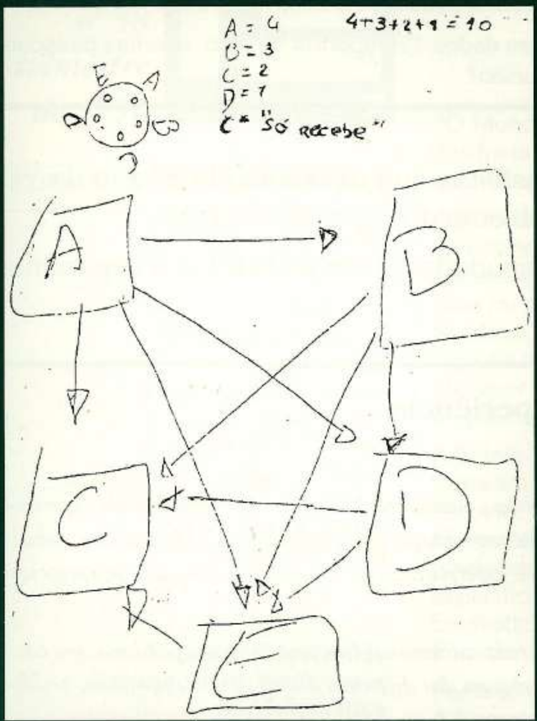
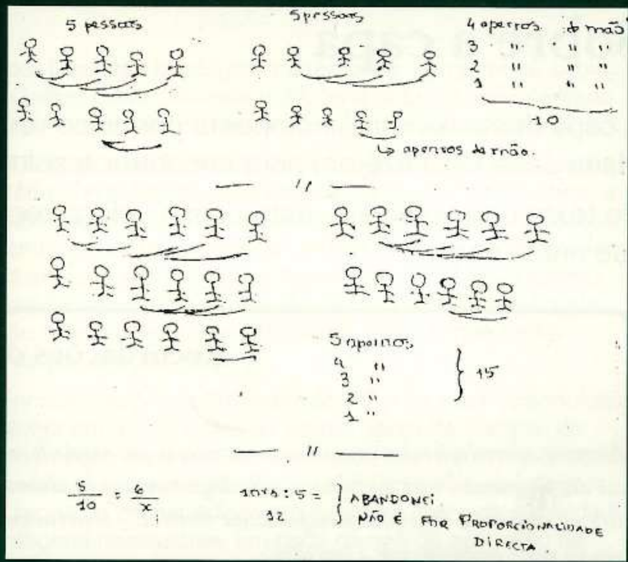
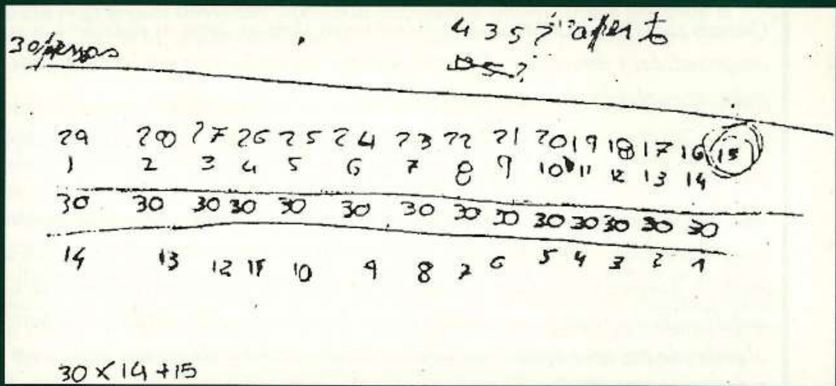
Educação e Matemática

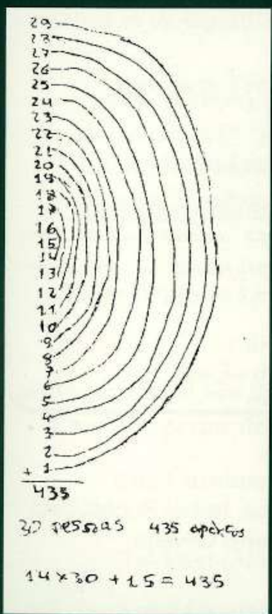
Nº 38

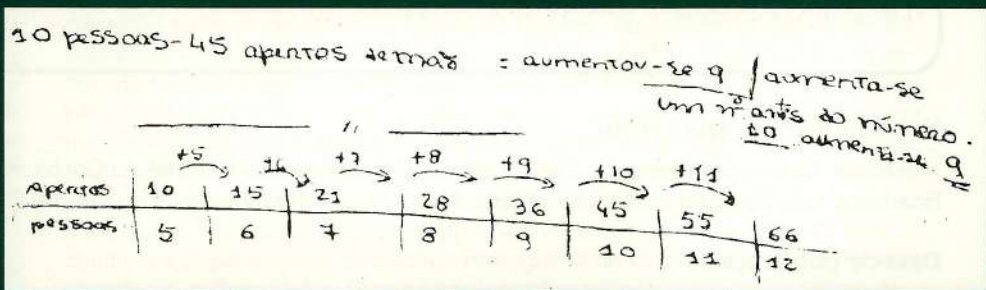
2º trimestre de 1996











Preço: 600$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

10 anos

E&M

Apertos de mão

No início de uma reunião com 5 pessoas, cada uma delas cumprimenta as outras com um aperto de mão.

Quantos apertos de mão são dados?

E se fossem 6 pessoas? e 7? e 10? e 30?

E se forem dados 120 apertos de mão, quantas pessoas há na reunião?

Sobre a capa

A capa desta revista é composta por cinco resoluções distintas que os alunos do 8° ano da Maria José Bóia fizeram para encontrar a solução do problema dos apertos de mão.

No texto que se segue, esta nossa colega recorda com saudade os seus alunos e a experiência que então viveu...

Recordações de uma experiência

Ao rever as resoluções dos meus alunos, recordo-os com saudade, mas recordo também o entusiasmo que, durante os anos da pré-experiência dos programas, vivi na busca de abordagens em que os alunos, em interacção e confrontação uns com os outros, mobilizassem conhecimentos, usassem a intuição, manipulassem materiais, observassem, conjecturassem, experimentassem, descobrissem relações e se apropriassem de novos conhecimentos e conceitos.

Acompanhei uma turma da experiência do 5° ao 8° ano. No 6° e 7° anos, quase todas as semanas lhes propunha um problema que não estava directamente relacionado com a matéria. Pretendia que os alunos se apercebessem das diferentes etapas de resolução de um problema e que explorassem e usassem estratégias criativas e relevantes.

Quando chegámos ao 8° ano, ensinei-lhes novas técnicas, como as equações e os sistemas de equações, que exigiam muito tempo para serem compreendidas e dominadas. Os problemas que até então eram resolvidos usando esquemas, desenhos ou por tentativa e erro passaram a poder ser resolvidos de outra maneira.

A certa altura receei que os alunos não fossem mais capazes de procurar estratégias que não passassem pela identificação da incógnita e pela tradução matemática da condição ou condições expressas...

Mas os meus receios eram infundados. Quando lhes propus a resolução do problema dos apertos de mão, num dos grupos, os alunos cumprimentavam-se e contavam meticulosamente os cumprimentos que cada um dava. Concluíam entusiasmados: "O último não dá, só recebe!". Surgiram os esquemas, o cálculo de somas de séries, a organização de tabelas, a procura de leis de formação. Foi grande a mobilização dos recursos e aquisições feitas. Foi uma hora divertida que se passou depressa e que me recobrou a confiança, um pouco alquebrada por uma equipa que esqueceu colaboradores e alunos nas escolas, um Conselho Pedagógico que exigia "a adaptação dos novos programas aos velhos", o livro adoptado pela escola, a sujeição à programação feita por um grupo que, do novo programa, só sabia dizer que não sabia nada.

A adaptação e a resistência à mudança têm formas que só os anos ensinam.

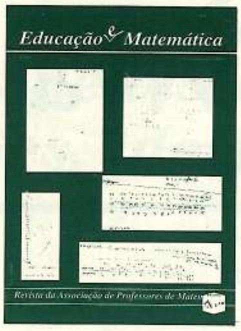
Maria José Carinha Bóia

Neste número colaboraram

Ana Kallef, Conceição Mesquita, Dinis Pestana, Dulce Monteiro Rei, Helena Cunha, Helena Fonseca, Isabel Rocha, Lina Brunheira, Luís Carmelo, José Paulo Viana, Mário Roque, Rosário Almeida, Raúl de Carvalho, Roberto Oliveira.

Data de publicação

Este número foi publicado em Julho de 1996.



nº 38
2º trimestre
de 1996

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Eduardo Veloso
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Maria João Lagarto
Maria José Bóia

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade
Trimestral

Tiragem
4200 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos
1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424

Nota: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Aprender a ler, aprender Estatística

Dinis Pestana

"O Mundo foi escrito por Deus em linguagem matemática, compete ao sábio decifrá-la", diz-se que Galileu disse. Vivesse hoje, teria decerto acrescentado que essa decifração teria, muitas vezes, que recorrer a métodos estatísticos.

A introdução de alguns capítulos de Estatística nos programas de Matemática do ensino pré-universitário corresponde a uma evolução tão inevitável como a substituição das televisões a preto e branco por televisões a cores. Os riscos, mais ou menos os mesmos — se não houver o cuidado de preparar tecnicamente para a mudança, não se deve estranhar que nem tudo corra bem. Quando viajo de avião, prefiro pensar que quem esteve envolvido quer na sua construção quer na manutenção teve a preparação adequada, mesmo que tenha originalmente migrado da construção naval.

A Estatística é uma ciência intrinsecamente estimulante, e as suas metodologias tornaram-se indispensáveis em quase todas as outras áreas da Ciência, da Técnica, e da Arte. A percepção cada vez mais vasta de que inúmeras áreas de Matemática, desde a análise funcional à teoria dos números, têm abordagem privilegiada através da teoria da probabilidade em espaços abstractos, aliada à especificidade de abordagens necessárias em cada campo de aplicação da Estatística, levaram a desenvolvimentos que já ninguém abarca na totalidade. Para bem e para mal, a Estatística é hoje um campo de especialistas.

Por isso mesmo ganhou uma importância que torna a sua divulgação imperativa. A formação elementar nesta área é indispensável para ser Cidadão nos dias de hoje; é tarefa nobre que deve ser confiada àqueles a quem todos ficamos a dever, em grande parte, aquilo em que nos tornamos — os professores da nossa juventude.

A estes cabe a responsabilidade de ensinar esta área fundamental do estar no Mundo hoje. Compete-lhes a tarefa de ensinar a "ler" os números e os gráficos — e a enorme diversidade de formas de apresentar a mesma informação, nem sempre isenta, não facilita a tarefa. Compete-lhes a tarefa de ensinar a dar forma a informação informe, apresentando os dados de forma legível e coerente, e reduzindo informação ao essencial e transmissível em poucas frases. Compete-lhes ensinar a pensar, preferir a reflexão às fórmulas, saber que não se usa médias para descrever um ser humano ("... bicho com um número médio 1.9987 de olhos, 1.9954 orelhas, ..."), pois que a maioria esmagadora de seres humanos tem um número de olhos superior ao número médio de olhos por pessoa, e que há que ter cautelas ao raciocinar sobre amostras uma vez que o seu enviesamento é fatal (no duplo sentido que a frase pode ter).

A preparação para enfrentar estes problemas pode ser estimulada por alguns clássicos sobre o assunto. O "Teacher's Corner" do *Bulletin of the American Statistical Association* mereceria estar acessível aos docentes, bem como se deveria traduzir o excelente "*Teaching Statistics at its Best*", do Applied Probability Trust, pioneiro na reflexão sobre o ensino da Estatística a níveis elementares. Os clássicos de Moroney (*Facts from Figures*) e de Huff (*How to Lie with Statistics*) continuam a inspirar as minhas aulas, e recomendo-os sem reserva. Da mesma forma, uma visão crítica excepcional sobre a apresentação gráfica é o excelente *The Visual Display of Quantitative Information*, de Tufte. E claro, continuo a esperar que a Sociedade Portuguesa de Estatística cumpra os seus objectivos, e disponibilize para os interessados os exemplos estimulantes de boa e má utilização de Estatística que vão aparecendo nos meios de comunicação social, e que tanto se prestam a um ensino vivo desta maravilhosa ciência.

Dinis Pestana, Dep. Estatística e Investigação Operacional, FCUL

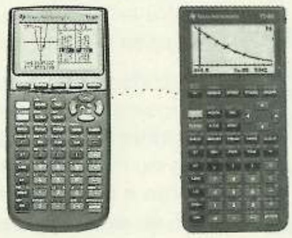
Matemática mais Viva

TI-83

O instrumento perfeito

para o estudo da

matemática



A TI-83 trabalha lado a lado com a TI-82

- Ecrã de 8 linhas com 16 caracteres por linha.
- Permite definir, guardar e construir o gráfico de 10 funções definidas por equações cartesianas, 6 funções definidas por equações paramétricas, 6 funções definidas por equações polares e 3 sucessões definidas recursivamente.
- Dispõe de 7 estilos de gráficos para melhor distinguir os diferentes gráficos desenhados - linha contínua grossa, sombrear a parte acima ou abaixo do gráfico, e outras.
- Funções estatísticas avançadas, incluindo testes de hipóteses e o cálculo de intervalos de confiança.
- Funções financeiras, incluindo o valor actualizado líquido (VAL), cash flows e amortização.
- Editor de resolução de equações que permite resolver interactivamente uma equação em relação a diferentes incógnitas.
- Operações com números reais e complexos, listas, matrizes e sequências de caracteres.
- Inclui um cabo que permite partilhar informação com outra TI-83 e de uma TI-82 para uma TI-83.
- Funciona com o Sistema de Laboratório Baseado na Calculadora™ (CBL™) - Sistema para a análise de dados reais.
- Disponível, como opção em separado, o TI - GRAPH LINK™.

Centro de Recursos para o Ensino da Texas Instruments

O CRE é o Departamento da Texas Instruments onde todos os professores dos diferentes níveis educativos podem acorrer à procura de informação, material didáctico, experiências pedagógicas,... sempre baseadas no trinómio Novas Tecnologias-Matemática-Ensino.

O CRE dispõe de:

Bibliografia: artigos, livros e documentação. Mediante uma chamada telefónica pode-se dispôr de uma lista da mesma de forma totalmente gratuita.

Programa de empréstimo de calculadoras: grátis e sem nenhum compromisso disponibilizam-se as calculadoras necessárias para a realização de cursos, trabalhos em seminários e, em geral, realizar qualquer actividade educativa com calculadoras. São enviadas com portes pagos e somente é necessário realizar o pedido com relativa antecedência.

Assistência de formação: proporciona-se assistência na formação de professores na aprendizagem e utilização de novas tecnologias...

Perante qualquer dúvida ou explicação estamos à sua completa disposição em:

TEXAS INSTRUMENTS

Programa Educacional,
Rua Brito Capelo, 822 1º Frt. 4450 Matosinhos
Tel: 02 938 64 75 Fax: 02 938 64 73

CALCULADORA GRÁFICA - TI-83

A pensar nos novos programas do Ensino Secundário

Calculadora gráfica polivalente concebida para o 10.º, 11.º, 12.º Anos e Ensino Superior

10.º Ano	11.º Ano	12.º Ano	Universidade
- Estatística	- Funções	- Probabilidades	- Estatística
Funções	- Cálculo	- Funções	- Probabilidades
Cálculo	- Cálculo Financeiro	- Cálculo	- Funções
- Cálculo Financeiro		- Cálculo Financeiro	- Matemática Financeira
			- Cálculo

TEXAS INSTRUMENTS

Pontos de vista, reacções, ideias...

Ensinar é (sobretudo) aprender

No texto que se segue, é descrita uma situação que ocorreu numa turma de 12º ano (dos novos programas). Espero que suscite alguma reflexão e... muitas respostas! Lembrei-me dela ao ler o artigo da Ana Vieira *"O professor tem sempre razão, nunca se engana e raramente tem dúvidas?"*, pois foi um momento em que não me senti só na sala, nem fechado ou arrumado num qualquer dos lados do processo de ensino/aprendizagem. Quantas vezes não terei já perdido oportunidades de aprender, por falta de atenção e abertura? É cada vez mais importante a noção de que da constante interacção professor-aluno muito se cria, nada se perde e tudo se transforma...

A função impossível

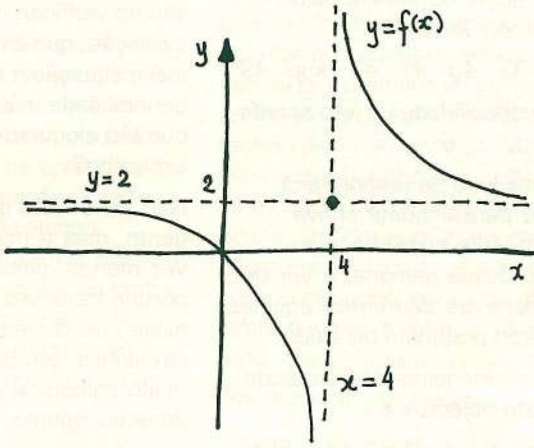
A questão tinha a ver com os esboço do gráfico de uma função *f* que verificasse as seguintes condições:

- $D_f = R$ e $D_f' = R \setminus \{0\}$
- f é injectiva
- $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$ e $\lim_{x \to 4^-} f(x) = -\infty$
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x)$

Após esforçadas tentativas, chegamos à conclusão que o nosso problema não tinha solução! Eu assumi isso mesmo e, para resolver rapidamente a questão, alterei ligeiramente o enunciado, ficando a primeira linha como se segue:

- $D_f = D_f' = R \setminus \{0\}$

E pronto, os problemas acabaram e a maior parte dos alunos conseguiu desenhar um gráfico naquelas condições, com um aspecto semelhante a este:



Mas (felizmente) o Celso não ficou conformado e veio dizer-me que achava o problema possível com as condições iniciais. *"Depois falamos..."* — disse-lhe do alto da minha certeza!

