repetição dos programas que já provaram não ser eficientes para a formação destes alunos.

Os programas deveriam, preferencialmente estabelecer uma ligação nítida com a vida quotidiana, mas também proporcionar aos estudantes experiências de investigação, resolução de problemas (não só de exercícios) de modo a que o Ensino Nocturno não seja apenas o parente pobre do Ensino Diurno. Os professores envolvidos neste processo deveriam estar especialmente motivados e formados para trabalhar com jovens-adultos, de modo a procurar que, de facto, estes alunos tenham uma efectiva segunda oportunidade.

De todos os documentos que tive oportunidade de ler, preocupei-me também em analisar a forma como este tipo de ensino vê o papel do professor. Resumidamente, remete-se para o professor um papel de orientador dos diferentes "itinerários individuais de formação", "esclarecer os alunos acerca dos objectivos que deverão atingir e os conhecimentos que deverão adquirir em cada unidade" (neste campo temos o trabalho muito simplificado, porque cada guia de aprendizagem tem a listagem destes objectivos no início de cada unidade); "atender os alunos individualmente ou em grupo nas aulas de apoio, para esclarecimento de dúvidas e desenvolvimento de actividades de diagnóstico e recuperação", " proceder ao registo, nos suportes existentes para o efeito, das classificações obtidas pelos alunos nos testes de avaliação e proceder ao preenchimento dos livros de termos", "registar, em cada sessão, a presença dos alunos e manter informados os coordenadores". O papel de coordenador limita-se quase exclusivamente à reso-lução de questões burocráticas, não havendo sequer a exigência de proceder a reuniões do grupo de professeres. O sistema permite que, se o coordenador assim o entender, os professores deste tipo de turmas nunca cheguem a reunir durante o ano lectivo.

O balanço que faço da minha experiência no ensino recorrente é que é, sem dúvida, uma segunda oportunidade, mas uma segunda oportunidade para os alunos reforçarem o seu insucesso. O abandono é preocupante, e muito maior do que nas turmas de Ensino Nocturno que ainda funcionam com o antigo currículo. A gestão da aula é complicada e, a partir de certa altura, desmotivante. E, mais grave, é que se prevê que o Ensino Recorrente se alargue gradualmente ao Ensino Secundário. Faço, portanto, um apelo à direcção da APM para analisar e impulsionar a discussão acerca deste sistema de ensino, com vista a uma tomada de posição.

Se algum leitor tiver uma experiência positiva, agradecia que desse sinal de vida. É que talvez eu esteja a ver tudo muito negro!

Margarida Salgado de Oliveira
Escola Secundária D. Maria I, Lisboa

O currículo de Matemática do 3º ciclo do Ensino Recorrente

(continuação da pág. 39)

adultos só admitem voltar à escola se esta for de tipo completamente novo e se a matérias gerais ensinadas forem diferentes daquelas com que lhes encheram os ouvidos durante a sua formação inicial. A justificação para esta atitude é a de pensarem que não são para eles pois, caso contrário, tê-las-iam adquirido. Como referi, o actual programa é idêntico ao que se leccionou, pelo menos, nos últimos quinze anos. Assim, os adultos ao regressarem à escola encontram, exactamente, os mesmos conteúdos programáticos e o mesmo tipo de actividades com que se depararam aquando da sua primeira experiência escolar. Não será este um dos motivos que leva a um tão elevado número de desistências?

Estou consciente de que não é uma tarefa fácil estruturar e organizar um currículo que responda, por um lado, às motivações, expectativas e finalidades dos alunos adultos e, por outro, lhes permita adquirirem saberes teóricos e processuais com vista a desenvolverem a sua estrutura de capacidades. No entanto, o que me preocupa é o facto de não encontrar indícios de um esforço nesse sentido. Ser difícil não pode ser uma desculpa para nem sequer se tentar.

Segundo as recomendações da Quarta Conferência Internacional da UNESCO, sobre a Educação de Adultos (1985), cabe às Universidades e outras instituições de formação de professores, um papel primordial na investigação integrada que deverá conduzir à renovação dos métodos e ao emprego generalizado de novos e científicos meios de aprendizagem e técnicas adequadas, que contribuirão para o alargamento e melhoria da Educação de Adultos. Penso, que se estas recomendações fossem consideradas poderiam possibilitar que, num futuro não muito longínquo, existisse para os alunos adultos um currículo bem mais adequado às suas especificidades.

