

Educação e Matemática

Nº 36

4º trimestre de 1995



Évora, 1995

Dez anos de ProfMat

Preço: 600\$00

Revista da Associação de Professores de Matemática



ICME 8
SEVILLA 1996

O 8º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 8) terá lugar em Sevilha, de 14 a 21 de Julho.

O ICME realiza-se apenas de 4 em 4 anos e é o maior encontro internacional desta área, incluindo sessões muito variadas, sobre inúmeros temas, com a participação de professores, investigadores, matemáticos,...

Este ano, a Comissão Organizadora espera reunir vários milhares de educadores matemáticos de todo o mundo!

Para mais informações, contacte a APM ou a Secretaria Técnica do ICME-8, apartado 4172, 41080-Sevilla, Espanha. Fax: 0034-5-4218334.

Neste número colaboraram

Ana Manuela Marques Correia, Ana Isabel Rosendo, António Baeta Oliveira, Arsélio Martins, Branca Silveira, Carlos Alberto Vintém, Grupo de Trabalho do Centro de Recursos da APM, José Filipe Tiago, José Paulo Viana, Leandro de Almeida, Lurdes Figueiral, Lurdes Serrazina, Manuela Pires, Maria João Lagarto, Maria Margarida Pereira Queiróz, Roberto Oliveira, Susana Diego.

Sobre a capa

A capa deste número reproduz o painel comemorativo dos Dez Anos de ProfMat que a APM recebeu na Festa de Anos do ProfMat, em Évora. Nesta Festa, cada um dos 22 *totalistas* do ProfMat recebeu um azulejo diferente, manufacturado pela artista Teodolinda Duarte, celebrando o facto de terem participado em todos os Encontros. O painel da APM é composto por cópias destes 22 azulejos, no seu conjunto iguais aos que receberam todos os totalistas do ProfMat. Para além de prestar homenagem à APM, que apesar de só ter sido criada em Portalegre já era embrionária em Lisboa, o painel pretende também homenagear todos os professores que ao longo dos anos têm vindo a fazer crescer o nosso Encontro. A fotografia do painel é de Henrique Guimarães.

Data de publicação

Este número foi publicado em Janeiro de 1996.

n° 36
4º trimestre
de 1995



EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Paulo Abrantes

Redacção
Alexandra Pinheiro
Ana Boavida
Ana Paula Canavarro
Ana Vieira
Eduardo Veloso
Helena Lopes
Henrique M. Guimarães
Isabel Amorim
Maria João Lagarto
Maria José Bóia
Rosário Ribeiro

Entidade Proprietária
Associação de Professores
de Matemática

Periodicidade
Trimestral

Tiragem
3500 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
N° de Registo: 112807
N° de Depósito Legal: XXXXXX

Correspondência
Associação de Professores
de Matemática
Escola Superior de Educação de
Lisboa
Rua Carolina Michaelis de
Vasconcelos
1500 Lisboa
Tel/Fax: (351) (1) 7166424

**Nota: Os artigos assinados
são da responsabilidade dos seus
autores, não reflectindo
necessariamente os pontos de vista
da Redacção da Revista.**

O nosso Encontro

Henrique Manuel Guimarães

Mãe, o que é o ProfMat?

Começava com esta frase, numa voz de criança, o diaporama apresentado na sessão plenária que se realizou no ProfMat de Évora, sobre os dez anos do nosso Encontro. Tratou-se de uma pequena homenagem à criança que fica em casa vendo a mãe sair por vários dias, rumo a um lugar de nome estranho, e à mãe, professora, que parte deixando por esses dias, os filhos, a família, a casa.

Hoje é possível, tem sido possível, reunir muitas centenas de professores e portanto de professoras, mulheres, mães, capazes de tornar uma possibilidade, algo que há alguns anos, talvez nem tantos como isso, seria dificilmente imaginável. E isto tem certamente significado.

O primeiro ProfMat foi em Lisboa em 1985, ainda não tinha nascido a APM que viria a ser constituída, no ano seguinte, no ProfMat de Portalegre. Seguiram-se, até 1995, Bragança, Faro, Viana, Caldas, Porto, Viseu, Ponta Delgada, Leiria e Évora, cumprindo sempre a determinação decidida em Portalegre de deixar Lisboa e, em cada ano, levar o encontro a uma cidade diferente do país.

Em 1986, fundaram a APM cerca de 150 professores e, passado um ano, eram mais do dobro os presentes no ProfMat de Bragança. Em 1989, em Viana, ultrapassaram os 500, em Viseu, três anos mais tarde, chegava-se ao milhar e, em Évora, no 10º aniversário do ProfMat, foram cerca de 1500.

Acompanhando o crescimento do número de associados da APM, o ProfMat foi também sempre crescendo, reunindo todos os anos um número muito significativo de professores de várias zonas do país e de todos os níveis de escolaridade.

Uma evolução a todos os títulos notável, que fez com que o ProfMat se tenha afirmado como uma realização de inegável importância, não só ao nível da APM, mas ao nível da educação matemática em Portugal.

Ao mesmo tempo que aumentava o número de participantes, aumentava também a quantidade de sessões e o número de pessoas envolvidas na sua dinamização e na apresentação trabalhos, diversificavam-se os esquemas organizativos e o tipo de sessões propostas.

Foi assim que foram aparecendo, para além das comunicações e das conferências plenárias, outro tipo de sessões como as sessões práticas, os grupos de discussão, os grupos de trabalho e os grupos temáticos, as mesas redondas e os painéis, as sessões temáticas ou conferências, as sessões de apresentação de projectos, a Feira de Ideias e Materiais, a Abertura à População.

Em 1985 realizaram-se cerca de 30 sessões dinamizadas por meia centena de professores, e, no ano passado, o número de sessões ultrapassou os 120 e os professores envolvidos na sua organização e dinamização foram mais de 250.

Se muitas destas sessões, pela sua natureza, têm origem por iniciativa das comissões organizadoras dos encontros que convidam professores para as realizar, podemos dizer no entanto que, hoje, cerca de dois terços do ProfMat é constituído por comunicações e sessões práticas, isto é, por sessões de iniciativa dos professores que garantem assim, com o seu trabalho, interesse e

disponibilidade, uma larga parte do conteúdo do ProfMat.

Isto significa o reconhecimento crescente, da parte do professor, do valor do seu trabalho e da importância que há na apresentação, confronto e discussão das ideias, experiências e materiais que vai desenvolvendo na sua prática profissional.

A auto-confiança, a consciência da importância do seu papel e experiência na educação e no ensino, e a valorização da comunicação e intercâmbio referidos são ingredientes fundamentais para um efectivo desenvolvimento profissional e para o assumir de um maior protagonismo no processo de renovação educativa.

Na verdade, o ProfMat é, reconhecidamente, um êxito.

Em primeiro lugar, penso, porque foi, é, um encontro necessário e desejado pelos professores. Os professores de Matemática *precisavam* de se encontrar para contrariar o isolamento tendencial das escolas, o seu próprio isolamento na escola e por vezes

mesmo no próprio grupo disciplinar. Os professores precisavam de se encontrar enquanto pessoas e profissionais do mesmo ofício.

Encontrar significa exactamente ver, deparar, descobrir, mas também cruzar, defrontar, contrapor e o ProfMat tem correspondido a essa necessidade. A situação escolar geral, em particular no ensino da Matemática, e a dinâmica associativa criada no âmbito da APM proporcionaram condições para que tal acontecesse e se desenvolvesse. Hoje é um encontro que se deseja e que todos os anos se espera. Basta reparar que, de ano para ano, ainda não acabou o ProfMat e já se ouve pelos corredores: "Para o ano aonde é?".

Mas é, também, um encontro que é desejado, *querido*, por cada uma das suas comissões organizativas. Os diversos grupos de professores que em, cada ano, se têm proposto pôr de pé o nosso Encontro, tem-no assumido como o *seu* ProfMat, com tudo o que isto significa de investimento

pessoal e afectivo e com conseqüências que têm contribuído para o seu sucesso.

O gosto em receber as pessoas, os colegas, vindos de outras paragens, o cuidado posto nos aspectos organizativos e na qualidade do programa, a atenção dada aos aspectos culturais e de convívio. E, ainda, a vontade de, de ano para ano, marcar uma diferença com propostas de novas actividades, sessões ou soluções organizativas. Em cada ano o ProfMat teria que ser maior e melhor ainda que no ano anterior.

Deste modo, o ProfMat foi *crecendo*, correspondendo à vitalidade da APM (e estimulando-a) e tendo em conta (e gerando) interesses dos professores. O desenvolvimento da educação matemática em Portugal, o trabalho nas escolas de formação de professores e o trabalho dos professores com os seus alunos e colegas nas escolas, são o seu alimento.

Henrique M. Guimarães
Universidade de Lisboa

Dez anos de *Educação e Matemática*

Muitos talvez não saibam e outros não se lembrarão, mas a nossa revista vais fazer dez anos. O nº 1 saiu em Janeiro de 1987 e, portanto, com o próximo número, a *Educação e Matemática* inicia o seu décimo ano de publicação sem interrupções, a princípio com alguns atrasos na sua periodicidade, mas conseguindo, nos últimos anos, manter uma regularidade apreciável.

Durante este ano, assinalando o aniversário, a redacção da revista propõe-se levar a cabo um conjunto de realizações, uma das quais é o motivo desta comunicação.

Educação e Matemática é a revista da APM. É a nossa revista. O que pensam os sócios da sua revista? Do material que é publicado, do seu aspecto e organização gráficos? O que agrada mais na revista? O que é que deveria mudar?

Escreva-nos uma carta — um parágrafo, uma página, duas ou três se quiser — com as suas opiniões a propósito das questões que acabámos de enunciar. Pode ser também um comentário sobre a revista ou um conjunto de sugestões. Ou ainda, se preferir, pode escrever-nos dando, do modo que entender, a sua visão da *Educação e Matemática*.

No primeiro número de 1996 abrir-se-á uma *secção especial* onde publicaremos todas as contribuições que a este respeito nos chegarem. Esta secção manter-se-á em todos os números do ano e, se se justificar, poderá mesmo continuar em números subsequentes.

A pretexto de um aniversário é uma maneira de darmos conta, como dissémos, do que pensam os sócios da sua revista. Não hesite e escreva já. Não precisa até de dizer tudo de uma vez, pode fazê-lo por partes, em vários números.

Estamos todos à espera.

Escreva para:

Associação de Professores de Matemática, *Educação e Matemática*
Escola Superior de Educação, R. Carolina Michaelis de Vasconcelos, 1500 Lisboa

O hino do ProfMat

A ideia de se criar um hino para o ProfMat tinha quase tantos anos como o próprio... Foi em Portalegre que o "maestro" José Duarte se começou a inspirar, entusiasmado com a brilhante prestação do então improvisado Coro da APM que, apenas com duas horas tardias de ensaio (tiraram o sono a alguma gente!...), desafiava na Sessão Cultural o Grupo de Cantares Alentejanos que actuou, cantando Os olhos da Marianita a quatro vozes (ou seria a mais?!). Mal sabia a Marianita que os seus olhos veriam a maior parte dos ProfMat que se seguiram, acompanhados nos últimos anos pelo João Brandão e seu violão. De regresso ao Alentejo, decide-se desta vez o José Duarte a compor um hino a sério, para brindar os Dez Anos de Encontro. Não é possível pôr no papel a música do Hino e muito menos a emoção que viveu quem o cantou na festa de anos do ProfMat. Mas fica aqui a letra, para que todos tenham oportunidade de a conhecer. Obrigado, José Duarte!



Fotografia da Festa de Anos do ProfMat, no momento em que todos os presentes na sala cantavam o hino do ProfMat, acompanhando o Coro dirigido pelo José Duarte.

Terra imensa, forma e número lá
vemos
Tanta vida, tantos laços p'ra criar
E lá longe, o infinito pretendemos
Com a APM alcançar

Gente nova, gente velha, um projecto
de uma ideia
Construímos um espaço onde criar
E hoje temos muita gente que semeia
Novos rumos, novas formas, apostar

(Refrão)

Porque é na nossa APM
Porque é na nossa APM
Onde o sonho maior
É formar gente feliz
Gostamos de estar aqui

Matemática, uma leitura do mundo
Uma arte, forma de comunicar
Um saber, um querer cá bem no
fundo
Uma ajuda a interpretar

Não é fria, nem agreste, nem se solta
como o vento
Não é rocha, coisa firme sem mudar
Traz consigo novas formas, novo
alento
Tem consigo muita força p'ra nos dar

(Refrão)

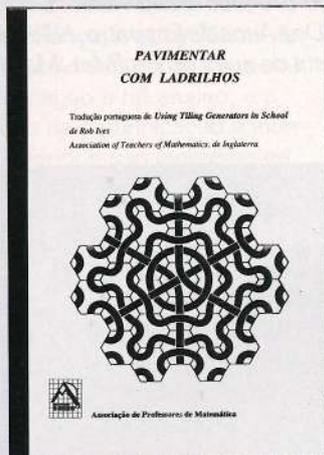
Muita história e um passado recente
ProfMat que na capital nasceu
Portalegre foi o berço desta gente
Que ao longo de anos cresceu

Hoje é corpo, hoje é vida, hoje é
Évora, alegria
Faz dez anos que juntámos p'ra mudar
Uma luta que travamos todo o dia
Um percurso longo p'ra continuar

(Refrão)

Letra: José Duarte, Esc. Sup. de Educação de Setúbal
Música: José Carlos Godinho, Esc. Sup. de Educação de Setúbal

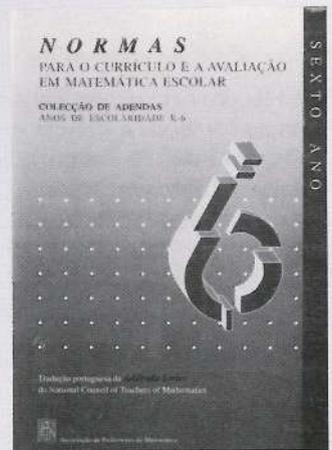
Publicações APM



Pavimentar com Ladrilhos
Tradução Portuguesa de **Using Tiling Generators in School** de Rob Ives
Association of Teachers of Mathematics, de Inglaterra
Preço 300\$00 (sócios 430\$00)



A Aprendizagem da Matemática e o Jogo
Preço 1750\$00 (sócios 1250\$00)



Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar
tradução portuguesa das Addenda Series do National Council of Teachers of Mathematics
Preço 500\$00 (sócios 700\$00)



Dia-a-dia com a Matemática
Agenda do Professor 1995/1996
Preço 750\$00 (sócios 550\$00)

No caso de desejar que lhe seja enviada qualquer publicação da APM pelo correio deverá enviar a respectiva quantia acrescida da percentagem correspondente para cobrir as despesas relativas à expedição (porte do correio e despesas de embalagem).

As percentagens de cobrança são as seguintes:

*até 2500\$00 - 20%
de 2501\$00 a 5000\$00 - 15%
mais de 5000\$00 - 10%*

Sensações do ProfMat 95

Carlos Alberto Vintém

Há alguns anos atrás, devido à minha participação no Projecto MINERVA no Pólo da Escola Superior de Educação de Portalegre, frequentava com alguma assiduidade o Pólo, do mesmo projecto, da Faculdade de Ciências de Lisboa (FCL). Estas visitas tinham como objectivo participar em acções de formação, organizadas pelo Pólo, trocar experiências com elementos que desenvolviam o mesmo tipo de trabalho que eu, tirar dúvidas sobre o *software* que muitas vezes tinha ... e, pelo agradável convívio e amizade que comecei a criar com os elementos daquela fantástica equipa que sempre me recebeu de braços abertos.

Havia, no entanto, uma determinada altura do ano que a azáfama, que sempre era muita, aumentava substancialmente. Todos, ou quase todos, tinham uma actividade assustadora. De princípio não percebia o que se passava mas, ao fim de algum tempo a minha curiosidade foi satisfeita. O ProfMat aproximava-se e o empenhamento daquelas pessoas

para aquela organização era assinalável e contagiante. Desde essa altura criei em mim a sensação de que o ProfMat era algo de especial.

Embora com esse sentimento não correspondi às solicitações que os elementos do grupo me faziam para participar e também para me tomar sócio da APM. Tinha um sentimento de "não pertença" aquele grupo de professores de uma área muito concreta "a Matemática", apesar das tentativas de me demonstrarem o contrário e me justificarem a necessidade de professores do 1º Ciclo do Ensino Básico como é o meu caso.

Os anos foram passando, a ligação ao Pólo do MINERVA da FCL foi diminuindo com o fim do Projecto MINERVA. No entanto, o mesmo frenesim com o ProfMat continuava a senti-lo na escola onde trabalho.

Com o fim do Projecto MINERVA fui convidado a trabalhar na ESE de Portalegre e integrado na Unidade de Matemática e Informática.

O dia "D" (início do ProfMat) chegou. Era ver os profmatistas, às centenas, ordeiramente "quais formiguinhas" dirigindo-se ao secretariado levantando a documentação. O ambiente da Escola Gabriel Pereira mudara completamente.



Esta unidade foi responsável pela organização do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM) que se realizou nos dois dias que antecederam o ProfMat 95. Todos os elementos da unidade estiveram envolvidos na organização e, naturalmente, eu também.

Era a altura ideal para participar finalmente no ProfMat.

Fiz-me sócio da APM e inscrevi-me no ProfMat 95.

Da troca de informações entre a organização do ProfMat e do VI SIEM fui-me apercebendo que o número de participantes era assustador, aproximadamente 120 no VI SIEM e 1500 no ProfMat.

O que levará toda esta gente ao ProfMat?

É do conhecimento geral que os professores em Portugal são tidos como pouco participativos, pouco inovadores, muito fechados no seu "casulo" e por isso pouco dados à troca de experiências e à reflexão sobre as suas práticas.

O que será diferente para os professores de Matemática? Será derivado da Reforma do Sistema Educativo em curso? Dos novos programas de Matemática? Da insegurança na aplicação das novas metodologias no ensino da Matemática?

Com todas estas interrogações lá "marchei" para Évora.

Ocupado com as questões organizativas do VI SIEM apenas me pude aperceber, nos primeiros dias de estadia em Évora, de uma grande azáfama da comissão organizadora do ProfMat e de grupos de trabalho em diversas salas da Escola Gabriel Pereira. Tratava-se dos participantes nos "cursos". O número era já significativo pois todos os cursos propostos tinham esgotado as vagas abertas para inscrição. Havia ali já, embora ténue, um "cheiro" a ProfMat, "cheiro" esse que igualmente se sentia no VI SIEM.

