Educação e Matemática

Nº 40

4º trimestre de 1996

A matemática nos primeiros anos

Preço: 600$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

Matemática no 1°Ciclo
Encontro de Professores do 1°ciclo

A Associação de Professores de Matemática (APM) está a organizar um encontro dedicado ao ensino/aprendizagem da Matemática neste nível de ensino.

Este encontro vai realizar-se em Leiria, nos dias 3 e 4 de Março 1997.

Para mais informações contactar o Núcleo de Leiria ou a sede da APM.

Sobre este número temático

Este número temático é dedicado à aprendigem da Matemática nos primeiros anos. Sendo um tema a que a APM atribui uma importânica fundamental, foi tomada a decisão de iniciar neste número a prática de convidar um colega exterior à Redacção para coordenar a sua preparação. A escolha recaiu naturalmente sobre a colega Lurdes Serrazina, da ESE de Lisboa, que aceitou a responsabilidade de trabalhar durante este ano em estreita colaboração com a equipa da Redacção encarregada deste número e em particular de escrever o respectivo editorial.

A resposta que recebemos aos pedidos de colaboração que fizémos há cerca de um ano, nomeadamente a professores destes níveis de escolaridade e das ESE's, excedeu todas as nossas expectativas e é muito animadora. O número de colaborações recebidas cerca de ultrapassa em muito as 64 páginas deste número. Assim, os próximos números da revista continuarão a incluir artigos sobre o mesmo tema. Esperamos que este facto signifique que no futuro, a importância deste tema se reflicta no número de páginas que em cada número lhe será dedicado.

Aproveitamos para apresentar os nosso agradecimentos a todos os colegas que enviaram colaboraçãoes.

Neste número colaboraram

Alcides Azevedo Canelas, Alexandra Virote, Ana Margarida Mendes, Ana Maria Pessoa, Ana Vieira Lopes, António Luís, Cecília Monteiro, Cristina Loureiro, Cristina Santos, Cristolinda Costa, Fátima Bártolo, Fátima Pedro, Fernanda Barbacena, Fernando Nunes, Florinda Costa, Graça Correia, Graceann Merkel, Isabel Pestana, Janell Uerkwitz, João Sampaio Maia, José Paulo Viana, Luisa Ferreira, Luciano Veia, Lurdes Serrazina, Margarida César, Maria Assunção Folque, Maria da Conceição Menino, Maria da Dores Picão Ferreira, Maria da Penha Machado, Maria Manuela David, Natália Serrazina, Pedro Almeida, Terry Wood.

Data de publicação

Este número foi publicado em Novembro de 1996.

nº 40
4º trimestre
de 1996

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Adelina Precatado
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Eduardo Veloso
Helena Amaral
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Margarida Junqueira
Maria José Bóia

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade
Trimestral

Tiragem
4400 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos
1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424

Nota: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

As aprendizagens básicas

Lurdes Serrazina

Vimos assistindo nos últimos tempos a alguma controvérsia sobre o que se entende por aprendizagens básicas. Ouvimos afirmar que os alunos não podem deixar o 1° ciclo se não souberem ler, escrever e contar. Mas que interpretação dar a esta afirmação? Não será com certeza a que lhe foi atribuída nos anos trinta e que levou a uma clara desvalorização do ensino primário na época, nomeadamente no nível de exigência da formação dos respectivos professores. A interpretação que permaneceu foi a do treino de mecanismos e a do desenvolvimento de técnicas rotineiras de cálculo e para ensiná-los bastava apenas saber fazê-los do mesmo modo.

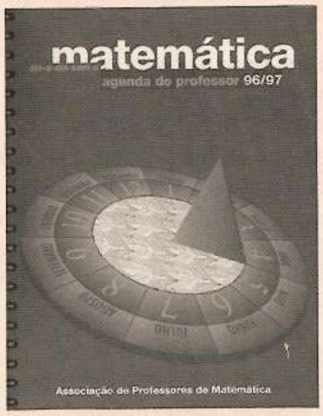
Não acreditamos que se pense em ler, escrever e contar hoje nos mesmos termos. Que significado lhes atribuir neste limiar do século XXI? Ler é interpretar, ser capaz de pensar sobre o que se lê, fazer uma análise crítica do mesmo. Contar está relacionado com o conhecimento dos números, mas não pode ser um acto mecânico, não basta memorizar a lengalenga, há fundamentalmente que adquirir o que já se convencionou chamar o sentido do número. Isto é, ser capaz de estabelecer relações entre os números de forma a proceder à sua compreensão e construção. Por exemplo, saber que 8 é 6 mais 2 ou 7 mais 1, ou 2 a menos que 10. Este sentido do número permite a uma criança juntar mentalmente 8 e 4 pensando que 8 e 2 são 10 e mais 2 são 12 ou calcular mentalmente a soma de 36 com 7 pensando 36, 40, 43. É ainda este sentido do número que permite que as pessoas façam estimativas razoáveis e não adivinhas disparatadas.

Crianças que adquirem o sentido do número compreendem os seus significados, desenvolvem relações entre os números, reconhecem a sua grandeza relativa e como se "comportam" quando adicionados, subtraídos, multiplicados ou divididos. Pelo contrário, as habilidades aritméticas não são mais que um instrumento para usar em situações que implicam muitas vezes uma compreensão de outras áreas da matemática como a geometria ou as várias representações gráficas. Uma excessiva ênfase nos procedimentos puramente mecânicos da aritmética não ajuda ao desenvolvimento da compreensão dessas outras áreas. É preciso ter em conta que a capacidade para levar a cabo uma determinada operação numérica e a capacidade para reconhecer quando fazer uso dela não são a mesma coisa, e ambas são necessárias, e também que a matemática necessária ao mundo do trabalho e às situações do dia-a-dia é baseada na análise de situações muito diversas feitas em contextos muito diferentes.

Por outro lado, acreditamos que o ensino baseado em técnicas rotineiras e mecanizado pode ser bem sucedido no curto termo, mas é pouco provável que o seja no longo termo ou que sejamos capazes de as usar em novas situações. Quantos adultos que aprenderam na escola primária os números e as quatro operações são capazes de as usar na sua vida diária?

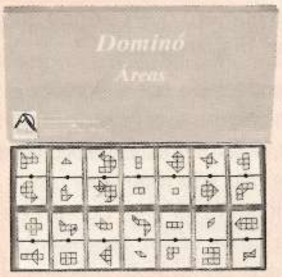
Em resumo, não basta aprender a ler, escrever e contar mas é preciso que essa aprendizagem seja significativa e isso, no caso da matemática, implica que a ênfase esteja no sentido do número e no significado das operações e não no cálculo, não esquecendo que o objectivo da aprendizagem do cálculo não pode ser para fazer muitas "contas" mas para utilizá-lo na resolução de problemas, nas aplicações da matemática, na exploração de novos conhecimentos e em outras áreas do saber. ■

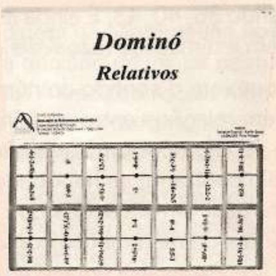
Publicações Materiais APM



Dia-a-dia com a Matemática
Agenda do Professor 1996/1997
Preço 750$00 (sócios 550$00)

O Geoplano
Preço 1400$00 (sócios 1000$00)

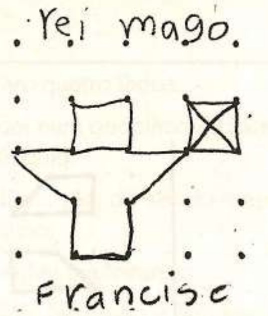




Pentaminós
Conjunto de materiais e actividades
Preço de sócio - 1 500$00

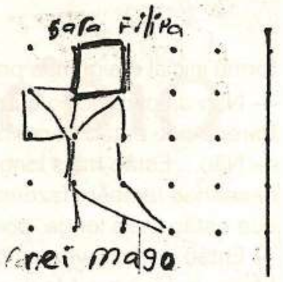
Dominós - Áreas, Perímetros, Decimais, Quocientes, Expressões Numéricas, Fracções Equivalentes, Relativos
Preço - um dominó: 1000$00
sete dominós: 5000$00

No caso de desejar que lhe seja enviada qualquer publicação da APM pelo correio deverá enviar a respectiva quantia acrescida da percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e despesas de embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%
de 2501$00 a 5000$00 - 15%
mais de 5000$00 - 10%



O Geopresépio

Pedro Almeida



No Diário de Turma (ver caixa nesta página) daquela semana de finais de Novembro, os alunos tinham registado várias propostas, mas apenas uma estava a ser debatida com algum entusiasmo: trabalhar com os geoplanos. Antes de mais propostas surgirem, apressei-me a lembrar à turma a proximidade das festas de Natal na escola e que teríamos de pensar numa actividade para apresentar. O burburinho — ou... debate, como lhe queiram chamar — deu lugar ao silêncio, um pouco confrangedor, a pedir um: — Vamos lá! Essas cabecinhas, para que servem?

Parecia que da tese tínhamos passado à antítese e a história acabara aí. Devo confessar que nessa altura a síntese surpreendeu-me:

— Podemos fazer figuras de Natal no geoplano.

Houve uma tempestade de ideias até chegarmos a uma aceite por todos os alunos. Cada um faria uma figura do presépio num geoplano e posteriormente colocaríamos os geoplanos de modo a formar um painel com o presépio.

Fizemos imediatamente uma listagem das figuras e cada um escolheu uma para fazer. A preocupação em conceber as figuras de modo a darem realmente ideia da personagem pretendida, constituiu logo a primeira dificuldade. Nesta idade há uma certa preocupação pelo pormenor no desenho e o geoplano 5x5, com 5 cm entre cada prego, dá poucas possibilidades. O trabalho exigia a capacidade de estilizar, de dar expressão a formas pouco expressivas (será que posso dizer isto dos polígonos?). No entanto depressa se instalou o gozo e o prazer de descobrir e, ao fim de algum tempo, ninguém queria fazer apenas a figura que escolhera.

Quando tentámos montar o painel com as figuras seleccionadas, surgiram imediatamente outros problemas:

— O S. José devia estar virado para o outro lado.

Algumas figuras precisaram de ser transformadas nas suas simétricas. A dificuldade desta operação impôs a utilização de espelhos em combinação com o geoplano. Isto constituiu uma novidade e despoletou uma "onda" de simetrias.

— O menino Jesus é do mesmo tamanho que a Maria.

Neste caso, como não pudemos reduzir o tamanho do Menino, tivemos de aumentar a sua mãe e pai, bem como as árvores e um dos reis magos. Os outros não porque, como sugeriu um aluno, estavam de joelhos. Aumentar o tamanho de uma figura pode parecer simples, mas não é, se quisermos manter minimamente a

> O Diário de Turma é um espaço onde cada aluno e professor de uma turma tem a liberdade de se expressar, geralmente acerca do que gostou ou não, do que se fez e do que se propõe, quer se refira a comportamentos individuais ou colectivos, ou às actividades de aprendizagem realizadas.
>
> O seu suporte físico é uma folha que está exposta para que todos a ela tenham acesso em qualquer momento, seja para escrever ou para ler. No final de cada semana é lida em assembleia de turma e tudo o que foi escrito é alvo de apreciação. Desta apreciação resulta, entre muitas outras coisas, o plano de trabalho da semana seguinte.
>
> O seu suporte pedagógico está fundamentado nas práticas e princípios desenvolvidos pelo Movimento da Escola Moderna.

forma inicial e algumas proporções.

— Não dá para pôr o burro e a vaca. Parece que estão por cima.

— Não... Estão mais longe. Nos desenhos também fazemos as coisas que estão mais longe, por cima.

— Então onde devemos colocar a Maria, o José e o Menino? Mais na parte de cima do painel ou na parte de baixo?

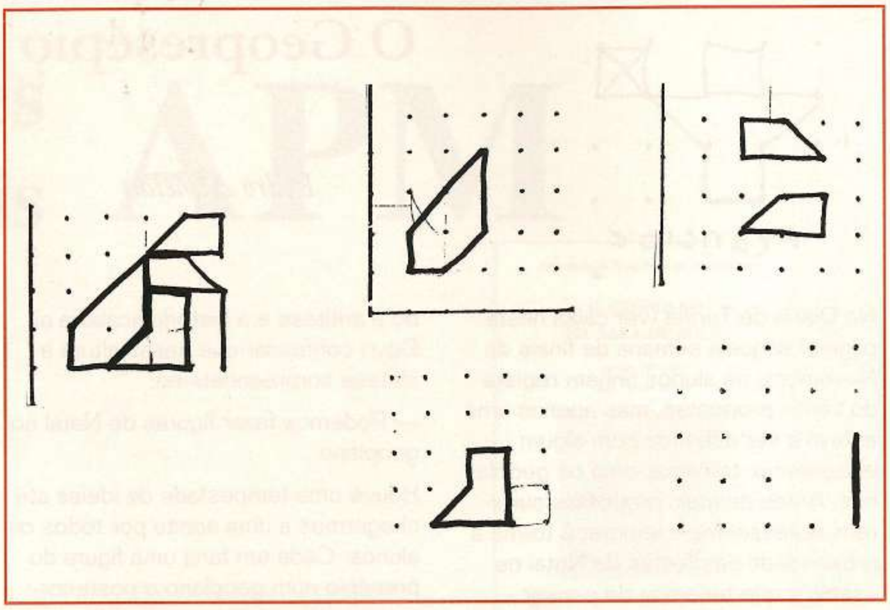
— Em baixo.

— Não, eu acho que devia ser em cima, porque senão os reis e os pastores ficam atrás da cabana.

Esta questão de perspectiva ou da representação da profundidade num plano levantou alguma discussão. Embora a maior parte aceitasse o princípio "quanto mais longe, mais para cima", foi preciso algum trabalho com o próprio corpo para alguns perceberem que a cena central do presépio teria de ficar mais elevada. Podemos perceber esta dificuldade de alguns alunos, pois nesta fase do seu desenvolvimento ainda utilizam a parte inferior da folha como "chão" das figuras principais das suas ilustrações.

Os problemas levantados pela proporção do tamanho e posição das figuras mudaram um pouco a estratégia de montagem do geopresépio combinada inicialmente. Não podíamos montar o painel já com as figuras em cada geoplano, mas teríamos de montar primeiro o painel com os geoplanos e só depois colocar as figuras. Isto permitia experimentar e corrigir imediatamente a posição e o tamanho da figura.

Decidimos também nesta altura montar o geopresépio na presença



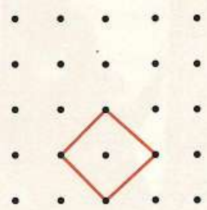
"Decomposição" de S. José em figuras simples...

dos outros colegas da escola e explicar-lhes como tínhamos feito. Para esta partilha foi necessário relembrar todo o percurso e tornar explícitas as vivências e aprendizagens que tinham sido feitas.

O trabalho ficou exposto durante a época própria até ser necessário desmontar. Para tal não faltaram voluntários, mas decidi intervir e complicar esta tarefa tão simples. Não só desmontaríamos o painel como também as próprias figuras. Pedi ao criador de cada imagem que a decompusesse, separando as formas desenhadas por cada elástico, e as desenhasse em papel ponteado e de modo a podermos manuseá-las e arrumá-las em grupos, de acordo com os critérios que encontrássemos. Nesta actividade de classificação, feita colectivamente, cada aluno tinha a possibilidade de ensaiar as suas propostas de arrumação, sendo-lhe pedido que verbalizasse a sua acção.

O primeiro aluno a agir sobre o caos separou as figuras "com interior" das "sem interior" (segmentos de recta isolados como é o caso da vara do S. José). De seguida, as figuras "com interior" foram agrupadas de acordo com o número de lados. Dentro dos quadriláteros separaram os quadrados, os rectângulos e os que não são nem uma coisa nem outra. Por fim ainda foram capazes de diferenciar as figuras "com cova" (as côncavas, para os especialistas) das "sem cova" (convexas).

Nos dias que se seguiram, vários alunos, no tempo de que dispõem para fazerem trabalhos livres, continuaram a explorar os geoplanos, tentando descobrir figuras que não coubessem na arrumação feita. A certa altura um deles apresenta no grupo um "quadrado inclinado" e diz:



— Fiz uma parecida com o quadrado, mas não é!

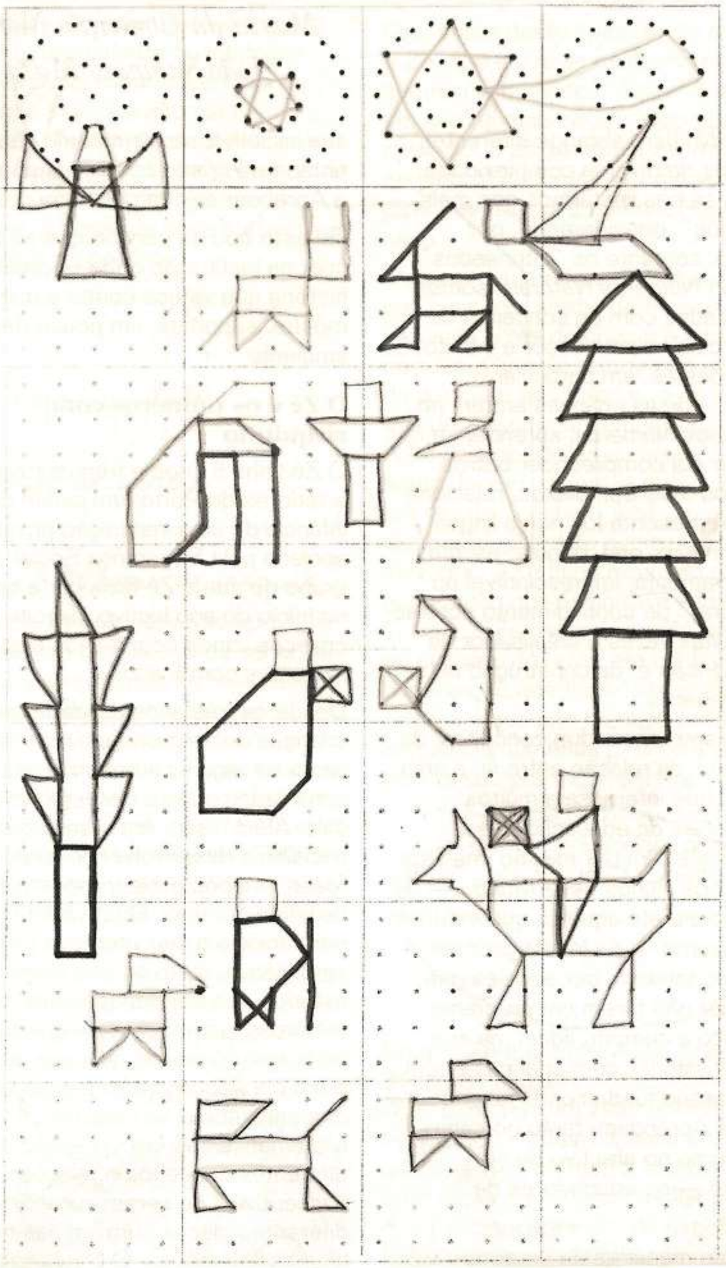
— Eu sei... é o losango, diz um colega.

— Será mesmo? pergunto.

— Eu acho que é na mesma o quadrado só que está assim (inclinado), sentencia timidamente outro aluno.

— Vamos ver... digam-me o que distingue um quadrado de outra figura?

O Geopresépio



— Tem quatro lados.

Peguei num geoplano e tracei um rectângulo.

— Não... têm de ser do mesmo tamanho.

Desenhei um losango.

— Não, esse não é quadrado, mas...

Houve quem duvidasse da igualdade do comprimento dos lados e fosse verificar com um cordão.

Perante o impasse criado no grupo, desenhei ao lado um quadrado na tal posição "inclinada" e mostrei-o variando a posição. Acabaram por concordar que era absurdo uma figura mudar de nome só por mudar de posição. Coloquei este quadrado ao lado do losango e insisti que descobrissem a diferença. A noção de ângulo nunca tinha sido trabalhada, nem sequer sob outra designação menos própria. No entanto eu esperava que fossem capazes, pelo menos, de dizer que os "cantos" ou os "bicos" do losango não eram todos iguais. E insisti. Seria um óptimo princípio para uma abordagem do conceito de ângulo, sonhava! Até que...

— Já sei, a distância deste canto ao prego do meio não é igual a esta (indicou, no losango, a distância de dois vértices consecutivos ao prego do centro) mas no quadrado é igual.

— Boa, fui obrigado a concluir, mas já agora (desenhei um quadrado sem prego no meio) como vamos dizer isso nesta situação?

Por estranho que possa parecer a resposta não foi imediata. Finalmente um dos alunos indicou a distância entre os dois cantos opostos. Introduzi o termo diagonal, do qual alguns se lembravam de termos usado numa actividade de dobragens e recapitulámos: o quadrado tem quatro lados iguais e as suas diagonais também são iguais; o losango tem quatro lados iguais e uma diagonal maior que a outra.

A concretização desta ideia despoletou situações que deram sentido à aprendizagem de conceitos e ao exercício de capacidades. Não foi apenas pela vontade ou entusiasmo do professor, porque fazem parte do programa ou porque estão envolvidas num jogo, que as aprendizagens se fizeram, mas porque foi necessário para a realização de um projecto de interesse pessoal e social.

A consequência mais directa deste carácter de necessidade que a aprendizagem adquire em contextos reais, é a percepção da funcionalidade do que se aprendeu. Aprende-se o "objecto" e uma dimensão da sua utilidade.

Pedro Almeida
Centro Alfredo Pinheiro - Torre
(Cascais)

Construção da sequência numérica — um exemplo no Jardim de Infância

Maria da Conceição Menino
João Sampaio Maia

O tema *Número* abrange diferentes conceitos de diversa complexidade. Mesmo se nos limitarmos aos mais "primários", considerando, por exemplo, somente os "intrínsecos" ao termo *Números Naturais*, somos confrontados com os conceitos de ordinal, cardinal, sucessor e infinito. É a partir destes, em particular o primeiro, que as crianças entram no *Mundo dos Números*, aprendem a construir e a compreender outros conceitos mais complexos, relacioná-los e a representá-los numa linguagem, primeiro, oral, depois, escrita. Esta ferramenta, imprescindível ao "manobrar" de conhecimento abstracto, é muitas vezes o catalisador da compreensão e da construção de vários saberes.

Esta aprendizagem dos conceitos, da linguagem, da relação entre si, é uma questão que interessa a muitos profissionais da educação desde aqueles que têm por missão imediata ensinar aos alunos esse *Mundo* — os professores, até aqueles que estudam esse assunto — os investigadores, passando também por aqueles que, apesar de não terem um programa específico a cumprir, lidam, na sua vida profissional, com crianças e têm como missão fundamental fazer com que elas Aprendam, tanto no campo social como no afectivo ou no cognitivo — os educadores de infância.

Há muitas maneiras de estar na Educação, há vários métodos de ensinar as crianças ou, dizendo de outra forma, de fazer com as crianças aprendam. Todos eles têm virtudes e defeitos: os directivos, os naturais, os liberais, etc..

Mas o que nos parece inegável é que se o profissional cria um ambiente em que a criança gosta do que está a fazer, procura saber mais e pensa, por sua iniciativa, nesse mesmo saber, então terá criado condições para que o Aprender seja um facto.

Foi este tipo de cenário que se tentou criar na Instituição onde se passa a história que vamos contar e que mostra, supomos, um pouco desse ambiente.

O Zé e os números com risquinho

O Zé tinha 5 anos e frequentava, nos arredores do Porto, um jardim de infância de uma instituição privada apoiada pela Segurança Social. O grupo de que o Zé fazia parte tinha, no início do ano lectivo, dezoito crianças: cinco com 4 anos e as restantes com 5 anos.

Desde os três anos de idade que as crianças deste grupo estavam habituadas a ter alguma autonomia nas actividades que se desenrolavam na sala. Além disso, era normal que o trabalho a desenvolver ao longo do dia fosse, em boa parte, proposto e decidido por elas. Deste modo, era permanente o seu interesse pelo que se passava, tanto na sala como no exterior. A aprendizagem, nas diferentes áreas, acontecia sem que houvesse ensino formal de qualquer assunto e era consequência da curiosidade e empenhamento de cada um. A Matemática não era excepção e os diferentes conceitos e relações susceptíveis de serem aprendidos nas diferentes idades surgiam nas mais diversas situações. O brincar e o aprender confundiam-se constantemente em quase todas as actividades, quer fossem de rotina ou não. Um tema que sistematicamente vinha a propósito nas mais diversas situações e contextos era o Número.

Um exemplo disso era o que se passava à volta do quadro onde se registavam as presenças na sala. Estava sempre visível, era totalmente construído por eles e durante o registo ou mesmo em qualquer altura do dia era vulgar haver discussão sobre quem estava ou esteve em certo dia ou ao longo da semana, quantas vezes veio, quem faltou mais vezes, quantos dias se vem para a escola e quantos se fica em casa, quem foi o primeiro, o segundo,.... a escrever o seu nome no quadro, etc.

Outro exemplo era a tarefa de pôr a mesa para o almoço da qual ficava responsável uma criança por dia. Esta tinha de contar as crianças presentes, registar essa informação, contar os pratos, talheres, etc., e dispô-los adequadamente nas respectivas mesas. Durante esse trabalho, havia sempre momentos de conversa sobre a própria acção: — Será que já contaste todos os meninos? Quantos pratos já tens na mesa? Quantos faltam? ... . E depois de todos já estarem sentados à mesa era necessário verificar se o trabalho tinha sido bem feito: — Será que o número de pratos colocados na mesa era igual ao número de meninos que se tinha contado e registado?

Mas a preocupação com o *número* era permanente no grupo e "entrava" em todas as actividades: Quantos marcadores há na caixa? O Marco tem mais legos do que a Cláudia? Quem consegue fazer quatro com duas mãos? E com três mãos? Quantos ovos são precisos para fazer o bolo de chocolate? Quantos palmos mede o Filipe? O pano chega para fazer o vestido? Quem foi o terceiro a chegar à sala? E o último? O que será a "coisa" mais cara do catálogo - o carro que custa 2 355$ ou o livro que custa 999$?

O que se procurava é que as questões não fossem dos adultos: eram das crianças e eram elas que as tentavam resolver. A curiosidade, a imaginação e a iniciativa naturais neste nível etário associadas às oportunidades que se criavam eram suficientes para que a aprendizagem fosse um facto.

Mas, claro, as actividades numéricas não se limitavam ao raciocínio e ao uso de linguagem oral. As actividades de escrita e respectiva leitura também eram habituais e o interesse de cada um e de todos em geral levava-os, frequente e espontaneamente, a registarem graficamente o que estava a ser ou o que tinha sido mais importante para eles. Como as questões numéricas eram muitas vezes um dos pólos de interesse das crianças, era habitual aparecerem registos numéricos juntamente com as discussões entre elas: Como é que se escreve doze pintaínhos? Quem consegue ler quantos rebuçados tinha a Amélia? Será que escrevemos todas as moedas que temos? A construção da necessária relação entre os diferentes conceitos numéricos era complementada com a construção e a aprendizagem das respectivas representações. As representações figurativas e icónicas que, até então, tinham sido suficientes para dar resposta às necessidades do grupo, em função de novos problemas e da exigência de uma maior eficiência, foram gradualmente substituídas pelos algarismos da nossa escrita usual sem nunca ter sido necessário ensiná-los deliberadamente.

Um dia, em Fevereiro, estavam a escrever a receita de um bolo e surgiram as "inevitáveis" discussões (Quantos ovos? Quanto açúcar? O que é que se fez primeiro? E depois?) e as respectivas representações (seis "rodinhas" para os seis ovos, dois "rectângulos" para os dois copos de açúcar, cinco "colheres" de nesquik, etc.). Todas estas representações, aceites por todos, foram sendo escolhidas/construídas/aperfeiçoadas à medida que eram precisas para as diferentes receitas.

O Zé, nesta altura, estava afastado do grupo mas atento ao que se passava. À medida que ouvia: "... seis ovos", escrevia, numa folha que tinha à sua frente, "6",; "... um copo de leite", escrevia "1", etc., ficando a folha com os numerais que representavam as diferentes quantidades dos ingredientes. Esta foi a primeira vez que uma criança da sala utilizou, por sua livre e espontânea vontade, sem qualquer interferência dum adulto, numerais indo-árabes, num contexto em que o hábito era representar quantidades figurativa ou iconicamente. Mas ele achou que a receita não estava completa: "Assim não sabemos como se faz o bolo. Tens de escrever aqui à frente o que é!" E a educadora lá escreveu, à frente de cada numeral, o ingrediente respectivo.

6 ovos

1 copo de leite

2 copos de açúcar

5 colheres de nesquik

Na mesma manhã, algum tempo depois e com o objectivo de saber se utilizaria o mesmo tipo de representação, a educadora pediu-lhe que contasse e escrevesse numa folha, quantos bancos havia na sala. Contou "um, dois, ..., oito" e no fim escreveu, da esquerda para a direita, "1 2 3 4 5 6 7 8". Antes de entregar a folha, olhou para o que tinha escrito e disse: "Antes do *banco um* não há nenhum banco; por isso tem de se pôr o *nenhum*" (e escreveu "0" à esquerda do "1"). Passado uns instantes, pediu novamente a folha dizendo que se tinha esquecido de uma coisa. "É que depois do *banco oito* também não há mais nenhum. Por isso tem de se pôr o *nenhum* a seguir ao *oito*" (e escreveu "0" à direita do "8").

0 1 2 3 4 5 6 7 8 0

O facto de o Zé chamar ao zero *nenhum* já acontecia há algum tempo e começou por uma preocupação dele sobre como identificar a sala da creche onde estavam as crianças dos três aos doze meses de idade. Quando se fazia referência às salas da creche era habitual nomear por "sala dos 2 anos", sala de 1 ano" e "berçário". Coerentemente, o Zé entendia que a sala do berçário era a sala dos meninos que não tinham anos; por isso dizia que era a "sala nenhum".

Ora, antes deste episódio da receita, o Zé, que escrevia muitas vezes a sequência numérica, dizia: "Antes do um não há mais nada". Depois deste episódio, o Zé passou a escrever a sequência numérica a começar no "0" dizendo: "Agora é que não há mais nada".

Mas um dia, a educadora levou o Zé a sua casa, um prédio de 5 pisos, incluindo o rés-do-chão e a garagem na cave. Quando subiram no elevador da garagem ao 2º andar, o Zé pediu que descessem novamente porque tinha descoberto uma coisa: "É que antes do *zero* (agora já dizia "zero" em vez de "nenhum") há o *um com risquinho*". Durante a ascensão do elevador, o Zé tinha reparado na numeração que assinalava cada piso: -1, 0, 1, 2. Fez-se o que o Zé pediu e ao subirem de novo, ele confirmou a observação que tinha feito e disse: "Agora é que não há mais nada". A sequência numérica passou a ser escrita sempre a começar no "-1".

-1 0 1 2 3 4 5 6

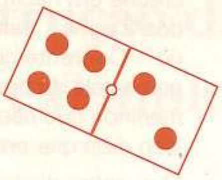
Hoje, o Zé tem nove anos, já está no 3º ano de escolaridade e frequenta o A. T. L. na mesma instituição onde frequentou o jardim de infância. Há uns dias veio ter com a sua ex-educadora e estiveram a falar sobre o que estava a aprender na escola. Entre outras coisas falou que tinha aprendido o "menos um", o "menos dois", etc.. e ela perguntou-lhe se se lembrava da história do elevador. Ele disse que sim e completou: "Olha, São, afinal há os números todos com risquinho".

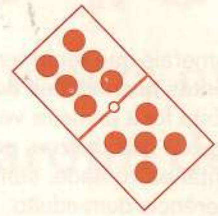
E é que há mesmo!

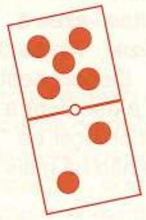
Maria da Conceição Menino, ESE Jean Piaget-Gaia
João Sampaio Maia, ESE Porto

Resolver problemas

Maria das Dores







Alguns princípios orientadores do actual programa de Matemática apontam para que o ensino desta área educativa seja dinâmico, criativo, aliciante, tendo como finalidade o desenvolvimento de capacidades de raciocínio, de comunicação e de resolução de problemas. A resolução de problemas aparece, portanto, como uma das grandes finalidades do ensino da Matemática para o Ensino Básico (DGEBS, 1990).

O programa aponta ainda a resolução de problemas como uma actividade promotora de uma atitude activa por parte dos alunos, uma vez que possibilita a estes, a construção de conceitos como resposta às interrogações que estas mesmas situações levantam, pretendendo que a resolução de problemas constitua a actividade central da área de Matemática a desenvolver em todos os tópicos.

A resolução de problemas deve partir de questões interessantes do ponto de vista das crianças, como jogos, adivinhas e histórias e questões da vida prática da criança por forma a fomentar a abertura da escola à comunidade. Assim, o ensino desta área torna-se relevante para a criança e esta o assimilará com mais facilidade pois aperceber-se-á da utilidade da matemática.

A criança aprende jogando. Através do jogo o ritmo natural da criança é mais respeitado e esta encara o erro de forma mais natural e positiva. O jogo desenvolve capacidades afectivas como a autoconfiança, a autonomia, o espírito de equipa e de cooperação, a capacidade de argumentar e tomar decisões que favorecem todo o desenvolvimento da criança, para além de ser uma forte motivação para a aprendizagem (Lopes, A. et al, 1992).

Possivelmente, devido a esta atracção da criança pelo jogo, os currículos escolares têm vindo a integrar o jogo nos seus objectivos, embora focando quase unicamente o seu aspecto lúdico e mais propriamente nas áreas de Expressão Dramática e de Educação Física.

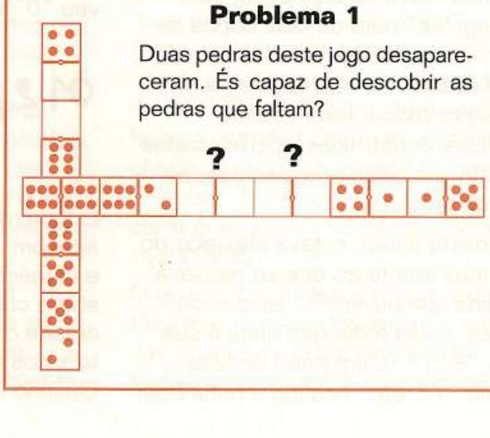
Nos jogos de regras, estas vão sendo transmitidas de geração em geração. Porém, um jogo pode ter várias variantes modificando algumas das suas regras. Por vezes o mesmo jogo é diferente de terra para terra, variando uma ou outra regra (Linaza, J.; Maldonado, A., 1987). São exemplos de jogos de regras o jogo do berlinde que é quase exclusivo da idade escolar, o jogo de futebol, a macaca, as caricas e jogos mais complexos como o jogo de cartas, damas, xadrez e dominós. É precisamente sobre o jogo do dominó que nos iremos debruçar ao longo deste artigo, como um jogo de regras a implementar na escolaridade, como auxiliar na área de

1ª situação

É apresentada uma situação de jogo em que faltam duas ou mais pedras que o jogador deverá descobrir, tendo como pano de fundo o dominó tradicional.

