Educação e Matemática

Nº 37

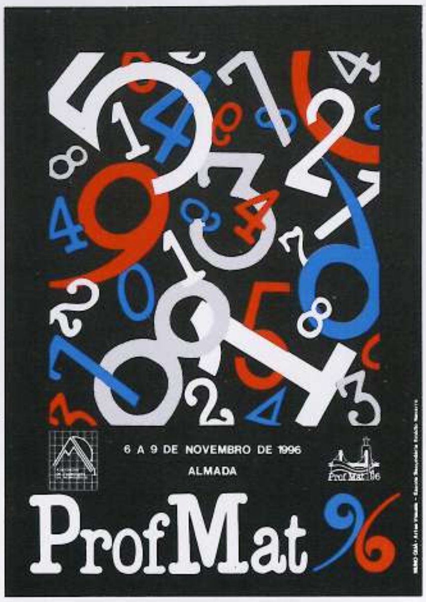
1º trimestre de 1996

Dez anos depois

Preço: 600$00

Revista da Associação de Professores de Matemática

ProfMat 96



O ProfMat 96 continua a ganhar forma.

Tal como já tinha acontecido com o símbolo, o cartaz que aqui se reproduz, também resultou de um concurso onde participaram os alunos das Escolas Secundárias de António Gedeão, de Emídio Navarro e do Fogueteiro.

Este ano o ProfMat reveste-se de especial importância, pois comemorar-se-ão aí os 10 anos da APM. Os professores de Matemática já responderam à primeira chamada, tendo sido enviadas mais de 1300 pré-inscrições, o que corresponde a um recorde comparativamente aos anos anteriores. Esperamos assim realizar em Almada o ProfMat com o maior número de participantes de sempre.

Aproveitamos para lembrar que o encontro é feito por todos, pelo que a sua contribuição é importante. Da parte da Comissão Organizadora queremos agradecer desde já as sugestões e ofertas de participação recebidas, e estamos empenhados em elaborar um programa que vá ao encontro das expectativas de todos. Neste sentido, temos já vários conferencistas convidados, e estão garantidas as conferências plenárias que abrem cada um dos dias, bem como outras realizações que posterirmente serão anunciadas.

Dentro de dias vai chegar a casa de todos os que enviaram a sua pré-inscrição o 2° boletim informativo com as fichas de inscrição no ProfMat 96. Se não é este o seu caso pode obter as fichas referidas junto da APM ou contactando-nos para: ProfMat 96, Apartado 388, 2806 Cova da Piedade Codex.

A Comissão Organizadora

Nos dez anos da *Educação e Matemática*

Educação e Matemática é a revista da APM. O que pensam os sócios da sua revista? Do material que é publicado, do seu aspecto e organização gráficos? O que agrada mais na revista? O que é que deveria mudar?

Escreva-nos uma carta com as suas opiniões a propósito das questões que acabámos de enunciar. Pode ser também um comentário sobre a revista ou um conjunto de sugestões. Ou ainda, se preferir, pode escrever-nos dando, do modo que entender, a sua visão da *Educação e Matemática* .

Como anunciámos, inicia-se já neste número uma *secção especial* onde publicaremos todas as contribuições que a este respeito nos chegarem. A pretexto de um aniversário é uma maneira de darmos conta, como dissemos, do que pensam os sócios da sua revista. Não hesite e escreva já. Estamos todos à espera.

Neste número colaboraram

Ana Isabel Ribeiro, Branca Silveira, Fernanda Bráz, Isabel Corredoura, José Frias, José Paulo Viana, Leonor Cunha Leal, Leonor Moreira, Margarida Pinto, Núcleo de Braga, Paula Mano, Susana Andrade, Seiji Hariki, Vidal Minga.

Rectificação

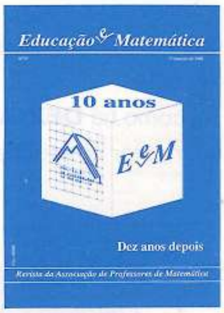
Os prémios entregues no concurso do problema do ProfMat foram oferecidos pela Beltrão Coelho e não pela empresa que mencionámos no número anterior quando anunciámos os referidos prémios. Pelo lapso pedimos as nossas desculpas.

Sobre a capa

A APM, este ano, vai fazer dez anos. Por outro lado, com este número, a *Educação e Matemática* inicia o seu décimo ano de publicação. A capa que escolhemos pretende precisamente assinalar este *duplo* aniversário.

Data de publicação

Este número foi publicado em Abril de 1996.



nº 37
1º trimestre
de 1996

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Eduardo Veloso
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Isabel Amorim
Maria João Lagarto
Maria José Bóia
Rosário Ribeiro

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade
Trimestral

Tiragem
4200 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807
Nº de Depósito Legal: 91158/95

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos
1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424

Nota: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Dez anos depois!

No passado dia 19 de Setembro, no decorrer do Profmat 86, (...) foi decidido criar-se a Associação de Professores de Matemática. (...)

O Ensino da Matemática, nas nossas escolas, parece de facto desfasado das necessidades quer individuais quer sociais do nosso tempo. (...)

É neste contexto que surge a nossa Associação.(...)A APM pretende ser um movimento que baseie a sua actividade na iniciativa e na criatividade dos professores (...)

A Direcção da APM
Outubro de 1986

A APM faz 10 anos.

São 10 anos marcados por acontecimentos relacionados com a renovação do ensino da Matemática. A APM apareceu "... como um movimento organizado de renovação ..." traduzindo o sentimento quase generalizado de que o ensino da Matemática, que tinhamos, era pouco efectivo e estava desadequado.

Ao longo destes anos, a APM incentivou e acompanhou muitos professores no desenvolvimento de experiências e projectos nas escolas. Propôs um envolvimento diferente dos alunos na aprendizagem, valorizou-se o estudo das aplicações da Matemática, a prática da resolução de problemas, a introdução dos computadores e calculadoras na sala de aula... Divulgou os aspectos mais interessantes e atraentes da Matemática. Também a preocupação constante em conhecer o ensino da Matemática noutros países, em dar a conhecer as orientações e prioridades definidas por organizações internacionais e já postas em prática em muitos países, reforçou a necessidade de mudança. A revista Educação e Matemática e os ProfMat foram sempre uma referência.

As ideias veiculadas pela APM nestes 10 anos ganharam uma nova dimensão.

Hoje, a Reforma trouxe alterações significativas a todo o sistema escolar. Alargou a escolaridade obrigatória e redimensionou os objectivos dos programas. Neste momento, temos programas de Matemática que valorizam aspectos do desenvolvimento social e afectivo dos jovens, para além dos aspectos ligados ao conhecimento. Fazem novas exigências, criam novos objectivos, pedem "outras" práticas de trabalho. Os novos programas da Matemática já integram muitas das propostas feitas pela APM ao longo destes anos.

O desafio agora é diferente. Com os novos programas, com a Reforma, como mudar o panorama escolar?

Apesar destes programas serem um instrumento valioso para a mudança, por si só, não significam mudança. As escolas têm que adequar a sua estrutura, redefinir os seus espaços. Precisam de criar outras regras de funcionamento em que se privilegiem formas de trabalho mais envolventes e adequadas à população escolar, em que alunos e professores participem mais activamente no processo ensino/aprendizagem. Os professores precisam de repensar a sua forma de trabalho, de "agarrar" os novos programas, de reorientar a sua prática pedagógica.

No momento político que atravessamos, em que a Educação é uma prioridade e em que foi encetado um processo de diálogo com as Associações Pedagógicas sobre aspectos da política educativa, a APM tem responsabilidades acrescidas. Hoje, ganho o estatuto de parceiro social, para conseguirmos ser protagonistas nesta mudança, há que fortalecer o estilo de trabalho da APM, com uma maior intervenção dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais e dos sócios em geral.

Tal como há **DEZ ANOS** a APM quer estar no processo de mudança.

A Direcção

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

• O número 1 da *Educação e Matemática* saiu em Janeiro de 1987. Leonor Moreira era a directora (ver entrevista neste número) e a redacção era constituída por cinco elementos. Na altura, existia também um conselho editorial mais alargado (com sete pessoas) que funcionou apenas durante cerca de um ano.

• O nome da revista foi escolhido a partir do título de um livro de Ubiratan D'Ambrósio e pretendia enunciar as três áreas de intervenção privilegiadas: Educação, Matemática e Educação Matemática.

• Todo o número 1 foi impresso apenas a preto e branco e, quem o tiver poderá reparar, os seus originais foram compostos numa impressora de agulhas. Quando foi publicado, a APM não chegara ainda aos 300 sócios, mas a sua tiragem foi de 1000 exemplares que se viriam a esgotar em poucos meses.

• Colaboraram no primeiro número da revista doze pessoas e os artigos publicados incidiram sobre alguns dos que seriam os temas privilegiados nos anos seguintes: a resolução de problemas, os computadores, a geometria, a relação da matemática com a realidade. No seu interior anunciavam-se as primeiras publicações da APM: "Agenda para a acção" (tradução de um documento do NCTM com recomendações para o ensino da Matemática nos anos 80), "O problema da semana" (colectânea de problemas), "Cronologia recente do ensino da Matemática" e "Atitudes dos professores face à resolução de problemas". Os preços variavam entre 150 e 200 escudos.

• Na contra-capa do número 1 *Educação e Matemática*, uma proclamação da direcção anunciava a criação — "por unanimidade e aclamação" — da APM: "no passado dia 19 de Setembro, no decorrer do ProfMat86, encontro que reuniu em Portalegre mais de duas centenas de professores de Matemática de todos os graus de ensino e de vários pontos do país, foi decidido criar-se a Associação de Professores de Matemática".

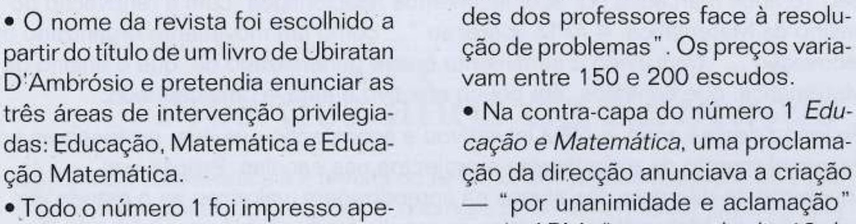
• Algumas das secções que ainda hoje se publicam foram criadas logo no número 1 ou no número 2 da revista. Umas mantiveram o seu formato outras foram sofrendo alterações.

• A secção "Materiais para a aula de Matemática" iniciou-se no número 4, desde logo com a preocupação de poder ser utilizada pelo professor tal como é publicada. Até hoje, só não saiu em três números.

Capa do nº 1 da *Educação e Matemática*

• O "Problema do trimestre", na sua forma actual, sai sem interrupções desde o número 8, o que faz de José Paulo Viana, responsável por essa secção, o colaborador mais assíduo da *Educação e Matemática*. Entretanto, deixaram de se publicar algumas secções — "Logo.Mat", "Matemática, Poesia, Magia", "Dia-a-dia com a Matemática" — e outras foram criadas: "Vamos Jogar", "Construa você mesmo", "Leituras", "Pontos de Vista, reacções, ideias...". 15 secções no total, desde o início da publicação da revista.

• A periodicidade da *Educação e Matemática* foi sempre trimestral, periodicidade que teve algumas dificuldades iniciais em ser cumprida mas que ultimamente tem conseguido respeitar-se. O número 2 saiu com a capa constituída pelo logotipo escolhido para APM, após o concurso que tinha sido lançado no número anterior. Foi o primeiro número impresso a duas cores situação que hoje se mantém e que se alargou à capa logo no número 3.



As primeiras publicações da APM

(Continua na página 20)

Os currículos de ontem, os de hoje e os de amanhã[1]

Ana Isabel Ribeiro, Fernanda Bráz, Isabel Corredoura, Paula Mano, Susana Andrade

A referência feita à resolução de problemas ligados à vida real é uma constante nos programas actuais, assim como nos anos 50; no entanto, as perspectivas são diferentes. Enquanto, nos anos 50, o objectivo seria o professor dar realce ao cálculo, devendo os alunos seguir o mesmo raciocínio, a aplicabilidade deste item nos anos 90 tem, como objectivos principais, permitir ao aluno o desenvolvimento do raciocínio seguindo várias heurísticas, a compreensão de conceitos matemáticos, e mostrar como a Matemática tem relação com outras áreas do saber.

Situemo-nos nos anos 52-54. Portugal tem como Presidente da República Craveiro Lopes, Primeiro Ministro Salazar, e Ministro da Educação Fernando Pires de Lima. Como todos nós sabemos e alguns de facto sentiram, Portugal vivia numa época conturbada, em que a vida dos cidadãos era pautada pela falta de liberdade de expressão e de acção, e em que o direito à diferença e à reflexão não poderia ser mais do que algo sentido na intimidade de cada um.

Não é nosso objectivo evocar aqui uma parte da nossa História que, mesmo que seja difícil reconhecer, nos envergonha. Queremos, sim, alertar para a análise de alguns aspectos relacionados com a Matemática e o Ensino da Matemática que, pensamos nós, nos permitem compreender o que foi e o que é o Ensino da Matemática, o que motivou a sua mudança, e colocar questões sobre como irá ser o ensino da disciplina. Interessa-nos sobretudo fazer uma reflexão sobre a evolução dos currículos da Matemática, analisando as possíveis dificuldades que poderão surgir.

Em Janeiro de 1952, foi aprovado um decreto onde se previam alterações nos currículos escolares do Ensino Técnico[2]. Dois anos depois, foram publicados novos programas para o Ensino Liceal[3], com especial relevo para a Matemática, de forma a adaptá-los à capacidade receptiva dos alunos. Neles encontrámos, ao contrário do que se poderia supôr, vários aspectos importantes, alguns dos quais passados 40 anos se tornam tão actuais que ainda hoje são referidos nos novos currículos. A diferença fundamental reside na discussão aberta e livre de que são alvo hoje em dia, em oposição ao que acontecia nos anos cinquenta.

Nessa época o ensino era obrigatório até à 4ª classe. Quem desejasse prosseguir os estudos, podia optar em seguida pelos Cursos Liceal ou Profissional/Industrial e Comercial. Os últimos englobavam dois anos do Ciclo Preparatório iguais para todos os cursos. E o Liceal, que comportava 7 anos de escolaridade, tinha nos dois primeiros anos programas de Matemática análogos aos do Ciclo Preparatório dos Cursos referidos atrás.

Os diplomas legais que estabelecem os currículos desta época exprimem o desejo de uma escola activa, ou seja, preconizam uma maior actividade dos alunos, sublinhando que esta não se deve exercer em meras abstracções ou construções numéricas sem conteúdo real. A Matemática assumia um papel primordial, "pelo seu valor social, educativo e material"[4], associando-se duas finalidades: a educativa e a social. A primeira é composta pelo raciocínio matemático e pela espontaneidade, e a segunda é baseada no valor material da disciplina, com vista à resolução dos problemas da vida prática.

Pretendia-se que a disciplina de Matemática fosse mais formativa que informativa, e que as suas aulas fossem experiências vividas pelo aluno, com uma grande ênfase nas técnicas do Cálculo Numérico e com base na resolução de casos concretos. Os problemas ligados à vida real visavam uma dupla preocupação: a da actuação imediata, e os olhos postos no futuro. A primeira respeita essencialmente ao desenvolvimento do raciocínio, proporcionando um vasto leque de relações que conduzam à resolução de problemas da vida prática:

"Que esses casos concretos sejam, tanto quanto possível, do am-

biente do aluno, da sua economia caseira, da economia escolar ou da região onde está localizada a escola." [5]

Quanto ao futuro, "pretende-se que o aluno não só fique de posse de certo número de princípios e teorias, (...) mas que tenha desenvolvido a iniciativa pessoal e a faculdade de raciocínio, de modo a poder iniciar com confiança os estudos superiores." [6]. Estuda-se Matemática porque se precisa dela. No entanto, para não ferir susceptibilidades, deveria ter-se o cuidado de não fugir aos velhos hábitos enraizados no espírito dos professores e até no conceito público:

"(...) julgou-se prudente não cortar, em absoluto e definitivamente, velhos hábitos enraizados no espírito dos professores (...)" [7].

Dá-se também ênfase à individualização do ensino no Ciclo Preparatório, onde toda a turma e cada aluno deve estar em permanente actividade, devendo o professor ter em consideração as diferenças psicológicas dos alunos em relação à Matemática para organizar *equipes de trabalho*. Dá-se ainda realce à tentativa de interdisciplinaridade entre Matemática, Desenho e Trabalhos Manuais, através da Geometria, devendo levar os alunos à intuição do espaço e ao desenvolvimento da capacidade para compreender, representar, estimar e calcular as grandezas espaciais:

"Para o estudo da Geometria, que deve levar os alunos à intuição do espaço e ao desenvolvimento da capacidade para compreender, representar, estimar e calcular as grandezas espaciais, há necessidade de um íntimo contacto com as disciplinas de Desenho e Trabalhos Manuais." [8]

Pretende-se que o aluno na posse de noções elementares, se habitue a observar os resultados experimentais e que os consiga generalizar. Enaltece-se o desenvolvimento do cálculo mental, pois sem essa qualidade os resultados seriam meramente passageiros e ilusórios. Como exemplo:

"Resolver mentalmente os seguintes problemas:

a) Quantas semanas há em 112 dias?

b) Quanto mede o lado do octógono regular cujo perímetro é 120 cm?" [9]

É de destacar o papel formativo da Geometria face à Álgebra. A Geometria é apresentada de modo estruturado e com um carácter dedutivo, sendo as demonstrações realizadas em duas colunas, pois daria aos alunos hábitos de precisão de ideias e linguagem. Como exemplo, veja-se a demonstração reproduzida abaixo.