O dia "D" (início do ProfMat) chegou.

Era ver os profmatistas, às centenas, ordeiramente "quais formiguinhas" dirigindo-se ao secretariado levantando a documentação. O ambiente da Escola Gabriel Pereira mudara completamente. Por todo o lado grupos de pessoas encontravam-se discutindo este ou aquele assunto mas, na grande maioria, saudavam efusivamente os colegas que, muitos deles, já não viam pessoalmente desde o ProfMat 94.

Este facto despertou-me a atenção. O ProfMat, para além das questões, seguramente importantes, de ordem pedagógica e didáctica é, para aquelas pessoas, um encontro importante com os seus pares que têm em comum os mesmos interesses, motivações, problemas, dificuldades. Tal constatação fez-me reflectir e despertou em mim a curiosidade em saber quantas amizades se terão criado e consolidado durante a realização dos ProfMats, quantas trocas de experiências, informações, esclarecimentos de dúvidas, início de projectos terão acontecido fora daquele espaço mas por via dele. Ninguém poderá responder com exactidão, mas serão seguramente centenas.

O ProfMat foi-se desenrolando nos dias que se seguiram com uma organização irrepreensível (falhas sempre há, mas as que aconteceram não tiraram brilho à organização). As diferentes sessões de trabalho tinham grande participação, prova do interesse do conteúdo das mesmas.

Mas existia também em paralelo, para além de outros, aquele espaço. O espaço onde, por fadiga, menos interesse pelas comunicações naquela hora, ou porque simplesmente era preciso por a conversa em dia com amigos e colegas, os participantes se recolhiam. Uma ideia que considero genial, quer pela simplicidade, quer pelo alcance, e que no fundo é reveladora de que o que eu sentia em relação ao ProfMat é compartilhado por muitas pessoas das organizações que puseram de pé a "tenda".

O momento alto, onde todas as

minhas intuições vieram a ter concretização, estava para chegar. De facto, o "jantar do ProfMat" ficará com certeza na memória de todos aqueles que tiveram a felicidade de nele participar. Tudo nele foi emoção, comunhão, solidariedade, dedicação, respeito, alma, coração, eu sei lá! A ele se poderiam atribuir todos os adjectivos que revelam a grandeza humana. Tudo isto se concretizou em "cerimónias" simples mas extremamente profundas: a homenagem aos profmatistas totalistas, o bolo do décimo aniversário do ProfMat e o hino da APM.

Fiquei empolgado e desse empolgamento resultou o convite para escrever estas simples mas sentidas palavras.

Quem as ler poderá não conseguir perceber completamente ao que me refiro. A esses convido-os convictamente a participar num ProfMat, aos outros incentivo-os a continuar profmatistas militantes pois com a sua participação não só enriquecerão a organização como reforçarão a sua vontade de ser bons profissionais e melhores cidadãos.

A relação educativa é, como todos sabem, fundamentalmente uma relação onde a empatia deve estar sempre presente. No ProfMat vive-se em empatia contínua que perdura de um para outro ano.

Cresci pessoal e profissionalmente com a minha participação no ProfMat e vou continuar profmatista militante porque

é na nossa APM

Onde o sonho maior

É tomar gente feliz

Gostamos de estar aqui

(do "Hino do ProfMat")

Carlos Alberto Vintém
Escola Superior de Educação de
Portalegre

Évora, terra de bom acolhimento

Manuela Pires

*Hoje é corpo, hoje é vida, hoje é Évora, alegria
Faz dez anos, que juntámos p'ra mudar
Uma luta que travamos todo o dia
Um percurso longo p'ra continuar
(do "Hino do ProfMat")*



A Leonor perguntou-me o que sentia um ex-elemento de uma comissão organizadora no ano seguinte, ao que eu respondi "alívio". Fiquei a pensar, pois aquela palavra não traduzia o que sentia. A verdade é que cada pessoa na sua função sente responsabilidade pelo êxito do encontro.

Na sessão de encerramento do ProfMat 95, foi projectado o filme do Encontro. Para os que não foram a Évora, se as impressões que aqui deixo não satisfizerem ou levantarem dúvidas, aconselho-os a verem o vídeo. Está lá tudo o que poderei dizer e com imenso humor.

A primeira sessão plenária, sobre os dez anos do ProfMat, foi excelente. Nestes dez anos passaram-se muitas coisas na educação matemática, os professores tiveram expectativas, discutiram ideias, analisaram práticas. Assim, quando assistimos ao diaporama que prepararam para nós, sentimo-nos participantes nesta história recente, reconhecemo-nos nas ideias defendidas, na necessidade de nos associarmos. Sentimo-nos

intervenientes no processo da reforma. A APM criou um espaço de debate e reflexão permitindo assim que não nos sintamos tão isolados na nossa profissão.

Esta história foi continuada na exposição "Dez anos de ProfMat" onde pudemos recordar documentos e episódios que nos marcaram, reconhecer os amigos em fotografias, uns mais gordos e outros carecas, mas também alguns por quem o tempo não passa. Numa parede, de alto a baixo, o "Coração do ProfMat" ou, seja, os nomes dos membros das comissões organizadoras. São muitos, tais como os dinamizadores de sessões práticas, de grupos temáticos..., os conferencistas, os organizadores das FIM (Feira de

Ideias e Materiais), da Abertura à População e os colegas que, ano após ano, se responsabilizam pelos grupos de trabalho e pela direcção. São estes sócios que tornam a APM uma associação cheia de vida, capaz de organizar encontros, reforçar centros de recursos, ter publicações e uma revista...

Neste encontro, cerca de 270 participantes dinamizaram as sessões do ProfMat. Quer dizer que se propuseram partilhar as suas experiências, umas mais especializadas do que outras, umas fruto de aturado trabalho de investigação, outras fruto de

experiência concreta, umas mais consequentes do que outras. Isto é o ProfMat. Distingue-se de muitos congressos, onde meia dúzia de "especialistas" falam para a "assistência".

No primeiro dia do encontro, a Leonor perguntou-me o que sentia um ex-elemento de uma comissão

organizadora no ano seguinte, ao que eu respondi "alívio". Fiquei a pensar, pois aquela palavra não traduzia o que sentia.

A verdade é que cada pessoa na sua função sente responsabilidade pelo êxito do encontro. Talvez a palavra mais apropriada tivesse sido "tranquilidade". Tranquilidade porque sabia que a comissão organizadora deste ProfMat tinha preparado tudo com elevado profissionalismo, pensando em todos os pormenores, de forma a que os quatro dias em que os professores de Matemática estiveram juntos se tornassem, além de frutuosa, agradáveis. As falhas de última hora seriam superadas e tudo estaria no lugar certo à hora certa.

Sobre a organização, vou referir duas ou três questões, nas quais vale a pena pensar (quanto a mim...):

- Uma amiga disse-me que tinha assistido a uma sessão que estava mal preparada e sugeria que não se pode vir relatar pequenas experiências. Possivelmente esta opinião será partilhada por outros colegas. Pelo que referi anteriormente, parece-me evidente que as pequenas experiências não baixam a qualidade do encontro. Todas as acções têm sim que ser bem preparadas, tendo por padrão a elevada qualidade a que a APM nos habituou.



- Este ano, inscreveram-se no ProfMat 1450 professores de Matemática. Alguns destes (os 22 que receberam aquele bonito azulejo pintado à mão no jantar do encontro) foram aos encontros todos, outros a muitos, outros ainda vieram pela primeira vez. Uns sentem-se isolados e outros não. É evidente que aquilo que vão procurar são coisas diferentes. Cada ProfMat tem que dar resposta a cada um destes interesses. Há colegas que vão para confrontar experiências e discutir, gostam de assistir a uma boa conferência que permita mudar alguma coisa na sua aula.

- Pareceu-me que resultou a ideia de fazer grupos temáticos num só dia.

Senti que eram necessárias, neste ProfMat, mais sessões práticas e estas não deviam estar concentradas em dois dias e os grupos temáticos noutros dois. Devia haver oferta para todos os interesses e ciclos à mesma hora.

- Como penso que se tem revelado positiva a entrega das actas no encontro, pois é um excelente material para consulta durante o ano, tenho pena que alguns dos colegas não tenham enviado os seus materiais atempadamente, pois assim vemo-nos privados deles. E se o número de comunicações orais e projectos

apresentados nas actas são quase 60%, o número de conferências é reduzido.

- O ProfMat, como dizia uma colega, permite-nos recarregar baterias. Sendo um momento de paragem e reflexão, é também um local para onde levamos as nossas intranquilidades. Há colegas que levam para o Encontro todas as suas angústias

sobre os programas procurando tenazmente respostas. No entanto, a participação neste ProfMat é uma prova de vitalidade e de certeza que os professores de Matemática continuarão a reflectir e serão um garante de que a Reforma seja permanente e acompanhe a mudança dos tempos. Esperamos que rapidamente resolvam as contradições maiores, deixando espaço para as adaptações sempre necessárias.

Para além de pensar sobre estas questões, a comissão organizadora tem que fazer centenas de outras coisas. Estava tudo muito bem organizado e, os momentos de convívio social criaram um ambiente carinhoso e bem disposto, que se



reflectiu na emoção com que foi feita a sessão de encerramento.

E, como preservamos as tradições, foi lançada mais uma *Educação e Matemática* temática sobre "A aula de Matemática" e lá estiveram a Feira de Ideias e Materiais, a banca das editoras, das calculadoras, o espaço dos Núcleos da APM e grupos de trabalho, o artesanato, assim como o magusto. De novo, a exposição "Outras Artes dos Professores de Matemática", que permitiu ver belas fotografias convergentes e divergentes e outras peças de arte, para além de "peças" de fino humor. Boa ideia para os encontros regionais.

O programa de fim de tarde cumpriu perfeitamente o seu papel. Quer as sessões especiais, quer os convívios na tenda (que veio para ficar) permitiram que se chegasse ao fim do dia satisfeito e bem disposto, melhor dizendo, ao princípio da noite. Esta revelou-se curta no tempo, visto que não podíamos perder a oportunidade de assistir aos espectáculos culturais, nem de saborear as delícias da cozinha alentejana.

Um lugar muito especial para o jantar, que foi estupendo, não só pela culinária (com os habituais protestos contra a falta de doces, mas o que fazer se os colegas continuam a trocar a ordem das coisas nas refeições?), mas pela bailação e convívio animados, onde a comissão

organizadora mostrou todo o seu fulgor. Foi o jantar do aniversário, comemorado com o bonito bolo de mais de 100 Kg (estimativa nossa)*, o champanhe, a entrega de presentes aos totalistas e o lançamento (histórico) do Hino do ProfMat.

É um prazer trabalhar nestas condições.

Como ninguém é perfeito, a comissão organizadora falhou nas previsões em relação ao tempo: "Évora é uma cidade onde raramente chove". Choveu torrencialmente, em particular, quando fui ver a exposição "Explorar, Jogar, Descobrir, a Matemática ao Alcance de Todos". Tinham-me falado que o palácio era lindíssimo e que proporcionava um bom enquadramento para a exposição. O ano passado, em Leiria, tinha-me enchido as medidas e agora continuou a surpreender-me. Mais uma vez a excelente qualidade dos textos e materiais a impor-se e a querer impor a ideia de que, para além do Museu do Porto onde a referida exposição vai ficar, deveria haver centros distritais ou regionais com centros de recursos apetrechados dessa forma (podendo estes ser dos Núcleos da APM).

A vida interna da nossa associação também saiu reforçada neste encontro, quer com a reunião entre os núcleos e grupos de trabalho (que são a alma da APM), quer com a

Assembleia Geral. Nota positiva para as eleições, realçando o facto dos elementos do Conselho Fiscal e da Assembleia Geral serem do nosso Alentejo profundo, que assim reforçam a participação desta região do país. À direcção eleita os votos de bom trabalho.

E para terminar...

Convém referir que não podíamos ter tido melhor acolhimento, instalados numa bela casa de turismo rural, tivemos sempre um conselho amigo para as provas dos manjares alentejanos. Além do requinte do cação de coentrada e do entrecosto com vinho e mel, também não desmereceram os pézinhos de coentrada. Não falo nos doces por causa das facadas na dieta.

E, quem diria que, desejosos de chegar a casa e ver a família, ficaríamos estoicamente de pé, à espera de um lugar para almoçar numa casinha de pasto à saída de Évora? Já eram três horas quando nos sentámos na sala aconchegante, para vinte comensais no máximo, com a lareira acesa. Eram cinco da tarde quando terminávamos os licores e partimos com vontade de voltar. O Alentejo tem destes sortilégios...

Manuela Pires

E. Sec. Eng. Acácio Calazans Duarte

* A redacção apurou que o bolo pesava 140 Kg!

As progressões geométricas no cálculo financeiro

Roberto Oliveira

Com a imensa publicidade que se faz hoje em dia ao crédito ao consumo, a que de certeza os estudantes não serão alheios, não devemos deixar passar em claro a importância das progressões, também no cálculo financeiro. Este artigo refere apenas algumas situações reais que nos podem levar a fazer diversos trabalhos com os alunos.

Exemplo1: Depósitos a prazo

Depositando uma quantia D , quanto é que se terá daqui a n períodos? (em muitos bancos, o período é diário ou mensal). Seja A_n o saldo após n períodos (suponha-se anos) e T a taxa de juros composta nesse período (isto é, juros capitalizáveis). Então:

$$\begin{aligned} A_1 &= D + DT = D(1+T) \\ A_2 &= A_1 + A_1T = D(1+T) + [D(1+T)]T = D(1+T)^2 \\ A_3 &= A_2 + A_2T = \dots = D(1+T)^3 \\ &\dots \\ A_n &= D(1+T)^n \\ \therefore A_n &= \underbrace{D + DT + DT(1+T) + DT(1+T)^2 + \dots + DT(1+T)^{n-1}}_{\text{Soma de } n \text{ termos consecutivos de uma PG de razão } 1+T} \end{aligned}$$

Curiosidade 1. A senhora

Gaudência deposita 500 contos a prazo à taxa anual nominal de 10%. Que quantia terá daqui a um ano?

Pelas contas da senhora Gaudência,

$$A_1 = 500(1+0,1)^1 = 550 \text{ contos.}$$

No entanto, a taxa nominal é a taxa composta mensalmente, $\therefore T = \frac{10}{12}\%$

e, assim, $A_1 = 500\left(1 + \frac{0,1}{12}\right)$, quantia

após o 1º mês, $A_2 = A_1\left(1 + \frac{0,1}{12}\right)$,

quantia após o 2º mês, etc., e

finalmente $A_{12} = A_{11}\left(1 + \frac{0,1}{12}\right)$, quantia

após o 12º mês, isto é,

$$A_{12} = 500\left(1 + \frac{0,1}{12}\right)^{12} \approx 552,357\$00$$

Portanto, é (um pouco) melhor quando os juros são compostos mensalmente. E se fossem compostos diariamente? Teríamos:

$$A_{365} = 500\left(1 + \frac{0,1}{365}\right)^{365} \approx 552,579\$00$$

Claro que estes períodos pequenos só interessam para quantias elevadas que sejam depositadas. De qualquer maneira, para períodos cada vez mais pequenos, iremos ter a sucessão

$$A_n = 500\left(1 + \frac{0,1}{n}\right)^n \rightarrow$$

$$\rightarrow 500e^{0,1} \approx 552,586\$00$$

(e poderia ser assim a introdução do n° de Neper)

Curiosidade 2. A taxa nominal, como já foi dito, é a taxa composta mensalmente. A que é igual a taxa anual efectiva T em função da taxa nominal J para um depósito inicial D ? Ora, T e J geram, de maneiras diferentes, a mesma quantia de dinheiro, portanto:

$$D(1+T) = D\left(1 + \frac{J}{12}\right)^{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T = \left(1 + \frac{J}{12}\right)^{12} - 1$$

Assim, quando se fala em, por exemplo, uma taxa anual nominal de 16%, está-se a considerar a taxa anual efectiva de

$$T = \left(1 + \frac{0,16}{12}\right)^{12} - 1 \approx 17,23\%$$

Exemplo 2: Depósito poupança habitação, poupança reforma, etc.

Depositando regularmente (digamos, no início de cada mês) uma quantia D , quanto é que se terá daqui a n meses?

Seja A_n o saldo no n -ésimo mês e T a taxa de juros composta mensalmente.

$$A_1 = D \rightarrow \text{quantia que se tem no 1.º mês}$$

$$A_2 = A_1 + A_1T + D = D + D(1+T) \rightarrow \text{quantia que se tem no 2.º mês (mês anterior e seus juros + depósito)}$$

$$A_3 = A_2 + A_2T + D = D + D(1+T) + D(1+T)^2 \rightarrow \dots$$

$$A_n = D + D(1+T) + D(1+T)^2 + \dots + D(1+T)^{n-1} = (\text{soma de } n \text{ termos consecutivos de}$$

$$\text{uma PG de razão } 1+T) = D \frac{1-(1+T)^n}{1-(1+T)} \text{ logo, } A_n = \frac{D}{T} \left[(1+T)^n - 1 \right].$$

Assim, se depositarmos todos os meses, por exemplo, 50 contos num depósito poupança habitação, com juros anuais de 10% (e portanto, juros mensais iguais a

$$\frac{10}{12} \% \text{), teremos, ao fim de um ano: } A_{12} = \frac{50}{\frac{0,1}{12}} \times \left[\left(1 + \frac{0,1}{12} \right)^{12} - 1 \right] \approx 628,3 \text{ contos}$$

Curiosidade. Até há sensivelmente 2 anos atrás, o depósito poupança habitação não estava abrangido pelo "bónus" de 20% de IRS, ou seja, a taxa bruta era igual à taxa líquida.

Assim, e considerando o exemplo anterior, teremos não,

$$T = \frac{0,1}{12}, \text{ mas sim}$$

$$T = \frac{0,1}{12} \times 80\% = \frac{0,08}{12}$$

$$\therefore A_{12} \approx 622,5 \text{ contos}$$

(ou seja, quase 6 contos a entrarem para os cofres do Estado).

Exemplo 3: Investimento, crédito ao consumo, empréstimo para a habitação, etc.