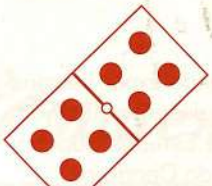
Problema 1

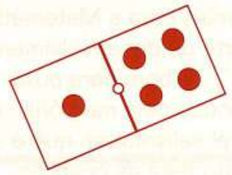
Duas pedras deste jogo desapareceram. És capaz de descobrir as pedras que faltam?



O actual programa para o 1º ciclo do Ensino Básico introduz o jogo para o ensino da Matemática. Aparecem assim jogos como cartas, xadrez, dominós e outros, como suporte da resolução de problemas no ensino da Matemática. O jogo aparece não só no seu aspecto lúdico mas mais propriamente como fonte de aprendizagem.

com o Dominó





Picão Ferreira

Matemática e mais propriamente na resolução de problemas.

A intuição de que os jogos e em particular o Dominó, pela sua referência como jogo de azar, não estariam a ser utilizados como auxiliares de aprendizagem levou a que fosse efectuado um inquérito a uma população de professores do 1° Ciclo do Ensino Básico, por forma a verificar a validade de tal intuição. As observações feitas no inquérito levam a concluir que, apesar de alguns docentes utilizarem jogos, apenas uma pequena parte utiliza o Dominó, restando a dúvida de esta amostra utilizar o jogo como material recreativo ou como auxiliar na resolução de problemas.

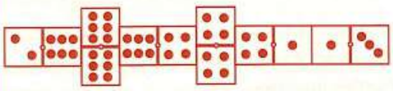
Acreditando que é possível cumprir o actual programa no que concerne à utilização do Dominó na resolução de problemas e que este poderia ser implementado na sala de aula de forma diversificada, apoiando o professor na difícil tarefa de auxiliar as crianças a serem bons resolvedores de problemas, desenvolveu-se este projecto.

2ª situação

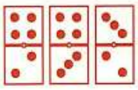
É apresentada uma situação de jogo baseada no Dominó Tradicional ou no Dominó Belga com pedras distribuídas a dois jogadores em que após X jogadas um dos jogadores ganha ou faz determinada pontuação.

Problema 2

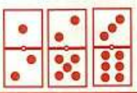
Dois jogadores jogam o Dominó Belga. É o jogador B a jogar e o jogador A faz 10 pontos.



Jogador A



Jogador B



Assim, se pretendeu mostrar que o Dominó, para além de um jogo com todas as propriedades recreativas que possa ter constitui ainda, como jogo, um óptimo auxiliar do professor e das crianças para desenvolver estratégias que permitem obter boas características para resolver problemas.

No desenrolar da actividade prática desenvolvida neste projecto utilizaram-se os jogos de Dominó Tradicional, Dominó Belga e Matador e uma série de problemas diversos inventados, embora alguns baseados nos problemas que aparecem nos jornais com o jogo do xadrez e das damas. Estes problemas aparecem numa situação de jogo, utilizando para o efeito o Dominó Tradicional e o Dominó Belga. Fundamentalmente são de dois tipos, apresentados nos quadros centrais destas páginas.

Os problemas foram apresentados aos alunos com um aumento gradual do grau de dificuldade, iniciando pelos problemas do 1° tipo.

De maneira geral verificou-se que os melhores alunos resolviam mais facilmente os problemas e que os alunos do 4° ano estavam em supremacia em relação aos do 3° ano no que respeita a melhor resolver estes problemas. De igual forma se verificou que os alunos com mais dificuldades de aprendizagem utilizavam mais a estratégia de tentativa e erro face à dedução lógica mais utilizada pelos melhores alunos. O tempo utilizado era igualmente diferente gastando os melhores alunos menos tempo a resolverem os problemas. Aqueles alunos que demonstravam mais dificuldade em resolver os problemas eram inseguros das suas conclusões e muitas vezes confrontados com nova hipótese respondiam "Também pode ser essa..." quando a realidade era diferente. Porém asseguravam a sua conclusão como certa.

Globalmente, após resolverem dois ou três problemas o seguinte era mais facilmente resolvido, o que se via quer pelas estratégias utilizadas, quer pelo tempo gasto. Notava-se uma progressão de atitudes e uma aprendizagem das estratégias a desenvolver. As próprias crianças iam exigindo problemas diferentes e bem distintos para que a expectativa ao resolvê-los não fosse diminuindo. O problema difícil seria aquele que necessitava de estratégias diferentes das anteriormente utilizadas para a sua solução e o menos previsível. O problema considerado difícil era o que agradava mais, principalmente aos melhores resolvedores.

Apesar de alguns alunos terem dificuldade em resolver alguns problemas do 2° tipo todos conseguiram chegar à solução.

Numa tentativa de apurar a opinião dos pais relativamente a todas estas actividades desenroladas na sala de aula com o Dominó, realizou-se um inquérito aos pais dos alunos. O resultado deste inquérito revelou que apenas três pais não concordavam com o facto de se jogar na sala de aula, um dos quais não especificando as razões da sua opinião e os outros dois alegando que "... as crianças devem pensar nos estudos e não em jogos", "... há coisas mais importantes a fazer". Os restantes pais, uma percentagem de 83%, mostraram-se bastante optimistas em relação às actividades desenvolvidas, comentando que "... aprendem a contar melhor e desperta-os mais para a Matemática", "... faz parte do desenvolvimento das crianças...", "É bom para puxarem mais um pouco pela memória" e de maneira geral salientaram que é um bom divertimento para as crianças. Esta opinião talvez resida no facto de ser usual nesta população o jogo do Dominó. Trata-se de uma população inserida no Parque Nacional da Peneda/Gerês, numa zona turística onde abundam os cafés e alguns restaurantes. Verificou-se ser usual que familiares e amigos se reúnam no café para jogar umas partidas de Dominó.

O que mais se fez salientar ao longo deste projecto foi que os jogos, e em particular o Dominó, constituem uma excelente fonte de motivação para as crianças.

O Dominó é um jogo muito bem aceite e com características que fazem dele um bom auxiliar na resolução de problemas.

De maneira geral verificou-se com êxito a integração do Dominó na área de Matemática no campo da resolução de problemas como vem a ser apontado pelo programa do 1º Ciclo do Ensino Básico. Assim, é possível resolver problemas de uma forma agradável para quase todas as crianças.

Notas

1. Este artigo pretende expor sumariamente um projecto desenvolvido no âmbito do Curso de Estudos Superiores Especializados do Centro de Formação de Professores e Educadores da Universidade do Minho.

2. Dominó Belga

Joga-se com 2, 3 ou 4 jogadores, embora seja mais corrente o jogo a quatro. O jogo processa-se como no Dominó Tradicional, com a diferença de que após cada jogada contam-se os pontos dos quadrados que ficam nas extremidades do jogo e pontuam caso formem múltiplos de 5. Uma partida é geralmente constituída por 500 pontos. A pontuação regista-se com um "X". Ao "X" correspondem 10 pontos e a metade "/" correspondem 5 pontos. No caso do jogo ser fechado, o jogador que tiver menos pontos em mão ganha a soma de todos os pontos das pedras dos seus adversários, arredondando para o múltiplo de 5 mais próximo.

3. Matador

Igual ao anterior excepto que

- existem Matadores, isto é, pedras cuja pintas totalizam zero ou sete;
- para se colocar uma pedra é necessário que a metade anterior com a sua metade perfaçam 7 pintas;
- após um quadrado branco é obrigatório colocar um Matador;
- inicia-se o jogo tirando à sorte uma peça e começa o que tiver a pedra mais alta; cada jogador retira três pedras e inicia com a pedra que quiser;
- não tendo pedra adequada ao jogo poderá o jogador colocar um Matador ou biscar até poder jogar; se não puder fazer isso, passa;
- ganha aquele que fizer dominó ou fechar o jogo; ou joga-se a 100 ou 150 pontos, creditando ao vencedor a soma dos pontos das pedras que os restantes jogadores tiverem em mão.

Bibliografia

D. G. E. B. S. (1990). *Programa do 1º Ciclo.* Ensino Básico, 1º Ciclo, Lisboa: M. E.

Ferreira, M. (1995). *O Dominó e a Resolução de Problemas.* Braga: CEFOPE. U.M.

Linaza, J.;Maldonado, A. (1987). *Los Juegos y el Deporte en el Desarrollo Psicológico Del Niño.* Barcelona: Editorial Anthropos.

Lopes, A. et al (1992). *Actividades Matemáticas na sala de aula.* Lisboa: Texto Editora.

Maria das Dores Picão Ferreira
Escola de Admeus, Vilar de Veiga - Terras de Bouro

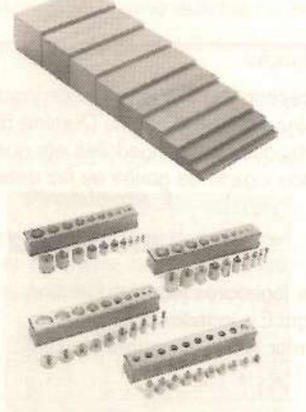
Maria Montessori

Nasceu em 31 de Agosto de 1870 em Itália e foi a primeira mulher a formar-se em Medicina na Universidade de Roma.

O método Montessori consiste em não ensinar, dar ordens, forjar ou moldar o espírito da criança, mas sim em criar-lhe um ambiente que seja apropriado à sua necessidade de experimentar, agir, trabalhar, assimilar espontaneamente e alimentar o seu espírito.

São três os aspectos essenciais do método Montessori: ambiente adequado, professor atento e presente, material adequado e apresentado cientificamente.

Material Montessori: ajuste de sólidos, a torre cor de rosa, a torre castanha, exercícios de tacto, quadros para enlaçar e abotoar.



Material Montessori na versão que hoje é adoptada em escolas dos EEUU. Fonte: Internet http://www.primenet.com/~gojess/mfm/mfmtoc.htm

Nos dez anos da "Educação e Matemática"

Com estes dois depoimentos encerramos esta secção especial comemorativa dos Dez Anos de Educação e Matemática, *que fez parte dos quatro números deste ano.*

Sugestões em data de aniversário

Não é nada fácil emitir uma opinião sobre os 10 anos de uma publicação importante, como é o caso da "Educação e Matemática". O grande problema que senti foi o receio de deixar de fora considerações que me parecem importantes. No entanto, todos os que já fizeram os seus comentários conseguiram fazer-me ultrapassar este preconceito, ao opinarem sobre os tais aspectos que reputo de essenciais. Afinal, uma associação como a nossa tem a virtualidade da mútua complementação.

Resolvido, para mim, este problema, vou tentar focar um dos aspectos que me surge como mais problemático, e que decorre da minha experiência e das conversas e leituras que tenho realizado. Refiro-me à antiga, e pelos vistos actual, "falta" de participação activa e espontânea dos sócios na revista, já que o uso e a pertinência do conteúdo da "Educação e Matemática", são positivamente valorizados. As razões que podem estar por detrás deste facto são a falta de hábito que nós, os professores dos Ensinos Básico e Secundário, temos em colocar por escrito as ideias e experiências que vivemos, a desvalorização que interiorizámos em relação à nossa actividade profissional e a inegável qualidade da revista, geradora de uma comparação em que à partida nos sentimos desfavorecidos. Esta última razão parece um pouco paradoxal, até porque a qualidade da revista também foi conseguida por colegas nossos, atrevo-me a afirmá-lo, em grande parte. Se procurarem com atenção, suponho que vão ficar surpreendidos com a quantidade de pessoas, das mais diversas proveniências, que já colaboraram na revista.

Infelizmente, não é a redacção que detém a possibilidade de modificar estas razões, excepto abdicando da boa qualidade, mas com consequências no mínimo duvidosas. Então? Não há saída? Além de apelar à participação, afirmar que a diversidade de opiniões é importante para a APM, com todas a terem o direito a serem respeitadas, apenas me estou a lembrar da instituição de uma política que diversifique o mais possível os temas que podem aparecer na revista. Por um lado, tal não me parece difícil devido à enorme variedade de assuntos directamente relacionados com a actividade profissional de um professor de Matemática, por outro, sei que os professores têm opiniões e discutem sobre esses assuntos. O lançamento de secções, por exemplo, dedicadas a determinados temas de actualidade em momentos precisos, pode eventualmente viabilizar uma participação que se pretende mais alargada. Que tal o projecto de diploma para a redefinição de habilitações? E os moldes da revisão curricular que se encontra, tudo indica, iminente? Ou a sugestão para a nova composição do Conselho Pedagógico? São só ideias, talvez não muito importantes para alguns, mas, para mim, são fundamentais e merecedoras de uma discussão alargada que pode ser realizada com base na publicação por excelência da APM.

Em data de aniversário, resta-me enviar as minhas saudações a todos os que, no passado, contribuíram, das mais diversas formas, para que a "Educação e Matemática" tenha sido um marco importante, e que se preocupam em optimizar o futuro da publicação.

Fernando Nunes
Escola EB 2,3 Marquesa de Alorna

Nos dez anos da Educação e Matemática

Se bem que eu não tenha assistido ao nascimento dos primeiros anos da publicação da revista "Educação e Matemática", compreendo a satisfação de todos os seus protagonistas, pois ela representa um marco muito importante no ensino e educação da matemática.

A primeira vez que eu tomei conhecimento da revista foi há três anos, durante a frequência do quarto ano de licenciatura em Ensino da Matemática. Nas aulas de Metodologia da matemática e de Seminário temático, analisei muitas vezes, juntamente com os meus colegas, os artigos publicados nesta revista. Nesta altura pareceu-nos tão natural a existência destas publicações, como a existência de um manual escolar. Pensamos também, que fosse natural que todas as ideias, problemas e reflexões existissem sempre desta forma tão arrumada e organizada. Ao mesmo tempo, o facto de termos ao nosso alcance tão variadas fontes de informação sobre a educação e o ensino da matemática, induziu-nos a pensar que todos os professores estavam ou tentariam estar nas mesmas condições.

Quando me tornei professora de matemática, apercebi-me que a realidade era bem diferente e que, portanto, eu tinha tido uma formação inicial muito privilegiada. Verifiquei que a procura de novos conhecimentos, a discussão de ideias e o reflectir da prática educativa não eram denominadores comuns a todos os professores. Percebi, também, que o ensino e a educação da matemática constituem um campo muito vasto e é pela constante vontade de melhorar que existem professores a sustentar iniciativas desta natureza.

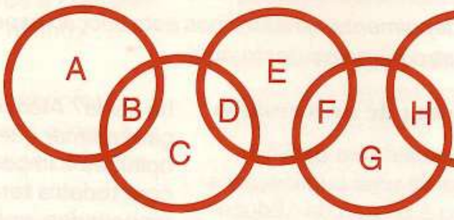
Hoje em dia, e mesmo estando consciente que ainda há muito por fazer, acredito que cada vez há mais professores que procuram questionar o seu trabalho quer com outras colegas, quer quando, por exemplo, leêm algum artigo nesta revista que lhes desperte interesse.

Apesar de, para mim, ser natural reflectir e discutir sobre a prática educativa, existirão outros professo-

O problema do trimestre

Problema proposto

Puzzle Olímpico



Os anéis olímpicos dividem o plano em nove regiões fechadas, assinaladas na figura por letras.

- Substituir as letras pelos números de 1 a 9, sem repetição, de tal modo que a soma **S** dos números dentro de cada um dos anéis seja sempre a mesma.

Existem muitas soluções. Podemos então ir um pouco mais longe:

- Qual é a solução em que a soma S é mínima?
- Qual é a solução em que a soma S é máxima?

Sobre o problema anterior : uma vez que este número da revista foi publicado em data muito próxima do anterior, a resposta ao problema do número 39 será divulgada, juntamente com o problema aqui proposto, no próximo número.

(continuação da página anterior)
res que poderão sentir-se inibidos, pois nunca experimentaram os benefícios de uma tal acção ou carregam a ideia do professor perfeito que tudo domina.

É claro que, neste aspecto, a revista reveste-se de uma importância extrema, pois,através dela, os professores podem conseguir aperceber-se que muitas das suas inseguranças, problemas, dúvidas e ansiedades são também vividas e sentidas por muitos outros colegas. É, portanto, uma forma possível de ajudaro professor a reflectir, quiça com os seus colegas.

Por outro lado, tudo o que ocorre de mais "actual" em termos de ensino e educação e matemática é, mais cedo ou mais tarde, apresentado e discutido na revista, de tal forma que a podemos considerar um instrumento de formação bastante completo e diversificado.

Expostas as qualidades da revista, resta-me expressar votos na sua continuação e aperfeiçoamento, para bem de toda a comunidade ligada à matemática

Alexandra Virote
Escola Sec. Brancamp Freire, Pontinha

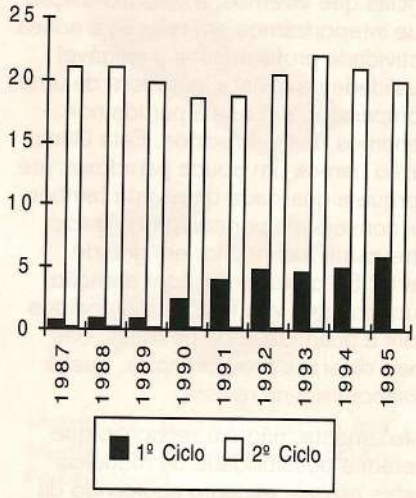
Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

Embora o número de sócios do 1° Ciclo seja pequeno, tem vindo a aumentar todos os anos, assim como o número de sócios do 2° Ciclo. No entanto esse aumento em valor absoluto, nem sempre se traduz por um aumento percentual, como se pode ver no gráfico ao lado.
Se quiser fazer algumas contas, tem os dados necessários na tabela em baixo.

	nº de sócios	% 1º Ciclo	% 2º Ciclo
1987	849	0.7	21
1988	1114	1	21
1989	1594	1	19.8
1990	2006	2.5	18.6
1991	2271	4	18.7
1992	2541	4.9	20.5
1993	2908	4.8	22
1994	3256	5	21
1995	3622	5.9	19.9

Evolução do número de sócios do 1° e 2° ciclo, em percentagem, em relação ao número total de sócios da APM



Como vão os primeiros anos?

Uma situação que se constata frequentemente é a ausência de diálogo entre professores de diferentes ciclos e o desconhecimento dos objectivos dos programas em ciclos que não são os que leccionamos. Com o objectivo de contrariar esta situação, EM fez uma entrevista colectiva com colegas do 1º e 2º ciclo. Procurámos desta forma fazer um balanço de como estão a ser levados à prática os novos programas, e perceber quais as expectativas dos professores de um ciclo em relação ao outro. O espaço não nos permitiu reproduzir tudo o que foi dito, mas procurámos transmitir os pontos que nos pareceram mais polémicos. Não são ideias acabadas, não reflectirão com certeza as opiniões e o trabalho de todos, talvez nem sequer da maioria, mas pensamos serem questões interessantes para reflexão e discussão. As colegas entrevistadas foram a Isabel Pestana, Florinda Costa e Fátima Pedro.

A Isabell trabalha na Escola nº 2 de Vialonga, Forte da Casa, zona periférica de Lisboa com uma população originária de vários pontos do país e das ex-colónias, empregados de serviços de Lisboa. A Isabel tem 21 anos de serviço.

A Florinda e a Fátima trabalham na Escola EB 2,3 do Monte da Caparica e têm respectivamente 22 e 10 anos de tempo de serviço. A escola está inserida num bairro que apresenta inúmeras carências e com uma população culturalmente muito heterogénea e economicamente muito desfavorecida.

EM - Há pessoas que se queixam de algumas dificuldades de leitura e de apresentação dos programas. Que tipo de dificuldades de leitura encontraram?

Isabel - Não senti essas dificuldades, gostei da maneira como está o programa, partindo mais das situações problemáticas e do quotidiano das crianças, das realidades delas. No entanto seria mais fácil de ler se os vários blocos estivessem, para cada ano, todos juntinhos, e não estão. Cada bloco refere-se logo aos 4 anos. Era só mudar de sítio para facilitar a leitura.

EM - Em que é que os objectivos do ensino no 1º ciclo mudaram neste novo programa?

Isabel - O que eu acho mais importante é que há mais facilidade em pegar no programa. Não temos aquela obrigatoriedade de dar isto agora e aquilo depois. Partindo das realidades que as crianças nos trazem... Podemos partir daí para desenvolver uma situação problema. Não é tão rígido. Eu acho que mudou essencialmente o modo de trabalhar com os alunos, não o fazer por fazer, mas sim que aquilo que fazemos na aula tenha a ver com a realidade, que sirva para alguma coisa, não é ? Ao nível dos conteúdos não mudou muita coisa, só a maneira como eles são transmitidos, os métodos de abordagem.

EM - Dizes que há uma preocupação em respeitar a realidade das crianças, mas concretamente no programa de Matemática onde é que isso está expresso?

Isabel - Na Introdução do programa.

EM - Mas não há o perigo de muita gente não ler a Introdução e essa ideia passar ao lado dos professores?

Isabel - Mas é fundamental partir daí.

EM - Digamos que há uma preocupação em torno da resolução de problemas que antigamente não estava tão expressa.

Isabel - Não, não estava.

EM - Na tua escola costumam receber crianças que vêm já com a pré-primária feita?

Isabel - Este ano tenho um grupo em que nenhuma criança frequentou a pré-primária. Tenho muito mais dificuldades no grupo.

EM - Qual é a diferença?

Isabel - Os que vêm com a pré-primária feita, já conhecem as regras de socialização, já fizeram pintura, manusearam os jogos e todos os materiais que são depois utilizados nas aulas de Matemática. É muito mais fácil depois continuarmos um trabalho com eles, ao passo que com os outros, que é o caso deste ano, tenho que começar por aí nos 3, 4 aninhos, em grupos, a fazer esses trabalhos que já não fariam.

EM - Há uma opinião, entre alguns professores do 1º ciclo, de que quando os alunos vêm da pré-primária são mais difíceis em termos de comportamento.

Isabel - Eu não gosto deles quietinhos. (risos) É muito mais difícil pô-los a dar opiniões, a falar, a discutir os assuntos, do que aos outros. Depende depois da maneira de gerir o trabalho na sala de aula.

EM - E em relação ao segundo ciclo, sentiram dificuldades na leitura do programa?

Fátima - Em termos de compreensão pareceu-me não ter tido muitos problemas, mas apercebi-me que com as condições que tínhamos talvez não fosse muito fácil levar à prática algumas coisas. Não falo só de condições materiais, falo das nossas próprias condições...

EM - Quais as principais alterações?

Florinda - Uma alteração significativa é o desenvolvimento dos objectivos do programa em três colunas. Temos a coluna das atitudes e valores que está relativamente bem desenvolvida, depois a coluna das capacidades/aptidões e a coluna dos conhecimentos. O programa desenvolve-se à volta dessas três colunas. [...] Parece-me que há mais preocupação em conseguir mudar e ser capaz de fazer diferente, o que nem sempre significa que a pessoa consiga, mas acho que já é um princípio, mas não é geral.

EM - A alteração dos programas vai traduzir-se fundamentalmente numa mudança de métodos, é afirmado.

Florinda - Vai traduzir-se, mas não disseram quando (risos). Vai-se traduzindo, e os responsáveis pelos programas ainda não fizeram nada por isso, ao contrário, durante muito tempo fizeram muito para que isso não fosse levado à prática; porque legislam de uma maneira no geral, mas depois no concreto a legislação sai para emperrar, para dificultar.

EM - Como por exemplo?

Florinda - Por exemplo, nos documentos de transição de ano. Ainda recentemente era o Conselho de Turma que deliberava se o aluno passava ou reprovava, não é? Agora não! Agora já contam o número de negativas. Agora o aluno já não é visto como um todo. Os professores são capazes de lidar com mais facilidade se lhes disserem: tem três negativas pode passar. Isto é falta de formação, claramente. Esta coisa de não haver reprovações, a reprovação ser um acontecimento extraordinário?! Na minha escola mais de 50% dos alunos têm avaliação sumativa extraordinária no 5º e no 6º anos! Isto quer dizer que não é nada extraordinário, é o normal...

EM - Então há mais insucesso que antes, no 5º e 6º anos?

Florinda - Na prática não é assim. No 2º período é assim e depois no 3º, muda tudo outra vez, porque no 2º período apertamos para não sermos surpreendidos. Os alunos não podem saber que vão passar de certeza. Temos que lhes dar um susto e estes 50% é o susto. Eu acho que há um desfasamento entre a avaliação e os programas. A avaliação é uma prova igual para toda a gente, de norte a sul do país, ou que é igual dentro da mesma escola, ou que é igual para toda a turma, já só isso chega, porque afinal eles são todos diferentes. Estes programas são feitos no sentido de desenvolver o indivíduo enquanto pessoa. Cabe-nos a nós criar na escola condições para que aquele indivíduo se desenvolva e aprenda, porque o que é natural é que os indivíduos aprendam. Por isso é que eu acho que as outras duas colunas, as tais duas primeiras colunas, são fundamentais — desenvolver o espírito de tolerância, ouvir o outro com uma opinião que é diferente da minha, e saber essa diferença e ter prazer nela... é um mundo de aprendizagem que nós temos de fazer mas não é, de certeza, a ensinar a dividir com um algarismo no divisor e a todos ao mesmo tempo, e quem não aprendeu é burro e fica rotulado, tem dificuldades de aprendizagem.

Eu constato todos os dias, que foi a forma como aprendi que me bloqueia agora e me impede de fazer as coisas a direito. Foi a tal rigidez que não tem nada a ver com o desenvolvimento do indivíduo, não é? Não sei se no século XXI nós lá chegaremos, mas agora não temos sequer professores para isso porque os professores aprenderam como aprenderam e têm que querer realmente mudar.

EM - Mas então assim estás a dizer que isto nunca vai melhorar, porque os professores aprenderam como aprenderam, continuam a ensinar como aprenderam ...

Florinda - Estou a dizer que é preciso fazer formação de professores a sério e criar nas escolas reais condições para desenvolvimento do trabalho de equipa.

EM - E o que é formação de professores a sério?

Florinda - A formação de professores a sério não são cursos tirados fora da escola. Devia ser na própria escola. Temos que lá levar as pessoas que sabem. Não é para nos ensinar é para nos ajudar a aprender, para nos fazerem tropeçar, para nos porem os engulhos que nos fazem dizer "Ah! Pois é".

Fátima - Eu sinto falta de experimentar coisas novas, mas acabo por fazê-las sozinha porque não conseguimos arranjar tempo para nos encontrar, e é à hora de almoço ou nos intervalos que dizemos umas às outras — olha fiz aquilo assim, depois aconteceu isto e aquilo. Estas coisas são importantes. Por exemplo, com o tipo de apoio que temos lá na escola, que é o apoio integrado na sala de aula, vamos dando conta de algumas situações nas aulas das colegas. Não é para dizer olha que fizeste aquilo mal, é para nós estarmos a ver como é que somos a funcionar. Tudo isto é enriquecedor.

EM - Vocês acham que isto passa, em parte, pela organização dos professores, dentro da própria escola, ou do grupo de professores de Matemática?

Florinda - Passa também, no meu ponto de vista, por uma redefinição de competências. Nós teríamos de criar um cargo novo que era o de delegado à formação contínua, em vez de ser só o delegado de disciplina. Devia haver uma outra pessoa dentro do grupo que tivesse a seu cargo a formação contínua dos professores.

EM - E em relação ao 1º ciclo, esta questão da formação?

Isabel - Esta formação que agora apareceu, onde as pessoas vão para conseguirem os créditos, não me diz nada. Eu penso que também está aí o grande problema da formação. Ou se vai porque se quer aprender ou porque aquele tema nos diz alguma coisa e é importante para trabalhar numa escola com os alunos, ou então se se vai para se conseguir os créditos...

EM - Mas não achas que há pessoas que se calhar nunca fariam nenhuma formação, e deste modo pode ser que façam qualquer coisinha?

Isabel - Pode ser que façam qualquer coisinha, mas não lhes serve de nada a não ser pelo papel que vão pôr no relatório. Porque mesmo indo lá e fazendo assim qualquer coisinha, se as pessoas não quiserem pôr em prática aquilo que ouviram ou muitas vezes nem ouviram, também não vale a pena.

EM - Então como é que achas que devia ser a formação?

Isabel - Penso que é assim, por exemplo, no primeiro ciclo, das seis que temos o 1º ano, duas ou três trabalhamos em conjunto. Não seguimos as aulas passo a passo, mas fazemos mais ou menos aquele trabalho conjunto dos projectos na turma, comentamos e falamos as coisas que fazemos e planificamos o ano e as actividades. Uma equipa em todos os anos. Penso que assim dá resultado.

EM - E achas que essa formação chegava?

Isabel - Não, a formação que se está a fazer agora também é importante, mas não... com carácter obrigatório.

Florinda - Mas há um problema: a Escola não cria condições para a pessoa se desenvolver. Se a pessoa tem iniciativa de querer fazer isto ou aquilo, só se lhe levantam obstáculos.

EM - Achas que esta questão também se põe no 1º ciclo?

Isabel - Sim. Não por influência do Conselho Directivo, mas dos próprios colegas, a resistência dos próprios colegas à mudança. A maneira de trabalhar diferente e depois o saber como é que isso é transmitido aos pais, porque depois os pais também comparam o que os alunos fazem, o que é que as outras turmas fazem e como é que as matérias estão a ser dadas. Aquela professora está a trabalhar daquela maneira, será que o filho vai aprender ou não? e a outra, que trabalha no método tradicional... assim é que é bom, assim é que ele vai progredir.

EM - No 1º ciclo ouve-se dizer que os pais, por vezes, fazem resistência à mudança de métodos de trabalho.

Isabel - Depende da professora se sabe ou não transmitir o que está a fazer na sala de aula, daquilo que se exige que eles saibam realmente. Mas é preciso que a professora acredite no que está a fazer. Se a pessoa não lhes souber transmitir e não lhes der conhecimento... Eu acho que é importante que os pais também conheçam o programa.

Florinda - Aliás isto tem que ser uma discussão pública, porque isto não é só para os pais, isto é para o cidadão. É sempre mau que os pais não venham à escola, nunca pode ser bom. Os filhos são deles, não é? A criança devia ser educada por aquele conjunto que é o professor e os pais.

EM - A Florinda e a Fátima disseram há pouco que estavam a tentar mudar o trabalho na sala de aula, na sua escola. Podem dar alguns exemplos concretos?

Florinda - Por exemplo, não fazemos a avaliação dos alunos com a tradicional ficha de avaliação que se faz duas vezes por período e em que ainda há pessoas que fazem a média aritmética entre as percentagens obtidas. Fazemos mini fichas de avaliação que são fichas pequenas, na generalidade para serem resolvidas em dez minutos a um quarto de hora na aula, uma por semana ou por quinzena. Não há regularidade mas é assim, fazemos muitas. Avaliamos muito com base nos trabalhos que eles vão desenvolvendo, ou seja, não tomamos como registo de avaliação apenas o resultado de uma ficha de avaliação, mas vamos ver como é que se desenrolou a actividade e recolhemos o trabalho feito para ficar a saber como é que cada grupo e cada aluno a desenvolveu. Numa tentativa de entrar pela diferenciação, fazemos mini fichas diferentes, de complexidade diferente. Queremos poder dar ao João, que ainda não atina com aquilo, uma coisa muito simples que o leve a perceber que afinal consegue aprender e que tem também verde (nós lá avaliamos com verde, amarelo, vermelho...) como o outro teve, só que o outro resolveu uma ficha mais difícil do que a dele, mas não faz mal, porque aquele andou na pré-primária e ele não. Este não resolve aquela tão difícil mas resolve outra difícil de outra coisa, por exemplo de geometria de que tem muito mais facilidade do que o colega que calcula mentalmente com muita facilidade... Há conteúdos para os quais temos as actividades mais desenvolvidas do que outros, mas isto é um trabalho que não tem fim.

EM - O que é o apoio integrado nas aulas que a Fátima há pouco falou?

Fátima - Começámos no ano passado. A Florinda tinha uma com alguns alunos com dificuldades e eu fui contactada para dar apoio a um deles. Em vez de eu lhe dar apoio a uma hora qualquer, numa sala qualquer, ia dar esse apoio numa das horas de aula. Por acaso acabei por não estar só a ajudar esse aluno, acabei por ajudar um grupo de alunos que também tinham dificuldades. A Florinda procurava organizar actividades em trabalho de grupo. Nestas aulas é sempre difícil o professor dar conta daquilo tudo, os alunos estão sempre a chamar... e eu estava com aquele grupo que tinha mais dificuldade, que precisava do professor sempre ali. Entretanto havia mais colegas também nessa situação. Este ano, continuamos a fazer este tipo de

apoio. Não quer dizer que o apoio seja todo assim, nem que seja bom ser todo assim, foi uma experiência que parece que não resultou muito mal.
Florinda - Tem um aspecto altamente positivo que é levar o professor a abrir a porta da sua sala a outro professor. Isto é um ganho que não tem tamanho.

EM - O que é que se dá de Geometria no 1º ciclo?
Isabel - São as formas, as linhas aberta e fechada, dentro e fora, os sólidos, têm que conhecer alguns e até construí-los, e depois as figuras geométricas. Por exemplo, fiz com eles a história da quadradinha a propósito do Carnaval e das figuras geométricas. Nunca mais se esquecem, com certeza...

EM - O que é isso da história da quadradinha?
Isabel - Tirei a ideia da Rua Sésamo. Como estávamos a fazer as figuras geométricas achei que podia aproveitar isso para as máscaras e fizemos com cartolina as figuras geométricas, o quadrado, o rectângulo, o círculo e o triângulo e a partir daí cada um foi interpretar a história do João Ratão. A quadradinha não quis casar com o triângulo, nem com o rectângulo... só escolheu o quadradinho porque não gostava dos outros e depois casaram, foram muito felizes, tiveram uns quadradinhos e umas quadradinhas... (risos)

EM - O programa diz que no 3º ano se deve dar o conceito de divisão e de dividir por um algarismo — não diz isto expressamente, mas está implícito — e que o algoritmo da divisão só deve ser trabalhado no 4º ano. O que é que no 1º ciclo, concretamente em relação à divisão, se faz, e o que é que se espera que se faça no segundo?
Isabel - Isso tem muito a ver connosco. Para já tento que seja cumprido o programa, mas depois, há crianças e crianças. No outro grupo que eu deixei, por exemplo, havia crianças no 3º ano que já dividiam por um número com dois algarismos, porque eles próprios perceberam a mecânica e faziam, porque queriam fazer... para descobrir. Havia outros que não faziam, e que chegaram lá com mais dificuldade. Isso tem tudo muito a ver com a maneira de trabalhar!

EM - Mas tu achas que, por exemplo, o facto de não saberem dividir, fazer contas...
Isabel - Acho que não é importante.