A "espinha dorsal" subjacente aos programas era a resolução de problemas com aplicabilidade à vida real. Mas reforça-se a ideia de uma ginástica intelectual, que permitisse raciocinar com precisão e clareza, tanto no campo científico como na vida prática.

É ainda de referir que, já nesta época, se fazia apelo à introdução de elementos da História da Matemática no processo Ensino/Aprendizagem:

"Os factos da história da matemática relacionados com os assuntos a estudar, quando adaptados à mentalidade dos alunos, constituem poderoso auxiliar para a boa compreensão de certas questões e, por vezes, também um incitamento ao trabalho" [11]

Hoje em dia também se encontram estas mesmas referências, e o apelo à História da Matemática é quase uma constante, ao longo dos programas:

"Aspectos da História da Matemática ligados à geometria podem ser explorados em diferentes tipos de trabalho (...) e contribuem para uma boa relação afectiva com a Matemática. (...) episódios da História da Matemática ligados aos números, com os seus avanços e retrocessos, são bons pontos de partida para actividades diversas (...). [12]

Apesar das tentativas de inovação existentes nos novos programas de 54, os livros utilizados mostram pouca propensão para acompanhar as novidades. Devido ao sistema político que vigorava na época, a actividade dos professores era muito restringida à sala de aula e os livros de texto utilizados eram livros únicos, sendo normalmente seguidos à risca.

"Se um plano intersecta dois planos paralelos as intersecções são duas rectas paralelas.

Hipótese: $a // b$, $d \cap a = AB$ e $d \cap b = CD$

Tese: $AB // CD$

Demonstração

Passos	*Justificação*
1) AB e CD ou são paralelas ou concorrentes	*1) Porque duas rectas distintas, no plano, ou são // s ou concorrentes.*
2) AB e CD não podem ser concorrentes	*2) Porque se AB e CD fossem concorrentes tinham um ponto comum, que existiria nos planos a e b, o que não é possível visto ser, por hipótese, a // b*
3) AB // CD	*3) pelas alíneas 1 e 2."* [10]

Estes novos programas começaram lentamente a ser cumpridos nas Escolas Preparatórias, Técnicas e Liceus, constituindo aquilo que usualmente se denomina por ensino tradicional, mais tarde fortemente criticado pela sua ênfase no cálculo, nos exercícios artificiosos, e no formalismo das construções e demonstrações geométricas. Foi contra este tipo de ensino que, nos anos 60, Sebastião e Silva defendeu uma nova abordagem da Matemática: a chamada Matemática Moderna.

Sebastião e Silva, no seu Guia de Utilização dos Compêndios, indica que só se deve recorrer ao cálculo quando necessário. Em vez disso, a Matemática Moderna preocupava-se com a compreensão, por parte dos alunos, das estruturas matemáticas subjacentes (Teoria dos Conjuntos, axiomática). Ao nível dos currículos, a Matemática Moderna propunha a introdução destes novos tópicos, alertando para a necessidade de adaptar o tratamento dos assuntos às novas tecnologias.

A referência feita à resolução de problemas ligados à vida real é uma constante nos programas actuais, assim como nos dos anos 50; no entanto, as perspectivas são diferentes. Enquanto, nos anos 50, o objectivo seria o professor dar realce ao cálculo, devendo os alunos seguir o mesmo raciocínio, a aplicabilidade deste item nos anos 90 tem, como objectivos principais, permitir ao aluno o desenvolvimento do raciocínio seguindo várias heurísticas, a compreensão de conceitos matemáticos, e mostrar como a Matemática tem relação com outras áreas do saber.

Nos anos 50, dava-se bastante importância à Geometria, porque era ela que proporcionava o rigor. Baseava-se num raciocínio dedutivo em que os alunos decoravam apenas demonstrações de resultados óbvios. Hoje em dia, a Geometria desempenha, igualmente, um papel importante, embora os métodos utilizados sejam diferentes. Sem esquecer o rigor, a aprendizagem da Geometria tem por base a procura das respostas às várias questões, primeiro a um nível intuitivo, seguindo-se a generalização e finalmente a justificação.

O trabalho em grupo era já então mencionado, para pôr em actividade a turma. Actualmente, a finalidade não é só que os alunos trabalhem em Matemática, mas saibam sim trabalhar em grupo: saberem respeitar-se, ouvir-se, cooperar, dividir tarefas. No fundo, proporcionar-lhes um processo de aprendizagem que lhes permita viver responsavelmente em sociedade.

Uma diferença primordial reside no uso das calculadoras. Tal referência não é feita nos anos 50, por motivos óbvios, mas agora é notória a sua obrigatoriedade nas aulas, pelos professores e alunos, dadas as suas potencialidades. Contudo, não nos podemos esquecer dos perigos da sua má utilização.

Nos programas de hoje verifica-se que as finalidades do ensino da Matemática têm como "centro do processo ensino/aprendizagem"[13] o aluno enquanto pessoa, e o desenvolvimento das "capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como a memória, o rigor, o espírito crítico e criatividade"[14]. A Geometria e a exploração e investigação com números têm uma grande importância, ocupando mais de metade do conteúdo temático da disciplina de Matemática, referindo-se que este último tópico tem como principal vertente "problemas e jogos sobre números"[15], e não os procedimentos do cálculo.

Nos anos 50, devido ao sistema político vigente, era sempre fácil encontrar responsáveis - os governantes - pela não aceitação de mudanças. Mas, desta vez, não podemos culpabilizar ninguém pela sua não adopção, pois cada professor, dentro da sua própria aula, é responsável por ela. Assim sendo, somos nós os responsáveis pelo que não fizémos, pelo que fazemos, e por aquilo que poderemos vir a fazer.

Entrámos neste momento numa nova era das Matemáticas. Não sabemos se lhe havemos de chamar Matemáticas super-modernas ou simplesmente Matemática do futuro. O certo é que os tempos evoluiram! Mas, apesar disso, será que daqui a 40 ou 50 anos irão ser feitos novos programas, sublinhando mais uma vez como ideias inovadoras, a resolução de problemas, a ligação com a realidade, o uso de novas tecnologias, os métodos activos, e o trabalho de grupo, como antídoto para o ensino tradicional, que continua a ser praticado nas escolas? Ou será que estamos preparados para quebrar de vez com este ciclo vicioso?

Notas:

[1] Este artigo (sugerido pelo Prof. João Pedro da Ponte) teve origem num trabalho realizado na disciplina de Metodologia da Matemática.

[2] Diário do Governo I Série- Número 8- 12 de Janeiro de 1952

[3] Programas do Ensino Liceal, 7 de Setembro de 1954

[4] Diário do Governo I Série- Número 8- 12 de Janeiro de 1952, pg.28

[5] Diário do Governo I Série- Número 8- 12 de Janeiro de 1952, pg.28

[6] Programas do Ensino Liceal, 7 de Setembro de 1954, pg.269

[7] Diário do Governo I Série- Número 8- 12 de Janeiro de 1952, pg.28

[8] Diário do Governo I Série- Número 8- 12 de Janeiro de 1952, pg.28

[9] Compêndio de Matemática, 2º Ano do Curso Liceal, 1966. Jorge Calado.

[10] Elementos de Geometria, para o 2º Ciclo dos Liceus. António do Nascimento Palma Fernandes. Coimbra Editora.

[11] Programas do Ensino Liceal, 7 de Setembro de 1954, pg.269

[12] Organização Curricular e Programas. Ensino Básico, 3º Ciclo, Vol. I. DGEBS.

[13] Organização Curricular e Programas, Ensino Básico, 3º Ciclo, Vol. I. DGEBS

[14] Ibid, pg.175

[15] Ibid, pg.185

Ana Isabel Ribeiro
Fernanda Bráz
Isabel Corredoura
Paula Mano
Susana Andrade

estudantes do 4º ano da licenciatura em Ensino da Matemática, Faculdade de Ciências de Lisboa, em 1994/95

A responsabilidade do professor de Matemática

Margarida Matias Pinto

Duas da manhã. Lá fora a chuva bate, miudinha, na tabuleta castanha do Café do Grilo. Ao balcão o empregado olha, com ar cansado, para a mesa do fundo e entretem-se a ouvir os seus ocupantes: os únicos clientes, dois homens, uma mulher, um ar distinto, uma conversa séria.

1º homem - E o que me dizem dos resultados nacionais das provas específicas de Matemática?

Mulher: Olhe, Diamantino, até me custa comentar. É uma vergonha. O que é que os nossos professores do Secundário andam a fazer?

Diamantino Durão (DD): Francamente também tenho colocado a mim próprio essa questão. Resultados destes são, pura e simplesmente, chocantes. Como é possível que um aluno obtenha aprovação no 12º ano, para já não falar dos que o acabam com 16 ou 17, e mal atinja os 15% na PE?

2º homem: Sabe que mais? Quanto a mim a questão é facilmente respondida: os professores em geral - e os de Matemática não são excepção - limitam-se a ser funcionários. Limitam-se a cumprir ...

Mulher: ...Quando o fazem...

2º homem: ...limitam-se a cumprir um horário tipo Repartição de Finanças. Toca a campaínha e, zás, acabou o trabalho.

DD: Ó Couto dos Santos, você vai-me desculpar, mas não é nada disso. O grande problema é que os professores do Ensino Básico e os do Ensino Secundário não sabem nada. Leram uns manuais, memorizaram uns tantos exercícios, umas maneiras perfeitamente mecanizadas e eficazes de resolver os problemas mais do que isso, não são capazes. (Risos) Não conseguem ir mais longe do que isso, coitados. Dão aulas de Matemática mas não têm alma de Matemáticos.

Couto dos Santos (CS): Não deixa de ser verdade, mas...

Mulher: Não, não. Desculpe lá contradizê-lo mas ...

DD: Diga, diga, Manuela, que o seu dizer tem graça.

Manuela Leite (ML): (Rindo-se) Deixe-se de gracinhas. O que eu estava a tentar dizer é que um dos grandes males do ensino vem das próprias Universidades. Vocês, se calhar, nem imaginam o que é ser aluno do 4º ano de uma Licenciatura em Ensino.Enchem-lhes a cabeça de teorias pedagógicas utópicas e ultrapassadas e nem lhes ensinam a dar uma aula decente.

CS: Ora, ora ...

DD: Ora bem, e se fosse mais uma rodada? O costume?

CS: Garçon! Duas italianas para os senhores e um copo de leite aqui para a D.Manuela.

ML: Couto, por favor, chega de piadas idiotas. Continuo na minha: os professores recém chegados às escolas...

(O empregado chega com as bebidas encomendadas)

DD (virando-se para o empregado): Olhe lá. Se calhar você até tem filhos a entrar para a Universidade, ou a estudar. O que é que acha disto que temos estado para aqui a dizer? Sim, porque nos tem estado a ouvir, não tem?

Empregado (E): Peço desculpa mas realmente era um pouco difícil deixar de ouvir.

CS: Ó homem, não se desculpe, sente-se aqui connosco. Puxe aquela cadeira.

DD: Então o que é que acha? Na sua simples maneira de ver, tem boa opinião dos professores?

ML (entre os dentes): Concerteza que não.

DD: Sim, claro tem toda a razão, mas estávamos nós muito interessados em ouvir a sua opinião sobre (vira-se para o lado). Ó Manuela, lembra-se do que nos dizia à pouco acerca do que ensina na Faculdade aos futuros professores?

ML: Sabe o problema é um pouco delicado, mas tenho uma ligeira impressão de que os professores saem da Faculdade com a cabeça cheia de teorias muito bonitas mas que não servem para nada. E depois passam horas sem fim a entreter os alunos com joguinhos, muito engraçados, talvez, mas sem qualquer utilidade prática. E dar matéria a sério, pff...., nem pensar.

E: Se calhar há uma pontinha de razão no seu comentário. É natural que um professor acabadinho de sair da Universidade tenha a cabeça cheia de ideias. Nem todas serão boas, ou porque não as apreendeu correctamente, ou porque falham com determinada turma, com determinada matéria, ou mesmo porque, realmente, não são boas. Um professor saído da Faculdade, como qualquer profissional em qualquer lugar, necessita de lapidar o que aprendeu, necessita de pôr os seus conhecimentos em confronto com a realidade. Cometerá erros, sem dúvida, e é bom que o faça pois não sei se será muito bom nunca ter dúvidas, raramente se enganar. Mas vai aprender com esses erros, e vai fazê-lo diariamente ao longo de toda a sua carreira.

ML: Sim, mas, ...

E: Desculpe, só mais uma coisa: há um factor que ninguém que esteja numa escola pode negar a um professor novo. O entusiasmo, a vontade de experimentar novas técnicas, novos métodos de ensino, e que só raramente se encontram nos professores da minha idade.

DD: Então e quanto à pergunta que lhe ia começar a fazer antes de ser interrompido por estes meus colegas?

E: Sobre...?

DD: É que eu acho que os conhecimentos científicos dos professores que dão, por exemplo, o 12º ano, não estão à altura que se devia exigir.

E: E será que aí não há a tradicional onda de desprezo paternalista que os professores do Ensino Superior sentem relativamente a nós, os reles do secundário?

DD: Não, não se trata de desprezo. De modo algum. Mas parece-me que ...

E: Os senhores desculpem-me mas houve uma coisa que me chocou um bocado. Foi quando aquele senhor (aponta para CS) disse que os professores eram apenas funcionários públicos. Eu conheço muitos professores e acho que não é bem assim. Não partilho a sua opinião de ver um professor com um comportamento pavloviano, a salivar de ansiedade quando chega a hora do toque da saída. Se calhar isso até pode acontecer com alguns, mas são de certeza uma minoria. Pelo menos a maior parte dos que eu conheço até dedica à Escola uma grande parte do seu tempo.

CS: Cá para mim isso parece-me conversa fiada. A maior parte dos professores, repito, acaba as aulas e "adeus escola, até qualquer dia"

E: Tem mesmo a certeza disso? E as horas que lá passam em reuniões, em clubes de jornalismo, de matemática, de fotografia, de ciência? E os ensaios dos teatros, e as preparações de visitas de estudo? E as próprias visitas de estudo? Sábados, domingos, fins de semana inteiros, fora do horário de trabalho de qualquer funcionário, sem receber um tostão pelas horas extra, às vezes até a ter de pôr dinheiro do bolso... E o trabalho em grupo com os colegas de grupo, e o tempo utilizado a preparar materiais para as aulas, a preparar as aulas, a actualizarem-se sobre as matérias? Funcionário público?... Um professor?...

DD: Ora ainda bem que falou na actualização de matérias. Acha mesmo que a maior...

ML: Espere aí ó Diamantino (vira-se para o empregado). Desculpe lá, mas como é que sabe tanto sobre o assunto?

CS: Realmente...

E (um pouco atrapalhado): Bom... é que... na verdade... bem, eu... eu sou professor de Matemática.

ML, CS e DD (em coro): O quê?! E o que é que está aqui a fazer?

E (hesita, coça a cabeça): Bom, como devem calcular, o ordenado líquido de um professor, enfim, não é exactamente o mesmo de um ministro, ou de um deputado e, sem querer magoar, nenhum dos senhores fez muito por isso. Se calhar este é um factor que...

CS (apressadamente): Pois, pois, pois. Mas retomando o fio à nossa conversa...

E: Ó Dr., os professores do 12º ano são, em geral, professores com uma licenciatura em Matemática, com vários anos de serviço, experientes. Contrariamente aos professores do Superior que, muitas vezes, passam anos a leccionar uma única disciplina e de uma área em que fizeram mestrados, doutoramentos e em que são, por isso, especialistas, nós temos a nosso cargo a gestão de um programa recheado de matérias de que, às vezes, pouco ouvimos falar. Há toda uma actualização que precisamos de fazer, e que fazemos. Não publicamos artigos em jornais, não fazemos conferências, não damos nas vistas, não temos o "glamour" de um professor universitário, mas estudamos, mas aprofundamos. E actualizamo-nos. E discutimos ideias e projectos. E aprendemos a lidar com os computadores e a trabalhar com calculadoras e geoplanos, e a tirar partido disso nas aulas. Já viu muitas aulas do Superior em que esta actualização se faça sentir? Quando os senhores dão ou davam aulas...

ML: Bom mas não é disso que estamos a falar agora. Aliás já começa a fazer-se tarde e...

E: Antes de saírem posso só acrescentar uma coisa?

DD: Claro, claro meu amigo.

E: Fala-se muito nas provas específicas. Acreditem que estamos preocupados com elas, com os resultados que os alunos obtêm, como o estão os nossos colegas da Universidade. Mas já vai sendo tempo dos professores do Superior aceitarem descer da cadeira, sentarem-se a uma mesa connosco para, em conjunto, encontrarmos uma linha de acção comum. Nós precisamos de saber o que é que eles querem de nós, eles precisam de ter a consciência de que nem tudo o que gostariam é possível de ser feito.