Referências

Abrantes, P. (1995). Matemática, Realidade e Trabalho de Projecto num Ambiente de Inovação Curricular in Matemática e Realidade: Que papel na Educação e no Currículo? Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Associação de Professores de Matemática (1988). Renovação do Currículo de Matemática. Lisboa: APM.

Malglaive, G. (1995). Ensinar Adultos. Porto: Porto Editora.

Ministério da Educação (1991). Matemática - Formação Geral - Programa - Ensino Recorrente, 3º Ciclo por Unidades Capitalizáveis. Lisboa: Direcção-Geral da Extensão.

O número temático da *Educação e Matemática* sairá em Novembro, durante o ProfMat, e incidirá sobre: **A teconologia no ensino da Matemática**. Serão bem vindas todas as contribuições.

A (in)sustentável leveza da Matemática

Isolina Oliveira

A não valorização das concepções das crianças, das estratégias por elas usadas, dificulta a compreensão de situações de insucesso e, consequentemente, impede a sua modificação. (...) Muito do insucesso resulta da tradição de se ensinar dum modo que não é consentâneo com o que se sabe sobre como o aluno actualmente aprende. Já todos ouvimos dizer que nós ensinamos como fomos ensinados.

Nas duas últimas décadas tem vindo a aumentar o interesse pela investigação da aprendizagem em Matemática. Segundo alguns autores, nomeadamente Weil-Barais e Vergnaud (1990), este interesse está relacionado com o período de crise que as sociedades industrializadas atravessam e as viragens daí decorrentes têm conduzido ao desenvolvimento de novos programas de investigação interdisciplinares nestas áreas.

Na realidade, como se acentua nas "Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar" do *National Council of Teachers of Mathematics*, os países industrializados têm vindo a sofrer a mudança de uma sociedade industrial para uma sociedade da informação, conduzindo à necessidade de novos objectivos para a educação. Neste sentido, propõe-se uma nova visão da alfabetização matemática e sublinha-se a importância de modificar não só o modo como se transmite o saber, mas também os conceitos e os processos que os alunos devem dominar.

Em Portugal, a comunidade dos educadores matemáticos, particularmente através da Associação de Professores de Matemática, tem acompanhado essas transformações e influenciado as decisões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Assumindo essa necessidade de mudança, os programas de Matemática para o ensino básico (1º, 2º e 3º ciclos) destacam como finalidades o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de raciocínio e de resolução de problemas.

Enquanto isso, o elevado insucesso em Matemática tem conduzido ao questionamento das metodologias/estratégias de ensino e alertado para a necessidade de se considerarem os desejos, os significados e as convicções que os alunos têm sobre a própria disciplina e que levam muitas vezes a uma perda de confiança nas suas capacidades. É interessante verificar que os programas do ensino básico procuram integrar esse aspecto quando referem a necessidade dos professores avaliarem "a atitude dos alunos em relação à matemática, em particular, a sua confiança em fazer matemática".

Reconhece-se que há uma tomada de consciência cada vez maior da importância de encarar estas questões, como aliás se pode verificar através do número crescente de investigações que se têm vindo a realizar nestas áreas. No entanto, parece que nem sempre há oportunidade de discutir e incorporar na prática pedagógica os resultados e as conclusões destes estudos, numa tentativa séria de alterar o "estado de coisas".

O nosso saber

Sabe-se hoje muito mais, do que há décadas atrás, sobre como os alunos actualmente aprendem. As investigações em aprendizagem e a nossa experiência como professoras dizem-nos que muitos alunos não aprendem matemática só por ouvir e imitar. De facto, os alunos constroem a sua própria compreensão baseada em novas experiências, ampliando a "rede" na qual novas ideias podem ser geradas.

Há um conhecimento intuitivo matemático nas crianças e a compreensão de conceitos fundamentais é facilitada quando se incorporam as notações formais nesse sistema intuitivo dos aprendentes (Resnick, 1986). O conhecimento intuitivo é evidente e óbvio para a pessoa que o possui e, por outro lado, é facilmente acessível e está ligado na memória a uma variedade de situações específicas.