EM - E vocês, o que é que acham?
Florinda - Deparamo-nos com dois tipos de dificuldades, que é a não compreensão do significado da operação em si, e o não saberem realizar o algoritmo. Esta... não sei se é melhor ou pior, porque não sei o suficiente para poder dizer o que é pior, mas a máquina de calcular facilita o não saber o algoritmo, não é? e a não compreensão das coisas inviabiliza resolver um problema.
Isabel - Eu penso que é mais importante a compreensão...
Florinda - Dá-me vontade de não ser tão absoluta nisso. Eu aprendi o algoritmo quando as expectativas da sociedade eram que eu o aprendesse. Se foi bom ou mau que tivesse aprendido, não sei dizer. Talvez nós pudéssemos explorar a capacidade de memorização que os miúdos têm nesta idade, levando-os a saber coisas com menos significado, ou com nenhum significado.

EM - Como é que os professores do 1º ciclo respondem a isto? Têm dúvidas também, ou apesar de haver dúvidas há algumas certezas?
Isabel - Como eu disse, eu penso que é mais importante eles compreenderem o que é que estão a fazer, mas também acho que têm que ter o mínimo de conhecimentos da operação, do algoritmo. Mas... isso não é tão importante...

EM - Posso pôr a questão assim: toda a gente espera que os professores do 1º ciclo ensinem os algoritmos, as 4 operações, com calculadoras ou sem calculadoras. Parece haver professores do 2º ciclo que acham que não têm que fazer isso, que isso é um trabalho do 1º ciclo. Que é que pensam?
Florinda - É assim em parte. Eu acho que o 2º ciclo, dá mais um passo para a ampliação do conceito de número.

EM - E o conceito das próprias operações?

Florinda - Nos últimos anos encontro alunos que não sabem subtrair. E eu não sei ensinar direito porque também não sei como é que eles aprenderam, porque aquela coisa do pedir emprestado... no meu tempo pedia-se emprestado ao do lado. Estou a falar do algoritmo da subtracção. Só depois de ser professora é que percebi por que é que uma pessoa dizia e vai um e juntava ao de cá de baixo. Não sei se isto é vergonha dizer, mas é verdade.

EM - Mas não achas que os professores do 2º ciclo deviam também saber como é que os algoritmos podem ser ensinados, numa perspectiva de escolaridade de 9 anos?
Florinda - Tem de ser obrigatoriamente. Porque se eu digo que a reprovação é uma situação extraordinária, se o aluno não aprendeu, tem que aprender, não é? Tenho que ser eu a ensinar-lhe dado que ele não conseguiu aprender no tempo anterior. Agora, tenho consciência de que não sei fazer isso direito e faço-o de uma maneira maçadora.

Fátima - Eu posso só dizer uma coisa, a propósito desta história dos algoritmos. Às vezes até podem ser um bocado impeditivos do cálculo. Lembro-me uma vez... numa aula... os alunos tinham que representar a fracção dez meios através de um número inteiro. Um aluno disse logo: "Divide-se o dez por dois, mas não sei dividir!". Isto era no sexto ano. "Não sabes? Então olha lá, é tão simples, dez a dividir por dois, pensa lá um bocadinho". "Não sei dividir, não sou capaz!" . "Então quanto é metade de dez?". "É cinco!". Afinal, ele tinha a noção, ele sabia que metade de dez era cinco... Não relacionava a metade com a divisão... o que é tão estranho...

EM - Vamos falar um pouco sobre calculadoras. Como é encarada esta questão no 1º ciclo?

Isabel- Acho que ainda usam pouco.

EM - Ainda há resistência por parte dos professores? Ou falta de hábito?

Isabel - Também falta de hábito... Penso que têm mais receio que eles não aprendam a tabuada, penso que é isso.

EM - Costumavas utilizar com estes alunos que saíram do 4º ano?

Isabel - Com os que saíram, não tanto como gostaria já de ter feito, mas um bocadinho.

EM - Como eram usadas?

Isabel - Como é que podiam mexer nelas, para que é que serviam, descobrir as contas com a calculadora... Foi muito poucochinho o que fiz com este grupo que saiu, mas já havia uma calculadora por grupo para trabalhar... Pelo menos mexeram nelas, não fiz muita coisa.

EM - Como é que se gere aquela situação de que os professores se queixam, por vezes, que é terem a calculadora no relógio e servirem-se dela numa altura em que o professor não quer?

Isabel - Pois, isso da calculadora no relógio começa agora a aparecer, mesmo com o grupo que deixei, alguns já levavam sem ser eu a dizer-lhes... isso aí era aproveitado logo... se eles traziam, melhor ainda.

Fátima - Por mim, não impeço a utilização da calculadora, se bem que muito poucos levem, são miúdos com algumas dificuldades a nível económico.

EM - Eles sentem a calculadora como algo proibitivo?

Fátima - Pois, exactamente. Em certas alturas eu digo-lhes para eles trazerem a calculadora porque vai facilitar o cálculo de qualquer coisa que vão fazer, mas se eles trazem e se a usam mesmo sem eu pedir, por sistema não impeço.

EM - E nos testes?

Fátima - Quer dizer, nem se me coloca a questão, porque como fazem aquelas mini fichas de avaliação, de que a Florinda falou, e estão mais ou menos bem preparados, penso que acabam por nem sentir necessidade de a usar.

Florinda - Eu acho que basicamente nós temos as coisas arrumadas na nossa cabeça assim: se o que estamos agora a aprender é a dividir ou é a multiplicar... não usam máquina de calcular, têm uma tabuada na frente ou têm materiais para manipular. Máquina de calcular, eu não quero, e explico porque é que não quero. Estamos a organizar a cabeça em termos de cálculo...

EM - E porque é que precisam da tabuada à frente?

Florinda - Não é a mesma coisa que usar a calculadora, porque um recurso à tabuada vai permitindo memorizar. Quando estamos a resolver problemas, a fazer reduções à dízima por exemplo, a estudar as fracções, a ver se representam um número maior ou menor que um... então vamos à calculadora, para que a dificuldade do cálculo não bloqueie a aprendizagem daquilo que eu quero que ele aprenda. Não sei se isto é assim, mas é isto que tenho metido na cabeça.

EM - Então vocês estão a criar actividades, mas actividades de descoberta, de regularidades, experimentação, etc.., com utilização da calculadora, não fizeram?

Florinda - Não.

EM - Achas que os programas são viáveis nas três colunas que são apontadas, ou ainda temos problemas por serem muito extensos?

Florinda - Eles são viáveis se os professores tiverem condições para trabalhar e se, para além de tudo o que já foi dito, o professor tiver um tempo em que os seus alunos, sabendo que ele está na escola, lhe possam ir fazer perguntas... Estando como estamos, na situação actual, não há lugar ao cumprimento dos programas.

EM - E no 1º ciclo?

Isabel - A nível de extensão não senti dificuldades.

EM - Para acabar, e em termos de resumo, qual foi, na vossa opinião, a maior vantagem na mudança dos programas, e a maior falha?

Fátima - Eu acho que haver a possibilidade ao recurso das novas tecnologias, e a uma situação de sala de aula que pode, de facto, ser diferente, é bom. A maior falha é a dificuldade que temos em concretizar as coisas, não é pelo programa ser extenso, é por vários factores... que vão desde poder haver muitos miúdos numa turma não haver materiais à disposição...

Florinda - Para mim, o que estes novos programas têm de melhor, é considerarem o aluno como um indivíduo único com o qual eu tenho de me preocupar, e perceber o seu desenvolvimento e contribuir para ele. Quais os principais impedimentos? A formação dos professores.

EM - E em relação ao 1º ciclo? O que é que ficou melhor?

Isabel - Foi a maneira de estar com eles na sala, o trabalho ser diferente...o uso de materiais... a ausência de rigidez... cada criança seguir o seu ritmo normal.

EM - E o que é que falha?

Isabel - É mais difícil gerir a classe. Dá muito trabalho fazer isso. Por isso ás vezes falha ... Se calhar, a questão da formação também se põe aqui, para haver mais pessoas a fazer a mesma coisa, e haver mais ânimo para poder trabalhar assim.

(Entrevista conduzida por Ana Vieira, Lurdes Serrazina e Maria José Boia)

Primeiras Aprendizagens: alguns aspectos relevantes

Margarida César(1)

As primeiras aprendizagens são um tema que tem preocupado os educadores durante as últimas décadas. Por um lado, sabe-se que os primeiros anos de vida são períodos marcados por uma grande plasticidade dos diversos sistemas, logo por uma enorme capacidade de aprendizagem; por outro lado, o alargamento da escolaridade (para todos, desde mais cedo e até mais tarde) e a crescente necessidade de especialização, adaptação e reciclagem criaram problemas novos com que os educadores se debatem hoje em dia, e que levam a uma reconceptualização do que são as aprendizagens que desejamos que os nossos alunos façam e, paralelamente, que se efectuem nos primeiros anos de vida.

Portugal é um dos países onde a escolaridade obrigatória só começa no 1° ciclo do ensino básico. Como tal, sendo a escolaridade anterior facultativa e não gratuita, há ainda uma vasta camada da população que não a frequenta e que tem os seus primeiros contactos com a escola apenas quando entra para o primeiro ano da escolaridade obrigatória, no ano em que completa os 6 anos de idade. Assim sendo, quando as crianças entram na escolaridade obrigatória, as primeiras aprendizagens já foram realizadas em meios muito diferentes, o que aumenta o fosso sócio-cultural entre elas. Dizer que todos são iguais e têm iguais possibilidades de atingir o sucesso escolar nos primeiros anos de escolaridade obrigatória é, sem dúvida, uma afirmação bastante irrealista e utópica se pensarmos na realidade portuguesa.

Quando o bébé começa a explorar o mundo que o rodeia, as primeiras aprendizagens que realiza são de tipo sensório-motor, ligadas a uma inteligência eminentemente prática, a esquemas de acção sobre esse mesmo mundo, que a criança quer conhecer e dominar. Nestas primeiras aprendizagens a imitação de modelos tem um papel preponderante e a influência do meio sócio-cultural em que a criança está inserida é fundamental. O que é pertinente e necessário aprender em determinados meios não o é noutros, para além de que a própria linguagem oral que a criança aprende nestes anos é também um produto cultural.

A partir do momento em que a criança tem a capacidade de representação, ela é capaz de prever efeitos sem realizar as acções e é capaz de ter imagens mentais sobre acontecimentos que fazem parte do seu quotidiano. É o período em que a linguagem se desenvolve de uma forma mais acelerada, em que ela começa a construir frases, a alargar o seu vocabulário, a ter uma capacidade cada vez maior de comunicar verbalmente e de compreender o que lhe é dito. No entanto, não podemos conceber a criança como um adulto em miniatura, ao qual só falta alguma experiência de vida. A criança tem formas de pensamento que são diferentes das do adulto e tem uma compreensão do mundo de acordo com as suas capacidades cognitivas e com as relações sócio-afectivas que com ele estabelece. Como dizia João dos Santos, provavelmente um dos educadores portugueses que melhor compreendia as crianças e o modo como elas funcionavam, durante os primeiros anos de vida, a criança estabelece com os adultos uma conversação que é fundamentalmente de tipo afectivo. Ela não precisa de compreender tudo o que o adulto lhe diz para ter vontade de continuar a falar com ele, ela quer essencialmente ser escutada e tranquilizada quanto às necessidades de amor e atenção que tem. Neste período, se falarmos com a criança num tom amigável e carinhoso, ela tenta manter o contacto e é capaz de dar respostas que podem levar um adulto menos preparado para a compreender a julgar que a criança percebe aspectos do seu discurso que ela interpreta de um modo muito pessoal (e distorcido, segundo as intenções originais do adulto).

Mais tarde, quando a criança tem já uma capacidade operatória mais desenvolvida, quando já tem hipóteses de resposta para as questões que levanta, ela já não se contenta com qualquer resposta que o adulto lhe dê. Nesta fase, a criança espera que o adulto seja capaz de responder às suas dúvidas e de perceber os seus raciocínios, mesmo quando ela só os consegue explicar de uma forma que, ao adulto, parece pouco clara.

É neste diálogo de mundos e capacidades tão diversas que se constroem as primeiras aprendizagens. As crianças têm capacidades muito diferentes entre si, quando contactam com os seus pares, mas têm capacidades ainda mais diversas das dos adultos e pares mais competentes, que lhes transmitem muitos dos conhecimentos e competências que elas vão interiorizar. Felizmente, todas

(1) Um agradecimento especial para a Ana Esgalhado, com quem colaborei em várias investigações, e que nas nossas conversas foi uma fonte de inspiração para este artigo.

"Agora vou fazer igual deste lado..."

as crianças aprendem muitas coisas que ninguém lhes pensou ensinar. Mas, apesar disso, muitas das primeiras aprendizagens não deixam de estar sujeitas a escolhas, mais ou menos deliberadas, que são feitas pelos adultos que rodeiam as crianças e que põem à sua disposição determinados tipos de modelos, de experimentações, de vivências. Deste modo, as primeiras aprendizagens são fortemente influenciadas pelo meio familiar da criança, pelo meio sócio-cultural em que ela se insere e pela escola que ela frequenta.

Há pouco tempo, uma mãe que me tinha contactado preocupada com o modo como o seu filho iria ser capaz de se integrar no primeiro ano de escolaridade obrigatória, conversou comigo alguns dias depois e disse-me uma frase extraordinária: "Ele pode ser o mais pequenino e haver outros maiores que às vezes lhe batem; pode nem sempre conseguir pintar dentro das linhas; mas quando o vi na escola ele tinha um ar tão feliz, que eu fiquei mais descansada." Depois, falámos sobre o que eram estes primeiros tempos de escola, não isentos de esforço e trabalho, por parte da criança, e foi nítido como uma das grandes componentes das primeiras aprendizagens são os aspectos afectivos. Quando entram para a escolaridade obrigatória, as crianças precisam de aprender a ler, a escrever, a fazer operações matemáticas, a ter conhecimentos sobre o meio físico, etc. Mas precisam, sobretudo, de se familiarizar com um local onde vão passar imensos anos da sua vida futura, com um local onde irão construir não apenas conhecimentos e competências, mas hipóteses de percursos de vida diferentes.

As primeiras aprendizagens são importantes do ponto de vista cognitivo, porque podem ajudar a criança a desenvolver realmente as suas potencialidades, mas são extremamente relevantes do ponto de vista afectivo, pois são elas que vão fazer a criança ter, ou não, uma boa relação com a escola e com os saberes e competências que ela pretende transmitir.

As primeiras aprendizagens necessitam de não destruir a espontaneidade da criança, de lhe transmitir a sensação de ser apreciada, de a ajudar no alargamento da sua socialização, de contribuir para a construção de uma auto-estima positiva e de a tornar um ser progressivamente mais autónomo e responsável em relação às aprendizagens que realiza. Isto exige educadores bem preparados, que sejam capazes de estabelecer metas cognitivas a atingir, mas que percebam que esses objectivos não podem justificar que o desenvolvimento integral das crianças seja prejudicado pelo cumprimento de programas ou pelo esquecimento de que cada indivíduo é um ser único, que necessita de tempo e espaço para desenvolver plenamente as suas potencialidades, e que os ritmos de actualização dos conhecimentos e competências são muito variáveis.

A Escola deve aprender a valorizar mais os conhecimentos com que as crianças chegam, a criar pontes entre o mundo das crianças e o que ela pretende ensinar e a potencializar o desenvolvimento de cada criança. No primeiro ciclo, o facto de cada professor ter só uma turma propicia o estabelecimento de uma relação mais estreita e um melhor conhecimento de cada aluno. Por outro lado, a gestão do programa é muito mais flexível, pois os alunos estão com o mesmo professor num período mais longo de tempo, que permite planificar já a médio prazo. Porém, para que estas vantagens possam ser bem aproveitadas é necessário que os professores reflictam sobre o modo como os alunos aprendem, sobre as capacidades que eles têm nestes níveis etários e sobre o que eles consideram prioritário que seja aprendido nestes primeiros anos.

Vários estudos mostram que crianças de meios sócio-culturalmente desfavorecidos são capazes de demonstrar competências matemáticas notáveis em situações de vida real, mas que são incapazes de ter uma competência semelhante quando confrontadas com situações de sala de aula que fazem apelo para o mesmo tipo de capacidades. A falta de contextualização existente nas actividades de sala de aula, associada às baixas expectativas de sucesso escolar destas crianças fazem com que elas não sejam capazes de utilizar as capacidades que possuem. Para estas crianças, a Escola é vista como um instrumento penalizador e não como um meio onde podem desenvolver as suas potencialidades, e este é um dos aspectos que mais devemos ser capazes de evitar quando pensamos nas primeiras aprendizagens. Provavelmente, uma das primeiras aprendizagens que os nossos alunos deviam fazer é que a Escola é um local onde eles são apreciados, onde podem integrar-se com prazer, onde podem aprender sem deixar de ser criativos, onde podem desenvolver potencialidades. A reflexão sobre os conteúdos a ensinar só faz sentido se estas primeiras prioridades estiverem garantidas à partida.

Margarida César,
Professora de Psicologia da Educação,
Departamento de Educação - Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Qual é o problema?*

Luciano Veia

Ao falar no trabalho dos seus alunos, é notório o entusiasmo e a ternura que revela, nomeadamente quando se referiu ao momento em que solicitou a um aluno que explicasse o raciocínio do colega: "...Repara o que eu acho bonito nesta turma, é que tenho aqui miúdos que conseguem seguir o raciocínio do anterior a partir de um certo ponto... eu acho isto inteligente, não é fácil a uma criança desta idade acompanhar o raciocínio do outro, quando o outro se perde, e continuar até chegar à conclusão".

Os novos programas em vigor no primeiro ciclo englobam muitas das preocupações e recomendações que surgiram na segunda metade da década de oitenta junto de organizações profissionais e de educadores matemáticos. Nesse sentido defende-se que nos quatro anos que constituem este ciclo devem estar presentes as grandes finalidades para o ensino da Matemática no ensino básico: desenvolver a capacidade de comunicação, desenvolver a capacidade de raciocínio e desenvolver a capacidade de resolver problemas que são consideradas fundamentais para a estruturação do pensamento e da acção (ME, 1990, p. 125).

Na perspectiva dos autores dos programas, uma das tarefas principais do professor é procurar que as crianças aprendam a gostar de Matemática, criando ambientes de aprendizagem que possam desafiar a sua curiosidade e o seu dinamismo. A resolução de problemas é a actividade considerada fundamental, promovendo o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, pelo que deve estar presente em todos os capítulos. Esta abordagem em torno da resolução de problemas, tem como pressuposto que "só há aprendizagem quando a criança reage dinamicamente a uma questão que suscite o seu interesse e responda à sua curiosidade" (p. 128). De entre os objectivos gerais indicados no novo programa de Matemática do 1º ciclo salienta-se o gosto e a curiosidade por resolver problemas do dia a dia, o desenvolvimento de estratégias pessoais de resolução de problemas, o assumir uma atitude crítica perante os resultados obtidos, a recolha e organização de dados e explicar e confrontar as suas ideias com as dos seus companheiros, justificando as suas opiniões e descrevendo os processos utilizados na realização das actividades.

Apontar a resolução de problemas como eixo programático para a renovação do ensino da Matemática é consistente com a ideia de um ensino que permita formar alunos criativos e críticos, confiantes e activos, visando a sua inserção numa sociedade em constante evolução e cada vez mais complexa, onde a capacidade de trabalhar com problemas, individualmente ou em colaboração, surge como uma das capacidades essenciais. O ensino de capacidades básicas de cálculo, não é suficiente para preparar os alunos para os dias de hoje (Baroody, 1993). Contudo, a resolução de problemas não é incompatível com a aquisição de capacidades básicas. Quando os professores baseiam a sua prática pedagógica na resolução de problemas, proporcionam um contexto mais significativo para a aprendizagem e prática de capacidades (*skills*) de cálculo. Segundo este autor, os alunos estão mais motivados para aprenderem algo que faz sentido e sintam que existe uma razão real para essa aprendizagem. Assim, para ele, a escola primária deve desviar o seu foco da memorização de capacidades básicas e promover a compreensão e a resolução de problemas.

Nestes primeiros anos os alunos devem viver muitas experiências de resolução de problemas, tendo presente que muitas das situações problemáticas surgem de vivências, quer na escola quer fora dela. A Matemática, ao resultar naturalmente de situações problemáticas que têm sentido para o aluno, torna-se relevante e as crianças associam facilmente o seu conhecimento matemático a muitos tipos de situações (NCTM, 1989). Um ambiente de sala de aula que encoraje e apoie os alunos na resolução de problemas permitirá a partilha de raciocínios e abordagens com os seus colegas e professores. O processo de resolução de problemas será assim tão valorizado como as soluções dos problemas. A atitude do professor é crucial para a criação de um ambiente de resolução de problemas.

Apresenta-se a seguir uma aula de uma turma do quarto ano de escolaridade em que as situações do dia a dia vividas pelos alunos, são originalmente aproveitadas dando lugar a interessantes actividades de resolução de problemas.

A professora e a turma

Antes de iniciar a descrição da aula, farei uma breve apresentação da turma e da professora. Esta turma tem sido acompanhada desde o primeiro ano pela mesma professora e pertence a uma escola localizada na periferia de uma das principais cidades algarvias. Trata-se de uma turma sempre muito divertida e com um bom relacionamento entre todos. A professora é tratada na segunda pessoa do singular o que transmite um ambiente de profunda afectividade e amizade.

A Teresa é professora efectiva nesta escola há vários anos. É uma excelente comunicadora, mostrando gosto por conversar e também por rir. É uma pessoa alegre, divertida e cheia de energia. Nos vários momentos em que esta professora se refere ao seu trabalho na sala de aula, está presente a grande importância que atribui ao aproveitamento de situações vividas pelos alunos, para introduzir e trabalhar os diferentes conceitos. Segundo disse:

> ... Partir de situações que eles propõem, do que acham que é um problema, eu acho que é muito mais real, muito mais perceptível, percebem porque são eles a propor, percebem, eles querem saber, eles querem ver respostas, [a Matemática] é mais criativa...

A Teresa apresenta uma concepção de Matemática muito próxima de uma actividade de características experimentais, que ao nível da sala de aula deve proporcionar uma experiência matemática que parta das vivências dos alunos. Nesse sentido, as actividades de sala de aula estão muito ligadas a situações do dia a dia, em que os alunos participam activamente e em que o professor desempenha um papel de moderador e de facilitador das aprendizagens.

As situações de sala de aula devem também ter como preocupação o desenvolvimento de capacidades e atitudes não só em relação à Matemática, mas tendo como finalidade a formação integral do aluno.

Para a Teresa é perfeitamente natural que a resolução de problemas seja a actividade fundamental nas suas aulas. É uma situação que se "valoriza quase por imposição", já que é raro o dia que não surja o momento de "Qual é o problema?". É uma actividade que ensaiou nesta turma ainda no segundo ano de escolaridade, mas que só se desenvolveu nos dois últimos anos. São situações essencialmente trazidas pelos miúdos, que nem sempre estão viradas para conceitos matemáticos, podendo estar ligadas a outras questões de ordem moral ou social. Normalmente existem vários alunos com propostas de problemas, sendo escolhido por consenso, apenas um para trabalhar na aula. O aluno que faz a apresentação apenas pode indicar a situação com que se deparou, estando impedido de comunicar a forma como a resolveu. Segue-se um momento de "entrevista" em que os colegas colocam algumas perguntas, procurando encontrar dados que permitam formular questões sobre a situação. Nesta fase "só não faz perguntas quem não quer, só não intervém quem não quer". Só depois de escolhida a questão a responder é que os alunos podem avançar com a resposta.

Os alunos costumam trazer para as aulas situações do seu dia a dia, não só relacionadas com a Matemática, mas também com outras áreas. A actividade vive muito do momento em que os alunos questionam o colega que apresenta o problema, tentando com isso recolher dados que os ajudem a clarificar a situação. É uma fase importante no processo de resolução de problemas e que os alunos desta turma vêm desenvolvendo ao longo de vários anos. A Teresa refere-se do seguinte modo a este momento:

> ... Os miúdos têm que questionar as coisas e o que é útil ou menos útil na questão... eles vão procurar saber o que há, porque eles pensam numa coisa, numa estratégia para resolver o problema, eles têm que levantar os dados, saber se é possível com aquilo, e da maneira que ele pensa, chegar à conclusão, se aqueles dados que ele vai utilizar são os indicados para resolver o problema.

Nas palavras da Teresa é visível um reconhecimento pelo trabalho dos alunos, nomeadamente na capacidade de seleccionar e interpretar informação, processo que os seus alunos "têm vindo a interiorizar com bastante naturalidade".

A aula

Nesta aula, depois de cumpridas todas as tarefas e de ter sido analisado o conteúdo do Plano do Dia, passa-se ao momento de "Qual é o Problema?". A professora pede que os alunos avancem com as suas histórias e faz o registo no quadro. Depois de comunicadas várias situações a professora intervém:

P - Estas são as situações expostas. Qual é a situação que querem resolver?

Após uma curta discussão é escolhida a situação da aluna Vânia, dando origem ao seguinte enunciado:

"No domingo fui à casa da Teresa e fomos ao supermercado e comprámos 300 gramas de alface que custou 57$00".

Depois de trabalhar algumas questões relativas à Língua Portuguesa, a professora pede aos alunos, para colocarem questões à Vânia. É o


CASIO®
CALCULADORAS ESCOLARES
PARA TODOS OS GRAUS DO ENSINO
A CASIO, lider nacional e mundial no mercado das calculadoras, possui a linha mais completa pensada para as necessidades do ensino. Na época 95/96 há grandes novidades que serão apreciadas pelos educadores, com a habitual garantia de alta qualidade/preço.
A CASIO apoia os professores há largos anos em Portugal e possui programa de preços para o ensino e preços especiais para professores.
CIENTÍFICAS
GRÁFICAS
FX - 82 Super
NOVA
• 139 Funções • 10+2 digitos
• Fracções • Trignometria
• Permutações • Combinatórios
• Percentagens • Memórias.
A CASIO inventou as calculadoras gráficas e continua a inovar tendo a linha mais completa, sofisticada e económica do mercado em Portugal.
CFX - 9800 GE
NOVA
GRÁFICOS A CORES
Todas as funções do modelo 9700 GE com gráficos a cores para melhor entendimento por parte dos alunos das funções gráficas.
FX - 570 S
A científica mais avançada do mundo com o novo sistema V.P.A.M. e 284 Funções.
FX - 7300 G
NOVA
• Económica, potente e com visor grande.
FX - 3900 PV
Científica programável
Best Seller Nacional
189 Funções, 300 passos, integrais, programação fácil, preço económico.
FX - 6300 G
A Gráfica mais vendida em Portugal.
Tem tudo por um preço incrível.
GARANTIA
BELTRÃO COELHO, LDA.
2 ANOS
REPRESENTANTE
BELTRÃO COELHO, LDA.
LISBOA • PORTO • AVEIRO • COIMBRA • SETÚBAL • BRAGA • SANTARÉM • FUNCHAL

período da "entrevista" em que vários alunos fazem perguntas à colega que tinha proposto o problema, no sentido de esclarecer a situação. A professora limita-se a moderar o diálogo, repetindo intervenções de alunos que falam em voz baixa ou remetendo algumas perguntas, que lhe fazem directamente, para a autora da situação. É um momento muito animado, com elevada participação dos alunos em que surgem intervenções interessantes, relacionadas como o tipo de situações que podem acontecer num supermercado.
Passado algum tempo a professora intervém, dizendo que chegou o momento de se definirem as perguntas a fazer sobre a situação. Depois de permitir que os alunos troquem impressões nos seus grupos a professora pede-lhes que comuniquem as suas questões. Cada grupo avança com uma hipótese e após alguns momentos de discussão apenas ficam as duas perguntas seguintes por responder:

A1 - "Qual a quantia em dinheiro que a Teresa levou para pagar a despesa?".

A2 - "Eu queria saber quanto custava um quilo."

A professora começa por propor que os diferentes grupos "arranjem uma forma de resolver" as duas questões, mas entretanto, opta por sugerir a resolução da primeira questão.
Conduz então um pequeno diálogo, em que avança com a informação de que tinha levado cheques para pagar a despesa. Segue-se uma pequena discussão à volta do cheque e do dinheiro que pode valer. Faltando informação sobre o total da despesa efectuada, já que entretanto tinha sido referido que houvera outras compras, a primeira questão fica para ser respondida na altura em que a professora trouxer o talão da despesa.

Segue-se o momento em que os alunos, nos seus grupos, começam a responder à segunda questão.
Durante a resolução do problema, a professora circula pelos grupos, apoiando o trabalho dos alunos.
Passado algum tempo pede a um elemento de cada grupo que explique a forma como resolveu o problema.

No grupo 1 o porta voz diz: "Primeiro deu 120, mas como vimos que não era, mudámos para a calculadora (alguma confusão no quadro, 'faz assim... não está mal... não é isso...')". Os alunos também dizem que fizeram 100 x 57$00, e a professora pergunta porque é que realizaram aquela operação. "Era para saber quanto custava 1 kg de alface", respondem os alunos. Como lhes tinha dado um número grande demais (na calculadora) tentaram fazer de outra maneira.

Passando ao grupo 2, um dos alunos comunica o processo utilizado na resolução do problema: "Fizemos cinquenta e sete escudos vezes trezentas gramas e deu dezassete escudos e dez centavos". A professora regista no quadro, depois pergunta ao aluno a que conclusão é que o grupo tinha chegado. Este responde dizendo que ainda era mais barato que trezentas gramas pelo que concluíram que estava mal. Perante esta resposta a professora exclama: "Óptimo, maravilhoso!" e pede a opinião de outro grupo. Os alunos dirigem-se para o quadro e dizem: "Nós experimentámos 1000 x 57$00 (escrevem) e depois dividimos o resultado por trezentos". A professora tenta clarificar a ideia manifestada por estes alunos: "Para o grupo 3, um quilograma de alface custa mil e novecentos escudos, como é que fizeram? Multiplicaram mil por cinquenta e setes escudos (escreve no quadro) que deu *x* e depois dividiram este *x* por trezentos."

Segue-se o grupo 4, através do aluno Miguel que diz: "Eu cheguei a 19". A professora resolve intervir chamando a atenção de toda a turma, dando origem ao seguinte episódio:

P - Tomem atenção à maneira como ele pensou, porque está um bocado diferente de vocês.
Miguel - Eu fiz 19 vezes 3.
A1 - 19 quê??
P - Perguntem-lhe.
A1 - 19 quê ?
M - 19 disto aqui (escreve: 19 de 100 gramas).
P - Falta-me aqui dizer uma coisa. Tu estás à procura de dizer o quê?
M - De quanto custa 100 g. Que deu 57$00.
P - Pára, pára, então vamos lá tentar perceber isto! Ele andava à procura do preço de 100 gramas. Ele pegou em 19, somou três vezes e deu 57. Ora muito bem. O que é que ele fez até aqui? Como é que descobriste 19?
M - Primeiro fiz 17 não deu.
P - 17? Porquê 17 ? Tu querias chegar até onde?
M - Até 57.
P - Óptimo.
M - Depois apareceu 51, depois vi que era muito pequenino, depois fiz 18, deu 54 (escreve) era ainda pequeno. Fui ao 19 e já deu aquilo (57).
P - Uma pergunta já ao Miguel. Quem é que faz? Ele experimentou 18, e experimentou 19. O 19 deu 57. Uma pergunta já.
Pausa... Os alunos não conseguem fazer uma pergunta.
P - Então não estão a perceber o que é que ele queria com os 57?
A - Mas agora ele tem que fazer outras contas.
M - 1 kg são 190$00 (escreve) e fiz assim: 10 vezes... (escreve)
Outro aluno: Dez vezes dezanove.
P - Porquê isto? (aponta para o que o aluno escreveu no quadro) Explica lá?
M - Eu fiz isto, porque um quilograma é 1000 gramas... eu pus 10... porque em 1000 são 10 vezes 100.
P - Então, quanto é que custa 100 gramas?
M - Custa 19$00. Aqui eu fiz 19, 10 vezes, e depois deu-me este resultado (aponta para os 190$00).
Depois do Miguel descrever a forma como chegou ao preço de um quilo de alface, um aluno (o João Carlos) levanta-se e diz que não tinha percebido. A professora aproveita esta situação e pede a um outro aluno (o Vasco) que explique ao João Carlos o raciocínio seguido pelo Miguel. O episódio seguinte tenta ilustrar este momento:

JC - Eu não consigo meter isto dentro da cabeça.
P - Não consegues perceber isto? Alguém percebeu isto para explicar ao João Carlos ?

Vasco - O Miguel está tentando dizer, aquilo, como explicou, que tentou o 14, 17 e 19, e depois deu aquela conta das 300 gramas, ele queria só saber 100 gramas, e depois fez...
P - Ele só queria saber quanto é que custavam 100 gramas. Está certinho, lindo, obrigado. João Carlos, se tu souberes o preço de 100 gramas, vais saber o preço de...
Alguns alunos - 19.
P - (repetindo) Sabes o preço de...
JC - Um quilo.
P - Não é? 100 gramas, quantas vezes está num quilo?
Alunos (Côro): 10 vezes.
P - É isto que ele está tentando fazer. Se ele tem o preço de 100 gramas, se 10 vezes faz o quilo, é isto ou não é? Vamos, continua lá a explicar, eu ajudei só um bocadinho.
Vasco - Depois de ele saber o preço de 100 gramas, que era 19$00, ele fez 10 x 19, que dá 190$00 que é o preço de 1 kg.
P - Então o grupo 4 diz que custa 190$00. Agora Miguel, vais escrever em forma matemática os cálculos que fizeste.
(O aluno escreve no quadro o que a professora lhe tinha pedido)
P - Está compreendido? Vânia estás satisfeita? Qual era a tua pergunta?

Depois da aula, a Teresa não deixava de evidenciar uma certa "vaidade" pela forma como os alunos se tinham envolvido na resolução da situação e particularmente pela estratégia utilizada pelo Miguel. Para ela, a fase da entrevista, em que os alunos colocam questões ao colega que apresenta a situação é o "coração da actividade", e é também a fase que sente maior prazer em trabalhar, pois a resolução do problema passa pela procura de informação. Segundo disse, nesta fase existem alguns miúdos que pouco participam, mas depois, na resolução do problema, surge a formação de pequenos grupos para os "obrigar" a falar, porque o que interessa é "pôr estes mocinhos todos a desenvolver a capacidade de raciocínio".

Mais correcto do que afirmar que na turma se vivia uma atmosfera de resolução de problemas, será dizer que se vivia um ambiente de "inquirição", pois que a procura de informação era no fundo a actividade fundamental na sala de aula. Neste sentido a Teresa prefere trabalhar as situações vividas pelos alunos. É neste contexto que a actividade ganha significado, permitindo um grande envolvimento dos alunos e também a ligação a outras áreas disciplinares. Como consequência deste procedimento, os problemas são apresentados e resolvidos não numa perspectiva de introdução e de aplicação de conceitos mas sim com um objectivo mais geral de desenvolver as capacidades de raciocínio e de resolução de problemas.

Referências bibliográficas:

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically.* New York: Macmillan.

ME (1990). *Programa de Matemática para o 1º ciclo do ensino básico. Lisboa*: Ministério da Educação; Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário.

