Educação e Matemática

Nº 17

1º trimestre de 1991

Professores de Matemática no Ensino Secundário

	Profissionalizados		Eventuais c/ habil. própria		Eventuais s/ habil. própria		Total
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº
Aveiro	210	65.4	62	19.3	49	15.3	321
Beja	13	16.9	2	2.6	62	80.5	77
Braga	163	49.1	96	28.9	73	22.0	332
Bragança	26	28.7	10	10.6	58	61.7	94
Castelo Branco	59	45.4	28	21.5	43	33.1	130
Coimbra	207	69.2	53	17.7	39	13.1	299
Évora	29	26.6	18	16.5	62	56.9	109
Faro	83	42.6	33	16.9	79	40.5	195
Guarda	49	51.6	12	12.6	34	35.8	95
Leiria	111	51.6	32	14.9	72	33.5	215
Lisboa	791	53.2	300	20.2	397	26.7	1488
Portalegre	21	32.3	8	12.3	36	55.4	65
Porto	541	63.6	181	21.3	129	15.2	851
Santarém	98	39.4	48	20.1	103	41.4	249
Setúbal	202	37.0	105	19.2	239	43.8	546
Viana do Castelo	49	49.5	21	21.2	29	29.3	99
Vila Real	41	33.6	21	17.2	60	49.2	122
Viseu	95	47.0	26	12.9	81	40.1	202
TOTAL	2788	50.8%	1056	19.2%	1645	30.0%	5489

Uma espécie em vias de extinção?

Revista da Associação de Professores de Matemática

Descobrimentos e Ensino da Matemática

A APM vai estabelecer um protocolo de colaboração com o Grupo de Trabalho do Ministério da Educação para as Comemorações dos Descobrimentos Portugueses. Uma das iniciativas que vão ser lançadas ao abrigo desse protocolo é uma exposição a realizar no próximo ano lectivo, sobre Descobrimentos e Ensino da Matemática. Os alunos das turmas dos 8º e 9º anos, juntamente com os seus professores de Matemática, vão ser convidados a participar nessa exposição, através de uma circular aos Delegados de Grupo que vai ser enviada no início de Setembro. É uma iniciativa tendente a desenvolver actividades na disciplina de Matemática ligadas às práticas de navegação astronómica dos navegadores do séc. XV e a outros assuntos relacionados com o mesmo tema. Actividades como por exemplo a construção de instrumentos náuticos, a interpretação de textos de marinharia, a construção de relógios de Sol ou a reconstituição das medições da Terra e das distâncias planetárias pelos astrónomos gregos podem ser realizadas na disciplina de Matemática, envolvendo vários temas do currículo.

Alguns trabalhos presentes nessa exposição serão seleccionados para participar numa exposição internacional que se realizará durante o ICME-7 (ver págs. 25 e 26 desta revista), comemorativa dos 500 anos da descoberta da América.

Os sócios da APM que no próximo ano vão ter turmas desses anos de escolaridade são convidados a participar nessa exposição com trabalhos dos seus alunos. Receberão uma circular com mais informações através dos Delegados de Grupo no início de Setembro, como dissemos acima. No entanto, seria conveniente que *desde já* nos comunicassem do seu interesse em participar nesta iniciativa, escrevendo-nos para a Av. 24 de Julho, 134 4º, 1300 Lisboa, com a indicação do nome, escola e endereço, e ano de escolaridade da turma que vão leccionar, além de outras informações e sugestões que nos queiram enviar.

Neste número colaboraram

António Borralho, Carlos Granês,Graciosa Veloso, Margarida Junqueira, Maria de Lourdes Fernandes, Maria da Piedade Pires, Maria Teresa Barbosa e Raul Fernando Carvalho.

Sobre a capa

A fotografia que serve de fundo à capa, propositadamente desfocada, representa a sessão de encerramento do ALGARMAT 2, em Lagos, em 1990. Sobre a fotografia foi colocada uma tabela extraída do artigo de Paulo Abrantes sobre a situação dos professores do 1º grupo (v. pág. 19), a que juntámos o título do editorial de Raul Fernando Carvalho.

Data de publicação

Este número, embora corresponda ao primeiro trimestre deste ano, foi publicado em Julho de 1991.

nº 17
1º trimestre
de 1991

Uma espécie em vias de extinção?

Raul Fernando Carvalho *

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Director
Eduardo Veloso

Redacção
António Bernardes
Henrique M. Guimarães
José Manuel Matos
José Manuel Varandas
José Paulo Viana
Paulo Abrantes
Rosário Ribeiro
Susana Carreira

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática

Periodicidade
Trimestral

Tiragem
2500 exemplares

Composição
Gabinete Técnico da APM

Capa
Gabinete Técnico da APM

Montagem, fotolito e impressão
Costa e Valério
Nº de Registo: 112807

Correspondência
Associação de Professores de Matemática
Av. 24 de Julho, 134 - 4º
1300 Lisboa

A preparação da arte final foi executada num Mac II, cedido à APM pela Interlog, SA.

Nota: Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

No debate que se seguiu a uma brilhante intervenção que fez em Setúbal, no passado mês de Maio, o Ministro da Educação Roberto Carneiro, retorquindo a queixas de um dirigente de uma Associação de Pais e Encarregados de Educação sobre a falta de professores de Informática, respondeu com a seguinte pergunta provocatória: "Aceitaria o senhor, aceitariam os presentes, professores e pais, que um professor de Informática ou de Matemática ganhasse o triplo do que aufere um professor de História?".

Esta pergunta feita resposta parece reflectir a consciência que o Ministro da Educação tem da extrema carência de professores em algumas áreas, nomeadamente e ao que no momento nos interessa, a Matemática, mas não acredito que Roberto Carneiro ousasse propor uma solução que, embora aconselhada por uma economia de mercado, viria certamente a obter a oposição de muitas forças...

Não vou aqui advogar que o professor de Matemática deva ganhar mais para que a profissão seja mais procurada pelos jovens que demandam cursos de ensino superior; não vou aqui advogar que o professor de Matemática deva ganhar mais para que resista a solicitações do mercado de trabalho privado (e até o poderia fazer). Tão só defenderei que a situação que Paulo Abrantes caracteriza no interior desta Revista não é sustentável, até porque se agrava de ano para ano, com abandonos e numerus clausus por preencher nas licenciaturas em ensino.

Há que, desde já, tomar medidas expeditas, que se revistam de um carácter de urgência e de emergência. A carência de professores habilitados começa a provocar um efeito de "pescadinha de rabo na boca" em que a consequente carência de alunos motivados e preparados induz a falta de apetência para carreiras em que a Matemática se configure como cadeira chave, como o são as de formação de docentes, constituindo-se a falta destes como novo motivo de impreparação dos estudantes, e assim por diante...

A reorientação da formação inicial de certos docentes parece-me ser uma das soluções possíveis, eficaz e barata, sendo viável a curto prazo. Uma dessas propostas já obteve parecer favorável da APM e de outras instituições, nomeadamente o Instituto de Inovação Educacional, tendo sido apresentada à Secretaria de Estado da Reforma Educativa pela Escola Superior de Educação de Setúbal.

Mas a implementação de soluções expeditas não dispensa a necessidade de uma avaliação profunda de toda a situação, da procura das razões de ansiedade, de frustração, que consomem uma boa parte do corpo docente das nossas escolas, sejam do ensino básico, sejam do secundário.

Tudo acaba por passar por uma séria revalorização da função docente e aqui, que me perdoem alguns, não estou apenas a significar revalorização em termos de vencimento, mas sim em termos de estatuto social, de valorização relativamente a outras profissões.

Ser professor é um privilégio que faz trabalhar com paixão sem condicionalismos ligados ao dinheiro; mas, pelo menos, não abdiquemos do respeito, da dignidade, do estatuto que esta profissão já teve e que, estou certo, a breve trecho reconquistaremos.

* Presidente da C.I. da Escola Superior de Educação de Setúbal

Publicações APM

Calculadoras na Educação Matemática
2ª edição, Novembro de 1990, 151 pp.
700$00 (sócios 500$00)

O computador na aula de Matemática
2ª edição, Agosto de 1988, 73 pp.
400$00 (sócios 280$00)

Cronologia Recente do Ensino da Matemática
3ª edição, Setembro de 1989, 94 pp.
520$00 (sócios 360$00)

O Geoplano na Sala de Aula
1ª edição, Agosto de 1988, 276 pp.
1175$00 (sócios 825$00)

Jogos, Enigmas e Problemas
2ª edição, Julho de 1988, 48 pp.
280$00 (sócios 200$00)

Mais Jogos, Mais Enigmas, Mais Problemas
1ª edição, Setembro de 1989, 64 pp.
290$00 (sócios 200$00)

A Matemática na Vida das Abelhas
2ª edição, Julho de 1988, 80 pp.
400$00 (sócios 280$00)

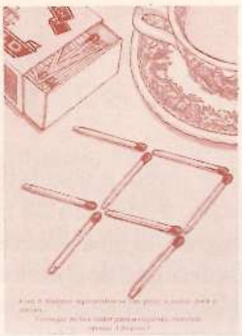
A Natureza da Matemática
1ª edição, Setembro de 1988,75 pp.
570$00 (sócios 400$00)

O Problema da Semana
4ª edição, Julho de 1988, 86pp.
520$00 (sócios 360$00)

PROFMAT nº 4
1ª edição, Janeiro 1989, 269 pp.
820$00 (sócios 580$00)

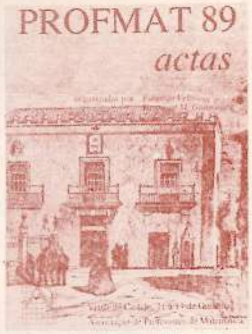
Renovação do Currículo de Matemática.
3ª edição, Abril de 1990, 112 pp.
570$00 (sócios 400$00)

Colecção de POSTAIS (com problemas)
16 postais
850$00 (sócios 600$00)



novo

novo



PROFMAT nº5
1ª edição, Setembro 1990, 493 pp.
2000$00 (sócios 1400$00)

Publicações — Envio pelo Correio

Envie fotocópia da ficha, juntamente com um cheque ou vale postal em nome de **Associação de Professores de Matemática** e no **valor total** calculado, para:

Associação de Professores de Matemática
Faculdade de Ciências de Lisboa
Av. 24 de Julho, 134, 4º, 1300 Lisboa

Viagem de Ida e Volta
1ª edição, Agosto de 1988, 56 pp.
400$00 (sócios 280$00)

DIA-A-DIA COM A MATEMÁTICA
Agenda do Professor 1990/1991
1ª edição, Julho 1990, 144 pp.
530$00 (sócios 380$00)

Jogo "MAGIC STONE",
350$00

Educação e Matemática
nº1 a nº6
200$00
nº7 a nº12
250$00
nº13 e seguintes
400$00
Nota: Alguns números estão esgotados e são vendidos ao mesmo preço em fotocópias.

Títulos	Nº de Ex.	Preço Unitário (*)	Custo

Sócio da APM ☐ Nº ______ Assinatura
Não Sócio ☐ ____________________________

Subtotal
Portes do Correio (20 %)
Valor Total

Nome ____________________________
Morada ____________________________
__________________ C. P. __________________
Data do pedido ____________________________

Para uso da APM — Pedido recebido em ________
Assinatura — Enviado em ____________
____

(*) As publicações da APM têm custos unitários diferentes para sócios e não sócios da APM.

Funções periódicas na Folha de Cálculo

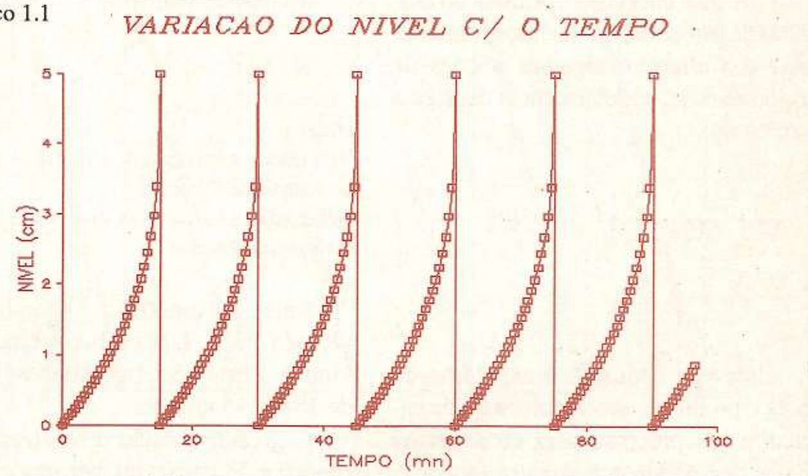
Susana Carreira

São inúmeros os exemplos de fenómenos periódicos que, por todo o lado, se sucedem. Alguns serão mais interessantes do que outros, mas com situações bastante simples podem surgir pistas para o tratamento da noção matemática de função periódica. Essa é a proposta deste artigo, onde se procura também ilustrar a possibilidade de utilizar a Folha de Cálculo na exploração deste tipo de funções.