Os alunos teorizam espontaneamente, recorrendo para isso à linguagem, a esquemas e a símbolos - o recurso ao significante contribui para a construção do significado. Geralmente a linguagem aparece associada aos sistemas simbólicos, funcionando como elemento facilitador da conceptualização.

A propósito do insucesso, ouve-se com frequência os alunos dizerem que não "vêem a luz ao fim do túnel", ou seja, os professores não foram capazes de os estimular a aprender matemática, não lhes mostraram a importância de aprender matemática.

Como diz Brunner (1990), há um mundo fora de nós próprios que modifica a expressão dos nossos desejos e convicções. Esse mundo é o contexto no qual os nossos actos são situados e os estados desse mundo podem dar sentido aos nossos desejos e convicções. Sabemos também que os desejos nos podem conduzir a encontrar significados em contextos que os outros não encontram. As "realidades" são o resultado de longos e intricados processos de construção e negociação profundamente envolvidos na cultura.

É neste sentido que pensamos que a matemática só se torna útil para o aluno quando, através do desenvolvimento de um empenhamento pessoal, vai gerando novas compreensões, e quando se constroem relações significativas entre os símbolos e as imagens dos objectos concretos. Para isso, o aluno precisa de um ambiente de aprendizagem que lhe proporcione oportunidades para errar e tentar de novo, construir as suas próprias estratégias, ser encorajado a discutir, a expor as suas ideias e a argumentar honestamente. Necessita de adquirir confiança em relação ao como encontrar e usar saberes quando estes são necessários, e isso só se consegue através de um processo de criação, de construção e de descoberta.

Para uma dada situação os professores conhecem, dum modo geral, os erros, as concepções erróneas e/ou as concepções alternativas dos alunos. Mas não chega conhecer bem as concepções dos alunos, se a possibilidade de alterar a situação não passar pela flexibilidade e diversidade nas abordagens das situações matemáticas. A remediação por repetição não gera sucesso, reforça muitas vezes a ideia de fracasso.

A não valorização das concepções das crianças, das estratégias por elas usadas, dificulta a compreensão de situações de insucesso e, consequentemente, impede a sua modificação. Como prova a investigação, as concepções erróneas podem corresponder a passos constituintes na aquisição de um dado conceito.

Muito do insucesso resulta da tradição de se ensinar dum modo que não é consentâneo com o que se sabe sobre como o aluno actualmente aprende. Já todos ouvimos dizer que nós ensinamos como fomos ensinados.

Ideias mal entendidas

Ainda existe a ideia que aprender matemática requer uma capacidade especial que muitos alunos não têm. Deste modo vai sendo criado um ambiente de expectativas negativas, aceitando-se como meta para o ensino básico os chamados objectivos mínimos.

O cálculo e a abstracção precoce e sem compreensão, reforça a ideia comum que a matemática é só para alguns e, assim, os alunos vão desde cedo respondendo às expectativas, começando por se desinteressar e desistir, não se esforçando porque pensam que "não são capazes".

Dominar um conjunto básico de regras e procedimentos e praticar o mais possível para chegar rapidamente a uma solução é a imagem que muitos alunos têm do que é aprender matemática.

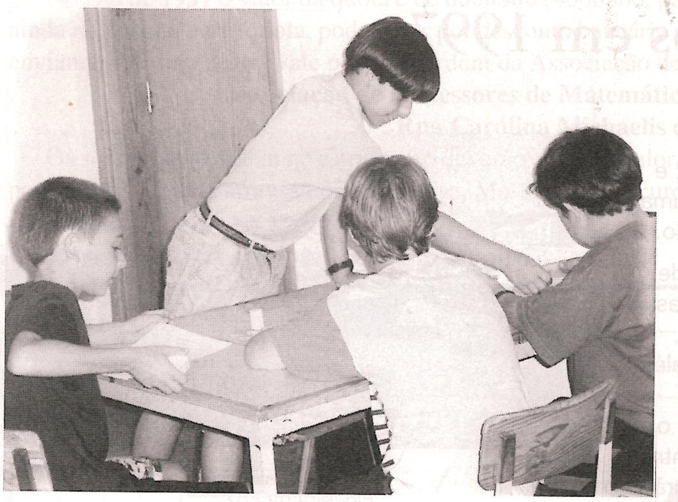
O melhor caminho para aprender a resolver problemas é começar por adquirir esses conhecimentos básicos, decompô-los numa sequência de pequenos passos que vão sendo resolvidos um de cada vez.