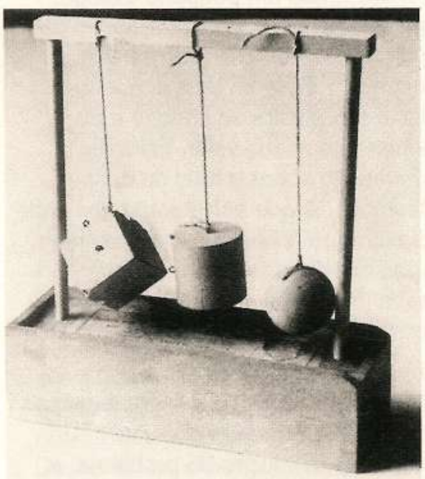
NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar* (Tradução portuguesa da APM). Lisboa: APM e IIE.

Luciano Veia
Escola Superior de Educação
Universidade do Algarve

* Artigo elaborado no âmbito do Projecto "A Didáctica na Formação para o Desenvolvimento Profissional dos Professores", desenvolvido no DEFCUL e apoiado pelo Instituto de Inovação Educacional através do contrato PI/09/93.

Friedrich Froebel

O pedagogo alemão Friedrich Frœbel (1782-1852) fundou o primeiro jardim de infância em Blankenburg, na Turingia. Foi o primeiro educador a empregar a palavra *kindergarten*. Um dos objectos que colocava à disposição das crianças era constituído por três sólidos — um cubo, um cilindro e uma esfera, pendurados por cordéis, como na figura ao lado. Na sua opinião, as crianças deviam poder observar à vontade, desde a mais tenra idade e durante toda a escolaridade, modelos geométricos. O cubo e o cilindro podiam pendurar-se em três posições, como se vê no modelo. A esfera não valia a pena, está claro, bastava uma só posição...



Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em Matemática

Maria Manuela David e Maria da Penha Machado

> Os procedimentos de ensino podem estar levando os alunos ao fracasso em Matemática? Estamos reunindo neste artigo alguns resultados de pesquisa que nos levam a responder afirmativamente a esta questão. Alguns erros cometidos pelos alunos em determinadas situações estão relacionados com regras que foram treinadas anteriormente e não se aplicam a uma situação mais geral. A ênfase que vem sendo dada ao ensino de algoritmos e regras dissociados do conceito que está por trás dificulta o desenvolvimento do pensamento matemático.

Neste artigo focalizaremos alguns procedimentos de ensino que podem estar contribuindo para levar os alunos ao fracasso em Matemática.

Apresentaremos algumas evidências desse fato que foram percebidas na nossa pesquisa sobre análise de erros (Moren, David & Machado, 1992) e outras que foram encontradas nos trabalhos de Foster (1993). Este último analisa a origem de determinados erros como consequência de generalizações feitas pelos alunos a partir de casos particulares, não generalizáveis.

Explorando outra ótica, Tall & Vinner (1981) observam que os próprios procedimentos de ensino podem ser responsáveis por dificuldades futuras dos alunos com determinados conceitos, quando os exemplos inicialmente apresentados pelo professor levam o aluno a construir uma imagem mental desse conceito que é mais restrita, e não corresponde ao caso geral traduzido pela definição formal dos mesmos.

Ainda numa outra perspectiva, Gray & Tall (1993) analisam os efeitos de uma ênfase exagerada em determinados procedimentos e regras, e observam que esses procedimentos não favorecem a formação do pensamento matemático que levaria o aluno ao sucesso.

Reunindo todas essas pesquisas, pretendemos aprofundar a discussão de como alguns procedimentos de ensino podem ser responsáveis pelo erro e pelo fracasso em Matemática.

O excesso de treinamento em atividades rotineiras leva o aluno a criar regras falsas, que geram erros

Numa pesquisa sobre diagnóstico e análise de erros (Moren, David & Machado, 1992) encaramos o erro não apenas como avaliador do desempenho do aluno mas também como revelador de dificuldades de aprendizagem.

Através de um teste aplicado a alunos de 3ª, 4ª, 5ª e 6ª série do 1º grau em seis escolas públicas do Rio de Janeiro e cinco escolas públicas em Belo Horizonte avaliamos, entre outros aspectos, o desempenho dos alunos no mecanismo do algoritmo da subtração. Além da aplicação do teste realizamos algumas entrevistas que vieram subsidiar nossa análise.

Observando a impossibilidade de evitar os erros no processo de aprendizagem procuramos perceber a lógica que levou a errar e buscamos formas de reverter a situação de erro numa situação de aprendizagem.

Nossa análise nos levou a fazer algumas observações sobre procedimentos que, adotados em sala de aula, se não evitam o erro pelo menos podem contribuir para que o mesmo não se instale, ao mesmo tempo que colaboram para que o professor tenha uma postura positiva diante dele.

Por exemplo, observamos que numa situação de lápis-e-papel o aluno é levado a utilizar um procedimento padrão (às vezes errado) e que resolvendo "de cabeça" ele usa uma estratégia própria, correcta e muito próxima da estratégia padrão, sem que o professor (e o aluno) se apercebam disso:

O aluno W.- 4 ª série apresenta a seguinte conta:

$$\begin{array}{r} 700 \\ -\ 5 \\ \hline 605 \end{array}$$

e explica "passei um para cá, ficou 10, 10-5 ficou 5; nada, nada; aqui tive que passar, ficou 6" (tomou 1 emprestado ao 7, passando por cima do zero).

Posteriormente, a mesma operação (700 - 5=) lhe foi colocada numa "situação de troco": "Voltando a essa conta, imagine que você tem R$700,00 e vai comprar um chocolate que custa R$5,00. Você ainda ficou com quanto?" W. resolve o problema "de cabeça", correctamente, e reconhece que havia feito a conta errada.[1]

Instado a dizer como havia procedido, W. explica que fez 100-5=95, e dá a resposta 695. Esse raciocínio sugere que W. ao fazer a conta de cabeça faz a decomposição 700 = 600+100, que é basicamente o que ele também precisa fazer no algoritmo.

A aluna C.- 5ª série apresenta o seguinte resultado para a mesma conta

$$\begin{array}{r} 700 \\ -\ 5 \\ \hline 795 \end{array}$$

(não desconta o empréstimo feito)

Tal como o aluno W., quando C. é confrontada com uma "situação de troco", também resolve o problema "de cabeça", e correctamente.

Observamos que numa situação de problema com história num contexto prático, o aluno chega à resposta certa. Além disso a solução oral torna-se mais simples do que a escrita, porque o aluno não fica preso à técnica do algoritmo.[2]

Ainda neste contexto mais geral, também sugerimos trabalhar com o erro fazendo o aluno perceber que o uso de sua lógica leva a um resultado conflituoso. Com isso o aluno estará verbalizando o que fez, analisando sua lógica e fazendo uma avaliação de seu resultado. Estes são procedimentos que se aplicam a qualquer tipo de erro, e, se utilizados sistematicamente, contribuem para desenvolver o espírito crítico do aluno.

No que concerne aos erros específicos da falta de compreensão do algoritmo da subtracção, objecto de nosso trabalho, identificamos alguns tipos de erros decorrentes de técnicas operatórias treinadas anteriormente pelo aluno.

Por exemplo,

> Constatamos que o aparecimento do zero introduz maior dificuldade nas contas. Uma situação de "empréstimo do zero" ou "empréstimo para o zero", aumenta a incidência dos erros que o aluno já comete normalmente em outras situações de empréstimo. Entretanto, o zero por si só não gera o aparecimento de erros específicos. O único erro que identificamos como directamente relacionado com a presença do zero nas contas foi o que classificamos como "não faz empréstimo do zero e sim da primeira casa à esquerda diferente de zero. (Moren et al, 1992, p. 47)

A demora em se introduzir contas com números envolvendo empréstimo ao zero leva o aluno a encarar este tipo de empréstimo como se fosse diferente, ou seja, demandando uma estratégia diferente. Ao lidar com o zero, o aluno substitui o procedimento padrão por um procedimento próprio que o leva ao erro. É claro que o zero introduz uma dificuldade a mais e o professor deve estar atento a isto, mas a técnica do empréstimo é exactamente a mesma e não deveria ser tão retardada.

Ao discutir a lógica dos erros *identificados por nós como mais frequentes* entre os alunos de 3ª à 6ª série do 1° grau verificamos que, em alguns casos, um confronto com a experiência escolar anterior dos alunos nos leva a concluir que o treino com os factos fundamentais, onde ele está sempre subtraindo o menor número do maior, lhe sugere fazer 800-168=768 (8-0=8; 6-0=6 e 8-1=7).

Por outro lado, a subtracção sem reserva reforça o trabalho coluna-a-coluna. Assim, o aluno que faz 854-168=796 (não desconta o empréstimo feito) pode estar sendo levado a não perceber os números envolvidos de uma forma global não fazendo, portanto, a decomposição 854=800+50+4. Esse aluno fará 14-8=6 e 15-6=9, sem relacionar as duas colunas.

Ainda analisando a situação 800-168=542 (não faz empréstimo do zero e sim à primeira ordem à esquerda que seja diferente de zero) observamos que na sua experiência anterior o aluno vem operando da direta para a esquerda o que o leva nesse caso a acumular todos os empréstimos no 8, dando a resposta 542. Entretanto, aqui, torna-se necessária uma decomposição inicial da esquerda para a direita: 800=700+90+10.

Concluímos desses casos que uma excessiva hierarquização em etapas de aprendizagem, ou níveis de dificuldade das operações pode surtir um efeito negativo, não desejado, levando o aluno a fazer generalizações e a criar regras com base em casos particulares, que não se aplicam ao caso geral. Concordamos que a ordem de apresentação das dificuldades deve ser mantida — factos fundamentais primeiro, e em seguida contas sem reagrupamento. Entretanto elas não devem ser trabalhadas de forma tão exaustiva, nem tão isoladas, retardando muito tempo as contas com reagrupamento, e as contas envolvendo zeros.

Foster (1993) ao mesmo tempo que amplia o domínio de aplicação de nossas conclusões a outras operações e/ou situações além da subtracção, limita sua discussão apenas àqueles tipos de erro que resultam de um treinamento feito de modo inadequado dos algoritmos.

Por exemplo, com relação ao algoritmo da divisão, ele observa que é comum os livros didácticos e os professores iniciarem o seu estudo com casos simples:

$$48\,\underline{|4}\quad 26\,\underline{|2}\quad 39\,\underline{|3}\quad 88\,\underline{|4}$$
$$12\quad13\quad13\quad22$$

que podem levar ao seguinte tipo de raciocínio: "quatro cabem em 4 uma vez; 4 cabem em 8 duas vezes e registra-se 1 na ordem das dezenas e 2 na ordem das unidades.

Só depois de uma lista exaustiva de exercícios deste primeiro tipo é que se passa para aqueles em que é necessário fazer "reserva", como por exemplo 36 dividido por 2.

Perante estes casos, Foster relata o exemplo de uma criança que havia respondido correctamente a todos os exercícios do primeiro tipo, e agora dá as seguintes respostas erradas:

36 | 2	32 | 2	48 | 3	56 | 4
13	11	12	11

e explica assim a primeira deste segundo grupo de divisões: "2 cabe em 3, uma vez; 2 cabe em 6, 3 vezes".

Foster comenta que esta sequência de exercícios pode contribuir para a criação de dificuldades, em vez de auxiliar no desenvolvimento da compreensão. Pois apesar de as respostas às questões do primeiro tipo estarem todas correctas, no fundo esses exemplos levaram a criança ao treinamento de um erro, já que a regra que ela criou a partir desses exemplos não se aplica a todos os casos, portanto não é uma regra válida para uma divisão qualquer.

Na mesma direcção das nossas conclusões, Foster acrescenta:

> Nas escolas primárias as crianças são encorajadas a praticar rotinas para se tornarem "fluentes" na aritmética elementar. A progressão vai das rotinas mais simples para as mais complexas. Esta parece ser a forma lógica de proceder. Porém, se observarmos o que realmente acontece na sala de aula vamos verificar que esta sequência pode encorajar as crianças a praticarem técnicas que funcionam num contexto limitado, mas que não podem ser generalizadas. Muito longe de lhes fornecer um processo de crescimento contínuo e cuidadosamente sequenciado, esta abordagem pode levar as crianças a aprendèrem técnicas "defeituosas" que só podem ser diagnosticadas num estágio mais avançado.
>
> Entretanto, pode-se-lhes estar dando páginas e páginas de exercícios que os levam a praticar os seus erros, obtendo um sucesso de curta duração mas preparando-os, desavisadamente, para o fracasso futuro. (Foster, 1993, p.1)

Assim, o treinamento excessivo em apenas um certo tipo particular de situação, ao invés de estar contribuindo para uma melhor compreensão pode, ao contrário, estar reforçando a generalização indevida dessa situação particular, o que futuramente levará o aluno ao fracasso.

Essas observações levam-nos a reafirmar a enorme importância dos erros dos alunos como reveladores das dificuldades de aprendizagem, e nos levam também a alertar os professores para a necessidade de se tentar "prever" esses erros que podem ser originados por uma generalização inadequada, e, nesses casos antecipar o momento da passagem do particular para o geral, para que ele nem chegue a criar a generalização falsa que futuramente acarretará uma dificuldade.

A título de exemplo, e com esse mesmo intuito de alerta, Foster observa que uma sequência de adições e subtracções com números décimais, do seguinte tipo:

6,5	5,5	5,4
+ 2,9	+ 4,6	- 1,8
9,4	10,1	3,6

pode levar à seguinte generalização: "desde que as vírgulas estejam alinhadas, podemos aplicar os algoritmos da adição e subtração, e obter assim as respostas correctas". Porém, quando aparece a multiplicação a criança pode fazer uma generalização inadequada, e chegará às respostas erradas:

3,5	2,5	5,4
x 0,3	x 0,5	x 0,2
10,5	12,5	10,8

Portanto, os exercícios de fixação da aprendizagem, ainda que necessários numa sequência de ensino, podem levar o aluno a inferir uma regra própria, equivocada, que já deu certo em alguns casos, e que mais tarde entrará em conflito com a regra padrão da etapa seguinte.

Por outro lado, esses exercícios de fixação que, em geral se reduzem a um treinamento repetitivo do assunto estudado, não significam que necessariamente estejam ajudando o aluno na compreensão das ideias envolvidas.

O excesso de treinamento em atividades rotineiras não ajuda o aluno na formação de conceitos e não incentiva a versatilidade do pensamento necessária ao sucesso em Matemática

Olhando de uma perspectiva diferente, não mais na perspectiva da lógica que está por trás de determinados erros dos alunos, mas na perspectiva da formação de determinados conceitos matemáticos, Tall & Vinner (1981) analisam a influência da apresentação de alguns casos particulares desses conceitos na construção de uma imagem conceitual[3], que nem sempre corresponde à definição formal do conceito[4]. Eles discutem a formação dos conceitos de função, de limite, e de continuidade fazendo observações do seguinte tipo:

> Por exemplo a definição do conceito de função matemática pode ser tomada como "uma relação entre dois conjuntos A e B em que cada elemento de A está relacionado com exactamente um elemento de B". Mas os indivíduos que estudaram funções podem, ou não, lembrar a definição do conceito, e a imagem conceitual pode incluir muitos outros aspectos, tais como que uma função é dada por uma regra ou fórmula, ou talvez que várias fórmulas diferentes podem ser utilizadas em partes diferentes do domínio A. Podem existir outras noções, por exemplo pode-se pensar numa função como uma acção que associa *a* de A a f(*a*) de B, ou como um gráfico, ou como uma tabela de valores. Todos ou nenhum destes aspectos podem estar na imagem conceitual de um determinado indivíduo. Se o professor dá a definição formal e logo passa a trabalhar de uma forma rápida com a noção geral e depois trabalha um longo período de tempo com exemplos que são dados através de fórmulas, neste caso, a imagem conceitual pode desenvolver-se como uma noção mais restrita, envolvendo unicamente fórmulas, enquanto que a definição do conceito é totalmente passiva na estrutura cognitiva.

De início, o aluno que está nesta situação dá conta de operar satisfatoriamente com esta noção restrita, que é apropriada ao seu contexto restrito. Ele pode até ter sido ensinado a responder com a definição formal correcta apesar de ter uma imagem conceitual inadequada. Mais tarde, quando ele encontra funções definidas num contexto mais amplo ele pode ser incapaz de lidar com elas.
Contudo, foi o próprio programa de ensino o responsável por esta situação indesejável. (Tall & Vinner, 1981, p. 153).

Desse trabalho podemos inferir como implicação para o ensino que exemplos do mesmo tipo apresentados repetidamente não ajudam na formação do conceito uma vez que geram uma imagem conceitual restritiva, construída a partir de exemplos particulares. Dependendo da insistência nesses exemplos essa imagem conceitual, que não corresponde necessariamente à definição formal, pode tornar-se a mais forte, isto é, o aluno recorre de preferência a ela e não à definição formal (Tall & Vinner, 1981; Vinner, 1994), o que acabará trazendo problemas futuramente. Assim, os exemplos e contra-exemplos devem ser os mais variados, permitindo a construção de uma imagem conceitual que seja a mais geral possível, e mais próxima da definição formal.

Gray (1995) também critica a realização de actividades rotineiras e a continuação por um tempo excessivo de procedimentos restritivos criados pelos próprios alunos:

Um dos problemas com as crianças pequenas é que elas passam tanto do seu tempo com aquela primeira aritmética de contagem que desenvolvem o domínio e a confiança em técnicas pessoais de contagem. Estas podem tornar-se respostas automáticas a combinações particulares mas sugerimos que esta é uma das razões pelas quais as relações numéricas subjacentes são obscurecidas. Devido à sua falta de sucesso na aritmética torna-se quase natural que algumas crianças recorram a esses procedimentos bem treinados e testados, mesmo se eles são difíceis de generalizar e podem até mesmo ser inapropriados para a tarefa em questão. Prática extensa na aritmética simples pode solidificar os próprios procedimentos de contagem que eventualmente levarão ao fracasso. (Gray, 1995, p. 40)

Isto é, o excesso de treinamento prende o aluno a determinados procedimentos (por exemplo de contagem, no caso da adição) que ele repete automaticamente, sem perceber que existem outras alternativas (como o uso do próprio conceito de adição) que lhe permitiriam chegar de uma forma mais fácil à solução.

Gray & Tall (1993) discutem a questão do sucesso e do fracasso em Matemática tomando por base a sua pesquisa sobre o modo como os alunos lidam com determinados conceitos matemáticos a que eles chamam de "proceptos". Segundo estes autores, essa noção de "procepto" se aplica àqueles conceitos de aritmética, da álgebra, da análise que são aprendidos inicialmente através de procedimentos, mas não se aplica aos conceitos que são aprendidos via definição, nem à maior parte dos conceitos da geometria que são introduzidos pelo via da percepção visual.

Tall & Gray observam que os alunos que têm sucesso em Matemática são aqueles que conseguem lidar com a simbologia matemática, ora entendendo o símbolo como um procedimento a ser realizado, ora percebendo nele o conceito subjacente, como no exemplo acima. Esses alunos conseguem mais facilmente relacionar factos matemáticos e fazer generalizações.

Por exemplo, o aluno que percebe o símbolo 6x8 como o produto 48 vai responder mais prontamente e com menos chance de erro do que o aluno que, face ao símbolo 6x8, vai fazer 12+12+12+12 (isto é, 6 vezes 2, mais 6 vezes 2, mais 6 vezes 2, mais 6 vezes 2), ou então 24+24 (isto é, 6 vezes 4 mais 6 vezes 4), que são procedimentos possíveis para chegar ao resultado 48, recorrendo à soma. O primeiro aluno faz uma Matemática mais fácil uma vez que ele é mais versátil no associar o símbolo com o conceito.

O segundo aluno, ao contrário, está preso ao procedimento, e pode até acertar os cálculos, mas vai fazer uma Matemática mais difícil porque vai repetir a todo momento cada etapa do processo. Esses procedimentos podem resolver as necessidades de cálculo por algum tempo mas, a longo prazo, esses alunos não desenvolverão as habilidades necessárias para um desempenho eficaz em Matemática. Essas habilidades, por sua vez, levarão ao desenvolvimento do "pensamento versátil" que Tall & Thomas 1991) colocam como condição necessária para se alcançar o sucesso em Matemática:

Para se ser um matemático de sucesso é necessário algo mais do que a habilidade de realizar uma sucessão de passos mecânicos, sejam eles passos para realizar um cálculo numérico, resolver uma equação linear, diferenciar uma função composta, ou escrever uma demonstração matemática. O que também é necessário é uma imagem global da tarefa em questão, de tal modo que o caminho de solução mais adequado para ser seleccionado e que os erros que possam ocorrer sejam mais facilmente percebidos e corrigidos. Portanto o modo sequêncial/lógico/analítico de realizar uma sucessão de procedimentos matemáticos necessita ser complementado por uma visão global/holística do contexto. (Tall & Thomas, 1991, p.128)

Considerações finais

É muito positivo que o aluno desenvolva seus próprios procedimentos de cálculo no início da aprendizagem; entretanto, o seu uso prolongado pode ser um indicativo de que o aluno não transpôs alguma etapa do processo de aquisição de um conceito. Por exemplo, o aluno que continua usando o processo longo da divisão, é aquele que não adquiriu a versatilidade de cálculo necessária para efectuar um produto e uma diferença ao mesmo tempo.

Os exercícios de fixação da aprendizagem, se bem que necessários, podem se restringir a mero treinamento rotineiro com ênfase no procedimento, em detrimento da compreensão. Por exemplo, um aluno pode "resolver uma equação" do 2º grau e não saber "dar os valores de x" que anulam o trinômio $y=ax^2+bx+c$.

Estamos chamando a atenção para os procedimentos de ensino, que podem não estar contribuindo para a formação do conceito e para o desenvolvimento das habilidades necessárias para um bom desempenho em Matemática.

Até aqui baseamos as nossas observações na bibliografia consultada, no nosso trabalho sobre erros e na nossa própria prática docente. A partir de agora torna-se necessário aprofundar essas observações com uma análise mais apurada de livros didáticos, programas de ensino e procedimentos didácticos que nos levem a identificar textos, orientações e estratégias que estão promovendo, ou não o desenvolvimento do pensamento matemático.

Como resultado dessa análise estaremos propondo uma nova postura com relação ao ensino da Matemática que venha contribuir para o desenvolvimento das habilidades necessárias para que o aluno venha a ter sucesso em Matemática.

Notas:

(1) *Diagnóstico e análise de erros: subsídios para o aperfeiçoamento do processo ensino-aprendizagem em Matemática,* Relatório Técnico, Processo CNPq 404469 (87.6 (Dezembro 1991).

(2) Idem.

(3) Segundo Tall & Vinner, imagem conceitual é o termo que descreve a estrutura cognitiva total associada ao conceito e que inclui todas as imagens mentais e as propriedades e procedimentos a ele associados.

(4) Trata-se de uma série de palavras utilizadas para especificar aquele conceito, numa forma que é amplamente aceite pela comunidade matemática.

(5) Procepto é um objeto mental que consiste numa combinação de um procedimento com um conceito produzido por esse procedimento, e com um símbolo que pode ser usado para representar qualquer um dos dois, ou ambos. Exemplo: 3+2 é tanto o procedimento de adicionar 2 com 3, como o conceito de soma de 2 e 3.

Bibliografia

Foster, R. (1993). Practice makes imperfect? *Mathematics Teaching,* 143, 34-36.

Gray, E.M. (1995). Trying to get it right: A Perspective on Counting. In: P. Gates (Ed.). *Proceedings of the Joint Conference of BSRLM and AMET,* pp 36-40. Norhampton: UK

Gray, E. M. & Tall, D.O. (1993). Success & Failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept. *Mathematics Teaching,* 142, 6-10.

Moren, E. B.; Machado, M.P. & David, M.M. (1992). Diagnóstico e análise de erros em Matemática: Subsídios para o processo ensino-aprendizagem. *Cadernos de Pesquisa,* 83, 43-51.

Tall, D. O. & Thomas, M. (1991). Encouraging versatile thinking in algebra using the computer. *Educational Studies in Mathematics,* 22, 125-147.

Tall, D. O. & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics,* 12, 151-169.

Vinner, S. (1992). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In: D.O. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking,* pp. 65-81. Kluwer, Dordrecht.

Mª Manuela M. Soares David (FAE)
Mª da Penha Lopes Machado (ICEX)
Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil

Irene Lisboa

Irene Lisboa nasceu em 1892, fez os seus estudos em Lisboa e em 1914 termina o curso da Escola Normal Primária. Em 1915 é nomeada professora duma escola carenciada do Beato em Lisboa.

Irene Lisboa considera a escola capaz de ajudar a criança em todos os aspectos da educação. Defende uma Escola Nova, moderna e activa onde servindo-se dos meios práticos de ensinar bem, a escola se tornará um lugar onde a criança se sente à vontade. Opõe esta escola nova à escola tradicional ou passiva. Diz-nos que a escola passiva tem por missão ensinar o aluno, dar-lhe conhecimento livresco, só através de livros, e fechados entre quatro paredes. Enquanto a escola activa tem por missão dar igualmente à criança toda uma série de interesses e de acções compatíveis com a sua idade.

Irene Lisboa privilegia o brinquedo e o jogo como componentes educativos, além da história e do desenho.

Entrevista com Ana Vieira Lopes

A revista ainda não conseguiu ser um local de discussão

Ana Vieira Lopes é a presidente da Direcção da APM para o biénio 96/97. Professora de Matemática desde 1974, faz parte, neste momento, do quadro de professores de nomeação definitiva da Escola Secundária Veiga Beirão. É co-autora de vários manuais escolares do Ensino Básico e Secundário, e de outras publicações dedicadas ao Ensino da Matemática. Foi orientadora de estágio do Ramo Educacional da Faculdade de Ciências de Lisboa durante alguns anos. Tem acompanhado a vida da Associação desde o seu início, colaborando activamente em todos os ProfMats.

A presente entrevista — a última da série dedicada aos dez anos da Educação e Matemática — foi conduzida por Ana Vieira e Maria José Boia.

EM - Vamos começar por te fazer uma pergunta muito aberta: qual a tua opinião sobre a revista?

AVL - Acho que a revista, neste momento, conseguiu ser uma boa revista e mais interessante para professores de Matemática. A revista agrada, no geral. No entanto tem havido números menos conseguidos, se calhar tem a ver com a forma como se vão obtendo as colaborações dos sócios... Mas acho que predominam os bons números. Nota-se nos últimos números colaborações mais diversificadas.

O que me parece que ainda não conseguimos foi que a revista , e isto por vezes também me tem sido transmitido por alguns sócios, seja um local de discussão dos acontecimentos que vão surgindo na actualidade educativa. É evidente que há apenas quatro números por ano e isso é uma limitação, mas o que se sente é que às vezes há problemas em discussão pública, problemas que se põem à associação, e sai uma revista em que essas questões não, são de certa forma, referidas. Não sei como é que é possível fazer isto e penso que não é tarefa fácil. É evidente que se a revista fosse mais frequente, se calhar era mais fácil, mas mesmo assim penso que devia haver um esforço para se conseguir isso. Temos que "sentir" os problemas que se aproximam e com isso alargar a discussão ou criar alguma discussão e fazer com que ela se reflicta na forma de artigo, na revista.

EM - Mas como é que tu achas que isso podia ser feito pela equipa da revista, porque a nós coloca-se um problema que é: não podemos ser nós, a redacção, a escrever os artigos, ou podemos escrever de vez em quando mas não pode ser sempre.

AVL - Como elemento da direcção, acho que a direcção tem responsabilidades nesta situação. A colaboração que tem dado à revista não é, talvez, a que deveria dar. As nossas preocupações e as nossas discussões não são muitas vezes passadas para a revista. Os sócios olham para a revista e não percebem o que é que nos preocupa e o que é que andamos a pensar e nós, no entanto, andamos a discutir e estamos preocupados com a situação... Penso que se devia pensar nesta questão.

EM - Achas que isso pode passar, por exemplo, por fazer uma rubrica de colaboração da direcção?

AVL - Eu penso que sim, não sei é se a direcção consegue responder sempre, mas acho que devia haver um esforço grande nesse sentido. Porque talvez conseguisse transmitir uma informação mais actual, digamos assim, em termos da vida da própria Associação. Eu penso que isso devia ser um caminho, que se devia conseguir. Claro que temos outro órgão, o Apm-Informação, mas talvez não seja a mesma coisa. As pessoas querem saber o que se está a passar, perceber o que é que nós pensamos, perceber o que é que a APM pensa. Temos que pensar a melhor forma de o conseguir. O que não há dúvida é que nós, Associação, estamos neste momento numa fase de trabalho diferente. É difícil acompanhar a situação porque é preciso expressar de forma rápida posições claras e fundamentadas em relação aos problemas mais variados e apresentar alternativas. A política educativa anterior foi tão má, tão má, que realmente só podíamos, não sei se isto se pode dizer... , "dizer mal" de tudo pois não havia medida que se aproveitasse. Agora a questão não é assim: ouvem-nos e pedem-nos pareceres. Temos que dar, em pouco tempo, opiniões fundamentadas e isso é um esforço incrível. Dentro da própria Associação há opiniões, mas não há, em muitos assuntos, opiniões de Associação, porque isso é mais difícil e demora tempo a criar. Esta é uma das dificuldades que nós estamos a ter neste momento. Temos conseguido dar pareceres e temos a preocupação que eles circulem pelos sócios. Por vezes surgem diferentes opiniões e estabelecem-se discussões muito interessantes. Agora, eu penso que tal como estas questões se estão a pôr à Direcção, um modo novo de funcionar, também a revista tem que repensar a forma de ligação quer à Direcção, quer à "nova" problemática educativa. Por vezes perguntam-nos: "Qual é a vossa posição quanto aos exames?, Qual é a vossa opinião em relação a isto ou àquilo.... "Eu acho que as pessoas têm que saber que dentro da APM se discute e não há apenas uma opinião, porque não há... Mas que se discutem estas questões e que pensamos que temos que continuar a discuti-las... são temas importantes.

EM - Estou aqui a ver este artigo do Eduardo Veloso que é um artigo bastante polémico e que devia dar origem a discussão, não é? Mas isto sai e ninguém escreve... ["Como é possível?" Artigo sobre o acesso ao Ensino Superior, publicado na revista nº37]

AVL - Pois..., a direcção pensou em questionar, tentar alargar esta discussão, mas arrastou-se e...

EM - Mas mesmo sem ser a Direcção, estou a pensar nos sócios...

AVL - Ele causou polémica e houve discordâncias com esse artigo...

EM - E porque é que as pessoas não escrevem para a revista, nem que seja um parecer pequenino...

AVL - Mas eu também fiquei admirada de não ter aparecido nenhum sócio a questionar o artigo. É um tema polémico e nós sabemos, ouvimos nas escolas, que esta não é a posição da maioria dos professores. Eu própria questiono aspectos desse artigo... de certo modo penso que há que distinguir, o que gostaríamos de fazer do que na realidade tem sentido fazer, nas condições que temos... de trabalho, experiência anterior dos professores e alunos.... Temos que ter uma meta e criar condições para lá chegar...

EM - Tu escreveste um artigo para a revista número cinco e depois nunca mais vimos o teu nome, porquê?

AVL - Pois, eu não gosto muito de escrever. Eu penso que talvez represente muitos dos sócios, só escrevem por obrigação. Até penso que devia escrever, mas depois..., vai passando e ... Talvez devesse haver um incentivo diferente aos sócios, mais apoiado pela redacção da revista.

EM - Achas que a revista tem evoluído?

AVL - No aspectos gráfico houve mudanças, e acho que está muito melhor, quanto ao conteúdos já referi a minha opinião, tem havido números bons e números menos bons.

EM - Como é que definirias um bom número?

AVL - Tem a ver com a diversidade de assuntos que foca. E tem a ver com a qualidade. Este número eu gostei muito... [refere-se à revista nº 38], é uma revista variada, com artigos diversificados e que trazem qualquer coisa de novo, uma experiência na sala de aula (estatística), um artigo sobre geometria com propostas de actividades, um artigo final sobre avaliação em que se fala de uma forma pouco habitual e interessante... Há uma revista de que eu não gostei... é a azul escura ... [refere-se à revista nº 36] é muito voltada para dentro, ..., é a APM. Eu acho que é importante referir as realizações da APM mas não gostei da forma... Acho que temos que arranjar outra forma de o fazer...

EM. - Qual o tipo de artigos que mais gostas e de que menos gostas?

AVL - Eu gosto de vários tipos de artigo. Gosto de artigos que me digam qualquer coisa..., quer sejam teóricos ou não. Têm saído alguns engraçados ultimamente e acho que tem havido alguma preocupação de serem temas que preocupam os professores... gosto também das propostas de materiais, experiências da sala de aula. Eu não simpatizo com artigos como aqueles que descrevem o ProfMat, acho que já foi, já está e .... Se calhar isto também tem a ver comigo. Bastava um artigo de página ou meia página para entusiasmar os ausentes.avaliação que já referi acima...

EM - Como é que tu costumas ler a revista?

AVL - Eu folheio tudo... depois leio o que me interessa. Depois passado algum tempo vou ler outro artigo que me interessa. Mas não leio de fio a pavio.

EM - Queres dar uma sugestão para futuros números temáticos?

AVL - Consigo avançar, por exemplo, o Ensino Básico: que Matemática ensinar?, Os currículos alternativos... sobre Geometria... Penso que o temático deste ano é muito importante e temos que pensar mais profundamente no Boletim do 1º Ciclo, que já saíram dois números. Está planeada a saída do terceiro número para Março para o Encontro de professores do 1º ciclo que estamos a organizar em Leiria.

EM - Queres dar mais alguma sugestão para melhorar a revista?

AVL - Há uma coisa que estive a pensar: a revista, se é trimestral, não devia ser maior? Esgota-se facilmente o espaço... Quando a folheio fico com a sensação que ainda me apetecia ver mais. Penso também que talvez se pudesse criar uma secção, que eu não sei como se deveria chamar, onde aparecessem artigos do tipo que tenho referido, sobre os exames (o Eduardo já lançou a sua opinião), sobre os currículos alternativos, sobre os programas, a sua revisão ou não, os núcleos curriculares... Penso que este tipo de artigos tinham que ser pedidos e com alguma margem de tempo... Também penso que a revista tem que vir a contar com mais apoio técnico pois tem sido um trabalho esgotante para a sua equipa.

EM - Nós tínhamos uma proposta que era passar a revista para cinco números por ano. Qual é a tua opinião acerca disso?

AVL - Eu acho bem, porque a revista talvez conseguisse maior intervenção, um contacto ainda mais regular com os sócios. Penso mesmo que é preciso um esforço muito grande, quer da revista, quer da Direcção, mas tem que se tentar pois esse aumento exige criar outras formas de trabalho que não se traduzam numa sobrecarga exagerada para a Redacção.■

No Jardim d

Ana Margarida Mendes, Cristina Santo

Na Creche e Jardim de Infância muitas são as questões que os educadores levantam relativamente aos processos de aprendizagem da criança.

Uma das questões que temos vindo a trabalhar é "Como e quando começam as crianças a agir matematicamente ou aprender matemática".

Partindo destas preocupações temos avaliado sistematicamente as acções que as crianças realizam. Por um lado, pretendemos tomar consciência das acções matemáticas implícitas nas diversas actividades quotidianas das crianças e por outro lado, adequar cada vez melhor a nossa intervenção no desenvolvimento de aprendizagem.