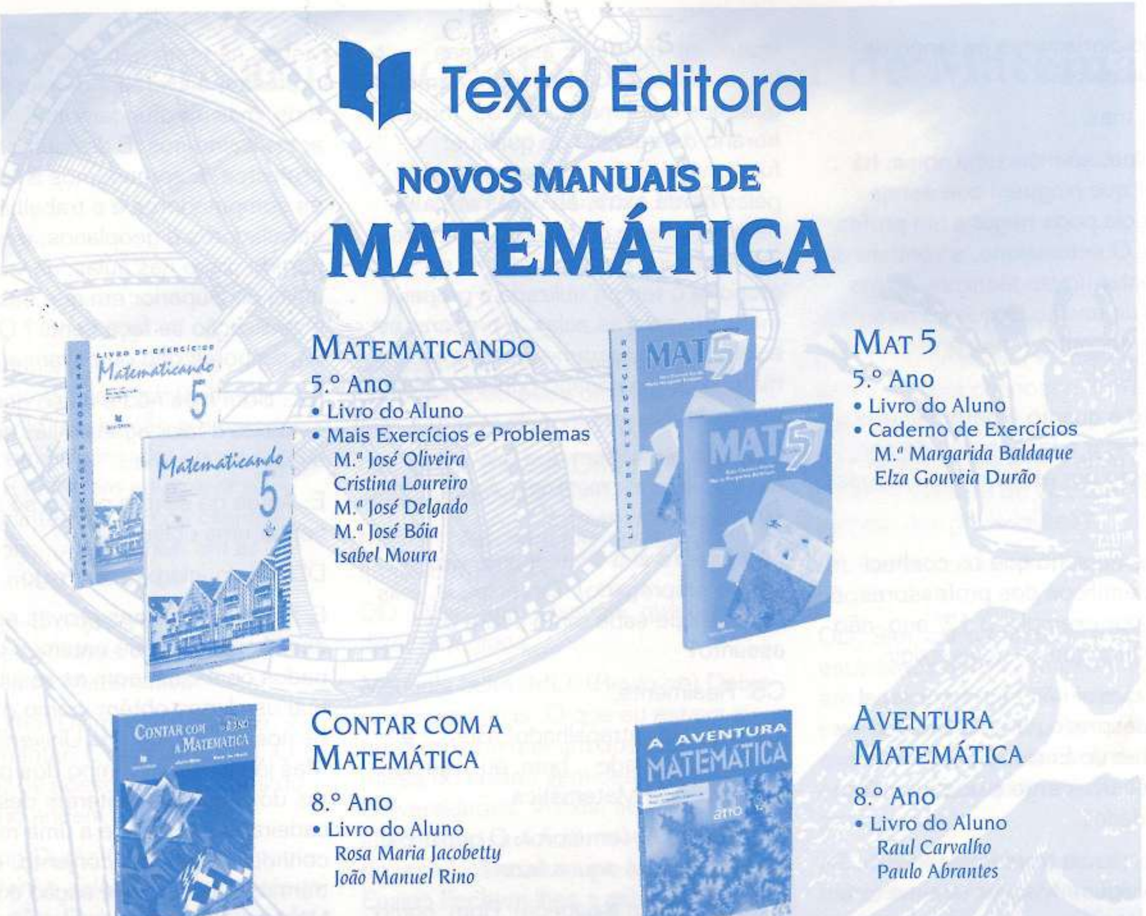
CS: Ai, deixe-me rir. Então está à espera que eles... Ah, Ah, Ah...

E: Não, não estou à espera, estou com esperança de que um dia isso aconteça. E, se calhar, os professores das licenciaturas em ensino podiam ter aqui um papel importante, porque são dos poucos que se movimentam no ambiente do superior e do secundário. Talvez a eles alguém os ouça.

ML: Eu ouço o telefone a tocar.

E (levanta-se, atende e regressa à mesa): Vão-me desculpar. Era o meu patrão, o Sr. Marçalo. Diz que já está na hora de fechar. Boa noite.

Margarida Matias Pinto
E. S. Gama Barros


Texto Editora
NOVOS MANUAIS DE
MATEMÁTICA
MATEMATICANDO
5.º Ano
• Livro do Aluno
• Mais Exercícios e Problemas
M.ª José Oliveira
Cristina Loureiro
M.ª José Delgado
M.ª José Bóia
Isabel Moura
MAT 5
5.º Ano
• Livro do Aluno
• Caderno de Exercícios
M.ª Margarida Baldaque
Elza Gouveia Durão
CONTAR COM A MATEMÁTICA
8.º Ano
• Livro do Aluno
Rosa Maria Jacobetty
João Manuel Rino
AVENTURA MATEMÁTICA
8.º Ano
• Livro do Aluno
Raul Carvalho
Paulo Abrantes
EXERCÍCIOS DE MATEMÁTICA
8.º Ano
Graça Romariz
Fernanda Cerdeira
MÉTODOS QUANTITATIVOS
10.º Ano
Vítor Gonçalves
Isabel Ferreira
1% das vendas dos manuais escolares da Texto Editora
será entregue ao PROJECTO VIDA.
Ao adoptar um desses manuais está a contribuir para
A LUTA CONTRA A DROGA!
NÃO FIQUE DE FORA
Para mais informações, ligue através da
LINHA DO PROFESSOR
LISBOA (01) 426 14 61
PORTO (02) 996 24 29

A minha experiência com o Cabri

Vidal Minga

Com o Cabri pode-se investigar, descobrir e redescobrir, confirmar resultados e conjecturas, simular situações, experimentar muitas e variadas hipóteses e sobretudo podem levantar-se imensas questões relacionadas com a sua aplicação prática.

Tomei conhecimento com esta excelente ferramenta para o estudo da geometria em 1993, num curso de especialização em Ensino da Matemática, na cadeira de Novas Tecnologias. O Cabri é um programa informático vocacionado para o estudo da geometria, pela sua capacidade de simulação de construções geométricas. O nome deriva das iniciais que definem a natureza do programa: "Un Cahier de BRouillon Interactif" para uma nova aprendizagem da geometria.

Ao longo do curso de especialização vimos muitos outros programas vocacionados para outras áreas do estudo da Matemática: o Derive, o Dinamix, o Quattro, o Logo e outros. Todos eles programas com elevado interesse na resolução de problemas nos campos da álgebra, da modelação, do cálculo e também da geometria.

O Cabri, no entanto, despertou logo desde o princípio o meu maior interesse pela facilidade do seu manuseamento e pelas potencialidades que as primeiras experiências, ainda que muito rudimentares nos faziam adivinhar.

A par das potencialidades, o Cabri também ia revelando algumas fraquezas, como por exemplo as medições numéricas que apresentavam alguns problemas na interpretação dos resultados por causa das inexactidões resultantes das aproximações, a menos de 1 unidade nos graus e a menos de 0.1 cm nos comprimentos. Mas o rigor geométrico é exemplar e supre de alguma forma as dificuldades de ordem numérica. Ainda assim, mesmo no campo geométrico, a ausência de alguns recursos essenciais no estudo da geometria tradicional (como sobrepor uma figura a outra, transpor ou duplicar um segmento de recta, traçar uma semi-recta) deixavanos a ideia de um programa com limitações indesejáveis.

Contudo era perfeitamente compreensível esta situação. Era a primeira versão de um programa do género e por esta razão sujeito às contingências das primeiras experiências: as falhas e as imperfeições. Não era de estranhar que não fosse uma coisa completa. Mas seria sem dúvida um passo importante no caminho para a construção de uma tecnologia mais avançada e mais perfeita para a mesma finalidade.

Não passaram ainda 6 anos sobre a comercialização da primeira versão em 1989/90, e aí está o Cabri II a suprir muitas das limitações do primeiro Cabri e com uma gama alargada de novas possibilidades e novas potencialidades no estudo da geometria.

Tivemos notícia do aparecimento do novo Cabri no ProfMat 95, em Évora. À volta das bancas de comercialização, professores interessados na obtenção do novo programa solicitavam informações sobre a disponibilidade do produto no mercado. Os cursos e outras sessões que se fizeram sobre estas tecnologias estiveram muito concorridos e suscitaram vivo interesse nos participantes. Em relação ao ano anterior, a mobilização à volta das iniciativas relacionadas com o Cabri foi maior, o que mostra bem o interesse crescente dos professores na utilização destes recursos tecnológicos no âmbito pedagógico-didáctico.

Nos cursos, nas sessões práticas e em comunicações orais dedicadas ao Cabri e a outro *software* para o estudo da geometria, os professores puderam experimentar pessoalmente as virtualidades das novas ferramentas didácticas, ouvir falar da experiência no seu uso, ver os resultados das experiências realizadas, discutir os prós e os contras da sua utilização, apontar semelhanças e diferenças entre as diferentes tecnologias orientadas para a mesma finalidade.

— *Será a mesma coisa o Cabri e o Logo?* — perguntava-se numa sessão prática.

— *Não* — respondia uma professsora que já tinha utilizado um e outro programa.

— *Não, não é, porque o Cabri é de manipulação directa e o Logo é uma linguagem de programação, portanto de manipulação indirecta.*

— *Estiveste na sessão do Eduardo Veloso ?* — perguntava-se noutro ponto.

— *Não, não estive, mas tive pena... outra sessão paralela.*

— *Foi espectacular, o Sketchpad, ... o Cabri II, calcula áreas, sombreia superfícies, tem coordenadas, espectacular!* — concluía o conferencista com evidente entusiasmo.

O Cabri II, é uma nova tecnologia aperfeiçoada do Cabri-Géomètre e por isso mesmo um novo desafio para os seus utilizadores e novo factor de motivação para o estudo da geometria entre professores e os alunos. Tudo o que se dizia em favor do Cabri-Géomètre vai ter que se dizer agora do Cabri II mas, naturalmente, em superlativo.

O Cabri é uma ferramenta motivadora para o estudo da geometria, tanto no aspecto do ensino como no da aprendizagem. Pode motivar os alunos e motivar igualmente o professor.

E demonstrar ? Será que também se pode demonstrar com o Cabri ? Alguns mais entusiastas dizem que sim. Mas esta questão ainda não encontrou uma resposta definitiva. É polémica e levanta muitas discussões. Tem que se distinguir entre uma demonstração *tecnológica*, a demonstração que se obtém com o auxílio de uma tecnologia, e a demonstração matemática. São de natureza diferente e respondem a sensibilidades diferentes.

A propósito de demonstrações um célebre matemático dizia para os seus interlocutores: *Dêem-me um resultado verdadeiro e eu o demonstrarei.* O Cabri desempenha de certo modo o papel dos interlocutores deste matemático. É excelente a fornecer resultados verdadeiros e em grande número. Mas a sensibilidade de um matemático não dispensa a demonstração matemática e não a sacrifica à demonstração tecnológica.

No entanto, casos há em que a verificação dos resultados conjecturados é exaustiva, esgotando-se todas as hipóteses possíveis, mesmo que estas sejam em número infinito, graças ao poder do Cabri. E nestes casos sim, podemos admitir que estamos perante uma verdadeira demonstração matemática. Esclarecerei melhor esta minha ideia, num segundo artigo a propósito de demonstrações que podem ser utilizadas para justificar por exemplo a colinearidade de três pontos, ou ainda acerca de uma figura dinâmica construída com o Cabri, para a demonstração do teorema de Pitágoras.

Estas e muitas outras questões surgem naturalmente à volta da reflexão e da discussão sobre a utilização do Cabri no ensino e na aprendizagem da geometria. Com o Cabri pode-se investigar, descobrir e redescobrir, confirmar resultados e conjecturas, simular situações, experimentar muitas e variadas hipóteses e sobretudo podem levantar-se imensas questões relacionadas com a sua aplicação prática. Com um mínimo de conhecimento do programa e de algum interesse e gosto pela geometria na escola e na aula, e com alguma vontade de inovação, o Cabri pode tranformar-se num instrumento didáctico desafiador da nossa curiosidade e da nossa capacidade de engenho na aplicação das suas potencialidades.

O desafio traduz-se naturalmente em querer dar resposta a questões que, de uma maneira geral, sempre se levantam com o aparecimento de uma nova ferramenta acerca de vantagens e melhorias que a sua utilização irá induzir na prática corrente.

No caso do Cabri, como ferramenta inovadora que é, não se foge à regra:

- O Cabri poderá contribuir de forma sensível para uma nova aprendizagem da geometria ?
- Que influência terá o seu uso na linguagem ou na metodologia do ensino ?
- A aprendizagem tornar-se-á mais fácil ?
- Os alunos ficarão mais interessados?
- O seu uso pode influenciar a relação do professor com os alunos e destes com a geometria? etc, etc.

Qualquer destas questões ou outras podem constituir efectivamente um desafio a abrir um trabalho que conduza a uma resposta. Pode ser um trabalho de pesquisa, de formação, de projecto...!

O que é que se poderá estudar com o Cabri na geometria do 7º ano de escolaridade ?

Com esta questão que eu punha a mim mesmo vai mais ou menos para dois anos estava lançado o desafio para um trabalho de projecto como parte integrante e como conclusão do currículo de um curso de especialização em Ensino de Matemática que frequentei na Faculdade de Ciências de Lisboa, nos anos de 1993 e 1994.

O projecto foi realizado na Escola EB 2+3 Dr. Joaquim de Barros de Paço de Arcos com alguns alunos do 7º ano e nele fui largamente coadjuvado pela Faculdade de Ciências através da orientação da Drª Ana Paula Canavarro.

Após um longo período de preparação no seu planeamento e depois de ter reunido um punhado mínimo de condições à sua realização, iniciámos o nosso trabalho em meados de Novembro de 94 com um pequeno número de alunos e alunas, apenas 7, pertencentes às duas únicas turmas que havia na Escola. As actividades prolongaram-se até Fevereiro de 95 com duas horas semanais em horário extra-escolar. Os meses de Março e Abril foram ainda ocupados na compilação, apresentação e avaliação do trabalho realizado.

Durante 17 sessões de 1 hora ao longo deste tempo estivemos trabalhando em conjunto, observando, reflectindo, experimentando e resolvendo problemas sobre ângulos, triângulos e quadriláteros, processos de construção geométrica, elementos principais destas figuras e respectivas propriedades.

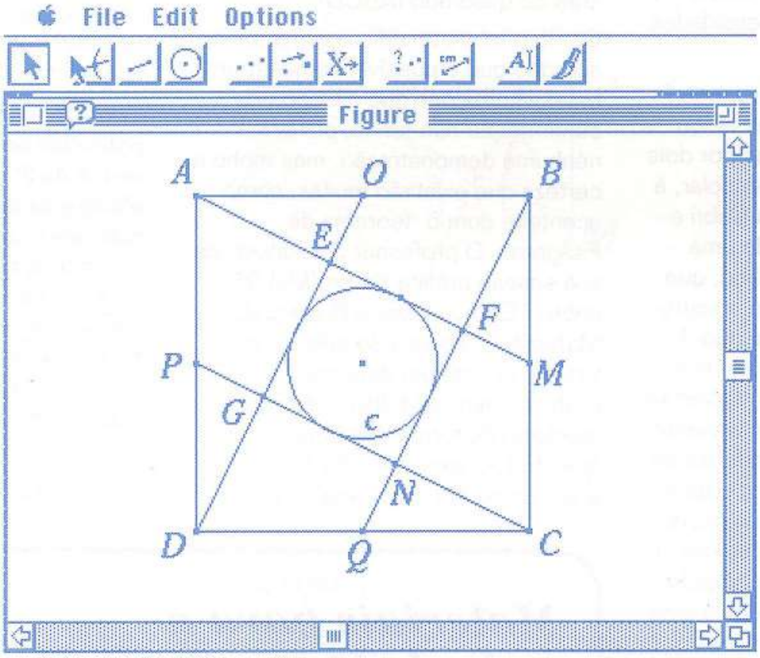
Com frequência, durante a realização das tarefas planificadas, a utilização do Cabri dava origem a questões novas, solicitava novas conjecturas e, em consequência, novas experiências para as confirmar ou não.

Tinhamos estabelecido objectivos de natureza diferente para o projecto: objectivos de natureza específica relativos aos conteúdos abordados, em ordem a avaliar a aquisição de conhecimentos bem como a sua compreensão e aplicação a novas situações e outros de ordem mais geral que tinham a ver com as atitudes e o desenvolvimento de capacidades e de valores.

Quanto aos primeiros verificámos pela avaliação e pela discussão que se faziam em conjunto no final de cada tarefa, que estes objectivos eram normalmente atingidos por todos os alunos. Quanto aos outros objectivos não pude fazer uma avaliação da influência deste processo de trabalho no comportamento futuro dos alunos que fizeram a experiência de estudar a geometria com a ajuda do Cabri, pois não pude continuar a acompanhá-los visto que pertenciam a turmas de outro professor. Estas circunstancias são sem dúvida um factor desfavorável a um êxito mais acrescido neste aspecto dos objectivos gerais.

O que eu sei é que foi dada aos alunos a oportunidade de desenvolver capacidades e aptidões como comunicar, trabalhar em grupo, tomar iniciativa, fundamentar as opiniões próprias ou criticar as alheias, investigar, observar, organizar e raciocinar; formular hipóteses, imaginar soluções e caminhos para a resolução dos problemas.

Do mesmo modo puderam desenvolver atitudes e valores tais como a auto-confiança, o espírito crítico, o hábito de trabalho e de persistência, o relacionamento com os colegas.