Investe-se uma determinada quantia C (que foi herdada ou foi ganha no totoloto, etc.) de modo a poder recebê-la (numa quantia fixa A) durante n períodos (suponhamos meses) juntamente com os respectivos juros. Ora, depositar agora C é o mesmo que, em cada mês que se recebe A , depositar uma certa quantia necessária para receber A , ou seja, $C = D_1 + D_2 + \dots + D_n$ sendo D_k o investimento necessário para assegurar a quantia A no mês k , $k \in \{1, 2, \dots, n\}$. Tem-se:

$$A = D(1+T) \rightarrow \text{quantia que se recebe ao fim do 1.º mês, } A = D(1+T)^2 \rightarrow \text{quantia que se recebe ao fim do 2.º mês.}$$

$$A = D(1+T)^k \rightarrow \text{quantia que se recebe ao fim do } k\text{-ésimo mês. } \therefore D_k = \frac{A}{(1+T)^k}$$

$$\therefore C = \frac{A}{1+T} + \frac{A}{(1+T)^2} + \dots + \frac{A}{(1+T)^n} \rightarrow \text{quantia investida (soma de } n \text{ termos de uma PG de razão } \frac{1}{1+T}) = \frac{A}{1+T} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{1+T}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+T}}$$

$$\text{e finalmente } C = \frac{A}{T} \left[1 - \left(\frac{1}{1+T} \right)^n \right]. \text{ Por exemplo, se quisermos receber todos os meses 100 contos durante 2 anos, com}$$

$$\text{juros nominais de 11\%, devemos investir: } C = \frac{100}{\frac{0,11}{12}} \times \left[1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0,11}{12}} \right)^{24} \right] \approx 2145,6 \text{ contos. Outro exemplo é quando o banco}$$

investe num cliente que pede um empréstimo para compra de casa. Se o cliente pedir 10.000 contos a uma taxa anual de

$$12\% (1\% \text{ mensal}), \text{ a prestação (fixa) a pagar em 20 anos será: } A = \frac{0,01 \times 10000}{1 - \left(\frac{1}{1,01} \right)^{240}} \approx 110 \text{ contos}$$

Curiosidade 1. Às vezes, a publicidade bem pode enganar. Por exemplo, o sr. Joseiro pretende comprar um automóvel e repara que a taxa mais baixa para concessão de crédito é de 16% no Banco Interior Luso. Portanto, pelas contas do sr. Joseiro (cuja intenção é a de conseguir um empréstimo de 1000 contos), deveria pagar (em 3 anos):

$$\frac{0,16}{12} \times 1000$$

$$1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0,16}{12}} \right)^{36} \approx 35.157\$00 \text{ por mês}$$

Contudo, o sr. Joseiro foi informado pelo banco que a taxa de juros a considerar é a taxa anual efectiva de encargos global que, entre outras

taxas menores, é preciso ter em conta os impostos de selo sobre o capital (7%) e sobre os juros (9%). Nestas condições, a taxa anual nominal passa a ser $(16\% + 7\%) \times 1,09 = 25,07\%$

e a taxa anual efectiva será

$$\left(1 + \frac{0,2507}{12} \right)^{12} - 1 \approx 28,16\% \text{ (bem}$$

diferente dos 16% anunciados)

Refazendo as contas, o sr. Joseiro afinal pagará por mês (nos tais 3 anos):

$$A = \frac{0,2816}{12} \times 1000$$

$$1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{0,2816}{12}} \right)^{36} \approx 41.452\$00$$

Curiosidade 2. No exemplo sobre o empréstimo para compra de habitação, é curioso verificar que, nos tais 20 anos de duração do empréstimo, o cliente pagará

$$110 \times 240 = 26.400 \text{ contos}$$

isto é, mais 164% em relação à quantia que pediu. Isto não tem nada de anormal visto que, no primeiro mês, dos 110 contos a pagar, 100 são correspondentes aos juros:

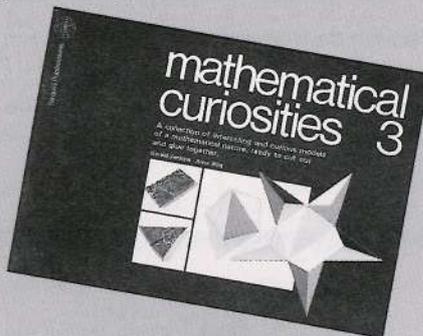
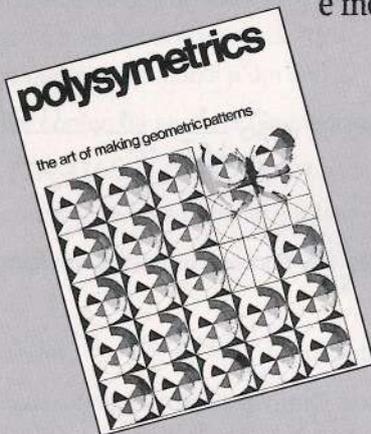
$$10.000 \times 0,01 = 100 \text{ contos}$$

Por isso, no 1º mês, o cliente apenas amortiza aproximadamente 10 contos dos 10 mil que pediu emprestado. Por sua vez, no 2º mês vai pagar juros de 9.990 contos e assim sucessivamente.

Roberto Oliveira
Esc.Sec.Dr Ângelo Augusto da Silva
Funchal

MATERIAIS PARA ENSINO DA MATEMÁTICA

Livros, posters e jogos para desenvolver capacidades matemáticas, para vários níveis etários, a partir de actividades, jogos, recortes e montagens, sempre de um modo divertido e atraente.



MAIS DE 70 TÍTULOS! PEÇA-NOS INFORMAÇÕES!
REPRESENTANTE EXCLUSIVO



EDITORA REPLICAÇÃO

Avenida Infante Santo, 343, r/c Esqº
1350 LISBOA

Tel. 397 70 58 e 396 63 08 Fax. 396 98 08

Nome _____

Morada _____

Localidade _____ Código Postal _____



O problema do trimestre



Sobre o problema anterior

Na última edição de *Educação e Matemática* propusemos **A Herança do Velho Senhor**, um antigo problema de origem desconhecida e que aparece citado num manuscrito de Nicolas Chuquet, em 1484.

Um velho homem, prestes a morrer, mandou chamar os filhos para se despedir deles e distribuir o dinheiro que guardava num cofre. No entanto o homem estava tão mal que já não se lembrava do valor da sua fortuna nem sequer de quantos filhos tinha.

Apesar disso, pediu ao filho mais velho para tirar 1000 contos mais a sétima parte do que sobrasse. Depois, disse ao segundo filho para tirar 2000 contos mais a sétima parte do que ainda houvesse. A seguir, o terceiro filho recebeu 3000 contos mais a sétima parte do restante. E assim sucessivamente.

Quando os filhos compararam o que tinham recebido, verificaram que todos tinham recebido o mesmo.

Quantos filhos tinha o homem e quanto recebeu cada um?

Tivemos sete respostas: Cristina

Vilhena (Porto), Helena Rocha (Lisboa), Judite Barros (Lisboa), Manuela Ribeiro (Mem Martins), Maria João Lagarto (Caparica), Orlando Freitas (Funchal) e Roberto Oliveira (Funchal).

Quase todas as resoluções seguiram a mesma via:

Seja X o valor total da herança.

O 1º filho herda

$$F_1 = 1000 + \frac{1}{7}(X - 1000)$$

O 2º filho herda

$$F_2 = 2000 + \frac{1}{7}(X - F_1 - 2000)$$

Como $F_1 = F_2$ vem, resolvendo esta equação em ordem a X , que a herança era de 36000 contos. Portanto o velho senhor tinha 6 filhos e cada um recebeu 6000 contos.

O curioso disto tudo é que, partindo apenas da igualdade entre o recebido pelos dois filhos mais velhos, os outros acabem por receber exactamente a mesma quantia, como os leitores poderão facilmente confirmar. Helena Rocha até comenta: *Incrível!*

Maria João Lagarto começou por

fazer um pouco de história:

Problemas sobre testamentos são tão antigos que a sua origem se perde no tempo. Segundo Smith (1958), estes problemas estão intimamente ligados à lei romana, *Lex Falcidia* do ano 400 a.C., envolvendo heranças e tinham portanto uma forte ligação à realidade da época. Na Idade Média, estes problemas sofreram um desenvolvimento e uma extensão consideráveis, desligando-se da vida diária e tornando-se mesmo, por vezes, absurdos. No entanto, eram muito populares e apareciam em quase todas as aritméticas publicadas.

É exactamente com esta formulação que este problema aparece no *Tratado da Prática Darismética*, a primeira aritmética publicada em Portugal, em 1519.

A resolução que apresento é baseada na do autor deste livro. Gaspar Nicolás começa por calcular o número de filhos, dizendo que "como estou a tirar a sétima parte, faço $7-1=6$ e 6 é o número de filhos". Calcula depois o valor total da he

Problema proposto

INSPECÇÃO ÀS ESTAÇÕES

No deserto de Gobi existem onze estações científicas automáticas colocadas em linha recta e ligadas entre si por uma pista de terra batida. A distância entre duas estações consecutivas é de um quilómetro.

Uma vez por ano é feita inspecção às estações para ver se está tudo em ordem. Para isso, no primeiro dia, um helicóptero coloca um técnico e um veículo especial de transporte no deserto numa das estações. O técnico todos os dias inspeciona uma das estações e muda-se para outra. Quando terminar a inspecção de todas as estações, manda uma mensagem rádio a dizer onde se encontra e o helicóptero vai buscá-lo.

O técnico recebe um subsídio especial de 10 contos por cada quilómetro que tiver percorrido no deserto ao deslocar-se de uma estação para outra (sem mudar de direcção). Por isso não lhe interessa fazer as estações todas seguidas.

Por que ordem deve inspecionar as estações para obter o subsídio máximo?

Quanto vale este subsídio máximo?

rança e prova que o resultado está correcto. Nicolás vai mais longe, generalizando o problema para quando cada filho tira a n -ésima parte, dizendo que $n - 1$ é o número de

filhos e $(n-1)^2 \times 1000$ o valor total da herança.

Embora a solução esteja correcta, nada nos indica sobre o processo como chega a esta resolução, o que aliás é uma característica muito pouco pedagógica da sua Aritmética, mas também aliciente porque nos desafia a tentar compreender o "seu" pensamento.

Maria João Lagarto segue uma via diferente de resolução do problema, partindo do que receberam os dois últimos filhos.

Quando o último filho tira x contos não sobra dinheiro. Como todos os filhos recebem a mesma quantia, o penúltimo recebe tanto como o último e tira $x - 1000$ mais a sétima parte do restante, y . Assim, utilizando a álgebra, o que seria impossível na época de Nicolás, vem:

$$x - 1000 + \frac{1}{7}y = x$$

Donde $y=7000$. Como o penúltimo filho retira a estes 7000 contos a sua sétima parte, ou seja, 1000, sobram 6000 para o último. Por outro lado, como cada filho começa por tirar mais 1000 contos que o anterior, tendo o primeiro tirado 1000 e o último 6000, são ao todo 6 filhos e o total da herança é de 36000 contos.

Referências

- Nicolás, Gaspar. Tratado da prática Darismética. Edição fac-similada, Livraria Civilização-Editora, Porto, 1963.
- Smith, David Eugene. History of Mathematics, vol. II, Dover Publications, Inc. New York, 1958.
- La Recherche nº 278, Julho/Agosto 1995. "Quelques divertissements numériques", David Singmaster. Paris.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira (Lisboa)
Maria João Lagarto
Esc. Sec. Monte da Caparica

O problema do ProfMat 95

José Paulo Viana

Como habitualmente, realizou-se um concurso de resolução de problemas entre os participantes do ProfMat de Évora. Foi proposto "Um Torneio de Xadrez", adaptado de um problema publicado em "Challenging Math Teasers" de J. A. H. Hunter, Edições Dover, Nova York, 1980:

No xadrez, a vitória vale 1 ponto, o empate meio ponto e a derrota 0.

No torneio da minha escola inscreveram-se várias raparigas mas só dois rapazes, o Pedro e o Paulo. Cada jogador teve de fazer um jogo com cada um dos outros concorrentes. No final encontrei o Pedro.

– Então, que tal correu?

– Mal. Eu e o Paulo, juntos, só fizemos 9 pontos.

– E a classificação?

– Uma vergonha... Ficámos nos dois últimos lugares. Ainda por cima, por coincidência, as raparigas ficaram todas em primeiro lugar com o mesmo número de pontos.

– Quantas raparigas se inscreveram?

– Não lhe digo. Veja lá se descobre.

E o leitor, consegue descobrir quantas raparigas entraram no torneio?

Houve 36 respostas individuais e 6 colectivas, todas correctas.

Uma possível resolução do problema é a que se segue.

Seja N o número de raparigas inscritas. O número total de jogadores é $N + 2$. O número de jogos é dado por

$$C_{N+2}^2 = \frac{(N+2)(N+1)}{2}$$

Seja K a pontuação obtida por cada rapariga. Note-se que K é um múltiplo

de 0,5 e que é de certeza maior que 4,5 (para as raparigas ficarem à frente dos dois rapazes).

A pontuação obtida por todas as raparigas é KN .

O total de pontos de todos os concorrentes é $KN + 9$.

O total de pontos no final do torneio é igual ao número de jogos disputados, porque em cada jogo é atribuído um ponto (que vai para o vencedor ou é repartido pelos dois jogadores em caso de empate). Então:

$$\frac{(N+2)(N+1)}{2} = KN + 9$$

Desembaraçando de parêntesis e denominadores:

$$N^2 + 3N + 2 = 2KN + 18 \quad \text{ou}$$

$$N^2 + 3N = 2KN + 16$$

Não é fácil descobrir as soluções inteiras desta equação em N , mas com um pequeno truque tudo se simplifica, evitando fazer inúmeras tentativas e garantindo a unicidade da solução. Basta dividir todos os termos por N .

$$N + 3 = 2K + \frac{16}{N}$$

Nesta equação $N + 3$ é um número inteiro, $2K$ é inteiro de certeza porque

K é múltiplo de 0,5, logo $\frac{16}{N}$ também

tem de ser inteiro. Então N só pode ser 1, 2, 4, 8 ou 16.

Calculamos agora os correspondentes valores de K .

Mas K tem de ser maior que 4,5. Logo só há uma solução que serve para o problema: $N=16$ e $K=9$.

Concorreram 16 raparigas e cada uma delas teve 9 pontos.

Comentários

O júri privilegiou as resoluções que evitaram a procura da solução unicamente por tentativas e que garantiram a sua unicidade. Gostaríamos de transcrever os comentários finais de Fernanda Oliveira depois de apresentar uma resolução muito parecida com a publicada aqui e que mostram bem como muitas vezes é feita a investigação matemática e a resolução de problemas.

Não, não foi assim tão fácil a minha resolução! Primeiro parti da equação

$$\frac{(N+2)(N+1)}{2} = KN + 9$$

e substituí valores de K a partir de 5 até obter um N inteiro. Deu-me, é claro, $N=16$ e $K=9$. Mas como provar que esta solução era única? Ainda pensei na folha de cálculo, mas mesmo isso não me resolvia o problema se a escola fosse do tipo "Hotel do Infinito" e a sua população fosse superior ao maior N que a capacidade da folha de cálculo permitisse. Só depois de várias "voltas" à equação é que encontrei a forma

$$N + 3 = 2K + \frac{16}{N}$$

que me teria poupado todo este trabalho (o que era importante, já que isto do ProfMat é muito desgastante!).

Se fosse um pouco mais "iluminada" e tivesse trabalhado com esta equação desde início apenas teria que experimentar os divisores de 16. Fácil, não é?

Manuel Pinheiro, João Rino, Rosa Jacobetty e Rui Gomes fazem uma confirmação concreta da solução,

apresentando um quadro dos resultados de todos os jogos do torneio.

N	1	2	4	8	16
K	-6	-1,5	1,5	4,5	9

A Ana Cristina Assis dá resposta na forma de um jornal de oito páginas com uma reportagem completa do torneio: local da realização, lista de concorrentes, resultados dos jogos de cada concorrentes, classificação final e considerações sobre a coincidência das classificações femininas e sobre a superioridade manifestada pelas raparigas!

O Luis Miguel Ferreira e o Jacinto Salgueiro propõem a generalização do problema:

Os dois rapazes que participaram no torneio ficaram em último com um total de n pontos e as raparigas ficaram todas em primeiro. Quantas raparigas se inscreveram?

Os leitores poderão tentar resolver este novo problema e concluirão que o número de raparigas é $2(n-1)$, tendo cada uma obtido n pontos.

Participantes

Individuais:

Alberto Canelas, Alberto M. Teixeira, Ana Mafalda Pereira, Ana Cristina Martins, Ana Cristina Assis, António Abrantes, António Roque, Assunção Oliveira, Cristina Gonçalves, Cristina Brito, Fátima Gordo, Fausto da Silva, Fernanda Oliveira, Isabel Brandão, Isabel Duarte Paula, Isabel Rocha, Isabel Vale, J. Orlando Freitas, Jacinto Salgueiro, José Matos, Leonor Vieira, Luis M. Ferreira, Manuel Hipólito, Miguel Castro, Olívia Sousa, Palmira Mariz, Paulo Dias, Paulo Saraiva, Pedro Esteves, Pedro Girão, Raul Gonçalves, Rita Pedroso, Roberto Oliveira, Rui Caldeira, Sérgio Valente, Sofia Chita, Sónia Portela

Colectivos:

Alzira Santos e Graça Castanheira
 António da Mata e Patrícia Metello
 Cristina Rodrigues e Teodora Lemos
 João Nunes, M^a João Dias, M^a João Lagarto e Paula Nunes
 João Rino, Rosa Jacobetty e Rui Gomes
 Manuel António Pinheiro & C^a

O Jacinto Salgueiro vai mais longe: *Como será se forem R rapazes em último lugar com o total de n pontos?*

E indica a solução: o número de raparigas é $2n - R^2 + R$.

José Paulo Viana
 Esc. Sec. de Carnide

Prémios

A Texas Instruments oferece os prémios do problema do ProfMat 95, que são os seguintes:

- 1º Luís Miguel Ferreira
Viewscreen OH 9700 GE
- 2º Jacinto Jaime Salgueiro
Viewscreen OH 7700 GE
- 3º Fernanda Oliveira
Calculadora gráfica CFX9800G

Para receberem os prémios, deverão contactar com a APM.