As crianças "fazem" matemática todos os dias...

- quando agem no seu espaço com os materiais;
- quando interagem com os parceiros;
- quando procuram soluções para os problemas que vão surgindo e respostas para as perguntas que formulamos;
- quando falam sobre a sua acção...

O adulto e os companheiros estão lá, para provocar, fazer chamadas de atenção, questionar, apoiar... sem eles não iriam tão longe nas aprendizagens e na construção dos conceitos e noções matemáticas...

O nosso trabalho com as crianças tem sido o de ajudar a consciencializar, clarificar e explicitar as acções que realizam para que melhor dominem, desenvolvam e sistematizem as suas aprendizagens. Elas fazem percursos individuais porque são indivíduos distintos e únicos. Porém, indispensável é estar em grupo e ter os outros como parceiros...

- Eles são os modelos que observam e por vezes imitam.
- Eles são os críticos, os opositores com quem argumentam.
- Eles são o "suporte" e o estímulo para muitas das suas acções e aprendizagens.

São pois algumas das situações quotidianas que relatamos.

Na sala dos 3 e 4 anos...

Resolvemos problemas...

Duas crianças disputavam à mesa a colher mais alongada, por acharem que era a maior.

Ed. - Mas porque é que acham que essa é a maior?

Silêncio...

Ed. - Como é que podemos saber que essa é a maior?

M. - Vamos ver se a sopa que está nesta (indicou a colher mais alongada), cabe nesta! (a mais arredondada).

M. passou da palavra à acção, verificando a hipótese que formulara. De facto, observaram que qualquer das colheres cheia, enchia completamente a outra. Concluíram que as duas levavam a mesma quantidade de sopa.

..Uma criança desenhava ao lado de outra.

Quando desenhou os dedos de uma mão do boneco, a outra criança fez-lhe a observação de que estava a fazer muitos dedos...

Aí, para a segunda mão, resolveu adoptar uma estratégia: à medida que desenhava os dedos, ia dobrando os dedos da própria mão, fazendo correspondência.

No final quis confirmar, voltando a fazer correspondência um a um, desta vez contando ao mesmo tempo: "Um, dois, três, quatro, cinco!"

Brincamos com materiais...

- Comparamos e classificamos: forma, tamanho ou cor.
- Fazemos ordenações, padrões, correspondências, simetrias.
- Construímos - colocamos peças no espaço: em cima, ao lado, entre...

Na sala dos 4 e 5 anos...

Continuamos a brincar e a resolver problemas...

A casinha

A "casinha" é um dos espaços de brincadeira muito concorrido. A concentração de crianças neste espaço, como em qualquer outro, facilita o aparecimento de alguns conflitos. Como sempre fazemos, aproveitamos estas confusões para, de um modo funcional, instituirmos com as crianças, as regras da vida no grupo. Aconteceu logo no início do ano, numa dessas alturas em que a confusão na casinha era muita, uma

e Infância ...

s, Fernanda Barbacena e Luísa Ferreira

"Olha, fiz um comboio azul, um amarelo, um verde, um vermelho e um branco!"

das crianças mais novas queixar-se de "um grande" que lhe tinha batido, porque ela não podia estar na casinha.

— Claro! São muitos. Só podem ser quatro! — disse L. que já tinha estado na sala no ano anterior.

Fomos experimentar e chegámos realmente à conclusão que quatro era o número ideal de meninos para se poder brincar na casinha.

Uma outra criança sugeriu que se colocasse ao pé da casinha, à semelhança do ano anterior, quatro bonecos desenhados, "para os meninos não se esquecerem". Três colegas juntaram-se a ela e ajudaram a fazer os bonecos.

Terminada a tarefa chamaram a atenção da educadora e de todo o grupo.

— Então assim só podem brincar três meninas e um menino!? — questionou B. reparando de facto, no que estava desenhado.

— Não. Estão três meninos porque calhou. Pode ser menino ou menina... Têm é que ser quatro. — respondeu M.

Nesse dia a conversa ficou por ali. No entanto, reflectindo sobre a situação, achámos interessante levar as crianças a descobrir as combinações possíveis.

No dia seguinte propus que recortassem de revistas meninos e meninas para fazermos um jogo. Assim que tivemos à disposição um número razoável de recortes, juntámo-nos e lembrei-lhes a conversa tida no dia anterior. O jogo que iríamos fazer era descobrir quantos meninos e meninas podiam estar na casinha.

B. - Então, já dissemos! São quatro... e é como calha.

M. - Pois... Podem ser dois meninos e duas meninas.

Ed. - Assim já temos duas maneiras diferentes, essa e a do desenho, que é três meninas e um menino.

J.- Pode ser: um menino, mais um menino, mais um menino e uma menina.

Ed. - Boa! Será que existe outra maneira ainda? - mas tínhamos chegado a um impasse e resolvi ajudar. - Será que podem ir para a casinha o F., o M., o N. e o J.?

B. - Um, dois, três, quatro ,— contou apontando os colegas nomeados — podem!

C. - ... tudo meninos...

M. - São quatro meninos.

Ed. - E agora, haverá mais alguma maneira?

B. - Eh pá, são quatro, pronto! - e deixou o grupo seguida por C..

M. - Podem ser quatro meninas.

I. - Pois, tudo meninas e não há confusão!

D. - Um menino, uma menina, um menino e uma menina. - apontando para o modo como tinha disposto os recortes.

M. e I. - Essa já está... Olha, está aqui. ... dois meninos e duas meninas. - disseram trocando a ordem encontrada por D., que não se mostrou logo muito convencido.

Ed. — Há mais alguma maneira?

Pensámos, mexemos nos recortes e o J. sugeriu:

— Pode ser duas meninas e um menino.

— Mas assim são três e pode ser quatro — disse o M.

Mas a I. disse:

— Assim, falta um.

— Pois é! — concordou o J.

Continuámos a remexer nos recortes, mas embora pudéssemos encontrar novas sequências, elas repetiam outras situações já encontradas.

Encontrámos cinco maneiras diferentes que registámos colando os recortes num cartaz.

As joaninhas

Um dia estávamos a ver as flores da nossa "horta-jardim" e encontrámos joaninhas nas folhas. Pegámos nelas para as vermos melhor.

A. - Tem duas asas e voa.

F. - ... cor de laranja.

J. - Eu contei as pintinhas pretas, são sete.

Ed. - Mas também há joaninhas com 12 pintas.

Uma das crianças propôs-se desenhar esta joaninha.

M. - Eu fiz a joaninha com 7 pintas de um lado e com 5 pintas do outro.

Ed. - Olha, se calhar consegues encontrar outras maneiras de pôr as pintas...

R. foi experimentar.

R. - Ah ! também pode ter 6 pintas de um lado e 6 pintas do outro.

C. - E pode ter 3 pintas de um lado e 9 pintas do outro.

Acabámos por construir um jogo para a sala. ... um cartão com uma joaninha desenhada sem pintas e uma caixinha com 12 pintas móveis.

Com ela fizemos muitas experiências.

Ana Margarida Mendes
Cristina Santos
Fernanda Barbacena
Luísa Ferreira
Centro Alfredo Pinheiro - Torre, Cascais

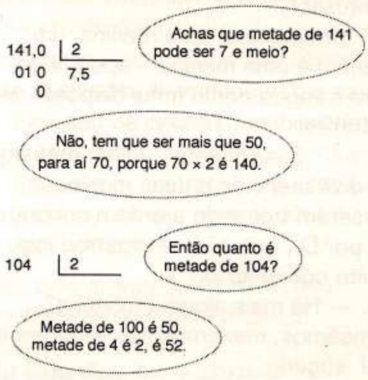
Às voltas com a divisão de números inteiros

Cristina Loureiro

"— Eles não sabem dividir!"... E os alunos ficavam parados olhando para os seus cálculos e não continuavam... Contudo, quando nos aproximámos deles e fomos fazendo perguntas a partir dos erros ou impasses em que se encontravam, apercebemo-nos de que afinal de contas eles sabiam dividir, e sabiam bastante acerca da divisão, estavam era errando no algoritmo ou já nem sabiam como pegar-lhe

"— Eles não sabem dividir!" — Foi este comentário que a professora de uma turma do 5º ano fez quando muitos dos seus alunos não estavam a ser capazes de acabar um problema em que, na parte final, tinham dividir por 2 uma soma de dois números encontrados por contagem.

E os alunos ficavam parados olhando para os seus cálculos e não continuavam... Contudo, quando nos aproximámos deles e fomos fazendo perguntas a partir dos erros ou impasses em que se encontravam, apercebemo-nos de que afinal de contas eles sabiam dividir, e sabiam bastante acerca da divisão, estavam era errando no algoritmo ou já nem sabiam como pegar-lhe.



Quando falamos de divisão há vários aspectos que estão em jogo e que interessa indentificar para sabermos como ensiná-los e para distinguirmos aprendizagens e dificuldades dos alunos. É certo que estes alunos do 5º ano revelaram algumas dificuldades, mas também mostraram alguns conhecimentos, ao nível do cálculo mental e da estimação, precisamente aqueles que mais facilmente nos esquecemos de trabalhar com eles e que muitas vezes desprezamos.

Em que situações recorro à divisão? Que tipo de factos sobre a divisão utilizo na resolução de problemas? Que conhecimentos de outras operações são úteis à divisão? Que conhecimentos da divisão são úteis às outras operações? Que outro tipo de factos estão ligados à divisão?

Estas e outras perguntas ajudam-nos a ver que na divisão há muitas ideias em jogo e que interessa desmontar. Uma forma de organizar ideias sobre a divisão de números inteiros é a partir dos seguintes aspectos: Sentido e linguagem da divisão; Estimação; Cálculo Mental; Algoritmo. Estes, apesar de interligados, podem ser pensados separadamente.

Sentido e linguagem da divisão

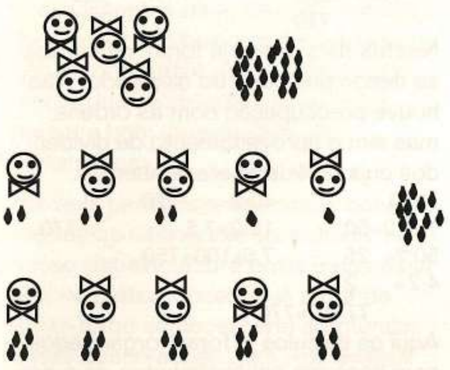
De um ponto de vista formal podemos considerar a divisão como a operação inversa da multiplicação, mas esta ideia nada avança sobre o seu significado ou sentido. Por outro lado as ideias sobre didáctica apontam que, antes de uma aprendizagem formal, a criança tenha muitas experiências com problemas sobre divisão que aparecem no dia-a-dia.

As crianças começam a usar a ideia de divisão muito cedo e muito antes até do conceito de multiplicação se esboçar. Uma criança utiliza fundamentalmente a divisão com dois sentidos, o primeiro surge quando ela tem que partilhar um conjunto de objectos com outras crianças, e o segundo quando a criança procura saber quantos objectos de um certo valor conseguirá obter a partir de um determinado valor inicial.

Um saco com rebuçados para um grupo de crianças. Com quantos vai ficar cada uma?

Este primeiro tipo de divisão, partilha

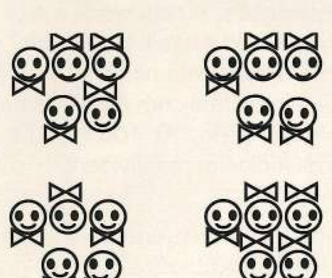
(*sharing* ou *partition*), é aquele que matematicamente é menos simples, mas é o que a criança começa a utilizar mais cedo. Ele não exige qualquer conhecimento de contagem pois os rebuçados podem ser distribuídos mesmo que a criança não saiba quantos rebuçados tem nem quantas crianças há no grupo. A única coisa que ela tem que fazer é ir dando um rebuçado a cada um até que não haja mais rebuçados, ou até que os rebuçados já não cheguem para mais uma rodada.



É por isso que se chama divisão partitiva visto que o total é partilhado. Para a realizar a criança precisa apenas de objectos e de caixas vazias. Naturalmente que as contagens vão surgindo, tanto para responder à pergunta "Quantos rebuçados para cada um?", como para contar quantos objectos iniciais e quantos conjuntos.

Um grupo de crianças vai fazer um passeio de automóvel. Quantos automóveis são necessários?

Neste caso vamos fazendo grupinhos de crianças, um grupinho um automóvel, para saber quantos automóveis são necessários.

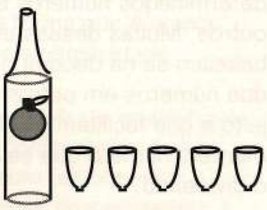


Trata-se da divisão por agrupamento (*grouping* ou *quotition*) que é matematicamente bastante mais simples, mas que para a criança parece não ter nada a ver com divisão porque ela não partilha nada, faz agrupamentos com igual número de elementos.

Esta sentido da divisão, também é considerado como divisão como medida pois pretende-se saber quantas vezes uma determinada medida, neste caso cinco crianças, cabe em 20. Este sentido é aquele que está mais próximo da ideia "em 20 quantas vezes cabe o 5" que é a que geralmente prevalece quando se trabalha a divisão. Esta ideia de "quantos cabe" pode levar-nos a avançar nos conhecimentos sobre a divisão.

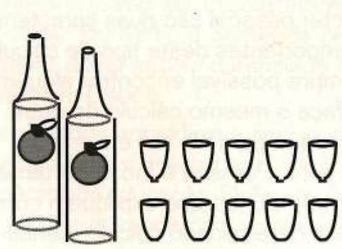
Para quantos copos de 20 cl dá uma garrafa de 1 litro?

Esta simples questão pode ser resolvida com o recurso a uma garrafa



e copos (há copos no mercado com a inscrição de 20 cl), mesmo antes de se iniciar o trabalho com redução. É uma resolução em que a ideia de medida é muito sugestiva e que dá pistas para continuar a trabalhá-la. As potencialidades de ligação são bastante interessantes e apontam-nos uma articulação de factos e raciocínios tão importante quando se defende que o conhecimento é activamente construído pelo sujeito.

Uma garrafa de 2 litros para quantos copos de 20 cl dá? E uma de 3 litros? E com 10 litros quantos copos podemos encher?



Depois de obtida a resposta à primeira questão, podemos obter todas as outras respostas a partir dela e de duas maneiras diferentes:

1 litro dá para 5 copos

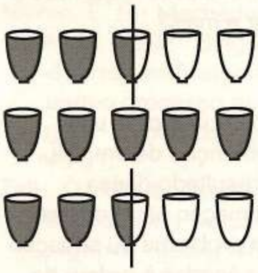
2 litros dá para 10; $5 + 5$ ou 2×5

3 litros dá para 15: $10 + 5$ ou 3×5

...

10 litros dá para 50

Mas há as garrafas de água que têm meio litro. Para quantos copos dá uma destas garrafas? E uma garrafa de litro e meio?



Se compararmos os dois sentidos em que a divisão aparece, não deixa de ser interessante notar que o primeiro é bastante mais acessível à criança e é o que aparece mais frequentemente em situações do dia-a-dia. Por outro lado o segundo sentido é o que mais referimos quando trabalhamos as ideias "quantas vezes cabe" ou "quantos há em", indispensável na aprendizagem do algoritmo.

O primeiro é mais trabalhado com materiais porque é mais acessível. Mas o segundo é o que é utilizado no algoritmo, e por isso também deve ser trabalhado com materiais para preparar o caminho da abstracção.

Em qualquer destes sentidos o quociente pode ser obtido por contagem, no primeiro caso, quantos objectos por agrupamento, no segundo, quantos subconjuntos ou agrupamentos com igual número de objectos.

A questão do resto e o seu significado na divisão também podem ser trabalhados a partir de situações deste tipo e muito antes de qualquer referência ao algoritmo. Com os rebuçados, os automóveis e os copos o resto vai surgir com significados bastantes diferentes e passíveis de alguma discussão. Se decidirmos que todos os meninos ficam com o mesmo número de rebuçados, podem sobrar 3 rebuçados, mas não podem sobrar 3 meninos no passeio, é preciso arranjar outro automóvel que não vai ficar cheio. No caso dos copos posso discutir se só quero ou não copos cheios, então com meio litro encho 2 copos e sobra um bocadinho na garrafa ou tenho 2 copos e meio. Este último exemplo deixa-nos as portas abertas para a introdução de decimais a partir da divisão.

A linguagem e os problemas do res. sugerem que se proponham questões do tipo: Vai chegar para dar 20 a cada um? Sobra alguma coisa? E quantos é preciso ir buscar a mais?

A estimação

A estimação, no contexto de uma operação, é a obtenção de um valor aproximado do resultado dessa operação. A estimação não pode ser desligada de um problema ou situação pois as decisões ligadas à ordem de grandeza do resultado a estimar e ao tipo de aproximação, por excesso ou por defeito, são ditadas pela própria situação. Por exemplo, numa situação de despesa interessa trabalhar com valores aproximados por excesso, para não ter surpresas. Mas já numa situação de partilha interessa recorrer a valores aproximados por defeito, pois é preferível haver sobras do que faltas.

Tenho 500 rebuçados para 23 miúdos. Posso dar 20 a cada um? Quantos posso dar a cada um?

Uma leitura mecanizada da situação pode levar à utilização imediata da divisão, mas neste caso o raciocínio mais eficaz é: 20 vezes 23 é 460, portanto cada um pode receber 20. Este raciocínio, aliás, ajuda-nos a notar que é no contexto da estimação que a relação entre a divisão e a multiplicação é mais evidente e útil.

A primeira pergunta dá-nos já algumas indicações para continuar recorrendo à multiplicação. Uma hipótese de resolução é:

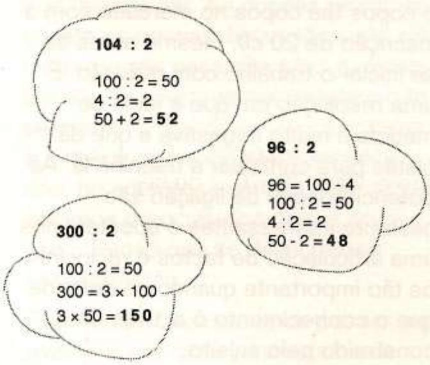
- 23 x 20 = 460 sobram 40, ainda dá para mais uma rodada
- 23 x 21 = 483 sobram 17, já não dá para mais uma rodada

Cada miúdo pode receber 21 e sobram 17 rebuçados. Ao fazermos este raciocínio estamos a utilizar a ideia de divisão como medida. Sabemos que temos de fazer 23 agrupamentos, não sabemos é quantas unidades em cada agrupamento.

E continuamos a resolver problemas de divisão sem utilizar o algoritmo. E mais, estamos a preparar o caminho para que o algoritmo seja entendido, e cada vez sabemos mais sobre a divisão.

Cálculo mental

Entende-se por cálculo mental a utilização mental de estratégias de cálculo sem o recurso de papel e lápis. Estas não se consideram algoritmos pois não são gerais, isto é, não são adequadas para todos os números e têm um carácter pessoal. Uma estratégia pode ser útil com determinados números e não ser com outros. Muitas dessas estratégias baseiam-se na decomposição de um dos números em outros que dão mais jeito e que facilitam o cálculo. Geralmente o número que se decompõe é o dividendo.



É impossível fazer uma lista exaustiva de estratégias de cálculo mental para a divisão, ou para outra operação qualquer, pois a diversidade e o carácter pessoal são duas características importantes deste tipo de cálculo. É sempre possível encontrar alguém que faça o mesmo cálculo de outra forma, que para ela até é a que dá mais jeito. Por isso é tão importante pedir aos alunos que expliquem como fizeram determinado cálculo mentalmente.

Experimentei perguntar a várias pessoas como calculavam mentalmente 1540:2. As respostas são deveras interessantes.

40:2= 20	1000:2=500	1000:2=500
500:2= 250	500:2=250	500:2=250
270	750	40:2= 20
1000:2=500	40:2= 20	770
770	770	

Embora muito semelhantes estas estratégias de cálculo revelam algumas diferenças, quer na forma de encarar o dividendo quer na forma de ir associando resultados parciais. Mas em todas elas a decomposição do dividendo teve em conta as ordens dos algarismos.

1500:2=750	1400:2=700
40:2= 20	140:2= 70
770	770

Nestes dois casos já foram diferentes as decomposições do dividendo. Não houve preocupação com as ordens mas sim o aproveitamento de dividendos cuja facilidade era conhecida.

1540	40:2= 20	
100:2=50	15:2=7,5	770
50:2= 25	7,5x100=750	
4:2= 2		
77x10=770		

Aqui os cálculos já foram organizados com base em conhecimentos de outra natureza. Foi feito o recurso a números muito mais pequenos, por isso mais acessíveis de trabalhar, e a propriedades decorrentes do sistema de numeração de base 10. Multiplicar ou dividir por 10, 100,..., é apenas um trabalho de posição com os mesmos algarismos.

15:2= 7 e sobra 1

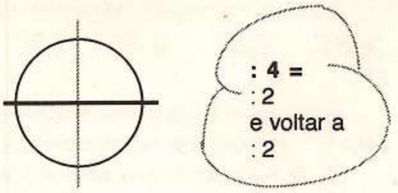
140:2= 70

770

Este esquema indicia uma grande ligação ao algoritmo. Ele é quase o algoritmo realizado sem o recurso de papel e lápis.

A obtenção de quocientes mentalmente pressupõe uma boa organização mental e alguma capacidade de representação. A segurança neste tipo de cálculo exige um trabalho aturado e frequente na estimação e no cálculo mental com os números ditos mais fáceis, 10, 100, 1000 e seus múltiplos como dividendos e 2 como divisor.

O trabalho com materiais e a associação de representações também pode dar boas ajudas. Por exemplo, para dividir por 4 mentalmente uma estratégia possível é dividir por 2 e a seguir volta a dividir o quociente obtido por 2. Mas isso é partir ao meio e voltar a partir a meio.



Algoritmo

A primeira ideia significativa quando se fala de algoritmo é que não há só um algoritmo. Aliás basta consultar a literatura de origem anglo-saxónica para concluir que nestes países se organiza o cálculo numa divisão de maneira completamente diferente da nossa. E um algoritmo de cálculo é isso mesmo, um conjunto organizado de procedimentos e registos que permite obter a resposta para qualquer cálculo da mesma natureza, o nosso algoritmo tradicional da divisão permite obter o quociente e o resto de qualquer divisão de dois números, sejam eles inteiros ou decimais. E quando olhamos para um algoritmo já aplicado corremos o risco de não perceber nada do que se passou. Senão vejamos duas boas maneiras de obter o quociente e o resto de uma divisão, os algoritmos A e B.

A

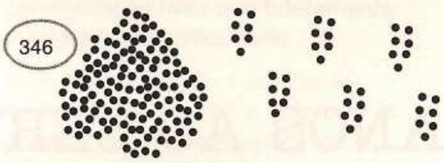
```
7 | 346
    210    30
    136
     70    10
     66
     63     9
      3    49
```

B

```
        49
         9
        40
  7 | 346
      280
       66
       63
        3
```

É por isso que o algoritmo tradicional, por ser demasiado sintético e exigir cálculos intermédios não registados é tão difícil de aplicar. As orientações metodológicas de hoje sugerem que os professores trabalhem com os alunos algoritmos mais ligados às representações materiais e ao significado da operação. Se repararmos com algum cuidado nos dois algoritmos apresentados, em que se obteve o resultado da divisão de 346 por 7, notamos que eles têm uma grande ligação ao significado material. A diferença mais significativa entre eles é o local de registo dos quocientes intermédios que vão sendo obtidos. A analogia que têm com o nosso algoritmo tradicional é que todos se fundamentam na divisão por agrupamento. Em qualquer eles, dividir 346 por 7 é saber quantos grupinhos de 7 posso fazer com 346. A forma como faço a contagem do número de grupinhos é que é completamente diferente. Esta pode ser organizada em emparcelamentos intermédios (30 + 10 + 9, no A), ou ser mais exigente (40 + 9, no B).

Para dividir 346 por 7, posso ir fazendo os agrupamentos de 7. Ao fazê-lo estou a subtrair sucessivamente 7 ao dividendo. Esta é uma ideia perfeitamente materializável e muito acessível.



346 - 7 - 7 - 7 - 7- 7- 7

A forma como depois obtenho o número total de agrupamentos é que pode ser mais ou menos elementar. Posso simplesmente contá-los um a um, mas posso também fazer agrupamentos de 10. Neste caso estarei a ver quantas vezes 70 cabe em 346, isto é, 346 -70 -70... ou seja

346 - 280 que está na base do registo do algoritmo B. Quando o 70 já não cabe, então passo ao 7, e quando este já não cabe a divisão acabou. Como posso tirar 4 setentas e 9 setes, o quociente é 49.

Nada disto é visível no nosso algoritmo tradicional, aquele que quase todos aprendemos na escola primária.

```
346 | 7
 66   49
  3
```

Felizmente que hoje os professores já se preocupam que neste algoritmo sejam feitos outros registos, e que por isso o algoritmo passe a ter um aspecto mais expressivo dos procedimentos efectuados.

```
346 | 7
28    49
 66
 63
  3
```

Mas mesmo assim, e apesar das analogias, neste último caso os números intermédios não têm significados tão explícitós como no algoritmo B. O 28 significa de facto 28 dezenas, isto é, 280, mas é muito menos expressivo.

Destas observações ressalta que os algoritmos podem ter uma grande ligação à manipulação de materiais e que a construção e utilização de algoritmos só faz sentido se esta ligação for explorada. De outro modo o algoritmo não será mais do que uma mecanização de procedimentos, que se esquecem na primeira oportunidade, e sobre os quais não é possível ter qualquer controle. Além disso, ficou patente também que o recurso a problemas e situações concretas, as ligações com as outras operações, o domínio do sistema de numeração são ajudas fundamentais para o trabalho seguro com o algoritmo.

Estas considerações ajudam-nos a concluir que significados, estimação e cálculo mental podem ajudar a compreender o algoritmo da divisão. Por outro lado, a prática mecânica do algoritmo, de que muitos de nós guardamos má memória da nossa primária, não melhora em nada a utilização da divisão na resolução de problemas, a destreza no cálculo mental e na estimação. É por isso que a aposta de trabalho sobre a divisão tem que ser necessariamente nestas três vertentes, que além do mais são insubstituíveis. São as boas situações e experiências que podem levar a uma aprendizagem efectiva e útil.

No trabalho à volta da divisão estão várias aprendizagens em jogo que se articulam umas nas outras. Ao trabalhar esta operação em todas as suas componentes estamos também a trabalhar as outras operações e as ligações entre elas surgem naturalmente. Na aprendizagem da matemática nada está desligado de nada, e se pensarmos um pouco acabamos por estabelecer ligações e descobrir conexões que nem sonhávamos que existissem.

Bibliografia

Paige, D. & al. 1978. *Elementary Mathematical Methods*. John Wiley and Sons, New York.

Serrazina, Lurdes. 1995. *Ensinar/Aprender Matemática*. Actas do Profmat 95. APM, Lisboa.

Wiliams, E. , Shuard, H. 1990. *Primary MathematicsToday*. Longman, UK.

Cristina Loureiro
ESE de Lisboa

Criar um ambiente na aula para falar sobre a matemática

Terry Wood, Graceann Merkel e Janell Uerkwitz

Para que as crianças aprendam, é importante que lhes sejam dadas oportunidades para expressar e clarificar o seu pensamento pessoal, e também para ouvir e tomar em consideração as ideias matemáticas dos outros. Por isso, um aspecto importante do ensino é a criação de um ambiente em que a partilha de pensamentos pessoais e a aceitação de perguntas de outros acerca das próprias ideias exista de uma forma harmoniosa. Isto é claramente que um desafio para muitos professores.

Hoje em dia, uma grande parte da discussão em educação matemática é sobre a importância dos modos de pensar da criança quando aprende matemática. Além disso, fala-se também muito sobre "fazer sentido" — o processo pelo qual a criança constrói, em matemática, os seus próprios significados. Esta discussão reflecte uma mudança na perspectiva do que é aprender Matemática, que vê a criança activamente envolvida em processos que lhe são pessoalmente significativos. Além disto, existe o reconhecimento de que as crianças aprendem melhor se estiverem em situações que lhes permitam interagir com outros no sentido de partilhar e comunicar as suas ideias acerca da matemática.

A par desta mudança no modo como se vê a aprendizagem dos alunos, há uma mudança na perspectiva do que significa ensinar matemática. Por um lado, é reconhecido actualmente que, ao ensinar Matemática, é importante criar situações em que a criança possa falar dos seus modos de pensar acerca da matemática. Por outro lado, já se compreendeu que para que isso aconteça é necessário criar diferentes modos de interacção durante a aula. Por isso, o nosso objectivo como professores é criar situações nas quais as crianças estejam envolvidas em partilhas intencionais sobre o seu pensamento acerca da matemática. Isto inclui a criação de situações em que as crianças expliquem os seus pensamentos e as suas estratégias na resolução de problemas.

Muitos têm sugerido que para criar esta interacção as crianças devem estar munidas com materiais manipuláveis para ajudar a sua compreensão e lhes devem ser dadas oportunidades para participar em situações de aprendizagem cooperativa. Foi também sugerido que os professores conduzam as discussões na aula de modo a que as crianças digam aos outros as suas ideias. Mas todas estas sugestões não mencionam um aspecto muito importante da vida na sala de aula que se refere a nós todos como professores. Trata-se da importância de criar um ambiente muito diferente na aula, um ambiente em que as crianças se sintam livres para construir os seus próprios significados para a matemática e queiram comunicar as suas ideias aos outros. Estes novos ambientes de aprendizagem são muito diferentes das aulas convencionais nas quais, tipicamente, nós interagimos com os estudantes só para corrigir as suas respostas erradas ou para explicar um processo (Cuban, 1993). Os processos de interacção que agora estão a ser propostos são muito mais intensos e envolventes para os alunos e para nós próprios, como professores.

Para que consigamos isto, será necessário renegociar com os nossos alunos um (novo) conjunto de obrigações e expectativas para interagir como membros da turma. Estas expectativas, uma vez estabelecidas, tornam-se então o modo de interacção aceite de tal forma que, muito do que acontece na aula de Matemática, "funciona sem palavras" (Garfinkel, 1967). Muitos professores, que tentam ensinar Matemática de modo a promover o pensamento dos alunos, colocam frequentemente esta questão:

Como é que nós, como professores, podemos criar um ambiente de aprendizagem no qual as crianças *percebam que comunicar o seu próprio pensamento sobre matemática é de importância capital?*

Neste artigo, gostaríamos de tratar esta questão e partilhar pontos de vista sobre as nossas experiências a ensinar matemática de um modo compatível com os esforços reformadores do *National Council of Teachers of Mathemathics* (NCTM). Também gostaríamos de partilhar exemplos das nossas aulas de Matemática. Contudo, antes de o fazermos, deve ser compreendido que, assim como acontece com os *Standards* (NCTM, 1989), não é nossa intenção oferecer receitas precisas de processos a serem seguidos. Em lugar disso, os nossos pontos de vista devem ser olhados apenas como sugestões para se pensar em caminhos que criem um ambiente diferente para aprender matemática. Cada professor necessita de encontrar caminhos próprios de construção de um novo ambiente de aprendizagem que lhe seja pessoalmente significativo.

A aprendizagem da matemática pelas crianças

A investigação feita sobre a aprendizagem da matemática pelas crianças fornece provas evidentes de que as crianças aprendem melhor se forem inventoras e construtoras activas das suas ideias (Kamii 1989; Labinowicz, 1985; Piaget, 1980). As crianças estão sempre a fazer as suas próprias interpretações das actividades que lhes são propostas. Não absorvem simplesmente o que lhes é dado, mas em vez disso modificam os entendimentos anteriores. Portanto, o conhecimento matemático dos alunos é visto como único e pessoal. As crianças aprendem melhor (com mais profundidade) em situações em que possam envolver-se em processos mentais mais elevados. Estes processos são caracterizados pelo pensamento reflexivo e abstracto (Resnick,1989). Além disso, pensa-se que quando as crianças se envolvem em pensamentos reflexivos se distanciam das actividades concretas que estão a fazer. É durante este processo que as crianças fazem construções abstractas dos objectos matemáticos (Sigel, 1981).

A par disto, existe um outro conjunto de investigações defendendo que as crianças constroem significados a partir dos meios sociais em que estão inseridas. Nesta perspectiva, as crianças são vistas como tentando dar sentido, na aula, às suas experiências sociais e construir significados à medida que interagem com os outros. Estes significados, construídos a partir da sua própria experiência, são sociais e matemáticos. Os alunos baseiam-se numa combinação das suas experiências anteriores e naquilo que estão a observar para tornar os acontecimentos sociais que ocorrem nas aulas de matemática coerentes e com sentido. Além disso, as crianças fazem certas suposições acerca do que os outros colegas possam ter compreendido na aula. Consequentemente, o entendimento criado pelos alunos da mesma turma é partilhado e as crianças assumem que compreendem os outros e que elas próprias também são compreendidas (Voigt, 1993). Dados estes resultados, tem sido defendido que a interacção social que consiste em falar e partilhar ideias é uma parte essencial da construção activa do conhecimento matemático da criança.

Tomadas em conjunto, estas duas perspectivas indicam que, para as crianças aprenderem, é importante que lhes sejam dadas oportunidades, não só para exprimir e clarificar o seu pensamento pessoal, mas também para ouvir e ter em conta as ideias matemáticas dos outros (Wood, 1996). Por isso, um importante aspecto do ensino é criar um ambiente em que a partilha de pensamentos pessoais e a aceitação de perguntas de outros acerca das próprias ideias exista de uma forma harmoniosa. Claramente que isto é um desafio para muitos professores

Criar ambientes de aprendizagem

Antes de vermos como estabelecemos com os nossos alunos um contexto para pensar matemática, gostaríamos de descrever o que pode ser considerada uma aula típica.

Numa das nossas aulas típicas de Matemática encontraríamos alunos a trabalhar com o seu colega de carteira na resolução de problemas. Estes problemas são criados de modo a provocar a reflexão individual e ao mesmo tempo conduzir a uma boa comunicação. Muitas vezes os problemas são construídos uns a partir dos outros, o que encoraja variedade nos modos de pensamento. A seguir a este trabalho em pares, há uma discussão envolvendo toda a turma. Nesta fase, são dadas as soluções e partilhadas as estratégias.

Janell

A minha aula de matemática começa com uma actividade com toda a turma. Isto ajuda os alunos a focar o problema e a começar a pensar nele de muitas maneiras. Depois de termos passado 10 minutos a trabalhar em conjunto, os alunos fazem uma actividade aos pares. Os alunos trabalham normalmente só com um(a) colega numa colecção de problemas. Depois de cerca de 20 minutos de trabalho em pares tornamos ao grupo-turma e discutimos o trabalho que fizemos em conjunto. Os pares são chamados a partilhar as suas respostas e os seus modos de pensar nos problemas. Colocam uns aos outros, frequentemente, questões como "Eu concordo com a tua resposta, mas não compreendo a tua explicação", ou "Podes justificar a tua resposta?"