Na aula seguinte, o Celso deixou-me um esboço do que seria a resposta ao problema inicial. A minha primeira reacção foi tentar mostrar-lhe onde falhava, mas... não via onde! Depois de uma reflexão caseira, concluí que ele tinha razão — é possível esboçar o gráfico de uma função nas condições iniciais! Não querem tentar?

(continua, se quiserem...)

Mário Roque
E. S. Francisco de Holanda
(Guimarães)

Um "milagre" no totoloto

No dia 25 de Março de 1995 assisti pela televisão à extracção do totoloto.

A primeira bola a sair foi a 23.

A segunda foi a 29.

A terceira foi a 32.

As três primeiras bolas tinham saído por ordem crescente. Fiquei mais interessado no que se iria passar a seguir. Será que a quarta bola seria superior à anterior?

Saiu a quarta bola: 40.

Comecei a entusiasmar-me. Já por várias vezes me tinha ocorrido que seria curioso ver as bolas sairem exactamente pela ordem com que são depois apresentadas na "chave". Claro que a probabilidade de isso acontecer é bastante baixa. Além disso, faltavam ainda duas bolas mais a suplementar e, logo por azar, já íamos no número 40.

Quinta bola: 41.

Levantei-me. Seria possível continuar assim?

Sexta bola: 48.

Chamei as outras pessoas da casa. Faltava a bola suplementar e só um número servia. A máquina roda e... sai o 49!

Tinha acontecido. Desta vez o júri não teve qualquer trabalho a ordenar a chave, os números tinham saído pela sua ordem natural:

23 - 29 - 32 - 40 - 41 - 48 - supl. 49

Qual é a probabilidade de isto acontecer?

Uma boa maneira de responder à pergunta é pensar numa chave concreta de sete números, por exemplo, a dessa semana, e ver de quantas maneiras diferentes aqueles sete números poderiam ter saído.

O número de maneiras diferentes de ordenar sete objectos é :

$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

Como só há um caso que corresponde aos números sairem por ordem crescente, a probabilidade é de 1/5040. Pequena, não é?

Havendo um sorteio por semana, é de esperar que este acontecimento se verifique, em média, uma vez em cada 5040 semanas, ou seja, uma vez cada 97 anos!

Como eu, em media, só assisto a um em cada 10 sorteios do totoloto, talvez dentro de 970 anos volte a ver o que vi no dia 25 de Março de 1995.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Um sumário original

"Hoje dei uma aula óptima... Os alunos escutaram-me atentos, o 'discurso' saiu-me bem, consegui encadear bem o raciocínio e dar uma boa explicação das questões que equacionei... Devem ter aprendido bastante bem, pois escutaram-me em silêncio, quase toda a turma deve ter percebido o que lhes quis ensinar."

Quantas vezes temos este pensamento quando saimos de uma aula, sentindo-nos satisfeitos com a forma ordeira como ela decorreu (normalmente uma aula ao primeiro tempo da manhã, com os alunos ainda meio adormecidos)? Mas quantas vezes sofremos depois uma grande desilusão ao verificar, numa ficha de avaliação, que afinal tinhamos avaliado mal a situação e que os alunos, na sua generalidade, não aprenderam aquilo que tão eloquentemente tínhamos explicado?

Não sei se isto acontece a muita gente, mas a mim acontece-me cada vez menos, única e simplesmente porque cada vez desconfio mais das aulas que correm todas muito direitinhas, em que os alunos estão muito calados e o meu discurso me pareceu óptimo.

Cada vez que penso nestas questões, recordo-me sempre de uma história caricata que me aconeceu há uns anos numa turma do 7º ano, mas que considero muito significativa, e por isso penso que merece a pena reflectir um pouco sobre ela.

Era um aula de resolução de exercícios. Os alunos estavam a trabalhar individualmente e eu ia percorrendo a turma, acompanhando os que tinham mais dificuldade. A certa altura, quando um aluno estava a procurar no caderno, com a minha ajuda, um exercício que tinha sido resolvido numa aula anterior, olhei por acaso para um dos sumários que estavam escritos, e para meu grande espanto, li: "Cotações com ralações"!

Fiquei estupefacta. Não era possível! ... Qual o sentido daquilo???

Perguntei ao aluno em causa:

— O que são cotações? E ralações?

Ele fez uma cara convicta e disse-me:

— O que é, não sei, mas que a *setora* ditou, ditou!

E dizia aquilo com um ar tão sério e tão convencido que eu não pude deixar de me rir. Continuei a insistir com ele:

— Mas como é possível eu ter ditado isso? O que é que achas que são ralações na aula de Matemática? O que é que podemos ter tratado nessa aula?

O Nuno continuava a insistir que era o que eu tinha dito, e como eu me ria estupidamente com a situação, ele fazia uma cara de admiração sem perceber porque é que eu me estava a rir tanto, porque é que eu duvidava do que ele dizia, mas, ao mesmo tempo, sem perceber realmente o que estava escrito no caderno.

Perante o insólito da situação, olhei para o que ele tinha registado da aula, para ver se conseguia decifrar tal mistério. Mas não consegui.

Fui então ao livro de ponto ver o que é que eu tinha escrito nesse dia: "Operações com fracções".

Moral da história: daquilo que eu ditei, o Nuno apanhou correctamente apenas as terminações, mas isso não o preocupou — a professora ditou e o que as professoras dizem é para se escrever, mesmo que não se perceba, pois se elas dizem é porque algum sentido faz.

Normalmente só dito o sumário quando os alunos estão todos preparados para o escrever, aproveitando esse momento para dar início à aula e acabar com a confusão. É assim pouco provável que o tal sumário tenha sido ditado de outra forma que não esta. Se mesmo assim os alunos ouvem e escrevem coisas que não são de todo aquilo que dissemos, o que acontecerá então durante as aulas, nas tais aulas em que nos limitamos a discursar e eles a ouvir, em que nem sequer estamos a falar com a preocupação de que eles escrevam o que estamos a dizer?

Ao longo dos anos, tenho pensado várias vezes nestas questões e, neste momento, estou convicta de que aula em que os alunos não perguntem, não questionem, não levantem conjecturas, é certamente uma aula em que a aprendizagem está ausente.

Ana Vieira
Esc. Sec. Linda-a-Velha

Valerá a pena ensinar?

No 'meu tempo' (e não foi há tanto tempo como isso, pois fiz o 12º ano em 1985), ainda havia um certo respeito (da maior parte dos alunos) pelos professores, pelos pais, pela autoridade. Posso estar enganado mas nota-se agora uma falta de valores na maioria dos jovens (principalmente nos estudantes). Não distinguem o bom do mau e reivindicam tudo e mais alguma coisa. De facto, parece que existe um défice de educação em casa com especial incidência em aspectos disciplinares. (...) É certo que muitos pais passam o dia todo a trabalhar (porque precisam) e só vêem (quando vêem) os filhos à noite. Por outro lado, a sociedade está agora mais consumista e há quem trabalhe apenas para poder ter mais um carro ou mais uma aparelhagem ou mais um computador ou mesmo um telefone portátil. Resultado: os pais não conversam com os filhos e estes não aprendem o muito que os pais têm a ensinar sobre a vida, uns ficam muito mimados, outros sentem-se abandonados e tornam-se marginais.

Ora como é que alunos assim vão obedecer ao professor se não o fazem em casa? Não é verdade que o professor tem cada vez menos autoridade na sala de aula?

(...)

Nota-se que muitos professores seguem os objectivos dos programas, por exemplo nos casos em que se pede que o aluno seja estimulado a participar activamente na aprendizagem e a estabelecer ligações com a vida real. É claro que os alunos gostam de uma aula diferente, por exemplo, com o computador ou com a calculadora ou com jogos. Mas, de que serve tudo isso se depois vão para casa e não têm ninguém que os obrigue a estudar?

Até ao 9º ano é natural que o ensino deva ser mais motivador mas, a partir daí, um ensino demasiado agradável será a melhor via? Não devemos nós, os professores, motivar os alunos até um certo ponto mas não cair em exageros? Ao querermos que todos os alunos atinjam os objectivos e transitem de ano, não estaremos a prejudicar os melhores (...) que ficam desmotivados com tanta 'moleza'?

É evidente que a minha perspectiva em relação ao ensino é pessimista, mas não quero com isto dizer que se deve desistir ('baldar-se' e apenas 'despejar' a matéria). O que quero dizer é que temos a mania de nos responsabilizarmos pelos alunos quando a grande fatia do insucesso não tem a ver connosco. Tirando aqueles que estão no ensino porque não há outro emprego, penso que os professores gostam de ensinar e tentam dar o seu melhor. Mas seria bom que o governo se preocupasse em encarar, de uma vez por todas, a educação como um investimento e não como um custo, que as condições sócio-económicas de muitas famílias melhorassem, e, melhor que tudo, que os pais dos nossos alunos nos dessem uma ajuda.

(...)

Roberto Oliveira
E. S. Dr. Angelo Augusto da Silva
(Funchal)

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

• O "reconhecimento internacional" da APM ocorreu cerca de um mês depois do seu nascimento. Com efeito, a Associação de Professores de Matemática de França endereçou uma simpática carta, com data de 30/10/96, a Leonor Filipe, então presidente da APM, referida no número 1 da Educação e Matemática. Eis uma curiosa passagem da carta:

Félicitations pour la naissance de notre "petite soeur" portugaise! Nous lui enverrons (...) et si vous éditez un Bulletin, nous serions heureux de le recevoir, même si on a du mal à le lire!

• Ao longo destes dez anos, vários professores estrangeiros publicaram artigos na Educação e Matemática. O primeiro foi o belga Francis Michel que aliás foi sócio fundador da APM. O seu texto, "Geometria dos Cristais" saiu no número 1. Os autores estrangeiros mais recentes são as colegas brasileiras Ana Kaleff e Dulce Rei, com um artigo publicado neste número, curiosamente também sobre Geometria.

• O logotipo da APM resultou de um concurso lançado no número 1 da Educação e Matemática. Foram recebidas 16 propostas, enviadas por professores e alunos de vários pontos do país, e a escolha da Direcção recaiu numa proposta de ISAB (de Viana do Castelo). O novo símbolo foi o motivo da capa do número 2.

Associação de Professores de Matemática

APM ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMATICA

Primeiro e segundo classificados no concurso de logotipos para a APM

Incentivando a visualização espacial através de propriedades geométricas de tetraedros duais

Ana Maria Kaleff e Dulce Monteiro Rei

As dificuldades apresentadas pelos alunos na visualização de sólidos geométricos têm levado os educadores a buscarem meios para facilitar o ensino das propriedades geométricas dos sólidos e para tornar esse ensino mais atrativo e motivador.

Neste artigo trataremos de situações nas quais até mesmo adultos apresentam dificuldades de visualização, observadas pela não distinção entre os conceitos de forma e de volume de um sólido geométrico. Apresentaremos atividades que recorrem ao uso de materiais concretos e que não somente contribuem para o desenvolvimento do raciocínio espacial do estudante, mas também lhe proporcionam oportunidade de desenvolver a coordenação motora, de aprender a se concentrar numa tarefa, de exercitar a paciência, de criar imagens, de interpretar desenhos, de conjecturar e intuir soluções para problemas matemáticos elementares e de observar e fazer uso de diversas relações geométricas. O sólido geométrico de que trataremos é o tetraedro regular, relacionado ao seu dual.

Na nossa prática escolar temos utilizado materiais concretos para a construção de estruturas que representam esqueletos de sólidos geométricos construídos por meio de suas arestas. Os materiais de nossa preferência para tais construções são pedaços de canudos de plástico unidos por meio de um fio de linha e varetas finas de madeira unidas por anéis elásticos. As atividades de construção de esqueletos de sólidos podem ser iniciadas com crianças pequenas e auxiliam a criação de imagens mentais e o desenvolvimento do raciocínio espacial, como já apresentamos em outros trabalhos e que estão citados ao final deste artigo. As atividades que apresentamos a seguir são mais indicadas para jovens e adultos, com cerca de quinze anos de idade, e nelas são tratadas relações entre volumes de tetraedros e relações entre áreas de suas faces, as quais surgem naturalmente no processo de construção dos esqueletos de dois tetraedros duais.

Nas Atividades 1 e 2, os alunos são orientados na construção do esqueleto de um tetraedro regular e de seu dual e são levados a observar que os mesmos são semelhantes, surgindo a situação-problema do estabelecimento da relação entre seus volumes e entre as áreas de suas faces.

Nas Atividades 3, 4 e 5 são apresentadas construções que podem parecer, à primeira vista, difíceis e árduas, porém uma leitura atenta das indicações sobre a manipulação do material levará ao sucesso. Propositalmente, tentamos evitar que as orientações sobre a manipulação do material sejam apoiadas nos desenhos dos esqueletos e em esquemas de construção, pois buscamos incentivar a compreensão do texto escrito, além de termos em mente as dificuldades que muitos alunos apresentam na interpretação de desenhos. Nossa experiência nos mostra que a maioria dos estudantes se beneficia com atividades como as aqui apresentadas, pois os alunos necessitam ser orientados em atividades que os ajudem a desenvolver imagens mentais dos sólidos e os auxiliem a perceber figuras espaciais desenhadas no plano.

As perguntas que surgem ao longo das construções propostas levam o aluno a conjecturar sobre diversas situações geométricas, que são importantes para as conclusões finais.

Há situações nas quais até mesmo adultos apresentam dificuldades de visualização. As atividades de construção de esqueletos de sólidos podem ser iniciadas com crianças pequenas e auxiliam a criação de imagens mentais e o desenvolvimento do raciocínio espacial.

O constante questionamento sobre o que o aluno constrói e sobre o que ele observa, lhe proporciona a oportunidade de tomar consciência das diversas propriedades geométricas que desejamos enfatizar.

A seguir, apresentamos as atividades em questão e alguns comentários que julgamos pertinentes. Sugerimos que se tenha, à mão, canudos plásticos de refrigerante de mesma espessura, em três cores diferentes; varetas de madeira fina; anéis elásticos, palitos de madeira que se ajustem aos canudos quando neles inseridos; uma agulha grossa e um carretel de linha de algodão. A textura da linha deve ser de tal ordem que permita sua inserção no canudo sem auxilio de uma agulha e sua espessura deve ser tal que o canudo possa permitir a passagem de até cinco trechos de linha.

O material a ser utilizado nas Atividades 1 e 2 é um metro de linha, seis pedaços de canudo plástico de mesma cor e comprimento (sugerimos a medida de oito centímetros) e um canudo de uma outra cor. Além disso, nos esquemas que se seguem, indicaremos por $\longrightarrow$ o sentido em que a linha deve ser inserida num canudo vazio e indicaremos por $\Longrightarrow$ o sentido em que ela deve ser inserida num canudo já ocupado por outro pedaço de linha.

Nas construções das estruturas, é importante se observar que, para se dar firmeza aos vértices, é necessário reforçá-los, passando o fio de linha mais de uma vez por cada pedaço de canudo, ligando-o aos outros dois. O esquema apresentado na figura 2 ilustra esta situação.

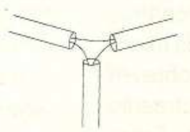


figura 2

Note-se que, em todo trabalho que se segue, nos referiremos às estruturas construídas pelo nome dos sólidos geométricos cujas arestas elas representam.

Acreditamos que a sequência realizada na atividade 2 seja muito importante, pois deste modo, o aluno tem oportunidade de observar e de ter enfatizado, entre outros fatos, que as figuras que conservam as formas são figuras semelhantes.

Além disso, temos observado que, muitos alunos universitários, bem como professores de 1º e de 2º graus apesar de calcularem corretamente a relação entre os volumes dos sólidos duais tratados, ao serem solicitados a justificar esse resultado por meio do desenho ou da construção de um modelo que represente a situação, tentam justapor vinte e sete tetraedros regulares, cujas arestas têm o mesmo comprimento das do tetraedro dual, para construir um tetraedro como o original. Após fazerem várias tentativas, nas quais o objetivo não é alcançado, eles apresentam manifestações de espanto e descrédito, pois estão convencidos de poderem obter o tetraedro original por meio do empilhamento de vinte e sete tetraedros da mesma forma e tamanho do dual. Esta situação indica que o conceito de volume do poliedro e o conceito de forma do poliedro são confundidos até por professores e que, mesmo adultos, têm, portanto, dificuldades de visualizar situações geométricas como as aqui tratadas. Com as atividades que se seguem tentamos minimizar estas situações.

Para a realização da atividade 3 serão necessárias dezoito varetas de madeira, sendo seis delas com o dobro do comprimento das demais e dezoito pedaços de canudos, sendo seis de uma mesma cor e doze de uma outra cor, medindo, respectivamente, doze e seis centímetros. Sugerimos estas medidas, pois, pedaços de canudos maiores facilmente se danificam.

ATIVIDADE 1

Construção de um tetraedro regular

Tome o fio de linha, passe-o através de três pedaços de canudo construindo um triângulo e o feche por meio de um nó. Agora, passe o restante da linha por mais dois pedaços de canudo juntando-os e formando mais um triângulo com um dos lados do primeiro triângulo. Finalmente, passe a linha por um dos lados deste triângulo e pelo pedaço que ainda resta, fechando a estrutura com um nó. Esta estrutura representa as arestas de um tetraedro regular e as etapas intermediárias de sua construção estão representadas no esquema da figura 1.