O Centro de Recursos da APM

Grupo de Trabalho do Centro de Recursos

No último número temático iniciámos uma série de artigos sobre os Grupos de Trabalho da APM. Tratava-se, naquele caso, do Grupo de Trabalho de Investigação em Educação Matemática. Continuando na mesma linha, segue-se uma apresentação do Centro de Recursos da APM.



O Centro de Recursos (CR) foi desde o início uma das formas de dar corpo aos objectivos da APM. Este Centro, a par da Revista *Educação e Matemática* e do Grupo das Publicações foi uma das primeiras áreas de trabalho da Associação.

Ao possibilitar a divulgação e elaboração de novos materiais, a troca de experiências, a dinamização de acções nas escolas e o apoio a projectos, o CR tem sido um contributo importante para alterar a imagem da Matemática e fomentar o desenvolvimento de experiências de inovação.

Quais são então os objectivos do Centro de Recursos?

• Divulgar aos sócios diferentes materiais

O Centro de Recursos tem à disposição dos sócios, quer para venda, quer para requisição, diferentes tipos de material manipulável, que inclui não só as novidades no mercado, como também os materiais já mais conhecidos e experimentados.

Como exemplo de materiais conhecidos podemos referir o tangram ou os pentaminós, que aparecem referidos em quase todos os livros escolares. Os pentaminós não existem à venda no mercado e só recentemente passaram a estar disponíveis para venda na sede da APM.

Também as calculadoras (elementares, científicas ou gráficas), são divulgadas pelo CR. Assim, têm vindo a ser anunciados os novos modelos de calculadoras da Casio e da Texas, à venda no mercado.

Há também no CR um conjunto de materiais que pode ser requisitado à sede da APM, com a devida antecedência, por um período de 10 dias. A APM dispõe neste momento de dois conjuntos, vulgarmente conhecidos por *caixas* (ver neste artigo o material que integra uma *caixa*). É no princípio do ano lectivo que os sócios começam a fazer as suas requisições e, de um modo geral, no fim de Novembro as *caixas* encontram-se já requisitadas para todo o ano. Para requisição prioritária dos núcleos regionais, existe um conjunto de materiais cuja

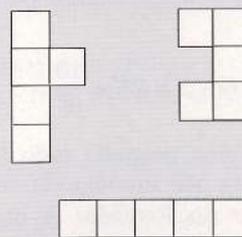
manutenção e processo de requisição está a cargo do núcleo de Viseu.

• Dar a conhecer diversos tipos de exploração de materiais

O CR procura sempre que possível acompanhar cada material de algumas sugestões de exploração. Nem sempre esta actividade tem sido conseguida, por falta de tempo. Grande parte do material das *caixas* está acompanhado de sugestões de actividades.

Existem também baús temáticos que foram construídos com a preocupação dominante de possibilitar a exploração de materiais para a sala de aula. Nesse sentido, cada baú inclui o mesmo material em número suficiente para poder ser utilizado numa aula com 25 alunos e algumas propostas de actividades. Existem os seguintes baús temáticos: Tangram (1º e 2º ciclo), Tangram (2º e 3º ciclo), Pentaminós (todos os ciclos) e Torre de Hanói (3º ciclo e secundário).

Uma actividade com Pentaminós



Utilizando alguns pentaminós constrói duas figuras de área 10 com perímetros diferentes.

• **Facilitar a utilização pelos sócios de materiais menos acessíveis às escolas e aos professores**

O CR procura ter material que nem sempre, a curto prazo, as escolas podem adquirir. É o exemplo de uma gama variada de calculadoras, algumas das quais acompanhadas de *viewscreen*, que tal como os outros materiais, podem igualmente ser requisitadas pelos sócios por um período de 30 dias. Para requisição e venda há também diferentes jogos (Pyramis, Abalone, Rumikub, Ouri, Quarto, etc) que não constituem de um modo geral uma prioridade em termos de aquisição para as escolas. Estes jogos são duráveis, têm um aspecto atraente e permitem explorações interessantes em Matemática.

Calculadoras do CR

TI 106 (1º e 2º ciclos)
MathMath (1º e 2º ciclos)
Galaxy 9 (2º ciclos)
Galaxy 40 (3º ciclo e secundário)
Galaxy 67 (secundário)
TI 81 (secundário)
TI 82 (secundário)
Viewscreen TI 81
Viewscreen TI 82
Viewscreen TI 85
TI Graph Link

Casio HL 820 (1º e 2º ciclos)
Casio HL 812 (1º e 2º ciclos)
Casio Fx 250 (3º ciclo e sec.)
Casio 7300 G (secundário)
Casio Fx 9700 (secundário)
Casio Fx 7000 (secundário)

• **Facilitar aos sócios a dinamização de actividades de animação nas escolas**

O CR é solicitado para colaborar em diferentes iniciativas, quer a nível de escola, quer a nível de autarquias locais e de outras instituições ligadas à Educação. É habitual o CR ceder materiais para iniciativas do tipo:

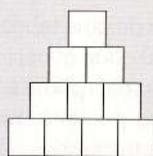
concursos de problemas, exposições, campeonatos, semanas da Matemática, etc.

As duas exposições itinerantes "Aventura no País da Matemática" e "Descobrimientos e Ensino da Matemática" têm contribuído de uma maneira significativa para a animação de espaços culturais relacionados com a Matemática. Para a sua requisição, por um período de três semanas de um ano lectivo, deve ser contactada a sede da APM, até ao final do ano lectivo anterior.

• **Facilitar aos sócios a consulta de material bibliográfico que sirva de apoio ao professor, quer na fundamentação científica, quer em sugestões de actividades**

Na sede da APM, além do material manipulável (que pode ser experimentado) existe uma biblioteca, que embora não esteja devidamente organizada, reúne uma série de publicações (livros, revistas, jornais de Matemática) à disposição dos sócios para consulta ou requisição (por um período de 10 dias). O CR possui ainda um conjunto de filmes em vídeo para requisição. O CR de APM é frequentado por professores e estudantes, sócios, ou não, que aqui encontram bibliografia e materiais, que lhes permite pensar e preparar algumas actividades a desenvolver com alunos.

Uma actividade com Cubos



Esta torre foi construída com 10 cubos iguais e tem 4 andares.

Se construíres, da mesma forma, uma torre com 10 andares, quantos cubos serão necessários?

Conteúdo de uma caixa

Jogos:

1 Triominos, 1 Abalone
1 Rummikub, 1 Pyramis
1 Lebre e Tartaruga
1 Juntos, 1 Galo, 1 Dominó
2 Prisioneiros, 4 Jogos de Magia
1 Torre de Hanoi
1 Solitário de rosca
1 Pisatum - Torre de Pisa
1 Ovo Mágico
1 Pirâmide de esferas
1 Pirâmide de madeira
1 Soma Cubo
1 Jogo dos espelhos
9 Quebra Cabeças

Jogos em tabuleiro de acrílico:

1 circunferências mágicas
1 Jogo de Damas
1 Dança de cavalos
1 Jogo do Hex
1 Jogo Trihex
1 Kono
1 Leopardos e vacas
1 Star
1 Isola
1 Tenta construir + peças (cartaz)

1 Caixa de 27 Cubos coloridos
1 Caixa de Palhinhas
1 Caixa com fósforos
1 Caixa com 70 Triângulos
2 Caixas Tangram nº1 e 2
1 Conjunto de Pentaminos
1 Caixa com 70 cubos
2 Tangrans de espuma
1 Tangram de madeira
1 Geoplano + 1 saco de elásticos
Material polydron
1 Cassete de vídeo com 2 filmes

Cartazes em acrílico:

Tangram, Postais com Problemas
Dominó, Calculadora
Polydron, Soma-cubo
Jogo do Galo

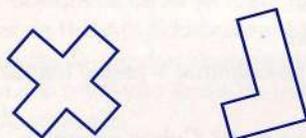
• Proporcionar a aquisição de materiais não disponíveis no mercado

Desde sempre o CR tem estabelecido contactos com empresas e artesãos na tentativa de construir materiais (em madeira, vinil, acrílico, etc) que possam ser utilizados na sala de aula.

Esta tarefa não tem sido fácil: por um lado os artesãos só reproduzem pequenas quantidades por elevado preço; por outro lado, a reprodução em série (que torna os materiais mais baratos) só é conseguida em empresas. Estas, de um modo geral, não estão interessadas em reproduzir os produtos que nós propomos porque não vêm mercado para ele.

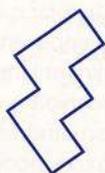
No último ano o contacto com uma empresa do Norte, permitiu concretizar a execução de pentaminós e de ladrilhos que acompanham uma publicação sobre pavimentações.

Pentaminós

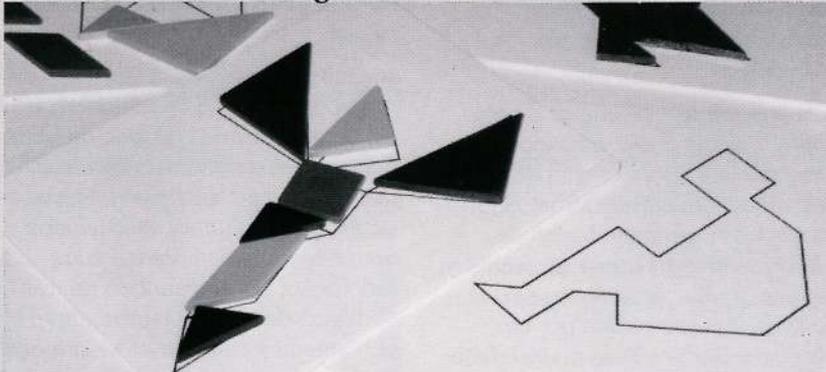


Existem vários, no Centro de Recursos da APM, com um conjunto de propostas de actividades que pode utilizar com os seus alunos:

Pentaminós + actividades:	400\$00
Pentaminós + actividades + quadrados:	700\$00
Despesas de correio:	150\$00



Uma actividade com Tangram



Com as sete peças do Tangram cobre as figuras representadas.

Como pode colaborar com o CR

Se estiver interessado em fazer parte do grupo de trabalho do CR, poderá contactar com os elementos deste grupo através da sede da APM. Se quiser colaborar pontualmente com o CR, poderá ajudar-nos a enriquecer os baús temáticos com sugestões de actividades e materiais ou a organizar a biblioteca.

Núcleos

O CR tem uma caixa de material que está sediada em Viseu, destinada prioritariamente aos núcleos. A requisição da mesma deve ser feita, por escrito, para: Núcleo de Viseu da APM Apartado 322 - Viseu Codex

Materiais para a aula de Matemática



Existem inúmeros fenómenos do mundo real cujo comportamento pode ser descrito, explicado, previsto ou controlado através de uma lei quantitativa — uma função. Com efeito, as funções constituem um meio por excelência de ligação da Matemática com outras áreas do saber. Assim, o estudo das funções pode proporcionar aos alunos a oportunidade de apreciarem o poder da Matemática, tomando mais significativo o seu estudo.

A proposta de trabalho que se segue destina-se preferencialmente a alunos do 8º ano de escolaridade e poderá ser utilizada para introduzir a noção de função, como conceito e como processo. Ao resolverem este problema os alunos irão criar três conjuntos de valores: número de entradas, custo mensal para sócios e custo mensal para não sócios. Assim, as correspondências (unívocas) serão estabelecidas entre o número de entradas e cada um dos outros dois conjuntos.

A construção de uma tabela (ou duas separadas, uma vez que estamos perante duas funções) onde conste o número de entradas, o custo para sócios e o custo para não sócios, poderá auxiliar na exploração deste problema, além de constituir uma primeira abordagem à representação de funções. A partir daí poderão ser introduzidas outras representações (analíticas e/ou gráficas), assim como a noção de variável (dependente e independente) e as noções de domínio e contradomínio.

Poderão ainda ser colocadas questões inversas como, por exemplo: *Com 900\$00 quantas vezes poderias entrar na piscina, se fosses sócio? E se não fosses? E com 2400\$00? E...?*

Nota da redacção: A actividade seguinte foi adaptada de *How to develop problem solving using a calculator* de Janet Morris, por Ana Cardoso, Elisabete Sousa, Isabel Amorim e Manuela Goyanes, num trabalho não publicado sobre Funções e Resolução de Problemas.

Escola..... Professor(a).....
Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

Ida à piscina

A Ana, o Bruno e a Carla querem ir fazer natação no Clube de Natação de Santo André. O Bruno só pode ir nadar aos sábados, ou seja cerca de 4 ou 5 dias por mês. A Ana não tem mais nenhuma actividade e por isso quer nadar todos os sábados e domingos, ou seja, entre 8 e 10 dias por mês. A Carla ainda não tem a certeza de quantas vezes quer ir nadar. Estes amigos foram ao Clube de Natação saber quanto teriam que pagar e o senhor da secretaria deu-lhes um papel como o representado na figura seguinte:

Piscina de Santo André

Condições de frequência

Para Sócios:	Quota = 700\$00 por mês Cada entrada = 200\$00
Para Não Sócios:	Cada entrada = 300\$00

- O que deve fazer o Bruno para gastar menos dinheiro? Fazer-se sócio ou não?
- E a Ana?
- A Carla resolveu descobrir quantas vezes é preciso ir nadar para valer a pena ser sócia. A que conclusão terá chegado?

Actividade retirada de um trabalho de Ana Cardoso, Elisabete Sousa, Isabel Amorim e Manuela Goyanes.

CASIO®

CALCULADORAS ESCOLARES PARA TODOS OS GRAUS DO ENSINO

A CASIO, lider nacional e mundial no mercado das calculadoras, possui a linha mais completa pensada para as necessidades do ensino. Na época 95/96 há grandes novidades que serão apreciadas pelos educadores, com a habitual garantia de alta qualidade/preço.

A CASIO apoia os professores há largos anos em Portugal e possui programa de preços para o ensino e preços especiais para professores.

CIENTÍFICAS



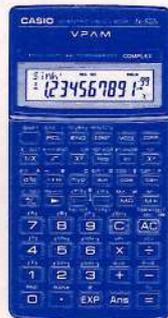
FX - 82 Super

NOVA

- 139 Funções • 10+2 dígitos
- Frações • Trigonometria
- Permutações • Combinatórios
- Percentagens • Memórias.

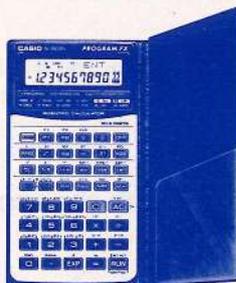
FX - 570 S

A científica mais avançada do mundo com o novo sistema V.P.A.M. e 284 Funções.



FX - 3900 PV

Científica programável
Best Seller Nacional
189 Funções, 300 passos, integrais, programação fácil, preço económico.



REPRESENTANTE

BELTRÃO COELHO, LDA.

LISBOA • PORTO • AVEIRO • COIMBRA • SETÚBAL • BRAGA • SANTARÉM • FUNCHAL

GRÁFICAS

A CASIO inventou as calculadoras gráficas e continua a inovar tendo a linha mais completa, sofisticada e económica do mercado em Portugal.



CFX - 9800 GE

NOVA

GRÁFICOS A CORES

Todas as funções do modelo 9700 GE com gráficos a cores para melhor entendimento por parte dos alunos das funções gráficas.



FX - 7300 G

NOVA

- Económica, potente e com visor grande.



FX - 6300 G

A Gráfica mais vendida em Portugal.
Tem tudo por um preço incrível.



Os exames finais no ensino secundário e as medidas por tomar

Arsélio Martins

As classificações de frequência e as classificações dos exames são incomparáveis

Tem-se sistematicamente analisado o problema das classificações das provas de aferição do ensino secundário e das provas específicas de acesso ao ensino superior, do ponto de vista das comparações entre as classificações obtidas com a frequência do ensino secundário e as classificações obtidas nessas provas de aparente "validação" externa.

Com base no ponto de vista da comparação destas duas classificações, têm-se feito afirmações destemperadas sobre o que se estaria a passar no ensino básico e secundário, no que respeita à forma como os professores estariam a controlar a quantidade e a qualidade das apropriações. Diz-se, com essa base, que os professores dos ensinos básico e secundário estão a "deixar passar alunos que não sabem coisa alguma". Considera-se esta afirmação correcta, tomando os resultados dos exames como prova bastante. É bem possível que haja casos (muitos até) de erros de apreciação dos professores e que alguns desses erros sejam graves e se baseiem no "deixa andar". Mas a admissão desses erros, não pode levar-nos a admitir (por não ser verdade!) que haja um erro geral de apreciação dos professores dos ensinos básico e secundário.

Neste curto texto, não se pretende mais do que contribuir com um (um só!) aspecto de uma reflexão de prático, sem outra base que não seja a experiência de vida e o senso comum. Não nos baseamos em qualquer investigação feita sobre o assunto e estamos convencidos que a

investigação não traria mais do que a confirmação da tese que aqui vamos defender: "Na situação actual de frequência e de exames, as classificações internas e as classificações dos exames são incomparáveis".

1. Há uns dez (ou mais) anos atrás, os professores aplicavam provas escritas, corrigiam-nas essencialmente sobre a justeza ou não da conclusão final ou fundamental para atribuir uma classificação final quase rigorosa (?) bem numérica, provavelmente a média mais ou menos ponderada das classificações numéricas. Os estudantes que queriam "passar" tinham uma preocupação fundamental que era a de aproximar as suas observações ou cálculos de apoio daquilo que os professores esperavam e tinham um cuidado extremo, quando não uma tensão essencial, em obter resultados ou conclusões finais totalmente em acordo com a exposição dos professores e com o resultado esperado. Havia um treino nesse sentido da resposta unívoca e da importância de cada resultado final.

2. Nos últimos anos, porque a humanidade deu alguns passos em frente no respeito pelos saberes diversos, pelos vários caminhos da descoberta, pelas opiniões contraditórias, pelos diferentes tempos de aprendizagem, etc, foram sendo introduzidas regras e instruções no sentido de modificar esse anterior estado de coisas que grosseiramente descrevemos. Começou a falar-se em aprendizagem, em avaliação diagnóstica, avaliação formativa, avaliação sumativa; depois começou a falar-se em avaliação contínua, em considerar o "processo", valores e atitudes face aos saberes, às aprendizagens, à

escola, à sociedade e ao mundo. Passou-se tudo isso a letra de lei.