A realização de uma experiência deste tipo, onde se pretende conhecer melhor e testar no campo os efeitos da utilização de uma nova ferramenta tecnológica no processo da aprendizagem e nos alunos influencia também, como é óbvio, a prática lectiva e o professor. O uso de tecnologias novas impõe a necessidade do seu conhecimento para uma utilização adequada, obriga a modificar os hábitos da prática docente tradicional, na linguagem, nas metodologias no relacionamento com os alunos e, alerta o professor, como já o afirmei no trabalho respeitante a este projecto, a manter-se "numa atitude de constante adaptação aos sinais dos novos tempos, na reflexão e na busca de uma necessária actualização, para os novos e inevitáveis desafios do ensino actual".

As duas últimas sessões de trabalho com os alunos foram destinadas à realização de uma ficha de trabalho para aferir da validade e do êxito do nosso trabalho no aspecto cognitivo. A figura que serviu de base à formulação das questões foi construída com o auxílio do Cabri e foi ainda a utilização do Cabri que me permitiu descobrir aspectos interessantes nas relações existentes entre as suas secções e entre estas e a figura. Por exemplo, a partir de algumas medições angulares e de comprimento que o Cabri prontamente disponibiliza, concluiu-se facilmente que o quadrilátero central é um quadrado e que a sua área é igual à do triângulo [BCN]. Estes e outros dados resultantes de outras relações interessantes observadas na figura pareciam fornecer questões suficientes para uma ficha de avaliação final. Construí então uma ficha para o último trabalho com os alunos (ver material para a sala de aula)

Esta ficha parecia-me bastante abrangente em relação à matéria que tinha sido abordada nas actividades desenvolvidas ao longo do projecto.

Para a resolver era preciso utilizar técnicas de construção de quadriláteros, conhecer propriedades, conceitos, e fórmulas, nomeadamente, as relacionadas com as áreas do triângulo e do quadrado. Era preciso calcular e comparar resultados, estabelecer relações, observar formas das partes integrantes da figura e aplicar as noções de tangência, equivalência e semelhança e mostrar um domínio razoável das técnicas do Cabri.

Ocupámos duas horas da nossa programação para a realização desta ficha.

Os resultados conseguidos pelos alunos neste seu trabalho foram de um modo geral satisfatórios, tendo em conta as condições em que o trabalho de aprendizagem fora realizado: extra-horário escolar, ausência de ligação às actividades da aula, alunos de outro professor, sobrecarga de tarefas por uma dupla razão e não identificação do trabalho a realizar como resposta às suas necessidades imediatas ou a curto prazo.

No entanto, apesar destes contras foi possível manter os alunos ao longo de mais de 3 meses distribuídos por dois períodos diferentes do ano escolar, à volta dos computadores, do Cabri e da Geometria. A novidade de uma ferramenta de trabalho, o Cabri, que permitia estudar a geometria construindo, investigando e descobrindo e ainda por cima de fácil manejamento associada ao trabalho quase individual no computador, constituiram aliciante suficiente para que todos realizassem o trabalho de avaliação final e pudessem assim receber o seu diploma de participação no curso a que demos o nome de "A geometria e o computador" e que forneceu o título para uma brochura com 118 páginas onde registámos o trabalho realizado em todas as suas componentes: conceptualização, planificação, execução e avaliação/análise crítica.

Já depois de realizada a ficha, a figura que lhe serviu de base continuou a prender a minha atenção pelas muitas relações interessantes da figura com as suas partes e destas entre si. E de novo a questão das demonstrações voltou a ser objecto da minha reflexão.

O Cabri mostra, experimenta, confirma, modifica e volta a confirmar e é um valioso auxiliar na descoberta e na investigação de resultados e de propriedades, mas para a sensibilidade de matemática se sentir confortável continua a ser necessária a demonstração. Com a ajuda do Cabri que nos mostra resultados ficamos como que na posição do matemático que pedia um resultado verdadeiro. Depois, ele o demonstraria.

Na figura, depois de inúmeras verificações que o Cabri nos confirma invariavelmente, não teremos nenhumas dúvidas sobre resultados como os seguintes:

- $\overline{AE} = 2/5\ \overline{AM}$
- O quadrilátero central [EFNG] é um quadrado
- A área do triângulo [AEO] é 1/20 da área do quadrado [ABCD]

Como o tal matemático, eu também acredito que é possível demonstrar estas afirmações que o Cabri nos confirma. Eu não tenho, por ora, nenhuma demonstração, mas tenho a certeza que existirão muitas, como acontece com o teorema de Pitágoras. O professor Sebastiani, na sua sessão prática do ProfMat 95 sobre "Como utilizar a História da Matemática na sala de aula", mostrou-nos como um determinado problema em cada época diferente foi resolvido de forma diferente, como o mesmo teorema em cada época teve a sua demonstração. Aqui, eu diria que também podemos ter demonstrações diferentes para os diferentes níveis de escolaridade. Diferentes em nível de exigência, conforme se trate de um aluno do secundário ou 3º ciclo. E dentro do 3º ciclo a exigência não será a mesma para um aluno do 7º ano ou do 9º ano. E, quem sabe se numa próxima revista, não poderemos ver uma demonstração interessante, de alguma daquelas proposições, a partir da curiosidade de um leitor colaborante?!

Para o 7º ano de escolaridade penso que a demonstração de qualquer uma das afirmações acima, utilizando o Cabri, será uma óptima demonstração. E provavelmente será um bom começo para levar os alunos a gostar de utilizar o Cabri e consequentemente a gostar de estudar a geometria.

Contudo, não obstante as suas potencialidades cada vez maiores, mercê da 2ª versão, o Cabri II, a eficácia da sua utilização dependerá naturalmente da perícia do professor e dos alunos que o utilizam. Além da perícia e da inteligência é preciso também alguma discrição no seu uso. Mas o que é absolutamente indispensável para gostar do Cabri é, antes de mais, gostar da geometria.

Vidal Minga
Esc. EB 2+3 de Paço de Arcos

Materiais para a aula de Matemática

A ficha proposta na página seguinte foi elaborada por Vidal Minga, e é aquela que este autor refere no artigo que escreve neste número da revista. A ficha, que vive toda da exploração de uma figura bastante interessante, foi usada por este professor como actividade de avaliação da experiência que realizou com alunos de 7º ano de escolaridade, usando o Cabri-Géomètre para a abordagem da geometria do plano. Para mais informações acerca da origem da ficha e respectiva utilização pode ler-se o artigo de Vidal Minga, intitulado "A minha experiência com o Cabri".

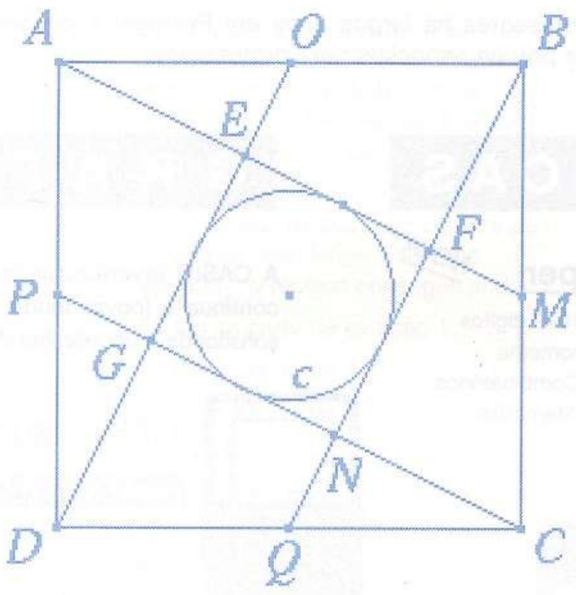
A ficha fica como sugestão de material para a sala de aula, pois pode ser usada com alunos de 7º ano (ou mesmo de 8º ou 9º). Para a realização da ficha é importante que os alunos possam ter acesso ao computador, para usarem o programa Cabri-Géomètre ou o Cabri II. Caso seja utilizado o Cabri II, a realização do ponto 3 da ficha fica muito simplificada, pois o programa faz o cálculo das áreas definidas automaticamente.

Escola..

Ano/Turma.................. Data...................... Aluno(a)....................................

Relações geométricas

O quadrilátero [*ABCD*] é um quadrado. *M*, *O*, *P* e *Q* são os pontos médios dos lados do quadrado e *c* é uma circunferência tangente aos lados do quadrilátero central.



1. Desenha um padrão idêntico ao da figura.

2. Tenta descobrir as relações existentes entre as seguintes áreas:

2.1. Área do triângulo [*BCN*] e área do quadrilátero central.

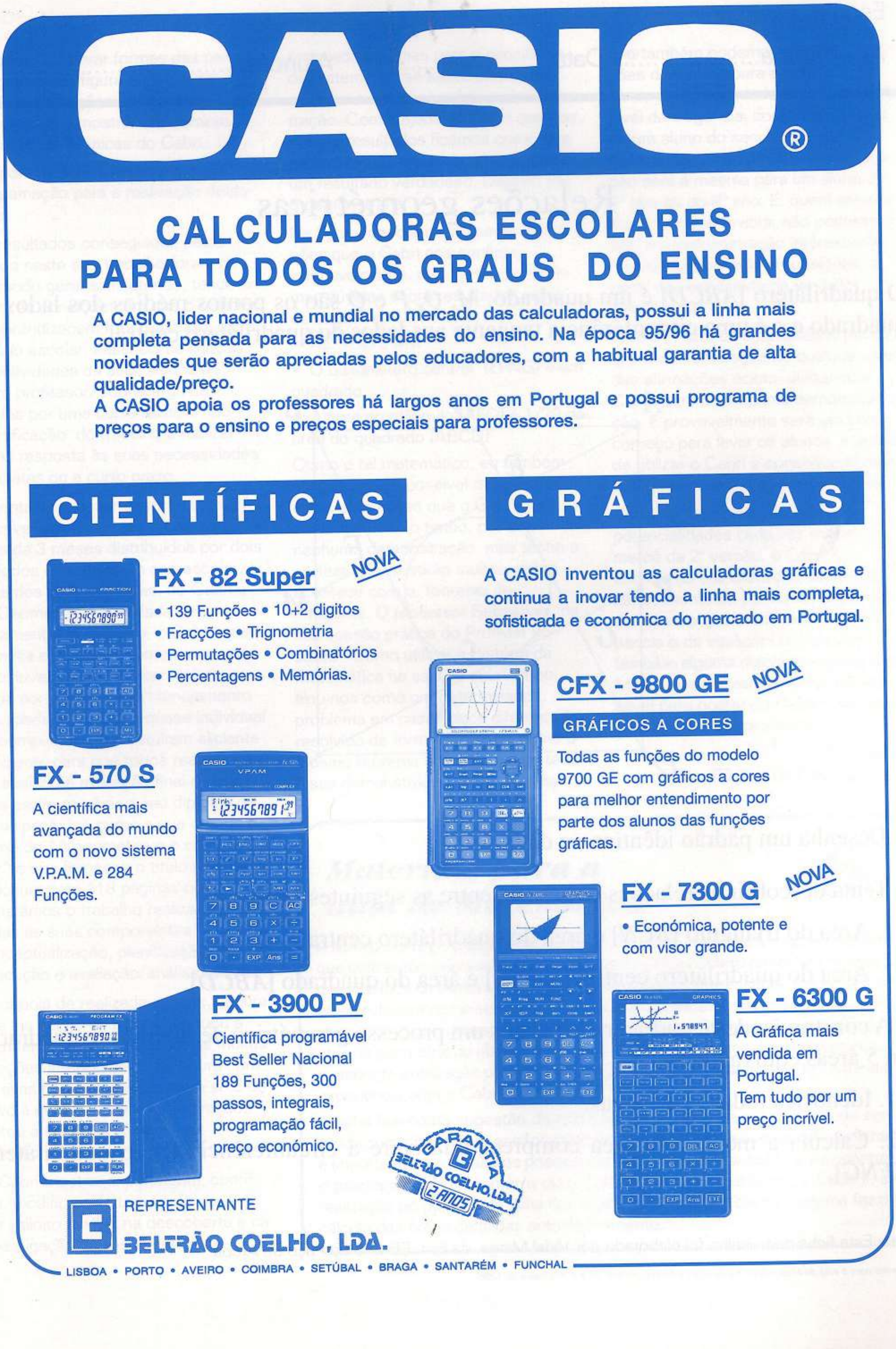
2.2. Área do quadrilátero central [*EFNG*] e área do quadrado [*ABCD*].

3. A construção deste padrão revelou-nos um processo geométrico de dividir um quadrado em 5 áreas equivalentes.

3.1. Identifica todas essas áreas.

3.2. Calcula a medida da área compreendida entre a circunferência *c* e o quadrilátero [*EFNG*].

Nota: Esta ficha de trabalho foi elaborada por Vidal Minga, da Esc. EB 2+3 de Paço de Arcos


CASIO®
CALCULADORAS ESCOLARES
PARA TODOS OS GRAUS DO ENSINO
A CASIO, líder nacional e mundial no mercado das calculadoras, possui a linha mais completa pensada para as necessidades do ensino. Na época 95/96 há grandes novidades que serão apreciadas pelos educadores, com a habitual garantia de alta qualidade/preço.
A CASIO apoia os professores há largos anos em Portugal e possui programa de preços para o ensino e preços especiais para professores.
CIENTÍFICAS
GRÁFICAS
FX - 82 Super
NOVA
• 139 Funções • 10+2 digitos
• Fracções • Trignometria
• Permutações • Combinatórios
• Percentagens • Memórias.
FX - 570 S
A científica mais avançada do mundo com o novo sistema V.P.A.M. e 284 Funções.
FX - 3900 PV
Científica programável
Best Seller Nacional
189 Funções, 300 passos, integrais, programação fácil, preço económico.
A CASIO inventou as calculadoras gráficas e continua a inovar tendo a linha mais completa, sofisticada e económica do mercado em Portugal.
CFX - 9800 GE
NOVA
GRÁFICOS A CORES
Todas as funções do modelo 9700 GE com gráficos a cores para melhor entendimento por parte dos alunos das funções gráficas.
FX - 7300 G
NOVA
• Económica, potente e com visor grande.
FX - 6300 G
A Gráfica mais vendida em Portugal.
Tem tudo por um preço incrível.
GARANTIA
BELTRÃO COELHO, LDA.
2 ANOS
REPRESENTANTE
BELTRÃO COELHO, LDA.
LISBOA • PORTO • AVEIRO • COIMBRA • SETÚBAL • BRAGA • SANTARÉM • FUNCHAL

O problema do trimestre

Sobre o problema anterior

Na última edição de *Educação e Matemática* propusemos a **Inspecção às estações**, a adaptação de um problema mais "matemático" que encontrámos no livro *One hundred problems in elementary mathematics* de Hugo Steinhaus (Ed. Dover, Nova York, 1979):

No deserto de Gobi existem onze estações científicas automáticas colocadas em linha recta e ligadas entre si por uma pista de terra batida. A distância entre duas estações consecutivas é de um quilómetro.

Uma vez por ano é feita inspecção às estações para ver se está tudo em ordem. Para isso, no primeiro dia, um helicóptero coloca um técnico e um veículo especial de transporte no deserto numa das estações. O técnico todos os dias inspecciona uma das estações e muda-se para outra. Quando terminar a inspecção de todas as estações, manda uma mensagem rádio a dizer onde se encontra e o helicóptero vai buscá-lo.

O técnico recebe um subsídio especial de 10 contos por cada quilómetro que tiver percorrido no deserto ao deslocar-se de uma estação para outra (sem mudar de sentido). Por isso não lhe interessa fazer as estações todas seguidas.

Por que ordem deve inspeccionar as estações para obter o subsídio máximo?

Quanto vale este subsídio máximo?

Só nos chegaram quatro respostas, vindas de Augusto Taveira (Algarve), Isabel Dias (Santo António dos Cavaleiros), Helena Rocha (Lisboa) e Judite Barros (Lisboa).

Augusto Taveira verifica que, usando a estratégia "deslocar-se sempre para a estação mais longe ainda não visitada", o técnico consegue andar:

55 km se partir da estação 1,

56 km partindo da 2,

57 km partindo da 3,

58 km partindo da 4,

59 km partindo da 5 ou 6.

O máximo é, portanto, 59 km.

Judite Barros, dadas as dificuldades de resolução do problema, segue outra via. Começa por estudar o que acontece com menos estações.

Com 2, 3, 4 ou 5 estações não é difícil encontrar a melhor solução. Verifica-se que em todos os casos se começa e acaba numa das estações centrais. Aplicando esta estratégia ao problema, consegue-se chegar aos 59 km.

Uma das 11520 (!) soluções é, por exemplo, esta:

6 - 1 -11 - 2 - 10 - 3 - 9 - 4 - 8 - 5 - 7

Também Helena Rocha verificou que, se começar na estação 5 ou 6 e terminar em 6 ou 5, andando alternadamente para um lado e para o outro destas duas estações, se conseguem 59 km.

É precisamente o que Hugo Steinhaus aconselha a fazer. Começa-se por dividir as estações em 3 grupos:

A = {5, 6}

B = {1, 2, 3, 4}

C = {7, 8, 9, 10, 11}

Então, será solução do problema qualquer sequência do tipo

A C B C B C B C B C A.

Não é fácil mostrar de que esta é a solução. No livro citado, a demonstração ocupa três páginas completas...