Vivemos num mundo fértil em fenómenos periódicos ou, pelo menos, aproximadamente periódicos. O planeta em que habitamos efectua movimentos periódicos, quer rodando em torno do seu eixo, quer ao descrever a sua órbita em volta do sol. Esperamos a luz do dia e o escurecer da noite com uma certa periodicidade, como esperamos também, periodicamente, o verão ou o inverno. No nosso quotidiano deparamos com diferentes periodicidades, como nos casos em que compramos o nosso jornal diário ou o semanário preferido. Se perdemos o autocarro ou o comboio, ficamos a aguardar o próximo, esperançosos de que a periodicidade da tabela dos horários se concretize. A própria fila que nos aguarda no transporte matinal e no regresso a casa tem o dom de nos causar acessos periódicos de impaciência.

São inúmeros os exemplos de fenómenos periódicos que, por todo o lado, se sucedem. Uns serão mais interessantes do que outros, mas há situações relativamente simples que poderão fornecer pistas para o tratamento da noção matemática de função periódica.

Gráfico 1.1



Parar o tempo para medir o tempo

Muito antes de existirem autocarros, já se sentia a necessidade de medir o tempo. Um dos primeiros instrumentos criados pelo homem para prover a essa necessidade foi a ampulheta. O princípio de funcionamento é simples: dois recipientes de vidro, geralmente de forma cónica, unidos pelos vértices, por onde comunicam; um dos cones está cheio de areia ou de água, que vai escoando para o outro cone, pela a acção da gravidade, com um débito de escoamento constante. Desde que o conteúdo do vaso "superior" começa a escoar até que é totalmente recolhido no vaso "inferior", decorre um intervalo de tempo determinado. Se a ampulheta for, por exemplo, de 15 minutos, saberemos quando passou exactamente esse tempo. Podemos então virar a ampulheta, contar mais 15 minutos e repetir este processo sucessivamente.

Suponhamos agora que queremos medir intervalos de tempo menores com uma ampulheta de água de 15 minutos. Poderemos então tentar graduá-la para intervalos de meio minuto, criando uma escala que nos permita ler o tempo a partir do nível de água no recipiente receptor. Estaremos assim, perante a possibilidade de trabalhar com uma função que relaciona o nível da água, N, no recipiente "inferior" com o tempo.

O gráfico **1.1** da página anterior pretende ilustrar de que forma o nível de líquido no cone "inferior" varia com o tempo, considerando que a ampulheta é sucessivamente virada de 15 em 15 minutos. Este gráfico foi obtido a partir de uma tabela de valores construida na Folha de Cálculo.

Antes, porém, de recorrer à Folha de Cálculo, há que estabelecer analiticamente uma expressão que permita calcular o nível do líquido a partir do tempo decorrido. Poderemos adoptar os seguintes valores como dados:

Volume de cada cone: 30 cm³
Altura de cada cone: 5 cm
Débito de escoamento da água: 2 cm³/mn
Tempo total da ampulheta: 15 mn.

Comecemos por definir a relação que se verifica entre o volume de líquido no cone "superior" e o tempo, à medida que o líquido se vai escoando. Facilmente se conclui que será:

(1) $V(t) = 30-2t$ (em cm^3)

Em seguida, e com base no esquema da figura 1, somos levados a concluir que o nível da água, N, é dado pela diferença entre 5 e a altura do cone de água existente no recipiente "superior".

Fazendo intervir a fórmula do volume de um cone, conhecidos o raio da base e a altura, e algumas noções de trigonometria, podemos então deduzir a expressão:

$$(2)\quad N(t) = 5 - \sqrt[3]{\frac{3(30-2t)5^2}{18}}$$

Uma vez deduzida a expressão de N(t), o problema que se coloca é o de encontrar um processo para construir na Folha de Cálculo as seguintes funções:

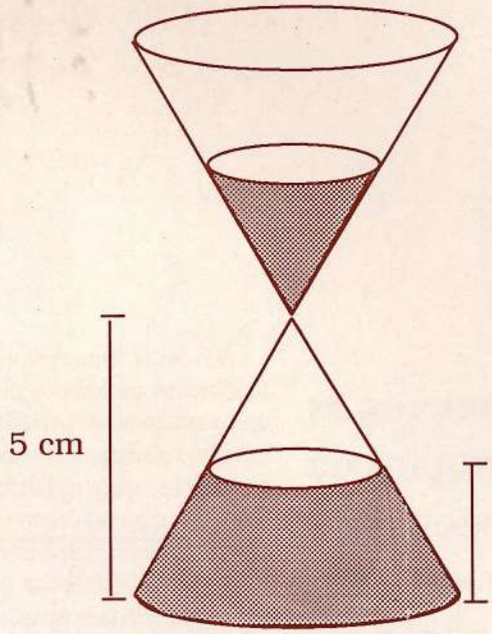


Figura 1

$V: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$

$V(t) = 30 - 2t$ se $0 \leq t < 15$
$V(t) = 30$ se $t = 15$
$V(t) = V(t-15)$ se $t > 15$

$N: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$

$$N(t) = 5 - \sqrt[3]{\frac{3(30-2t)5^2}{18}} \quad \text{se } 0 \leq t < 15$$

$N(t) = 0$ se $t = 15$
$N(t) = N(t-15)$ se $t > 15$

Nota:
V(t) traduz a variação de volume de água no recipiente "superior".
N(t) traduz a variação de nível de água no recipiente "inferior".

Ambas as funções são periódicas de período P=15, facto que corresponde a virar a ampulheta (instantaneamente!) de 15 em 15 minutos.

A grande questão a resolver é, no fundo, a de conseguir um processo de formalizar na Folha de Cálculo as descontinuidades de cada uma das funções nos pontos da forma t=15n, com $n \in \mathbb{N}$. Uma das formas possíveis de se exprimir, através da Folha de Cálculo, aquilo que se verifica, para cada $n \in \mathbb{N}$:

$\lim_{t \to 15n^+} V(t) = 30$ $\quad \lim_{t \to 15n^+} N(t) = 0$

$\lim_{t \to 15n^-} V(t) = 0$ $\quad \lim_{t \to 15n^-} N(t) = 5$

será "autorizar" que a cada valor da forma t=15n, com $n \in \mathbb{N}$, correspondam duas imagens diferentes.

Vejamos, então, um procedimento que satisfaz este requisito, para a construção da tabela de valores na Folha de Cálculo.

1º passo: Construção de uma coluna auxiliar, onde serão gerados os primeiros termos da sucessão dos elementos de $\mathbb{N}_0$.

COLUNA A:
A1: 0
A2: A1+1
copy

2º passo: Construção de uma coluna de valores que traduzirão um tempo "virtual", que também se poderá designar como o "tempo da ampulheta".

Nesta coluna pretendemos simular a ideia de que ao fim de 15 minutos, o tempo recomeça a partir do zero; queremos ainda que o incremento seja de 0,5 (meio minuto). Podemos aqui, lançar mão da existência da função MOD na Folha de Cálculo, função essa, que permite calcular o resto da divisão inteira de um número por outro. Aproveitando assim, as classes de resto da divisão por 31, construimos a coluna B.

COLUNA B:
B1: 0
B2: MOD (A2,31)*0.5
copy

3º passo: Construção de uma coluna de valores que irão corresponder a um tempo "real".

Nesta coluna queremos que o tempo sofra uma espécie de paragem para cada valor $t=15n, n \in \mathbb{N}$, mas que em seguida continue a aumentar. Faremos então:

COLUNA C:
C1: 0
C2: IF(B2=0, C1, C1+0.5)
copy

4º passo: Construção das imagens das funções N e V, utilizando como objectos, ou seja, para valores de t, o conteúdo da coluna do tempo "virtual", de forma a conseguir traduzir a natureza periódica das mesmas. Basta-nos aqui introduzir as fórmulas já deduzidas para exprimir o volume e o nível, (1) e (2).

Podemos agora, em presença da tabela de valores obtidos (tabela **1.1**), analisar pacificamente quais os que constituem imagens das respectivas funções e quais os que representam "falsas imagens".

Tendo esta ideia bem presente, será porventura interessante interpretar alguns dos gráficos que podem ser construidos (gráficos **1.1, 1.2, 1.3**).

Tabela 1.1

COL.AUX.	TEMP.VIR.	TEMP.REAL	VOLUME	NIVEL (cm)
0	0	0	30	.000
1	.5	.5	29	.056
2	1	1	28	.114
3	1.5	1.5	27	.173
4	2	2	26	.233
5	2.5	2.5	25	.295
6	3	3	24	.358
7	3.5	3.5	23	.424
8	4	4	22	.491
9	4.5	4.5	21	.560
10	5	5	20	.632
11	5.5	5.5	19	.706
12	6	6	18	.783
13	6.5	6.5	17	.862
14	7	7	16	.945
15	7.5	7.5	15	1.031
16	8	8	14	1.122
17	8.5	8.5	13	1.216
18	9	9	12	1.316
19	9.5	9.5	11	1.421
20	10	10	10	1.533
21	10.5	10.5	9	1.653
22	11	11	8	1.782
23	11.5	11.5	7	1.922
24	12	12	6	2.076
25	12.5	12.5	5	2.248
26	13	13	4	2.446
27	13.5	13.5	3	2.679
28	14	14	2	2.973
29	14.5	14.5	1	3.391
30	15	15	0	5.000
31	0	15	30	.000
32	.5	15.5	29	.056
33	1	16	28	.114
34	1.5	16.5	27	.173
35	2	17	26	.233
36	2.5	17.5	25	.295
37	3	18	24	.358
38	3.5	18.5	23	.424

Gráfico 1.2

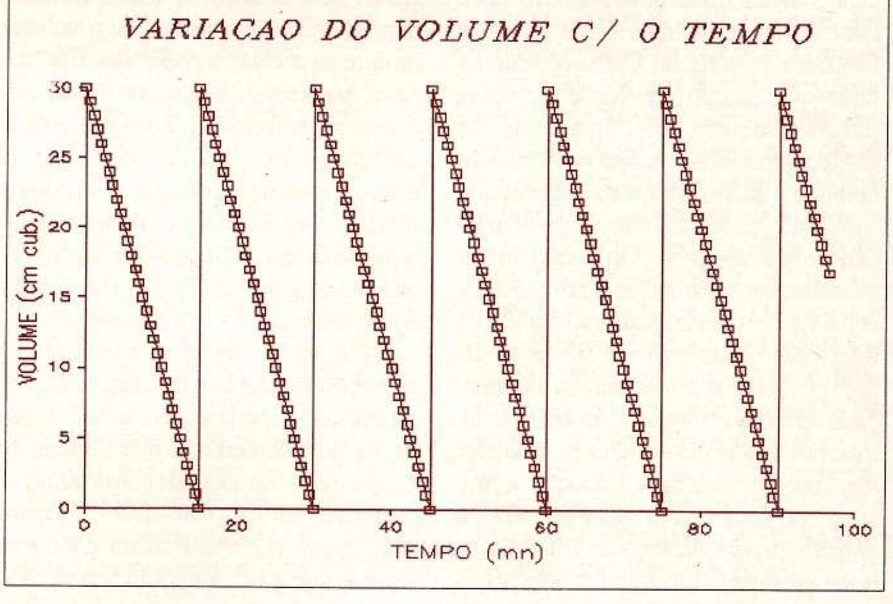
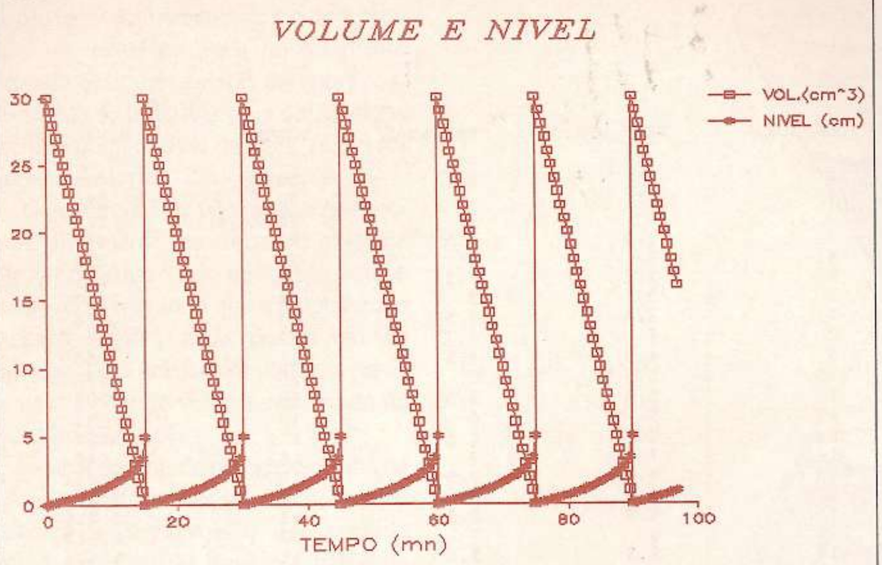


Gráfico 1.3



Provavelmente, a primeira observação que nos ocorre é a de que a Folha de Cálculo não obedece às convenções, a que estamos muito habituados, sobre o modo de representação gráfica de uma função. Onde estão as linhas verticais a tracejado e as bolas abertas e fechadas? Ou será que a importância destas questões de rigor fica muito aquém da real compreensão do fenómeno e dos conceitos matemáticos que aqui estão envolvidos?