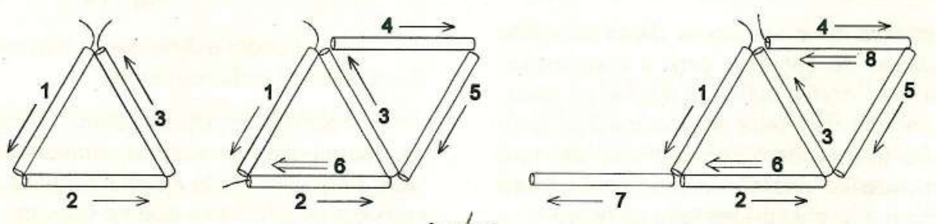


figura 1

ATIVIDADE 2

Construção de tetraedros duais

Em cada face do tetraedro construído anteriormente construa, com um fio de linha, as três medianas relativas a cada um dos vértices. Na construção de cada mediana, prenda a linha em um dos vértices e com a ponta da agulha, fure o canudo no qual ficará presa essa mediana e nele prenda a linha por meio de um nó.

Você deve estar lembrado que o ponto onde as medianas se encontram, numa mesma face, é chamado de baricentro do triângulo. Agora, una os quatro baricentros por meio de pedaços de canudos de cor diferente da usada na construção do tetraedro. Que estrutura você obteve? Observe que esta estrutura tem a mesma forma do tetraedro inicial sendo, portanto também um tetraedro regular. Estes sólidos são chamados de duais e no restante deste trabalho chamaremos o tetraedro menor, obtido desta forma, de tetraedro dual. As estruturas assim construídas estão representadas na figura 3.

Observe as estruturas construídas analisando as características geométricas que se conservaram entre elas. Agora meça o comprimento de cada mediana de uma face e a distância entre o baricentro e o pé dessa mediana. Você é capaz de dizer qual é a relação entre esses comprimentos? E qual a relação que existe entre o comprimento da aresta do tetraedro original com o da aresta do dual?

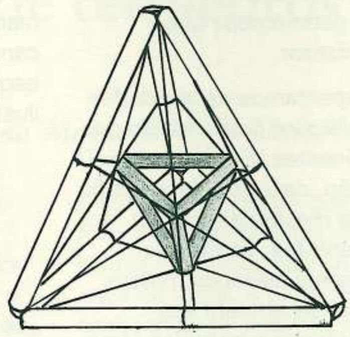


figura 3

Você deve ter observado que esses comprimentos são proporcionais, pois a relação entre eles é 3/1, donde pode-se concluir que o tetraedro original e o seu dual são figuras semelhantes, cuja razão de semelhança é 3.

Agora, você é capaz de estabelecer a relação entre as áreas de cada face dos dois tetraedros? E qual é a relação entre os volumes dos dois tetraedros?

Mesmo que você consiga responder a estas questões sugerimos que continue com as atividades que se seguem, pois elas visam construir, com pedaços de canudos, o esqueleto de um sólido que represente esta situação.

ATIVIDADE 3

Construção de um octaedro dentro de um tetraedro

Inicialmente, construa o esqueleto de um tetraedro regular com as varetas grandes que devem ser amarradas entre si por meio dos anéis elásticos. Considerando as arestas que formam cada uma das faces do tetraedro, una os pontos médios destas arestas pelos pedaços pequenos de vareta, amarrando-os também por meio dos anéis elásticos.

Quantos pedaços de vareta você utilizou e que estrutura espacial você obteve?

Você deve ter notado que esta estrutura é a de um octaedro regular.

Agora, repita os itens anteriores desta atividade utilizando os pedaços de canudos para a construção. Você necessitará furar, com a ponta da agulha, os pedaços maiores de canudo nos seus pontos médios, para poder passar a linha que prenderá o octaedro na estrutura do tetraedro. Procedendo desta maneira, você obterá uma construção com a forma apresentada na figura 4.

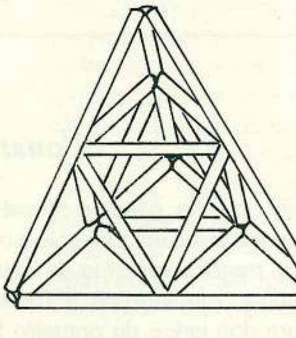


figura 4

Você poderia dizer qual é a relação entre o volume do octaedro e o do tetraedro ?

Fazendo uso do esqueleto do octaedro construa os elementos que possibilitem visualizar esta relação. Caso você sinta dificuldade em realizar esta construção, continue com as atividades que se seguem.

ATIVIDADE 4

Relações entre os volumes e entre as áreas das faces dos sólidos construídos dentro do tetraedro

Indicaremos por T o tetraedro que você construiu na atividade anterior e chamaremos de V o seu volume. Observando o interior de T, você vê um octaedro, que tem construído sobre quatro de suas faces um tetraedro regular. Indicaremos por T_p cada um desses tetraedros, cujo volume será indicado por V_p e indicaremos por V_o o volume do octaedro.

Olhando para a estrutura que você tem nas mãos, observe que $V = 4V_p+V_o$

Você seria capaz de estabelecer uma relação entre os volumes V_p e V_o?

Você seria capaz de construir, com pedaços de canudo, uma estrutura que o auxiliasse a estabelecer essa relação?

Para tanto, com um pedaço de canudo, de cor diferente das já utilizadas, construa uma diagonal do quadrado que forma o octaedro.

Você pode observar que, com esta diagonal, foram construídos quatro tetraedros não regulares, cada um formado por dois triângulos equiláteros (faces do octaedro) e dois triângulos isósceles (formados pela diagonal do quadrado e por duas arestas do octaedro). Observe a figura 5.

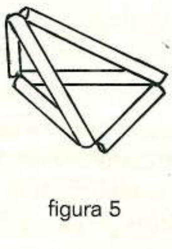
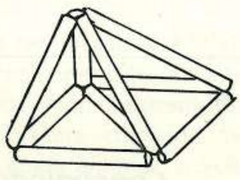


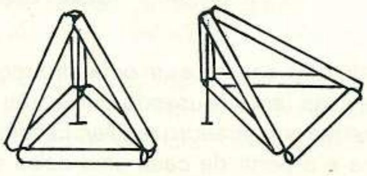
figura 5

Você percebeu que cada tetraedro não regular tem a mesma altura de T_p?

Os esquemas desenhados na figura 6, (a) e (b), representam esta situação.



(a)



(b)

figura 6

Além disso, observe ainda que, como as bases desses dois tetraedros, em relação a esta altura são iguais, então eles têm o mesmo volume. Portanto, o volume do octaedro é igual a quatro vezes o volume do tetraedro regular T_p, isto é, $V_o=4V_p$. Daí, $V=4V_p+V_o=4V_p+4V_p=8V_p$.

Portanto, o volume do tetraedro T é oito vezes o volume do tetraedro T_p, apesar de T não ser construido por oito tetraedros de mesma forma de T_p. Isto é, você vê que T é formado por quatro tetraedros não regulares e quatro tetraedros de mesma forma de T_p, apesar de todos terem volume igual ao de T_p.

Além disso, você deve ter observado que o comprimento da aresta do tetraedro T, que indicaremos por L, é o dobro do comprimento da aresta do octaedro e, portanto, o dobro do comprimento da aresta do tetraedro T_p, que indicaremos por l. Logo, $L/l = 2$.

Da relação anterior temos que $V/V_p = 8$, logo

$V/V_p=(L/l)^3=2^3$

Por outro lado, você deve ter notado que as faces do tetraedro T são formadas por quatro triângulos iguais aos que formam as faces de T_p, donde a relação entre as áreas

$T/T_p=4$ logo $T/T_p=(L/l)^2=2^2$

Em geral, ao compararmos a estrutura de um sólido obtida com os canudos com a estrutura obtida com varetas, notamos que a representação com canudos fornece um esqueleto melhor definido para o sólido em questão, onde sua forma é melhor caracterizada, porém, temos observado, que a manipulação dos canudos é bem mais trabalhosa, exigindo dos alunos uma habilidade manual maior do que a necessária para a construção por meio das varetas.

Por outro lado, a fim de tornar uma estrutura construída com canudos menos frágil e de mais fácil manipulação, podemos orientar os alunos para que a reforcem, inserindo nos canudos pedaços de palito de madeira que se ajustem ao canudo.

Para realizar a atividade 5 são necessários quarenta e dois pedaços de canudo de mesma cor e com seis centímetros de comprimento.

Temos observado que alguns poucos alunos, ao realizarem esta atividade, preferem observar diretamente a figura 9 e construir a estrutura aí apresentada, sem seguir a sequência sugerida. Isto nos indica que tais alunos já conseguem interpretar corretamente o esquema desenhado, todavia, a grande maioria dos estudantes necessita seguir, passo a passo, a construção sugerida, o que pode ser um exercício de paciência e que exige muita concentração.

ATIVIDADE 5

Construção de uma figura auxiliar e a relação do seu volume com o do tetraedro dual

Inicialmente construa um octaedro regular. A partir de uma de suas faces e usando mais três pedaços de canudo construa um tetraedro regular. Escolha duas faces do tetraedro e a partir de cada uma delas construa um octaedro regular, formando assim uma estrutura com três octaedros e um tetraedro, a qual terá uma face superior e uma base com as formas desenhadas na figura 7.

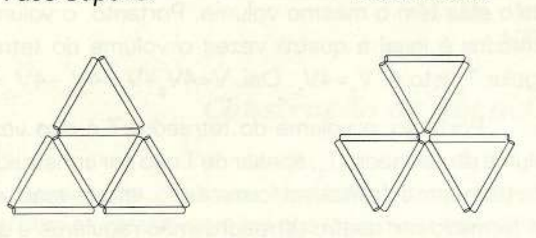


figura 7

Observe que para cada dois dos octaedros construídos haverá uma aresta comum com o tetraedro. Entre cada um dos pares de octaedros, construa um tetraedro usando essa aresta comum, duas arestas de um dos octaedros, duas arestas do outro octaedro, acrescentando mais um canudo para formar a sexta aresta. Observe, que a figura construída terá quatro tetraedros e três octaedros podendo ser apoiada sobre uma base como desenhada na figura 8.

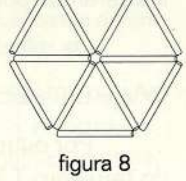


figura 8

Acrescente três tetraedros a essa estrutura. Para a construção de cada um desses tetraedros, acrescente três arestas àquela face de cada um dos três octaedros, que possui apenas uma aresta na base da estrutura.

Observe que a estrutura que você construiu pode ser apoiada numa base triangular, subdividida em nove triângulos . Além disso, você deve ter obtido uma estrutura como a representada na figura 9

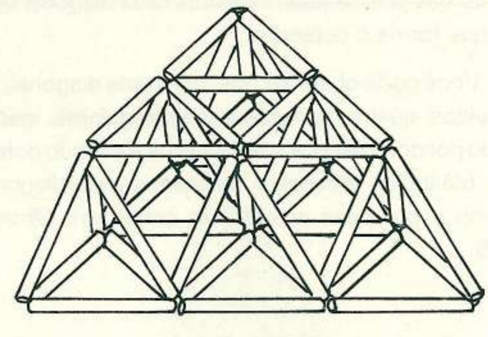


figura 9

Você é capaz de dizer qual é o volume dessa figura, que indicaremos por V_b, em relação ao volume de T_p isto é, V_b/V_p?

Observe que para formar a estrutura que você tem nas mãos, você construiu três octaedros e sete tetraedros. Como cada um dos octaedros tem por volume, $V_o=4V_p$, então $V_b=3V_o+7V_p=3(4V_p)+7V_p=19V_p$.

Então, o volume dessa figura é dezanove vezes o volume do tetraedro T_p. No entanto, você pode observar que a estrutura não é formada por dezanove tetraedros da mesma forma de T_p, mas por três octaedros e por sete tetraedros da forma de T_p.

ATIVIDADE 6

Relações entre os volumes e entre as áreas das faces dos tetraedros duais

Coloque a estrutura que você construiu na Atividade 4 sobre a construída na atividade anterior. Não levando em conta as arestas duplas, localizadas na região onde uma estrutura se apoia sobre a outra, o que você observa? Você obteve uma estrutura com a forma representada na figura 10 e nela você consegue identificar o tetraedro dual no interior do tetraedro grande?

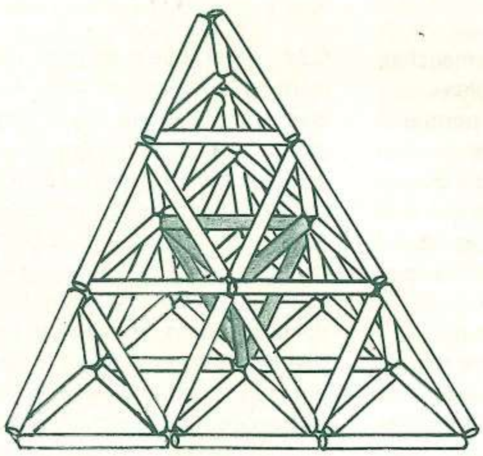


figura 10

Agora, analise novamente as questões que você respondeu na Atividade 2. Você já é capaz de responder qual é a relação existente entre os volumes do tetraedro grande, que indicaremos por V_t e do tetraedro dual, que indicaremos por V_d?

Você deve ter notado que $V_d=V_p$, pois todos os tetraedros regulares construídos no interior do tetraedro têm o mesmo comprimento de aresta. Como, da Atividade 4, o volume da estrutura colocada na parte superior é $V=8V_p$ e, da atividade anterior, o volume da estrutura colocada na parte inferior é $V_b=19V_p$ então, como a estrutura formada pelas duas é igual a do tetraedro tendo o dual no seu interior, tem-se, portanto, que

$$V_t=V+V_b=8V_p+19V_p=27V_d.$$

Logo, o volume do tetraedro é vinte e sete vezes o volume do tetraedro dual, isto é, o cubo do valor da razão de semelhança entre as figuras duais consideradas.

No entanto, apesar do tetraedro inicial ter um volume 27 vezes maior do que o tetraedro dual T_p, você pode observar, na estrutura considerada e como descrito na atividade anterior, que ela não é costruída por 27 tetraedros da forma de T_p.

Além de tudo que você já observou, ainda pode constatar, através da contagem do número de triângulos equiláteros que formam as faces dos tetraedros duais, que a relação entre as suas áreas é nove, isto é, o quadrado do valor da razão de semelhança entre essas figuras.

Por meio das atividades apresentadas, buscamos descrever uma forma de levar o aluno a estabelecer relações e fórmulas geométricas, não apenas através de deduções apoiadas na observação de desenhos de sólidos representados no plano, mas como consequência de um processo de observação e análise das características e propriedades das formas dos sólidos ou de partes deles, como objetos do espaço tridimensional.

Estamos convencidos de que processos nos quais o aluno tem incentivada a habilidade de visualizar figuras geométricas espaciais não somente contribuem para o desenvolvimento do raciocínio espacial, mas também favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico-abstrato, preparando o aluno para estudos matemáticos mais avançados.

Bibliografia

Kaleff, A.M. (1994). Tomando o Ensino da Geometria em nossas mãos.... *A Educação Matemática em Revista, nº 2*, pp. 19 - 25.

Kaleff, A.M., Henriques, A., Rei, D.M. e Figueiredo, L.G. (1994). Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. *Bolema, nº 10*, pp. 21-30.

Kaleff, A.M. e Rei, D.M. (1995). Vareta, canudos, arestas e...sólidos geométricos. *Revista do Professor de Matemática, nº 28*, pp. 29 - 36.

Lindquist, M. e Shulte, A. (eds.) (1994). *Aprendendo e ensinando Geometria.* Atual Editora, São Paulo.

Ana Maria Kaleff,
Professora Adjunta do Departamento de Geometria da Universidade Federal Fluminense-UFF, Niterói-RJ, Brasil.
Mestre em Matemática, responsável por projetos de pesquisa e de aplicação de metodologias do ensino de Geometria.

Dulce Monteiro Rei,
Professora Auxiliar de Ensino do Departamento de Geometria da UFF e da Rede Municipal de Ensino de Angra dos Reis - Rio de Janeiro

Entrevista com Conceição Mesquita

"Não me imagino sem a Revista"

Conceição Mesquita é professora efectiva de Matemática na Escola Secundária de Rio de Mouro. Concluiu a licenciatura em Ensino da Matemática na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa em 1986. Em Setembro desse ano participou no ProfMat de Portalegre, onde foi criada a APM, sendo assim um dos 140 sócios fundadores. Por esta razão, a sua carreira profissional tem tantos anos quantos tem a APM, uma curiosidade que ela própria recordou no decorrer da presente entrevista.

Ao longo destes dez anos, envolveu-se em vários projectos de trabalho nas escolas onde leccionou. Em particular, fez parte da equipa de coordenação do Projecto Minerva em duas escolas, uma experiência que reconhece como marcante. Na sua actual escola, onde está há seis anos, foi delegada de grupo durante quatro anos.

A Conceição fez parte da primeira Redacção da Educação e Matemática. Ao fim de um ano, foi eleita para a Direcção da APM e deixou a Redacção. Mas, claro, não deixou de ser uma leitora atenta. A presente entrevista — a segunda da série dedicada aos dez anos da Educação e Matemática — foi conduzida por Henrique Guimarães e Paulo Abrantes.