Finalmente, Isabel Dias chama a atenção para o facto curioso deste problema ser muito parecido com outro, "As 100 laranjas", que aparece no Tratado da Prática Darismética, a primeira aritmética publicada em Portugal, em 1519, da autoria de Gaspar Nicolás.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)

Problema proposto

O ALGARISMO TRANSFERIDO

Qual é o menor número natural tal que:
se tirarmos o último algarismo, o das unidades, e o colocarmos no início, do lado esquerdo, obtemos um número 4 vezes maior?

Entrevista com Leonor Moreira

A Revista é uma bandeira

A Leonor Moreira é uma pessoa muito conhecida. Dentro e fora da APM. Foi a primeira directora da Educação e Matemática *e esteve nos momentos iniciais da criação da APM tendo pertencido à primeira direcção que integrou no ano de 1986-87.*

É uma professora com larga experiência no ensino da Matemática do então chamado Ciclo Preparatório do Ensino Secundário. Os manuais que elaborou de parceria com Leonor Filipe marcaram uma época e tornaram-na conhecida, muito especialmente entre os professores desse ciclo de escolaridade. Foi também orientadora pedagógica nos anos da profissionalização em exercício e, em 1989, terminou o curso de mestrado na Faculdade de Ciências de Lisboa, na área do ensino da Matemática.

Há quatro anos, Leonor Moreira partiu para o Algarve. Hoje é professora de Matemática na Escola Superior de Gestão Hoteleira e Turismo da Universidade da região. Vive assim uma experiência diferente, e, passados os primeiros anos "um bocado violentos" e "difíceis", como nos disse, está entusiamada com o trabalho que desenvolve. Entretanto, prepara o lançamento de uma revista da escola a que pertence. "Dos Algarves", é o título, e está para breve o primeiro número.

Agradecemos à Leonor ter acedido conversar connosco sobre a revista que ajudou a criar. A entrevista que a seguir apresentamos foi conduzida por Alexandra Pinheiro, Helena Lopes e Henrique Manuel Guimarães e é a primeira de uma série que pensamos publicar durante este ano, a propósito dos dez anos da Educação e Matemática.

Educação e Matemática - Como te dissemos, foste escolhida por teres sido a primeira directora da revista, cargo onde estiveste quinze números. Não sei se estás lembrada?

Leonor Moreira - Exactamente, vi ontem (risos). Fui ver as primeiras revistas pois havia algumas coisas de que já não me lembrava e então verifiquei que apareço, como directora, em quinze números.

E.M. - Talvez fosse interessante que tu pudesses dizer-nos, um pouco, como é que viveste essa experiência... Uma experiência longa, pois, parecendo que não, numa revista com trinta e seis números, quinze é quase metade.

L.M. - Foi uma experiência gira, sobretudo pelo sentimento de que estava a fazer qualquer coisa que começava do zero, não é? Vivi isso como um desafio e com o encantamento de quem está, juntamente com as outras pessoas claro, a criar qualquer coisa que nasce do zero, onde não há nada feito, em que é preciso fazer tudo. É claro que também há tarefas chatas, como aquelas coisas burocráticas, de registar não sei o quê e ir não sei aonde, fazer mais qualquer coisa, etc. São os aspectos menos ricos.

Eu vivi isso com uma grande envolvência e aceitei essa missão, digamos assim, como um desafio e com tudo o que está à volta dos desafios que é a pessoa empolgar-se e desejar fazer... Isto em relação ao nascimento da revista. Como directora, bom, eu penso que o trabalho era de equipa. Não havia propriamente um trabalho da redacção e um trabalho da directora. Penso que era um trabalho mais ou menos colegial, embora às vezes tivesse que tomar decisões, porque era eu que tinha mais contactos com a empresa onde a revista era composta. Mas a concepção dos números era muito a partir de um certo *brainstorming*, com todos à volta de uma mesa, numa grande tertúlia (risos), trocando impressões, pondo ideias na mesa. Daí nascia o número, era concebido assim. Às vezes as pessoas traziam ideias de casa, como é que devia ser...

E.M. - Já havia nessa altura, como há hoje, dificuldade em obter artigos para a revista. Como é que conseguiam...?

L.M. - Sim claro, havia. Há muito pouca gente a escrever, há mais gente a consumir. Portanto, houve sempre essa dificuldade. Mas, das reuniões que nós faziamos para conceber o número, saía logo a ideia de contactar A, B, e C para escreverem artigos. Depois, os próprios elementos da redacção encarregavam-se de fazer alguns e, por vezes, à última da hora, era preciso preencher um espaço e alguém fazia isso... Às vezes era eu. Aí funcionava um bocado como directora, porque já não ia submeter essa decisão ao colectivo da redacção.

E.M. - Por acaso recordas algum episódio particularmente gratificante nesses anos?

L.M. - Era sempre gratificante ver sair o número, não é? Ver sair o número, a revista ainda a cheirar a tinta e... sei lá... Cheguei a ir buscar os números acabados de imprimir e desfolhava... embora não lesse. Nessas alturas não lia a revista porque já estava farta dela (risos). Deitava revista pelos cabelos. Lia mas de outra forma. Como quando se lê um artigo para ver se corresponde ao que se tinha pedido. Ou, sendo um artigo enviado espontaneamente, para vermos o seu interesse ou se havia alterações a fazer. E depois a ver as provas... Estamos sempre a ler com um espírito diferente que não é o do leitor que recebe a revista, como eu agora recebo...

E.M. - Na caixa do correio...

L.M. - Na caixa do correio, às vezes dobrada. Lia com a atenção focada em determinados aspectos, não era a leitura que se faz desportivamente: "deixa ver o que é que este diz agora". Era mais uma leitura que funcionava como instrumento de análise dos trabalhos. Depois, quando a revista aparecia, o que me preocupava era "como é que está a capa?". A capa era a grande emoção — "como é que saiu a capa?" — era alvo de grande reflexão. E depois via como é que estava o interior, mas já não era capaz de ler, já estava farta daquelas coisas. É curioso, houve uma altura, logo a seguir a eu ter saído da redacção, que também não pegava na revista. Não sei se era uma reacção por ter saído. Eu saí por iniciativa própria, mas deve ter-me causado alguns problemas afectivos porque não conseguia ler a revista. Recebia-a e deixava-a um bocado de parte. Agora já leio novamente.

E.M. - Que papel e importância é que tu vês na revista para os professores de Matemática e, em particular, para os sócios da APM?

L.M. - Eu acho, e sempre achei, que é um instrumento extraordinariamente importante. Costumo dizer que, para mim, a revista é o "braço armado" da Associação (risos), no sentido em que é o instrumento mais importante e que chega mais aos sócios. Explicando melhor a minha ideia. O ProfMat, para mim, é um momento alto do ano associativo, digamos assim, porque as pessoas reunem-se e aparece ali a súmula do trabalho que realizaram durante um ano todo. Mas isso acontece uma vez no ano, é episódico, enquanto que a revista chega quatro vezes ao leitor e, portanto, é a forma das pessoas terem uma ideia de como está a decorrer o trabalho em termos associativos. É a forma que as pessoas têm de partilhar as suas opiniões com outras pessoas, de pôr o seu trabalho à disposição, de debaterem algumas coisas. Embora, como a gente sabe, haja pouco eco em relação ao que é publicado. Mas eu penso que as pessoas procuram avidamente a revista e encontram aí coisas que, sei lá, as pessoas de Lisboa têm acesso, mas as pessoas da província não têm. São reflexões sobre trabalhos que se estão a fazer, são relatos de experiências, uma série de coisas que, quem está na província, penso eu, tem muito pouca oportunidade de ver. E também em termos de materiais que alguém já experimentou e que chegam às pessoas. Reflexões que as pessoas não têm oportunidade de fazer por estarem sozinhas, não sei onde... Acho que é extremamente importante o papel da revista.

Foto: Henrique M. Guimarães

E.M. - Achas que a revista tem evoluído? Notas grandes diferenças entre o período em que estiveste na redacção e o actual?

L.M. - Há um aspecto que é nítido, que é a forma, digamos assim, o *look* da revista, que mudou. E acho que para melhor, nitidamente.
A criação da terceira coluna deu outra dinâmica, possibilita muitas coisas. Pode-se manejar mais o texto, pode-se fazer aquele sublinhar de ideias fortes e eu acho que isso é giro e dá mais abertura ao texto porque a coluna não fica pesada, não fica cheia. Embora não goste muito das colunas não serem alinhadas à direita. Há quem diga que as colunas certinhas é muito militarizado, mas eu gosto mais. Em termos de capas, por exemplo, ontem estive a olhar com mais atenção e acho que os últimos seis números têm capas horrorosas, desculpem lá (risos). Em relação ao conteúdo, acho que ao longo do tempo, não tem havido uma demarcação nítida entre períodos, por exemplo, entre os sete primeiros números e os quinze ou os trinta seguintes. Acho é que, ao longo da vida da revista, há números bons e há números mais fracos, ou que a mim agradam menos, porque isso é muito subjectivo. Agora em relação às capas, não estou a gostar nada das...
E.M. - Dos últimos seis (risos).

L.M. - É que há capas lindíssimas. Estou a lembrar-me daquela revista temática dedicada à "História da Matemática" que tem uma capa lindíssima. E de uma outra que tem uma calçada portuguesa, uma calçada em sépia num fundo preto. Acho que já saíram capas lindíssimas.

E.M. - Falaste em números temáticos. O que pensas do facto de ter passado a haver um número temático anual, assumidamente temático, e até maior?

L.M. - Acho que é interessante. Acho que um número temático tem outras potencialidades que um número com artigos avulso não tem. Dá mais consistência aos artigos e pode-se tirar daí um maior proveito, porque há várias pessoas que se debruçam sobre o mesmo tema e que podem ter, eventualmente, opiniões diferentes. E têm muitos materiais sobre um mesmo tema. Acho que é importante.

E.M. - Voltando à questão de se conseguir a contribuição espontânea dos leitores da Educação e Matemática. Penso que a situação está um pouco melhor, mas também há muito mais sócios, muito mais leitores. Porque será que as pessoas têm dificuldade em enviar, espontaneamente, coisas escritas para a revista, sejam as simples cartas ao director ou à redacção, ou um artigo de duas, três, quatro páginas? Como é que tu explicas isso?

L.M. - Pode haver vários motivos. Um deles pode ser a pouca tradição em escrever. Não é um hábito muito... usual. E, ainda por cima, escrever sobre o que se faz e sobre o que se reflecte acerca do ensino. Depois, se calhar, há também a dificuldade das pessoas em se exporem. Quando se escreve e se pensa que vamos ser lidos por três mil pessoas, a pessoa intimida-se um bocado e é natural. Estive numa reunião da revista, agora no último ProfMat, e houve lá alguém que disse: "eu não consigo escrever porque os artigos que aparecem na revista são todos muito acabados, todos muito bem escritos, todos com não sei quantas referências bibliográficas, e eu isso não sou capaz de fazer...". Portanto, a pessoa tem um certo receio de que o seu trabalho seja menor, tem alguma dificuldade em pôr cá fora... Pode haver alguma intimidação, embora eu não pense que se tenha que acabar com os artigos mais elaborados para que toda a gente possa escrever...

Eu respeito esta visão das coisas, compreendo-a, mas acho que não é impeditivo, ou pelo menos não devia ser impeditivo, porque cada um tem a sua própria experiência, a sua forma de comunicar essa experiência e devia comunicá-la de alguma forma. É isso que toda a gente está à espera, que a revista seja um espaço de debate, um espaço de diálogo, um espaço de partilha. Uma espécie de tertúlia escrita, digamos assim.

E.M. - Consegues ter alguma ideia de como se pode tentar contrariar isso?

L.M. - Se eu tivesse essa ideia (risos) já a teria posto em prática na altura em que estava na redacção...

E.M. - Mas já passou algum tempo....

L.M. - Não faço ideia. Não faço ideia de como é que isso se consegue. São muito poucos, como sabes, os trabalhos que aparecem espontaneamente. Há, talvez, a necessidade de aproveitar — e eu lembro-me que fizemos isso algumas vezes — as pessoas que fazem comunicações e chegarmo-nos ao pé dessas pessoas e dizer: "olha, fazes um artigo para a revista a partir daqui?". Acho que se tem de estar em cima do acontecimento e pedir a essas pessoas, que já tiveram aquela grande atitude de se expor e dar aos outros a sua colaboração, que formalizem isso também de uma forma escrita, dando o seu contributo para a revista. Porque essas, já ousaram, digamos assim, portanto, é só dar uma outra forma. Depois há aquelas pessoas que escrevem sempre, se nós pedirmos....

E.M. - Tu há muito tempo que não escreves para a revista (risos)...

L.M. - Se calhar são os ares do Algarve que me fazem adormecer. Não, há vários motivos para isso. Para já, neste momento, não tenho muito para dizer... A partir de agora talvez, mas até aqui estava lutando contra a situação que vivia. Se calhar, talvez fosse interessante ter escrito sobre isso. Depois há outra história, eu acho que... Quando estava na redacção, depois da reunião que fazíamos para concebermos o número, eu ficava com algumas ideias na cabeça e escrevia, ficava entusiasmada. Agora estou longe... Talvez também aconteça um bocado por isso. A pessoa está longe da revista, não sabe que temas é que vão surgir e o que é que interessará mais e também se retrai um pouco: "será que neste momento será útil para..."

É evidente que há sempre a possibilidade de um artigo ficar em carteira e a redacção esperar uma oportunidade para publicar, mas penso que não saber o que se está a passar pode ser um elemento dissuasor. Quando pertencia à redacção eu sabia qual era a linha condutora do número, ou o tema, se era o número temático... Assim era mais fácil estar por dentro do quando se está longe. A pessoa pensa: "vou escrever, mas sei lá se vai interessar".

Se houvesse um anúncio, com alguma antecedência, sobre o que é que vai versar a revista, talvez as pessoas olhassem para o que estão a fazer ou para o que já fizeram e dissessem, "bom, isto talvez seja um bom contributo para a revista".

E.M. - Mas tu não achas que se as pessoas valorizassem, elas próprias, aquilo que estão fazendo, não precisariam de estar à espera que alguém reconheça essa importância? Se calhar, há muitas pessoas que não valorizam a sua própria prática, a sua própria experiência, e depois têm também tendência a dizer que ninguém vai achar interessante...

L.M. - Pois, se calhar....

E.M. - Tu dizes que agora estás numa posição de receber a revista como...

L.M. - Leitora...

E.M. - ...na caixa do correio. Que tipo de utilização fazes da revista, ou que tipo de leitura é que fazes?

L.M. - Eu sou muito conservadora em relação à leitura da revista. Não sou do tipo "deixa ver o que é que a revista tem, vou ler este autor porque é um autor idóneo, consagrado" (risos), ou vou ler aquele porque é uma pessoa de quem sou amiga e gosto de saber o que está a fazer. Não, sou muito conservadora. Vejo a capa, vejo se gosto e depois abro na primeira página e começo a ler desde aí. É evidente que posso desinteressar-me a meio e não ler até ao fim, mas não vou... Leio tudo, para aproveitar tudo o que a revista traz. Quando não me agrada assim muito, sou capaz de não ler até ao fim, mas sou conservadora, abro na primeira página...

E.M. - E vais até ao fim...

L.M. - Muito militarizada (risos).

E.M. - E de que tipo de coisas costumas gostar especialmente?

L.M. - Eu gosto de várias coisas... Gosto de artigos de fundo e que... analisam a aprendizagem e o ensino da Matemática, assim com grande substracto. Gosto dos materiais, não me interessam particularmente, em relação à minha prática, mas gosto de ver que tipo de coisas se está a fazer, para ter uma ideia do que está a acontecer nas escolas e entre os sócios.

E.M. - E achas que a revista dá esse panorama, dá essa informação sobre o que está a contecer nas escolas?

L.M. - Não sei, porque o número de

pessoas que escreve é um bocado limitado. Não dará esse...

E.M. - Nunca achaste que o que acontece nas escolas é diferente da imagem que a revista dá, dos materiais que publica?

L.M. - Eu acho que é necessariamente diferente porque o número de pessoas que escreve para a revista é extremamente reduzido relativamente ao conjunto dos professores. Seria bom que a revista reflectisse o que está a acontecer nas escolas, mas


Foto: Henrique M. Guimarães

infelizmente nós sabemos que não é assim. Não sei se respondi à questão?

E.M. - Sim, sim... Não sei se isso é um ponto forte se é um ponto fraco...

L.M. - Quando eu digo que me interessa saber o que se está a fazer, não é em relação à totalidade do país. Refiro-me ao que determinada pessoa está a fazer ou ao que este grupo que trabalha para a revista, e que são quase sempre os mesmos, estão a fazer. Isso é importante para mim.

E.M. - Mas a revista devia reflectir um pouco o que se passa, ou não?

L.M. - Não, eu acho que...

E.M. - Ou deve ter uma posição "vanguardista"...

L.M. - Vanguardista, evidentemente. Embora também pudesse ter o outro aspecto, não é? Se tivesse mais colaboradores ela deixaria transparecer um pouco o que se está a fazer. Mas eu acho que tem que ir à frente, tem que ser a bandeira...

E.M. - Ainda neste balanço do que gostas mais e do que gostas menos, globalmente ou relativamente a determinado período, queres dar exemplos de um ou dois pontos fortes ou pontos fracos da revista, quer em termos do seu aspecto, quer em termos do seu conteúdo?