Talvez valha a pena discutir um pouco alguns aspectos que, a este respeito, me parecem fundamentais. Em primeiro lugar, chamarei a atenção para o facto de que todo o processo de construção destas funções na Folha de Cálculo, acentua fortemente a noção intuitiva de que, numa função periódica, há "uma parte do gráfico que se vai repetindo ao longo do domínio". Além disso, torna-se evidente a ideia de que basta conhecer o comportamento da função num intervalo do seu domínio, correspondente a um período, para se poder definir a função em qualquer outro ponto. Esta é, na verdade, a justificação para a criação de uma coluna destinada ao tempo "virtual". Por outro lado, a própria natureza periódica de qualquer das funções tem uma tradução muito concreta no efectivo acto de virar a ampulheta periodicamente. Diria ainda, que a assimilação do significado real dos pontos de descontinuidade da forma $t=15n$, com $n \in \mathbb{N}$, vem naturalmente da observação do que sucede quando voltamos a ampulheta. Num certo instante, o cone "inferior" está cheio e no instante seguinte passa a estar vazio. O mesmo se poderá dizer relativamente ao problema dos limites laterais nos pontos de descontinuidade; se o tempo decorrido é suficientemente próximo de 15 mn, mas é ainda inferior, o cone receptor está *quase cheio*, ao passo que, se o tempo é suficientemente próximo de 15 mn, mas já superior, o cone receptor está *quase vazio*. Será também oportuno referir a dependência que existe entre o volume de água existente no cone "superior" e o nível que se regista no cone "inferior", que surge de forma nítida no gráfico **1.3**. De facto, torna-se aí bem claro que há uma correspondência entre os máximos relativos da função V e os mínimos relativos da função N, o que quer dizer apenas isto: *se em cima o cone está cheio de água, em baixo o nível é mínimo*.

Não será igualmente de desprezar uma informação que ressalta da leitura do gráfico **1.1**, onde se representa a função N. Trata-se de perceber que a escala do tempo que pretendiamos construir não é uniforme. De facto, as distâncias entre dois traços consecutivos da escala (o equivalente a 0,5 mn), vão sendo cada vez maiores, à medida que o tempo passa. Isto corrobora a ideia intuitiva de que, embora o volume de água esteja a variar de forma constante, o nível do líquido sobe com uma velocidade cada vez maior. Diríamos, em linguagem corrente, que é uma consequência do progressivo afunilamento.

Voltarei ainda à questão da forma dos gráficos, tal como são representados na folha de cálculo, sugerindo que eles poderão constituir um bom pretexto para uma discussão em torno das tais convenções que ensinamos aos nossos alunos. Ocorre-me, a propósito, o episódio de um aluno do 11º ano que tentava desesperadamente responder a questões baseadas na interpretação do gráfico de uma função onde apareciam bolas abertas e bolas fechadas. Ao cabo de algum tempo, tornou-se clara a razão dos erros que estava a cometer: para ele, qualquer linha a cheio que tivesse num dos extremos uma bola aberta, não pertencia ao gráfico da função.

Note-se, entretanto, que as funções N e V foram atrás definidas com base numa convenção que é apenas uma entre outras possíveis. Poder-se-ia, por exemplo, ter assumido que nos instantes de viragem da ampulheta não é possível medir, nem o volume, nem o nível. Com este pressuposto, as funções a definir seriam as restrições das funções N e V ao conjunto $\{t: t>0 \text{ e } t\neq 15n, n\in \mathbb{N}\}$.

Saltitando de forma perfeitamente elástica

Num jogo de pinguepongue é natural ver-se uma bola a saltitar. O que cada jogador tenta fazer é imprimir à bola um movimento que a leve a passar por cima da rede para a metade oposta da mesa. Quando a bola lançada toca na superfície da mesa, vai animada de uma certa velocidade **v**, dirigida para baixo e fazendo um ângulo α com a horizontal; se esse choque for perfeitamente elástico, isto é, se não houver dissipação de energia, a bola fará ricochete, adquirindo uma velocidade **v'**, que apenas difere de **v** no sentido da sua componente vertical: $v=(v_1,-v_2)$ e $v'=(v_1,v_2)$.

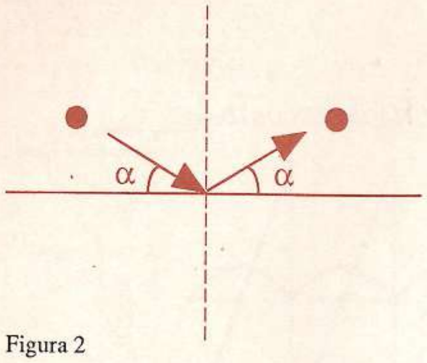


Figura 2

Logo após o choque, a bola eleva-se no ar e descreve uma trajectória parabólica em virtude da acção da gravidade. A lei que traduz a variação da altura da bola com o tempo é expressa pela equação:

$$y(t) = v.\text{sen}\,\alpha.t - g.t^2/2$$

em que v é o módulo da velocidade inicial (constante) e $g=9.8\ m/s^2$. É ainda possível estabelecer de que modo se comportam os valores da ordenada do vector velocidade, em função do tempo:

$$v_y(t) = v.\text{sen}\,\alpha - g.t$$

A partir daqui, poderemos imaginar uma bola de pinguepongue saltitando indefinidamente, sem nunca perder energia, sobre uma mesa suficientemente grande, e procurar descrever através de duas funções a sua altura em relação à mesa e a sua velocidade "vertical", em cada instante.

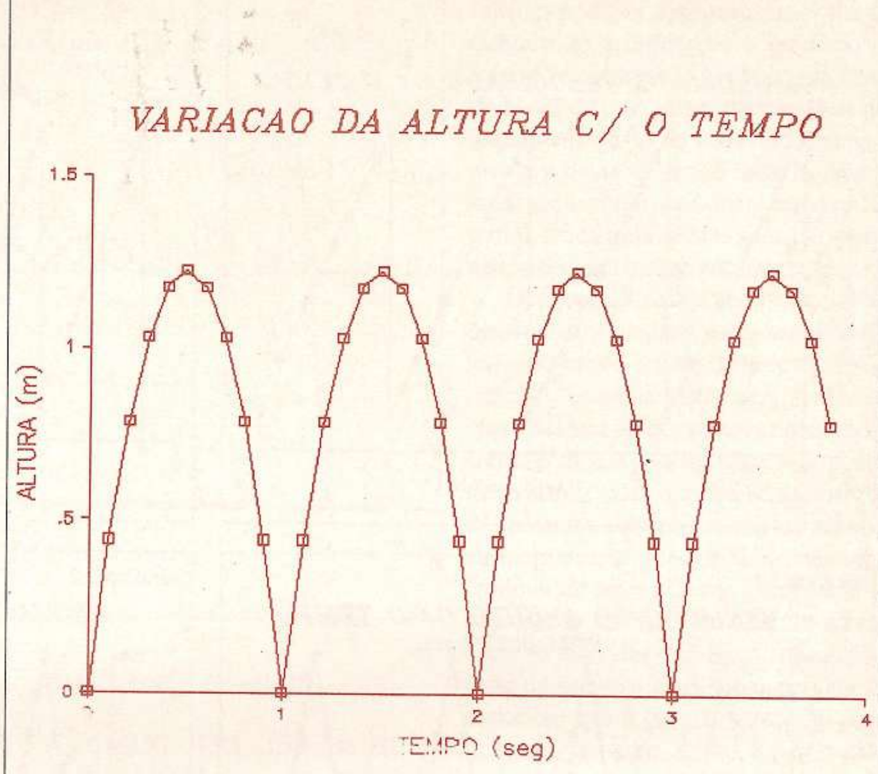
Uma possível descrição da variação da altura com o tempo é a que se pode observar no gráfico **2.1**. A obtenção deste gráfico na Folha de Cálculo requer um procedimento análogo ao que foi adoptado na situação anterior.

Foram fixados os seguintes valores:

Velocidade da bola após o 1º choque: v=9,8 cm/s
Ângulo de inclinação: 30º

Com estes dados e com as equações anteriores, conclui-se que a bola, imediatamente após o 1º choque, ressalta com uma velocidade $v_y=4{,}9$ cm/s, volta a tocar no solo (y=0) ao fim de 1 segundo

Gráfico 2.1



com uma velocidade $v_y = -4{,}9$ cm/s para, logo após o ressalto, ser de novo $v_y=4{,}9$ cm/s. Está portanto encontrada a periodicidade da bola saltitante: P=1s. Torna-se então possível definir as seguintes funções:

$$y: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{ll} y(t) = 4.9t - 4.9t^2 & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ y(t) = y(t-1) & \text{se } t \geq 1 \end{array}$$

$$v_y: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{ll} v_y(t) = 4.9 - 9.8t & \text{se } 0 \leq t < 1 \\ v_y(t) = 4.9 & \text{se } t = 1 \\ v_y(t) = v_y(t-1) & \text{se } t > 1 \end{array}$$

que exprimem, respectivamente, a altura da bola e a componente vertical da velocidade como funções do tempo.

Nestas circunstâncias, a construção da tabela de valores na Folha de Cálculo, fez intervir de novo a função MOD, retomando o padrão das 3 colunas: Auxiliar, Tempo Virtual e Tempo Real. Para um período P=1 e um incremento de 0,1 na variável tempo, foram utilizadas as classes de resto de 11.

Dos gráficos que ilustram esta situação (gráficos **2.1, 2.2, 2.3**), salientarei apenas alguns dos múltiplos aspectos relevantes. Não deixa de ser interessante verificar que, apesar de ambas as funções estarem vinculadas ao mesmo fenómeno, a função y é contínua em todo o seu domínio, ao passo que a função v_y tem uma descontinuidade em cada ponto da forma t=n, com $n \in \mathbb{N}$. O gráfico **2.3** mostra-nos ainda que a bola atinge a sua altura máxima exactamente nos instantes em que a velocidade v_y se anula. Esta será, eventualmente, uma boa pista para a formulação da seguinte conjectura: terá a função v_y algo a ver com a derivada da função y e, se assim for, terá a função y derivada em todos os pontos?

Gráfico 2.2

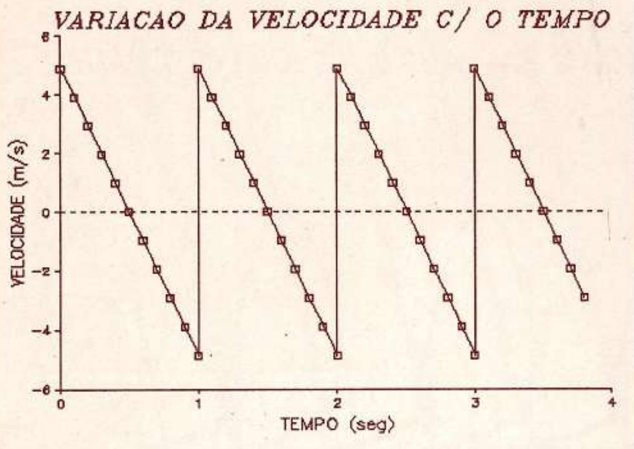


Gráfico 2.3

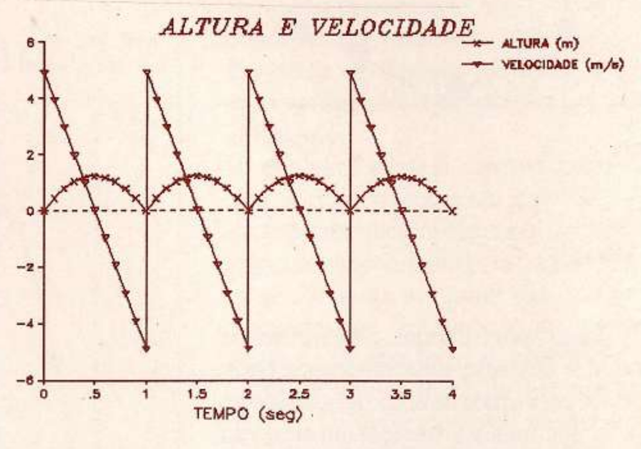


Gráfico 3.1

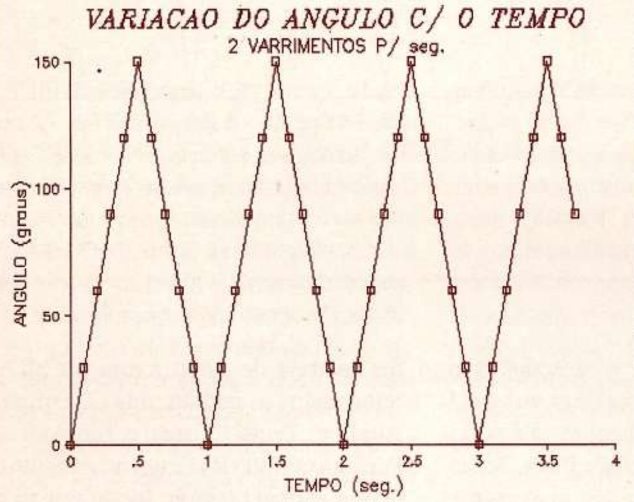
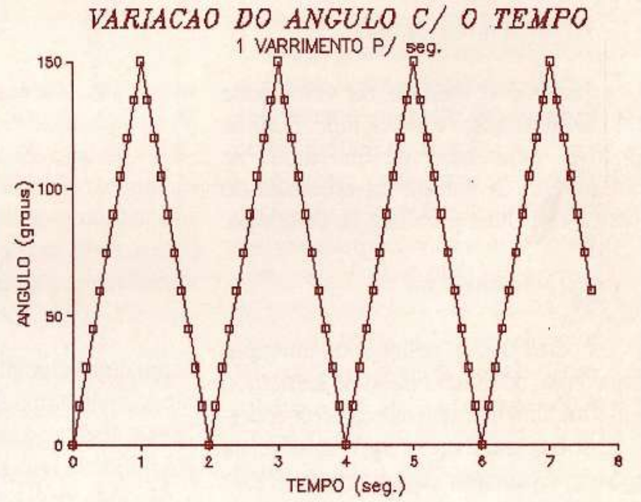


Gráfico 3.2



Ao sabor da chuva

Alguns automóveis estão equipados com limpa-vidros que são, por assim dizer, adaptáveis à intensidade da chuva que cai durante a viagem. Podem funcionar a uma velocidade média para uma chuva moderada, a uma velocidade rápida quando chove torrencialmente, e podem ainda ter um ritmo intermitente (2 varrimentos consecutivos e algum tempo de paragem) no caso de cairem apenas alguns salpicos.