Durante uns tempos, os professores resistiram a todos os vendavais e continuaram a guiar-se pela única coisa que merecia aprovação social: o aluno era preparado para prestar provas e passar. Os que não eram capazes disso, eram reprovados com base nas médias das classificações dos testes (que nunca o foram). Um bom professor era o que deixava passar na frequência aqueles que passavam nos exames e ponto final.

3. A situação mudou radicalmente.

Para além de ter passado a letra de lei as novas concepções da avaliação escolar, o sistema publicitou generosamente e para um público cada vez mais bem informado (felizmente) a bondade das suas leis e normas.

Machadada final foi a consagração, em forma de lei, do direito de recurso dos utentes sobre as decisões (até então intocáveis) dos professores, das escolas e da administração de um modo geral.

Se os professores puderam resistir à lei, continuando a sobrevalorizar o escrito e a média das classificações numéricas atribuídas a cada um dos extraordinários momentos, não puderam resistir à emergência dos recursos de pais, de testes na mão, a reclamar que o professor só levava em conta uma parte da realidade e desqualificava cada um dos raciocínios correctos dos alunos, que o professor não cumpria a lei pois não fazia avaliação formativa, que não discutia com os alunos as classificações finais de período, que o professor não fazia qualquer avaliação contínua, que o professor não atendia ao trabalho, ao esforço, ao interesse

demonstrado pelo aluno, o que até podia ser demonstrado por esta ou aquela observação feita pelo professor da qual não se encontrava vestígio de influência na classificação final.

De facto, pela conjugação dessas duas pequenas coisas elementares e justas, os professores deixaram de resistir à aplicação da bondade da lei. E passaram a entrar na avaliação, muitas vezes contrariadamente, muitos pequenos nada (ou tudo) da vida escolar dos alunos. De há uns anos a esta parte, não há qualquer professor (por mais que tenha reagido à mudança) a arriscar-se a não considerar todos os raciocínios correctos (o que tornou as correcções de exercícios como a mais penosa das tarefas, embora aliciante e formativa para os professores e para os alunos), a não considerar os pequenos trabalhos dos alunos, o trabalho de grupo, a assiduidade, o interesse, etc. De há uns anos a esta parte, as classificações internas não resultam da média aritmética dos testes, nem a classificação de cada teste resulta só da ponderação da conformidade da resposta do aluno com a expectativa do professor. É coisa muito mais complicada e sofrida, com muita incerteza ainda, mas muito temperada por uma grande complexidade de dados recolhidos ainda em condições de trabalho degradantes, numa relação de um professor — agente de ensino e coleccionador de dados, de tantas naturezas e tão diversas — para tantos alunos.

Podemos dizer que, depois de muita resistência e ainda mal e ainda só em parte, os professores se renderam ao cumprimento das leis e das instruções sobre avaliação.

Resumindo, hoje a classificação interna relativa à frequência do ensino secundário não tem a ver com a capacidade provada em situações de prestação de provas excepcionais. Transitoriamente, podemos mesmo dizer que essas capacidades da prestação de provas, não foram mantidas e muito menos desenvolvi-

das, e que ao contrário foram atrofiadas por terem perdido o valor referencial que tinham nos anteriores procedimentos dos professores.

4. A classificação interna, erradamente ou não, mas de acordo com os últimos anos de leis do sistema e com a derrota das práticas clássicas dos professores em ensino e classificação, não representa agora qualquer capacidade na prestação de provas individuais e em tempos bem marcados. Muitos bons alunos perderam essa aprendizagem (luta pela vida, momentos de luta e de tensão) e muitos fracos alunos (naquelas competências e apropriações que eram consideradas como únicas com significado escolar) passaram a ser alunos sem qualquer qualificativo que lhes perturbasse a progressão no ensino básico e no ensino secundário. Mas não é assim que está bem?

5. O que não está bem é ter-se continuado a legislar e a criar condições para que a classificação se tornasse outra, continuando a considerá-la como se fosse o que tinha sido - resultados dependentes de provas escritas.

Porque só assim se entende o espanto resultante da comparação entre as classificações internas e as classificações de exames que, estas sim, se mantiveram inalteráveis.

Concluindo, não nos espanta completamente o desajustamento entre as classificações internas e as classificações das provas de aferição e específicas. O sistema tudo fez (e ainda bem?) para as tornar fundamentalmente diferentes. Deve agora reconhecer que, enquanto não forem mudados procedimentos fundamentais, elas são incomparáveis. E deve combater, como sistema que assim construiu o edifício, todas as falsas ideias que repousam na comparabilidade e defender a dignidade dos professores que, como classe, não cometeram erro (ou cometeram um de dois: resistir demasiado tempo à mudança, ou desistir de resistir).

Se o dever passa por exames finais, o dever passa por provas-modelo

1. Se os resultados das provas de aferição e das provas específicas servem para alguma coisa, alguma coisa é que elas não são adequadas, não representam qualquer validação externa sobre a classificação interna pois não se escoram nas mesmas realidades desta última. Elas podem pretender medir tão só em que medida é que os estudantes (mesmo que desmobilizados de prestar provas de esforço de que não conhecem as regras e sem treino para o aspecto específico que nas provas está em causa) utilizam os conhecimentos específicos deste ou daquele programa para responder a algumas questões elaboradas sobre a única realidade dos conteúdos e objectivos "significativos" dos programas. Ora a realidade dos programas é uma realidade de papel e o par (conteúdos, objectivos) é uma parte dessa realidade. É suposto que a realidade do ensino e aprendizagem seja muito mais complexa - aplicação dos programas, mas também das diferentes directivas (muitas delas, exteriores aos programas — a maior parte da artilharia da avaliação nem está nesses programas e está pulverizada em milhares de instruções e indicações pedagógicas e científicas que os professores têm de apropriar pelo estudo autónomo e com a vida) à convivência com estudantes reais diferentes (de diferentes extracções sociais, uns perto e outros longe dos saberes escolares, muitos "clientes" forçados do sistema) em turmas de mais de trinta "iguais" em direitos e deveres, a quem se pretende, mais ou menos bem, socializar e "conformizar" — tornar o mais possível conformes às sabedorias e culturas escolares, mantendo ao mesmo tempo as suas culturas, tradições, etc.

Não habituados a provas de esforço, menos habituados a pensar que provas de curta duração possam

significar o fim das progressões que lhes prometeram (sem lhes prometer outro futuro que não seja prosseguir os estudos), os estudantes vão agora ser submetidos a cinco ou seis exames finais no 12º ano. Até agora, os estudantes poderiam ter de fazer uma, duas ou três provas das três disciplinas que frequentavam. Pais que exigiam e exigem a consideração de todas as habilidades dos filhos para a avaliação e classificação interna, pagavam e pagam a explicadores o treino para as provas que deixaram de esperar da escola. E agora até pode acontecer (e está a acontecer!) que os pais estejam a investir no antiquíssimo serviço de resolver exercícios típicos dos antigos instrumentos de navegação pelos mares do ensino e que, ainda pior do que antes, não permitirão grande reembolso. Porque mesmo os explicadores não podem treinar convenientemente para o porvir desconhecido.

Compete às escolas treinar essas competências de prestar provas? Se há provas aparentemente baseadas nos seus serviços e oficialmente produzidas para validar as apropriações que permitem, as escolas devem preparar os estudantes para prestar as provas. Talvez tentar treinar sem sacrificar o que a escola deve fazer no essencial. Como?

Uma das formas passa por fornecer provas-modelo que, para além das sínteses significativas dos conteúdos/objectivos dos programas, indiquem o tipo de perguntas e o tipo de respostas esperadas e criem uma nova tensão relativamente a instrumentos que não podem ser considerados fundamentais na avaliação contínua e que representam abordagens possivelmente previstas nos programas, mas para as quais os professores se mostraram incapazes (sem que disso tenham culpa individualmente) ou não puderam incorporar na sua leccionação.

Se o DES, para além de enviar às escolas o "núcleo significativo de

conteúdos e objectivos", enviar provas-modelo estará a assumir um dever por cumprir.

As provas até agora aplicadas têm tido resultados desastrosos. Valerá a pena prevenir, por pouco que seja, o desastre que se avizinha (mas que sempre viveu mais ou menos ao nosso lado, ao lado da escola - que nunca teve ou não quis ter acesso ao interior da escola). Agora mais do que nunca isso se justifica. E justifica-se que essas provas-modelo já sejam ajustadas à nova realidade dos exames finais de curso (vários...) em vez de simples provas de aferição. A única objecção poderá residir no facto destas provas de exame final servirem várias funções no sistema. Mas que culpa têm os estudantes (com classificação interna) disso?

2. Para sobreviver às acusações de desajustamento, tendo em conta que o novo programa (conteúdos/objectivos/metodologia/avaliação/tecnologia) não está a ser aplicado de modo uniforme e muito menos está a ser apropriado de modo uniforme e que é suposto haver grandes mudanças, as provas deveriam ter sido testadas com alunos do ano anterior. Se se considerassem as provas do ano anterior (aplicadas aos alunos da experiência) como teste (tiveram tratamento estatístico questão a questão?) poder-se-ia pensar que as provas estavam desajustadas, mesmo para as condições excepcionais. Pensou-se nisso? Vai levar-se isso em conta? Com os alunos deste ano, não é possível fazer qualquer verdadeiro teste, até porque nunca poderiam ser considerados todos os itens do programa. Mas pode fazer-se qualquer coisa com a aplicação de uma bateria de perguntas-tipo possíveis dentro do previsivelmente leccionado que sugeriria, pelo menos, a adequação de tal ou tal forma de perguntar e tal ou tal forma de esperar resposta. A aplicação deveria ser feita sobre uma amostra significativa, consideradas as regiões do país e alguma distribuição dos resultados de anos anteriores.

Poderia concertar-se ser feito um teste com uma amostra de alunos deste ano, no fim do ano, para permitir lições a seguir em 1997 (se é que se conseguem passar as informações de uma comissão para outra comissão, se é que é possível dar instruções a comissões de elaboração de provas de exame).

O teste deve ser feito sobre as mudanças de procedimentos e sobre as novidades e deve, por isso, a ser feito, ser aplicado este ano.

Mas o envio de provas-modelo, em tempo útil, proporciona aos professores um guia mais a considerar na leccionação ou em esquemas de apoio. É de esperar que, pelo menos isso, aconteça.

Exames sim! Provas modelo não! Tudo em defesa do ensino e da aprendizagem!

Recentemente, em resposta a pedidos/exigências por Conselhos Directivos e Pedagógicos, o Departamento do Ensino Secundário informou que "no que concerne às provas-modelo" ... "não está prevista a sua produção, uma vez que, não havendo já condições para garantir a quantidade e a qualidade desejáveis, se correria o risco de condicionar em demasia o processo de ensino-aprendizagem e conduzir a uma metodologia de ensino excessivamente limitativa".

Ficamos a saber que afinal o sistema de exames não condiciona assim tanto o processo de ensino-aprendizagem. São as provas-modelo, essas sim, que podem condicionar o processo de ensino aprendizagem e conduzir a uma metodologia excessivamente limitativa.

Estamos entendidos.

Arsélio Martins
Escola Secundária José Estevão,
Aveiro

“Explorar, jogar, descobrir – a Matemática ao alcance de todos”

O que disseram os meus alunos

Ana Manuela Marques Correia

Aos colegas leitores de Educação e Matemática

Em primeiro lugar quero dizer-vos que estou muito feliz por já me encontrar ao lado daqueles que ensinam aquela que sempre foi a minha disciplina preferida. Fui professora estagiária no ano lectivo passado e este ano encontro-me a leccionar na Escola E B 2-3 de Santa Clara em Évora. Évora, Évora, Évora! Cidade que muitos de vós talvez ainda têm na lembrança, o local do ProfMat 95, XI Encontro Nacional de Professores de Matemática. Desejo que guardem felizes recordações matemáticas. Eu guardo!

Não tive o prazer de vos encontrar, pois por razões que para aqui não são chamadas, não me inscrevi neste grande encontro. No entanto, a escola onde lecciono teve a feliz ideia de conduzir todas as turmas de 3º ciclo à exposição “Explorar, Jogar, Descobrir – a Matemática ao alcance de todos” que esteve patente no Palácio D. Manuel (Évora). Os alunos das “minhas” turmas: 8º A, 8º B, 8º E, 9º A e 9º B foram por mim informados que deveriam entregar-me um pequeno texto - comentário à exposição que iam ver...

Colegas, encontro-me agora a ler esses trabalhos.

Penso ter o dever de os partilhar convosco, que os entendem e que, tal como eu, lhes dão valor. À medida que a minha leitura avança sinto-me cada vez mais orgulhosa: pela exposição e pelas frases dos meus/nossos alunos. Aqui estão elas.

“Na idade média era uma honra aprender matemática, na nossa é uma obrigação.” (Pedro Mendes, 9º A)

“Quem não souber matemática
Vai cavar
Quem souber matemática
Vai cantar.” (José Prim, 8º E)

“Fiquei a saber que a matemática é mesmo uma coisa infinita, não sabemos onde vai terminar.” (Sónia Sousa, 8º B)

“Eu acho que para se seguir um curso de matemática tem que se ter imenso valor porque a matemática não é para brincadeira.” (Sónia Matos, 8º B)

“Depois de sair da exposição, a turma do 8º B regressou à escola, alegre, mais inteligente e com recordações que não irá esquecer tão depressa.” (Ana Luísa Barreiras, 8º B)

“Quem inventou a Matemática inventou com bastante imaginação e sabedoria.” (Alexandra Marcos, 8º B)

“Chegámos à conclusão de que a matemática é como um órgão do nosso corpo, sem ela não podemos sobreviver.” (Cláudia Miranda, 8º A)

“O tema “Sorte ou Saber” tinha alguns jogadores engraçados que nos mostravam, que por vezes, as grandes descobertas resultam de momentos de sorte.” (Mário Ferreira, 8º A)

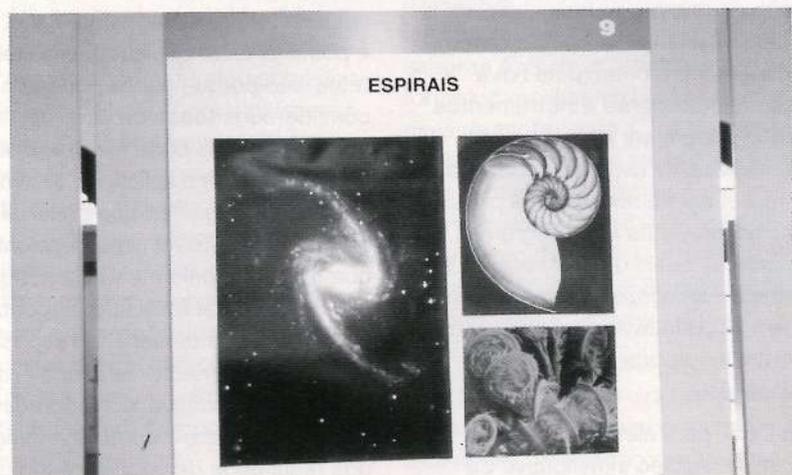
“Quando podemos brincar com a matemática, nós podemos até sonhar com ela. A matemática do dia-a-dia é como aquelas peças que vimos na exposição e que se encaixam umas nas outras.” (Joaquim Ramos, 9º B)

“Matemática: mãe de todas as

ciências, pois ela própria já existia muito antes das outras ciências e até muito antes do próprio ser humano existir já ela vagueava na Terra esperando ser interpretada.” (Filipe Barrambana, 9º A)

“No fundo, diria que a matemática sou Eu e o Mundo que me rodeia, desde o átomo até ao cosmo infinito...” (Helena Pires, 9º A)

“A matemática tem uma história tão antiga e tão comprida como as barbas do Pai Natal ...” (Paula Correia, 9º A)



Deixo-vos agora com um texto (reproduzido na íntegra) que muito me emocionou... faltam-me palavras para o caracterizar:

"Em género de introdução ...

A Matemática em exposição no Palácio D.Manuel - Talvez um dos melhores contributos do ProfMat para a sensibilização dos jovens em relação à Matemática.

Matemática, um tema que à partida pode parecer desinteressante a muito boa gente (sentimento resultante da exagerada teorização da Matemática nos dias de hoje) torna-se através desta exposição o ou um dos mais interessantes e belos...

É a Matemática que se revela aos seus criadores (porque afinal a Matemática nasceu do Homem).

É a arte que se despe pura e lívida ante os olhos do artista.

É uma exposição de culto pois se há uma coisa profundamente humana e essencial neste mundo ela é, sem sombra de dúvidas, a Matemática.

Primeiro, um título que nos faz pensar: "A Matemática ao alcance de todos".

Ficamos na expectativa ... uma sensação esquisita paira no ar: aquela ansiedade agradável por algo que nos espera e não sabemos. O clímax dos sentidos antecedendo algo nunca visto ou desconhecido - aprisiona-nos à medida que subimos as escadas prestes a penetrar naquele Mundo. No Mundo da Matemática. E sabemos - pelo barulho da rua, dos automóveis - que lá fora o mundo continua, mas ali aprisionados pelas paredes quinhentistas daquele palácio, o tempo voa antes de pisar.

Começamos (como já é da praxe) com uma pequena apresentação histórica e evolução cronológica do assunto nuns painéis rígidos e estáticos (pouco interessantes quanto a mim). Tiram-se, no entanto algumas conclusões da breve atenção que lhes prestamos: considerando o plano cronológico da História, a Matemática começa por intuição (nasce da necessidade humana: a necessidade de comunicar) com os pré-helénicos, os grandes gregos dão-lhe forma e conteúdo e os orientais originalidade.

Mantem-se quase intacta no longo período "fechado" que foi a Idade Média (essencialmente na Alta Idade Média) para só se voltar a descobrir no Renascimento. Numa época em que o Homem, em busca da verdade desafia a razão e descobre-se a si próprio. A partir daí a sua evolução foi explosiva. O homem não cessava de descobrir e saber e num período considerado de Renascimento Profundo (período a que a História chamou de Iluminismo: crença absoluta na "luz" da razão) existiu um homem notável: René Descartes.