Educação e Matemática - Como sabes, uma das razões porque foste uma das pessoas escolhidas para esta série de entrevistas sobre os 10 anos da revista foi teres pertencido à Redacção e no seu primeiro ano. Como é que tu viveste esse ano na Redacção, que experiências retens?

Conceição Mesquita - Foi realmente uma vivência muito interessante, porque era uma coisa que estava a começar. Não era só pelo trabalho que pude fazer na altura, era todo um espírito que se vivia, um espírito de entusiasmo, de novidade que se reconhecia tanto nas pessoas já com mais experiência, como nas mais novas como eu, que estava a acabar de fazer estágio... Era um projecto novo que estava a nascer, era... Hei-de sempre lembrar-me daquelas discussões iniciais. Discussões de coisas simples e importantes como o nome da revista. Lembro-me perfeitamente da reunião, um dia à tarde, em que se esteve a discutir qual seria o nome da revista — foi o Paulo que foi o padrinho — lembro-me perfeitamente.
A própria maneira como o primeiro número da revista nasceu, acho que foi uma coisa incrível. Estivémos no dia 31 de Dezembro, véspera de fim de ano, até às 6 da tarde a trabalhar na revista. Nós fizemos tudo. Eu acho que a revista agora deve ser feita de uma maneira muito mais profissional... mas naquela altura, aqueles papéis todos a colarem-se, aquelas manchas todas... Acho que foi uma coisa incrível. Eu lembro-me bem porque... foi realmente muito marcante.
Tudo aconteceu na sequência do ProfMat de Portalegre. Acho que havia um entusiasmo muito grande. Uma coisa própria dos projectos que nascem, não é?
A par desse entusiasmo, era a sensação de estar a colaborar numa coisa em que estava num papel privilegiado. Tinha a perfeita consciência, de que era uma coisa importante e que nos iria marcar profissionalmente. Profissionalmente e pessoalmente, pois acho que estas coisas têm todas muito a ver com as ligações que se criam entre as pessoas e as pessoas que estiveram no projecto inicial da revista, são pessoas muito ricas tai do ponto de vista profissional como do ponto de vista humano.

E.M. - Aofim de um ano deixaste o trabalho da Redacção...

C.M. - Pedi para sair, porque fui eleita para a Direcção e, como nessa altura também estava a participar no projecto Minerva, achei que era difícil conciliar as coisas. Mas saí com uma certa mágoa, porque tinha perfeita consciência de que o trabalho na Redacção era uma coisa que eu gostava de fazer e que era muito enriquecedor.

E.M. - Agora, como leitora, que evolução é que tu achas que a revista teve?

C.M. - Acho que o projecto em si se mantém muito semelhante. A ideia que eu tenho é que não houve assim grandes saltos. Acho que houve uma evolução positiva, mas, felizmente, não se notam alterações de um momento para o outro. Acho que as pessoas que têm feito parte das sucessivas redacções têm tido o descernimento de perceber o que é que interessa em cada momento. E por isso ela alterou-se, alteraram-se as secções, por exemplo, pois algumas deixaram de ter tanto interesse. Lembro-me que no princípio havia aquela secção do Logo ou dos Computadores. Uma coisa que se nota e que eu gosto muito e que para mim é importante, é a revista estar bastante actualizada, acompanhar o que se está a passar em cada altura. Depois, claro que há as outras pessoas a escrever, que revelam e transmitem experiências, e isso é fundamental. Mas não noto assim grandes saltos...

E.M. - E em termos de balanço, que balanço é que tu fazes? Que aspectos francamente positivos destacas?

C.M. - Por exemplo: o que é que eu faço com a revista? Como é que eu a uso? Os vários artigos da revista são usados de maneira muito diferente e o grau de profundidade com que eu os analiso é muito diferente. Eu gosto de me identificar com o conteúdo de cada revista, saber o que é que está ali. Quando a recebo, começo a olhar

e vou desfolhando. Alguns artigos leio mais na diagonal e depois, se me interessam, vou até ao fim. Sobretudo os artigos que não me exigem uma grande reflexão logo na altura.
Uma coisa que eu leio quase sempre é o editorial. É sempre quase a primeira coisa, porque não me exige que esteja logo muito concentrada. Se há artigos de pessoas que eu conheço e que sei que em geral gosto do que essas pessoas escrevem, leio também. Costumo deixar muito para trás aqueles artigos que não são do nível de escolaridade que eu lecciono, ou sobre coisas mais específicas, por exemplo sobre algum programa de computador, ou sobre algo com que eu não estou tão familiarizada.
Uma coisa que gosto muito de ver, são os materiais. Gosto muito, e até gostava que houvesse mais, mas não sei em detrimento de quê.
Também gosto de pegar nas revistas todas quando estou a preparar as minhas aulas, ou a fazer algum trabalho. Nessa altura analiso todos os parágrafos. A revista funciona como alguém que me está a ajudar a reflectir sobre as coisas quando as estou a preparar. Lembro-me de um artigo que me serviu imenso. Era um artigo que trabalhava as diferenças finitas e que eu tinha lido só por alto. O artigo tinha vários problemas e, na altura em que precisei, ajudou-me imenso. Eu sabia que aquilo estava lá, tinha lido mais ou menos, mas só na altura que eu precisei de o usar é que, realmente, dissequei o artigo todo e foi muito bom.

E.M. - Em termos de uma análise global, diz assim um aspecto da revista que tu consideres que é francamente conseguido.

C.M. - É dizer-me o que é que em cada momento está a ser mais discutido. O que é que em cada momento está a questionar mais as pessoas que estão, talvez, mais atentas do que eu. É importante pela sua actualidade.
Outra coisa também importante, é que é através da revista que nos chegam os pareceres que a APM toma sobre determinadas coisas. E é através da revista que se consegue, no fundo, um intercâmbio, um desafio para determinadas coisas.
Quando eu leio a revista dá-me muito aquele toque: "vai para a frente, faz de maneira diferente, não te deixes submergir por estas coisas do dia-a-dia da escola" que geralmente me fazem perder um bocado o norte e saber um bocado para onde é que eu quero ir.
Eu penso que a revista — não sei se era nesta altura que eu devia dizer isto — não é muito o espelho do que se passa nas escolas, mas acho que não tem mal nenhum nisso. Acho que só tem bem, porque, realmente, se eu pensar: "gostava que a revista fosse um reflexo da escola?". Isso não é preciso, isso já nós vivemos no dia-a-dia. A revista tem é que nos puxar para a frente, tem que nos mostrar outras coisas, tem que ser inovadora, tem que nos mostrar o que se pode fazer apesar da adversidade toda. Não se pode olhar as coisas que lá se dizem como utópicas, não é isso. Não sei se perceberam a ideia?
É isso que se tem notado ao longo do tempo e é por isso que a revista é tão importante para as pessoas. Por' se não abrisse perspectivas, não poderia ser um instrumento de trabalho para fomentar o fazer as coisas de maneira diferente. Eu não me imagino sem a revista. Professora sem a revista? Eu digo sem a revista como poderia dizer sem a APM, só que a revista é que dá forma, é que concretiza realmente o que é a APM, penso eu!

E.M. - E o ProfMat...

C.M. - Sim, e o ProfMat, mas estou a pensar mais no dia-a-dia. Pondo-me um bocado na cabeça de quem nunca esteve nisto, penso que as pessoas devem confundir um pouco... Pensam que a revista é da Direcção. Eu acho que deve haver colegas que têm pouca consciência de que a revista é dos sócios e que só por acaso é que as pessoas (Redacção e Direcção) funcionam muito perto. Estão a

Foto: Henrique M. Guimarães

perceber o que é que eu quero dizer? No princípio, as pessoas eram quase as mesmas.
Agora, porque é que as pessoas não sentem a obrigação de escrever para a revista? Porque se calhar pensam que é um bem a que têm direito, não sei porquê. Porque pagam a quota? Mas o que se pretende com uma revista de uma associação, não é isso. O que se pretende é que ela seja um meio de pôr as pessoas a comunicarem entre si. Não quer dizer que eu ache mal que as pessoas que escrevem mais, sejam pessoas que realmente têm muito a dizer e que estudaram mais as coisas. É natural que as pessoas que estão mais ligadas à Redacção — não estão na Redacção por acaso — ou que estão mais ligadas à Direcção, escrevam mais. Eu acho que isso é bom. Acho que se a revista não fosse uma coisa com tanta qualidade, não chegava ao que chegou e se calhar nem a APM tinha os sócios que tem, nem tinha o peso que tem a nível nacional. Porque é que há tantos sócios na APM?

E.M. - Já que estamos nesta parte do porque é que se escreve, porque é que não se escreve, não queres falar um pouco mais sobre isso?

C.M. - Outro dia estava a ouvir um programa novo na televisão que é "O Canal Aberto" e o primeiro programa foi exactamente sobre porque é que as pessoas participam ou não. Esses programas em que os ouvintes ou os telespectadores podem intervir são relativamente recentes. Tem havido na televisão vários desses programas e não tem havido assim tanta participação quanto isso e eles estavam a questionar essa situação. Sabemos que normalmente as pessoas têm pouca apetência para participar, para intervir nas coisas, e isso é uma coisa que não é específica dos professores de Matemática. As pessoas participam também muito pouco nas reuniões para discutir assuntos do sindicato, quando há greve ou não há greve. Eu acho que as pessoas participam pouco em tudo, é uma questão já muito velha.
Em relação a escrever, pior ainda, porque já não é só ir, é reflectir, é pensar. E isto dá trabalho. Dá trabalho e as pessoas vivem muito a correr, é preciso terem uma motivação muito forte para...
Depois, se um professor numa escola começar a pensar coisas como "eu não consigo escrever tão bem como aquele A, B, C, ou D que escreve para a revista, não vou acrescentar nada"... A perspectiva tem que ser outra, tem que ser "o que é que da minha experiência eu posso dizer de diferente de uma pessoa que até sabe dizer muito sobre um assunto e que até gosto do que ela diz?
Mas, se calhar depois as pessoas também pensam que o que podem dizer é o mesmo que todos os que estão nas outras escolas já sentem e que não precisam de ler na revista.
Acho que, para desbloquear esta questão do escrever para a revista, é necessário as pessoas terem alguma motivação e acharem que o que têm para dizer é importante.
Penso que a Redacção tem feito um esforço, e que tem que continuar a fazer, que é jogar muito no conhecimento pessoal e no incentivar as pessoas.

E.M. - E tu, porque não escreves?

C.M. - Se calhar também é por algumas destas razões. Mas outra coisa... Para se escrever para a revista, não basta ter uma ideia, ter feito alguma coisa ou ter tido alguma experiência. É preciso reflectir-se bastante sobre aquilo que se fez e isso é o que falha mais nas nossas escolas. Quando as pessoas não estão integradas em algo muito organizado, como era o Projecto Minerva ou como são alguns grupos de trabalho que vai havendo... Quando são assim trabalhos que nascem mesmo da escola, coisas mais pequenas, que duas ou três pessoas fazem sem estar integradas em grupos, depois de se fazer as coisas, quase nunca se encontra espaço para se falar e para se reflectir sobre elas.

Eu, das vezes que escrevi para a revista, foi sempre porque alguém me disse "eu até sei que tu fizeste isso, eu acho que até tem interesse, por isso escreve". Isto dá uma certa segurança. Se calhar a verdadeira causa de as pessoas não escreverem para a revista é a não existência de auto-confiança. Tem-se mais confiança quando se trabalha em grupo e alguém já nos disse que o que estamos a fazer é importante. Assusta um bocado o número de pessoas que vão ler. Por exemplo, porque é que estava assustada com esta entrevista? É uma coisa que vai ficar escrita e a escrita é isso mesmo, vai ficar sempre escrita.
Agora, a nova secção que a revista tem que é "Pontos de Vista, Reacções e Ideias" é óptima para se

Foto: Henrique M. Guimarães

Penso que é por isso que, depois, as pessoas não vão falar sobre elas por escrito.
Por exemplo, as pessoas fazem uma ficha de trabalho, dão-na aos alunos, mas depois falar sobre como é que a ficha correu, é que se faz muito pouco. Se calhar é por já não se achar importante, já não é aquilo que se está a dar aos alunos. Uma coisa muito importante é escrever umas notinhas, ao lado das fichas que se fazem, para numa altura...

começar a perder o medo de escrever... Já se percebeu que traz mais gente a colaborar na revista, porque são coisas mais pequenas...
Eu acho que esta nova secção é óptima, e já provocou algumas reacções, algum despique... Eu gosto muito de a ler, por ser leve, curto.

Também não sei se não devia ser mais claro para as pessoas que querem escrever, que a Redacção tem alguma disponibilidade para ajudar as pessoas a escrever as coisas.

E.M. - Tu deste a entender que uma das coisas que gostas na revista são os materiais e que até devia haver mais, se eu bem percebi...

C.M. - Eu gosto muito da maneira como os materiais aparecem, quase sempre ligados a um artigo que explica como é que esses materiais foram usados. Isso é óptimo, pois não gostaria nada de ver a revista transformada em fichas de trabalho... É muito difícil ver-se uma ficha que se adapte exactamente ao que queremos fazer com os nossos alunos. Mas outra coisa que eu gostava que a revista publicasse era, por exemplo, como na revista *Mathematics Teacher*, algumas ideias que não estão na forma como vão ser usadas com os alunos, mas que podemos adaptar...

E.M. - Ideias que não estão trabalhadas do ponto de vista de aplicação imediata, mas que podem sugerir...

C.M. - Pois, nem que seja fornecer dados sobre qualquer assunto interessante, que depois se possam usar... Nós temos muita dificuldade em obter coisas dessas. Agora já vai havendo mais umas publicações, mas...

E.M. - Há outros aspectos que gostarias que a revista incluísse mais vezes, ou desse maior enfâse, ou desenvolvesse mais?

C.M. - Eu acho que é sobretudo o que já disse. Sinto que me poderia ajudar a... Para além de me pôr a pensar, que eu acho que é muito importante e que já faz, gostava que me pusesse a agir mais, a fazer mais...
Nós pensamos: "há tantos manuais". Mas nos manuais não aparecem essas coisas, são um bocado pobres porque têm que cumprir o programa, têm que ter as coisas do programa. Por exemplo na Estatística: eu tenho um bocado a sensação que aquilo a que nós damos mais atenção na escola não é o mais interessante... Outra coisa que a revista tem de bom é ter uma estrutura com algumas secções fixas, que nos orientam e dão consistência à revista, mas de vez em quando ter também umas coisas novas. Estou-me a lembrar daquela revista sobre a aula de Matemática, quando foram buscar depoimentos de outros professores.
Haver secções fixas dá consistência à revista mas, ao mesmo tempo, não é demasiado rígida, e há espaço para outras coisas que tornam a revista leve e sem cair muito na rotina. Sempre com o mesmo estilo de coisas, a leitura também era menos agradável...

E.M. - Tu não arranjas nada que aches menos conseguido na revista?

C.M. - Se calhar para mim há coisas que são menos conseguidas, como é óbvio. Há artigos que eu gosto menos, que me interessam menos. Mas eu acho que a revista tem de ir ao encontro de pessoas que são muito diferentes. Há vários níveis de ensino.

E.M. - Não era tanto o interesse. Era mais se há áreas que estão exageradamente comtempladas ou nunca foram contempladas, ou...

C.M. - A revista é bastante variada, há sempre espaço para que, em cada número, haja sempre um assunto que nunca apareceu, nem faz parte da tradição da revista. A estrutura em si e o espírito da revista fazem-me crer que, se se justificar, tal pode acontecer... Com isto quero dizer que não vejo necessidade de haver alterações na revista. Tal como ela é, cabem outras coisas que eventualmente surjam...

E.M. - No aspecto e organização gráfica, ao longo destes dez anos houve algumas mudanças. Como é que tu as viste? Melhorou? Piorou?

C.M. - É evidente que melhorou. Eu gosto muito da introdução dos artigos, do pequeno resumo do lado esquerdo. Acho que ajuda imenso. Depois, se é duas colunas ou três colunas... Se calhar sem me aperceber, assim torna-se mais leve, não sei. Lá haver ou não alinhamento à direita, isso para mim não é... Agora eu realmente também não estou a gostar das capas... (risos)

E.M. - E passando aos números temáticos, queres falar um pouco sobre isso?

C.M. - Eu acho a ideia boa, e acho que a sua quantidade anual está na proporção certa. Os números temáticos ajudam, são uma consulta mais fácil e têm a vantagem de, havendo vários artigos sobre o mesmo assunto, existe inevitavelmente mais divergência, mais confronto, e a pessoa pode situar-se melhor. É mais fácil para a pessoa... Ao haver duas ideias em confronto, ela própria tem que fazer um juízo de valor. A pessoa situa-se melhor assim do que se só vir expressa uma opinião com a qual se identifica. Eu gosto.

E.M. - Tens alguma sugestão de tema para o próximo número temático?

C.M. - Vamos lá ver, tenho que pensar um bocadinho... Poderia ser uma coisa que me preocupa sempre muito que é a avaliação, não sei se se consegue se não. Eu acho que a avaliação é uma coisa tão difícil de pôr em prática, como de falar sobre ela.

E.M. - Como é que tu vês a importância da revista, quer em termos da APM, quer ao nível dos professores de matemática em geral? Queres acrescentar mais alguma coisa...

C.M. - Eu acho que ao falar naquilo que a revista é importante para mim, de certa maneira estou... O que eu sinto, devem sentir alguns professores, não é? Não tenho nada a acrescentar. Que ela é extraordinariamente importante, acho que é. Sem a revista, era impossível à APM, arrisco-me a dizer, atingir os objectivos que se propôs, aquando da sua formação.

E.M. - Que papel é que tu achas que cumpre...