Consideremos então, para simplificar, um daqueles automóveis em que o limpa-vidros tem uma só escova. Suponhamos ainda as seguintes condições:

Ângulo varrido pela escova durante um varrimento: 150°

Frequência rápida do limpa-vidros: 2 varrimentos /s

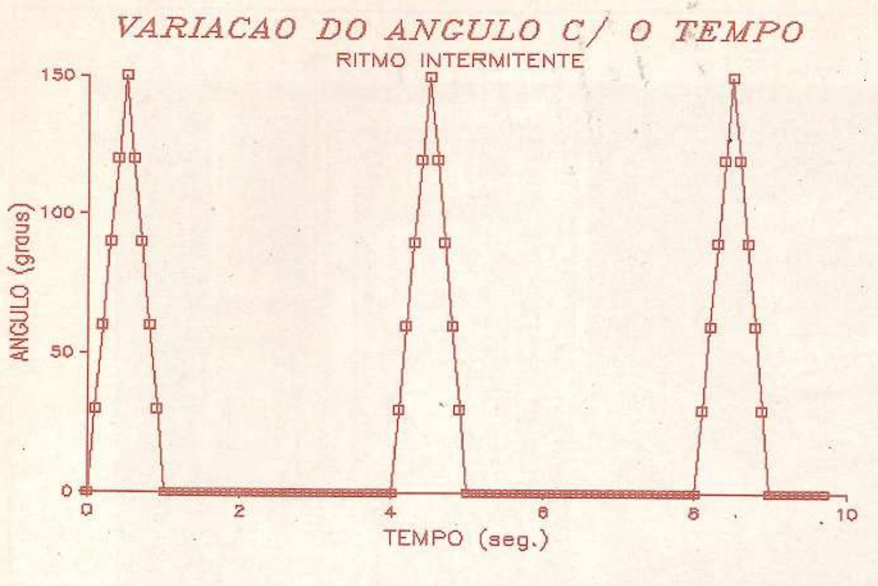
Frequência moderada do limpa-vidros: 1 varrimento /s

Ritmo intermitente do limpa-vidros: 2 varrimentos num segundo, seguidos de 3 segundos de paragem.

Se admitirmos que a velocidade angular da escova é cons-tante ao longo de cada varrimento, poderemos perguntar como varia a posição angular da mesma ao longo do tempo. Para isso definiremos como posição angular, o ângulo formado pela semirecta suporte da escova, em cada instante, e pela semirecta horizontal que corresponde à posição inicial da escova, quando o limpa-vidros está na situação normal de desligado. Nestas condições, de acordo com os dados anteriores, a posição angular é dada por uma amplitude que varia entre 0° e 150°. Facilmente se percebe que em cada uma das frequências consideradas, a posição angular do limpa-vidros varia de forma linear até atingir um valor máximo de 150° (havendo então uma paragem instantânea da escova), para decrescer em seguida até ao valor mínimo de 0°.

Os gráficos **3.1, 3.2, 3.3** ilustram, em cada um dos casos, a variação da posição angular com o tempo.

Gráfico 3.3



As três funções que traduzem a variação da posição angular da escova no movimento do limpa-vidros, para as diversas situações de intensidade da chuva, são definidas por:

A_r: [0, +oo[———> IR

$A_r(t) = 150 - |300t - 150|$ se $0 \leq t < 1$
$A_r(t) = A_r(t-1)$ se $t \geq 1$

A_m: [0, +oo[———> IR

$A_m(t) = 150 - |150t - 150|$ se $0 \leq t < 2$
$A_m(t) = A_m(t-2)$ se $t \geq 2$

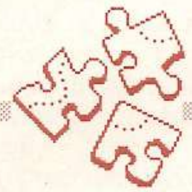
A_i: [0, +oo[———> IR

$A_i(t) = 150 - |300t - 150|$ se $0 \leq t < 1$
$A_i(t) = 0$ se $1 \leq t < 4$
$A_i(t) = A_i(t-4)$ se $t \geq 4$

Como é óbvio, cada uma destas funções pode ser construida na Folha de Cálculo de acordo com o processo já referido e recorrendo às classes de resto de 11, 21 e 41, respectivamente, para um incremento de 0,1 na variável t. Um pormenor a destacar será o facto de obtermos funções com períodos mínimos diferentes, face a uma mesma situação, o que não sucedia nos exemplos anteriores.

Os exemplos aqui apresentados constituem, antes de mais, uma sugestão de trabalho para o estudo de uma classe de funções, frequentemente negligenciada, mas que merece, por certo, a nossa atenção, não apenas pela sua riqueza do ponto de vista matemático, mas ainda pelo facto de constituir uma importante ferramenta na interpretação e modelação de inúmeros fenómenos reais. O seu tratamento e exploração na Folha de Cálculo acrescenta ao seu valor intrínseco, a possibilidade de associar às funções periódicas conceitos que à partida parecerão algo distantes daquelas, como é o caso das classes de resto da divisão inteira por um número. Isto será, além do mais, uma evidência de que a Folha de Cálculo pode promover elos de ligação entre diversos conceitos matemáticos.

Susana Carreira
Esc. Sec. de Mem-Martins



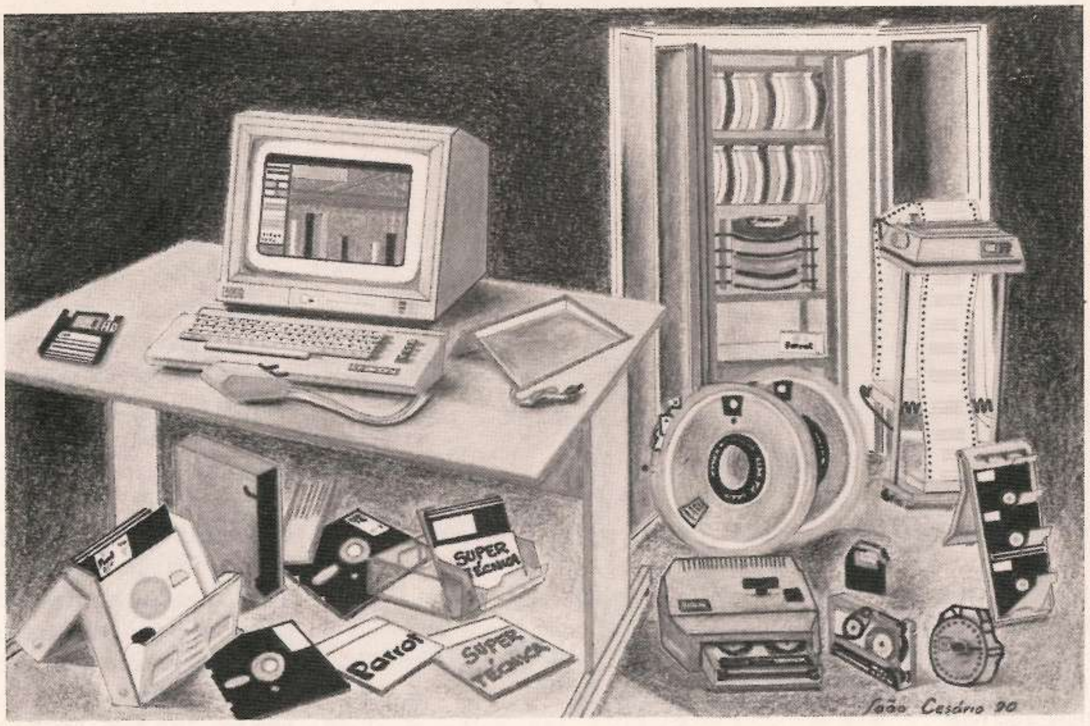
O problema do trimestre

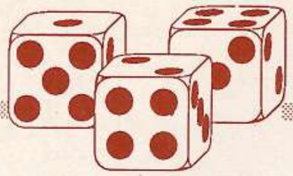
Dado o curto espaço de tempo decorrido entre a saída do último número de "Educação e Matemática" e a entrada deste número na tipografia, não nos chegou nenhuma resposta ao problema do trimestre anterior. Optámos por dar mais tempo aos leitores e publicar no próximo número da revista as respostas que entretanto nos queiram enviar.

E, desta vez, temos dois problemas que, como verão, são da mesma "família".

1) O "número de ouro" 1,61803398... tem uma particularidade curiosa: o seu inverso, que é 0,61803398..., tem exactamente a mesma parte decimal. Ora existem outros números em que isso acontece: eles e os respectivos inversos têm os mesmos algarismos depois da vírgula. Quais são esses números?

2) Se elevarmos o "número de ouro" ao quadrado obtemos 2,61803398..., ou seja, novamente a parte decimal não se alterou (incrível, não é?). Há mais números em que isto se verifica. Quais são eles?


SUPER TÉCNICA
Parrot
SUPER TÉCNICA
João Cesário 90



Vamos jogar

Esta carola não pára

Jogo "Esta carola não pára".

Nº de Jogadores: 2.

Material: Máquina de calcular, papel, lápis e ficha com as jogadas propostas aos dois jogadores.

Regras:

1) O jogo desenvolve-se em três jogadas. Em cada jogada, um dos jogadores resolve as questões propostas enquanto o adversário regista as pontuações na folha de papel. Em seguida, invertem as posições.

2) Em cada jogada, a máquina pode ser utilizada, no máximo, por **três** vezes.

3) Não se pode utilizar nem papel nem lápis para fazer cálculos.

4) O lápis é utilizado apenas para registar as pontuações.

5) Registam-se 5 pontos cada vez que se utilizar a calculadora para além das três vezes permitidas.

6) Registam-se 2 pontos por cada resposta incorrecta.

7) A pontuação final de cada jogador é a soma das pontuações obtidas em cada uma das jogadas.

8) Ganha quem tiver menor pontuação.

ATENÇÃO: Em cada jogada lê atentamente cada uma das seis questões. Só depois deves escolher as três que irão ser resolvidas com a máquina.

JOGADOR A

Jogada 1

357x842	42x0x357x842
42x357	(300+50+7)x842
357x1x842	(40+2)x357

Jogada 2
A=75 B=35 C=82

(AxB)xC	(A+B)xC
1xC	(AxBxC)x0
Ax(BxC)	Cx1

Jogada 3
M=473 N=2838

MxN	Nx(400+73)
1000x473	2838-M+473-N
M+N	8382x374

JOGADOR B

Jogada 1
A=575 B=75 C=500

6675xA	A-C
(B+C)x6675	Ax(BxC)
(AxB)xC	Cx(A+B)

Jogada 2
A=899 B=901

A+B	BxA
AxB	100xA
B-A	Ax900+B

Jogada 3

328x684	684x328
849x0	9774x815
815x9774	0x849

Notas:

A motivação para este trabalho surgiu na sequência da nossa participação numa acção de formação sobre a utilização de calculadoras na aula de Matemática.

Assim, procurámos que, numa estratégia de descoberta, os nossos alunos, participando num jogo e utilizando máquinas de calcular, concluíssem da existência e importância de algumas propriedades da operação multiplicação. A este jogo seguiu-se uma ficha para consolidação dos conhecimentos adquiridos e registo das conclusões.

A estratégia seguida foi:

1 - Distribuição, a todos os alunos, da folha com as regras do jogo.

2 - Leitura individual e interpretação conjunta das regras.

3 - Distribuição, a cada jogador, da folha com as respostas e local para registo das pontuações.