Homem que criou a Geometria Analítica e que desenvolveu extraordinariamente a Álgebra. Homem que se distinguiu entre outros no mundo da Matemática. Homem que apelava à dúvida metódica, considerando que só assim se poderia chegar à verdade. Citem-se algumas palavras suas: "Talvez a minha vida seja apenas um sonho; o meu próprio conhecimento da Matemática pode estar prevertido por um demónio maligno. Mas uma coisa há da qual não posso duvidar: Penso, logo existo (*cogito, ergo sum*). Se penso, deve haver um sujeito presente". Descartes concentrou toda a sua vida num único objectivo: levar a Matemática a todos os campos do conhecimento humano.

O Mundo estava em mudança, nasce o mundo moderno. Actualmente no nosso mundo, os cientistas convencidos de que a Matemática é a mais apurada de todas as línguas humanas seleccionam uma verdade universal que eles acreditam seja reconhecida por toda a eternidade — a fórmula para medir o comprimento de onda da luz — e enviam-na, por meio de feixes direccionais, para outras galáxias na Via Láctea, proclamando que na Terra, depois de 3 biliões de anos de evolução, surge uma espécie capaz, pela primeira vez, de acumular e transmitir a sua experiência de geração em geração.

Passando os painéis, entra-se num mundo fascinante. O contacto com

esse admirável character que é o número. O número que teve de berço o corpo do homem — é nosso. Oh! como é alucinante pensar nisso. Depois foi crescendo, sem nunca de nós se separar, desde o sistema decimal, a original contagem do Egipto, a invenção do zero até à sua aplicação científica nos dias de hoje.

Aplicado no dia a dia surgiu nos sistemas numéricos e medidores rudimentares de tempo, distância, peso e volume até que se chega às modernas máquinas electrónicas. Um metro é agora o comprimento de onda de luz emitida por um gás. E desde o princípio de 1972 que um segundo, como fracção de um minuto, é definido por um relógio atómico acertado por moléculas de gás em vez de corda e de uma tal precisão que a sua margem de erro é de um segundo apenas, em biliões.

Descobre-se, à medida que se avança, que o número tem um espírito, o número desafia a eternidade. Mergulhando o homem nesse abismo vertiginoso que é: o infinito! Foi decerto a secção que mais me agradou. Talvez devido ao buraco negro que nos encerra. O homem é um ser egocêntrico, um ser que sente remorsos, um ser que procura a razão e a estabilidade na verdade das coisas (se bem que na verdade, levada a certos extremos possa tornar-se inimiga da estabilidade).

O homem, esse ser que não acredita que o universo tem uma alma, é posto pelo infinito numa estrada sem fim. É encurralado pelos segredos do espaço e pelo limite da existência. E até que ponto aceitamos a eternidade das outras coisas?

Achei deveras interessante este debate (que nos foi infligido) entre a eternidade e o homem. Essa escolha entre a loucura do saber e a demência da indiferença. Alucinante, a forma como me foi acordada a memória sombria e demasiado humana de que não sou eterna. Trancreva-se esse debate nas palavras (talvez mais entendedoras e melhor entendidas) de

William Blake: "Ver o Mundo num grão de areia e o céu numa flor selvagem; pôr o infinito na palma da tua mão. E a eternidade numa hora ..."

E depois do infinito que nos apanha desprevenidos vem o humor e a perspicácia do próprio número. A probabilidade - a sorte e o azar em divertidos jogos de lógica. O teorema de Pitágoras que mostra a sua relevante importância. Importância a que não damos atenção quando aprendemos de uma teorizada a "lenga-lenga" milenar que dita que "O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos". Mais uma prova de que a observação e a experiência são as chaves do conhecimento. Pena, é que o ensino actual não preserve na íntegra estes valores seiscentistas (aqui fica mais um apelo: não teorização - abusiva - da Matemática. Apelo entendido como uma gota no oceano).

Entra-se agora no sector da Matemática Aplicada. Este segundo sector revela-se o sector das descobertas. O sector que reflecte o lado mais oculto, original e belo da Matemática. Enfim, o sector mais cativante no plano intelectual e espiritual...

O complexo jogo das pavimentações: a noção de espaço e área. O encaixar de uma peça na outra — quase como se contasse uma história — até formar um universo de pequenos universos de figuras. É interessante verificar como a Matemática se ocupa de todos os cantos da existência.

A Geometria da distorção: uma disciplina da Matemática que à partida não julgamos ciência.

A beleza e a fragilidade sensual dos fractais, que julgo a minha maior descoberta da Matemática. Impressionou-me toda a densidade de sensações implícitas nos fractais — dantes, acreditava na beleza das palavras e no espírito das sensações, dos cheiros, dos sons e do silêncio, a partir de agora acredito na beleza da Matemática. Talvez a beleza mais verdadeira e pura. Transcrevam-se as palavras de G. H. Hardy:



"Os modelos matemáticos, tais como os dos pintores e poetas, devem ser belos; as ideias; como as cores ou as palavras, devem ajustar-se de modo harmonioso — é difícil definir beleza matemática, mas ela existe" e eu senti-a.

Por fim vêm os jogos que além de divertidos demonstram-se espantosamente complexos (bem pensados, perspicazes entenda-se). O desafio, o risco e até o gosto pela aventura. "O jogo é sob as suas duas formas essenciais de exercício sensorio-motor e de simbolismo, uma assimilação do real à actividade própria, fornecendo a esta alimento necessário e transformando o real em função das necessidades múltiplas do eu" (Piaget, Psicologia e Pedagogia).

Jogos que nos fazem pensar até que ponto a nossa capacidade mental e

criadora pode chegar.

As ilusões de óptica; que desempenham tão importantes papéis na arte, na matemática, em psicologia e mesmo na filosofia; um campo a explorar. Ilusões que nos encurralam de novo, agora não pela eternidade mas pelo desafio inflingido ao próprio cérebro que procura sempre racionalizar.

... Em género de conclusão...

Acredito que nesta vida complicada procuramos equilíbrio e estabilidade. É talvez isso que nos move. Para que tudo se mantenha é necessário o equilíbrio, se não o encontramos nas sensações mundanas que tanto rebuscamos urge procurá-lo na Matemática. A Matemática é tudo: é arte, é música, é vida, é espírito... É o equilíbrio ainda não encontrado ..."
(Ana Cláudia Banha, 9º A)

A conclusão que tiro... deixo-a à vossa imaginação matemática !!! Agora... vou felicitar os "meus" alunos!

Ana Manuela Marques Correia
Escola E.B. 2/3 de Santa Clara (Évora)

História e Educação Matemática

Braga, 24-30 de Julho de 1996

Continua em preparação este encontro internacional organizado pela APM e pelo Departamento de Matemática da Universidade do Minho. A conferência inaugural, sobre Pedro Nunes, será proferida pelo Prof. Dias Agudo, da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e da Academia das Ciências. Previstas também conferências introdutórias sobre a história da Matemática em África, na China, Índia, Babilónia, Egipto, e outras regiões do mundo, sobre diversos temas da história da Matemática, como Geometria, Álgebra, Demonstração, e ainda sobre a história das relações da Matemática com a Música, Arte, Técnicas, Cultura, etc. O prazo para inscrições sem multa termina a 31 de Janeiro. Mais informações na sede da APM.

O ensino da Matemática no séc. XVIII e a Universidade de Évora*

Ana Isabel Rosendo

O ensino da Matemática e a contestação aos Jesuítas

Eram as questões relacionadas com a náutica, fortificações e arte militar que davam grande valor aos estudos de Matemática em Portugal, nos finais do séc. XVI, pelo que teve bastante prestígio a "Aula de Esfera" do Colégio de Santo Antão. Aí deram aulas públicas conceituados matemáticos, alguns portugueses e bastantes estrangeiros, que ou eram convidados para elevarem o estudo das ciências ou vinham com ideias de partir para uma missão no Oriente^[1].

Entretanto, nos outros dois principais Colégios da Companhia de Jesus, em Coimbra e Évora, decorriam aulas de Matemática, mas sem o esplendor da "Aula de Esfera" e, no de Évora muitos anos houve durante o século XVII em que não funcionou essa aula. Nestes dois Colégios, estudavam Matemática apenas religiosos da Companhia.

Contudo, o ensino no Colégio das Artes (Coimbra) e na Universidade de Évora era público, aberto a jovens que se queriam instruir e que aprendiam ao lado dos elementos da Companhia fundada por Inacio de Loiola [13, pág.391]. Estes por vezes tinham aulas complementares, no Colégio de Jesus (Coimbra) e do Espírito Santo (Évora), segundo as regras dos Reitores destas casas.

No Colégio das Artes¹, até ao fim do século XVII, ensinaram ilustres professores de Matemática como João Raston, João König e Alberto Buckowski, além do belga P. António Tomás e outros portugueses, donde destacamos Martim Soares e António Castelo Branco.

Silva Dias afirma que a cadeira de Matemática não pertenceu ao curso externo do Colégio das Artes, durante todo o século XVII e parte do XVIII [6, pág.55]. Só pudemos constatar que existia um professor de Matemática para os elementos da Companhia, no Colégio Conimbricense, no "Catalogus 3^{us} Provinciae Lusitanae Anni 1726"².

Na Universidade de Évora, a aula pública de Matemática só foi criada em 6 de Agosto de 1703³. Antes existiu uma aula desta ciência em Elvas, que foi instituída, pelo Príncipe D. Teodósio, a suas expensas, em 1651, para proveito dos militares que defendiam a Praça de Elvas. Nesta aula, que apenas deve ter durado cerca de duas décadas⁴, exerceu também o seu magistério, mas já no reinado de D. Afonso VI, o célebre matemático e astrónomo da Morávia, Valentim Estancel.

Não podemos perder de vista a estrutura curricular daquela época, em que os estudos menores compreendiam o curso de Primeiras Letras, seguido do de Humanidades onde se aprendia latim, grego, língua materna, história e geografia, poesia e eloquência, e por fim o de Filosofia ou Artes que decorria em três anos⁵ e incluía a matemática, a física e a astronomia, além da lógica, ética e metafísica. Estes estudos eram ministrados em Colégios e é já evidente a existência de um ciclo de estudos denominado de Artes, depois do elementar, que é propedêutico para os estudos maiores ou superiores. Por sua vez estes estavam organizados em quatro Faculdades: Teologia, Cânones, Leis e Medicina.

Na Universidade de Évora, a aula pública de Matemática só foi criada em 6 de Agosto de 1703.

Antes existiu uma aula desta ciência em Elvas, que foi instituída, pelo Príncipe D. Teodósio, a suas expensas (...)

* Comunicação apresentada no ProfMat 95 que, por lapso, não foi incluída nas Actas.

Em Coimbra o ensino público do Ciclo das Artes (Humanidades e Filosofia) era exclusivo do Colégio das Artes, que em 1561 tinha sido incorporado na Universidade.

A Universidade de Évora, que foi criada em 1558 com a acérrima oposição da Universidade de Coimbra, tinha como principal fim a formação de Teólogos e aí se ministrava igualmente o Ciclo das Artes. São os Jesuítas que tomam conta dela a pedido do Cardeal D. Henrique, seu fundador. Acrescentemos como pequenas notas que o curso de Teologia era de 4 anos, e abrangia o estudo da Escritura Sagrada, das ciências teológicas e da língua hebraica, e que nas escolas Jesuítas se estudavam todas as matérias então leccionadas nas Universidades com excepção da Medicina e Leis.

No início, o ensino da Matemática, integrado no curso de Filosofia, não ia além das noções elementares de Aritmética, Geometria e Perspectiva, no 2º ano. No 3º ano estudavam a "Física" de Aristóteles e o "Tratado da Esfera" de João Sacrobosco⁶. [5, pág.343]

Ligada à necessidade de dar formação aos pilotos ou homens do mar, como já referimos, abre em 1590 a aula pública de Santo Antão, conhecida por "Aula de Esfera" e independente do curso geral do Colégio, que vai começar por ter um curriculum mais alargado e mais profundo do que o previsto para esses pilotos. É o caso do curso do P. Francisco da Costa (1595-c.1602) que engloba elementos de cosmografia ("Tratado da Esfera") e aspectos práticos de uso dos instrumentos náuticos e astronómicos, mas com observações críticas, e ainda Astrologia, Arte de navegar, Geografia e Hidrografia (descrição dos mares e zonas costeiras).

Com o correr do século XVII, esta aula vai-se tornando mais teórica⁷, o estudo da Geografia e Hidrografia desaparece do plano de estudos, o da Astrologia vai ser drasticamente reduzido, o da Arte de Navegar vai-se tornar teórico e sem interesse, o da Cosmografia e construção e uso de

globos vai-se manter, a Geometria elementar vai aparecer depois dos meados do século, e a Aritmética só no início de setecentos começará a ser introduzida. Estas novas matérias surgiram possivelmente, como afirma Luís de Albuquerque, para o curso também funcionar como preparatório para os alunos que pretendiam ir para a "Aula de Fortificação e Architectura Militar" que D. João IV criara em 1647. Assim se justifica, também, que o P. Luís Gonzaga (1700-1709?) tenha leccionado um "Tratado de Architectura Militar" na "Aula de Esfera", por ordem de D. Pedro II.

Entre os professores da "Aula de Esfera", Cristovão Borri (1627-1630) e Simão Fallónio (1635-1642) referiam, nos seus cursos, a teoria de Copérnico, apesar de a desaprovarem e seguirem Tycho Brahe, que estava de acordo com o rigor das observações da época e conciliava a teoria de Ptolomeu com aquela. Aliás Borri foi uma personagem marcante na "renovação das noções físico-astronómicas", a par de Baltazar Teles, e influenciou bastantes dos mestres que se lhe seguiram na "Aula de Esfera", além de Soares Lusitano e António Cordeiro. Defendia a corruptibilidade dos céus, fluidez e movimento sideral, e a limitação do número de céus a três⁸. [6]

Até à última década do século XVII vemos que eram essencialmente estrangeiros quem leccionava Matemática no país, e tais aulas, com excepção da de Santo Antão, pouca adesão tinham. É por isso que os Visitadores da Companhia começam a pressionar o Provincial para que se incentive esse estudo, tão necessário ao reino português.

Não vendo resultados dessas diligências, decidiu o Geral da Companhia de Jesus, Tyrso Gonsales, tomar posições mais fortes, que enviou à Província Lusitana entre 1692 e 1702, impondo medidas muito rígidas para elevar o estudo da Matemática [14, Tomo III, vol. I, pág.198]. Recomenda que as aulas de Matemática, para os alunos dos quatro anos do Curso de Filosofia dos Colégios de Lisboa,

Coimbra e Évora, funcionem todos os anos, sem interrupção, e que, enquanto não houver Mestres da própria Província, peçam ao Geral o envio de Professor estrangeiro. Que todos se envolvam nesta empresa, desde o Reitor, que deve dar relevo a esses estudos através de actos públicos a eles directamente ligados, até aos professores de Filosofia, que não devem desviar os alunos desses estudos pensando que eles perdem tempo útil à Filosofia, passando por louvores e atribuições de prémios aos alunos. Estabelece ainda um programa de formação de professores de Matemática, com o objectivo de dar formação matemática a alguns religiosos que seriam os futuros professores desta ciência da "Aula de Esfera", Colégio das Artes e Universidade de Évora, e que seriam enviados como missionários ao Oriente. Teve frutos esta iniciativa, pois desde o início do século XVIII serão portugueses os professores de Matemática que leccionam nessas três maiores escolas jesuítas em Portugal. Referiremos apenas três de entre os mais ilustres que exerceram o seu magistério antes do aparecimento da obra polémica de Luís António Verney: o P. Luís Gonzaga [1], o P. Inácio Vieira⁹ e o P. Manuel de Campos [15].

De entre os jesuítas estrangeiros que rumaram a Portugal porque desejavam participar nas missões ultramarinas, salientam-se neste primeiro quartel do século XVIII os Padres italianos João Batista Carbone e Domingos Capacci. Eram ilustres matemáticos e astrónomos, pelo que D. João V os nomeou "Matemáticos ou Astrónomos Régios" e instalou um Observatório Astronómico, no Colégio de Santo Antão, custeando os inúmeros instrumentos que o primeiro entendeu mandar vir do estrangeiro. Então fizeram-se, sob orientação de Carbone, várias observações¹⁰, como, por exemplo, do satélite mais próximo de Júpiter e de alguns eclipses do Sol e da Lua, que foram comunicadas às Academias Científicas estrangeiras, onde se destaca a Academia Imperial de S. Petersburgo, e que projectaram o nome de Portugal.

Ao P. Domingos Capacci foi cometido o encargo de fazer estudos da geografia portuguesa, até que em 1726 é mandado para o Brasil, com o mesmo fim, acrescido de executar observações astronómicas. Mas Carbone permanecerá no reino por imposição régia, pelo que quem embarcará com Capacci será o P. Diogo Soares¹¹, que veio igualmente a ser célebre pelos mapas que desenhou.

De principal importância foi a acção de Carbone, que veio dar impulso ao estudo da Ciência, e será neste seguimento que, já na segunda metade do séc. XVIII, o P. Eusébio da Veiga¹², que fez estudos no Observatório referido, ficará conhecido além fronteiras pelas suas Efemérides Astronómicas.

Apenas no séc. XVIII se iniciaram as aulas públicas de Matemática na Universidade de Évora, como referimos. Delas restam-nos algumas *conclusões* impressas pelos Mestres que levavam os seus discípulos a defendê-las em actos públicos tal como os estudantes de Artes. Estas *conclusões* eram sínteses das lições do Professor de Matemática, e por elas podemos ver que incluíam, além de Fortificação e temas de Matemática elementar actuais, muitos assuntos que actualmente se tratam na Geografia, Física e Ciências da Natureza do ensino não superior.

Ao nível universitário a aula de Matemática pertencia ao curso de Medicina. Contudo, desde 1612 até à reforma pombalina de 1772, durante pouco tempo teve lente a cadeira de Matemática da Universidade de Coimbra [10]. Aliás também se fazia sentir a falta de frequência a essas aulas por parte dos alunos, como aponta Theophilo Braga [3, vol. II pág. 824]. Mas, como bem refere Domingos Maurício [11], não podemos esquecer que este nível de ensino era público e não competia à Companhia de Jesus assegurar-lo, apesar de que será ela a ajudar a remediar esse problema fazendo vir, a pedido dos monarcas portugueses, alguns ilustres matemáticos jesuítas estrangeiros

para assegurarem aquela disciplina. É assim que na Universidade de Coimbra leccionou, por exemplo, o P. João König (de 1682 a 1685), que veio a ser conhecido por João dos Reis, a quem se deve a aquisição de algum material didáctico em Inglaterra para o ensino da Matemática, após o que será oficialmente encarregue de fazer o levantamento topográfico do continente português para elaboração do respectivo mapa.