C.M. - Dois dos objectivos fundamentais aquando da criação da APM eram o intercâmbio de ideias e experiências entre os professores e fomentar o interesse e participação em projectos de inovação pedagógica. A Associação procura realizá-los através da sua revista. Vamos lá ver, não é só, pois há o ProfMat, os encontros regionais e toda uma série de iniciativas que visam esses objectivos. Dito por outras palavras, no fundo a APM foi criada para melhorar o ensino da Matemática e eu acho que a revista, ao chegar a tanta gente, ao chegar a tantos sócios, pouco a pouco faz fermentar alguma coisa.

O problema do trimestre

Sobre o problema anterior

O problema proposto na última edição de *Educação e Matemática* foi **O algarismo transferido**:

Qual é o menor número natural tal que:

se tirarmos o último algarismo, o das unidades, e o colocarmos no início, do lado esquerdo, obtemos um número 4 vezes maior?

Desta vez temos razões de satisfação. Não só o número de respostas foi superior ao habitual mas também os métodos de resolução foram muito diversificados.

Comecemos com as novas tecnologias. O computador foi usado pelo José Francisco Códices (Évora), com um programa não especificado, pelo Paulo Correia (Évora), com um programa em Turbo Pascal, e pela Sónia Silva (Évora), com a folha de cálculo. A Helena Vaz (Évora) fez a pesquisa dos números com a ajuda da TI82. Claro que todos eles chegaram à solução. E não há dúvida que as novas tecnologias estão a ser bem usadas em Évora!

A via algébrica foi seguida pela Isabel Viana (Porto) e pela Judite Barros (Lisboa), que usaram processos praticamente idênticos. Veremos adiante como.

Mas do que mais gostámos foi do processo "construtivista" (e extremamente simples) seguido por Isabel Margarida Silva (Cacém), Isabel Viana, Maria João Lagarto (Caparica), Mário Santos (Évora) e Paulo Correia. Basta começar pelo fim!

O algarismo das unidades do número procurado tem de ser maior ou igual a 4, visto que, quando o mudamos para o início do número, obtemos um outro número quatro vezes maior (e até podemos concluir que o primeiro algarismo só pode ser 1 ou 2).

Vamos admitir que o último algarismo é precisamente 4. Comecemos a multiplicação por 4. Cada algarismo que obtivermos no resultado é transferido para o multiplicando (ver esquema ao lado). E continuamos o processo até aparecer no resultado o algarismo 4 imediatamente a seguir a um 1. Está encontrado o número.

O menor número terminado em 4 é o 102564.

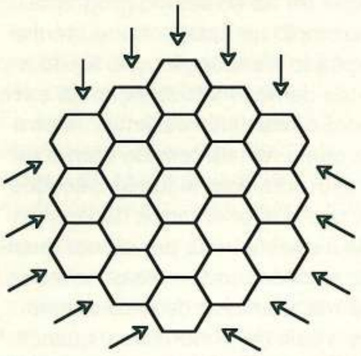
Temos agora de experimentar, por este processo, as outras terminações possíveis.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 4 \\ \hline 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 564 \\ \times 4 \\ \hline 56 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2564 \\ \times 4 \\ \hline 256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 02564 \\ \times 4 \\ \hline 0256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102564 \\ \times 4 \\ \hline 10256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 102564 \\ \times 4 \\ \hline 410256 \end{array}$$

Problema proposto

O hexágono mágico

Colocar os números de 1 a 19 em cada uma das células deste "hexágono mágico" de modo que as quinze somas possíveis, cinco em cada direcção, sejam todas iguais.



Desta forma, o menor número terminado:

em 5 é o 128205;

em 6 é o 153846;

em 7 é o 179487;

em 8 é o 205128;

em 9 é o 230769.

Todos eles são maiores que o primeiro, logo o número procurado é **102564**.

Repare-se que todos estes números são múltiplos 25641.

A resolução algébrica da Isabel Viana e da Judite Barros vale também a pena ser vista.

Seja:

n o número procurado,

k+1 o nº de algarismos de **n**,

m o quádruplo de **n**,

b o último algarismo de **n**, com **b**≥4,

a o número obtido quando se retira a **n** o último algarismo **b**.

Então temos:

$$\mathbf{n = 10a + b}$$

$$\mathbf{m = b \times 10^k + a}$$

Como m = 4n vem:

$$\mathbf{b \times 10^k + a = 4(10a + b)}$$

Resolvendo a equação em ordem a **a**:

$a = ((10^k - 4)/39) \times b$

Para os vários valores de k, o numerador $10^k - 4$ vai dar origem à sequência

6, 96, 996, 9996, ...

Como **a** é inteiro, $10^k - 4$ tem de ser divisível por 39. Basta então procurar o primeiro número da sequência divisível por 39. Isso acontece para 99996 que dividido por 39 dá 2564. Logo

a = 2564 × b

O menor valor possível para **b** é 4 e portanto

a = 2564 × 4 = 10256

Logo, o número procurado é a junção de **a** com o algarismo **b**: 102564.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

• A sede da APM foi, a partir de 1986 e durante alguns anos, um gabinete nas instalações do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa que, na altura, funcionava na Av. 24 de Julho. Nos fins de 1991, passou a ser uma sala no Colégio Marista (em Benfica). Finalmente, em 1994, a APM mudou a sua sede para as actuais instalações, na Escola Superior de Educação de Lisboa.

• A existência de núcleos regionais foi uma ideia forte da APM desde o início. O primeiro núcleo regional foi o de Viana do Castelo e o editorial do número 1 da revista dá conta que ele foi fundado mesmo antes do nascimento oficial da Associação. No mesmo número, há uma notícia de uma reunião preparatória do núcleo de Setúbal.

Hoje, a Associação tem 14 núcleos regionais em pleno funcionamento e a tendência é para este número aumentar muito em breve. Mas nem Viana nem Setúbal figuram actualmente na lista...

• No número 2 da Educação e Matemática dá-se conta de que foram recebidas numerosas cartas a saudar o nascimento da APM, vindas de diversos pontos do país. Quando se fala dos Açores, pergunta-se "quando será lá um ProfMat?", um desejo de muitos colegas açorianos (e não só) que, na altura, parecia apenas um sonho. Estava-se longe de saber que esse sonho se viria a tornar realidade apenas seis anos mais tarde.

Capa do programa do ProfMat 93 nos Açores

• O número de membros da Redacção da Revista tem variado ao longo do tempo. Nestes dez anos, 24 colegas pertenceram já à Redacção da revista. Nos dois primeiros (87 e 88), eram apenas cinco. Nos quatro anos seguintes, o número foi aumentando pouco a pouco, até se fixar em 12 (a partir de 1992). Este número está ligado à prática que se tem seguido de formar, em cada ano, quatro equipas de três pessoas, cada uma delas responsável pela edição de um dos números desse ano.

• A primeira Redacção da Educação e Matemática era constituída por Conceição Mesquita, Henrique M. Guimarães, José Manuel Duarte, Leonor Moreira e Paulo Abrantes. Dois destes colegas fazem ainda hoje parte da equipa redactorial.

• A revista começou a promover sessões especiais no ProfMat em 1992. Nesse ano, em Viseu, a apresentação do número dedicado às Aplicações e Modelação foi acompanhada de castanhas e geropiga. Em 1993, provaram-se os licores açorianos e o queijo da ilha a seguir à sessão sobre o número temático da História e Ensino da Matemática. Em Leiria, foram entrevistas a participantes no ProfMat que motivaram a sessão. Em Évora, no ano passado, realizou-se uma mesa-redonda onde os interessados discutiram com a Redacção as suas opiniões sobre a revista.

Nos dez anos da "Educação e Matemática"

No âmbito da comemoração dos Dez anos de Educação e Matemática, *foi criada esta secção especial — a partir do número 37 — na qual publicaremos todos os depoimentos que nos forem chegando.*

Um recurso importante

Há sempre uma revista Educação e Matemática que me acompanha na minha actividade profissional diária. As revistas constituem uma das fontes a que recorro frequentemente para a preparação das aulas:

- são os artigos que selecciono para as aulas de Metodologia;
- são as actividades de modelação para as aulas de "Aplicações e Modelação na Matemática Escolar";

O título de uma das revistas temáticas foi exactamente este, "Aplicações e Modelação na Matemática Escolar" (fonte de inspiração do nome da disciplina), que constituiu também um recurso bibliográfico importante para os meus alunos. Aliás, são vários os números da revista que fazem parte da bibliografia das disciplinas pelas quais sou responsável na ESE de Leiria.

Assim, vou "alinhar" com aqueles que defendem a manutenção dos números temáticos. Também é de manter todos os números as secções:

- Materiais para a sala de aula;
- O problema do trimestre;
- Para este número seleccionámos.

Quanto às opiniões que vou escutando, sinto que há reacções diferentes, consoante o nível de ensino dos colegas. Para uns, a qualidade da revista justificou a entrada para sócio da APM e, para outros (professores do 1º ciclo), que após uma participação num Encontro Regional da APM ficam entusiasmados e se fazem sócios, no ano seguinte já não pagam a quota porque "afinal a revista traz pouca informação para o 1º ciclo".

Penso que a nova publicação da APM — A Matemática no primeiro ciclo — da qual foram editados dois números pode ser um contributo importante para que o 1º ciclo venha a reforçar a sua presença na revista. E agora estarão os meus dedicados colegas redactores assim a pensar: Então e tu que estás numa escola de formação de professores do 1º ciclo, não deverias colaborar mais connosco para reforçar essa presença do 1º ciclo?

Provavelmente têm toda a razão!

Isabel Azevedo Rocha
ESE de Leiria

Um forum de discussão dos problemas

Quando li o vosso desafio para dar uma opinião sobre a revista, pensei que gostaria de colaborar, mas o meu problema é que o meu jeito para escrever não é muito grande; afinal, no pouco que sou obrigado a escrever, pouco mais uso do que a muito específica linguagem matemática.

Mas decidi-me.

Porque gosto da revista?

- Porque permite a divulgação e troca de experiências entre colegas;
- Porque é um forum de discussão

Ubiratan D'Ambrosio

Rua Peixoto Gomide 1772 ap.83
01409-002 São Paulo,SP BRASIL

e-mail: ubi@usp.br

Telephone ** - 55 - 11 - 280.0266
Fax ** - 55 - 11 - 282.5437

21 de maio de 1996

Prof. Paulo Abrantes
Director, Educação e Matemática
Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos
1500 Lisboa
PORTUGAL

Caro Paulo.

Acabo de receber o nº 37 de Educação e Matemática, DEZ ANOS DEPOIS.

Parabens a você e equipe e a APM por ter atingido essa marca. Sei o quanto é difícil fazer uma revista desse nivel e chegar à maioridade. Educação e Matemática é um orgulho para todos nós.

Nos veremos em Sevilha.

Um abraço,

dos problema do ensino da Matemática, e de sugestões de resolução;

• Porque através dela vamos estando ao corrente das novidades no ensino da Matemática;

• Porque nos vamos sentindo "espicaçados" a fazer coisas novas nas nossas aulas; quem é que, conhecendo as experiências de outros colegas, não se sente também motivado a experimentar e a inovar nas suas aulas?

• Porque é a única revista em Portugal onde vemos discutidas e reflectidas as mesmas dificuldades, as mesmas angústias e os mesmos anseios de melhorar que nós e só nós — professores de Matemática — sentimos no ensino da nossa disciplina. De vez em quando, noutros lados lemos e ouvimos comentários sobre a nossa disciplina, só que nada lisonjeiros e em que nada é feito para mostrar o nosso ponto de vista do problema. Bem sei que temos os ProfMat's, os encontros regionais e ainda a APM para tudo isto, mas também é certo que nem toda a gente pode ir aos ProfMat's, que estes só se realizam uma vez por ano e que a sede da APM é em Lisboa e nem todos os professores de Matemática aí vivem. Eu entendo que é na revista que, melhor e de forma continuada, nós — professores de Matemática — podemos fazer a discussão dos problemas da nossa disciplina.

Do que eu gosto na revista?

• De quase tudo;

• "Digiro" completamente os artigos do José Paulo Viana (quando tenho disponibilidade tento resolver o problema do trimestre);

• Gosto de ler os textos que divulgam actividades feitas por colegas nas suas aulas;

• Gosto da secção *"Pontos de vista, reacções, ideias,..."*;

• Gosto muito da discrição do aspecto gráfico da revista.

Do que eu não gosto?

• De quase nada;

• Não gosto muito dos textos muito teóricos (mal meu);

• Não gosto muito de alguns atrasos na edição da revista (apesar de reconhecer que não dever ser fácil fazer uma publicação deste tipo).

O que eu gostaria de ter mais na revista?

• Uma secção de divulgação (e crítica) de novidades — livros, material informático, materiais didácticos, etc;

• Uma secção onde se fizesse a divulgação de resumos de conferências, de comunicações, etc, que manifestamente sejam interessantes e importantes. Estou a recordar-me da notável conferência que o Dr. Paulo Abrantes deu na abertura do ViseuMat 4, da qual eu gostaria de ver um resumo publicado.

Os meus parabéns à revista e um bem-haja pela utilidade que ela tem para nós.

Bom trabalho e força.

Luís Carmelo
Esc. Sec. de Tondela

Dez anos ... é muito tempo!...

E no entanto parece que foi ontem! Parece que foi ontem que uns tantos professores de Matemática, de diversos níveis de ensino acharam que talvez fosse interessante saber se os colegas sentiam necessidade de uma associação onde se revissem, um forum onde os problemas da sua actividade pedagógica pudessem ser tratados em todas as suas vertentes.

A resposta foi esmagadora e as dinâmicas que a criação de tal forum gerou ultrapassaram o que os mais optimistas (classe em que me incluo) poderiam prever. Da evolução da APM se tem falado e avançado números bem esclarecedores, pelo que não é aqui lugar nem hora para o repetir. O que sucede é que não é possível referir a Educação e Matemática ignorando o contexto que, no fundo, motivou o seu aparecimento. E, curiosamente, hoje é difícil falar da APM sem que a Educação e Matemática se torne presente.

Educação e Matemática é hoje uma referência para os professores de Matemática, pela partilha que proporciona, pela janela aberta sobre a actividade pedagógica, pelo espaço aberto à criatividade, pelos assuntos tratados, pelas formas diversificadas como tais assuntos são abordados, pelas propostas de trabalho, pelos materiais que apresenta.

Educação e Matemática já cobre hoje as mesas de cabeceira de muitos professores que no sossego da noite relêem aquele artigo, reflectem sobre aquela proposta, resolvem aquele problema, decidem enviar para publicação aquela pequena investigação sobre a forma como os seus alunos reagiram à apresentação de determinado conceito.

Esta última atitude é fundamental para o desenvolvimento da Educação e Matemática. São as colaborações da experiência *hands on*, casadas com as reflexões da investigação mais teórica, que produzem o conhecimento que alimenta a actividade pedagógica, nunca repetitiva, sempre em mudança, na procura constante da utopia.

Educação e Matemática é feita, número a número, a pensar nos professores, mas é bom não esquecer que são os professores os responsáveis pela Educação e Matemática. Neste vai e vem - leitor hoje, editor amanhã - ao professor está cometida a missão de suportar a Educação e Matemática pela sua leitura crítica, pelo seu comentário e também pela sua colaboração empenhada.

Só assim será possível continuar a assinalar, todos os anos, mais um aniversário da Educação e Matemática.

Raul Fernando Carvalho

Estatística nos 7º e 10º anos: Avaliação de uma experiência

Maria Helena Cunha
Maria do Rosário Almeida

Recentes orientações metodológicas apontam para a necessidade crescente de tornar o conhecimento matemático significativo para os alunos, nomeadamente através da introdução de (...) problemas da vida real na sala de aula, [mas], ao nível da investigação em educação matemática, pode constatar-se que pouco se sabe acerca da natureza das dificuldades e estratégias envolvidas neste tipo de actividades.
(Matos, J.F. e Carreira, S., 1993, p.25).

A relação entre a Matemática e a realidade é um dos objectivos prioritários no actual panorama do ensino da Matemática.

Neste contexto, considerámos importante analisar algumas das estratégias e das dificuldades manifestadas pelos alunos na aplicação de conhecimentos estatísticos a situações da vida real, em particular, as dificuldades de transferência e de adequação a situações do quotidiano de conceitos recém adquiridos e, ainda, as estratégias gráficas e/ou tabelares utilizadas no tratamento da informação disponível.

Para isso, realizamos em conjunto uma experiência, na qual participa-ram dois grupos de alunos de dois níveis diferentes, um do 7º e outro do 10º ano de escolaridade, constituí-dos, cada um deles, por quatro elementos que se voluntariaram.

Pressupostos da experiência

A selecção das actividades utilizadas obedeceu aos seguintes critérios:

- proporcionarem aos alunos a possibilidade de lidar com situações da vida real;
- articularem-se com a metodologia de trabalho adoptada nas duas turmas;
- serem adequadas, embora com adaptações, aos dois graus de ensino;
- serem de fácil compreensão, mormente no plano linguístico;
- apelarem à integração de conhecimentos de natureza diferenciada (gerais e específicos);
- evidenciarem as virtualidades do conhecimento matemático na compreensão e na interpretação da realidade;
- apelarem às capacidades de esquematização, de formalização e de análise;
- permitirem o trabalho de grupo, bem como a aplicação da generalidade dos conceitos que constam dos programas oficiais destes dois anos de escolaridade.

A resolução das actividades ocorreu nas duas últimas semanas do primeiro período: no 7º ano, após a introdução daquela unidade programática; no 10º ano, a primeira actividade realizou-se depois do estudo das medidas de dispersão, e a segunda no final da unidade.