Num estudo realizado com alunos do 6º ano de escolaridade que envolvia tarefas com números racionais, verificámos que a tendência dos alunos para recorrerem a métodos próprios de resolução é maior quando a situação se apresenta num contexto concreto. Mais interessante ainda, é termos observado que os alunos, particularmente os que tinham maus resultados em matemática, revelavam maior confiança e flexibilidade de pensamento nessas situações, tentando resolvê-las e não desistindo com facilidade. O meu ponto de vista é que neste tipo de situações, próximas do quotidiano dos alunos, eles têm mais hipóteses de recorrer ao conhecimento intuitivo, e, nesse sentido, vão "ganhando tempo", tornando-se assim mais confiantes em fazer matemática.

Nos últimos anos tenho ensinado na convicção que aprender matemática exige grande empenhamento e persistência, mas que isto só se torna possível se os alunos atribuirem significado ao que fazem. O aluno vai construindo significados em torno do que experiencia em contextos sociais.

Reforçamos as nossas ideias quando trabalhamos com alunos do ensino básico, partindo de situações concretas ligadas à sua realidade e verificámos como isto é facilitador de um processo de colaboração e de cooperação. Parece importante a existência de um espaço em que os alunos possam falar do que já conhecem, sentindo-se, deste modo, encorajados a participar até porque falam e/ou escrevem qualquer coisa que faz parte das suas experiências actuais ou passadas. Incluo este processo naquilo que os antropólogos sociais chamam "negociar significado".

As boas ideias podem surgir de boas discussões, mesmo antes de se começar a escrever e as "más" ideias (concepções erróneas) podem sempre ser revistas. A ênfase na escrita sem prévia discussão gera nalguns alunos bloqueios e inibições na aprendizagem. As diversas concepções são postas em confronto e os argumentos que cada um apresenta



são discutidos. Os saberes informais dos alunos são valorizados e usados como ponto de partida para a aquisição/compreensão de procedimentos formais.

De início, todas as crianças gostam de matemática - naturalmente elas fazem matemática, descobrem padrões, fazem conjecturas baseadas nas suas observações. Mas, infelizmente, muitas delas à medida que a escola avança começam a passar do entusiasmo para a apreensão e o desinteresse. Para muitos alunos e para as pessoas em geral, as memórias das suas experiências com a matemática são desagradáveis e a matemática não é vista como alguma coisa que possa ser útil, mas como algo que é para esquecer. A propósito, não resisto a contar o seguinte episódio. Num consultório, a recepcionista, para preencher uma ficha de identificação, perguntou-me qual era a minha profissão. Após ter respondido que era professora, a jovem, com uma expressão expectante, retorqui de imediato: não é de Matemática, pois não? (Que imagem da Matemática terá esta jovem?).

Num estudo envolvendo alunos que tinham acabado o 9º ano de escolaridade, as imagens que emergem do seu discurso sobre o ensino-aprendizagem da Matemática estão com frequência relacionadas com as características pessoais do professor e as estratégias por ele usadas em situação de sala de aula. Assim, parece ter influência na formação de atitudes negativas a rigidez dos professores nas explicações, a rotina das aulas que é identificada com "sempre a fazer exercícios" e ainda a dificuldade que os alunos têm em colocar dúvidas, não só pelo medo de se exporem, mas também porque muitas vezes sentem que o professor se aborrece quando tem que explicar de novo.

Doig (1994) acentua que as qualidades pessoais do professor, que podem estar ligadas em certa medida às metodologias de ensino, são cruciais no desenvolvimento das atitudes dos alunos face à Matemática.

Como afirmei no início, já sabemos muito sobre como os alunos aprendem, é então necessário passar do saber ensinar para o saber estimular a aprendizagem, e isto nem sempre é fácil.

Escrevi este artigo, quando toda a comunicação social noticiava, mais uma vez, o "desastre" que tinham sido os resultados em Matemática dos exames do 12º ano e foi então que me ocorreu a ideia: Quando deixaremos de ouvir falar da Insustentável Leveza da Matemática?

Referências

Bruner, J. (1990). *Acts of Meaning.* Cambridge.: Harvard Univ. Press.