Desde finais do séc. XVII até à Reforma Pombalina da Universidade (1772), parece-nos que ao nível preparatório, que actualmente designaríamos de ensino secundário, havia um esforço por elevar o ensino da Matemática, mas que não tinha seguimento ao nível superior.

De entre as restantes ordens religiosas que também se dedicavam ao magistério, vamos apenas realçar a Congregação do Oratório, por ter protagonizado a contestação ao ensino Jesuíta em Portugal.

Os Oratorianos começaram por abrir aulas públicas de Gramática e Filosofia em 1725. A categoria dos seus Mestres e uma certa acção de divulgação da Ciência através de conferências, onde se manifestavam intelectualmente progressistas, levou-os a grangear fama de bons educadores, tornando-se rivais dos Jesuítas, de postura conservadora.

Entre os alunos de filosofia dos primeiros anos de ensino público desta Congregação encontramos Luís António Verney, que irá mais tarde prosseguir os estudos na Universidade de Évora, obtendo o grau de Mestre de Filosofia em 1733 e passando a frequentar o curso de Teologia que só concluiria em Itália, para onde se ausentou. Verney foi das personalidades que mais marcaram o evoluir do sistema de ensino português no séc. XVIII, com a publicação do "*Verdadeiro Método de Estudar*" (Nápoles, 1746), onde se revela um grande iluminista português criticando o ensino (métodos e conteúdos) que na altura se ministrava em Portugal e fazendo algumas propostas de reformulação. Como

principais detentores do ensino em Portugal, os Jesuítas foram o grande alvo daquelas censuras.

A reacção oficial e visível dos Jesuítas foi acutilante na rejeição total daquela obra, mas a evolução do ensino jesuítico era realmente lenta, em relação ao estrangeiro, devido ao isolamento cultural do século XVII e ao ambiente mental da época no reino português, onde cada indivíduo tinha a sua cabeça sempre vigiada pela Inquisição. Apesar disso, como diz Silva Dias [6, pág. 246], entre aqueles o movimento naturalista tomou mais força depois do "despertador" que foi o *Verdadeiro Método de Estudar*. Tentaram, então, relegar a Metafísica para lugar secundário e estudar a Física num sentido mais positivo. Mas adoptar Newton na Física e Locke na Lógica, como preconizava Verney, são ideias que só depois de 1752 se começam a sentir, devido à acção dos Oratorianos.

A renovação do ensino científico Jesuíta e a Universidade de Évora do séc. XVIII

Como já vimos, relativamente ao ensino da Matemática, nomeadamente com Cristovão Borri no século XVII e com Carbone no início do seguinte, esteve Portugal a par dos conhecimentos da ciência dessa época. Isto antes de Verney aparecer com o *Verdadeiro Método de Estudar*.

Um dos vestígios da evolução que se processava nas aulas inicianas é o conjunto de painéis de azulejo¹³ que existem nas salas dos gerais da Universidade de Évora. Numa delas (sala 103) vê-se a data de 1744 e os últimos azulejos adquiridos são de 1749 (sala 124). Não esqueçamos que a encomenda teve naturalmente data anterior!

Entre estas salas há uma dedicada à Matemática e outra à Física e Belas Artes, além de muitas outras imagens com paisagens e produtos dos vários continentes. Vejamos quais os motivos dos nove quadros que decoram a antiga Sala de Matemática (sala 114): o primeiro tem um carácter bélico; o seguinte mostra alguns anjos



**103 ANOS AO SERVIÇO
DAS ARTES GRÁFICAS**

ESCRITÓRIOS

Travessa do Convento de Jesus, n.º 4 1.º
Telefs. 395 18 18 / 395 26 75 / 60 45 53
1200 Lisboa

OFICINAS

Rua do Sol a Santa Catarina, 29 - 29A - 30B
Telef. 342 88 73 • 1200 Lisboa

ARMAZÉNS

Rua do Sol a Santa Catarina,
36A - 36B • 1200 Lisboa

observando a produção de vácuo numa grande esfera por meio de uma máquina de tríplex roldana que um anjo faz funcionar movendo uma manivela; o terceiro ostenta vários objectos como óculos, esferas armilares e relógios e figuras matemáticas como cilindros, cones e círculos concêntricos a serem manipulados por anjos; depois mais instrumentos: compasso, transferidor, esquadro, fio de prumo, etc. cujo uso a Ciência ensina aos seus alunos; nos dois quadros adiante há cenas com peças de artilharia em que se nota a parábola descrita por uma granada e mais desenhos geométricos; no sétimo uma mão sustenta uma grande esfera armilar ladeada por dois anjos que têm um cone e um triângulo, enquanto os estudantes observam figuras geométricas, trabalham com triângulos e circunferências, e outros observam os astros com um óculo, a esfera armilar, relógios de sol e mapas; o quadro seguinte mostra a Deusa da Guerra com um escudo onde as armas de Portugal estão apoiadas num globo enquanto os alunos observam os astros, estudam os fusos horários numa esfera armilar apontando para um relógio de parede e desenham; no último mais um observador do céu com um óculo e a esfera armilar ao seu lado.

Nos quadros respeitantes à Física (sala 120) observa-se: Aristóteles como professor desta ciência; a experiência dos hemisférios de Magdeburgo sobre o vácuo; a experiência de Arquimedes sobre a densidade dos corpos nos meios líquidos; a lenda dos espelhos ustórios de Arquimedes no cerco romano a Siracusa; a lenda de Prometeu que por ter roubado o fogo ao céu, para animar homens que construiu com terra e água, foi castigado pelos deuses e que tem as legendas - "Física" e "Vive pesquisando"; as experiências sobre magnetismo com metal e íman; e um quadro dedicado à Medicina.

Apesar de se notar um compromisso com o aristotelismo e de se mostrarem críticos com o experimentalismo, nota-se que as actividades destas

duas aulas assim representadas são sustentadas por observação, manipulação, construção de desenhos ou mapas, enfim, actividades não puramente especulativas.

Entretanto, entre os cursos filosóficos dos jesuítas aparecem os marcadamente ecléticos, como os dos Padres Sebastião de Abreu (Évora) e Inácio Soares (Braga). Neles discute-se Descartes e revela-se o conhecimento directo de Bacon, Boyle, Wolf e Musschembroeck, com algumas referências indirectas aos trabalhos de Leibniz e Newton. Pela sua sistematização e denotando um carácter mais científico da Física, destaca-se ainda o curso filosófico dado pelo P. Manuel Pinheiro, em Évora de 1755 a 1758.

Nesta altura os jesuítas usufruíam já de livrarias actualizadas, entre as quais a do Colégio de Coimbra, a que Inácio Monteiro teve acesso e de que deve ter beneficiado, depois de, em Évora, ter obtido o grau de Mestre em Artes acrescido de uma especialização em Matemática¹⁴, pois o seu *Compêndio dos Elementos de Matemática*¹⁵ (1754-56) bem atesta o seu conhecimento directo de obras de vários filósofos e cientistas da época.

Também tinham uma abertura maior da parte dos superiores como atesta o "*Elenchus Quaestionum, quae a Nostris Philosophiae Magistris tractari debent, in hac Provincia Lusitana Societatis Jesu*"¹⁶, impresso em 1754, que seria, por assim dizer, um programa de orientação para os professores de Filosofia, dos Colégios da Companhia em Portugal, que actualizava o *Ratio Studiorum*.

Nele encontramos a Física como a parte mais extensa do programa, e aí se refere a necessidade do estudo de questões de Matemática, que são exclusivamente elementos de geometria.

O novo programa não abandona as teorias aristotélicas mas explicitamente manda confrontar as várias opiniões dos autores antigos e modernos. Concretamente, Descartes e Newton são referidos acerca dos princípios intrínsecos dos corpos naturais, da

gravidade, dos corpos elásticos (junto com Gassendo), e das questões ligadas ao mundo, como estrelas, planetas, cometas e sistemas segundo Ptolomeu, Copérnico e Tycho Brahe (simultaneamente com Kepler). Ainda se alude às definições cartesianas de movimento local e repouso, e às teorias sobre o vácuo, a respeito da luz e acerca da água, de Gassendo e Descartes. Nas questões sobre a reflexão e refração da luz fala-se em Grimaldo e Newton.

Esta parte do programa é muito variada, passando ainda por assuntos de Mecânica, Óptica, Hidrostática, Geografia, Anatomia humana e em geral dos seres vivos, etc., sem se esquecer de recomendar o uso de utensílios como o microscópio, telescópio, espelhos (planos, côncavos e convexos e espelhos ustórios).

Relativamente à Matemática recomenda, por ser necessário para a Física Geral, o estudo das seguintes noções de Geometria: ponto; linha (perpendicular, oblíqua, horizontal, paralela, secante, tangente, recta, curva e parabólica); superfície; ângulos (recto, agudo e obtuso); triângulos e sua classificação assim como quadriláteros e círculos; o método axiomático. E ainda, para servir à Física Particular, exige o conhecimento de figura esférica, elíptica, cónica e cúbica, assim como o que são prismas, cilindros e paralelepípedos.

Parece-nos portanto que em 1759, quando se dá a expulsão dos jesuítas e o conseqüente encerramento da Universidade de Évora depois de dois séculos de existência, a renovação da cultura portuguesa começava a acelerar, pois já existia uma geração de mestres jesuítas bem mais esclarecida, que se não tivesse sido tão radicalmente afastada poderia ter-se integrado e ajudado na reforma pombalina dos estudos menores, principalmente no ensino das disciplinas de ciências cuja quebra nos anos seguintes foi notória, repercutindo-se no insucesso das aulas de Matemática e Física do Colégio dos Nobres¹⁷, que cedo foram transferidas para a Universidade de Coimbra (reforma de 1772).

Notas

- ¹ Na nota 3, pág. 195, Tomo III, vol. I de [14] diz para ver "os catálogos oficiais (da Companhia) de 1705, 1711, 1734, onde se adverte que nestas aulas só estudavam religiosos da Companhia".
- ² Publicado em [14, Tomo IV, vol. I, pág. 463], e onde se constata o mesmo para o Colégio de Évora.
- ³ Esta é a data evocada pelo Geral da Companhia, Miguel Ângelo Tamburini, na carta de 11 de Abril de 1711, que reforça ordens de implementar o ensino da Matemática em Portugal. [17]
- ⁴ Francisco Rodrigues é de parecer que isso se deve ao facto de ter findado a guerra da Restauração (1640), motivo que levava o Príncipe a criar esta aula. [14, Tomo III, vol. I, pág. 24].
- ⁵ Este curso durava em geral 3 anos, mas no Colégio das Artes e na Univ. Évora era de 3 anos e meio, conforme os respectivos Estatutos.[7]
- ⁶ Segundo Luís de Albuquerque, poderá ter sido o nome deste Tratado que veio influenciar o nome da aula de Matemática do Colégio de Santo Antão. Este Tratado é do séc. XIII, e foi muito usado durante o século XVI, tendo havido várias edições de traduções em Português. Versa elementos de cosmografia, com uma visão Ptolomaica do mundo. [1]
- ⁷ O curso do P. Valentim Estancel (1660-1663) já é mais teórico que o do P. Francisco Costa. [1]
- ⁸ Ver a descrição da "Nova Astronomia" de C. Borri apresentada por L. Albuquerque em [1, pág. 178]
- ⁹ Inácio Vieira, foi lente de Matemática em Santo Antão e escreveu um Tratado de Astronomia pelo qual Rodolfo Guimaraes o apelida de "homme de grande valeur" [8, pág. 34].
- ¹⁰ Algumas entre as mais importantes, feitas entre 1723 e 1730, estão referidas em [14, Tomo IV, vol. I, pág. 415].
- ¹¹ Foi professor de Filosofia em Évora e de Matemática, durante 4 anos, em Santo Antão [7]. Sobre a sua obra no Brasil ver [9, Tomo VI, pág. 526 e 549].
- ¹² Em 1749 dava aulas de Matemática no Colégio das Artes. Também leccionou na "Aula de Esfera" do Colégio de Santo Antão (1754) e publicou, em 1756, o "Planetário Lusitano para o ano de 1757". Foi ainda Mestre de Filosofia no mesmo Colégio publicando em 1758

outro "Planetário Lusitano" para os anos que vão de 1759 a 1761. [14, Tomo IV, vol. I, pág. 420] e [6, pág. 251].

¹³ Estes azulejos foram analisados por J. F. Mendeiros, partindo de um estudo (1945) do então director do Museu de Tomar, João M. Santos Simões. [12]

¹⁴ Este curso de especialização durava dois anos e a ele se refere Inácio Monteiro na reclamação que fez aos superiores em Roma, por ter sido preterido na escolha para professor de Matemática do Colégio das Artes, no ano de 1752, enquanto estudava Teologia. O conteúdo dela deduz-se da carta de resposta que lhe é enviada em 12.12.1752, e que se encontra transcrita e traduzida num artigo de Lúcio Craveiro da Silva [16]. A directa consequência deste facto é o ser escolhido no ano imediato para essas funções.

¹⁵ A impressão desta obra (em dois volumes) iniciou-se quando o autor era Professor de Matemática no Colégio das Artes em Coimbra.

¹⁶ Um exemplar deste existe na Torre do Tombo (Impressos da Livraria, 4370 da série preta) e encontra-se transcrito e resumidamente traduzido em [2].

¹⁷ O Colégio dos Nobres só iniciou o funcionamento em 1766, com a Física como cadeira independente (da Filosofia), pela primeira vez. No entanto, as aulas desta disciplina duraram menos de dois anos, tal como as de Matemática, terminando quando o professor Brunelli regressou a Itália. [4]

Referências

- [1] Albuquerque, Luís de. "A «Aula de Esfera» do Colégio de Santo Antão no séc. XVII." In *Estudos de História*, 127-200. II. Coimbra: Univ. Coimbra, 1974.
- [2] Andrade, António Alberto Banha de. "Para a História do Ensino da Filosofia em Portugal (O «Elenchus Quaestionum» de 1754)." *Revista Portuguesa de Filosofia* XXII ((3º) 1966): 258-286.
- [3] Braga, Theophilo. *História da Universidade de Coimbra nas suas relações com a Instrução Pública Portuguesa*. Lisboa: Academia Real das Ciências, 1892-1902.
- [4] Carvalho, Rómulo de. "A Física na Reforma Pombalina." In *História e Desenvolvimento da Ciência em Portugal*, 143-168. I. Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa, 1986a.
- [5] Carvalho, Rómulo de. *História do Ensino em Portugal*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1986b.
- [6] Dias, José Sebastião da Silva. *Portugal e a cultura europeia (sécs. XVI a XVIII)*. Coimbra: Univ. de Coimbra, 1953.
- [7] Gomes, João Pereira. *Os Professores de Filosofia da Universidade de Évora*. Évora: Câmara Municipal, 1960.
- [8] Guimaraes, Rodolphe. *Les Mathématiques en Portugal*. 2ª ed., Coimbra: Univ. de Coimbra, 1909.
- [9] Leite, Serafim. *História da Companhia de Jesus no Brasil*. Lisboa: Edições Brotéria, 1938-1950.
- [10] Lemos, Francisco de. *Relação Geral do Estado da Universidade de Coimbra (desde o principio da Nova Reformação até o Mez de Setembro de 1777)*. II Centenário da Reforma Pombalina (1980), Coimbra: Univ. Coimbra, 1777.
- [11] Maurício, Domingos. "Os Jesuítas e o ensino das Matemáticas em Portugal." *Brotéria* XX ((3º) 1935): 189-205.
- [12] Mendeiros, José Filipe. "O Humanismo da Universidade de Évora." *A Cidade de Évora, Boletim da Comissão Municipal de Turismo de Évora* 41/42 ((Ano XVIº) 1959): 47-72.
- [13] Rodrigues, Francisco. *A Formação Intelectual do Jesuíta (leis e factos)*. Porto: Liv. Magalhães e Moniz, 1917.
- [14] Rodrigues, Francisco. *História da Companhia de Jesus na Assistência de Portugal*. Porto: Liv. Apostolado da Imprensa, 1931-1950.
- [15] Santos, António Ribeiro. "Memorias Historicas sobre alguns Mathematicos Portugueses, e Estrangeiros domiciliarios em Portugal, ou nas Conquistas." *Memorias da Literatura Portuguesa* VIII ((Parte I) 1812): 148-230.
- [16] Silva, Lúcio Craveiro da. "Inácio Monteiro. Significado da sua vida e da sua obra." *Revista Portuguesa de Filosofia* XXIX ((3º) 1973): 229-266.
- [17] Tamburini, Michael Angelus. *Cópia de Carta de 11 de Abril de 1711*. Roma: (manuscrito da BNL), 1711.

Ana Isabel Rosendo
Dep. Matemática
Universidade de Coimbra

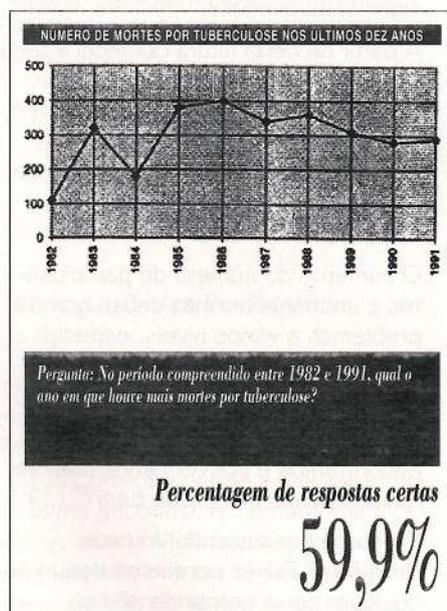
Pense nisto

“Portugal iliterato”

Em Outubro passado, com honras de primeira página em alguns jornais — “Portugal iliterato” (*Público*, 18.10.95) — começou a ser divulgado um estudo realizado em Portugal sobre os “graus de literacia” dos portugueses (estudos semelhantes foram já realizados em outros países). Encomendado pelo actual ministro da educação, então presidente do Conselho Nacional de Educação, e realizado pelo Instituto de Ciências Sociais sob a coordenação de Ana Benavente, o “Estudo Nacional de Literacia”, como foi chamado, incidiu sobre a população portuguesa residente no continente com idade entre os 15 e os 64 anos, sendo a amostra construída a partir de dados do Instituto Nacional de Estatística (selecção aleatória de 3000 indivíduos). Do questionário constavam 33 perguntas, 11 das quais na área da Matemática. Dado o baixo nível dos resultados, foi decidido usar no estudo uma escala de 0 a 4 (escala que em outros países era de 1 a 4). Citando o jornal referido, aqui ficam alguns dados para pensar:

- “Um pouco mais de 10% dos inquiridos foi absolutamente incapaz de realizar qualquer tarefa” — grau 0 de literacia; no grau 1, ficaram 37% das respostas.
- Cerca de 32% não vai além do grau 2, o que significa que “a sua competência permite-lhes apenas uma associação literal na resposta a questões de leitura directa, seja em textos ou em gráficos”.
- No grau 3 situaram-se 12,7% dos inquiridos (em tarefas que consistiam, por exemplo, “na compreensão da posologia de um medicamento ou na dedução de uma média de um gráfico”).
- No grau 4, a percentagem de respostas só atinge 7,9%, o que, em conjunto com a percentagem no grau 3, permite dizer que pouco mais de 21% da população conseguiu “integrar informação”.