À resolução da primeira actividade foram dedicados dois tempos lectivos, no final dos quais cada um dos grupos apresentou por escrito a respectiva resolução, acompanhada de um relatório elaborado com base num guião fornecido. Relativamente à segunda actividade, o modo de proceder foi idêntico.

Fizemos a recolha de dados a partir das resoluções apresentadas, da observação dos alunos durante as mesmas, das transcrições das audiogravações realizadas em cada uma das sessões, dos relatórios elaborados pelos grupos e de entrevistas individuais aos seus elementos.

As actividades

Nas duas actividades propostas foram apresentados dados numéricos e gráficos actualizados de duas situações reais. Na segunda actividade os dados eram acompanhados de um pequeno texto descritivo da situação em estudo. Seguia-se um conjunto de questões directamente relacionadas com a situação apresentada, questões essas mais ou menos explícitas e abrangendo um menor ou maior leque de conhecimentos, consoante se destinavam ao 7º ou ao 10º anos.

Para a resolução das duas actividades cada aluno dispunha de uma calculadora simples (7º ano) ou gráfica (10º ano), um enunciado da actividade, um guião para a elaboração do relatório, um compasso, uma régua, um transferidor, um esquadro e folhas de papel milimétrico e quadriculado.

O Desempenho dos Grupos

Primeira actividade[1]: Agregados familiares

Os alunos do grupo do 7º ano mostraram capacidade de aplicação e de utilização dos conhecimentos matemáticos adquiridos ao longo do estudo da unidade "Estatística". No entanto, não compararam nem comunicaram, de forma clara e rigorosa, os resultados obtidos. Na Fase B desta actividade o estudo comparativo de duas realidades distantes dos interesses do grupo poderá justificar o seu relativo insucesso.

Quanto ao grupo do 10º ano, apesar de ter revelado uma certa incapacidade para reflectir sobre os seus próprios processos de raciocínio, conseguiu superar algumas das expectativas, designadamente no domínio dos conceitos, na interacção com a calculadora gráfica e na análise conclusiva. A participação activa destes alunos na recolha dos dados necessários à resolução da Fase B permitiu-lhes um envolvimento directo e pessoal no estudo pretendido, o que provavelmente justificou o bom desempenho deste grupo.

Os seus comentários mostram como este grupo era atípico, pois revelam uma maturidade, uma capacidade de argumentação e um nível de conhecimentos gerais e específicos pouco comuns nestas idades e neste grau de ensino. Alguns exemplos são:

"As pessoas agora não têm filhos";

"Podem ser agregados constituídos por mãe e filho ou por pai e filho";

"Sendo o desvio padrão aproximadamente igual a um, o grau de dispersão podemos considerá-lo reduzido e, por conseguinte, a média é representativa da população em estudo";

"Como era de esperar os valores encontrados na nossa turma são muito diferentes dos nacionais";

"Hoje em dia a população portuguesa está a envelhecer pois muitas pessoas vivem sós e existem muitos casais sem filhos e/ou divorciados só com um filho";

"Na nossa idade não se vive só. Nas famílias dos alunos desta turma o número de filhos é um pouco superior ao nacional. Apesar de no nosso grupo existirem dois filhos únicos, nesta turma é vulgar ter-se um ou dois irmãos".

Segunda actividade[2]: 1993: Melhor, pior ou igual a 1992?

Centrando-se a dificuldade principal na capacidade para identificar e interpretar os aspectos relevantes da informação fornecida, o grupo do 7º ano realizou-a com sucesso, à excepçãod o que se refere à comunicação por escrito dos raciocínios desenvolvidos.

A realidade reflectida pela proposta permitiu a articulação de conhecimentos diferenciados. Os alunos foram capazes de utilizar a informação adquirida, quer na Escola, quer fora dela, para enriquecerem o estudo. Comentaram situações de difícil acesso às zonas de deflagração de incêndios o que, na sua opinião, justificava os valores apresentados no mapa para a região centro no ano de 1993: *"o combate aos fogos, ao ser dificultado pelas condições de acesso, tornou-se ineficaz, tendo ardido uma maior área de floresta".*

Conjecturaram ainda acerca das possíveis causas, acrescentando que tinham ouvido dizer em casa que "existiam interesses de alguns grupos na ocorrência de incêndios", pelo que consideraram que "a situa-ção só poderia vir a piorar no futuro".

Por sua vez, o grupo do 10º ano, embora revelando sentido crítico e razoável capacidade de análise, manifestou algumas dificuldades de articulação de conhecimentos de carácter geral com conhecimentos específicos bem como na explici-tação dos raciocínios desenvolvidos. Na origem de tais dificuldades estará provavelmente *uma formação escolar tradicional* que privilegia exclusivamente a capacidade de *resolver* e de *saber fazer* marginalizando atitudes reflexivas.

Será de realçar a polémica suscitada pela questão 5 nos alunos do 10º ano, bem patente nas seguintes intervenções: *"a menos fogos correspondeu menos área ardida. Um só incêndio pode destruir mais área do que dez, por isso não pode existir relação"* e *"se não existirem incêndios não há área ardida e por isso tem que existir uma correlação linear".*

A deficiente compreensão da noção de correlação linear revelada pelo grupo poderá ter ficado a dever-se,

Materiais para a aula de Matemática

Os materiais deste número foram elaborados por Helena Cunha e Rosário Almeida e constituem as actividades que estas autoras referem no seu artigo também agora publicado e intitulado *Estatística nos 7º e 10º anos: Avaliação de uma experiência.* A primeira actividade é sobre os agregados familiares portugueses,sendo a propósito deste tema propostas duas ficchas distintas, uma para o 7º e outra para o 10 ano de escolaridade. A segunda actividade explora o tema dos incêndios, igualmente com versões para o 7º e para o 10º ano. Pormenores sobre a utilização destas fichas e a respectiva reflexão sobre o trabalho realízado encontram-se no artigo referido.

Escola..

Ano/Turma.................... Data....................... Aluno(a)...

Agregados Familiares

(7º ANO)

FASE A

Considera as informações que se apresentam na figura seguinte relativas à dimensão dos agregados familiares portugueses no ano de 1989 (Fonte: INE)

Dimensão dos agregados	Número de agregados
1 indivíduo	377 745
2 indivíduos	888 967
3 indivíduos	743 655
4 indivíduos	686 451
5 ou mais indivíduos	590 782

1) Identifica a variável e a população.

2) Preenche a tabela seguinte:

Variável (xi)	Freq. Abs. (fi)	Freq. Abs. Acum. (fi)	Freq. Rel. (fri)	Freq. Rel. Acum. (fri)

3) Consultando a tabela anterior responde às seguintes questões:

3.1) Quantos agregados familiares são constituídos por um número de indivíduos inferior a quatro?

3.2) Quantos possuem, no máximo, dois indivíduos?

4) Constrói:

4.1) O gráfico de barras relativo às frequências absolutas.

4.2) O gráfico circular (sectograma) das frequências relativas.

5) Determina o número médio de indivíduos por agregado familiar (média, **x**).

6) Qual o agregado familiar que está na moda (moda, **Mo**)?

7) Quantos indivíduos possuem o agregado familiar que ocupa a posição central (mediana, **Me**)?

FASE B

Observa agora esta tabela, relativa aos agregados familiares por dimensão segundo os países da CE no ano de 1989 (Fonte: Eurostat/INE).

Nº Ind.	Alem.	Bél.	Dinam.	Esp.	Fran.	Gréc.	Hol.	R. Uni.	Irl.	Itál.	Lux.
1	34.8	25.6	57.7	10.5	26.7	17.4	28.5	25.3	20.7	22.5	23.0
2	30.5	28.9	23.8	23.1	30.3	27.3	30.8	33.2	21.9	24.6	28.8
3	16.9	19.4	8.9	20.9	17.4	20.2	15.2	17.0	14.7	22.4	20.1
4	12.6	16.8	7.5	23.1	15.8	23.7	17.4	16.4	16.5	21.4	18.0
5	5.2	9.3	2.1	22.4	9.8	11.4	8.1	8.1	26.2	9.1	10.1

1) Compara a dimensão dos agregados familiares portugueses com a dimensão dos agregados dos outros países da CE. O que concluis?

Escola...

Ano/Turma.................. Data...................... Aluno(a)....................................

Agregados Familiares

(10º ano)

FASE A

Considera as informações que se apresentam na figura relativas à dimensão dos agregados familiares portugueses no ano de 1989.

Dimensão dos agregados	Número de agregados
1 indivíduo	377 745
2 indivíduos	888 967
3 indivíduos	743 655
4 indivíduos	686 451
5 ou mais indivíduos	590 782

1) Identifica a variável e a população.

2) Após a organização e o tratamento dos dados fornecidos e recorrendo às medidas estastísticas que consideres mais apropriadas responde às seguintes questões:

2.1) Quantos agregados familiares são constituídos por um nº de indivíduos inferior a 4?

2.2) Quantos possuem, no máximo, dois indivíduos?

2.3) Qual o agregado familiar que está na moda ?

2.4) Quantos indivíduos possui o agregado familiar que ocupa a posição central ?

2.5) Qual o número médio de indivíduos por agregado familiar?

2.6) Qual o grau de dispersão desta distribuição? Qual o seu significado?

FASE B

À semelhança do estudo realizado na FASE A, investiga em que medida os agregados familiares dos alunos que constituem a tua turma se enquadram nos valores nacionais.

Ficha de trabalho elaborada por Helena Cunha e Rosário Almeida por um lado, à abordagem demasiado intuitiva deste conceito (recomendada pelo actual programa) e, por outro, à dificuldade que a generalidade dos estudantes manifesta em distinguir *causa* e *efeito* de *correlação linear* entre duas variáveis. Um dos alunos não percebeu que no fenómeno em estudo, a *causa incêndio* corresponde ao *efeito área ardida*. Para outro aluno, apesar de não existir relação entre o número de incêndios e o número de hectares ardidos, não ficou claro que o mesmo não sucede, por exemplo, entre o número de incêndios e o número de florestas onde, de facto, se verifica essa relação. Poder-se-á, por isso, considerar que a reflexão realizada por este grupo foi de algum modo prejudicada pela utilização de conteúdos programáticos desnecessários.

A vantagem científica de que os alunos do 10º ano beneficiaram na realização da primeira actividade não se verificou na segunda, que apelava, essencialmente, a conhecimentos de carácter mais geral e do domínio comum. Este facto poderá significar que a um maior número de conhecimentos nem sempre corresponde uma maior eficiência na análise de situações reais, e que os problemas próximos dos tradicionais no ensino da Matemática exigem competências diferentes das requeridas por problemas emergentes de situações da vida real.

A este propósito será de citar Ponte: "*Na Matemática as questões aparecem usualmente bem definidas e são susceptíveis de um tratamento formal e rigoroso. Na vida real já assim não acontece. As coisas aparecem normalmente mal definidas, imprecisas, fortemente interligadas umas com as outras. São por isso diferentes as competências necessárias para ter sucesso na Matemática usual e nas aplicações*" (Ponte, 1992, p.10).

Avaliação da experiência pelos alunos

Os alunos consideraram ambas as actividades interessantes do ponto de vista da sua utilidade, oportunidade e actualidade, porque lhes permitiram a utilização e a consolidação dos conhecimentos matemáticos adquiridos, bem como a ligação desses mesmos conteúdos à vida real: "*Actividades desta natureza despertam maior interesse e motivação por serem ricas e abrangentes, permitindo a aplicação da Matemática à vida prática, o que contraria a ideia de que esta é uma disciplina abstracta*".

Consideraram ainda que as actividades eram de fácil interpretação embora se distinguissem pelo conjunto de conhecimentos matemáticos que requeriam. Enquanto a "primeira exigia o domínio de quase todos os conceitos estudados até ao momento da sua resolução", a segunda apelava essencialmente "ao bom senso e a conhecimentos adquiridos fora da escola". Por outro lado, sugeriram que as actividades eram passíveis de algumas extensões e/ou aprofundamento, isto é, que seria possível alargar o seu estudo a outras disciplinas.

As dificuldades suscitadas pela resolução das actividades resultaram, na opinião dos alunos, do seu distanciamento relativamente ao tema abordado, da inexistência de consenso na interpretação de algumas das questões e ainda da escassez de tempo disponível para o efeito. Valorizaram ainda a aplicação de conhecimentos matemáticos em ambientes de trabalho distintos dos habituais em anos anteriores. Por outras palavras, a opção pela exploração dos conteúdos programáticos através de situações problemáticas foi considerada mais motivadora do que o tradicional recurso ao esquema:

Teoria —> Exercícios

Na opinião dos alunos, a metodo-logia de trabalho foi adequada ao tipo de actividades propostas, não diferindo significativamente da que vinha sendo adoptada nas aulas desde o início do ano lectivo.

Aspectos como o trabalho de grupo e o meio tecnológico foram também classificados como facilitadores do processo de resolução. O trabalho de grupo, por ter permitido a discussão de ideias diferentes, bem como um melhor esclarecimento de eventuais dúvidas; e o meio tecnológico, por ter possibilitado uma maior rapidez no cálculo no tratamento de dados numéricos reais e ainda na construção de gráficos (no que respeita à calculadora gráfica), para além de ter facilitado a confirmação de conjecturas.

No entanto, é de sublinhar a forma enfática como todos os alunos se referiram à dificuldade em descreverem os seus processos de raciocínio e em redigirem relatórios.Note-se aliás que os próprios alunos atribuíram essa lacuna a uma deficiente formação escolar, sobretudo no que respeita ao desenvolvimento da capacidade de expressão escrita.

Conclusões

Dificuldades

Globalmente, as dificuldades observadas poderão considerar-se de natureza conceptual, linguística e relacional.

- Natureza conceptual:

A experiência mostrou-nos que a abordagem da Estatística deve acautelar a clarificação de conceitos que à partida se presumem de fácil aquisição e compreensão. Entre eles poderão mencionar-se os de população, variável e medidas de tendência central.

Com efeito, a confusão que o grupo do 7º ano estabeleceu entre o número de agregados e o número de indivíduos que constituiam esses agregados — *"variável é o número de famílias com uma, duas,... pessoas"* — revelou uma deficiente compreensão dos conceitos estatísticos de variável e de população.

Na verdade, este estudo demonstrou que o reconhecimento dos conceitos estatísticos de população e de variável constitui, por vezes, uma tarefa árdua para alguns alunos. O facto de o termo população, no uso comum, se reportar a pessoas, e o modo como a noção de variável foi abordada nos anos anteriores serão, provavelmente, as razões desta limitação conceptual. Assim, por exemplo, a maioria dos estudantes considera que variável é sinónimo de incógnita e por isso não aceita facilmente a sua associação com uma característica bem determinada.

Relativamente às medidas de localização também se constataram dificuldades em ambos os grupos. A propósito do conceito de mediana o grupo do 7° ano incorreu num erro frequente: entendimento da mediana como o valor médio da frequência. Quando a abordagem das medidas de tendência central é feita superficialmente ou demasiado intuitivamente este é um dos vários erros cometidos pelos estudantes, tal como o da identificação da moda com o maior valor da frequência.

Por sua vez, dois alunos do 10° ano manifestaram dificuldades conceptuais a propósito da média aritmética. Determinaram-na de um modo mecânico e automático e face ao valor calculado não reflectiram sobre o seu significado e a sua eventual representatividade. Estas limitações condicionaram a compreensão e a utilização do desvio padrão. Neste grupo apenas um aluno apreendeu o significado e a importância das medidas de dispersão, embora todos os outros manipulassem com relativa destreza os respectivos algoritmos.

A confusão, por parte de alguns alunos do 10° ano, entre correlação linear e causa e efeito mostrou a importância de se clarificar que se trata de noções distintas, por outras palavras, que são desaconselháveis abordagens demasiado intuitivas de conceitos não intuitivos.

• Natureza linguística:

O êxito neste tipo de actividades, bem como na compreensão dos conteúdos necessários para a sua resolução, depende em larga medida de um conhecimento satisfatório da estrutura da língua materna.

Tarefas essenciais nesta área do saber como sejam a utilização correcta de terminologia com significados próximos e a comunicação das conclusões estabelecidas estão condicionadas pela capacidade de leitura, de escrita e de verbalização do indivíduo.

• Natureza relacional:

A dificuldade manifestada por alguns alunos dos dois grupos no que respeita à capacidade de integrar conhecimentos de natureza diferenciada resultou por um lado da inexistência de tradição na realização de actividades de interdisciplinaridade, e, por outro, de uma deficiente capacidade de integração e de estruturação dos conhecimentos adquiridos na Escola e/ou fora dela.

O predomínio de actividades que obrigam à aplicação de conhecimentos meramente matemáticos tende a criar nos alunos a ideia de que qualquer que seja o problema a resolver deverão privilegiar esses conhecimentos em detrimento de quaisquer outros de natureza mais geral. Não estando habituados a estabelecer relações entre conhecimentos de ordem diferenciada dificilmente concebem que uma proposta da disciplina de Matemática possa apelar a conteúdos extra-matemáticos.

Assim, e tendo em conta que "*a capacidade para activar conhecimentos matemáticos em situações extra-matemáticas não decorre automaticamente da aquisição de conceitos puramente matemáticos, mas requer um certo grau de preparação e prática*" (Carreira, 1992, p.24), parece-nos importante que:

— a estruturação, discussão e aprofundamento dos conceitos constitua uma prioridade pedagógica na aula de Matemática, através, por exemplo, da promoção de actividades que estabeleçam ligação à vida real e sugiram um vasto conjunto de aplicações possíveis para um mesmo conteúdo;

— os conceitos surjam a propósito duma necessidade e não como razão dessa necessidade, já que, como referiu Sebastião e Silva, "*Um ensino da Matemática que atenda exclusivamente ao aspecto demonstrativo, desprezando as intuições, o método heurístico e as aplicações concretas, pode tornar-se altamente deformativo, em vez de formativo*" (Carreira, 1992, p. 21).