Doig, B. (1994). Prospective Teachers: Significant Events in Their Mathematical Lives. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.). *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education.* Lisboa

NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar.* Lisboa: APM e IIE.

Resnick, L. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlmutter (Ed.), *Perspectives on intellectual development: The Minnesota Symposia on Child Psychology.* Hillsdale: L. Erlbaum.

Weil-Barais, A. & Vergnaud, G. (1990). Student's conceptions in physics and mathematics: biases and helps. In Caverni, Fabre & Gonzalez (Eds.), *Cognitive Biases.* North Holland: Elsevier Science Publishers B. V.

Isolina Oliveira
E. Prep. Damião de Góis, Lisboa

Descartes, geómetra acidental

(continuação da pág. 7)

Burton, D.M. (1991). *The History of Mathematics, An Introduction*, Second edition. Wm. C. Brown Publishers.

Descartes, R. (1954) *The Geometry of René Descartes*, trad. D.E. Smith e M.L. Latham. N.Y.: Dover.

Ebbibghaus, H. D. et al (1990). *Numbers.* N.Y.: Springer-Verlag.

Eves, E. (1990). *An Introduction to the History of Mathematics*, Sixth Edition. Sounders College.

Katz, V. J. (1993). *A History of Mathematics, An Introduction.* H.-Collins.

Mahoney, M. S. (1973). *The Mathematical Career of Pierre de Fermat (1601-1665)*, Second edition. Princeton U.P.

Moise, E. E. (1990). *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint,* 3th ed. Add.-Wesley.

Pastor, J. R., Santalo, L. A., Balanzat, M. (1959). *Geometria Analitica*, 4ª edição, Buenos Aires: Ed. Kapeluz.

Stillwell, J. (1989. *Mathematics and its History,*. N.Y.: Springer-Verlag.

Sruik, K. L. (1992. História Concisa das Matemáticas, segunda edição, revista e ampliada. Lisboa: Gradiva.

Vasconcelos, F. A. (1925). *História das Matemáticas na Antiguidade,*. Lisboa: Allaud & Bertrand.

van der Waerden, B. L. (1985). *A History of Algebra.* N.Y.: Springer-Verlag.

A. J. Franco Oliveira
Universidade de Évora

Encontros em 1997

ProfMat 97

Como foi divulgado no 1º anúncio já distribuído a todos os sócios da APM, o ProfMat deste ano vai realizar-se entre 12 e 15 de Novembro na Figueira da Foz e sua *sede*, será, mais uma vez, numa escola, na Escola Secundária Joaquim de Carvalho.

Como foi anunciado, o programa será organizado em torno de dias temáticos. Quatro temas dominantes, para os quatro dias do encontro: "Reforma e inovação curricular", "Geometria", "Matemática discreta" e "A Matemática na Internet". Para além disso, as sessões plenárias, também em número de quatro, incidirão sobre o tema genérico "A Matemática voltada para o exterior". Claro que muitas outras sessões e actividades, entre as mais habituais e novidades que certamente surgirão, estarão disponíveis a todos os participantes.

Foto Teresa Mariano

Figueira da Foz

Vá-se pois preparando. É o 13º ProfMat mas, como é lembrado no referido anúncio, não vai haver azar de certeza.

Contacto: Teresa Mariano, Escola Secundária Dr. Joaquim de Carvalho - tel: (033) 25334

SIEM VIII

Realizar-se-á nos dois dias imediatamente anteriores ao ProfMat — 10 e 11 de Novembro — mais um seminário de investigação sobre educação matemática. Promovido pelo Grupo de Trabalho sobre Investigação da APM, este ano está a ser organizado por um grupo de professores da ESE de Beja e da Fac. de Ciências e Tecnologia da Univ. Nova de Lisboa.

Contacto: António Azevedo, ESE de Beja - tel: (084) 328093, email: eseb@mail.telepac.pt; António Domingos, Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNL - tel: 2746393, email: amdd@mail.fct.unl.pt

A Matemática no 1º Ciclo

Vai realizar-se no próximo mês de Março, o 1º Encontro Nacional de Professores do 1º ciclo sobre o ensino da Matemática. Este encontro é organizado pela APM e decorrerá nos dias 3 e 4 na E.S. Rodrigues lobo de Leiria.