L.M. - Pontos fortes e pontos fracos... É sempre difícil apontar pontos fracos a uma coisa de que a gente gosta. Pronto, eu gosto da revista e tenho uma certa dificuldade. Ainda há bocado disse que não estou a gostar das capas...

Acho que os números temáticos são sempre muito fortes porque realmente têm mais consistência. Há uma série de pessoas a debruçar-se sobre o mesmo tema, há várias opiniões, há várias formas de trabalhar o assunto na aula, etc. Eu acho que os números temáticos são sempre bons números.

E.M. - E achas que têm saído na altura certa, que têm sido pertinentes e actuais em relação às preocupações dos professores, dos sócios?

L.M. - Não posso falar em nome dos sócios, mas em nome pessoal. Eu acho que sim, que são oportunos e são sobre temas que interessam. Não são sobre temas que interessem pontualmente, são temas sempre ricos.

E.M. - Um ponto fraco, não queres mesmo dizer?

L.M. - Eu gosto de tudo, posso não gostar pontualmente de um artigo.

E.M. - Uma coisa que gostes menos...

L.M. - Eu vou dizer... Eu não gostei deste último número. Consigo dizer que não gostei de um certo número, agora dizer que ao longo dos vários números da revista não gosto deste ou daquele aspecto, é-me mais difícil de dizer. Não gostei do último número, porque... Atendendo ao número de pessoas que vai ao ProfMat e atendendo ao número de sócios da revista, se calhar esse número não diz muito à generalidade dos sócios. A mim, apesar de lá ter estado, não me disse muito. Penso que é um pouco... chover sobre o molhado. Já aconteceu, já passou, não sei se é muito importante... não sei...

E.M. - Não era tanto isso. Claro que haverá sempre números que a pessoa gosta mais do que outros. O que queria era um aspecto que atravessasse a revista toda...

L.M. - Eu sei o que é que tu está a perguntar, mas eu isso não te sei dizer porque eu gosto que haja secções, gosto que haja artigos que são mais de reflexão sobre o ensino aprendizagem da matemática, gosto de coisas que são mais práticas, de materiais. Eu gosto de tudo isso, portanto, não te posso dizer que haja um ponto fraco.

E.M. - E em termos de sugestões, em termos de perspectivas para o futuro?

L.M. - Isto é uma entrevista muito difícil (risos), porque eu esse tipo de coisas não sei...

E.M. - Por exemplo, coisas que tu achas que deviam aparecer com alguma regularidade e que não aparecem. Determinadas ênfases mais num assunto do que noutro, para procurar um equilíbrio, ou, ao contrário, inverter a situação. Que tipo de secções... natureza de artigos...

L.M. - Não sei... Não sei dizer... Eu não tenho esse... esse tipo de sentimento do que é que falta na revista. Leio-a e usufruo-a na medida do possível. Não costumo fazer esse tipo de balanço... se falta isto ou falta aquilo, e tenho dificuldade em fazer esse tipo de reflexão. Não tenho olhado para a revista nessa perspectiva, tenho-a olhado no sentido de "oh! que bom, chegou a revista, deixa-me cá ver o que é que traz desta vez!". Não tenho tido o sentimento de "deixa cá ver o que é que faz falta".

E.M. - Para acabar, queres acrescentar alguma coisa que não te tenhamos perguntado? Fazer alguma espécie de comentário, ou declaração, em jeito de remate?

L.M. - Eu, há pouco, disse que a revista, para mim, era o elo de ligação... Não usei estas palavras mas a minha ideia era esta, quando disse que a revista era o "braço armado" da Associação... É assim. Quando estive na primeira direcção eu tinha algumas ideias acerca do que devia ser a Associação e há alguns aspectos que ainda não falei e que são importantes, porque depois se devem reflectir na revista. Pronto, eu achava que a Associação, para além de ser uma tertúlia, ser um forum, ser um espaço de debate para os sócios, de ser... um cadinho de ideias, sei lá, também devia ser... uma espécie de tribuna. Uma tribuna onde nós disséssemos aos políticos da educação: "os professores pensam assim e querem assim e acham que deve ser assim" e isso deve reflectir-se na revista. Eu acho que a revista tem que ser eco das posições que os professores têm e dessa vontade, e nós devíamos ter vontade de influenciar as decisões políticas relativamente à educação. Aliás, a Associação já fez isso algumas vezes quando organizou o seminário de Mil Fontes, onde eu por acaso não estive, mas que foi determinante. Foi um protesto, foi uma afirmação, de que as pessoas estavam ali e do que então queriam e mandavam o recado ao Ministério da Educação. Eu acho que isso é um papel importante da Associação, e também ser uma consultadoria, para utilizar o vocabulário que é muito rico lá na minha escola, como também já aconteceu quando foi a questão da Reforma e dos Novos Programas. Acho que é um papel que nós temos que desempenhar com mais força e com mais presença, para não deixarmos as coisas acontecerem ao lado sem termos interferência nelas. E a revista é uma maneira de pôr também as outras pessoas que não estão na Associação a participar nesse debate, nesse protesto e nessa ponta de lança, digamos assim, que nós queremos ser, ou deveríamos querer ser, relativamente às decisões que se tomam em relação à Educação. A revista é uma espécie de bandeira em relação a essas coisas.

Sabia que...

— Factos, acontecimentos, curiosidades a propósito dos dez anos da revista e da APM

• A secção de notícias do nº 2, divulga uma saudação que Emma Castelnuovo enviara a Leonor Filipe, primeira presidente da APM, pela criação da Associação que soube através do nº 1 da *Educação e Matemática*.

• Durante 1987, primeiro ano de existência da APM, inscreveram-se 600 novos sócios e, no ano seguinte, o número total de associados ultrapassou o milhar. No número dois, a tiragem da revista subiu para 1500, passando para 2000, no primeiro número de 1989. Hoje a edição é de 4200 exemplares para um número de sócios perto dos quatro milhares.

• Foi em 1988 que decorreu, em Vila Nova de Mil Fontes, o seminário sobre a renovação do currículo de Matemática, promovido pela APM. Desse seminário resultou um importante documento que a APM publicou, o famoso livrinho amarelo, por diversas vezes reeditado, e que também foi publicado pelos serviços do Ministério da Educação no âmbito da Reforma Educativa então em curso.

• Nos números 4 e 5 da *Educação e Matemática* foram publicadas as primeiras reacções ao que ia sendo divulgado sobre a Reforma Educativa e sobre a elaboração dos novos programas. O número 9, do 1º trimestre de 1989, divulga o primeiro parecer da direcção da APM sobre os projectos de novos programas.

Capa do "livrinho amarelo"

• No final de 1989 foi editado o primeiro número do *APM informação*, boletim noticioso da Associação que se assume como mais um elo de ligação entre os sócios da APM. Nesse ano, em Viana, o ProfMat reunira mais de 500 professores.

Capa do nº 2 da *Educação e Matemática*

• Em 1990, no ProfMat das Caldas da Raínha, foi criado o Conselho Nacional da APM que passará a ter reuniões regulares todos os anos. No final desse ano, o número de sócios ultrapassou os 2000.

• No ano lectivo 1991/92, ano da generalização dos Novos Programas, foi publicado um número temático da *Educação e Matemática* inteiramente dedicado à reforma curricular em Matemática. Foi o número 19/20, único número duplo até hoje editado e que iniciou a série de números temáticos que a redacção da revista decidiu, desde aí, passar a publicar uma vez por ano, com distribuição no ProfMat. Para além deste, sairam até hoje 4 números temáticos, sucessivamente sobre os temas "Aplicações e modelação na Matemática escolar" (1992), "História e ensino da Matemática" (1993), "O professor de Matemática" (1994) e "A aula de Matemática" (1995).

• No ProfMat de 1992, em Viseu, o número de participantes chegou perto do milhar.

Alexandra Pinheiro
Helena Lopes
Henrique Manuel Guimarães

Pense nisto

Os objectivos da APM

A APM entrou no seu décimo ano de existência. Em Almada, no ProfMat 96, comemorar-se-ão os dez anos da sua criação.

Comemorar significa trazer à memória, recordar, celebrar. E, se o queremos fazer, é porque pensamos que valeu a pena, que vale a pena.

Comemorando, damos importância a um passado, a uma história, pequena ainda, mas que já se pode contar. Valorizamos uma experiência colectiva que se quer prosseguir, desenvolver, aperfeiçoar.

Por isso, se comemoração é momento de celebração e gratificação mútua, é também pretexto para reflexão e balanço sobre o percurso realizado e consideração de novas perspectivas, formas de actuar e actividades a desenvolver.

Em Portalegre, no ProfMat 86, a assembleia que criou a APM, aprovou também os seus estatutos. Aí, no artigo 2, definiram-se como principais objectivos para a Associação:

a) *Promover o desenvolvimento do ensino da Matemática a todos os níveis.*

b) *Estimular o intercâmbio de ideias e experiências entre pessoas que se interessam pelos problemas da aprendizagem desta disciplina.*

c) *Apoiar e divulgar actividades relevantes para a aprendizagem da Matemática.*

d) *Promover a participação activa dos professores de Matemática de todos os graus de ensino na discussão e implementação de novas práticas pedagógicas.*

e) *Fomentar o seu interesse e participação em projectos de investigação e de inovação pedagógica.*

f) *Intervir na definição da política educativa, especialmente no que respeita aos problemas do ensino da Matemática.*

- Sabia que são estes os objectivos da APM?
- Considera que são ainda pertinentes e que se adequam à situação actual da APM e do ensino da Matemática em Portugal?
- Pensa que as actividades desenvolvidas na Associação têm correspondido às intenções e orientações subjacentes a estes objectivos? Que balanço faz?
- Haverá objectivos que têm sido privilegiados e outros menosprezados? Justifica-se essa eventual diferença? Haverá objectivos a que se deveria passar a dar mais atenção?
- Em sua opinião, haverá algo a mudar nas orientações, forma de actuação e actividades a desenvolver no âmbito da APM para uma melhor consecussão dos seus objectivos?

Henrique Manuel Guimarães

Nos dez anos da "Educação e Matemática"

No âmbito das comemorações dos dez anos da Educação e Matemática *foi criada esta secção especial onde publicaremos todos os depoimentos que nos forem chegando, correspondendo ao apelo feito no número anterior.*

Há-de haver sempre quem nos lê

Apenas porque a Redacção da revista me é tão querida, não posso deixar de procurar responder às vossas questões, embora considere que não tenho nada de particularmente interessante a dizer!

Quando recebo a revista o que faço? Por inútil que pareça começo por ler o índice (verso da capa). Algum artigo que me desperte a atenção começo a lê-lo, primeiro em diagonal e depois completamente, caso continue interessada. Continuo este processo até ficar com algumas coisas pelas quais passo a vista por alto. Geralmente o que selecciono em 1º lugar são artigos. Os materiais para a sala de aula são também sempre olhados.

Em termos de utilização: pego na colecção das revistas quando estou a trabalhar nalgum tema específico. Os números temáticos são muito úteis para este efeito.

Pelo que acabei de referir, considero que devem continuar a existir números temáticos. Gostaria também que fosse mantida a ideia de tradução de artigos estrangeiros que de outro modo tornar-se-ão pouco ou nada acessíveis aos professores em geral (a relutância que costumam demonstrar em ler artigos escritos noutras línguas é do conhecimento geral).

Reconhecendo que pode ser um pouco arriscado, acho que, em termos de sugestões para o futuro, deveria ser introduzido, aos poucos, um artigo mais teórico, por número.

Em termos de passado e evolução nestes 10 anos, considero que se nota uma evolução positiva, nomeadamente no aspecto gráfico e na organização/estrutura da revista.

Não tenho nenhum indicador do impacto da revista junto dos professores, assim a minha opinião é apenas intuitiva. Tomando este ponto como ponto de partida, considero que uma revista da qualidade que esta já tem, com uma tiragem de 3500 exemplares, revela uma dinâmica indiscutível da Associação.

Quanto a angariar pessoas para colaborarem não tenho nenhuma sugestão promissora. Acho que os professores de matemática em geral não são muito solicitados a escrever no seu dia a dia profissional, pelo que, à partida não é uma tarefa em que se sintam muito à vontade e com autoconfiança. Pela parte que me toca 90% das minhas colaborações surgiram por solicitação exterior e não por meu oferecimento espontâneo. Aceitei porque me parecia que eu seria uma pessoa indicada para o pedido, ou por razões afectivas face à pessoa ou pessoas que me contactaram.

Em termos de reacções face à minha contribuição fico sempre muito admirada quando alguém me diz que conhece o meu nome por um artigo que escrevi (já me aconteceu por várias vezes) e expressa que conhece as minhas opiniões, concordando ou discordando, etc. Acho que nunca tenho presente que com uma tiragem de 3500 exemplares há-de haver sempre alguém que nos lê!

Um último aspecto relaciona-se com a seguinte questão: até quando se poderá assegurar a tiragem dos 4 números anuais totalmente feita por um grupo de professores carolas, que disponibilizam de X horas? Será que manter esta estratégia não porá em risco a médio prazo a própria revista?

Bom trabalho! Força!

Leonor Cunha Leal

Capa do nº 3 da *Educação e Matemática*

Um gosto, uma crítica, um pedido

Caros colegas

Respondendo ao Vosso pedido de uma carta, um parágrafo, etc...

- O que eu gosto na Revista:

. a variedade de temas

. o aspecto gráfico

. os números temáticos

- Uma crítica:

. tenho sentido cada vez mais a falta de uma secção dedicada aos chamados reviews, de livros ou de software

- Um pedido:

. por favor não aumentem a publicidade

Os meus parabéns pelo décimo aniversário da Revista e um obrigado a todos. Bom trabalho.

Um abraço.

Branca Silveira

10 Anos de Revista

As revistas *Educação e Matemática* fazem parte integrante e fundamental do nosso "centro de recursos" privado, desde o seu primeiro número, e isto porque, para além de mais, elas foram, são e estamos certos de que continuarão a ser, uma fonte segura de pesquisa para quem as solicite em qualquer momento e sobre qualquer tema.

Por isso, são de louvar os constantes apelos à participação de todos na elaboração da mesma, pois muita da sua força advém precisamente da diversidade dos "colaboradores" e do sentimento de que a todos pertence.

A Educação e Matemática teve sempre um papel importantíssimo na nossa "formação contínua própria", trouxe-nos sempre as "novidades", os problemas, os computadores, o Escher, a Reforma, as calculadoras gráficas, a investigação, o cubo, os novos programas, ...

Há alguns números da revista que recordamos com especial carinho, por questões sentimentais: o 29, onde apareceu um texto sobre a actividade desenvolvida pela Célia e pelos seus estagiários, na escola onde hoje se encontra sediado o Núcleo, a propósito do π; os números 8 e 9 onde, navegando num tronco de árvore se descia o Tejo, apareceu o nosso querido Zé Paulo Viana, com tudo o que de bom trazia consigo ("Gosto muito de problemas!", começou por dizer ...).

Bem hajam!

Núcleo de Braga

Entre a *E&M* e a *Quadrante*?

Em geral, existe alguma vivacidade na Revista — as mudanças ensaiadas vão tendo frutos.

Os leitores que eu conheço ou contacto gostam da revista. É verdade que, como dizia uma leitora em carta à revista (nº 34, p. 35) esta tem um aspecto de "perfeição" e "acabamento" que se torna, por contradição ... inibitivo! Será que o papel couché, e o tipo de letra igual em todos os artigos tendem a criar uma sensação de afastamento?! Do género: aqui está o ideal, inatingível por quem anda a labutar no dia-a-dia.

Não desanimem, colegas redactores: o nosso corpo docente sempre foi muito de guardar muitos materiais, fazer muitas pilhas de fotocópias, e utilizar, experimentar, pouco. Não esqueçamos: essa é uma característica geralmente apontada a outras actividades, culturais ou criativas, no nosso país: por razões estruturais há pequena massa crítica, poucas oportunidades de levar à prática uma ideia ou teoria e, portanto, de confrontá-la com essa prática. Ou será que tudo melhoraria se a importância social do professor (na nossa sociedade) melhorasse? Bem, e como melhorará esta sem alterações estruturais???

Na APM existem 3 publicações — 3 níveis informativos, por assim dizer: a folha ou boletim *APM informação*, a *E&M* e a *Quadrante*. Está bem: a *E&M* deixa à folha informativa as novidades, iniciativas dos núcleos, etc. E deixa à *Quadrante* a Teoria.

Não sei se alguma vez foi combinado ... mas as pequenas dúvidas, curiosidades, etc., de índole científica, não são ventiladas em nenhuma das publicações: creio que um professor que tenha dessas necessidades procurará resposta para elas junto... da SPM ou, como a conteceu nos últimos anos (em que a formação contínua via FOCO viu avançar as Faculdades por esse campo, e ainda bem para as Faculdades), junto das Faculdades.

Mas, eu pessoalmente, sinto falta de qualquer coisa entre a "E&M" e a "Quadrante". Poderá ser tão só alguma falta de sistematização dos temas; algumas vezes tentada mas nunca levada suficientemente longe. Exemplificando: calculadoras gráficas - manter uma secção regular durante vários números; a mesma coisa para geometria-geométrias, ou para o ambiente na sala de aula, etc., etc.