Estratégias

Enquanto que o grupo do 7° ano realizou uma abordagem sequencial, respondendo questão a questão, o do 10° ano baseou os seus métodos de trabalho numa prévia análise globalizante de cada uma das actividades. Apesar desta diferenciação nas estratégias os planos de execução foram similares no que toca ao debate de ideias, à organização esquemática da informação, ao recurso à calculadora e à confrontação de resultados, o que pode ter ficado a dever-se fundamentalmente ao reduzido grau de complexidade dos problemas propostos. O mesmo não aconteceu no que respeita à interacção entre representações matemáticas e extra-matemáticas e ao estabelecimento de conclusões. Assim:

• Diálogo e debate de ideias:

Esta metodologia de trabalho foi particularmente valorizada pelos dois grupos permitindo, nomeadamente:

— uma melhor interpretação dos fenómenos em estudo;

— a superação de dificuldades;

— o aprofundamento de aspectos das propostas apresentadas.

Face ao exposto, será de promover o debate de ideias e o confronto de diferentes pontos de vista bem como a realização de actividades que contemplem a divulgação e a discussão crítica de resultados para o que o trabalho de grupo parece particularmente adequado. "*Dar aos alunos a oportunidade para trabalhar em pequeno grupo é permitir-lhes expor as suas ideias, ouvir as dos seus pares, por questões, discutir estratégias e soluções, argumentar, criticar os argumentos alheios*" (APM, 1988, p.66).

• Organização esquemática de informação:

A resolução das actividades assentou preferencialmente no recurso a tabelas e gráficos, o que poderá ter ficado a dever-se à representação que os estudantes fizeram dos problemas em estudo, a ser verdade que "*a eleição da estratégia por parte dos indivíduos é determinada, pelo menos parcialmente, pelo tipo de representação do problema*" (Mayer in Sternberg, 1986, p. 182).

Refira-se, no entanto, que a ênfase dada às tabelas durante o estudo da Estatística deverá ter sido determinante para a sua adopção por parte dos alunos dos dois grupos. Schoenfeld defende que "*algumas estratégias de resolução de problemas podem ser explicitamente ensinadas*", como por exemplo, "*traçar um diagrama quando possível*" (in Sternberg, 1986, p. 182).

• Recurso à calculadora gráfica ou simples:

O recurso às calculadoras gráfica e simples foi encarado pelos alunos como uma forma de obviar cálculos morosos que envolviam valores numéricos reais e actualizados, permitindo, por isso, dedicar mais tempo a outro tipo de actividades: "fizemos todos os cálculos e construímos todos os gráficos na calculadora gráfica e assim tivemos mais tempo para pensar nas conclusões".

A este propósito será de referir que aos elevados níveis de desempenho revelados pelos alunos do 10º ano nem sempre correspondeu a capacidade para "*uma eficiente tomada de decisões e para o controlo dos processos realizados*" (Carreira, 1992, p. 41). Em algumas situações, a utilização da máquina foi essencialmente mecanicista e automática, o que poderá significar que o número de aulas dispendidas para a familiarização com o modo estatístico apenas permitiu a memorização dos procedimentos necessários para o efeito.

• Confronto e análise de resultados:

A confrontação de resultados foi utilizada pelos dois grupos com o intuito de não serem cometidas incorrecções ao nível do cálculo.

A análise de resultados, realizada essencialmente pelos alunos do 10º ano, teve em vista avaliar a razoabilidade dos mesmos face à realidade a que se referiam.

A despreocupação do grupo do 7º ano em aferir da validade dos resul-tados obtidos (particularmente na primeira actividade) poderá ter sido consequência da incompreensão (já referida) de alguns dos conceitos bem como dos algoritmos que permitiram a obtenção desses resultados.

A maior capacidade de interacção entre os níveis de conhecimento, gerais e específicos, revelada pelo 10º ano, resultou dum conjunto mais vasto de conhecimentos matemáticos, e sobretudo da perspectiva global da actividade, isto é, da opção por uma estratégia mais eficiente.

Reflexão

"...*A diferença fundamental entre a Estatística e as outras ciências reside no facto de esta ciência não ter objecto de estudo próprio. Os dados estatísticos obtêm-se de outros e de todos os outros campos. Por isso não tendo dados próprios é necessário o recurso aos dados dos outros.*" (Kish in Hawkins, 1978, p.222).

Assim, o estudo desta unidade pressupõe uma razoável capacidade de articulação de conhecimentos muito diversificados.

A actual organização curricular não favorece tal articulação pois a transmissão e a aquisição dos diferentes conhecimentos escolares é feita através de *múltiplas* disciplinas estanques e compartimentadas. Será utópico supor que os estudantes adquirem capacidade para integrar saberes sem que o sistema de ensino a fomente. De facto, se "*é estranho esperarmos que os alunos aprendam, sem que lhes ensinemos algo sobre a aprendizagem*" (Norman in Hawkins et al., 1980, p.226) também não parece legítimo esperar "*que os alunos apliquem a Estatística* e articulem conhecimentos (acrescentado) *sem que lhes desenvolvamos as capacidades que lhes permitem fazer isso*" (Hawkins et al, p.226).

As características acabadas de enunciar e a circunstância da Estatística ser uma ciência que desempenha um papel de importância crescente em quase todos os domínios da actividade e da pesquisa humana justificam a actual preocupação em formar cidadãos capazes de apreciarem o papel que ela desempenha na sociedade.

Sendo assim, parece ser de recomendar a orientação do ensino da Estatística em função da cultura geral do indivíduo, isto é, "*explorando*" e desenvolvendo nos alunos a capacidade para aplicarem conhecimentos estatísticos a outros ramos da actividade humana em detrimento de uma cultura matemática meramente escolar.

Deste modo "*desenvolver-se-á nos estudantes a consciência da importância da Estatística e a sua relação com outros temas por eles estudados*" o que permitirá que "*os estudantes sejam estatisticamente educados em vez de meramente ensinados.*" (Hawkins et al, p.205).

Referências Bibliográficas

A. P. M. (1988) *Renovação do Currículo de Matemática*, Lisboa: A.P.M.

Carreira, S. (1992) *A aprendizagem da Trigonometria num contexto de aplicações e modelação com recurso à folha de cálculo.* Lisboa: A.P.M.

Hawkins, A., Jolliffie, F., Glickman, L. (1992). *Teaching Statistical Concepts.* Nova York: Longman.

Matos, J. F. e Carreira, S. (1993). Problemas de representação de situações reais através de modelos matemáticos. Em *Novas Perspectivas no Ensino das Ciências e da Matemática.* Lisboa: FCUL.

Ponte, J.P. (1992). Problemas de Matemática e situações da vida real. Revista de Educação. vol. 2, Nº 2.

Sternberg, R. J. (1986). *Las Capacidades Humanas: Un enfoque desde el procesamiento de la información.* Barcelona: Labor.

Notas 1 e 2: As actividades referidas encontram-se na secção Materiais para a aula de Matemática desta revista.

Maria Helena Cunha
E. P. de Tondela
Maria do Rosário Almeida
E. S. da Cidade Universitária (Lisboa)

Escola..

Ano/Turma.................... Data........................ Aluno(a).......................................

1993: Melhor, pior ou igual a 1992?

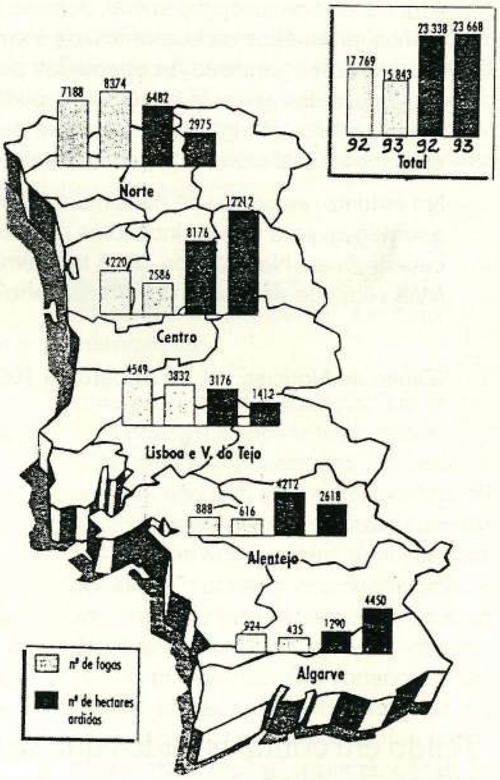
(7º ano)

Os incêndios são um dos actuais flagelos do Verão.

Através da comunicação social, durante toda a época estival, somos informados da ocorrência de inúmeros fogos. Diversas são as razões justificativas apontadas para tal situação: falta de limpeza das matas e florestas; desordenamento das mesmas; falta de vigilância; eventuais descuidos; queimadas; escassos e ineficazes equipamentos para o seu combate...

No entanto, elaboram-se anualmente planos e definem-se estratégias para que os incêndios não atinjam proporções catastróficas. No início de 1993 também assim aconteceu. Mas será que estamos no bom caminho?

(Diário de Notícias, 11 de Agosto de 1993)



Tendo em conta os dados que se apresentam na figura, relativos aos primeiros semestres de 1992 e de 1993, faça um estudo estatístico que lhe permita responder às seguintes questões:

1) Em relação ao ano de 1992 a situação de 1993 melhorou, piorou ou manteve-se?

2) O número de incêndios aumentou ou diminuiu? E a área ardida?

3) Existirá uma relação entre o número de fogos e o número de hectares devastados, isto é, a um maior número de incêndios corresponderá uma maior área ardida?

Escola..

Ano/Turma.................. Data...................... Aluno(a)....................................

1993: Melhor, pior ou igual a 1992?

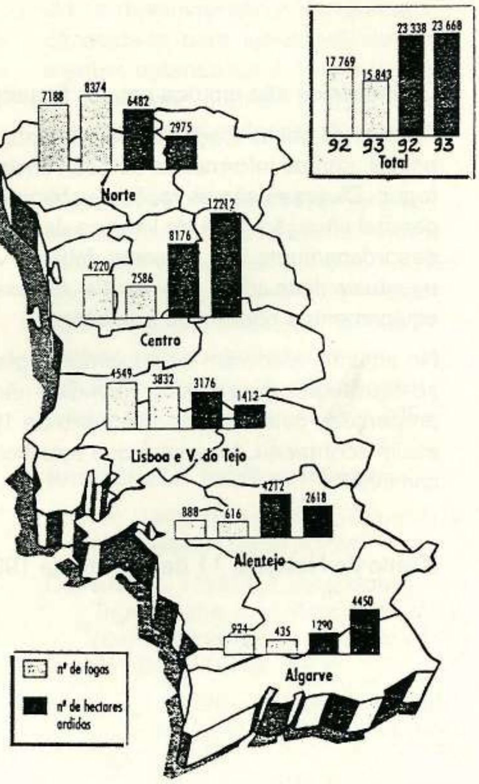
(10º ano)

Os incêndios são um dos actuais flagelos do Verão.

Através da comunicação social, durante toda a época estival, somos informados da ocorrência de inúmeros fogos. Diversas são as razões justificativas apontadas para tal situação: falta de limpeza das matas e florestas; desordenamento das mesmas; falta de vigilância; eventuais descuidos; queimadas; escassos e ineficazes equipamentos para o seu combate...

No entanto, elaboram-se anualmente planos e definem-se estratégias para que os incêndios não atinjam proporções catastróficas. No início de 1993 também assim aconteceu. Mas será que estamos no bom caminho?

(Diário de Notícias, 11 de Agosto de 1993)



Tendo em conta os dados que se apresentam na figura, relativos aos primeiros semestres de 1992 e de 1993, faça um estudo estatístico que lhe permita responder às seguintes questões:

1) Em relação ao ano de 1992 a situação de 1993 melhorou, piorou ou manteve-se?

2) O número de incêndios aumentou ou diminuiu? E a área ardida?

3) Em que região se registou maior número de incêndios? E maior área ardida?

4) Em cada um dos anos considerados qual a devastação média por hectare?

5) Existirá uma relação entre o número de fogos e o número de hectares devastados?

6) Tenderá a situação a agravar-se ou a melhorar? Porquê?

Ficha de trabalho elaborada por Helena Cunha e Rosário Almeida

Para este número seleccionámos

Níveis e classificações numéricas: Quais são os problemas? Quais são as alternativas?[1]

Judith S. Zawojewski and Richard Lesh

O artigo de J. Zawojewski e R. Lesh que a seguir se publica lida com uma questão de grande actualidade. As novas orientações para o ensino da Matemática têm chamado a atenção para a necessidade de se conceberem e utlizarem formas e instrumentos variados de avaliação, de modo a fazer justiça à natureza e diversidade dos objectivos propostos. Mas, na prática, a informação do progresso dos alunos reduz-se muitas vezes a uma classificação ou a um nível, e os dados que se recolhem e registam de forma sistemática limitam-se frequentemente às notas obtidas em testes e exames. Esta prática é mais do que questionável e é a própria viabilidade das novas orientações que nos obriga a pensar em alternativas consistentes.

Como professores, ficamos muito entusiasmados quando vemos as produções de alunos que fizeram investigações em Matemática, durante um longo período de tempo. Ficamos fascinados pela variedade de formas poderosas pelas quais eles resolvem problemas. Apreciamos as conversas com outros professores sobre como o trabalho dos alunos em tarefas não rotineiras conduz as suas escolhas em experiências subsequentes na sala de aula. Agrada-nos também que estes novos tipos de tarefas sejam sistematicamente incluídos na avaliação do desempenho do aluno. Quando nos é pedido para usar um nível ou uma classificação numérica para classificar o desempenho dos alunos nestas tarefas, o nosso entusiasmo diminui. Os números são fácil e prontamente usados para agrupar os alunos em categorias de "talentosos" e "menos talentosos", mas não o são para identificar e estimular os diferentes tipos de capacidades que cada indivíduo possui. Temos três grandes preocupações relacionadas com o uso de um único valor para descrever e avaliar as capacidades dos alunos em matemática.

Problemas

A nossa primeira preocupação é que a maioria dos alunos - e adultos - tem um perfil irregular de forças e fraquezas e que diferentes tipos de sucesso no mundo real estão associados a diferentes formas de se "ser bom" a matemática. Por exemplo, os professores universitários de matemática são bons em colocar e investigar questões matemáticas não rotineiras, mas podem não ser muito bons em interpretar leis de impostos, capacidades que são esperadas de um contabilista público. No passado, os bons consumidores eram caracterizados pelas suas capacidades de manter uma escrita contabilística, enquanto que hoje em dia os cidadãos informados devem ser capazes de analisar sistemas matemáticos de forma a fazer opções inteligentes, como na escolha de uma companhia de telefones de longa distância. Para ajudar os estudantes a preparar-se para um mundo no qual sejam necessários diferentes tipos de capacidades matemáticas, necessitamos de desenvolver formas de descrever sinteticamente o desempenho dos alunos, que ajudem a identificar e a estimular diferentes modos de se "ser bom" a matemática.

Uma segunda preocupação que temos envolve alunos que têm tipos diferentes de capacidades matemáticas que não têm sido tradicionalmente reconhecidas e encorajadas. O uso de indicadores com apenas um valor para avaliar o "sucesso" esconde diversas áreas de talento, simul[illegible]amente do sistema como um todo [illegible] aluno como um indivíduo. Em consequência, muitos destes estudantes decidem não prosseguir os seus estudos em matemática, muitas vezes devido a uma percepção errada de que o seu desempenho é "medíocre". Como ilustração deste facto, consideremos indivíduos que se notabilizam em situações de resolução de problemas em grupo. Essa sua capacidade específica é raramente identificada apesar de ser altamente valorizada no local de trabalho. É possível recolher dados que provam essa capacidade notando que os resultados dos grupos em que estes indivíduos estão inseridos são consistentemente bons, quaisquer que sejam os outros elementos do

1. Traduzido, e publicado com autorização, do *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol. I, nº10, 1996, copyright do *National Council of Teachers of Mathematics*.

grupo. Observações dos professores e relatórios dos alunos podem acrescentar informação acerca da natureza desse talento dos alunos, tais como a comunicação de ideias matemáticas ou as capacidades para a gestão do trabalho to grupo. Mas se os dados não são recolhidos ou se a informação é toda compactada numa única nota, a informação acerca de uma capacidade específica é perdida. Acreditamos que uma mais ampla variedade de alunos aparecerá como sendo capaz em matemática, se reconhecermos e documentarmos uma série também mais ampla de capacidades matemáticas.