Contacto: APM, tel: 7166424, email:apm@mail.telepac.pt

VI Encontro de Investigação em Educação Matemática

A Secção de Educação Matemática da SPCE promove o seu encontro anual sobre investigação em educação matemática em Abril, entre os dias 6 e 8, em Castelo de Vide. O encontro é sobre o tema "Desenvolvimento Curricular em Matemática" e está a ser organizado pelo Departamento de Matemática e Informática e suas Didácticas da ESE de Portalegre.

Contacto: Mário Ceia, ESE de Portalegre - tel: (045) 24450, email: sesportalegre@mail.telepac.pt

Seminário Luso Brasileiro de História da Matemática

Este encontro realizar-se-á em Águas de S. Pedro, Brasil, no próximo mês de Março entre os dias 23 e 26.

Contacto: Sérgio Nobre, DEP Matemática UNESP, Rio Claro - email: sernobre@rcb000.ansp.br

49º encontro da CIEAEM

Trata-se de um encontro internacional sobre que este ano se vai realizar em Portugal, entre 24 e 30 de Julho, na ESE de Setúbal. Estes encontros da CIEAEM (*Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*) são encontros temáticos e o tema escolhido para este ano é "As interacções na aula de Matemática".

Contacto: Joana Porfírio, ESE de Setúbal tel: (065) 751725, email: esesetbl@mail.telepac.pt

21º PME

É também um encontro internacional que anualmente o grupo do PME (*Psycology of Mathematics Education*) promove. Este ano decorrerá em Lahti, Finlândia, de14 a 19 de Julho, sobre o tema "Tecnologia, educação matemática e mudança".

Contacto: Marja-Liisa Neuvonen-Rauhala, Univ. de Helsínquia - tel: 358 3 892 299; email: marja-liisa.neuvonen@helsinki.fi

Quota de 1997

No ano de 1997 o valor da quota é de **6000$00** (4000$00, para o sócio estudante e 6500$00 para os sócios estrangeiros). Se ainda não pagou a sua quota, pode optar por desconto bancário **até 28 de Fevereiro**. Após esta data deve efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa, Mastercard ou Eurocard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ________________________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ MasterCard ☐ Eurocard ☐

Validade ____________ o valor de ____________ correspondente a ____________

____________ Data __/__/__

Assinatura ________________________________

Ficha de inscrição/actualização na Associação de Professores de Matemática

Sócio nº ____________

Nome ________________________________

________________________________ Tel: ____________

Morada ________________________________

Código Postal ____________ Ano em que começou a leccionar: ____________

Data de nascimento ______/______/______ Nível de ensino: ____________

Escola ________________________________

Localidade ____________ Distrito ____________

Categoria Profissional ________________________________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido preenchendo a ficha de pedido de publicações ou fotocópia (ver *Educação e Matemática* nº 28), juntamente com um cheque ou vale postal em nome de **Associação de Professores de Matemática** para a morada acima indicada.

Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa, MasterCard ou EuroCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo fax 351-1-7166424 da quantia a enviar para os portes de correio.

índice

1 *Educação e Matemática*: dez anos depois
Paulo Abrantes

2 Grupo de Trabalho Matemática 2001 — Discutir os problemas do ensino da Matemática: uma tarefa para os professores e para a APM
Paulo Abrantes

3 Descartes, geómetra acidental
A. J. Franco de Oliveira

9 Descartes, que actualidade?
Ana Páscoa, Lurdes Geada, Rosa Barbosa

12 Pontos de vista, reacções, ideias...

13 O problema das embalagens premiadas
José Paulo Viana

14 Materiais para a aula de Matemática
A curva de Koch

17 O desenvolvimento profissional de jovens professores
Fernando Sereno

20 A formação contínua dos professores do 1º ciclo
Isabel Azevedo Rocha

25 Escola —Formação — Responsabilidades
Elvira Ferreira

28 O problema deste número

29 O problema do ProfMat
José Paulo Viana

31 ProfMat 96: algumas impressões
Fernando Pires

35 O currícul o de Matemática do 3º ciclo do Ensino Recorrente
Raquel Escórcio

41 Quando a noite cai
Margarida Salgado de Oliveira

45 A (in)sustentável leveza da Matemática
Isolina Oliveira

48 Encontros em 1997