O mesmo jornal publicava ainda 3 das questões consideradas na área da Matemática. Ficam também para pensar:



Brasa 200 gr.....	399500
Mokambo 200 gr.....	590500
Café Delta lote cháviena moído máquina 250 gr.....	320500
Bolacha água e Sal Vieira 125 gr.....	58500
Biscoitos de champagne Vieira de Castro 400 gr.....	332500
Queques de Baunilha Dan Cake 210 gr.....	170500
Meia Lua de Mármore Dan Cake 360 gr.....	210500
Iogurte natural Minipreço 125 gr.....	35500
Óleo alimentar Minipreço 125 gr.....	175500
Manteiga Loreto com sal 250 gr.....	220500
Queijo Flamengo Minipreço 1 kg.....	965500
Maionese Hellmans 200 gr.....	222500
Salsichas 4 pares Nobre 350 gr.....	130500
Caprichos Calamares Pescanova 400 gr.....	298500
Água do Alardo 1,5 lt.....	59500
Refrigerante Cola Minipreço 1,5 lt.....	165500
Whisky Highland Clan 0,70 lt.....	1121500
Desodorizante Impulse Happening 75 ml.....	305500
Abrasive Sonasol Lava-Tudo 1 lt.....	189500
Fralka Grande Minipreço 9/15 kg.....	869500

Pergunta: Tendo em conta a tabela de preços apresentada na página anterior, responda à seguinte pergunta: se comprar os três primeiros produtos indicados na tabela e pagar com uma nota de 2000500, quanto receberá de troco?

Percentagem de respostas certas
45,1%

TAXA FIXA • PRAZO FIXO

CRÉDITO À HABITAÇÃO 12,5%
taxa de juro anual para empréstimos a 5 anos

CÁLCULO DOS ENCARGOS MENSIS PARA DIFERENTES VALORES

VALOR DO EMPRÉSTIMO	ENCARGO MENSAL
5000 contos	111.855\$00
10.000 contos	223.710\$00
20.000 contos	444.420\$00

Pergunta: Tendo em conta a informação constante no anúncio relativo ao crédito à habitação, diga qual é, em escudos, o valor dos juros que pagará, num empréstimo a cinco anos no valor de 5000 contos. Indique os cálculos que utilizou para chegar a esse valor.

Percentagem de respostas certas
11,7%

- Como reage a estes resultados? O que poderá estar na sua origem e que significado lhes atribui?
- Considera relevantes o tipo de questões proposto e adequada a forma como são apresentadas?
- Os conhecimentos, capacidades e técnicas a que apelam são tidos em conta nas actividades matemáticas que os alunos realizam nas aulas?

Henrique Manuel Guimarães

Pontos de vista, reacções, ideias...



A secção *Pontos de vista, reacções, ideias...* é desta vez totalmente dedicada ao ProfMat. Correspondendo ao desafio lançado a propósito da comemoração dos dez anos de ProfMat, alguns colegas elaboraram textos diversos que a redacção da revista edita neste espaço. Aqui vai encontrar perspectivas e reflexões, formas de sentir e viver o nosso Encontro, e ainda duas histórias, daquelas que passados alguns anos ainda se recordam sorrindo...

A troca de experiências

Na situação actual do ensino da Matemática no nosso país, o ProfMat tem constituído um dos poucos espaços de debate aberto e de troca de experiências entre os professores e outros interessados na educação matemática.

Ao ProfMat vai-se comunicar novas experiências, buscar ideias para experimentar com os alunos, tomar consciência de que as nossas angústias também são as dos outros, encontrar os colegas com quem já não se está desde o último ProfMat, etc.

Os ProfMat são de algum modo "responsáveis" por muito do que de diferente se faz hoje em muitas salas de aula de Matemática.

Questões como a da utilização de materiais manipuláveis, da calculadora e do computador têm sido abordadas nos diferentes encontros e, atrevo-me a dizer, se não são utilizados nas nossas aulas de Matemática tanto como muitos de nós desejaríamos, ainda o seriam bastante menos sem a existência dos ProfMat.

Embora sem ter por base uma análise rigorosa da situação, podemos afirmar que, sem a existência dos ProfMat, o panorama do ensino da Matemática no nosso país seria muito diferente.

Lurdes Serrazina
Esc. Sup. de Educação de Lisboa



O sucesso...

(...) Recuando no tempo terei de ir até Portalegre (16 a 20/9/86) onde se realizou um encontro com cerca de 200 pessoas, na sua maioria professores de Matemática.

Foi a primeira e única vez que estive em Portalegre, mas ainda hoje me recordo do belo passeio a Castelo de Vide, da paisagem a perder de vista do Castelo de Marvão, e do acolhedor lanche que aí nos foi servido.

Foi um encontro de diálogo fácil, em que os participantes se reuniam na bela esplanada do jardim, naquelas noites quentes de Setembro, e conversavam sobre as suas vivências como professores ou outro assunto qualquer. Foi o encontro da criação da APM...

(...) Depois seguiram-se muitos outros ProfMat, com o número de participantes sempre a aumentar, com uma dimensão extraordinária... foi o sucesso...

Maria Margarida Pereira Queiróz,
E. S. Fontes Pereira de Melo, Porto



Interrogações

Desde Bragança que tenho estado presente em todos os ProfMat e tenho-os vivido com diferentes expectativas e com diferentes sentimentos.

No início, a minha ida ao encontro baseava-se essencialmente na procura da novidade, na expectativa de aprender um pouco mais, de conhecer novas experiências, de tentar encontrar quem estava a desenvolver projectos de que tinha conhecimento, etc.

Depois seguiu-se a fase em que deixei de ser participante passiva para passar a ser participante activa, apresentando os meus próprios trabalhos. Não foi no ProfMat que isso aconteceu pela primeira vez e portanto, não teve para mim um significado especial.

A partir de certa altura comecei a ter a sensação que o ProfMat se repetia. As sessões já não tinham para mim o interesse dos outros tempos. Foi a partir desse momento que comecei a interrogar-me sobre a periodicidade dos ProfMat. (...)

O aumento do número de participantes é encorajador, mas causa grandes problemas a vários níveis, especialmente de organização.

A nível de participantes está a deixar de ser o momento em que nos encontramos e conversamos para ser quase apenas um "Tudo bem?" (...)

Porque é que eu ainda vou aos ProfMats? Talvez porque cá dentro há qualquer coisa que ainda não se perdeu, e se calhar o "Tudo bem?" também é importante.

Branca Silveira
Esc. Sec. Augusto Gomes, Porto



Convergências

(...) Dos encontros da APM em que tenho participado, algumas representações, traduzindo realidades ou aparências, foram sendo consolidadas.

A primeira é que se trata de uma Associação onde convergem académicos e não académicos. Este aspecto, ligado a estruturas funcionais distritais e concelhias, permite à APM uma mobilidade e eficácia de actuação significativas. Com pouco esforço, as suas iniciativas (reuniões científicas, revista, actas...) sucedem-se a bom ritmo e com considerável sucesso difusor. Por outro lado, os seus temas decorrem da prática e permitem ao professor abstrair-se dos seus manuais ou das condições escolares menos adequadas a assumir um posicionamento mais reflexivo sobre a sua prática.

A segunda ideia é que se trata de uma Associação permeável ao externo, nomeadamente a investigadores de outros domínios do saber. Este aspecto parece-me decisivo, sobretudo quando está em causa o ensino da Matemática. (...)

Leandro de Almeida
Dep. de Psicologia, Univ. do Minho



A mística ProfMatista

O Núcleo de Évora tem vindo a ponderar a organização de um ProfMat, ao longo dos vários anos que decorreram desde a realização do primeiro encontro. No entanto, só agora foram obtidas as condições mínimas exigidas para levar em frente este empreendimento.

Das condições atrás referidas destaco a mística profMatista e as condições logísticas.

A mística profmatista aqui na região tem sofrido ultimamente um considerável incremento. De ano para ano, a

participação de professores de Évora nos encontros tem vindo a crescer, quer em quantidade, quer em entusiasmo. Este deve-se sobretudo à simbiose perfeita entre os momentos de interiorização e enriquecimento e os de escape e convívio que os vários ProfMat têm vindo a proporcionar. Das condições logísticas devo salientar as que se prendem com o alojamento dos participantes e que só muito recentemente ficaram garantidas com o aparecimento, em simultâneo, de várias unidades hoteleiras. (...)

José Filipe Tiago
Esc. Sec. Severim de Faria, Évora



$$10+10+10=13$$

Sempre tenho procurado estar na vida com uma atitude de vigilância para que nada do que é relevante me passe ao lado sem que me aperceba.

Por isso procuro estar de corpo inteiro nas coisas. Procuro existir, mover-me, respirar, no élan da história que me cabe viver para que essa alma das coisas me entre, não só pelas capacidades cognitivas e racionais, mas sobretudo pelos sentimentos e pelos sentidos.

E assim me percebo e me sinto ao terminar este ProfMat 95:

- Com a consciência de que estou a viver um relevante momento da nossa história comum associativa: 10 anos de *ProfMat*, 10 anos de *APM*, 10 anos de *Educação e Matemática* num total de 13 anos de vida que têm vindo a mudar a minha vida. Este património — que por um lado ajudámos a construir e por outro constitui uma herança da qual todos somos herdeiros e responsáveis — é uma grande *esperança* e um grande *desafio* (como mo recordava o Henrique Guimarães depois da Assembleia Geral e referindo-se à capa do nº 1 da nossa revista).

- Com variedade de sentimentos: a *gratidão* por tudo o que tenho vivido e me tem sido dado pela mão da APM; a *comoção* de me sentir acompanhada, não só do ponto de vista do trabalho profissional mas também (e aqui penso que a APM é verdadeiramente singular) naqueles recônditos interiores, quase inexprimíveis, intuídos mas bem reais, que dão sentido e completude aos paradoxos, contradições e limites que experimentamos quando nos atrevemos a assumir o nosso papel de mulheres e homens que querem ser sujeitos das suas próprias histórias; a *indignação*, não pela distância entre a realidade e as nossas utopias (esperemos que essa exista sempre e se deva à grandeza das nossas utopias), mas pelo fosso entre o que nos é devido e o que nos é concedido — como pessoas, como cidadãos, como professores de Matemática.

- Com múltiplas sensações, daquelas que entram pelos ouvidos e pelos olhos dentro e é como se entrassem por cada um dos nossos poros e se tornam quase tácteis à flor da pele: sensações agradáveis de *conforto* (como ficam relativizadas na memória as sensações provocadas pelo frio e pelas cadeiras do ginásio, pela chuva que nos empapava — a nós e à terra ressequida do Alentejo — quando cruzávamos os pavilhões ou as ruas rumo à Universidade e ao Centro Paroquial!...) e *beleza e harmonia* (outras artes — as expostas e as ocultas, as explícitas e as implícitas); sensações incómodas de desconforto por... (é tão difícil identificar estas causas!, talvez o que ficou por fazer e por dizer por comodismo ou falta de coragem...). 10 anos de Encontros + 10 anos de Associação + 10 anos de Revista = 13 anos de vida que estamos e vamos continuar a celebrar. De alma e coração e corpo inteiro.

Lurdes Figueiral
Esc. Sec. de Odemira



Venham connosco!

Nessa noite, o convívio teria lugar num bar nas proximidades das Caldas da Rainha. Depois de termos jantado e procedido à habitual voltinha higiénica, identificando alguns dos lugares mais pitorescos da cidade, dirigimo-nos para o automóvel no intuito de procurar o local do convívio.

Indicaram-nos o caminho através de uma zona urbanística em edificação, com aterros e elevações de terreno, entre estruturas de prédios em construção. Chovia copiosamente.

(...) Uma viatura veio na nossa direcção, fazendo sinal para abrandarmos, e o motorista interrogou:

— Sois do ProfMat?

— Somos, sim. Vocês também procuram o bar? — inquiriu o Rogério, que conduzia.

— É isso, mas não conseguimos sair daqui! Vocês sabem onde é?

— Venham connosco!

Aquela cabecinha maluca já tinha engendrado o seu plano diabólico. Seguiu cortando à esquerda e à direita, já sem preocupação alguma de orientação. Junto da viatura que nos seguia, já um outro carro tinha feito a aproximação.

— Venham connosco! Os tipos aí da frente sabem onde é.

A breve trecho, um cortejo de algumas viaturas, talvez cinco ou seis, ou mesmo mais, passou a confiar na sabedoria exclusiva do Rogério para os conduzir ao convívio da noite.

Mais uma viatura que se aproxima pela frente.

— Vocês são do ProfMat? Sabem onde é o bar?

— Nós não! — Diz o Rogério — Estamos perdidos. Talvez algum desses que vem aí atrás...

António Baeta Oliveira
Esc. Prep. de Silves

**A, B, C, D do ProfMat 93 ou muito se engana quem julga!**

Agora imaginem-me (ou imaginem-SE) na pequena recepção do hotel, no fim do primeiro dia de trabalhos do ProfMat 93, diante de um homem dos seus trinta e tal anos, São Miguelense, 150% tipo latino, 150% tipo ladino, sorriso aberto, camisa aberta, vozeirão...

— *Ó dótora, o Sr. Edgar disse-me para eu fazer tiudo à dótora!*

— Olá Paulo... (o Paulo Abrantes!) Olá Henrique... (o Henrique Guimarães! E mais uns tantos que são quem em educação matemática!)

Aiii!... Isto não me está a acontecer!

Mas quem me mandou a mim pedir ao irmão de uma amiga, bastante brincalhão por sinal, que se desloca em trabalho muitas vezes aos Açores, que nos arranjasse um contacto... alguém da terra... que nos desse uma perspectiva mais de dentro? Assim?! Eu mato-os com as minhas mãozinhas, se sobreviver! A minha imagem! A minha honra! A minha descendência!

— *Aníbal Braga da Costa Dutra, A, B, C, D. Onde quer ir dótora?*

— Eu... Eu... estou à espera de uns amigos...

Caneco, onde é que se meteram os amigos?

Esta é uma daquelas ocasiões!

O xf! O xf está a entrar... Vais salvar-me, não?...

— xf!... Ó xf!... xf!...!

Não me deixes só!...

Então não querem lá ver que o estafermo do xf não conseguiu ler no meu olhar discretamente desesperado? E agora??

— *Para onde dótora? Onde quer ir jantar? Aqui o Aníbal conhece tiudo e é conhecido por todos!*

SOCORRO!!! Tirem-me deste filme!

— ... muito obrigada... eu (já) nem tenho fome... só se os meus amigos... xf!

Voltou para trás!!! Recebeu a minha mensagem em diferido? Fiuuu! Salva!

Só agora xf? Os outros? A Isabelinha?

— Olha xf, este é o senhor...

— *Dutra, Aníbal Dutra.*

A partir daqui, a história perdeu em suspense, mas ganhou em dimensão humana. O Aníbal revelou qualidades de anfitrião orgulhoso e conhecedor da sua terra. Mas, (tenho de me penalizar pelo meu erradíssimo juízo superficial) a minha mais agradável surpresa foi quanto à educação, delicadeza e sensibilidade que manifestou, a par de uma alegria e de um sentido de humor invulgares.

Formámos um grupo de sete: cinco profmatistas (só eu é que tinha honras de dótora, bem entendido!), o Dutra, e o seu compadre Ganso (paradoxalmente silencioso).

Fora dos períodos de trabalho no encontro (espero ainda ter alguma credibilidade), íamos fazer visitas guiadas e roteiros gastronómicos sempre divertidíssimos. Só lamento que, graças ao meu estatuto, tinha de ouvir sempre em segunda mão as anedotas que o Aníbal contava, porque ele fazia questão de se afastar das senhoras. Azares...

A partir de então temos trocado postais no Natal. Não o faço por formalidade.

Guardo uma especial recordação desse ProfMat.

Susana Diego
Esc. Prep. de Barcelos

Nota: Onde está xf leia-se chefe, o presidente, já não em vigor (bastante) da Assembleia Geral da APM.



índice

- 1 **O nosso Encontro**
Henrique Manuel Guimarães
- 3 **O hino do ProfMat**
- 5 **Sensações do ProfMat 95**
Carlos Alberto Vintém
- 7 **Évora, terra de bom acolhimento**
Manuela Pires
- 10 **As progressões geométricas no cálculo financeiro**
Roberto Oliveira
- 13 **O problema do trimestre**
- 14 **O problema do ProfMat 95**
José Paulo Viana
- 16 **O Centro de Recursos da APM**
Grupo de Trabalho do Centro de Recursos da APM
- 19 **Materiais para a aula de Matemática**
Ida à piscina
- 21 **Os exames finais no ensino secundário e as medidas por tomar**
Arsélio Martins
- 24 **"Explorar, jogar, descobrir —A Matemática ao alcance de todos":
O que disseram os meus alunos**
Ana Manuela Marques Correia
- 27 **O ensino da Matemática no séc XVIII e a Universidade de Évora**
Ana Isabel Rosendo
- 33 **Pense nisto**
"Portugal iliterato"
- 34 **Pontos de vista, reacções, ideias,...**