Descobri que começando a trabalhar em conjunto, depois em pequeno grupo, e regressando em seguida ao grupo-turma dá uma sensação de completude ao nosso estudo. Também voltar a trabalhar em conjunto dá um sinal de conclusão no fim da aula.

Graceann

As actividades ou problemas que usamos cobrem todos os aspectos da matemática, desde a geometria ao cálculo aritmético. Contudo, a maior parte das actividades incidem sobre a aritmética. Estas actividades desenvolveram-se originariamente a partir da investigação relativa ao desenvolvimento conceptual da criança sobre unidades e dezenas e sobre as operações de adição/subtracção e multiplicação/divisão. As actividades foram criadas de modo a ser abertas e a permitir uma grande variedade de soluções (por exemplo, Cobb & Merkel, 1989).

Criar um clima de confiança

Para que as crianças trabalhem em matemática nas nossas turmas, o ambiente na aula precisa de ser pensado de modo a garantir a sensação segura de que está livre de risco ou ameaça. As crianças necessitam sentir que as suas ideias são respeitadas pelos outros elementos da turma. Precisam de saber que podem exprimir as suas ideias aos outros sem medo de ser ridicularizadas ou ficar envergonhadas mesmo que cometam um erro. (Cobb, Yackel, Wood, Wheatley, 1988). Como professores, queremos comunicar aos nossos alunos que compreendemos que o que dizem faz sentido para eles e que as suas ideias são apreciadas e aceites. Mas mantém-se a questão

Como é que nós, como professores, criamos um ambiente na aula em que as crianças valorizem o seu próprio pensamento e respeitem o pensamento matemático dos outros?

Logo no primeiro dia de aulas estabelecemos as bases sobre os modos como queremos que as crianças interajam ao longo do ano escolar. No primeiro dia, dizemos simplesmente às nossas crianças que "a matemática vai ser diferente este ano daquilo que possivelmente tem sido". Dizemos-lhes as nossas expectativas porque demos conta que as crianças mais novas estão sempre a tentar imaginar o que devem fazer em situações novas. Podem nunca ter estado antes numa aula de matemática assim e é nossa responsabilidade clarificar com eles o que estamos a tentar fazer. Muitas vezes discutimos certos tópicos para ajudar os alunos a compreender a importância de fazer da aula um bom lugar de trabalho.

A nossa turma é uma comunidade de aprendizes. Para aprender, precisamos de chegar a acordo sobre certas linhas de orientação. Tanto os alunos como eu temos ideias sobre como podemos tornar a nossa aula um bom lugar para trabalhar. Através das nossas discussões sobre respeito e justiça, decidimos que comportamentos são aceitáveis e quais não o são. Isto permite que os alunos tomem parte no processo de tomar decisões e saibam que não estabeleci simplesmente regras para os seus comportamentos mas que alcançamos juntos um conjunto de expectativas mútuas.

Graceann

Desde cedo são feitas discussões na aula de modo a ajudar as crianças a compreender o valor de cada um dos elementos da turma.

Discutimos o significado de confiança e de não rebaixar as pessoas. Isto é necessário porque o tipo de interacção e de reflexão que as crianças experimentam em matemática é único e novo para elas. Este tipo de ambiente seguro leva tempo a desenvolver. À medida que as crianças partilham as suas soluções dos problemas, sentem que podem estar sujeitas a uma grande variedade de comentários — tanto elogiando-os como ridicularizando-os. É muito importante que as suas primeiras experiências de partilha sejam bem sucedidas, uma vez que a sua auto-estima é tão frágil. Experiências positivas criam bases para uma comunicação mais aberta. Sem que ninguém desse por isso criámos uma independência e segurança que se torna muito poderosa quando os alunos se exprimem matematicamente.

Janell

Explicar aos outros

No princípio, é também importante transmitir às crianças que cada uma delas é um elemento valioso na aula e tem ideias importantes para partilhar. Como usamos uma abordagem centrada na resolução de problemas, estas actividades são desafios que encorajam a criança a aplicar estratégias de resolução que façam sentido para elas. Isto significa também que a um mesmo problema podem ser dadas várias soluções e mesmo, frequentemente, respostas diferentes — das quais, na maior parte dos casos, só uma é correcta. Como professores nós jogamos um importante papel, ao encorajar as crianças a participar e exprimir os seus pensamentos mas também ao ajudá-las a resolver conflitos que surjam.

Por isso, no princípio do ano, discutimos com os nossos alunos a maneira como eles falarão acerca das suas soluções para os problemas. Também realçamos que, sendo pessoas diferentes, temos maneiras diferentes de fazer as coisas. Por exemplo, muitas crianças podem ter resolvido um problema de adição contando, mas a maneira como o fizeram foi diferente. Uma criança pode ter usado os dedos para contar e outra pode ter usado cubos ou desenhado marcas. O que nós fazemos notar aos nossos alunos é que "há muitas maneiras de resolver problemas e nós vamos falar uns com os outros acerca destas maneiras".

O que se segue é um exemplo da variedade no pensamento e raciocínio das crianças, quando elas dão as suas explicações. O problema 72 - 39 = ? está escrito no quadro. O professor pede ás crianças para resolver o problema sem papel e lápis, usando apenas estratégias mentais.

Scot - Eu tirei nove de setenta e dois. E depois tirei os trinta.

Prof - Tiraste nove de setenta e dois. Como é que subtraíste nove de setenta e dois?

Scot - Eu fiz setenta e um, setenta (pausa), sessenta e nove, sessenta e oito, sessenta e sete, sessenta e seis, sessenta e cinco, sessenta e quatro, sessenta e três. Depois tirei trinta.

Prof - OK. E como é que contaste os trinta?

Scot - Cinquenta e três, quarenta e três, trinta e três.

Prof - Outro caminho para fazer isto? Carl?

Carl - Eu só fiz setenta e dois menos trinta é quarenta e dois. Depois tirei os nove e deu trinta e três.

Prof - Alguma pergunta? (pausa). Alguém fez de outra maneira?

Lisa - Eu fiz setenta e dois menos trinta. Depois tirei dez e obtive trinta e dois.

Prof - Porque é que tiraste dez?

Lisa - Porque era mais fácil. Estava perto do nove.

Prof - OK.

Lisa - Eram trinta e dois e depois juntei um.

Prof - Porque é que juntaste um?

Lisa - Porque era realmente nove e não dez, mas dez era mais fácil.

Transmitir às crianças o valor de exprimir e partilhar o seu pensamento e raciocínio matemáticos aos outros é um aspecto importante do ambiente da aula. Situações que permitam aos alunos reexaminar ou clarificar os seus pensamentos, proporcionam-lhes oportunidades cruciais de reflectir e pensar acerca das suas ideias. Isto, como Sigel (1981) salienta, habilita-os a distanciar-se das situações concretas e construir imagens mentais para a sua actividade matemática.

Embora interagir desta maneira seja um aspecto necessário à participação na aula, não é suficiente. Se isto for tudo o que é esperado dos alunos e aceite pelos professores, as crianças podem pensar que o que é importante é comunicar os seus processos de resolver os problemas. Esta interpretação manifesta-se em discussões em que a criança prontamente faz o relato das suas soluções enquanto os outros simplesmente esperam, sem pôr questões, até chegar a sua vez. Isto resulta na situação em que as crianças apenas como apresentadores de uma série de soluções em vez de se envolverem numa discussão acerca do pensamento matemático.

Ouvir os outros

Por isso, é igualmente importante para a criança perceber que se espera dela que ouça e pense sobre as soluções dadas pelos outros. Nós ensinamos aos nossos alunos que quando estão a ouvir os outros, *é importante* tentar compreender e respeitar o seu pensamento. Contudo, não temos que concordar com as suas ideias. As crianças precisam de aprender a ouvir cuidadosamente o que o outro diz e decidir se concordam ou discordam com o que ele está a pensar. Porém, não queremos que isto seja interpretado pela criança como uma crítica pessoal. Por isso, são necessárias coisas simples como as crianças usarem comentários tais como "concordo" ou "não concordo" em vez de "estás errado". Isto é feito no sentido de que elas compreendam que são apenas as ideias de alguém que estão em questão e não o seu valor como pessoa. Começamos a comunicar e estabelecer estas expectativas para no primeiro dia da escola. O que se segue é um exemplo do que podemos dizer aos nossos alunos.

Prof - Suponhamos que estamos a fazer um problema de Matemática, por exemplo 2 maçãs e 3 laranjas e queremos saber quanta fruta tínhamos. Eu levanto a mão e digo, "penso que a resposta é 6". Alguns de vocês terão pensado que era qualquer coisa facílima de responder, certo? E que fariam se pensassem que a minha resposta era realmente estúpida. O que é que vocês poderiam fazer quando eu disse 6?

Mike - Rir

Prof - Rir, certamente. Como é que eu me sentiria se te risses da minha resposta?

Ana - Triste. Furiosa.

Prof - Isso seria uma humilhação, não seria?

Turma - Sim.

Prof - Então se alguém dá uma resposta com a qual não concordam, sabem uma maneira polida de não concordar? Em vez de rir ou dizer que está errado. O que é que poderia dizer?

Bill - Desculpa, mas penso que está errado.

Prof - Pode ser, mas eu gostaria de não usar a palavra errado.

Sara - Podes experimentar outra vez?

Prof - Podes experimentar outra vez? Ou poderiam simplesmente dizer-lhes, não concordo contigo. Tenho uma resposta diferente, não concordo. (pausa) Não vamos humilhar as pessoas, mas vamos compreender que está certo discordar de um modo educado. Aposto que todos que aqui estão, incluindo-me a mim, têm alguém, nesta sala, que não concorda com eles acerca de qualquer coisa. Isto não vos faz maus nem parvos, significa apenas que somos humanos e todos os humanos cometem erros.

É importante transmitir às crianças que se devem ouvir *cuidadosamente* umas às outras. Ao destacar isto estamos a comunicar que cada pessoa tem ideias para partilhar, mas que os outros precisam de tentar compreender e respeitar o que se está a dizer. Por isso nós convencemos as crianças a ouvirem-se com atenção umas às outras. Ouvir de modo construtivo o pensamento e o raciocínio dos outros é uma competência complexa mesmo nos adultos. Como professores, jogamos aqui também um papel importante no desenvolvimento do que significa ser um "ouvinte activo". Nós próprios devemos ouvir cuidadosamente o que as crianças dizem e encorajá-las a exprimir os seus pensamentos. Os alunos aprendem que o que têm para dizer é importante e que o professor se interessa com o que dizem.

É importantíssimo para o professor ouvir com sinceridade. Contacto visual e atenção absoluta são elementos chave para transmitir a importância de se ouvirem uns aos outros. Fazer isto significa que, quando uma criança está a falar, eu não faço outra coisa, senão dar-lhe a ele ou ela a minha total atenção e esperar que os outros façam o mesmo.

Janell

Muitas vezes peço aos meus alunos que me ajudem a perceber o que outro aluno está a dizer, se me parece que o seu pensamento é pouco claro. Mostro-lhes que procuro compreender o que o aluno está a tentar exprimir e depressa os outros alunos fazem o mesmo. Deste modo a criança que está a falar sabe que todos a desejam ouvir e compreender o que está a dizer.

Graceann

Para ilustrar este aspecto, aqui estão dois exemplos das nossas aulas com alunos de sete anos.

[Problema: 41+39 = ?]

John - Junto um aos trinta e nove para fazer quarenta. Quarenta mais quarenta é oitenta.

Mary - (levanta o braço) Não compreendo. O que é que fizeste com quarenta e um?

Mark - Ele quer dizer: tira um a quarenta e um [o que faz 40]. Põe o um nos trinta e nove para fazer quarenta. Dá quarenta mais quarenta.

Mary - Oh. OK.

Outro exemplo:

[Problema: Que número se deve juntar a 47 para fazer 71?]

Joan - Penso que é trinta.

Turma - Não concordo.

Prof - Há outras respostas?

Anne - Deu-me vinte e quatro.

Prof - Outros? OK. Joan, podes dizer-nos como te deu trinta?

Joan - Bem, contei de dez em dez a partir de quarenta e sete, cinquenta e sete, sessenta e sete, setenta e sete. São trinta.

John - Mas se juntares trinta ficas com setenta e sete, não setenta e um.

Luke - Acho que ela se esqueceu de parar em sessenta e sete, não em setenta e sete. Então podia juntar mais quatro até ter setenta e um

Joan - (grande pausa) Ah, sim... cinquenta e sete, sessenta e sete. Sessenta e oito, sessenta e nove, setenta, setenta e um. Concordo com vinte e quatro.

Nós usamos as palavras concordo e discordo porque elas convidam a debater e a examinar o raciocínio de outros. As palavras certo e errado, são conotadas com bom e mau e por isso actuam como um processo de avaliação do valor de uma pessoa. De novo, o nosso papel como professores é importante em providenciar oportunidades para as crianças reconstruirem, refletirem e responderem uns aos outros quando explicam os seus métodos para resolver estes problemas. Tornar isto claro reside em parte nas perguntas que usamos.

Estas perguntas servem como ilustrações aceitáveis do que as crianças podem usar para pôr em questão o raciocínio de outro. Algumas perguntas que fazemos com frequência são: "Podias repetir?", "Queres dizer ...?", "Concordo com a tua resposta, mas não compreendo a tua explicação", "Porque é que ...Como sabias que...?", "Podes justificar a tua resposta?". Estas são as perguntas que fizemos inicialmente e que os alunos começam eles próprios a usar.

O nosso papel como professor, ao estabelecer com os seus alunos um ambiente na aula que os encoraja a exprimir o seu pensamento e ao mesmo tempo permite que coloquem questões uns aos outros, cria, também para nós, um ambiente de aprendizagem. Não se trata apenas de um ambiente que encoraja pensamentos de ordem superior e actividades reflexivas aos nossos alunos, mas também a nós próprios. Ouvir cuidadosamente o pensamento dos alunos, decidir se devemos fazer uma pergunta ou deixar outra criança fazê-lo exige uma grande concentração. Se decidirmos fazer uma pergunta, escolher uma que encoraje o raciocínio da criança requer uma reflexão adicional da nossa parte. Nestas aulas sentimos que podemos dar mais atenção ao desenvolvimento matemático de cada criança. Temos não só uma compreensão mais clara do desenvolvimento matemático de cada criança, mas também a percepção do crescimento do significado matemático entre as crianças

Nota

Graceann Merkel e Janell Uerkwitz são professoras que ensinam matemática de uma maneira compatível com a reforma em educação matemática nos Estados Unidos, há vários anos. Terry Wood é formadora de professores e investigadora na Purdue University. O desenvolvimento de aulas centradas em problemas começou como uma colaboração entre estas professoras e investigadores universitários.

Referências

Cobb,P., & Merkel, G. (1989). Thinking strategies as an example of teaching aritmetic through problem solving. In P. Trafton (Ed.), *1989 Yearbook of the Nacinal Council of Teachers of Mathematics* (pp.70-81). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Cobb, P., Yackel, E., T.,Wheatley, G., & Merkel, G. (1988). Research into practice: Creating a problem solving atmosfere. *Arithmetic Teacher*, 36(1), 46-47.

Cuban, L. (1993). *How teachers taught*. New York: Teachers College Press.

Garfinkel, H (1967). *Studies in ethnomethodology*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Kamii, C (1989). *Young children continue to reinvent arithmetic*. New York: Teachers College Press.

Laninowicz, E. (1985). *Learning from children: New beginnings for teaching numerical thinking*. Menlo Park, CA: Addison-Wesley.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Piaget, J. (1980). *Adaptation and intelligence: Organic selection and phenocopy*. Chicago: University of Chicago Press.

Sigel, I. E.(1981). Social experience in the development of representational thought: Distancing theory. In I. E. Sigel, D. M. Brodzinsky, & R. M. Golinkoff (Eds), *New directions in Piagetian theory and practice* (pp. 203-217). Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.

Voigt, J. (1993). Patterns and routines in classroom interaction, *Recherches en didactique des mathématiques*, 6(1), 69-118.

Wood, T. (1996). Events in learning mathematics: Insights from research in classrooms. *Educational Studies in Mathematics*,30,85-105.

Terry Wood
Purdue University
Graceann Merkel
Klondike Elementary
Janell Uerkwitz
Dayton Elementary

Padrões no 1º Ciclo... para quê?

António Luís, Fátima Bártolo, Natália Serrazina

O conteúdo matemático "regularidades e padrões" é muito rico e ao mesmo tempo interessante. É interessante porque pode ser trabalhado em todos os blocos do currículo de matemática e permite aplicações à vida real. É rico porque dá a possibilidade de trabalhar de uma forma lúdica muitos conceitos. Além disso, trabalhar padrões estimula os alunos que mostram mais dificuldades.

Como professores do 1º Ciclo, que será certamente o Ciclo onde existem menos condições objectivas para a troca de experiências, temos vindo de algum tempo a esta parte a provocar situações que promovam o debate de ideias e de como "se fez".

Nesta perspectiva temos feito alguma pesquisa, experimentação em sala de aula seguida de reflexão e de discussão com outros colegas para serem feitas novas descobertas.

Uma grande preocupação nossa é tentar conseguir que as crianças continuem a gostar de Matemática. "...explorar uma grande diversidade de ideias matemáticas de forma a que as crianças conservem o prazer e a curiosidade acerca da Matemática." (Normas, pág. 20). Também os novos programas do 1º Ciclo nos Princípios Orientadores (pág. 125) referem que "A tarefa principal que se impõe aos professores é conseguir que as crianças desde cedo aprendam a gostar de Matemática".

Como resposta a estas preocupações e como também se pode ler nas *Normas*, procuramos trabalhar os vários conteúdos próprios para esta fase etária: Números, Operações e Cálculo, Geometria e Medição, Probabilidades e Estatística, Regularidades e Padrões e Resolução de Problemas, pois pensamos que os alunos devem possuir conhecimentos de todas estas áreas, pelas suas aplicações significativas em muitos sectores da vida actual.

Actividades dentro destes conteúdos dão às crianças contributos significativos para o seu desenvolvimento matemático, ajudando-as a perceber a utilidade da Matemática. "Proporcionam, ainda, actividades e aplicações intrigantes e produtivas". (*Normas*, pág. 23).

Foi atendendo a estas reflexões teóricas que resolvemos trabalhar os padrões, procurando, na nossa perspectiva, tornar a Matemática interessante para os alunos e para nós.

Pensamos também que o trabalho com regularidades e padrões ajuda as crianças a perceber como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam e como as ideias matemáticas estão interligadas com as outras áreas do currículo.

O estudo de padrões está inserido em todos os blocos do programa.

Trabalhar com padrões — observar, descobrir e exprimir matematicamente — ajuda a:

- compreender como a matemática se aplica à vida diária;
- desenvolver capacidades de classificação e ordenação de informação;
- estabelecer conexões entre os blocos do programa;
- facilitar o pensamento matemático;
- desenvolver a capacidade de resolver problemas.

Padrões... onde?

As crianças e nós, encontramos padrões e regularidades no nosso quotidiano:

- pavimentações das ruas e nas calçadas;
- papéis de parede;
- papéis de embrulho;
- tapetes;
- vestuário;
- disposição do mobiliário na sala de aula;
- sonoros (batimentos, canções de mimar...);
- movimento (danças, jogos...).

Pode fazer-se a descoberta de regularidades:

- em acontecimentos (dia/noite, dias da semana...);
- no próprio corpo (olhos, pernas, narizes, dedos...).

  Ex:. olhos — à medida que as crianças se levantam podemos registar: 2, 4, 6,...
  Representando com círculos

realçamos que os números pares aparecem aos pares e os ímpares são um par mais um.

O OO OOO OOOO
O OO OOO OOOO
2 4 6 8

OO OOO OOOO
O OO OOO
3 5 7

OOOOO
OOOO
9

- através da manipulação de materiais concretos:
  1 bicicleta tem 2 rodas
  2 bicicletas têm 4 rodas
  3 bicicletas têm 6 rodas
  ...

Reconhecer padrões envolve muitos conceitos: cor, forma, tamanho, direcção e número.

Os módulos dos padrões podem:

- repetir-se (123 123 123 123)
- crescer (121 12321 1234321 123454321)

Tendo por base estes pressupostos, organizámos algumas actividades que trabalhámos com os nossos alunos e com professores.

Alguns exemplos de actividades

Todas estas actividades foram encaradas pelos alunos de uma forma lúdica (referem muitas vezes a palavra jogo).

A actividade 1 foi proposta a uma turma do 4º ano de escolaridade como desafio. Com facilidade todos os alunos resolveram as três primeiras propostas, descobrindo a relação existente. Na proposta 4 é de realçar o entusiasmo do Samuel que, recorrendo à calculadora, rapidamente resolveu as questões, facilitando a vida a todos.

Na actividade 2, os alunos, rapidamente, descobriram como pintar a grelha sem necessidade de pintar quadrícula a quadrícula. A Margarida, aluna do 2º ano comentou: "Eu achei este jogo um espectáculo". Alunos do 1º ano, ao pintarem a 2ª fila da grelha já eram capazes de prever o resultado final: ou as cores ficam debaixo umas das outras (verticais), ou a escada (diagonal) fica para a direita ou para a esquerda. Alunos de outros anos descobriram sem pintar as barras verticais assim como as diagonais de qualquer grelha seguindo o padrão descoberto - múltiplos de 3, barras verticais; múltiplos de 3+1, diagonal para a direita; múltiplos de 3+2, diagonal para a esquerda.

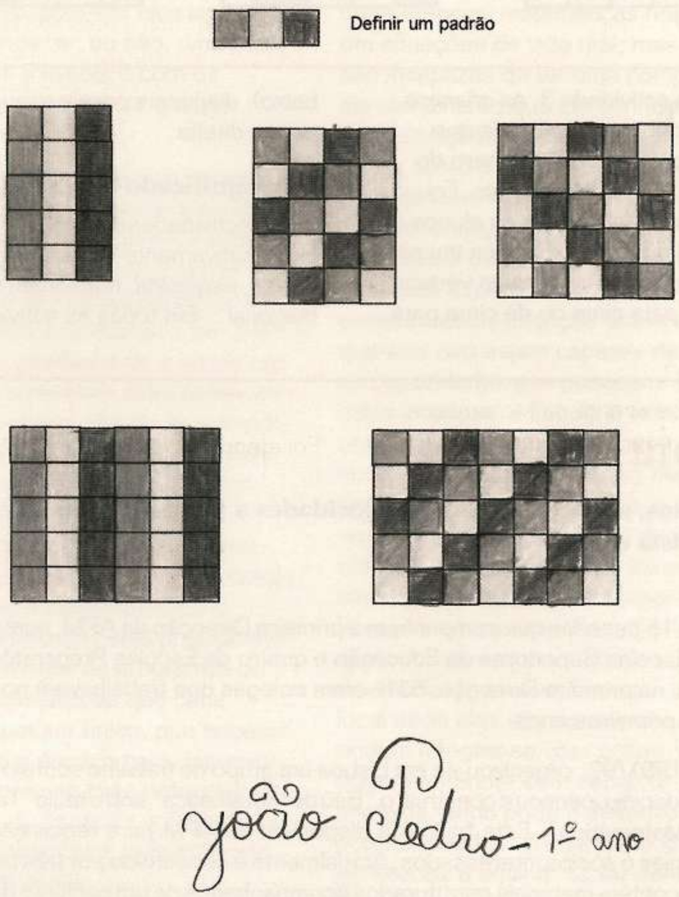
Actividade 1
Descobrir um padrão

1. Pega numa folha de papel e faz sucessivas dibragens ao meio.
2. Regista na tabela os resultados obridos.

Número de dobragens	0	1	2	3	4	...		
Número de partes	1	2	...					

3. Descobre a relação entre o número de dobragens e o número de partes da folha que obtiveste.
4. Consegues descobrir quantas partes obténs com 10 dobragens? E com 20?

Actividade 2



Actividade 3

Escreve o teu nome na grelha. Pinta os quadrados que têm a primeira letra.

D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O
D	I	O	G	O

R	U	I	R	U
I	R	U	I	R
U	I	R	U	I
R	U	I	R	U
I	R	U	I	R
U	I	R	U	I
R	U	I	R	U
I	R	U	I	R
U	I	R	U	I
R	U	I	R	U

F	I	L	I	P
A	F	I	L	I
P	A	F	I	L
I	P	A	F	I
L	I	P	A	F
I	L	I	P	A
F	I	L	I	P
A	F	I	L	I
P	A	F	I	L
I	P	A	F	I

Quanto à actividade 3, as crianças descobriram com facilidade que nomes com o mesmo número de letras davam padrões iguais. Foi pouco estimulante para os alunos cujo nome tinha 5 letras. Fizeram imensas descobertas: ler o nome na vertical (debaixo para cima ou de cima para baixo); diagonais para a esquerda e para a direita...

Dar significado às tarefas

Estas actividades permitiram utilizar significativamente vocabulário do tipo direita, esquerda, horizontal, vertical, diagonal... Em todas as actividades foi possível constatar a alegria e entusiasmo com que os alunos se empenharam, trabalhando diversos conteúdos de forma lúdica, permitindo-lhes a construção de alguns conceitos. Aqueles alunos que regra geral mostram mais dificuldades, sentem-se mais estimulados com actividades deste tipo e por vezes conseguem fazer mais rapidamente que os outros. Valorizar estes desempenhos aumenta a confiança e auto-estima destas crianças.

Consideramos essencial reforçar a ideia da importância de dar significado às tarefas propostas aos alunos, pois só assim conseguiremos responder às questões postas no início.

Bibliografia

Normas Para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar - AP M, I IE;

Normas Profissionais Para o Ensino da Matemática - APM, IIE.

António Luís,
Escola Primária de Azambujeira 2
Fátima Bártolo, Natália Serrazina
Escola Primária da Cabecinha,
Benedita (Alcobaça)

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

- Das 15 pessoas que compunham a primeira Direcção da APM, quatro eram de Escolas Superiores de Educação e quatro de Escolas Preparatórias, ou seja, na primeira Direcção, 53% eram colegas que trabalhavam no âmbito dos primeiros anos.
- Em 1991/92, organizou-se em Lisboa um grupo de trabalho sobre o 1º ciclo que decidiu, pensou e construiu o "Baú de Matemática" sob o título "Tesouros da Matemática". Este baú está disponível na APM para requisição pelas escolas e sócios interessados. Actualmente é constituído por três baús: um baú contém materiais estruturados acompanhados de um conjunto de fichas com sugestões de exploração, outro com jogos diversos cujas regras e instruções constituem o conteúdo do terceiro baú.
- Em 1995 foi criado o boletim "Matemática no 1º ciclo" com o objectivo de divulgar notícias, experiências e materiais deste nível de ensino. O primeiro número saiu em Abril desse ano e o segundo em Dezembro.

Materiais para a aula de Matemática

A ficha de trabalho da página seguinte foi enviada pelos colegas António Luis, Fátima Bártolo e Natália Serrazina, integrando o artigo "Padrões no 1º Ciclo... para quê?", com os seguintes comentários:

Esta actividade foi proposta, a partir de uma história, a um 1º ano, em duas fases:

a) Cada aluno fez um percurso à sua escolha e foram comparados os percursos;

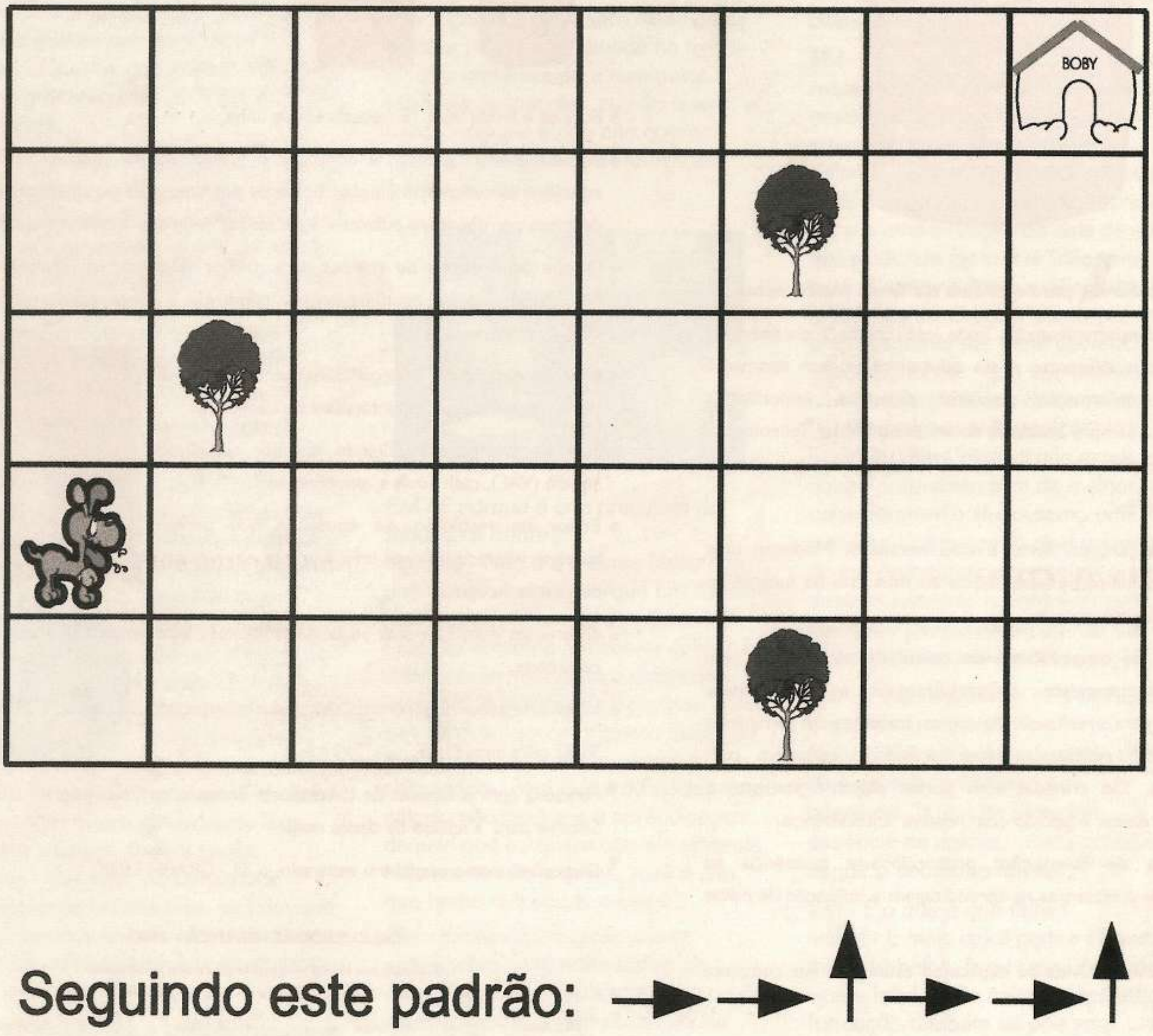
b) foi definido um padrão e todos os alunos o deviam seguir.

Quando foi pedido para seguirem o padrão houve alunos que necessitaram de apoio, pois ainda sentiam algumas dificuldades de orientação espacial, percebendo assim o professor que ainda havia trabalho a fazer neste domínio.

Escola..

Ano/Turma.................... Data........................ Aluno(a)..

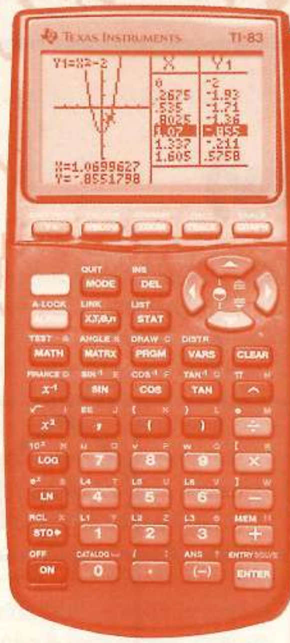
Padrão de Direcção (do Boby)



Seguindo este padrão: → → ↑ → → ↑

faz o Boby chegar à casota.

Matemática mais Viva

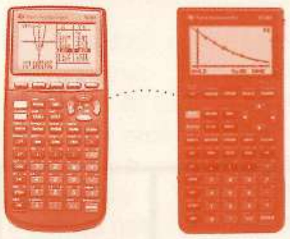


TI-83

O instrumento perfeito

para o estudo da

matemática



A TI-83 trabalha lado a lado com a TI-82

- Ecrã de 8 linhas com 16 caracteres por linha.
- Permite definir, guardar e construir o gráfico de 10 funções definidas por equações cartesianas, 6 funções definidas por equações paramétricas, 6 funções definidas por equações polares e 3 sucessões definidas recursivamente.
- Dispõe de 7 estilos de gráficos para melhor distinguir os diferentes gráficos desenhados - linha contínua grossa, sombrear a parte acima ou abaixo do gráfico, e outras.
- Funções estatísticas avançadas, incluindo testes de hipóteses e o cálculo de intervalos de confiança.
- Funções financeiras, incluindo o valor actualizado líquido (VAL), cash flows e amortização.
- Editor de resolução de equações que permite resolver interactivamente uma equação em relação a diferentes incógnitas.
- Operações com números reais e complexos, listas, matrizes e sequências de caracteres.
- Inclui um cabo que permite partilhar informação com outra TI-83 e de uma TI-82 para uma TI-83.
- Funciona com o Sistema de Laboratório Baseado na Calculadora™ (CBL™) - Sistema para a análise de dados reais.
- Disponível, como opção em separado, o TI - GRAPH LINK™.

Centro de Recursos para o Ensino da Texas Instruments

O CRE é o Departamento da Texas Instruments onde todos os professores dos diferentes níveis educativos podem acorrer à procura de informação, material didáctico, experiências pedagógicas,... sempre baseadas no trinómio Novas Tecnologias-Matemática-Ensino.

O CRE dispõe de:

Bibliografia: artigos, livros e documentação. Mediante uma chamada telefónica pode-se dispôr de uma lista da mesma de forma totalmente gratuita.

Programa de empréstimo de calculadoras: grátis e sem nenhum compromisso disponibilizam-se as calculadoras necessárias para a realização de cursos, trabalhos em seminários e, em geral, realizar qualquer actividade educativa com calculadoras. São enviadas com portes pagos e somente é necessário realizar o pedido com relativa antecedência.

Assistência de formação: proporciona-se assistência na formação de professores na aprendizagem e utilização de novas tecnologias...

Perante qualquer dúvida ou explicação estamos à sua completa disposição em:

TEXAS INSTRUMENTS

Programa Educacional,
Rua Brito Capelo, 822 1º Frt. 4450 Matosinhos
Tel: 02 938 64 75 Fax: 02 938 64 73

CALCULADORA GRÁFICA - TI-83

A pensar nos novos programas do Ensino Secundário

Calculadora gráfica polivalente concebida para o 10.º, 11.º, 12.º Anos e Ensino Superior

10.º Ano	11.º Ano	12.º Ano	Universidade
- Estatística	- Funções	- Probabilidades	- Estatística
- Funções	- Cálculo	- Funções	- Probabilidades
- Cálculo	- Cálculo Financeiro	- Cálculo	- Funções
- Cálculo Financeiro		- Cálculo Financeiro	- Matemática Financeira
			- Cálculo

TEXAS INSTRUMENTS

"Quando crescer gostava de ser médica, mas não sou muito boa a Matemática, por isso acho que vou para empregada"

Inês (9 anos)

A Inês é uma criança simpática e comunicativa. Frequentou o infantário, fez a pré-primária, gostava de fazer as actividades do jardim infantil. Completou em Julho o 3º ano de escolaridade. Integrou-se bem na escola primária, uma escola da periferia de Lisboa, numa zona habitacional da classe média, mas passados três anos a Inês diz que tem um problema: não "é boa" a Matemática, e isso pode-lhe condicionar a vida no futuro.