Reparem: não digo que resultasse. Só sinto que: 1) ajudaria a redacção, ao delegar em colaborador(es) permanente(s); 2) ajudaria este(s) no confronto com a dificuldade da tarefa; 3) seria mais fácil suscitar a dinâmica leitor-revista. Isto não seria impeditivo de manter 3/4 das páginas da revista como hoje estão, inclusive, de manter números temáticos. Mas há uma coisa, que é simultaneamente uma necessidade para quem gosta de escrever e a forma de trabalhar da APM: a relação, a dinâmica, entre ensinar, reflectir, levantar questões, debater, ir outra vez experimentar, voltar a mostrar aos outros, etc., que dificilmente fica satisfeita com a publicação eventual, do género: "Ah, sim, no número tal saíu um artigo giro sobre isso."

Depois: porque não aparecem mais recensões sobre artigos e teses ou revistas estrangeiras, eventualmente temáticas — "importância do TPC" ou "o (in)cumprimento dos Programas" ou "é verdade que as raparigas estão a ter melhores notas que os rapazes, no acesso (?) e na frequência do ensino superior", etc — sem preocupações de "definir doutrina" ou de "obter unanimidade" dos pontos de vista?

Estou disponível para colaborar em qualquer coisa. Se eu estivesse ligado à internet, continuaria este debate... Assim, chapéu...

José Carlos Frias

Capa do nº 4 da *Educação e Matemática*

A bola zero

José Paulo Viana

Quem assistiu à cena nunca mais se esquecerá da cara espantada e atrapalhada do apresentador do Totoloto quando, no concurso do dia 6 de Janeiro de 1996, saiu a bola com o número zero.

Foi a confusão no estúdio da televisão e foi depois a polémica até a Santa Casa da Misericórdia decidir o que fazer perante a situação criada pela inesperada bola. Nos jornais sucederam-se os artigos e as cartas dos leitores, referindo muitas vezes as alterações às probabilidades que a existência de uma bola adicional provocaria.

Penso que vale a pena pensar um pouco nisto e aproveitar para ver o que se passa do ponto de vista probabilístico.

Comecemos por ver como funciona o totoloto. Existem 49 bolas numeradas de 1 a 49 e todas as semanas são sorteados 6 números (que constituem a "chave"), mais um 7º número suplementar. Cada aposta simples feita pelos concorrentes consiste na indicação de 6 números. Existem os seguintes prémios:

1º – Acertar nos 6 números sorteados.

2º – Acertar em 5 números e mais no número suplementar.

3º – Acertar em 5 números.

4º – Acertar em 4 números.

5º – Acertar em 3 números.

Como se vê, o número suplementar só interessa para a atribuição do 2º prémio.

Ignorando a bola suplementar, o número de chaves possíveis corresponde a todas as combinações de 6 números que se podem fazer a partir dos 49 originais:

$$C_6^{49} = \frac{49\times 48\times 47\times 46\times 45\times 44}{6\times 5\times 4\times 3\times 2} =$$

$$= 13\,983\,816$$

Há quase 14 milhões de chaves possíveis. Se quiséssemos ter a certeza de ganhar o primeiro prémio, teríamos de fazer quase 14 milhões de apostas diferentes!

As probabilidades de acertar no Totoloto

Vamos então calcular as probabilidades de acerto quando se faz apenas uma aposta.

Acertar nos 6 números

De todas as chaves possíveis, só uma corresponde aos 6 números sorteados. Portanto, quando se faz uma aposta, a probabilidade de se ganhar vai ser $P(6) = \frac{1}{13\,983\,816}$.

Acertar em 5 números

Temos de ver quantas chaves existem com 5 números certos. Se representarmos por C um número certo e por E um errado, a estrutura da chave com 5 acertos vai ser: CCCCCE.

Existem 6 números certos para preencher as 5 casas C, logo há $C_5^6 = 6$ possibilidades.

Existem 43 números errados para preencher as casas E, logo há 43 possibilidades (ou C_1^{43})

No total há $6\times 43 = 258$ chaves com 5 resultados certos.

$$P(5) = \frac{258}{13\,983\,816} \approx \frac{1}{54\,201}$$

Acertar em 4 números

A estrutura da chave é CCCCEE

Há 6 números certos para preencher as 4 casas C: $C_4^6 = 15$

Há 43 números errados para as 2 casas E: $C_2^{43} = 903$

No total há $15 \times 903 = 13\,545$ chaves com 4 resultados certos.

$$P(4) = \frac{13\,545}{13\,983\,816} \approx \frac{1}{1\,032}$$

Acertar em 3 números

Estrutura: CCCEEE

Casos favoráveis:

$$C_3^6 \times C_3^{43} = 20 \times 12\,341 = 246\,820$$

$$P(3) = \frac{246\,820}{13\,983\,816} \approx \frac{1}{57}$$

Acertar em 2 números

Estrutura: CCEEEE

Casos favoráveis:

$$C_2^6 \times C_4^{43} = 15 \times 123\,410 = 1\,851\,150$$

$$P(2) = \frac{1\,851\,150}{13\,983\,816} \approx \frac{1}{7{,}55} \approx 0{,}132$$

Acertar em 1 número

Estrutura: CEEEEE

Casos favoráveis:

$$C_1^6 \times C_5^{43} = 6 \times 962\,598 = 5\,775\,588$$

$$P(1) = \frac{5\,775\,588}{13\,983\,816} \approx 0{,}413$$

Acertar em 0 números

Estrutura: EEEEEE

Casos favoráveis: $C_6^{43} = 6\,096\,454$

$$P(0) = \frac{6\,096\,454}{13\,983\,816} \approx 0{,}436$$

Nota:

Observando o trabalho feito, vê-se que existe uma fórmula que nos dá directamente a probabilidade de acertar em x números:

$$P(x) = \frac{C_x^6 \times C_{6-x}^{43}}{C_6^{49}}$$

Acertar em 5 números e no suplementar

Representando por S o número suplementar, a estrutura da chave nestas condições é SCCCCC.

Casos favoráveis: $1 \times C_5^6 = 1 \times 6 = 6$

$$P(5+S) = \frac{6}{13\,983\,816} = \frac{1}{2\,330\,636}$$

E se forem 50 bolas?

É evidente que se, em vez de 49, as bolas forem 50 as probabilidades se alteram. Para as calcular podemos repetir o raciocínio que fizemos para as 49 ou então adaptar a fórmula para a nova situação:

$$P(x) = \frac{C_x^6 \times C_{6-x}^{44}}{C_6^{50}}$$

Obtemos assim os seguintes valores:

$$P(6) = \frac{1}{15\,890\,700}$$

$$P(5) \approx \frac{1}{60\,192}$$

$$P(4) \approx \frac{1}{1\,120}$$

$$P(3) \approx \frac{1}{60} \text{ ou } 1{,}67\%$$

$$P(2) \approx \frac{1}{7{,}8} \text{ ou } 12{,}8\%$$

$$P(1) \approx 0{,}410$$

$$P(0) \approx 0{,}444$$

$$P(5+S) = \frac{6}{15\,890\,700} = \frac{1}{2\,648\,450}$$

Tal como se esperava, todas as probabilidades de acertar diminuem com a existência da bola 0, com excepção da probabilidade de acertar em zero números, que aumenta. Com 50 bolas seria portanto mais difícil ganhar um prémio.

O que se mantém e o que muda com a bola 0

A polémica, que surgiu quando no sorteio apareceu a bola 0, desenvolveu-se a três níveis.

1º O sorteio tem de ser feito com 49 bolas

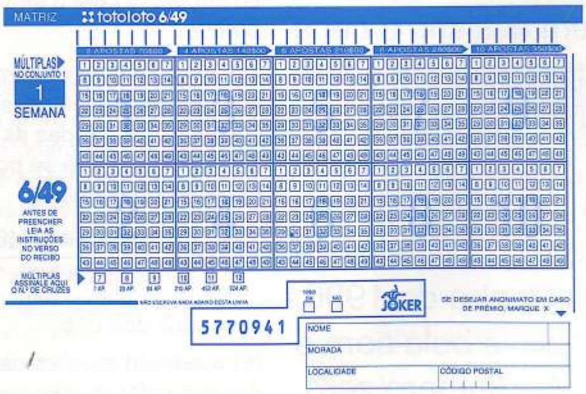
Aqui estamos todos de acordo. Não há dúvida que a bola 0 nunca poderia estar dentro da máquina. As bolas deveriam ter sido conferidas antes de se iniciar o sorteio e não o foram. Alguém inadvertidamente (ou então com enorme sentido de humor e sem medo das consequências...) colocou lá a bola extra.

2º As probabilidades alteram-se por haver 50 em vez de 49 bolas.

É evidente que sim, já fizemos os cálculos que o mostram. Mas então que se deve fazer quando sai a bola 0 que não deveria lá estar? A atitude que o júri tomou foi anular (ou ignorar) a bola 0 e extrair nova bola. Fazendo isto, o número de chaves possíveis voltou a ser de 13 983 816 e as probabilidades de acertar em 6, 5, 4 ou 3 números não se alteraram.

Em rigor, poderia haver na máquina um número qualquer de bolas. Desde que estejam lá todas as bolas 1 a 49 (sem nenhum número repetido), o que há a fazer é: sempre que sair uma bola numerada fora deste intervalo

(continua na página 28)



Como é possível?

Eduardo Veloso

Há dias foi publicada uma pequena brochura do Ministério da Educação sobre o acesso ao ensino superior[1]. Sendo o primeiro documento público, sobre assunto tão controverso, do novo ministério de um governo cuja prioridade é (ou era) a Educação, abri-o com rapidez. Pouco depois, apeteceu-me deitá-lo para o lixo.

Não quero discutir este documento. Isto é, não quero dar a minha opinião sobre se é melhor acabarem as específicas e começarem os exames nacionais, haver disciplina-base ou não e assim por diante. Essa é a grande ratoeira destes documentos e destas discussões. Em pouco tempo, toda a gente está envolvida na discussão das percentagens, das notas mínimas, do numerus clausus — os explicadores à espera das provas-tipo, os pais à espera das notas mínimas, e os alunos sabe-se lá à espera de quê...

Porventura o Ministério não quer senão isto mesmo. Está talvez a seguir a máxima dos donos da SIC, que dizem que a sua estação é como é porque apenas quer ser o reflexo do povo português: se o Big Show SIC e os outros programas são um verdadeiro tele-lixo, se as piadas dos seus apresentadores são baseadas na ordinarice mais rasteira, isso é porque os portugueses não apenas gostam disso, mas são isso mesmo, rasteiros e ordinários, um verdadeiro lixo. Talvez o Ministério pense também que a sua missão é ser igual, ser bem representativo "do seu povo", ou seja, dos pais, dos explicadores, da generalidade dos professores. E como os pais, e os explicadores, e muitos professores, não podem imaginar um ensino sem exames, sem específicas mas também sem provas nacionais, e, evidentemente, sem testes, sem exames de frequência... o Ministério o que tem a fazer, de cada vez que se pronuncia sobre este tema magno, é dizer quais são as novas regras do jogo: agora já não há PGA mas há aferições e logo já não há específicas e há nacionais e amanhã já não haverá estes exames mas sim aqueles, e os de ontem não servem para hoje, e os de hoje talvez sirvam para amanhã mas depois diremos! A adaptação à "vontade popular" é de tal ordem que mesmo as longas justificações educativas e sociais da necessidade imperiosa de fazer estes e não aqueles exames já tombou completamente de moda. Isso é talvez a única coisa que se compreende: para quê justificar uma mudança se amanhã temos que justificar provavelmente a mudança em sentido inverso? Não percamos então tempo com esses pormenores, vamos às regras que é o que interessa na prática!

Como é possível estarmos ainda neste estado? Como é possível não haver uma compreensão geral de que todas estas trocas e baldrocas dos exames e dos seus nomes é absurda, sobretudo se não for para dizer em voz bem alta, ao mesmo tempo, que

tudo isto é transitório!

É preciso alguém exprimir, e a direcção da APM devia ter a coragem de avançar nesse sentido, que os exames e os testes devem ser vistos como qualquer coisa a abolir num futuro próximo e que novas maneiras de ver as questões do acesso ao ensino superior e da avaliação devem ser propostas e discutidas imediatamente. Apenas para tentar provocar a discussão e algumas reacções (mas não tenho grandes esperanças) avanço os seguintes pontos:

• o objectivo a atingir e atingível é o de permitir a todos os jovens que o desejem, e que terminaram normalmente o ensino secundário, prosseguir os seus estudos num estabelecimento de ensino superior;

• terminar normalmente o ensino secundário não é fazer qualquer espécie de exame final — isso será terminar anormalmente — mas sim ser possuidor de um relatório, de carácter qualitativo, produzido pela escola que frequentou;

• de resto, isto devia ser norma sempre que o aluno terminasse um ciclo de estudos — ele iria transportando consigo, de ciclo para ciclo e de escola para escola um dossier relativo à sua vida escolar, não com apreciações sempre precipitadas sobre qual deveria ser o seu destino escolar, mas sobretudo com produtos exemplares dos aspectos positivos da sua actividade;

• através do exame desse dossier — e dos seus eventuais resumos e sínteses — seria possível perceber, à escola superior que apreciasse a admissão desse aluno, as suas características, as suas forças e as suas fraquezas, e se aquela escola teria as melhores condições para ser o local onde ele fosse prosseguir os seus estudos;

• uma das vantagens do dossier qualitativo é eliminar de uma vez por todas as classificações numéricas; as diferenças importantes entre os jovens são de natureza qualitativa e não quantitativa — são as suas tendências, os seus gostos, as suas inclinações e interesses, os tipos de trabalho e actividades que tem desenvolvido com maior êxito e interesse, que constituem a melhor fonte de informação para a escola onde o aluno vai prosseguir os seus estudos; o ponto de partida do trabalho da escola e dos professores deve ser o conhecimento qualitativo dos alunos, pois é a escola que tem de procurar corresponder às características dos seus alunos e não os alunos que têm de se uniformizar perante as idiossincrasias da escola e dos professores;

• o fim dos exames e dos testes corresponde a levar até ao fim as tendências inovadores da moderna pedagogia; os exames constituem um processo de avaliação completamente inadequado para compreender e apreciar a evolução dos alunos em muitos aspectos hoje considerados relevantes — as qualidades de trabalho em grupo, as capacidades de comunicação escrita e oral, de argumentação, de persistência perante as dificuldades, de imaginação, de criatividade. Quanto à avaliação de conhecimentos, os exames apenas a podem fazer de modo estereotipado, uniforme — e isto é contrário à ideia de que os alunos constroem o seu próprio conhecimento, que o fazem em ritmos diferentes e muitas vezes explicitando esse conhecimento de maneira pessoal, diferenciada, original.

Tudo isto é controverso, eu sei. Mas era o que devíamos andar a discutir, e não se os exames finais devem valer 60 ou 70%. A escola, como disse um dia Ubiratan D'Ambrósio aos alunos da Faculdade de Ciências, destina-se a educar, e não a classificar, a seriar. É natural a sociedade pedir isso à escola, e é natural também que o ensino superior faça o mesmo em relação à escola secundária. Isso facilita o trabalho dos empregadores e dos reitores. Não têm que pensar, é como a escolha das maçãs na CEE — entram as que têm um certo calibre, ficam de fora as de calibre inferior. Mas nós devemos recusar-nos a ser uma máquina de calibrar, somos capazes de fazer melhor do que isso.

Mas quereremos?

Eduardo Veloso

[1]Estou a escrever em 24 de Fevereiro de 1996

Bola Zero

(Continuação da página 26)

não a consideramos e extraímos nova bola para a substituir. Desta forma, todos os jogadores estão em igualdade de circunstâncias e as probabilidades de prémio não se modificam.

3º O facto de haver uma bola extra, mesmo que ela não saia, altera o resultado final da extracção

É claro que, havendo na máquina uma bola indevida, ela choca com as outras, altera-lhes as posições e faz com que as bolas extraídas não sejam as mesmas. Mas é justamente isto que faz com que a extracção seja um fenómeno aleatório. Qualquer alteração, por mais pequena que seja, das condições iniciais ou intermédias vai provocar um resultado diferente. Como as bolas vão dar milhares de choques entre si enquanto a máquina roda, basta que um dos choques não se faça nas mesmas condições para que os choques seguintes se alterem cada vez mais, fazendo com que o resultado final seja imprevisível.

Quando as bolas são colocadas na máquina, basta uma imperceptível rotação numa delas para que o resultado seja diferente. Quando se fecha a tampa, as bolas abanam ligeiramente e o resultado da extração altera-se. As vibrações provocadas pelos passos do apresentador na sala ou por um automóvel que passa na rua enquanto a máquina gira vão provocar minúsculas alterações nos choques das bolas, essas alterações vão sendo amplificadas e dois segundos depois as posições relativas das bolas já são muito diferentes. As pequenas flutuações de energia eléctrica fazem com que a máquina não rode sempre da mesma maneira e o os números saídos alteram-se...

Ora não parece lógico reclamar que a chave do Totoloto foi diferente porque o apresentador andou na sala durante o sorteio, porque passou um automóvel na rua ou porque a EDP não forneceu energia eléctrica absolutamente constante enquanto a máquina girava.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira - Lisboa

Capa do nº 8 da *Educação e Matemática*

Conectar problemas: uma nova estratégia de resolução de problemas combinatórios

Seiji Hariki

Muitas vezes, os problemas de cálculo combinatório são simplesmente tratados como exercícios para aplicar uma fórmula acabada de expor, seja a dos arranjos, das permutações ou das combinações. Encarados deste modo, os problemas combinatórios tornam-se difíceis quando surgem fora de um contexto teórico óbvio. Neste artigo, apresentam-se argumentos e exemplos procurando mostrar que estabelecer conexões entre diferentes problemas combinatórios pode constituir uma boa estratégia de resolução deste tipo de problemas.