Bibliografia:

How to teach mathematics using a calculator, National Council of Teachers of Mathematics, Torrence Coburn.

Maria Teresa Barbosa
Maria da Piedade Pires
Carlos Granês

Escola Preparatória de Oeiras

Nota da Redacção:

A partir desta versão do "Esta carola não pára", os colegas do Núcleo APM de Almada/Seixal elaboraram uma ficha com uma versão diferente do jogo mas em que mantêm os aspectos essenciais. Os nossos agradecimentos por também no-la terem enviado.

Funções dos problemas no processo de ensino/aprendizagem da Matemática

António Borralho

Os problemas poderão desempenhar diferentes funções no ensino da Matemática. As ditas funções surgem, em primeiro lugar, através dos objectivos que se colocam para a disciplina de Matemática, e em segundo lugar, através das peculiaridades dos próprios problemas relativamente à sua estrutura objectiva e à via pela qual se resolvem.

Na literatura psicológica e metodológica é habitual distinguir as seguintes funções gerais dos problemas: função de ensino, função educativa e função de desenvolvimento.

Função de ensino

A função de ensino assegura que os problemas servem de meio para a aquisição, exercitação e consolidação de sistemas de conhecimento matemático pelos alunos e para a formação das capacidades e hábitos correspondentes, pois a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades e hábitos de pensamento matemático, são objectivos primordiais do ensino da Matemática. Como se produz esta função de ensino dos problemas de Matemática?

Em todos os problemas de Matemática incluem-se diversos objectos ou acontecimentos dos quais se destacam determinadas facetas quantitativas. A proposta de um problema a um aluno é a oportunidade para que este se confronte com uma situação matemática, na qual se incluem determinados conhecimentos sob a forma de termos ou expressões matemáticas, relações quantitativas, operações matemáticas, etc, que são necessários aplicar ou realizar para obter respostas. É precisamente através deste complexo mecanismo que os problemas cumprem a sua função de ensino.

Função educativa

A função educativa dos problemas compreende a influência que estes exercem na formação da personalidade do aluno, isto é, no desenvolvimento da sua concepção científica do mundo, perspectivando também uma posição activa e crítica no que respeita aos fenómenos e factos naturais e sociais. Esta função engloba, também, a formação de sentimentos/atitudes positivas face ao trabalho em geral, e à resolução de problemas, em particular. Contudo, para conseguir o desenvolvimento da personalidade do aluno será necessário, não só conduzir adequadamente o processo de resolução de problemas, mas também seleccionar os problemas que permitem actuar sobre determinada esfera da personalidade do aluno.

Julga-se que será impossível ignorar, quando se trata da função educativa dos problemas de Matemática, que estes exercem também forte influência na própria discipina de Matemática, pois a proposta de problemas e respectiva resolução tanto em situação de aula, como fora dela, contribui decisivamente para a formação, nos alunos, de uma representação adequada do lugar que a Matemática ocupa, e nomeadamente do lugar da resolução de problemas, no desenvolvimento da sociedade, no campo científico, artístico, etc. Através desta função, também haverá a possibilidade de sensibilizar os alunos para o importante papel que os conhecimentos matemáticos possuem no seu desenvolvimento pessoal.

Função de desenvolvimento

A função de desenvolvimento tem a ver especificamente com a influência que a resolução de problemas exerce sobre o desenvolvimento intelectual do aluno e, essencialmente, na formação do seu pensamento.

Com o presente desenvolvimento da ciência e da técnica, a função de desenvolvimento ocupa um lugar de destaque em todas as disciplinas e, em particular, na Matemática. De facto, a principal função da escola, no que respeita ao ensino, deverá estar mais vocacionada para fomentar no aluno a possibilidade de este adquirir o conhecimento por si próprio, do que dotá-lo de grandes volumes de informação, até porque isto seria impossível de se atingir se tivermos em conta o vertiginoso aumento dos conhecimentos em cada campo científico. Assim, julga-se que a saída mais produtiva e eficiente será formar nos alunos a capacidade de se aperfeiçoarem e aumentarem individualmente o volume dos seus conhecimentos, desenvolvendo os hábitos e capacidades correspondentes. É nestas condições que a formação e o desenvolvimento do pensamento possuem especial relevo.

As potencialidades que, no respeitante ao desenvolvimento do pensamento do aluno, os problemas apresentam, estão condicionadas pela peculiaridade destes, devendo requerer ou implicar daqueles que os resolvem uma intensa actividade cognitiva. Esta intensa actividade cognitiva não é mais do que a actividade do pensamento.

No ensino da resolução de problemas de Matemática tem lugar, particularmente, o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno. Este tipo de pensamento, independentemente de apresentar as características comuns de toda a manifestação do pensamento, apresenta as suas peculiaridades. A especificidade distintiva do pensamento matemático reside no apelo à compreensão, elucidação e aplicação de relações quantitativas, espaciais, etc, que são próprias da Matemática.

Contudo, esta função de desenvolvimento da resolução de problemas não se exerce de forma espontânea, pois à semelhança do que acontece com as outras funções, depende da maneira como o professor conduz o processo de ensino da resolução de problemas, do conjunto de problemas que ele emprega e da forma como os utiliza.

As distintas funções dos problemas no ensino da Matemática, não se exercem independentemente umas das outras; elas actuam como um sistema dirigido para garantir a formação multilateral do aluno. Na maior parte dos casos, um problema pode cumprir diferentes funções, mas cabe ao professor determinar a função principal que deve cumprir-se através da resolução de problemas, e criar as condições necessárias para que se obtenham os resultados previstos. Esta tarefa não é fácil, pois implica a selecção dos problemas a propor e, seleccionar uma colecção de problemas valiosos e instrutivos para os alunos é, talvez, a tarefa mais difícil com que o professor se pode deparar.

Bibliografia

Borralho, A. M. (1990). *Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática - proposta de um programa de intervenção.* Tese de Mestrado não publicada. Universidade de Salamanca.

Castro, P. V. (1979). La formación de la concepción científica del mundo. *Educación*, 32.

Dominguez, C. V. (1982). La formación de la concepción científica del mundo en los estudiantes a través del processo docente-educativo. *Varona*, 9.

Recio, M. J. (1984). *Desarollo y manifestación de las funciones analítica y crítica del pensamiento en escolares y adultos.* Ciudad de la Hebana: Universidad de la Habana (Facultad de Psicolo-

António Borralho
Departamento de Pedagogia e Educação da Universidade de Évora

Materiais para a aula de Matemática

A ficha de trabalho que publicamos na página seguinte tem a ver com a interpretação de gráficos de funções e a sua correspondência com situações da realidade concreta. Neste caso trata-se de gráficos da *velocidade em função do tempo* em situações relacionadas com diferentes modalidades desportivas.

Esta ficha foi desenvolvida por Paula Teixeira a partir de uma ideia original do Shell Centre for Mathematical Education (da Universidade de Nottingham) incluída no livro *The language of functions and graphs* (1985). Foi utilizada a tradução espanhola de Felix Alayo — *El lenguaje de funciones y gráficas* — publicada em 1990 pelo Ministério de Educación y Ciencia do País Basco.

A ficha foi proposta em aulas do 11º ano e deu origem a animadas discussões entre os alunos. Aliás, sabe-se que a interpretação de gráficos deste tipo gera frequentemente equívocos como, por exemplo, o de identificar erradamente o gráfico com o desenho da trajectória.

O facto de provocar naturalmente discussões que podem ser muito enriquecedoras sugere, como estratégia de trabalho, que a ficha seja proposta numa primeira fase para trabalho em pequenos grupos e que, em seguida, cada grupo submeta à apreciação e crítica da turma (e do professor) as suas conclusões. Nesta segunda fase, poderá utilizar-se o quadro da sala de aula tanto mais que o que interessa aqui são esboços e não gráficos muito perfeitos.

Claro que, como sempre, a proposta pode interessar mais uns alunos do que outros. Numa turma da área de Desporto, os vários grupos de alunos fizeram mesmo pequenos *trabalhos escritos* onde incluiam as suas soluções e respectivas justificações.

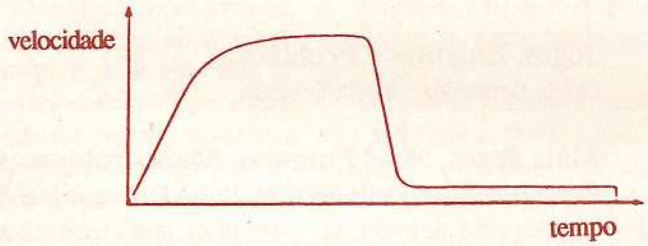
Quanto à resposta (ou respostas) a dar à pergunta central da ficha, deixamo-la(s) como desafio, também para os leitores.

Paulo Abrantes

Materiais para a aula de Matemática

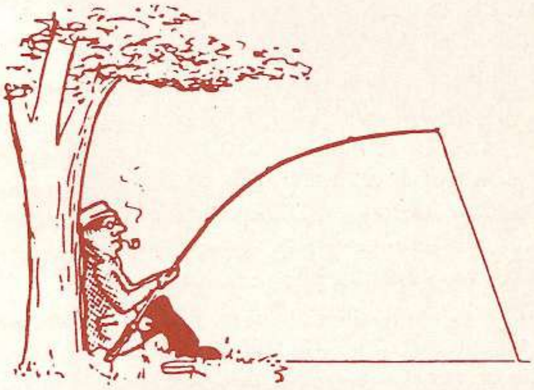
Que Desporto?

Que desporto produzirá um gráfico como este?

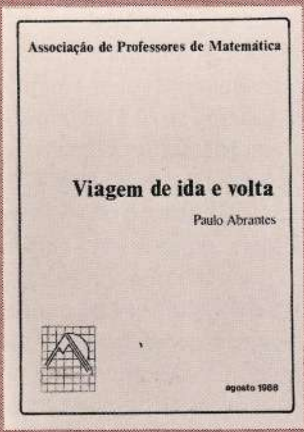


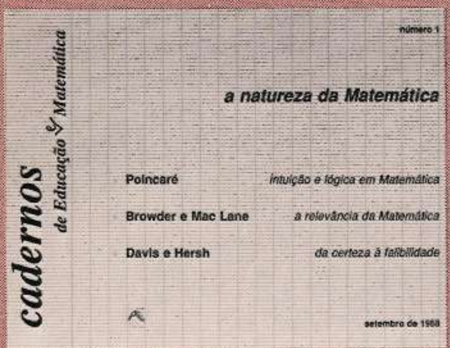
Dos desportos abaixo listados diz qual o que melhor se ajusta ao gráfico representado. Justifica a tua resposta. Relativamente a cada um dos desportos rejeitados faz um gráfico que o possa representar.

Pesca
Salto à vara
Corrida de 100 metros
Paraquedismo
Golfe
Tiro com arco
Lançamento do dardo
Salto em altura
Salto de trampolim
Bilhar
Corrida de obstáculos
Esqui aquático



Publicações APM





Calculadoras na Educação Matemática
Albano Silva, Cristina Loureiro e Graciosa Veloso

O computador na Aula de Matemática
Eduardo Veloso

Cronologia Recente do Ensino da Matemática
J.Manuel Matos

O Geoplano na Sala de Aula
Lurdes Serrazina e J.Manuel Matos

Jogos, Enigmas e Problemas
Odete Bernardes e Paula Teixeira

Mais Jogos, Mais Enigmas, Mais Problemas
Odete Bernardes, Paula Teixeira, Pedro Esteves e José Paulo Viana

A Matemática na Vida das Abelhas
Ana Luisa Teles, Ana Vieira, Aniss Ali e Fátima Antunes

A Natureza da Matemática
Primeiro volume da colecção *Cadernos de Educação Matemática*

O Problema da Semana
Maria João Costa

Viagem de Ida e Volta
Paulo Abrantes

Renovação do Currículo de Matemática
Textos do Seminário de Vila Nova de Milfontes

DIA-A-DIA COM A MATEMÁTICA
Agenda do Professor 1990/1991
Ana Vieira Lopes, António Bernardes e J.Manuel Varandas

Veja na página 2 a lista completa das publicações, que inclui as últimas novidades. Nela encontrará também a ficha de pedidos para envio pelo correio.

MVT-CP: outra forma de, a brincar, descobrir a Matemática

Maria de Lourdes Fernandes e Margarida Junqueira

MVT-CP?!
Não, não é a nova linha de comboios de alta velocidade da CP. Embora, em boa verdade se pretenda, com este projecto, levar alunos e professores a apanhar o comboio das novas correntes para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Expliquemo-nos:

Numa terminologia 100% TI, diríamos que a Matemática está a mudar de "layout" e a apresentar um novo "interface", mais amigável, mais adequado às exigências da sociedade moderna e que pretende atingir um número cada vez maior de adeptos seduzindo-os para os seus inúmeros desafios.

Foi pensando nisto tudo que nós, professoras de Matemática, gravemente contaminadas por vírus matemático-computacionais de longo alcance, quisemos dar corpo à ideia de um concurso de problemas que contagiasse alunos e professores de diversas escolas.

E assim nasce o **Matemática Via Telemática-Concurso de Problemas**, melhor dizendo, **concurso de estratégias de resolução de problemas**, cuja sigla é **MVT-CP**.