Pedimos à mãe da Inês autorização para uma pequena entrevista. Queríamos reflectir um pouco sobre o que se passava. E assim fomos um dia ouvir a Inês, que não se intimidando com o facto de estar na presença de um gravador, e um dos interlocutores ser desconhecido, nos falou da forma como entende a escola e a matemática. Reproduzimos o que nos pareceu mais significativo, e precisamente porque o nosso objectivo era reflectir sobre o diálogo, decidimos acompanhá-lo com alguns comentários ou observações, para servirem de ponto de partida de discussão. O diálogo foi reproduzido por extractos mas sem qualquer alteração ao que foi dito. Nesta "história" apenas o nome não é verdadeiro: Inês foi o nome que a entrevistada escolheu.

EM - O que é que gostas mais na escola?
Inês - Gosto do recreio que é bem grande, o campo de futebol também é bem grande... o ginásio é que é um pouco pequeno mas dá para nós fazermos ginástica....

As actividades lectivas (excepto talvez Educação Física) não fazem parte, espontaneamente, das imagens mais agradáveis da escola...

EM - Então e das aulas, o que é que gostas mais?
I - Gosto mais de Português
EM - O que é que fazes em Português?
I - Copio as frases... leio histórias... as fichas são perguntas...
EM - E inventam histórias?
I -Não. No livro dizem propostas para nós fazermos sobre as histórias que lemos, por exemplo dizem para nós fazermos um teatro, escrevemos isso tudo fazemos uma história parecida com essa
EM - Gostas de fazer teatro?
I - Gosto
EM - O que é gostavas de fazer mais quando cresceres?
I - Não sei, tenho tantas coisas... gostava de ser médica, gostava de ser também veterinária, educadora... também gosto de empregada de casa, limpar o pó... empregada de balcão... eu também gostava de vender coisas numa loja, é preciso fazer contas, eu não sou boa a matemática, mas quando se é empregada não faz mal, usa-se a calculadora... a minha professora é que não deixa.
EM - Talvez venhas a ser médica...
I - Não!... não sei muito bem... Eu gostava de ser médica, mas não sou muito boa a Matemática, por isso acho que vou para empregada.

O que se passa? Ingenuidade Infantil? Ou uma criança precoce, que cedo se apercebe daquilo que muitos só reparam quando chegam ao 12º ano?

EM - E porque é que achas que não és muito boa a Matemática?
I - Porque não sei muito bem as tabuadas, de vez em quando não percebo muito bem as coisas, mas pergunto à minha professora e é a mesma coisa... Eu lá compreendo... o que é que demoro muito tempo a fazer isto. Algumas coisas são difíceis... As contas... As contas de menos são as mais difíceis e as de dividir, as de dividir já sei um pouco...
EM - Já fazes contas de dividir com quantos algarismos?
I - Só com dois, era para aprender com 3 na 3ª classse, o que é que não deu tempo, alguns amigos meus ainda não sabem fazer as contas de mais com vírgulas, então a minha professora teve de fazer muitas coisas com vírgulas, para ver se eles aprendiam, porque as contas de dividir com 3 números... não ia

Matemática para a Inês é sinónimo de contas e tabuada. Tabuada que tem de memorizar sem lhe atribuir qualquer significado, contas que tem que fazer desligadas de qualquer contexto.

Embora no programa actual, o algoritmo da divisão com um algarismo no divisor deva ser dado no 3º ano e com dois algarismos apenas no 4º ano, a Inês já tinha aprendido e fazia parte dos planos da professora dar ainda no 3º ano o algoritmo com 3 algarismos no divisor. Claro que a intenção da professora é a melhor possível: preparar bem os seus alunos, dar-lhes bastante tempo para treinarem, para os preparar para o "futuro", mas será que esta é a melhor forma de concretizar esta intenção? Será que com este ritmo os alunos podem compreender os conceitos matemáticos?

O trabalho de grupo parece corresponder a uma forma de ter as crianças ocupadas quando a professora tem outras coisas para fazer, mas não corresponde de facto a nenhum trabalho útil, uma vez que se os alunos não sabem fazer, devem passar para a folha seguinte.

A Inês levou com ela o manual escolar que tinha ficado na escola durante todo o ano lectivo. No final foi entregue aos alunos com indicação de algumas páginas para concluir. Fomos folheando o manual e encontrámos uma página dedicada à introdução do algoritmo da divisão quando o divisor é um número que se escreve só com um algarismo. Os exemplos apresentados pretendem que a criança perceba o algoritmo, aparecendo indicadas as subtracções, existindo alguns espaços para completar. Curiosamente ou não, esta página não foi feita. Surpreendeu-nos também verificar que as actividades com Geoplano, Tangram e outras ligadas à Geometria e organização do espaço, assim como algumas relativas a problemas, não tinham sido feitas na escola nem faziam parte das indicadas para trabalho de férias.

fazer isso se eles ainda não tinham entendido bem. Já tinham entendido... o que é que falhavam muito no resultado...

EM - Mas no livro não vêm contas de dividir por dois algarismos, pois não?

I - Não, nós fazemos em folhas... a minha professora faz no quadro e passamos para a folha todas as contas...

EM - O que é que fazem em Matemática?

I - Contas, fazemos a tabuada... fazemos cubos... medimos o centímetro...

EM - Nunca montaram sólidos?

I - Já fizémos. A professora tinha fotocópias daquilo tudo desmontado e nós recortámos e montámos...montámos o cubo...

EM - E trabalhos de grupo?

I - Também fazemos... este aqui era para fazer em grupo... de vez em quando a professora manda fazer em grupo mas está a fazer outra coisa... então nós não estamos a perceber nada, então de vez em quando a professora diz para irmos para outra folha... não nos pode ajudar....

EM - Porque é que ela não vos ajuda, não tira as dúvidas?

I - Não, ela tira, só que de vez em quando é em grupo e ela não está disponível, diz para fazermos outra ficha, porque ela está até às tantas da noite.. a fazer o almoço... demora muito a fazer as coisas...depois fica até à 1 da manhã a fazer coisas e depois esquece-se de fazer coisas e faz na aula, então de vez em quando não nos pode ajudar....

[folheámos o livro...]

EM - Não fizeram isto aqui?

I - Não, a minha professora saltou muitas coisas, não acabámos o livro

EM - Sabes o que é isto, um geoplano?

I - Não.

EM - Nunca ouviste falar do tangram?

I - Não.

EM - Mas as outras coisas fizeram tudo?

I - Sim. Algumas páginas não estão feitas e outras estão. É que eu estou a acabar agora o livro...

EM - Mas só estás a acabar o que a professora mandou acabar?

I - Sim... Estou a fazer agora as que têm cruzinhas...

EM - Nunca experimentaste olhar para aquelas coisas que a professora não manda fazer?

I - Não... é muito difícil. Essas coisas é mais difícil eu depois deixo mesmo para o fim porque depois não percebo.....

[Se a professora diz para não fazerem certas páginas, é porque devem ser difíceis, por isso nem vale a pena tentar. Para contrariar esta ideia, pedimos à Inês para resolver algumas actividades dessas páginas, como a que se segue]

EM - Vê lá quantos triângulos tem esta figura?

I - 1, 2, 3, 4. Tem 4!

EM - Vê lá melhor... Não há uns dentro de outos?

I - Ah, pois há!! 1, 2, 3..... são 13! Mas isto também é Matemática?!

[...]

EM - E a tabuada, vocês têm de saber a tabuada de cor? A professora não vos deixa terem uma tabuada, para consulta?

I - Eu tenho, tenho o ratinho, mas a minha professora não deixa.

EM - E calculadora, não costumas usar?

I - A minha professora não deixa... Eu gosto de agarrar na calculadora e começar a fazer contas assim ao calhas, mas a minha calculadora é um pouco estúpida porque eu faço as contas grandes... quando já está muito grande ela dá um resultado que eu não sei o que é aquilo...

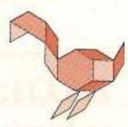
EM - E como é consegues decorar a tabuada?

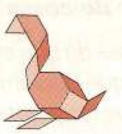
I - A do nove eu tenho um truque... os primeiros números do primeiro resultado

é do mais pequenino até ao maior, até acabar a tabuada e depois é ao contrário.
EM - Vocês têm de escrever a tabuada?
I - Para acabar a folha... Temos a folha toda cheia, falta só um bocadinho para encher então a professora diz para nós fazermos a tabuada.
EM - Como é que fazes a tabuada, por exemplo a do 5?
I - A do 5 eu sei, é fácil!
EM - É fácil porquê?
I - [ri-se] Porque é só de 5 em 5
EM - Se eu te perguntar assim, 6x5?
I - Vou fazer 5x6, faço sempre assim. Por exemplo... o7x8... mas o 8 é mais, faço do último até chegar ao 8, por exemplo o último é 70, faço menos 7, menos 7, até chegar ao 8. Quando são os números mais altos faço por baixo
EM - E 7x7, por exemplo?
I - Quando não sei faço no caderno, 7x1, depois 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10, depois faço os iguais e depois é que faço o resultado... vou somando... assim é mais fácil. Eu costumo fazer no fim da folha do caderno
EM - As tabuadas que aprenderam foi assim, não era ao contrário? Não aprenderam 1x7, 2x7?
I - Não!
EM - E como é que a professora vos ensinou a tabuada?
I - Dizia assim: 2x1 é 2, nós decorámos, e depois ela disse que era sempre mais 2 porque era a tabuada do dois, se fosse do 3 era sempre mais 3...
I - Ela é que disse?
I - Sim.
EM - Não foram vocês que descobriram?
I - Não!
EM - Olha Inês, vou fazer aqui uns números... 1,3,5,7,9, qual é que achas que é o número que eu vou escrever a seguir? Estou a fazer um certo raciocínio e tu tens que descobrir que raciocínio é, para dizeres qual o número que vou escrever a seguir...vou escrever mais um...11..... e a seguir o que é que eu vou escrever?
I - 13
EM - Porquê ?
I - Porque é sempre mais 2.
EM - Não fazes disto na escola?
I - Não!
EM - E se a gente fizesse aqui um problema engraçado? Tens uma boneca e a boneca tem duas saias, uma vermelha e outra azul, e tem 3 blusas... uma vermelha, uma azul e outra verde. De quantas formas diferentes consegues vestir a boneca?
I - Como??
[explicamos melhor o problema]
[....]
I - Ah! Já sei! Então, faz-se uma saia e depois usa a camisa azul e depois a camisa verde e depois a camisa vermelha, sempre com a mesma saia e depois muda de saia, veste a outra saia e veste a camisa vermelha e depois a azul e depois a outra
EM - Então quantos dias dá?
I - Dá 6, a saia não interessa...
EM - Então quando chegares a casa podes ir ver de quantas formas diferentes te consegues vestir com a tua roupa.
I - Ah, mas eu tenho muita roupa! (risos)
EM - E se fossem as mesmas 3 blusas e mais uma saia? Três saias e 3 blusas?
I - Ah, pois é... um dia fica com a saia branca um dia com a camisa verde vermelha... 9 dias!
EM - E agora se forem 4 saias e 3 blusas? Acrescentei mais uma saia
I - Mais 3! [responde de imediato]

É curioso notar como é encarada a questão da tabuada pela aluna. Vai aprendendo formas de sobrevivência, usando a cábula sem a professora saber. A calculadora não é permitida, mas é exigida a escrita das tabuadas sempre que sobre um espaço na folha. Embora a Inês se considere fraca a Matemática, tem um raciocínio correcto e conseguiu arranjar estratégias de cálculo para a tabuada.
Este hábito de mandar escrever as tabuadas continua a existir, quer como trabalho de casa, quer como forma de encher um espaço livre. Será que já pensámos qual a verdadeira apendizagem que resulta desta actividade? Normalmente a escrita é feita coluna a coluna, copiando duma outra, sem nenhum raciocínio nem nenhuma atenção sobre o que se está a fazer. Não haverá outras formas mais rentáveis e mais atractivas para levar os alunos a memorizar a tabuada?

Convém recordar que 3x7=7+7+7 e 7x3=3+3+3+3+3+3+3. Se se está a trabalhar a tabuada do 7, por exemplo, deve-se escrever correctamente 3x7 e não 7x3, pois embora o resultado seja o mesmo têm significados diferentes e pode dificultar a compreensão da multiplicação.





Se com tão pouca roupa se podiam fazer 6 combinações diferentes, o que aconteceria com mais roupa? A noção que revela de que deve ser um número muito grande, não deixa de ser interessante..

EM - Fico com quanto no total?
I - 12!
EM - E agora qual seria o número que vinha a seguir se eu acrescentar mais uma saia?
I - Ai,Ai...? 15!
EM - não estás aqui a ver nada parecido com coisas que já falámos antes? [tínhamos escrito os vários passos do problema num caderno]. Isto é a tabuada de quê?
I - É a tabuada do...3! Ai tão giro!!
[Bate as palmas numa expressão claramente significativa de como achou graça à descoberta]
EM - É muito mais giro assim do que estar a fazer tabuadas...
I - Mas assim demora-se mais tempo...
EM - A tua professora não gosta que vocês demorem tempo nas tabuadas?
I - Não é que...de vez em quando algumas coisas não estão acabadas é porque a minha professora muda de trabalho logo... Eu demoro muito a raciocinar de cabeça e não tenho tempo para fazer as coisas.
EM - Mas tu achas que é mais importante raciocinar ou decorar as coisas?
I - Não sei... as duas coisas.

Em todas as actividades não rotineiras que a Inês fez connosco naquela manhã, revelou capacidade de resolução de problemas, mostrou-se uma criança perspicaz, com facilidade de comunicação expressando-se numa linguagem clara, mostrou entusiasmo por algumas das questões que se colocaram.

O tempo de aprendizagem é uma preocupação que a Inês manifestou várias vezes durante a entrevista. Temos de reflectir sobre o que é aprender matemática. Se o objectivo é raciocinar, relacionar, descobrir, pesquisar, investigar, os alunos precisam de tempo. Mecanizar apenas exige repetição.

Quando acabámos a entrevista, fomos ter com a mãe da Inês. Mal chegámos à porta, a Inês foi a correr ter com a mãe, toda entusiasmada, abriu o livro e mostrou-lhe a figura com os triângulos: vê lá se descobres quantos triângulos tem esta figura, aposto que não sabes!!!! Mais tarde viémos a saber que ela colocou a mesma questão aos primos e aos tios, e que os primos, crianças de idades próximas, entretanto descobriram outras questões do mesmo género que lhe colocaram a ela.

Esta entrevista foi para nós um alerta. Não queremos pôr em causa ninguém e muito menos a professora da Inês. Pensamos que todos nós, professores de Matemática de qualquer nível de ensino, devemos reflectir sobre o nosso trabalho, sobre as propostas dos programas e como abordá-las com os alunos.Temos de procurar perceber quais são as repercussões, para o ensino, da evolução da sociedade. A forma como aprendemos já não serve para ensinarmos. Temos de exigir condições de trabalho para investir na nossa actualização, exigir uma formação a sério. Precisamos de trocar experiências, de pensar em conjunto, de abrir a porta da nossa sala de aula e questionar o nosso trabalho, estarmos dispostos a mudar a nossa prática quando ela se mostra desadequada, fazer o levantamento adequado das nossas necessidades de formação, saber dar a palavra aos alunos, perceber os seus interesses, saber motivá-los e aproveitar o seu espírito de curiosidade pelas novidades. Porque, afinal, ajudar os jovens ou as crianças a ganhar confiança nas suas capacidades, não será o mínimo que um professor deve fazer?

Ana Vieira
Escola Secundária de Linda-a-Velha
Lurdes Serrazina
Escola Superior de Educação de Lisboa

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

Saber de cor a tabuada: problema ou mito?

Um dos problemas de que mais frequentemente se ouve falar, quer entre os Professores que utilizam a Matemática nas suas aulas, quer entre os Pais de alunos que frequentam o Curso Unificado, é do desconhecimento que os alunos têm da tabuada da multiplicação

Não, não se trata de mais uma crítica ao uso da calculadora ou aos novos programas... trata-se apenas do primeiro parágrafo de um artigo escrito pela colega Alice Inácio, publicado no segundo número da Educação e Matemática, em Abril de 1987.
Já lá vão quase dez anos, já mudaram os programas... já... tanta coisa, e as preocupações continuam a ser as mesmas?

Banda desenhada publicada no primeiro número de Educação e Matemática (Janeiro/1987)

Trabalhar regularidades com alunos do 3º ano de escolaridade — reflexos de uma experiência

Graça Correia

As novas orientações para o ensino da Matemática, em grande parte expressas nos novos currículos desta disciplina, têm suscitado, entre os docentes, algumas dúvidas e preocupações, quer no modo de interpretá-las, quer na forma de as concretizar nas salas de aula.

Em todos os processos de reforma curricular e, em particular, quando estão em jogo mudanças ao nível das práticas pedagógicas, é natural que a adopção e implementação das novas ideias necessite de um período, mais ou menos longo, de reflexão e experimentação, onde se equacionem saberes e concepções e se enfrentem os obstáculos resultantes da ausência de recursos ou do limitado poder de decisão que, em certos aspectos, é concedido aos professores. Hoje avançando, amanhã hesitando e, por vezes, recuando, os docentes vão tomando consciência da natureza das dificuldades que este processo de transformação envolve e, assim, ensaiando formas de as ultrapassar.

Foi neste período de reforma curricular, que tenho vivido como professora de Didáctica da Matemática na formação inicial de professores do 1º Ciclo, que conheci a Amélia, a Inês e a Luísa, três colegas que, leccionando naquele nível de ensino, têm colaborado também com a Universidade na preparação e análise das actividades do estágio. O trabalho que, no domínio da formação de professores e na área específica da Matemática, temos vindo a realizar, fez acrescer a nossa responsabilidade na interpretação e implementação das novas orientações curriculares e conduziu a que, por vezes, nos reuníssemos, para trocar pontos de vista e combinar estratégias comuns de acção. Deste modo, partilhámos preocupações e discutimos formas de concretizar este ou aquele objectivo programático, ajudámos os futuros professores na preparação das aulas, procurámos que levassem à prática algumas das nossas ideias e reflectimos com eles sobre as aulas a que também assistimos. Nem sempre as nossas expectativas se realizaram, muitas vezes precisámos de reformular ideias e pensar em estratégias alternativas, mas temos consciência de que experimentar-reflectir-reformular foi o caminho possível para lidarmos com os problemas que temos enfrentado em todo este processo.

A ideia de realizarmos a experiência de trabalho colaborativo, que está na base deste artigo, nasceu numa das nossas reuniões. O facto das professoras trabalharem na mesma escola e leccionarem em turmas do mesmo nível de escolaridade, para além de planificarem em conjunto as suas aulas, desde o início do ano lectivo, fornecia um óptimo contexto para que pudéssemos pensar seriamente em delinear, à parte dos estágios, uma actividade mais regular e mais organizada. Nesta actividade, que incluiu sessões semanais de trabalho com a duração de três horas cada, procurámos discutir e elaborar propostas pedagógicas, enquadradas no âmbito dos novos programas de Matemática e adaptadas às turmas do 3º ano onde as professoras leccionavam. Estas propostas foram levadas à prática pela Amélia, a Inês e a Luísa, reflectindo-se, posteriormente e em conjunto, sobre os efeitos e resultados obtidos.

A análise dos programas de Matemática para o 1º ciclo, bem como de alguns textos[1] onde as novas orientações para o ensino da Matemática são discutidas, ocupou as primeiras sessões deste trabalho em que nos envolvemos durante sete meses. O papel central e fundamental que, em todos aqueles documentos, é atribuído à resolução de problemas no ensino da Matemática, encarando essa actividade, não só como motivação ou meio para a aplicação e

mecanização de conhecimentos (ideia defendida nos currículos anteriores), mas defendendo, também e sobretudo, a sua utilização (em todos os tópicos do programa) como contexto para a integração de aprendizagens e para a exploração e descoberta de novos conceitos e processos matemáticos, levou-nos a adoptar, como primeiro objectivo do trabalho, a preparação de tarefas que constituíssem para os alunos actividades daquela natureza, isto é, situações abertas e desafiadoras, que interessassem as crianças e cuja resolução não dependesse unicamente da utilização de um processo rotineiro.

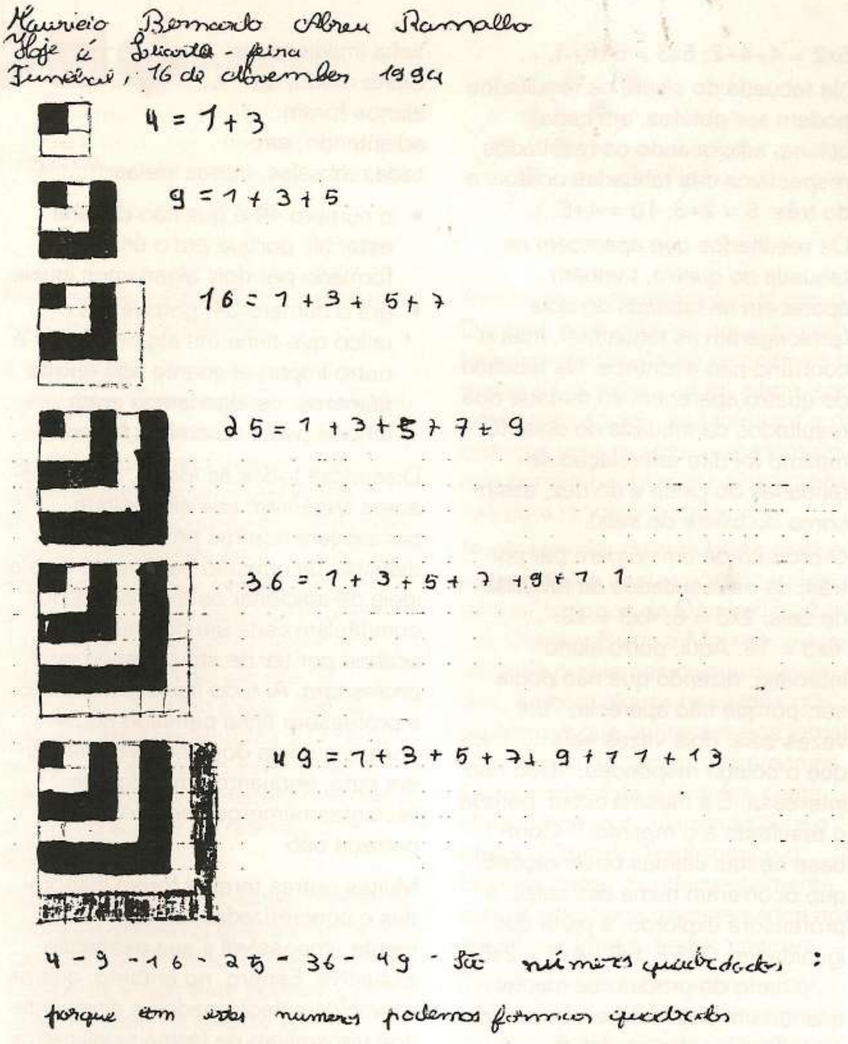
Mas a importância da utilização sistemática destas tarefas, não advém só da sua natureza problemática, tendo também igual relevância o modo de conduzir a sua resolução na sala de aula. Com efeito, fazer com que a aprendizagem da Matemática se torne significante e relevante para as crianças e contribua para o desenvolvimento nos alunos de atitudes (perseverança, flexibilidade, espírito investigativo e crítico; confiança em fazer matemática) e de capacidades (de cálculo, de raciocínio, de comunicação, de resolução de problemas), pressupõe um ambiente de aula onde os alunos participem activamente, experimentando, explorando e interagindo com a professora e os colegas. Considerando que a Matemática é uma linguagem e que o ensino e aprendizagem desta Ciência são actividades meramente sociais, defende-se que a aprendizagem da Matemática (a construção dos conhecimentos pelas crianças) se faz ouvindo e falando sobre Matemática e, assim, se reforça a necessidade do professor estimular na turma e num contexto de resolução de problemas, a troca de ideias entre os alunos. Torna-se importante que as crianças expliquem e critiquem as várias resoluções apresentadas para as tarefas, que argumentem em favor dos seus pontos de vista e que o professor adopte, nessa discussão, o papel de moderador e dinamizador — ouvindo os alunos; apoiando-os na verbalização das suas ideias; explicitando regras de comportamento; introduzindo e clarificando conceitos quando necessário, fazendo sínteses finais e avaliando o processo. Deste modo, fomentar na sala de aula a participação dos alunos, privilegiando a interacção, quer entre as crianças, quer entre estas e as professoras, constituiu o nosso segundo objectivo.

Tentámos, com algumas dificuldades e com alguns acertos que se foram fazendo ao longo do tempo em que decorreu este trabalho, concretizar as metas a que nos tínhamos proposto. Nem sempre encontrámos o que esperávamos; muitas interrogações se mantêm e outras nasceram com esta experiência, mas temos a certeza de que valeu a pena realizá-la. Valeu a pena, sobretudo, pelo que vimos nas crianças, pelo interesse e empenho que manifestaram na resolução das tarefas, pelo entusiasmo com que as realizaram e participaram as suas descobertas, e porque descobrimos que eram capazes de raciocínios e relações que em muitos deles não acreditávamos. Foi, essencialmente, por esta razão que optei por apresentar aqui, não exactamente a nossa vivência do trabalho colaborativo, mas antes algumas das tarefas que propusemos aos alunos e, em linhas gerais, as reacções e atitudes manifestadas pelas crianças face a essas propostas de trabalho. A escolha das tarefas recaiu sobre as utilizadas na exploração de regularidades, pelo facto deste ser um assunto novo ao nível dos programas do 1º ciclo.

Números ímpares consecutivos

Como primeira tarefa, fornecemos a cada par de alunos 36 quadrados, todos do mesmo tamanho e de duas cores diferentes (azul e vermelho) e propusemos que descobrissem o número de quadrados necessários para a construção de novos quadrados. O nosso objectivo era a descoberta da lei de formação e o reconhecimento de números ímpares consecutivos, pelo que se forneceu também uma tabela, desenhada em papel quadriculado, onde se encontravam assinaladas várias linhas e 3 colunas intituladas: (1ª) Vamos desenhar quadrados; (2ª) Diz quantos quadrados foram utilizados ao todo; (3ª) Explica como foi obtido esse número de quadrados (tem em atenção as cores).

Esta tarefa foi, inicialmente, dirigida pelas professoras, que acompanharam a sua resolução no quadro, utilizando uma tabela e quadrados de dimensão superior. Partindo de um quadrado azul, perguntaram às crianças qual o número de quadrados que se deveria juntar àquele de modo a obter um novo quadrado. A resposta



não se fez esperar e foram, então, colocados ladeando o quadrado azul, três quadrados vermelhos. Esta construção foi reproduzida para a primeira coluna da tabela, escrevendo-se na seguinte 4 e na última 1+3. Partindo do novo quadrado obtido, colocou-se idêntica questão, completando-se a resposta com o preenchimento da segunda linha da tabela, mas agora só depois da intervenção das crianças (note-se que as cores dos quadrados se alternavam em cada nova junção). Procedeu-se desta maneira até a obtenção de um quadrado constituído com 16 quadrados dos iniciais, sendo de notar que os alunos só respondiam à professora, depois de terem construído eles próprios com o seu material o quadrado pedido. Descoberto o 16 e a sua decomposição em 1+3+5+7, foi proposto às crianças a descoberta do número de quadrados que se deveria juntar, de modo a obter o quadrado seguinte. Solicitou-se também que não concretizassem e tentassem descobrir olhando para a tabela. Foi aqui que alguns alunos nos surpreenderam, intervindo, nomeadamente numa das salas, da seguinte maneira:

Joana - Já sei como é!

Professora - Como é, o quê?

Joana - Como é que se chega lá.

Maurício - .... sempre juntando mais dois.

Joana - Pois é.

Professora - Mais dois?

Cláudia - São sempre números ímpares.

Professora - Serão sempre números ímpares que se somam? Toda a gente concorda?

[os alunos confirmaram]

Professora [para o Maurício e a Joana] - O que é isso do mais dois? (...)

Depois de várias tentativas do Maurício e da Joana, no sentido de explicarem que o número que juntavam de cada vez era sempre igual à soma de 2 com o último número adicionado anteriormente, a professora encaminhou os alunos para o reconhecimento dos números ímpares consecutivos e da forma como eram obtidos. Chama-se aqui a atenção para a forma como a professora respeitou o ponto de vista dos alunos e os ajudou na verbalização dos seus raciocínios. Descoberto e explicado a toda a turma pela professora, o padrão na construção dos números quadrados, foi curioso observar o interesse das crianças na obtenção dos números seguintes (alguns fizeram-no até ao número 121), recorrendo unicamente ao quadriculado da tabela.

Regularidades na tabuada da multiplicação

A segunda tarefa proposta, tinha em vista a exploração da tabela de dupla entrada da multiplicação (tabuadas), definindo-se como objectivos: descobrir regularidades na tabela; reconhecer números pares consecutivos; utilizar o conceito de metade; discutir a paridade de um produto de dois factores.

Esta tabela encontrava-se exposta nas salas de aula e preenchida até à linha do factor 6, mas não se chamou a atenção dos alunos para esse facto. As professoras começaram por informar que iriam fazer três afirmações, solicitando às crianças que comentassem a sua veracidade: (1ª) O número 17 aparece na tabuada do dois; (2ª) Na tabuada do cinco, metade dos números são pares; (3ª) Na tabuada do três aparece um número ímpar.

Pretendia-se, com a primeira afirmação, que os alunos observassem a tabuada do dois e concluíssem que os resultados eram os números pares consecutivos, obtidos, sucessivamente, pela adição de 2 unidades ao número par imediatamente anterior. Com a segunda afirmação, rever-se-ia o conceito de metade, esperando que os alunos descobrissem que o produto de um número por cinco, é par ou ímpar consoante esse número for respectivamente par ou ímpar. Idêntica conclusão poderia ser obtida, no que respeita à tabuada do três, durante a exploração da terceira afirmação. De um modo geral, desejávamos que as crianças confirmassem a regularidade comum a todas as tabuadas, observável em cada linha da tabela — cada resultado é obtido do anterior adicionando-lhe o factor com que se identifica essa tabuada. Finalmente, esperávamos poder centrar a discussão final, em torno da questão: Em que condições o produto de dois números é par? E ímpar?

No entanto, as conclusões que os alunos tiraram não se limitaram às nossas expectativas. Para além de descobrir que nas tabuadas dos números pares os resultados são sempre pares e que nas dos números ímpares essa paridade se alterna, e de concluir que em cada tabuada há uma regularidade semelhante ("Na dos dois, os resultados surgem de dois em dois; na do três, aparecem de três em três"; etc), as crianças prolongaram as linhas referentes a cada uma das tabuadas e construíram as que faltavam. Os alunos fizeram também descobertas que, em certos casos, nos obrigaram a pensar, mas, realmente, o que mais nos admirou foi, por um lado, o interesse dos alunos por esta tarefa — queriam sempre descobrir mais coisas e recusaram o intervalo — e, por outro, o facto da maior parte daquelas descobertas não terem partido dos melhores alunos.

Vejamos pois algumas das conclusões adiantadas pelas crianças:

- Na tabuada do cinco, os resultados podem ser obtidos assim: duas vezes o resultado, que na mesma coluna corresponde à tabuada do dois, mais o número que se está a multiplicar por cinco: 5x1 = 2+2+1; 5x2 = 4+4+2; 5x3 = 6+6+3, ...
- Na tabuada do cinco, os resultados podem ser obtidos, em cada coluna, adicionando os resultados respectivos das tabuadas do dois e do três: 5 = 2+3; 10 = 4+6; ...
- Os resultados que aparecem na tabuada do quatro, também aparecem na tabuada do dois (prolongaram as tabuadas), mas o contrário não acontece. Na tabuada do quatro aparecem só metade dos resultados da tabuada do dois. (O mesmo foi dito em relação às tabuadas do cinco e do dez, assim como do três e do seis).
- O produto de um número par por três, dá os resultados da tabuada do seis: 2x3 = 6; 4x3 = 12; 6x3 = 18. Aqui, outro aluno interveio, dizendo que não podia ser, porque não aparecia, "um vezes seis; dois vezes seis ..."), ao que o colega respondeu: "Isso não interessa. É a mesma coisa porque o resultado é o mesmo." Com base nestas últimas observações, que ocorreram numa das salas, a professora explorou, a partir das igualdades: 2x3 = 1x6 ; 4x3 = 2x6 ; ..., o facto do produto se manter, quando um dos factores se reduz a metade e o outro ao dobro.

"À descoberta dos intrusos"

Outro tipo de tarefas propostas, foram as que intitulámos "À descoberta dos intrusos", sendo um dos exemplos dessas tarefas o que aqui se procura exemplificar. Apresentando a seguinte série de números: 26; 44; 17; 80; 34; 62, pedimos às crianças que adivinhassem aquele que estava a mais. O nosso objectivo era a descoberta de uma propriedade comum aos elementos do conjunto e a discussão das diferentes soluções. Foi, praticamente, geral em todas as salas a indicação do 17, opção que os alunos justificaram atendendo à sua paridade: "São todos pares menos o 17". Quando as professoras afirmaram que tinham pensado noutra coisa e que para elas o intruso era o número 34, a reacção dos alunos foi de espanto. Queriam descobrir o que a professora tinha imaginado e, deste modo, os alunos foram adiantando, em todas as salas, outras ideias:

- o número 44 é que não deveria estar ali, porque era o único formado por dois algarismos iguais;
- era o número 34, porque era o único que tinha um algarismo par e outro ímpar, enquanto nos outros números, os algarismos eram ambos pares ou ambos ímpares.

Discutidas todas as ideias, as professoras sugeriram aos alunos que pensassem noutras propriedades distintas da questão par/ímpar, mas a ideia de adicionar os algarismos que constituíam cada um dos números, acabou por ter de ser sugerida pela professora. Aí tudo ficou esclarecido: a professora tinha pensado no 34 porque a soma dos seus algarismos era sete, enquanto em todos os restantes números essa soma perfazia oito.

Muitas outras tarefas foram elaboradas e concretizadas, sendo, obviamente, impossível a sua descrição exaustiva. Espero, no entanto, que os exemplos seleccionados e apresentados transmitam de forma significativa a linha orientadora do nosso trabalho.

1. Textos consultados:

APM (1991). *Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar* (tradução dos *Standards* do NCTM). Lisboa: APM/IIE

APM (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM/IIE

Frank. M. (1992). Resolução de problemas e concepções acerca da Matemática, in *Educação & Matemática*, nº 21, pp. 21-23.