Introdução

Problemas combinatórios são usualmente considerados difíceis pela maioria dos alunos e professores de matemática. Talvez a principal dificuldade seja a da conexão correta entre o problema dado e a teoria matemática correspondente: é difícil determinar se o problema combinatório dado é um problema de arranjo, de permutação ou de combinação, ou então se é suficiente usar diretamente o princípio multiplicativo.

Esta dificuldade não é muito visível quando se utiliza um livro-texto, pois se o problema é proposto como exercício no fim de uma seção, é óbvio que ele deve ser conectado com a teoria exposta na mesma seção, ou então que se deva observar os exemplos e exercícios resolvidos nessa mesma seção. A dificuldade torna-se patente quando o problema é apresentado isoladamente, fora de um contexto teórico óbvio, por exemplo, num exame vestibular. Neste artigo não vamos cuidar desse aspecto, isto é, da relação entre o problema combinatório e a teoria; em vez disso, vamos tratar das conexões entre problemas combinatórios. Argumentamos que o estabelecimento dessas conexões constitui-se numa boa estratégia de resolução de problemas combinatórios.

1. Estratégia da Conexão

Uma das perguntas heurísticas de George Polya é: conheces um problema correlato? A *estratégia da conexão* consiste exatamente na busca de problemas relacionados ao problema combinatório dado. Nesta seção visamos ilustrar com um exemplo o funcionamento desta estratégia.

Vamos trabalhar com o seguinte problema que encontramos num texto de análise combinatória (Bachx et al., p. 107).

PROBLEMA 1:

De quantos modos se pode pintar 6 esferas iguais, usando-se apenas 3 cores diferentes?

Este problema é proposto pelos autores como exercício no fim do capítulo sobre equações lineares com coeficientes unitários. Vejamos então como resolver este problema dentro desse contexto. Digamos, para fixar as ideias, que as cores sejam Amarelo, Branco e Verde.

Antes de qualquer coisa, observemos que o enunciado é obscuro: é dito que devemos utilizar **apenas** 3 cores diferentes; isto implica obviamente que não podemos utilizar mais do que três cores. No entanto, não é claro quanto a podermos utilizar somente uma cor ou somente duas cores.

Esta falta de clareza é bastante comum nos problemas combinatórios. Para resolver o problema, vamos arbitrariamente assumir essas possibilidades. Admitiremos, por exemplo, que podemos pintar todas as esferas de amarelo, ou então algumas delas de amarelo e as restantes de verde.

Para equacionar o problema, seja x o número de esferas pintadas de amarelo, y o número de esferas pintadas de branco, e z o número de esferas pintadas de verde. Temos que

$$x + y + z = 6$$

O nosso problema é então equivalente ao seguinte problema "puramente" matemático.

PROBLEMA 2:
Determinar o número de soluções inteiras não negativas da equação linear com coeficientes unitários
$x + y + z = 6$

Sabemos, pela teoria exposta no capítulo do livro-texto, que este número é igual ao número de combinações de 8 (=6+3-1) objectos, tomados 2 (=3-1) a 2, isto é, é igual a 28. Portanto, há 28 modos de se pintar 6 esferas iguais, usando-se 3 cores diferentes.

Para os leitores do mencionado livro-texto, a conexão entre os problemas 1 e 2 é canonicamente esperada, pois trata-se de conectar um exercício de fim de capítulo com a teoria exposta no capítulo.

A análise combinatória é no entanto muito mais rica. Vamos agora mostrar que existem outros modos de resolução, ou melhor, que existem outros problemas analogicamente conexos ao nosso problema. Verifiquemos primeiramente que o nosso problema é análogo (mais do que análogo, é equivalente) ao seguinte problema de colocar bolas em urnas.

PROBLEMA 3:
Temos 3 urnas A, B e V. De quantas formas podemos colocar nelas 6 bolas indistinguíveis, podendo eventualmente uma (ou duas) das urnas ficar vazia?

Qual é a analogia?

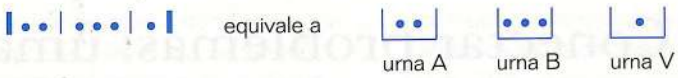
"Pintar uma esfera de amarelo, branco ou verde", equivale a "colocar uma bola na urna A, B ou V", respectivamente.

Assim, "pintar 2 esferas de amarelo, 3 de branco e 1 esfera de verde" equivale a "colocar 2 bolas na urna A, 3 bolas na urna B e 1 bola na urna V".

É usual resolver este problema de colocar bolas em urnas associando-o ao seguinte problema de dispor bolinhas e barrinhas em fileira.

PROBLEMA 4:
Calcular o número de modos de se dispor 6 bolinhas e 2 barrinhas em fileira, entre 2 barras fixas.

A ilustração mostra a analogia entre os problemas 3 e 4.



Para resolver o problema 4, é preciso não olhar as bolinhas e as barrinhas mas os "espaços entre as bolinhas, ou entre uma barra lateral e uma bolinha". Cada disposição está determinada se sabemos em quais "espaços" colocamos as 2 barrinhas. No nosso caso, o número de "espaços" é 7. Temos então que

(i) o número de disposições em que as duas barrinhas caem em espaços distintos é igual ao número de combinações de 7 objectos (espaços), tomados 2 a 2, o que dá igual a 21,

(ii) o número de disposições em que as duas barrinhas caem no mesmo espaço é igual a 7.

Logo, o número total de disposições é igual a $28 = 21 + 7$.

Resumindo: para resolver um certo tipo de problema combinatório, podemos utilizar o *esquema da equação linear*, conectando-o com uma equação linear de coeficientes unitários, ou o *esquema das urnas*, conectando-o com um problema de colocação de bolas em urnas, ou o *esquema das barras*.

O livro-texto que examinamos sugere que se utilize o esquema da equação linear. Nós afirmamos que na verdade os alunos dispõem de quatro esquemas para resolver um certo tipo de problema combinatório:

(i) o esquema da equação linear (conexão com o problema 2),

(ii) o esquema das urnas (conexão com o problema 3),

(iii) o esquema das barras (conexão com o problema 4),

(iv) o esquema da pintura (conexão com o problema 1).

Do ponto de vista matemático, os quatro problemas são completamente equivalentes, não há nenhuma justificativa matemática para se dar preferência a qualquer um dos esquemas acima. É uma questão de gosto pessoal utilizar um dos esquemas como esquema preferencial.

É plausível portanto esperar que, pelo menos em análise combinatória, o esquema didático tradicional "explanação de teoria matemática seguida de resolução de exercícios" possa ser substituído por um esquema mais construtivista, que é o da conexão de problemas. Neste esquema, seria fundamental a utilização do pensamento analógico.

2. Estratégia de Imersão

A estratégia da conexão vista na seção 1 implicou em procurar problemas equivalentes ao problema dado. Uma outra ideia seria imergir o nosso problema numa família de problemas similares, assim como às vezes imergimos uma dada equação diferencial numa família de equações diferenciais. Uma das maneiras óbvias de fazer isso é produzir problemas conexos por meio da variação dos dados numéricos do problema. A estratégia da imersão está baseada no que George Polya (1978) chama de o "paradoxo do inventor": é possível que seja mais fácil resolver muitos problemas do que um só.

Para ilustrar esta estratégia, vamos considerar novamente o problema da seção 1: de quantos modos se pode pintar 6 esferas iguais, usando apenas três cores diferentes?

Este problema pertence à família de problemas que pode ser resumida no seguinte problema.

PROBLEMA GERAL:
De quantos modos se pode pintar n esferas iguais, usando-se apenas p cores diferentes?

O nosso problema particular é então o problema $(n, p) = (6, 3)$.

Vamos explorar a resolução de problemas mais simples que o nosso; por exemplo, podemos diminuir o número de esferas para 3 e o número de cores para 2. Digamos neste caso que as cores sejam V e A. Temos os seguintes modos de pintar:

VVV (pintamos todas as esferasde V)

VVA (pintamos duas esferas de V e uma de A)

VAA (pintamos uma esfera de V e duas de A)

AAA (pintamos todas as esferas de A)

Há portanto 4 modos de se pintar 3 esferas iguais com 2 cores diferentes.

É fácil generalizar: se temos *n* esferas iguais e 2 cores diferentes, haverá *n*+1 modos de se pintar.

Consideremos agora o problema em que se utilizam 3 cores diferentes. Digamos que as cores sejam V, A e B.

Um caso simples é (*n*, *p*) = (4, 3). Os modos de pintar são os seguintes:

VVVV	VVVA	VVAA	VAAA	AAAA
	VVVB	VVAB	VAAB	AAAB
		VVBB	VABB	AABB
			VBBB	ABBB
				BBBB

Há portanto 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 modos de se pintar 4 esferas iguais com 3 cores diferentes. Nesta soma, 1 representa o número de modos de pintar todas as esferas de V; 2, o número de modos de pintar 3 esferas de V; 3, o número de modos de pintar 2 esferas de V; 4, o número de modos de pintar 1 esfera de V e 5, o número de modos de pintar nenhuma esfera de V.

É fácil generalizar: se temos *n* esferas e 3 cores diferentes, há

$$1 + 2 + ... + (n + 1) = (n + 1) . (n + 2)/2$$

modos de se pintar.

Nosso problema (n, p) = (6, 3) tem portanto como solução 7.8/2 = 28.

Os casos *p* = 2 e *p* = 3 apresentam padrões interessantes. Vejamos agora o que acontece quando temos 4 cores. Para começar estudemos o caso (*n*, *p*) = (5, 4). Digamos que as cores sejam V, A, B, C. A contagem pode ser feita contando-se quantos modos há de pintar 5, 4, 3, 2, 1, 0 esferas de V.

(1) Há 1 modo de pintar as 5 esferas de V.

(2) Pintadas 4 esferas de V, resta 1 esfera e 3 cores. Há portanto 3 modos de pintar 4 esferas de V.

(3) Pintadas 3 esferas de V, restam 2 esferas e 3 cores. Recorrência! Há portanto 6 modos de pintar 3 esferas de V.

(4) Pintadas 2 esferas de V, restam 3 esferas e 3 cores. Recorrência novamente. Há portanto 10 modos de pintar 2 esferas de V.

(5) Pintada 1 esfera de V, restam 4 esferas e 3 cores. Há portanto 15 modos de pintar 1 esfera de V.

(6) Se não pintarmos nenhuma esfera de V, temos 5 esferas e 3 cores. Há portanto 21 modos de pintar nenhuma esfera de V.

Dessa forma, há 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 = 56 modos de se pintar 5 esferas iguais com 4 cores diferentes. Este padrão lembra o triângulo de Pascal!

Vemos que para 5 esferas e 4 cores, temos C (8, 3) = 56 modos de se pintar.

É fácil generalizar: para *n* esferas e 4 cores, teremos C (*n*+3, 3).

Generalizando mais ainda: se temos *n* esferas e *p* cores diferentes, teremos C (*n* + *p* - 1, *p* - 1) modos de se pintar.

Com a imersão do nosso problema numa família de problemas conexos, pudemos resolver não apenas o problema original mas todos os problemas da família! Além disso, tivemos um "insight", que é a relação do nosso problema com o triângulo de Pascal. Mais ainda, descobrimos como sub-produto uma propriedade da soma parcial dos elementos de uma coluna do triângulo de Pascal.

3. Considerações Finais

Utilizar as estratégias da conexão e da imersão significa adotar uma nova perspectiva epistemológica: a matemática deve ser encarada como uma constante actividade de resolução de problemas, conexão entre problemas e criação de novos problemas; é sobre essa rede de problemas coligados que os conceitos matemáticos se tornam vivos, significativos.

Bibliografia

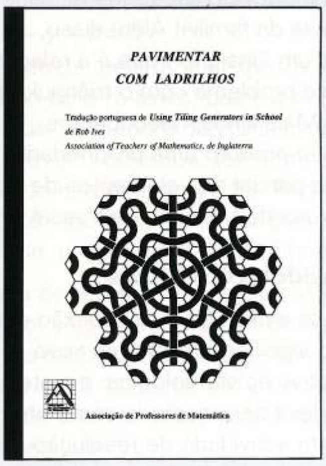
Bach et al. (1975). *Prelúdio à Análise Combinatória.* São Paulo: Companhia Editora Nacional.

Polya, George (1978). *A Arte de Resolver Problemas.* Rio de Janeiro: Editora Interciência.

Seiji Hariki
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

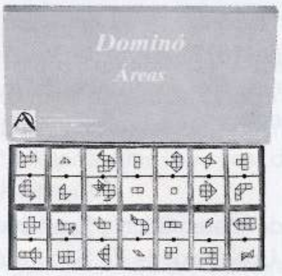
n \ p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
0	1									
1	1	1								
2	1	2	1							
3	1	3	3	1						
4	1	4	6	4	1					
5	1	5	10	10	5	1				
6	1	6	15	20	15	6	1			
7	1	7	21	35	35	21	7	1		
8	1	8	28	$\boxed{56}$	70	56	28	8	1	
...	....									

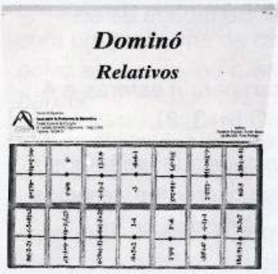
Publicações Materiais APM



A Aprendizagem da Matemática e o Jogo
Preço 1750$00 (sócios 1250$00)

Pavimentar com Ladrilhos
Tradução Portuguesa de **Using Tiling Generators in School** de Rob Ives
Association of Teachers of Mathematics, de Inglaterra
Preço 430$00 (sócios 300$00)





Quadrante Vol. 4 Nº2
Revista Teórica e de Investigação
Preço 1100$00 (sócios 900$00)

Dominós - Áreas, Perímetros, Decimais, Quocientes, Expressões Numéricas, Fracções Equivalentes, Relativos
Preço - um dominó: 1000$00
sete dominós: 5000$00

No caso de desejar que lhe seja enviada qualquer publicação da APM pelo correio deverá enviar a respectiva quantia acrescida da percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e despesas de embalagem).
As percentagens de cobrança são as seguintes:
até 2500$00 - 20%
de 2501$00 a 5000$00 - 15%
mais de 5000$00 - 10%

Quota de 1996

No ano de 1996 o valor da quota é de **5000$00** (3500$00, para o sócio estudante e 5500$00 para os sócios estrangeiros). Se ainda não pagou a sua quota, pode optar por desconto bancário **até 31 de Janeiro**. Após esta data deve efectuar o pagamento enviando um cheque, ou vale postal, à ordem da Associação de Professores de Matemática para a seguinte morada:

Associação de Professores de Matemática - Escola Superior de Educação de Lisboa
Rua Carolina Michaelis de Vasconcelos 1500 Lisboa

Para as Escolas ou outras Instituições ligadas à Educação existem três modalidades:

a) mediante o pagamento de **2.500$00** a Instituição assinará a revista Educação & Matemática, recebendo 1 exemplar de cada um dos quatro números anuais.

b) mediante o pagamento de **5.000$00** a Instituição receberá 1 exemplar de cada um dos quatro números anuais da revista Educação & Matemática, o Boletim APM *Informação* e poderá adquirir qualquer publicação da APM a preço de sócio.

c) mediante o pagamento de **8.000$00** a Instituição receberá 2 exemplares de cada um dos quatro números anuais da revista Educação & Matemática, o boletim APM *Informação* e as Actas do Profmat (Encontro Nacional de Professores de Matemática), realizado nesse ano. A Instituição poderá, ainda, adquirir qualquer publicação da APM a preço de sócio.

Os sócios que residem no estrangeiro deverão enviar o valor da quota em vale postal, ou em cheque passado sobre um banco português, ou ainda através do cartão Visa, Mastercard ou Eurocard, preenchendo o impresso abaixo.

Só para sócios residentes no estrangeiro

(Nome) ______________________ autorizo que seja debitado no meu

cartão número |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_| |_|_|_|_|

Visa ☐ VISA

MasterCard ☐ MasterCard

Eurocard ☐ EUROCARD

Validade ____________ o valor de ____________ correspondente a ____________

____________ Data __/__/__

Assinatura ______________________

Ficha de inscrição/actualização na Associação de Professores de Matemática

Sócio nº ____________

Nome ______________________

______________________ Tel: ____________

Morada ______________________

Código Postal ____________ Ano em que começou a leccionar: ____________

Data de nascimento ______/______/______ Nível de ensino: ____________

Escola ______________________

Localidade ______________________ Distrito ____________

Categoria Profissional ______________________

Alteração das Normas de Funcionamento Interno

A APM faz 10 anos. A dimensão que atingiu (cerca de 3500 sócios efectivos) e a experiência acumulada ao longo destes anos exigem que se repensem alguns aspectos do seu funcionamento. Assim, a Direcção decidiu depois de consultado o Conselho Nacional, alterar as Normas de Funcionamento Interno no ponto referente aos sócios com as quotas em atraso:

"Os sócios com mais de dois anos de quotas em atraso para readquirirem os seus plenos direitos terão de pagar as quotas dos dois anos anteriores à data em que o decidirem fazer".

índice