A sua ideia base é muito simples: as várias escolas envolvidas no concurso vão, sucessivamente, propondo problemas que são resolvidos por todos os alunos que o quiserem fazer (este ano o concurso restringiu-se a alunos do 3º ciclo), dando-se o principal relevo à forma como são fundamentadas a(s) solução(ões) encontrada(s).

Podemos dizer que o principal objectivo deste projecto é, assim, "espalhar" por alunos, professores e familiares, o gosto pela Matemática, em particular pelos vários aspectos da resolução de problemas, confrontando, numa competição que se deseja salutar, comunidades escolares diferenciadas.

Entremos um pouco mais em detalhe e vejamos, no essencial, como tudo isto se passa.

De 15 em 15 dias cada escola escolhe um problema e envia-o para todas as outras. O problema é divulgado aos alunos (sempre que possível pelo seu professor de Matemática), os quais têm cerca de oito dias para o resolver. As respostas recebidas são seriadas, sendo selecionadas as três melhorés, de acordo com os critérios seguintes:

1. Correcção da(s) solução(ões)
2. Poder de síntese revelado na resposta
3. Clareza de exposição
4. Originalidade da estratégia de resolução
5. Elegância da estratégia e da sua descrição

Os autores dessas respostas são convidados a reescrevê-las utilizando um programa computacional de edição electrónica, (caso o seu texto não preencha já este requisito). Esses alunos ficam imediatamente apurados para uma segunda eliminatória.

Uma vez que todas as escolas tenham proposto o seu problema (o que se prevê que venha a acontecer até ao início do 3º período do ano lectivo corrente), realizar-se-á a segunda eliminatória, que permitirá seleccionar o representante de cada escola numa eliminatória final. Os problemas para estas duas eliminatórias são propostos pelo júri do concurso.

As duas últimas eliminatórias deverão decorrer até final do mês de Maio próximo. Após a "finalíssima" realizar-se-á, na Escola Secundária da Parede, uma festa convívio com todos os representantes das escolas (alunos e professores).

Ora como é que solucionamos, de uma maneira fácil e rápida todas as necessidades de comunicação? Como o nome deixa antever, utilizamos a telemática, ou seja a capacidade de ligar computadores via linha telefónica. Assim, as escolas trocam mutuamente mensagens e transferem ficheiros informáticos, recorrendo ao serviço telemático BBS MINERVA.

Pelo que ficou descrito, pode-se perceber que para além do desenvolvimento de capacidades do foro matemático, com este projecto se pretende, ainda, desenvolver nos alunos capacidades de comunicação, fazendo-os contactar com alguma da tecnologia de informação que é hoje, bem podemos dizê-lo, o motor da sociedade em que vivemos. Este é, pois, um projecto em que o papel das TI, nas suas vertentes motivadora e facilitadora, é fundamental.

Para o seu lançamento realizou-se, na Escola Secundária da Parede, em Outubro passado, uma reunião para a qual foram convocadas todas as escolas ligadas à rede telemática Tejo 90[1], na qual se analisou e aprovou o regulamento do concurso e escolheu o respectivo júri. A ele aderiram as onze escolas seguintes:

E.S. Anselmo de Andrade (Almada)
E.S. D. Filipa de Lencastre (Lisboa)
E.S. D. Pedro V (Lisboa)
E.S. da Amora
E.S. da Falagueira
E.S. da Parede
E.S. de Carnaxide
E.S. de Miraflores
E.S. de Paço de Arcos
E.S. Emídio Navarro (Almada)
E.S. Marquês de Pombal (Lisboa)

O concurso teve início no dia 12 de Novembro passado, tendo o primeiro problema sido proposto pela Escola Secundária da Parede. A ele responderam entre 30 a 40 alunos em média, por escola, verificando-se o maior número de respostas nas escolas e turmas em que o próprio professor de Matemática se empenhou activamente na divulgação do problema.

Terminamos este artigo apresentando esse problema, bem como duas respostas* que, com toda a subjectividade do nosso julgamento, nos pareceram bastante interessantes.

E digam lá senhores professores se estavam à espera que um problema, aparentemente tão pouco motivador desse lugar a respostas tão criativas!

E não foram as únicas...

Os colegas interessados podem solicitar a colecção das respostas seleccionadas, deste problema e dos seguintes, ao Pólo do Projecto MINERVA da FCT/UNL.

O MVT-CP é apoiado por:
Banco Espírito Santo & Comercial de Lisboa, Calculadoras Casio, Gradiva, Inforfoco, Majora, Texto.

Maria de Lourdes Fernandes
Esc. Sec. da Parede
Margarida Junqueira
Proj. Minerva, FCT/UNL

[1]Um projecto telemático, no âmbito do Projecto MINERVA, que equipou e animou algumas escolas em 1990.

*Por razões de disponibilidade de espaço, publicamos apenas uma das duas respostas referidas no artigo. A outra resposta e o regulamento do concurso MVT/CP encontram-se à disposição dos interessados. (N.R.)

Problema 1
Que números serão?

Há números que se escrevem com:
dois algarismos 0
dois algarismos 2
dois algarismos 3
dois algarismos 4
dois algarismos 5.
Ao todo têm dez algarismos e:
entre os dois 5 há cinco algarismos
entre os dois 4 há quatro algarismos
entre os dois 3 há três algarismos
entre os dois 2 há dois algarismos.
entre os dois 0 não há nenhum algarismo.
Que números são esses?

Resposta da E. S. Anselmo de Andrade

Raciocínio: Primeiro tentei posicionar os 5 e cheguei à conclusão que só teria estas situações possíveis:

```
a) 5 _ _ _ _ _ _ 5 _ _ _
b) _ 5 _ _ _ _ _ _ 5 _ _
c) _ _ 5 _ _ _ _ _ _ 5 _
d) _ _ _ 5 _ _ _ _ _ _ 5
```

Descobri então que as posições a) e d) e b) e c) são simétricas. Tentei então colocar os 4 nas posições a) e b) e verifiquei todas as situações possíveis que são as seguintes:

```
a) 5 _ 4 _ _ _ 5 4 _ _        b) 4 5 _ _ _ 4 _ 5 _ _
   5 _ _ 4 _ _ 5 _ 4 _           _ 5 _ 4 _ _ _ 5 4 _
   5 _ _ _ 4 _ 5 _ _ 4           _ 5 _ _ 4 _ _ 5 _ 4
```

Tentei então as posições do número 3 e descobri as seguintes hipóteses:

```
a) 5 3 4 _ _ 3 5 4 _ _        b) 4 5 3 _ _ 4 3 5 _ _
   5 _ 4 _ 3 _ 5 4 3 _           4 5 _ _ 3 4 _ 5 3 _
   5 _ 4 _ _ 3 5 4 _ 3           3 5 _ 4 3 _ _ 5 4 _
   5 3 _ 4 _ 3 5 _ 4 _           _ 5 3 4 _ _ 3 5 4 _
   5 _ _ 4 _ 3 5 _ 4 3           _ 5 _ 4 _ 3 _ 5 4 3
   5 3 _ _ 4 3 5 _ _ 4           _ 5 3 _ 4 _ 3 5 _ 4
   5 _ _ 3 4 _ 5 3 _ 4
```

Nos exemplos anteriores tentei colocar os dois 2 e os dois 0 que eram os algarismos que me faltavam e cheguei à seguinte solução:

```
5004235243  e aos simétricos destes números:  3425324005
5003425324                                    4235243005
4500342532                                    2352430054
```

Joana Isabel Raposo, 7º2, Nº 11

1º grupo do Ensino Secundário: o passado recente, o presente e o futuro

Paulo Abrantes

O 1º grupo do Ensino Secundário é um grupo carenciado como... outros. Mas num aspecto, distingue-se de todos os outros: tem as maiores percentagens de professores sem habilitação própria e de professores sem habilitação académica de nível superior. A situação pouco tem evoluído na última década e não se vislumbra qualquer solução se não repensarmos quem pode ser professor de Matemática e que formação deve ter.

A escassez de professores de Matemática qualificados no Ensino Secundário é uma evidência. E o pior é que as previsões para o futuro próximo não são optimistas. Um estudo oficial recente prevê, para o ano 2000, um "déficit" de perto de 3000 professores de Matemática para o 3º ciclo do Ensino Básico e o Ensino Secundário, ou seja, no que corresponde ao actual 1º grupo do Ensino Secundário.

As medidas a tomar para fazer face a esta situação constituem um problema difícil mas que é necessário enfrentar. E para o fazer convirá começar por analisar a situação actual e a evolução registada nos últimos tempos.

1. Esboço da situação actual

Mais do que repetir que o 1º grupo é carenciado, importa caracterizar a situação de acordo com vários critérios e ver qual é a extensão do problema e as suas especificidades.

1.1. Comparação entre o Ensino Preparatório e o Ensino Secundário

Segundo dados relativos a 1988/89:

Quadro 1.
Preparatório vs. Secundário

	Profissionalizados		Eventuais c/ habil. própria		Eventuais s/ habil. própria		Total
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº
Ensino Preparatório							
4º Grupo	3601	61.0	1900	32.2	404	6.8	5905
Todos os grupos	15837	58.0	8485	31.1	2961	10.9	27283
Ensino Secundário							
1º Grupo	2788	50.8	1056	19.2	1645	30.0	5489
Todos os grupos	24456	49.9	17386	35.4	7189	14.7	49031

[Fonte: GEP, 1989]

Estes números mostram que, no Ensino Preparatório (em relação ao Secundário), é mais elevada não só a percentagem de professores profissionalizados (61% con-tra 50.8%) mas também a dos eventuais com habilitação própria (32.2% contra 19.2%). Por outras palavras:

• no Preparatório apenas 6.8% dos professores não tem habilitação própria para o 4º grupo (e mesmo desses alguns leccionarão apenas Ciências da Natureza) — situação melhor do que a média de todos os grupos neste nível;

• no Secundário, embora a percentagem de profissionalizados seja próxima da média geral (cerca de 50%), os professores que leccionam Matemática sem habilitação própria representam 30% (quase um terço) do total — situação muito pior do que a média neste nível.

1.2. Comparação entre o 1º e os restantes grupos no Secundário

De acordo com dados ainda referentes a 1988/89, verifica-se que o 1º grupo apresenta, em relação ao conjunto dos grupos do Ensino Secundário, uma percentagem de professores profissionalizados próxima da média geral (cerca de

50% como se viu atrás) — situação melhor do que, por exemplo, a dos grupos 5º, 7º, 8ºA ou 11ºA.

No entanto, a percentagem de professores do 1º grupo que não têm habilitação própria é, de longe (se exceptuarmos o caso da Música em que o número total de professores em todo o país era de 16), a maior de todas: 30%. Em consequência, a percentagem de professores eventuais com habilitação própria é muito baixa (19.2%), valor apenas superior (continuando a exceptuar a Música que tinha 4 professores nestas condições) ao do 11ºB. Mas, neste grupo, a razão é outra: é aquele que tem a maior percentagem de profissionalizados (66.9%).

Comparemos o que se passa nos grupos com mais de 2500 professores (ver quadro 2).

Quadro 2.

Grupos do Secundário	Profissionalizados Nº	%	Eventuais c/ habil. própria Nº	%	Eventuais s/ habil. própria Nº	%	Total Nº
1º	2788	50.8	1056	19.2	1645	30.0	5489
4ºA	1967	63.4	786	25.4	348	11.2	3101
8ºA	1233	41.8	1255	42.5	462	15.7	2950
8ºB	2883	49.1	2060	35.1	930	15.8	5873
9º	2266	54.9	1530	37.1	330	8.0	4126
10ºA	2051	54.0	1714	45.1	36	0.9	3801
11ºA	1105	40.8	1155	42.7	447	16.5	2707
11ºB	2329	66.9	605	17.4	546	15.7	3480

[Fonte: GEP, 1989]

Estes números mostram claramente uma das especificidades do 1º grupo: metade dos professores não são profissionalizados mas, desses, a maioria (um pouco mais de 60%) não pode obter essa qualificação por falta de habilitação própria. No 8ºB, o outro grupo mais numeroso, também se verifica que metade dos professores não são profissionalizados mas perto de 70% desses professores têm habilitação própria. Neste aspecto, o 10ºA está numa situação extrema visto que a quase totalidade dos professores dispõe de habilitação própria.

1.3. Situação do 1º grupo do Secundário por distrito

O problema da (des)qualificação dos professores que leccionam Matemática no Ensino Secundário não se coloca da mesma forma nas várias regiões do país. Vejamos os números relativos a 1988/89 no conjunto das escolas secundárias e "C+S" dos vários distritos do continente (ver quadro 3).

Quadro 3.