Yackel, A. et al. (1991). A Importância da interacção social na construção do conhecimento matemático das crianças, in *Educação & Matemática*, nº 18, pp. 17-21.

Graça Correia
Escola Superior de Educação do Funchal

"Páre de calcular e pense!!!"*

Alcides Azevedo Canelas

Podemos por isso dizer que o cálculo era a essência da própria matemática. O lema da Escola Primária era: ler escrever e contar. A palavra de ordem era sempre a mesma: calcular! calcular! calcular muito! Se o primeiro cálculo estava bem feito, era frequente o professor mandar fazer outro mais complicado. O objectivo por vezes já nem era sequer saber se o aluno sabia ou não calcular. O aluno devia fazer cálculos cada vez mais difíceis até errar.

O cálculo tem sido o objectivo principal e quase único da Matemática "ensinada" na escola. É certo que muitas vezes disfarçado com o nome de "problemas". Mas os "problemas" apresentados, mais não eram que pretextos para fazer operações. Como dizia o manual de 1889, para resolver um problema "é indispensável [...] raciocinar sobre o uso das operações arithmeticas; vêr qual ou quaes delas ha a empregar, pratica-las com desembaraço".

O "Livro da 2ª Classe" de 1958 explicitava ainda melhor este objectivo. Depois de apresentar o texto de qualquer problema perguntava sempre: Querendo saber ... *que operação devemos fazer?*

Podemos por isso dizer que o cálculo era a essência da própria matemática. O lema da Escola Primária era: ler, escrever e contar.

O programa de Matemática chamava-se, muito apropriadamente, Aritmética, que etimologicamente significa "ciência dos números e arte de calcular".

Mas vejamos como esta visão da matemática se instalou e desenvolveu na escola.

Os primeiros manuais escolares (tal como as primeiras escolas primárias —1872) existentes datam do fim do século passado.

Os manuais da época definiam assim o que era um "problema":

Problema, em arithmetica, é uma questão em que se dão números, e por meio dos quaes se procura um ou mais desconhecidos.

Em todo o problema ha enunciado, resolução e verificação.

Enunciado é a reunião de palavras que indicam as condições a que deve satisfazer o número ou números que se procuram.

Resolução é o conjunto de cálculos que nos leva a achar um número ou números desconhecidos.

Para se resolver um problema é indispensável examinar attentamente os números dados; reflectir e raciocinar sobre o uso das operações arithmeticas; vêr qual ou quaes delas ha a empregar praticá-las com desembaraço mas sem precipitação, e dar-lhes uma boa disposição. **

O programa tinha duas partes importantes a que normalmente correspondiam dois compêndios:

1. Arithmetica e systema métrico;
2. Geometria.

Do programa de Arithmetica os dois temas principais eram a "leitura e escripta de números inteiros e decimaes" e "prática das quatro operações". Do Systema métrico e decimal fazia parte o estudo de "medidas de comprimento"; "medidas agrárias"; "medidas de volume"; "medidas de capacidade" e "pesos".

A Matemática era um completo memorizar de conceitos e de fórmulas para resolver "problemas". Por exemplo:

Addição ou somma é uma operação arithmetica pela qual se representa em um número o valor de muitos números da mesma espécie.

Multiplicação é uma operação arithmetica pela qual se repete, como parcella, um número dado chamado multiplicando, tantas vezes, quantas são as unidades d'outro número, também dado, chamado multiplicador.

Depois os alunos deveriam responder

a muitas perguntas onde se exigia a memorização de todas as definições apresentadas. Ex.:

1. Que é multiplicação? - Como se chamam os numeros que entram n'esta operação?

2. O multiplicando exprime unidades conhecidas? - E o multiplicador? - O producto exprime unidades de que natureza?

3. Como se pratica a multiplicação?

Do programa de Geometria fazia parte o estudo dos "sólidos geométricos"; e o estudo de "extensão, volume, superfície, linha e ponto". Estes manuais e este programa mantiveram-se até ao fim dos anos 20. Por exemplo o livro "Aritmética Prática" de Ulisses Machado foi aprovado oficialmente por Decreto de 5 de Abril de 1906, 9 de Dezembro de 1910, 13 de Janeiro de 1916 e 12 de Novembro de 1929. Era fácil encontrar livros escolares que chegavam a ultrapassar a 30ª edição e um "Caderno com uma colecção de 760 problemas de aritmética e sistema métrico" chegou à 57ª edição. Os "livrinhos" com as soluções dos problemas e exercícios eram oferecidos *única e exclusivamente* aos senhores professores.

Em 1928, o Ministro da Instrução Pública, Duarte Pacheco, fez publicar no Diário do Govêrno de 26 de Outubro de 1928 novos programas para o Ensino Primário Elementar. O programa de Matemática também se dividia em 2 áreas: Aritmética e Geometria. As operações que já tinham um peso muito grande nos antigos programas, viram a sua importância reforçada.

O programa de Aritmética previa que na 1ª classe os alunos aprendessem: "Números inteiros até 1000. As quatro operações com estes números". Nas outras classes, estes temas deviam ser aprofundados e na 4ª classe era necessário estudar os "Números complexos e incomplexos. As quatro operações com complexos".

No ano seguinte (Diário do Govêrno de 13 de Abril de 1929), o novo ministro (Gustavo Cordeiro Ramos), tendo *reconhecido a necessidade urgente de modificar os programas para o ensino primário elementar [..] no sentido de os simplificar,* faz publicar novos programas. A geometria desaparece dos dois primeiros anos de escolaridade. Só aparece no programa da 3ª e 4ª classes. O Programa de aritmética foi também simplificado. A 1ª Classe passava a ter que saber: "Números concretizados até 100. As quatro operações concretizadas em objectos". O programa da 4ª classe continuava a ser idêntico ao anterior e além das 4 operações incluía também: "Fracções ordinárias; ... as quatro operações com fracções, números complexos e incomplexos; as quatro operações com complexos; sistema métrico ... e a balança decimal; exercícios e problemas simples".

Em 1936 o governo, já sob a presidência do Doutor Oliveira Salazar, lança outra reforma do ensino com a publicação da lei nº 1:941 de 11 de Abril de 1936 e do Decreto-lei nº 27:279 de 24 de Novembro de 1936. Com base nesta legislação, são aprovados os novos programas para o ensino primário elementar, que passa a ter 3 anos e elabora-se *o livro único correspondente a cada uma das classes do ensino primário elementar.*

1ª Classe: *Aritmética*

Contagem de objectos. Os números. Os algarismos.

Unidades e dezenas.

Leitura e escrita de números até 99.

As quatro operações dentro deste limite.

Cálculo mental.

Problemas.

Na 2ª classe acrescentava-se o estudo das fracções e das provas das operações.

3ª classe:

As quatro operações com números inteiros e decimais.

[...]Cálculo mental.

Problemas.

Do programa faz também parte o estudo das medidas e as "noções concretizadas de geometria" cujo estudo "deve ser prático, utilitário e simultâneo com o dos trabalhos manuais". Como vimos estes programas também falam de problemas. Mas, estes "problemas" não passam de exercícios. Vejamos um exemplo retirado do livro da 2ª classe:

Problema: Com os nossos livros fizemos 8 pacotes de 36 livros cada um.

Querendo saber quantos livros empacotámos, que operação devemos fazer? Que nome tem nessa operação o número de livros de cada pacote? Porquê? E o número de pacotes? Porquê? Que nome se dá ao resultado? Efectue a operação. Quantos livros empacotámos?

Exercícios: Efectuar as seguintes multiplicações:

48 x 25; 236 x 34: 208 x 36; 425 x 18; 147 x 39; etc.

(*O Livro da 2ª Classe* -6ª Edição - 1958 Editora Educação Nacional)

Como podemos verificar, o que se pretendia era calcular: somar, subtrair, multiplicar, etc.). Todo o ensino da matemática se orientava para o cálculo.

Nos outros níveis de ensino as orientações eram semelhantes. Nos liceus valorizava-se o cálculo algébrico. A geometria, menos adaptada ao cálculo, era remetida para o fim do programa e dentro da geometria valorizavam-se as áreas que permitiam o cálculo. A palavra de ordem era também calcular. "calcula a área". "calcula o perímetro", etc. As outras áreas dos programas também eram apresentadas como cálculo. Os programas falavam do cálculo diferencial-integral; cálculo da probabilidade, cálculo estatístico, etc.

A palavra de ordem era sempre a mesma: calcular! calcular! calcular muito! Se o primeiro cálculo estava bem feito, era frequente o professor mandar fazer outro mais complicado. O objectivo por vezes já nem era sequer saber se o aluno sabia ou não calcular. O aluno devia fazer cálculos cada vez mais difíceis até errar. Era também frequente dar como castigo aos alunos o "fazer contas grandes e difíceis". A matemática passou a ser vista não como prazer mas como castigo. Daí até odiar a matemática foi um passo. A situação chegou a tais limites que em algumas zonas do país quando as crianças fazem alguma asneira, os adultos ameaçam-nas dizendo: "eu depois faço-te as contas" ou "continua, que depois o teu pai faz-te as contas".

Ainda hoje, as gerações formadas "nessa escola", reduzem a matemática ao cálculo. A cantora Amália Rodrigues em entrevista ao Expresso de dia 1 de julho de 1995 dizia: "na escola aprendi a escrever sem erros" e a "fazer contas"... mas, "das contas de dividir já não me lembro de nada".

Em 1993, nos cadernos que a Câmara Municipal de Lisboa distribuiu aos alunos do 1º ciclo vinha um texto assinado pelo vereador Rego Mendes que dizia. "Este caderno que te oferecemos é para poderes desenhar, escrever, fazer *contas*".

Ricardo França Jardim escrevia: "Aprendi algarismos, a tabuada e as operações aritméticas sob a forma de realidades tão estranhas ao meu mundo infantil quanto os reis da primeira dinastia".

E continua: "ainda hoje sinto calafrios ao recordar os inenarráveis problemas das torneiras, que se faziam na instrução primária". (Público 92.5.31)

Mas, o mais grave é que alguns destes "problemas" ainda se fazem hoje. Como o autor afirma mais adiante. "Ainda hoje, folheando umas fichas de avaliação global do 4º ano de escolaridade, pesquisei estes primores:

- Para atacar o incêndio, apareceram vários camiões-cisterna. Um levava um milhar e 6 dezenas e meia de litros de água; outro setenta e cinco centenas e ainda outro 102 dezenas de litros de água. Quantos litros transportavam os três camiões?
- A traineira trazia uma dúzia de caixotes de fanecas, com cinco centos e meia cada um. Quantas fanecas havia na traineira?

Este tipo de "problemas" leva a que as crianças "pensem" que a matemática é só fazer contas e por isso quando há poucos anos alguns professores deram aos seus alunos os "problemas" que apresento a seguir, a maior parte, retirou do enunciado os números existentes, fez as contas e deu a resposta sem manifestar a mais pequena dúvida!

1. A Rita comprou 6 quilos de laranjas ao preço de 150 escudos o quilo. Que idade tem a Rita?
2. Um rebanho tem 35 carneiros e 100 ovelhas. Que idade tem o pastor?
3. Desenha uma oliveira com um quarteirão de laranjas.

Exemplos semelhantes a estes surgem noutros graus de ensino.

No Profmat 95 de Évora (95-11-11) o Dr. Carlos Brauman, Univ. de Évora, referiu o caso de alunos que pelos cálculos efectuados, chegaram à conclusão que a densidade da população no deserto do Sara era de 10 000 habitantes por quilómetro quadrado!!!

A tomada de conhecimento destas situações e o aparecimento das calculadores e/ou computadores que são muito mais eficazes que as pessoas a fazer cálculos, tem levado a uma grande discussão acerca do que é o cálculo e do que deve ser o ensino da matemática.

Como dizia França Jardim: "urge reformar o ensino das contas".

Notas

* Apelo feito por um professor durante o ProfMat 95 em Évora

** in "Arithmetica e Systema Metrico", Aulas de Instrução Primária Elementar 1889

Alcides Azevedo Canelas,
Escola Primária nº 28 - Lisboa

Calvin & Hobbes
por Bill Watterson TRADUÇÃO DE HELENA GUBERNATIS

in Público de 19/11/95

Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

Cecília Monteiro e Cristolinda Costa

Um dos factores que atrasa a compreensão dos números racionais é a utilização prematura das regras no estudo das fracções e decimais, visto que os alunos não reconhecem a ligação entre o seu conhecimento dos números e as respectivas regras na resolução de situações na aula de Matemática.

Durante a escolaridade básica, o conceito de número racional é considerado como um dos mais complexos e também dos mais importantes do currículo de Matemática. Na opinião de alguns autores[1] essa importância pode ser encarada segundo três perspectivas diferentes: *de um ponto de vista prático*, tem a ver com a capacidade das pessoas serem capazes de entender e resolver situações e problemas da vida real; *numa perspectiva psicológica*, os números racionais proporcionam o desenvolvimento das estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual; *na perspectiva matemática*, a compreensão dos números racionais proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares. Os mesmos autores revelam resultados de outros trabalhos, referindo que a maior parte dos alunos com idades de 13 e 17 anos adiciona números representados por fracções com o mesmo denominador, enquanto somente 1/3 dos alunos com 13 anos e 2/3 dos alunos com 17 anos consegue calcular correctamente 1/2 + 1/3. No que se refere à representação decimal dos números racionais, encontram-se também vários exemplos na literatura referindo algumas dificuldades sentidas pelos alunos. Por exemplo, embora do ponto de vista conceptual a soma de 4,6 com 2,3 apresente o mesmo grau de dificuldade que a soma de 4 com 0,3, 90% dos alunos do 7º ano respondem correctamente à primeira soma enquanto que somente 37% acertam na segunda[2]. Uma possível explicação para este facto poderá ser que a memorização da regra impeça a interiorização do conceito. Num estudo conduzido por Swan, M. em 1983[3], detectou-se que na comparação dos decimais 0,62; 0,236 e 0,4, onde se pedia para dizer qual deles era o maior, 17% dos alunos referiram 0,62, 50% escolheram 0,236 e, surpreendentemente, 28% disseram ser o número 0,4 ("porque este número só tem décimas e os outros têm centésimas e milésimas", foram as justificações dadas). Neste mesmo estudo apenas 51% dos alunos de 15 anos responderam correctamente à questão "completa a afirmação seguinte: 73,45 = 70 + 3 + 0,4 +❑".

As dificuldades dos alunos em trabalhar com números racionais têm sido objecto de várias investigações[4], tendo sido identificados alguns factores que poderão justificar essas dificuldades, como por exemplo:

- A multiplicidade de significados dos números racionais.
- A conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo números racionais.
- Utilização precoce de regras e algoritmos no estudo dos números racionais e fracções.

A multiplicidade de significados dos números racionais

Esta multiplicidade está relacionada com a diversidade de contextos onde surgem as abordagens didácticas destes números, assim como das situações do dia a dia que traduzem. Por exemplo, 3/4 pode ser interpretado de várias maneiras; 3/4 de um bolo ou 3/4 como a razão entre o número de bolas brancas e o número de bolas pretas, ou ainda 3 maçãs a dividir por 4 pessoas têm significados diferentes. Tal facto não acontece com os números inteiros que são utilizados principalmente, quer para contar objectos discretos, quer para contar o número de repetições de uma unidade de medida em medições de uma grandeza, como por exemplo um comprimento.

A conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo números racionais.

No estudo dos números inteiros, na passagem das situações aditivas para as multiplicativas, aparecem já algumas situações que requerem do aluno que passe a conceber um conjunto de várias unidades simples como uma nova unidade composta (por exemplo, 12 unidades simples deverão ser interpretadas como uma nova unidade de "12", como no caso da situação de pagarmos os ovos à dúzia), e consequentemente a alargar o seu conceito de unidade. Neste alargamento do conceito de unidade, alterações mais profundas ocorrem quando os alunos são confrontados com os números racionais. Hiebert e Behr (1988) comentam que as primeiras experiências dos alunos com estes números são situações de parte-todo em que o novo símbolo (fracção ou decimal) representa parte de uma unidade que foi dividida em partes iguais. As unidades, até aqui consideradas como um todo, passam a ser divididas. Por outro lado, a unidade que serve de contexto e que aporta significado à nova representação nem sempre é explicitada nas situações propostas aos alunos, como acontece ao trabalhar num campo puramente simbólico, como determinar a soma de 1/3 com 1/4 onde não aparece explícita a unidade a que se referam estes símbolos. Para além disso, cada uma das partes em que a unidade é dividida pode agora funcionar como um novo tipo de unidade que não mantém as mesmas características da unidade inicial, como por exemplo em situações em que é necessário compreender 0,01 como sendo 0,1 de 0,1. As actividades de quantificação são agora, em lugar da contagem, a medição e a divisão em partes iguais. Dificuldades adicionais surgem ainda quando se considera a divisão de uma unidade composta. Por exemplo, 1/3 de uma unidade contínua ou 1/3 de um conjunto discreto de 15 elementos são situações diferentes, e o facto de 5 (unidades simples) corresponder à segunda situação pode constituir um motivo de perturbação para os alunos.

Alterações mais complexas na natureza da unidade vão surgindo à medida em que os números racionais passam a ser interpretados nas suas várias vertentes. Por exemplo, ao interpretar os números racionais como uma razão, como em "2/3" para representar 2 rapazes para cada 3 raparigas, um novo tipo de unidade é criado (a razão 2/3) através da comparação de duas unidades originais. Esta situação representa assim uma extensão do próprio conceito de unidade. Ao confrontarem-se com uma diversidade de situações problemáticas, os alunos terão ainda a tarefa adicional de antecipar a estrutura da unidade que melhor convém à resolução dessas situações. Os mesmos autores sugerem o seguinte exemplo:

"Quantas pizzas serão necessárias para servir a 20 pessoas se 3 pizzas são a quantidade indicada para 7 pessoas?".

Para responder a esta questão, não ajudará conceber a unidade como 1 pessoa, ou 1 pizza. Contudo, raciocinar em termos de 3 pizzas para 7 pessoas como uma unidade, ou criar através dessa comparação a unidade de 3/7 de pizza (por pessoa), já poderá conduzir à resolução do problema.

Mochon (1993) analisa a situação da dependência da unidade nas abordagens não formais do estudo das fracções e dá o exemplo da figura seguinte, onde se pergunta: que fracção das pintas está representada na figura 1?

Acontecem diferentes respostas: 5 (a unidade é cada uma das pintas); 5/8 (a unidade considerada é a figura das 8 pintas); 5/3 e 3/5 (a situação foi interpretada como uma razão); 2,5 (cada coluna foi considerada como uma unidade).

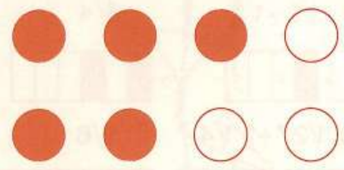


Fig. 1

Reconhecer a estrutura da unidade em diversas situações problemáticas torna-se necessário à resolução correcta dessas situações. Mochon dá ainda quatro exemplos, que se apresentam a seguir, onde a situação é de "juntar" quantidades representadas por fracções e que ilustram essa necessidade:

1. Andei 1/2 Km hoje e ontem tinha andado 1/4 Km. Quanto andei ao todo nos dois dias?
2. Se um jogador de basquetebol encesta uma em duas tentativas num jogo, e se noutro jogo encesta uma em quatro tentativas, qual a fracção que representa o desempenho do jogador nos dois jogos?!
3. 1/2 do cereal "Sweety" é açúcar, 1/4 do cereal "Healthy" é açúcar. Se misturar porções iguais de ambos os cereais, que fracção desta mistura é de açúcar?
4. Numa sala de aula 1/2 das crianças são rapazes e noutra sala 1/4 dos alunos são rapazes. Se pusermos os dois grupos juntos, que fracção de rapazes obtemos?

Adicionar matematicamente as fracções que representam estas situações conduz a resultados errados, excepto no primeiro caso, como facilmente se poderá ver, visto estes problemas serem diferentes do ponto de vista matemático. Graficamente poder-se-à compreender melhor essas diferenças, e as possíveis razões dos erros dos alunos (ver fig. 2)

A mudança de unidade no caso do problema dos cereais implica uma divisão por dois, depois de se adicionar 1/2 com 1/4, visto que tinha duas quantidades iguais de cereais. No caso do problema dos jogos, a soma dos numeradores e denominadores

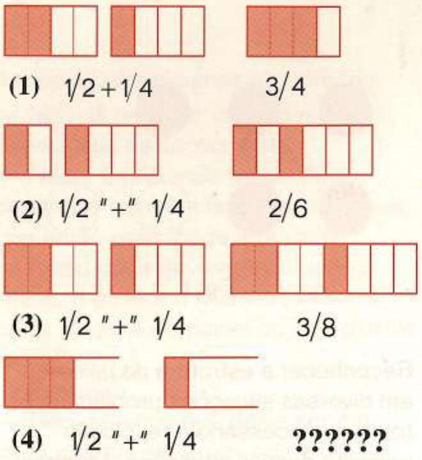


Fig. 2

revela a noção de "combinar" associada à adição, como aliás se passa com a adição de números inteiros. Finalmente, no último problema falta a referência à unidade e portanto há várias soluções consoante o número de alunos das turmas.

A um nível elementar é pois importante referir a unidade em causa, pois 3/4 ou 1/5 não têm significado só por si para alunos da escolaridade básica, mas somente quando associados a um contexto. O conhecido problema, "A Maria gastou 1/4 do seu dinheiro e o João gastou 1/2 do seu. É possível a Maria ter gasto mais dinheiro que o João?", exemplifica a necessidade didáctica de chamar a atenção para a unidade.

Utilização precoce de regras e algoritmos no estudo dos números racionais e fracções

A utilização prematura das regras no estudo das fracções e decimais tem sido detectada como outro factor que atrasa a compreensão dos números racionais, visto que os alunos não reconhecem a ligação entre o seu conhecimento dos números e as respectivas regras na resolução de situações na sala de aula de matemática. De acordo com vários autores[5], os alunos tentam de início ligar os símbolos às situações matemáticas que o professor lhes apresenta, revelando uma compreensão semântica dos problemas. No entanto, quando estes progridem na escola, o uso frequente de símbolos e regras desligados de contextos significativos, dá uma vida própria a estes e separa dramaticamente os símbolos e regras da compreensão conceptual subjacente. Os alunos trabalham com símbolos aplicando regras memorizadas, de tal modo que a mecanização de procedimentos e a compreensão dos conceitos podem considerar-se como pertencentes a dois mundos completamente separados.

Procuraremos em seguida detectar algumas das dificuldades com que os alunos se defrontam na aprendizagem deste assunto.

Alguns exemplos de erros mais frequentes dos alunos

A. Conceito de número racional

Para assinalar 1/3 da figura 3, os alunos pintam a primeira linha (um grupo de três) na figura 3

Quando se pede para pintar 1/4 da figura 4, pintam 4/12 (4 partes)

Identificam na recta numérica o número 3/4 com os pontos A ou B (ver fig. 5)

B. Comparação de números racionais representados por fracções

Na questão "Qual das fracções representa um número maior, 3/5 ou 2/6?", a resposta 2/6 é bastante frequente. A razão normalmente apresentada é o facto de 6 ser maior do que 5.

Do mesmo modo, quando se pede para comparar 1/3 com 1/4, escrevem "1/3 < 1/4" porque 3 é menor que 4.

C. Operações com números representados por fracções

"1/2 + 2/3 = 3/5"

Não distinção entre operações com inteiros de operações com fracções

6÷1/2 = 3

A justificação é porque a divisão "diminui", portanto 12 não seria uma resposta razoável.

D. Erros com decimais

Num estudo conduzido entre alunos

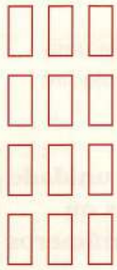


Fig. 3

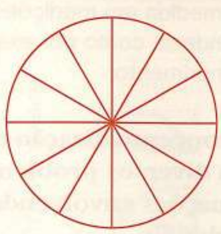


Fig. 4

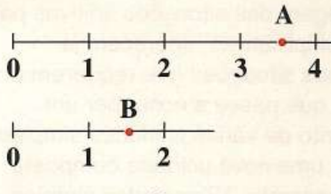


Fig. 5

portugueses do 4º e 5º anos de escolaridade[6], verificou-se que os números decimais não estão suficientemente desenvolvidos pelos alunos. As dificuldades manifestadas abrangem o próprio conceito de número decimal, relações de grandeza e proximidade e o significado das operações. Alguns exemplos dessas dificuldades são os seguintes:

1. Na figura 6 está indicada uma proposta e os erros cometidos pelos alunos.

2. Numa questão em que os alunos deveriam seleccionar, entre os números de uma lista, o número mais próximo de um número dado, menos de metade dos alunos identificaram 3 como o número mais próximo de 2,9, ou 2 como o mais próximo de 0,18 (sendo as respostas mais frequentes 2 e 1, respectivamente).

3. Quando se pedia para adicionar 10 unidades a 0,15, 43% dos alunos do 5º ano erraram. As respostas mais frequentes foram 0,25 (19% dos alunos) e 0,16. De modo idêntico 40% dos alunos do 5º ano não conseguiram adicionar correctamente uma décima a 2,9 e deram respostas como 2,10 (a mais frequente), 2,91, ou 12,9.

4. Ao comparar 8 x 0,4 com 8 ÷ 0,4 a maioria dos alunos refere o produto como conducente a um resultado maior, provavelmente influenciados pelo modelo interiorizado das opera-

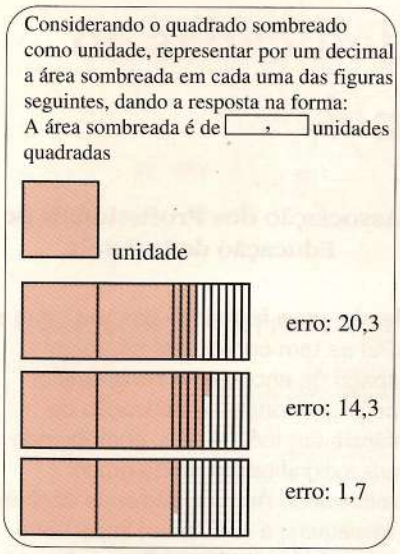


Fig. 6

ções com os números inteiros em que "a multiplicação aumenta e a divisão diminui".

Alguns dos erros que referimos nesta secção podem ser reportados a certas concepções desenvolvidas pelos alunos a respeito do trabalho com os números inteiros. A dificuldade de entender uma fracção como dois números inteiros que se encontram inequivocamente relacionados pode conduzi-los a tratar esses números separadamente, trabalhando assim num campo em que se sentem mais seguros. O reconhecimento dos números racionais como uma extensão do conceito de número sujeita a novas restrições e onde certos modelos previamente utilizados já não são aplicáveis, é um processo demorado e complexo.

A análise dos erros dos alunos poder-nos-à ajudar na selecção de situações de aprendizagem, cuja discussão poderá apontar para a identificação de conflitos ocasionados por restrições impostas por modelos provenientes do trabalho com números inteiros, nomeadamente a natureza da unidade, a noção de grandeza de um número, ou o efeito das operações.

Notas

1. Ver por exemplo, Behr, M, Lesh, R, Post, T. & Silver, E. (1983)
2. Ver Wearne, D. & Hiebert, J. (1988)
3. Trabalho apresentado no Shell Center for Mathematical Education, Institute of Science, Israel.
4. Ver, por exemplo, Behr, M., Lesh, R. & Post, T., & Silver, E. (1983, 1992); Wearne, D. & Hiebert, J. (1988).
5. Ver por exemplo Wearne, D. & Hiebert, J. (1988).
6. Ver Costa, C. (1993)

Bibliografia

Behr, M., Lesh, R,, Post, T. & Silver, E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press.

Costa, C. (1993). Aplicação a estudantes portugueses do teste "Place Value and Decimals" desenvolvido no âmbito do Projecto CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science), Londres. Relatório preliminar.

Hiebert,J. & Behr, M. (1988). Introduction: Capturing the Major Themes. In J. Hiebert and M. Behr, (Eds.) *Number Concepts and Operations in The Middle Grades.* Lawrence Erlbaum Associates, Reston, VA: USA.

Mochon, S. (1993). When Can You Meaningfully Add Rates, Ratios and Fractions?. For the Learning of Mathematics, 13, 3, 16-21. FLM Publishing Association. Vancouver, British Columbia, Canada.

Wearne, D. & Hiebert, J. (1988). Constructing and Using Meaning for Mathematical Symbols: The Case of Decimal Fractions. In J. Hiebert and M. Behr, (Eds.) *Number Concepts and Operations in The Middle Grades.* Lawrence Erlbaum Associates,Reston,VA: USA.

Cecília Monteiro
Esc. Superior de Educação de Lisboa
Cristolinda Costa
Esc. Superior de Educação de Faro

Maria Amália Borges de Medeiros

Maria Amália Borges nasceu em Lisboa em 1919.

Proveniente de uma família burguesa fez uma licenciatura na Faculdade de Letras de Lisboa em 1943, obtendo mais tarde, em 1946, o diploma de ensino especial de crianças deficientes do Instituto Aurélio da Costa Ferreira.

Conhecida por ter sido rcsponsável pela introdução das técnicas de Freinet no Centro Helen Keller, Maria Amália Borges foi uma figura proeminente do Movimento da Escola Nova.

"A aprendizagem é um processo activo e não uma memorização no sentido estrito da palavra".

"Não basta compreender que 2 e 2 são 4, para que esse conhecimento nos possa ser útil, é necessário ter vivido situações reais em que o estabelecimento dessa relação nos tenho dado a chave do problema"

MEM e APEI, duas associações dedicadas ao ensino dos primeiros anos

Movimento da Escola Moderna Portuguesa

O Movimento da Escola Moderna Portuguesa — MEM — retoma, a partir de 1966, a tradição da Escola Nova do final dos anos 20.

O período inicial do Movimento foi bastante difícil uma vez que, por razões evidentes, era extremamente complicado organizar e fazer crescer uma associação profissional deste tipo.

Apesar de tudo foi possível, ainda no início dos anos 70, a realização de alguns encontros do Movimento.

A grande expansão do MEM dá-se no período posterior ao 25 de Abril de 1974 e hoje, 30 anos passados sobre a sua fundação, ele continua a ser uma referência obrigatória/fundamental no panorama pedagógico português assim como um exemplo de continuidade no que diz respeito a movimentos associativos de professores e educadores em Portugal.

A reflexão e actualização constantes, a defesa firme da autoformação cooperada, do apoio à formação de professores e educadores, a preocupação com a integração e a criação de uma Escola para todos, a aprendizagem partilhada e o isomorfismo pedagógico são alguns dos princípios que o MEM tem defendido e posto em prática ao longo do seu "percurso de vida".

Sobre Educação e Matemática foram também muitos os textos/comunicações que, ao longo destes anos, foram escritos/apresentados por membros do MEM em reuniões de professores, encontros ou Congressos promovidos pelo Movimento ou por outras entidades.

Esses textos, publicados/divulgados no Boletim que o Movimento edita desde 1974, reflectem a preocupação que tem tido em analisar os programas oficiais e de propor abordagens possíveis nesta a noutras áreas.

Desde há alguns anos, o MEM dispõe de um Centro de Recursos para apoio à formação/prática de professores, educadores e técnicos de educação que funciona na Rua do Açúcar nº 22, em Lisboa. Pretende reunir aí (quase) tudo aquilo que o Movimento tem vindo a produzir ao longo da sua existência e é, ao mesmo tempo, um espaço de encontro e troca de experiências aberto a quem o procura.

Ana Maria Pessoa
Escola Superior de Educação de Lisboa

Sector de Actividade Lúdica do I. A. C.

ACTIVIDADE

O Instituto de Apoio à Criança (I.A.C.) inclui, desde o início, um programa especialmente destinado à defesa do Direito de Brincar da Criança e à valorização pedagógica e social da Actividade Lúdica como forma expressiva de intervenção educativa e sócio-cultural. Entre outros objectivos, este sector incentiva a criação de ludotecas e espaços de jogo e de materiais lúdicos de interior, de exterior e de carácter interactivo.

Os destinatários mais directos dos programas concretizados pelo Sector da Actividade Lúdica, são em particular as escolas do ensino básico e secundário, as instituições de ensino superior, de educação especial e os jardins de infância.

O Sector de Actividade Lúdica do I.A.C.

Contactos:
I.A.C. - Actividade Lúdica • Av. de Berna, 56 - 2º • 1050 Lisboa •
Tel: (01) 7935131 • Fax: (01) 7931869

Associação dos Profissionais de Educação de Infância

Desde a sua formação em 1981 que a APEI se tem constituído como um espaço de encontro e congregador dos profissionais de educação de infância em todo o país, contribuindo para a dignificação deste grupo profissional. Através das suas acções e iniciativas, a APEI é um importante centro de formação e informação para a actualização dos educadores de infância.

A sua publicação trimestral — Cadernos de Educação de Infância — agora no seu 39º número é um veículo privilegiado desta formação e informação, bem como um forum de troca de ideias e experiências

São também um polo significativo desta associação os seus Encontros Nacionais que se realizam de dois em dois anos, alternando Lisboa com outras cidades portuguesas. Em Abril de 1977 vai realizar-se o VII Encontro nacional abordando a questão do Curriculum em Educação de Infância, tema pertinente no contexto actual.

Desde a sua fundação que a APEI procura ter uma participação activa como parceira social na definição das políticas nacionais de educação, função esta que hoje mais do que nunca considera prioritária.

A Associação está também empenhada em estabelecer contactos com outras associações de professores no sentido de desenvolver acções conjuntas que possam enriquecer os profissionais de educação.

Mª Assunção Folque
Vice-presidente da APEI

Contactos:

Av. Casal Ribeiro, 37 - 1º Dto.
1000 Lisboa
tel.: 355 62 34
Fax.: 362 84 44

Quota de 1996

No ano de 1996 o valor da quota é de **5000$00** (3500$00, para o sócio estudante e 5500$00 para os sócios estrangeiros). Se ainda não pagou a sua quota, pode efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa, Mastercard ou Eurocard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ VISA

MasterCard ☐ MasterCard

Eurocard ☐ EUROCARD

Validade __________ o valor de __________ correspondente a __________

__________ Data __/__/__

Assinatura ______________________________

Ficha de inscrição/actualização na Associação de Professores de Matemática

Sócio nº __________

Nome ______________________________

______________________________ Tel: __________

Morada ______________________________

Código Postal __________ Ano em que começou a leccionar: __________

Data de nascimento ____/____/____ Nível de ensino: __________

Escola ______________________________

Localidade __________ Distrito __________

Categoria Profissional ______________________________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido preenchendo a ficha de pedido de publicações ou fotocópia (ver *Educação e Matemática* nº 28), juntamente com um cheque ou vale postal em nome de **Associação de Professores de Matemática** para:

Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa — Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%. Se residir no estrangeiro, poderá utilizar os cartões Visa, MasterCard ou EuroCard para pagamento de qualquer encomenda de publicações, desde que previamente se informe pelo fax 351-1-7166424 da quantia a enviar para os portes de correio.

índice