Uma terceira preocupação é o facto de que a atribuição de um nível ou de uma classificação numérica é apenas da responsabilidade de um professor em certo momento bem definido. Embora a questão seja mais complexa do que usar simplesmente níveis ou classificações numéricas, uma crença que prevalece é a de que a avaliação do desempenho de um indivíduo deve ser feita apenas por "observadores externos". Esta hipótese é posta em causa por situações do mundo real, nas quais o desempenho de uma pessoa é avaliada por muitas: por si própria (por exemplo, o dono de um pequeno negócio que decide se deve acabá-lo ou expandi-lo), pelos seus pares (por exemplo, um professor universitário que submete artigos a revistas), e pelos seus superiores (por exemplo, um advogado cujas acções durante um julgamento são continuamente avaliadas pelo juiz que preside). No mundo do trabalho, o desenvolvimento qualitativo ao longo do tempo é uma importante característica para avaliar o desempenho. Por exemplo, o aumento dos salários num departamento médico-tecnológico de um hospital é frequentemente baseado em informações acerca da precisão que os técnicos mostram na execução de numerosos tipos de testes médicos, no desempenho de funções administrativas e no desenvolvimento profissional, por iniciativa própria, ao longo dos anos. Em vez de se interromper um dia de trabalho para a realização de testes, a avaliação do desempenho de um técnico médico ocorre enquanto o indivíduo está envolvido na sua actividade profissional, e as informações são recolhidas ao longo do tempo. Para além disso, frequentemente, pelo menos duas avaliações estão incluídas no processo: a do supervisor e a do empregado. Reflexão análoga sobre a avaliação em matemática sugere a necessidade de vários avaliadores - os estudantes, o professor, etc.- e de informação recolhida enquanto os alunos estão envolvidos na actividade normal de aprendizagem, ao longo de largos períodos de tempo.

Algumas alternativas

Para a comunidade de educação matemática, as questões importantes relacionadas com a recolha de dados e o relato do desempenho incluem o seguinte: Como pode a informação acerca do desempenho dos estudantes ser recolhida enquanto estes estão envolvidos numa actividade matemática produtiva? Como pode o seu desempenho ser documentado ao longo do tempo? Como pode a informação ser sintetizada em diferentes níveis, para diferentes fins, conservando no entanto a sua riqueza e complexidade? A ênfase actual dada à avaliação através de um portfolio visa algumas destas questões.

Os portfolios de matemática fornecem aquele tipo desejado de informação qualitativa, ao longo dos anos, acerca do desempenho de um indivíduo. Os estudantes e os seus professores seleccionam algumas actividades curriculares que representem uma visão sintetizada e equilibrada do desempenho dos alunos. Muitas vezes estes envolvem-se numa auto-avaliação quando aprendem a seleccionar resultados do seu trabalho que estejam dentro dos critérios estabelecidos para avaliação. Este processo aumenta a validade da avaliação, pois o trabalho a ser avaliado reflecte o currículo implementado. Além disso, o desenvolvimento de um comum entendimento sobre o que é valorizado é promovido quando toda a comunidade escolar está envolvida num diálogo sobre o significado dos critérios de avaliação. Assim, os portfolios são habitualmente usados com eficácia como um meio de comunicação entre professor-aluno-pais.

Um grande desafio colocado aos sistemas que usam portfolios é a questão de saber como se deve lidar com uma grande quantidade de informação, quando é necessário fazer um resumo. Embora uma simples lista de níveis ou classificações não seja muito útil para o planeamento do ensino no ano seguinte, um conjunto completo de portfolios de uma turma enviado ao "professor do ano seguinte" poderá ser demasiado esmagador. Para melhorar este problema, frequentemente, incluem-se nos portfolios relatórios resumidos escritos por alunos e professores por vezes relativos às várias categorias de trabalhos. Em alternativa, o professor e o aluno podem mesmo atribuir classificações numéricas a diferentes aspectos como a comunicação e o raciocínio. Embora estas ideias sejam produtivas, é necessário haver mais investigação que permita encontrar formas de conciliar a preservação da qualidade e riqueza da informação e ao mesmo tempo a sua apresentação de uma forma sucinta.

Nas investigações, outro caminho a seguir é explorar outras formas de documentar e relatar abordagens e ideias matemáticas que os alunos utilizam em tarefas específicas. No programa PACKETS dos Educational Testing Service's (1994) informações acerca de diferentes formas de "pensar em matemática", em tarefas específicas, são incluídas no material de apoio ao professor. A partir de exemplos e descrições de trabalhos de estudantes que ilustram grandes ideias matemáticas, professores e alunos podem aprender a identificar e a desenvolver uma linguagem comum para se referir a essas ideias. [...] A utilização de descrições qualitativas do desempenho matemático dos alunos começa, apenas agora, a ser explorado e pode ser relacionado com o portfolio. Por exemplo, Cai e outros (1996), neste número do *Mathematics*

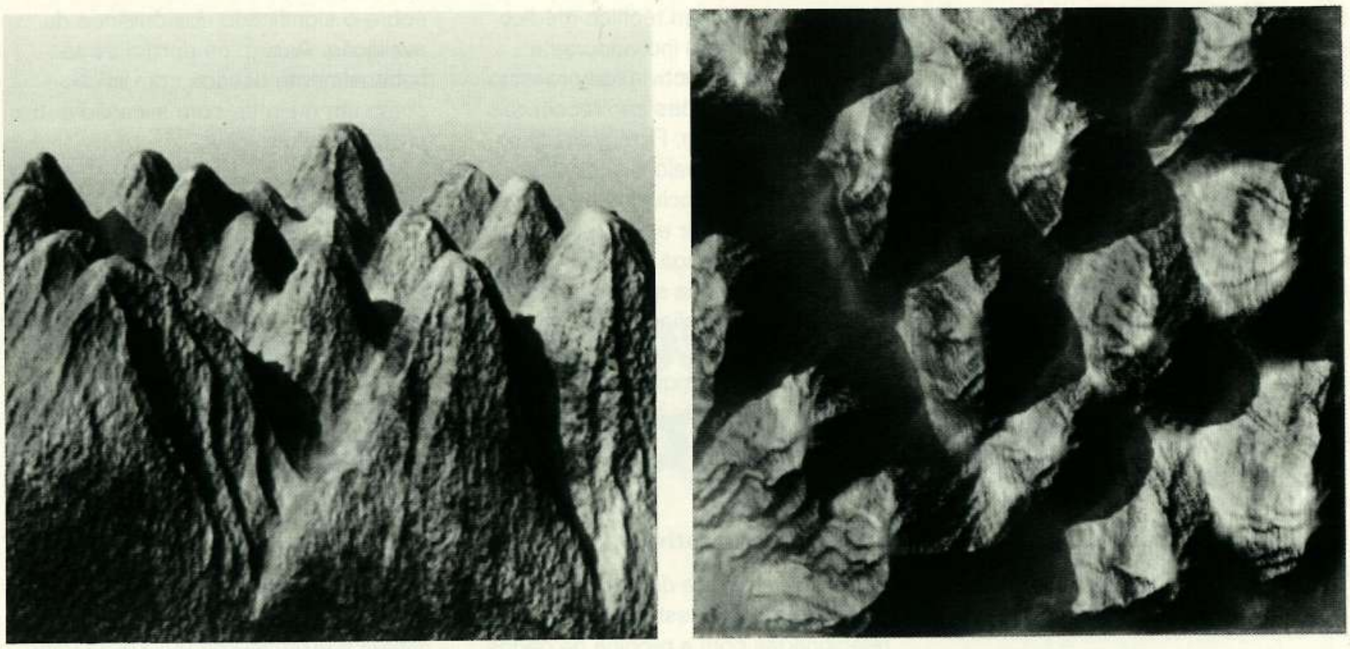


Fig. 1. Vistas de lado e de cima de um potencial mapa de aprendizagem

Teaching in the Middle School, discutem o uso sistemático de indicadores de qualidade para relatar o desempenho dos alunos numa tarefa de avaliação. Perfis qualitativos do pensamento matemático dos alunos, ao longo das tarefas do portfolio, podem ser usados para examinar tendências e padrões no seu crescimento e desenvolvimento, tanto para o resumir como para planeamento do ensino.

Consideremos, além disso, como o desempenho de um aluno no conjunto de trabalhos de um portfolio pode ser representado por um gráfico gerado por computador, como foi proposto por Lesh e outros (1992). Na visão destes autores, o desempenho dos alunos seria representado em mapas de aprendizagem que "se assemelham aos mapas topográficos a três dimensões dos atlas de História, nos quais técnicas gráficas simples são usadas para ilustrar períodos de ascensão e declínio de vários impérios. Algumas regiões são conquistadas e estáveis, outras são ocupadas e instáveis, outras ainda são terras desconhecidas" (p.350). A fig. 1 mostra duas vistas de um hipotético mapa de aprendizagem desenvolvido por Post e outros (1990), no qual cadeias de montanhas e suas proximidades representam importantes domínios conceptuais. Lesh e outros (1992) sugeriram que as planícies em redor de uma montanha podem representar as ideias elementares essenciais que estão na base do domínio conceptual, a zona intermédia pode representar grandes ideias ou modelos matemáticos e os cumes podem representar adaptações e aperfeiçoamentos a novas situações e problemas feitos pelos alunos nos seus modelos matemáticos. Por exemplo, no campo conceptual do raciocínio sobre proporcionalidade, as zonas mais baixas poderiam abranger o reconhecimento pelos alunos das diferenças entre proporções e fracções, tal como "o sopé da montanha que deve ser atravessado antes de subir a montanha" (Lesh e outros, 1992, 352). A zona intermédia das montanhas abrangeria o uso de técnicas multiplicativas para lidar com problemas de proporções, e os picos das montanhas incluiriam dados revelando que os alunos conseguem adaptar a sua compreensão sobre proporcionalidade para lidar com novas situações. O sombreado, a cor e a textura poderiam ser usados para transmitir uma imagem do desempenho dos estudantes.

Embora esta utilização de gráficos feitos por computador com fins educacionais possa parecer muito afastada no tempo, a tecnologia necessária está já disponível. Em medicina, na indústria e no mundo dos negócios, por se ter descoberto que representações visuais transmitem mais informação num curto espaço de tempo que páginas e páginas de números, usa-se já este tipo de gráficos para compreender e dar significado a uma grande quantidade de dados. No entanto, para prosseguir de modo sério nesta direcção, em educação matemática, três questões necessitam de atenção. Primeira, que matemática deveria estar representada pelas diferentes zonas do terreno? Segunda, de que forma prática, como pode a informação de várias fontes, tais como portfolios e auto-relatórios acerca dos "modos de raciocinar", ser visualmente traduzida de maneira resumida e significativa? Terceira, como pode a exibição destes gráficos ser usada de forma a corresponder às necessidades dos múltiplos utilizadores e para responder a vários objectivos? Para responder a esta última questão, Lesh e outros (1992), consideraram vários utilizadores e fizeram numerosas sugestões. A avaliação a nível estadual poderia ser conseguida alterando o terreno de forma a reflectir os objectivos estaduais; sobrepondo o desempenho do aluno ou do grupo sobre o terreno poderia fornecer informações sobre o que os alunos sabem e são capazes de fazer. Na planificação de uma unidade sobre proporcionalidade, os professores poderiam utilizar o computador para mostrar simultaneamente "as montanhas do raciocínio sobre proporções" de todos os seus alunos, mostrando assim um resumo visual do desempenho dos alunos no passado. O mais importante é que os estudantes poderiam frequentemente e de forma flexível avaliar o seu progresso, entrando com a sua própria informação e examinando o seu "mapa de aprendizagem" a partir de várias perspectivas. Usar a tecnologia para armazenar vasta e complexa informação, dá oportunidade para produzir uma variedade de resumos visuais para diferentes propósitos e diferentes destinatários.

O trabalho futuro em avaliação matemática necessita que o mesmo tempo, esforço e entusiasmo dedicados ao desenvolvimento de métodos de avaliação alternativos, sejam agora utilizados com semelhante ênfase na recolha de dados e relato dos aspectos qualitativos do conhecimento dos estudantes. Para sintetizar a riqueza da informação recolhida através de métodos alternativos de avaliação, necessitamos de investigar processos que permitam reter a informação acerca da diversidade dos talentos matemáticos dos alunos e que proporcionem a oportunidade máxima de utilizar essa informação como parte integrante do processo educacional.

Referências

Cai, J., Magone, M. E., Wang, N. e Lane, S. (1996). Assessment: Describing Student Performance Qualitatively. *Mathematics Teaching in the Middle School, 1*, p. 828-35.

Educational Testing Service (1994). *The PACKETS Program: Performance Assessment for Middle School Mathematics*. Lexington, Mass.: D. C. Heath & Co.

Lesh, R., Lamon, S. J., Gong, B. e Post, T. R. (1992). Using Progress Maps to Improve Instructional Decision Making. In Richard Lesh and Susan Lamon (eds), *Assessment of Authentic Performance in School Mathematics*, 343-75. Washington, D.C.: American Association for the Advancement of Science.

Post, T. R., Behr, M., Lesh, R. e Harel, G. (1990). *Research and Development in Middle School Mathematics*. Washington, D.C.: National Science Foundation (NSF grant no. MDR-8955346).

Tradução de
Helena Fonseca e Lina Brunheira
Revisão de Eduardo Veloso

Dez anos de *Educação e Matemática*

A Educação e Matemática está, em 1996, a completar o seu décimo ano de publicação. Para comemorar este acontecimento tão significativo da vida da Associação, a Redacção pensou num conjunto de iniciativas, algumas das quais se concretizam nos números que a revista publica este ano.

Com certeza reparou que no número 37, relativo ao 1º trimestre de 1996, criámos um espaço intitulado *Sabia que...*, onde lhe revelamos factos, acontecimentos e curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM.

No mesmo número iniciámos a secção especial temporária *Nos dez anos da "Educação e Matemática"*, que se publica durante 1996, dando a conhecer os depoimentos que os colegas fazem chegar à Redacção com as suas opiniões e sugestões sobre a Revista.

Novamente apelamos à participação de todos os sócios, recordando o desafio lançado no número 36.

Educação e Matemática é a revista da APM. É a nossa revista. O que pensam os sócios da sua revista? Do material que é publicado, do seu aspecto e organização gráficos? O que agrada mais na revista? O que é que deveria mudar?

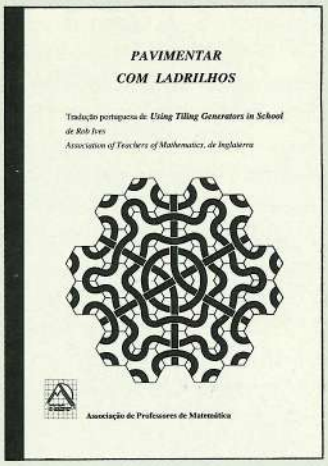
Escreva-nos uma carta — um parágrafo, uma página, duas ou três se quiser — com as suas opiniões a propósito das questões que acabámos de enunciar. Pode ser também um comentário sobre a revista ou um conjunto de sugestões. Ou ainda, se preferir, pode escrever-nos dando, do modo que entender, a sua visão da *Educação e Matemática*.

A pretexto de um aniversário é uma maneira de darmos conta, como dissémos, do que pensam os sócios da sua revista. Não hesite e escreva já. Não precisa até de dizer tudo de uma vez, pode fazê-lo por partes, em vários números.

Estamos todos à espera.

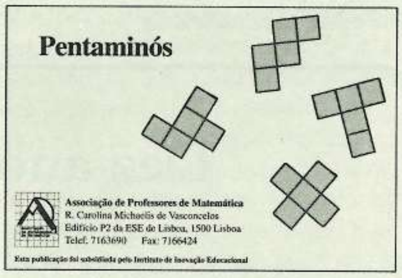
Escreva para:
Associação de Professores de Matemática, *Educação e Matemática*
Escola Superior de Educação, R. Carolina Michaelis de Vasconcelos, 1500 Lisboa

Publicações Materiais APM



A Aprendizagem da Matemática e o Jogo
Preço 1750$00 (sócios 1250$00)

Pavimentar com Ladrilhos
Tradução Portuguesa de **Using Tiling Generators in School** de Rob Ives
Association of Teachers of Mathematics, de Inglaterra
Preço 430$00 (sócios 300$00)



Pentaminós
Conjunto de materiais e actividades
Preço de sócio - 1 500$00

Dominós - Áreas, Perímetros, Decimais, Quocientes, Expressões Numéricas, Fracções Equivalentes, Relativos
Preço - um dominó: 1000$00
sete dominós: 5000$00

No caso de desejar que lhe seja enviada qualquer publicação da APM pelo correio deverá enviar a respectiva quantia acrescida da percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e despesas de embalagem).
As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%
de 2501$00 a 5000$00 - 15%
mais de 5000$00 - 10%

Quota de 1996

No ano de 1996 o valor da quota é de **5000$00** (3500$00, para o sócio estudante e 5500$00 para os sócios estrangeiros). Se ainda não pagou a sua quota, pode optar por desconto bancário **até 31 de Janeiro**. Após esta data deve efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa, Mastercard ou Eurocard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ____________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ VISA   MasterCard ☐ MasterCard   Eurocard ☐ EUROCARD

Validade ______________ o valor de ______________ correspondente a ______________
______________ Data __/__/__

Assinatura ____________________

Publicações - Envio pelo Correio

No caso de desejar que lhe sejam enviadas publicações pelo correio deverá enviar o pedido juntamente com um cheque ou vale postal em nome de **Associação de Professores de Matemática.**

Ao valor total das publicações deverá ser acrescida a percentagem correspondente às despesas relativas à expedição (porte do correio e embalagem). As percentagens de cobrança são as seguintes: até 2500$00 - 20%; de 2501$00 a 5000$00 - 15%; mais de 5000$00 - 10%

Se residir no estrangeiro poderá utilizar os cartões Visa, MasterCard ou EuroCard, desde que previamente se informe pelo fax 351-1-7166424 da quantia a enviar para os portes de correio.

Títulos	Nº de Ex.	Preço Unitário	Custo

Sócio da APM ☐   Nº ☐   Assinatura
Não sócio ☐   ______________

Subtotal	
Portes de Correio (ver acima)	
Valor Total	

Nome ____________________
Morada ____________________
______________ C.P. ______________
Data de pedido ______________

Para uso da APM   Recebido em ______________
Assinatura   Enviado em ______________

índice