1º Grupo por distrito	Profissionalizados Nº	%	Eventuais c/ habil. própria Nº	%	Eventuais s/ habil. própria Nº	%	Total Nº
Aveiro	210	65.4	62	19.3	49	15.3	321
Beja	13	16.9	2	2.6	62	80.5	77
Braga	163	49.1	96	28.9	73	22.0	332
Bragança	26	28.7	10	10.6	58	61.7	94
Castelo Branco	59	45.4	28	21.5	43	33.1	130
Coimbra	207	69.2	53	17.7	39	13.1	299
Évora	29	26.6	18	16.5	62	56.9	109
Faro	83	42.6	33	16.9	79	40.5	195
Guarda	49	51.6	12	12.6	34	35.8	95
Leiria	111	51.6	32	14.9	72	33.5	215
Lisboa	791	53.2	300	20.2	397	26.7	1488
Portalegre	21	32.3	8	12.3	36	55.4	65
Porto	541	63.6	181	21.3	129	15.2	851
Santarém	98	39.4	48	20.1	103	41.4	249
Setúbal	202	37.0	105	19.2	239	43.8	546
Viana do Castelo	49	49.5	21	21.2	29	29.3	99
Vila Real	41	33.6	21	17.2	60	49.2	122
Viseu	95	47.0	26	12.9	81	40.1	202
TOTAL	2788	50.8%	1056	19.2%	1645	30.0%	5489

[Fonte: GEP, 1989]

Como se vê, existem diferenças abissais, sendo as situações extremas as de Coimbra (o distrito "mais rico" com quase 70% de professores profissionalizados) e de Beja (o distrito "mais pobre" onde mais de 80% dos professores de Matemática não têm habilitação própria). De notar que estes dados, como os anteriores, se referem apenas ao território do continente, não incluindo as Regiões Autónomas onde a situação, como bem se sabe, não é "brilhante".

Algumas constatações:

• Apenas em 6 dos 18 distritos mais de 50% dos professores são profissionalizados — Coimbra, Aveiro, Porto, Lisboa, Leiria e Guarda (por ordem decrescente de "riqueza").

• Em 7 dos 12 distritos restantes essa percentagem é mesmo inferior a 40% — Beja, Évora, Bragança, Portalegre, Vila Real, Setúbal e Santarém (por ordem decrescente de "pobreza").

• Em metade dos distritos (9) mais de 40% dos professores não tem habilitação própria — os 7 anteriores e ainda Faro e Viseu.

• Apenas em 4 distritos a maioria dos professores eventuais tem habilitação própria — Coimbra, Aveiro, Porto e Braga.

1.4. Grau académico dos professores do 1º grupo do Secundário

Já se viu que um dos principais aspectos da desqualificação dos professores do 1º grupo do Ensino Secundário diz respeito ao facto de ser muito elevada a percentagem daqueles que não possuem habilitação própria. Mas importa ver também qual é a situação do ponto de vista das habilitações académicas (números ainda relativos a 1988/89):

Quadro 4.
Habilitações no 1º Grupo do Secundário

	Lic.	Bac.	Outro	Total
Profissionalizados:				
	2263	525	—	2788
Eventuais com habilitação própria:				
	513	543	—	1056
Eventuais sem habilitação própria:				
	215	285	1145	1645
Totais:				
	2991	1353	1145	5489

[Fonte: GEP, 1989]

Verificamos por estes dados que, de entre os 1645 professores que leccionam Matemática no Ensino Secundário sem para tal terem habilitação própria:

- 215 são licenciados (13.1%);
- 285 são bachareis (17.3%);
- em conjunto, 500 têm um grau académico de nível superior (30.4%);
- 1145 não têm um grau académico superior (69.6%).

Os 500 professores cuja licenciatura ou bacharelato não lhes dá habilitação própria para o 1º grupo representam 9.1% do total dos professores do grupo.

Por outro lado, os 1145 professores que não têm um grau superior representam 20.9% do total dos professores do 1º grupo.

1.5. Em resumo:

O 1º grupo do Ensino Secundário é, de facto, um grupo carenciado. Um dos aspectos importantes é o facto de apenas metade dos professores do grupo serem profissionalizados. No entanto, neste aspecto, o 1º grupo encontra-se numa situação média relativamente ao conjunto dos grupos. Os aspectos em que a situação do 1º grupo se distingue, pela negativa, de todos os outros são:

- o maior número e a maior percentagem de professores sem habilitação própria (30%);
- o maior número e a maior percentagem de professores sem habilitação académica de nível superior (licenciatura ou bacharelato).

Considerando os 5489 professores que, em 1988/89, pertenciam ao 1º grupo das escolas secundárias e "C+S" do continente, verifica-se que: 50.8% são profissionalizados; 19.2% são eventuais com habilitação própria; 9.1% são eventuais sem habilitação própria embora possuindo um grau académico de nível superior; 20.9% são eventuais sem qualquer grau académico de nível superior.

Um outro aspecto significativo é o das desigualdades regionais. As situações extremas ocorrem nos distritos de Coimbra e Beja:

- Coimbra — 69.2% profissionalizados, 13.1% eventuais sem habilitação própria;
- Beja — 16.9% profissionalizados, 80.5% eventuais sem habilitação própria.

A siuação é particularmente negativa nos distritos do sul e do interior.

2. A evolução na última década

Neste panorama, será útil ver quais são as possibilidades de se caminhar para uma evolução positiva nos próximos anos. No actual quadro — regime de habilitação própria e processos de profissionalização — essas possibilidades não parecem, infelizmente, ser muitas.

2.1. Evolução global registada no 1º grupo nos anos 80

Comparemos a situação registada em 1980/81 com a de 1988/89 (quadro 5):

Quadro 5.
Evolução do 1º grupo

	Profissionalizados		Eventuais c/ habil. própria		Eventuais s/ habil. própria		Total
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº
1980/81	1546	50.8	448	14.7	1050	34.5	3044
1988/89	2788	50.8	1056	19.2	1645	30.0	5489

[Fontes: Abrantes & Ponte, 1982; GEP, 1989]

Não se pode dizer que a evolução tenha sido brilhante. A percentagem de profissionalizados é a mesma e a redução de 4.5% na percentagem de professores sem habilitação própria corresponde a um "progresso" que até poderá ser apenas aparente se o número de horários vagos tiver aumentado. De acordo com dados apresentados pela ESE de Setúbal (1990), relativos a 17/09/1990 (portanto no início do ano lectivo 1990/91) e abrangendo 27 das 39 escolas secundárias do distrito de Setúbal, verifica-se que, para um total de 356 horários de Matemática, havia naquela data: 160 professores profissionalizados; 45 professores não profissionalizados mas com habilitação própria (dos quais 14 "efectivos-provisórios"); 60 professores com habilitação suficiente; e... 91 horários vagos. Estes horários vagos corresponderão a alunos sem aulas de Matemática ou irão sendo ocupados por professores "desqualificados". Em qualquer dos casos, haverá 151 (60+91) horários não atribuídos a professores com habilitação própria, o que representa 42.4% do total, enquanto a percentagem de profissionalizados será de 44.9% e a de outros professores com habilitação própria de 12.6%. Estes valores são coerentes com os que figuram no quadro 3, referentes a 1988/89 e englobando escolas secundárias e "C+S" (devendo notar-se que nestas últimas a percentagem de professores qualificados é, nos grupos do Ensino Secundário, sistematicamente inferior à média).

Mas ainda que o "progresso" atrás referido não seja aparente na totalidade, a evolução é muito lenta e não resistirá ao aumento de escolarização no futuro 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário — para os quais um estudo recente do GEP (1990) prevê um "déficit" global de 2841 professores de

Matemática no ano lectivo 1999/2000 — num total de 7136 horários previstos (5032 no 3º ciclo do Ensino Básico e 2104 no Ensino Secundário).

De resto, a estagnação das percentagens das várias categorias de professores não é um fenómeno típico do 1º grupo mas uma característica global do Ensino Secundário. De acordo com dados do GEP (1989), desde 1978/79 até 1988/89 as percentagens estabilizaram:

- Profissionalizados: 49.3% em 78/79; 49.9% em 88/89; variação máxima — entre 46.4% e 51.5%.
- Eventuais com habilitação própria: 32.9%; 35.4%; entre 32.8% e 39.1% (respectivamente).
- Eventuais sem habilitação própria: 17.0%; 14.7%; entre 11.9% e 17.0% (idem).

2.2. A profissionalização dos professores do 1º grupo

Vejamos, finalmente, o que se passa quanto à profissionalização dos professores do 1º grupo no Ensino Secundário.

Como se sabe, há basicamente duas vias para se obter o "estatuto" de profissionalizado: (a) uma licenciatura em Ensino da Matemática; (b) a profissionalização em serviço. A primeira, que é herdeira dos ramos educacionais e está a cargo de diversas Universidades, não "produz" um número de professores profissionalizados suficiente para alterar significativamente a percentagem global destes — veja-se o quadro 5. Apesar disso, foi durante muito tempo a via mais "produtiva". Por exemplo, em Junho de 1982 — de acordo com Abrantes & Ponte (1982) — profissionalizaram-se 144 novos professores do 1º grupo, dos quais 86, ou seja 60%, por terem concluído a licenciatura (66 nos ramos educacionais em Lisboa, Porto e Coimbra e 20 nas então designadas "novas Universidades") e apenas 58 (40%) por terem concluído a profissionalização em exercício (como então era chamada).

Mas a procura dos cursos universitários que conferem o grau de professor profissionalizado do 1º grupo não tem sido brilhante — e o mesmo se pode dizer em relação aos cursos que, pelo menos, poderiam conferir habilitação própria. Em diversos casos têm sobrado vagas, como sucedeu por exemplo com o curso de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa onde o "numerus clausus" não chegou a ser preenchido em 1989/90. De acordo com dados do Gabinete Coordenador do Ingresso no Ensino Superior (1990), sobraram vagas para a 2ª fase do concurso relativas aos cursos em Ensino da Matemática em quase todas as Universidades do país para o ano lectivo 1990/91.

Quanto à profissionalização em serviço, o progresso também não tem sido muito ao longo desta década. Hoje, os números são outros mas, qualitativamente, a situação não se alterou muito:

Quadro 6.
Profissionalização no 1º grupo

	80/81 Nº	80/81 %	88/89 Nº	88/89 %
Professores c/ habil. própria	448	14.7	1056	19.2
Em formação	158	5.2	411	7.5
Outros	290	9.5	645	11.7

[Fontes: Abrantes & Ponte, 1982; GEP, 1989]

Pode acrescentar-se que, uma vez mais, a situação é especialmente grave nos distritos mais carenciados: o número de candidatos a qualquer processo de profissionalização é aí muito baixo (por falta de habilitações) e, em geral, esse facto coincide com a inexistência ou fraca capacidade das Universidades.

2.3. Em resumo:

No 1º grupo do Ensino Secundário, o número de professores eventuais com habilitação própria representa uma minoria relativamente ao conjunto dos eventuais, pelo que nem a profissionalização massiva e rápida desses professores (se fosse possível) resolveria satisfatoriamente o problema. Ainda por cima, tem-se verificado que mesmo esse processo se revela difícil e lento.

O número de professores profissionalizados "produzidos" pelas Universidades não é suficiente e a baixa procura dos cursos correspondentes não augura uma grande evolução neste aspecto.

O panorama geral praticamente não se modificou, em termos percentuais, ao longo dos anos 80 e mesmo um eventual pequeno aumento percentual dos professores com habilitação própria não resistirá a um aumento de escolarização a curto prazo.

3. Discutir o problema e tomar medidas: urgente!

Perante o quadro atrás genericamente descrito e com as possibilidades de evolução também esboçadas, não é difícil concluir-se que são urgentes medidas que permitam abordar seriamente o problema da falta de professores qualificados para o 1º grupo do Ensino Secundário sob pena de caminharmos para uma degradação ainda maior da situação a curto/médio prazo.

Quando imaginamos possíveis "soluções" globais, somos tentados a considerar que será necessário apostar ao mesmo tempo em várias frentes. Por exemplo, não basta encontrar uma forma de profissionalizar rapidamente muitos professores com habilitação própria porque esse processo deixa de fora uma percentagem muito elevada de professores que a não têm (a maioria dos eventuais!) e que... são precisos. Será necessário "jogar" simultaneamente nos seguintes terrenos:

(a) Admitir a revisão do regime de habilitação própria do 1º grupo, pelo menos no que diz respeito ao 3º ciclo do Ensino Básico, alargando-a a cursos superiores que proporcionem uma formação significativa em Matemática — ainda que seja eventualmente necessário completar esta formação a par com a formação pedagógica.

(b) Apoiar, de todos os pontos de vista, as instituições do Ensino Superior na sua tarefa de conduzir os processos de profissionalização em serviço. No ano lectivo de 1988/89, 645 professores com habilitação própria não estavam em formação, representando 11.8% do total e 61.1% do conjunto daqueles que tinham habilitação própria.

(c) Tomar medidas que prestigiem e apoiem os cursos superiores de Matemática e, em particular, as suas variantes de Ensino.

A hipótese (a) será possivelmente muito polémica mas a situação exige que a discutamos frontalmente. Ela abrangerá professores com uma formação académica "equivalente" mas que poderão estar actualmente em funções diferentes:

• professores que já estão a leccionar Matemática no Ensino Secundário — como vimos, havia (em 1988/89) 500 professores do 1º grupo sem habilitação própria que eram licenciados ou bachareis (9.1% do total) e presume-se que quase todos provêm de cursos que incluem disciplinas de Matemática visto que apenas 13 não tinham habilitação suficiente;

• professores que estão a leccionar outras disciplinas em grupos não carenciados;

• professores do 4º grupo do Ensino Preparatório;

• licenciados ou bachareis sem experiência como professores.

Para cada uma das situações será necessário discutir em pormenor a relevância da proposta e, se for caso disso, estudar também em pormenor os processos de formação/reconversão adequados. Por outro lado, na hipótese de se alargar este tipo de medida a actuais professores do 4º grupo do Ensino Preparatório, seria importante compensar uma tal hipótese com um incremento da formação inicial de professores de Matemática e Ciências para o 2º ciclo do Ensino Básico, tarefa para a qual as Escolas Superiores de Educação estão vocacionadas.

De qualquer modo, a reforma do sistema educativo tornaria sempre necessário que se repensasse a formação dos professores do 4º grupo do Ensino Preparatório, ao determinar que estes professores leccionem Matemática e Ciências, quando se sabe que actualmente muitos optam por uma das disciplinas. Por exemplo, um licenciado em Economia tem habilitação própria para o 4º grupo do Ensino Preparatório mas é difícil defender que tem menos preparação para leccionar Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico do que para leccionar Ciências em qualquer nível escolar, quando muito provavelmente deixou de estudar Ciências, como aluno, no 9º ano (ou no antigo 5º ano).

Quaisquer que sejam as medidas a adoptar há uma recomendação que talvez seja óbvia mas que parece fundamental fazer-se: devem ser cuidadosamente contempladas todas as componentes da formação — científica, educacional e de reflexão sobre a prática pedagógica.

Aquilo que se propõe, em suma, é que se discuta qual a formação (nas várias componentes) que um professor de Matemática deve ter e que, a partir daí, se estude onde se poderão encontrar esses professores e como se deverá orientar a respectiva formação.

Aquilo que não se propõe é que fechemos os olhos ao problema. Ou que lamentemos a situação, sugerindo (como por vezes se ouve de forma implícita ou explícita) que um professor de Matemática deveria obrigatoriamente ter um grau universitário num curso de... Matemática, sob pena de estar condenado a ser um professor "desqualificado". Não é certamente por acaso que em nenhum país do mundo ter habilitações para leccionar Matemática equivale a possuir um tal grau, a não ser a partir de um certo nível de escolaridade — que não corresponde aos 10 e nem sequer, em geral, aos 12 anos de idade. Como aponta a ESE de Setúbal (1990), o que se verifica em países como a França e a Inglaterra (e outros) é precisamente a procura de formas adequadas de formar bons professores de Matemática, o que por vezes implica a "reconversão" profissional de diplomados em diversas áreas. No panorama português, defender que só os portadores de um grau superior num curso de Matemática devem leccionar esta disciplina no 3º ciclo do Ensino Básico (e até no 2º ciclo como por vezes se ouve) equivale a uma posição imobilista que contribui para perpetuar ou mesmo agravar a situação actual: milhares de alunos sem aulas de Matemática ou com professores de Matemática sem qualquer tipo de formação.

Hoje, torna-se imperioso que discutamos abertamente o problema da falta de professores de Matemática e encaremos sem preconceitos as possíveis soluções. Mesmo imaginando que algumas delas são impopulares em certos meios, nomeadamente naqueles em que há tendência para encarar a formação do professor de Matemática de uma maneira "conservadora" e dogmática e com uma atitude, por vezes, "corporativa" em relação ao que se pensa serem os interesses dos graduados em Matemática.

Os nossos alunos merecem uma atitude responsável e realista da nossa parte. De resto, a questão chave deste problema não estará tanto no título que o professor de Matemática ostenta mas sim na formação que efectivamente possui ou que é possível proporcionar-lhe. Mas, afinal, isto também se aplica aos professores que frequentaram os cursos universitários de Matemática...

Documentos citados

Abrantes, P. & Ponte, J. (1982). Professores de Matemática: que formação? Em *Ensino da Matemática Anos 80*. Lisboa: SPM.

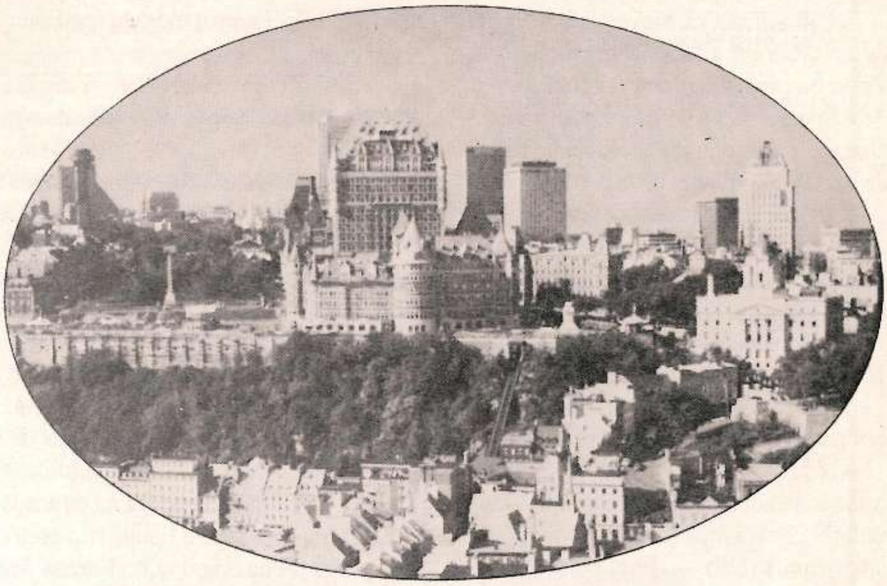
Escola Superior de Educação de Setúbal (1990). "Curso de complemento de habilitações para professores de Matemática" — documento/proposta.

Gabinete Coordenador do Ingresso no Ensino Superior (1990). Dados sobre o concurso nacional de acesso ao Ensino Superior.

GEP (1989). Inquérito estatístico relativo ao pessoal docente dos Ensinos Preparatório e Secundário — modalidade oficial (reproduzido pelo Conselho Nacional de Educação).

Paulo Abrantes
Faculdade de Ciências
Universidade de Lisboa

7º CONGRESSO INTERNACIONAL SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA



UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC, CANADA
Agosto 17-23. 1992

O ICME-7 realiza-se na Universidade Laval, na cidade de Québec, Canadá, de 17 a 23 de Agosto de 1992.

A sigla ICME significa "International Congress on Mathematical Education". Trata-se de um Congresso de âmbito mundial que se realiza de quatro em quatro anos e é promovido pelo ICMI (International Commission on Mathematical Instruction).

O último ICME, o sexto, teve lugar em Budapeste em 1988. Pela primeira vez, um número significativo de professores portugueses (cerca de 20) esteve presente entre os mais de dois mil participantes, vindos de todo o mundo. A revista *Educação e Matemática* dedicou ao acontecimento um artigo (ver E.M. nº7) e também o PROFMAT-88, realizado em Faro em Setembro desse ano, incluiu na sua sessão plenária final uma entrevista colectiva com alguns dos participantes portugueses no ICME-6.

Há todos os anos diversos Encontros, Congressos, Conferências, etc. sobre Educação Matemática — alguns dos quais têm merecido referências na nossa revista. Estes Encontros contam com um número variável de participantes (normalmente poucas centenas) e assumem características especiais — alguns são mais voltados para a investigação, outros são focados em certas áreas (por exemplo, as aplicações ou a história da Matemática), outros ainda são dedicados a um tema específico do ensino ou da aprendizagem da Matemática.

O ICME é diferente. Pelo número de participantes (vários milhares), pelo seu carácter "mais internacional" (encontram-se pessoas de todo o mundo) e ainda pelo facto de constituir como que um ponto da situação relativamente a todos os aspectos importantes da Educação Matemática, o ICME atrai professores de todos os níveis de ensino, investigadores, pessoas com interesses muito variados. Por outro lado, constitui uma referência muito importante para os anos seguintes — algumas vezes o ICME ou algumas conferências ou debates que nele tiveram lugar são identificados com um marco ou uma viragem na orientação do ensino da Matemática. O ICME é uma espécie de Jogos Olímpicos da Educação Matemática se associarmos os restantes Congressos a outras competições desportivas internacionais.

A estrutura geral do ICME-7 está já praticamente definida. Haverá:

• sessões plenárias — com Geoffrey Howson, Colette Laborde e Benoit Mandelbrot;

• grupos de trabalho (quatro sessões de 90 minutos cada) sobre 23 temas diferentes — ver quadro 1;

• conferências (cerca de 40);

• grupos temáticos (duas sessões de 90 minutos cada) — ver lista parcial no quadro 2;

• espaço para os *Study Groups* oficiais do ICMI (quatro sessões de 90 minutos cada): o PME (Psicologia da Educação Matemática), o HPM (Relações entre a História e a Pedagogia da Matemática) e o IOWME (As Mulheres e a Educação Matemática);

• apresentação de três dos estudos do ICMI — sobre a influência dos computadores, sobre popularização da Matemática e sobre avaliação;

• uma mini-conferência sobre calculadoras e computadores, a organizar num meio-dia especial e incluindo 5 grupos que abrangem os vários níveis escolares, do primário ao superior;

• apresentações nacionais — aspectos da Educação Matemática nalguns países convidados e no Canadá serão alvo de sessões especiais;

• comunicações breves sob a forma de cartazes ou ainda de gravações em video ou programas de computador;

• apresentação de projectos (a seleccionar mediante candidatura) sob a forma de exposição e/ou comunicação oral;

• reuniões especiais — por exemplo entre editores de revistas, representantes de associações de professores de Matemática, etc.;

• exposições de materiais, livros, programas de computador, etc.

Haverá ainda, como habitualmente, um programa social e cultural.

Os custos de inscrição no ICME-7 estão indicados na tabela seguinte — em dólares canadianos (CAN) e em dólares americanos (US) — para participantes (PART.) e acompanhantes (ACOMP.). Deve notar-se que um acompanhante terá direito a participar no programa social do Congresso mas não nas sessões de trabalho nem terá direito a receber as Actas. As crianças com menos de 15 anos não precisam de inscrever-se para terem os direitos dos acompanhantes.

	PART.	ACOMP.
Até 15/12/91	290 CAN	90 CAN
	250 US	80 US
Até 15/06/92	340 CAN	105 CAN
	295 US	90 US
Após 15/06	395 CAN	125 CAN
	345 US	110 US

A inscrição poderá ser cancelada com devolução de uma percentagem da quantia paga se o cancelamento for feito até 15/2/92 (90%), até 15/6/92 (80%) ou até 15/7/92 (50%).

De acordo com o 2º Anúncio do Congresso, há diversas formas possíveis de alojamento: nas residências do campus da Universidade, em hotéis ou em parques de campismo. No primeiro caso, são indicados os preços de 32 e 45 CAN$ por noite (mais um imposto de cerca de 15%) para quartos *single* com uma e duas camas respectivamente.

Cópias do 2º Anúncio do ICME-7 podem ser obtidas junto da APM. Este 2º Anúncio inclui uma ficha de inscrição no Congresso.

Outras informações devem obter-se contactando-se directamente a organização do ICME-7 para a morada seguinte:

ICME-7 CONGRESS
Université LAVAL
Québec, QC
Canada G1K 7P4

Telefone: (418) 656-7592
Fax: (418) 656-2000

Quadro 1. Grupos de Trabalho (quatro sessões de 90 minutos):

1. A formação de conceitos matemáticos elementares no Ensino Primário
2. Concepções erradas e incoerências de pensamento dos alunos
3. Dificuldades de aprendizagem em cálculo diferencial e integral
4. Teorias de aprendizagem da Matemática
5. A melhoria das atitudes e da motivação dos alunos
6. Formação inicial e contínua dos professores de Matemática
7. Linguagem e comunicação na sala de aula
8. Inovações na avaliação dos alunos em Matemática
9. A diferenciação de programas de Matemática na turma e entre turmas
10. Turmas multiculturais e multilingues
11. O papel da Geometria na educação geral
12. Probabilidades e Estatística para o futuro cidadão
13. O lugar da Algebra no Ensino Secundário e pós-Secundário
14. Actividades de modelação na sala de aula
15. Matemática no Ensino pós-Secundário para diferentes grupos de estudantes
16. O impacto das calculadoras no currículo das escolas primárias
17. Tecnologia ao serviço do currículo de Matemática
18. Métodos para implementar mudanças de currículos e programas
19. Matemática para os que abandonam a escola prematuramente
20. Matemática nos programas de educação à distância
21. A imagem pública da Matemática e dos matemáticos
22. Educação matemática com recursos limitados
23. Metodologias de investigação em educação matemática

Quadro 2. Grupos temáticos (duas sessões de 90 minutos) — lista parcial:

1. Competições matemáticas
2. Etnomatemática e educação matemática
3. Matemática para o trabalho: formação vocacional
4. Os povos autóctones e a educação matemática
5. O contexto social da educação matemática
6. Teoria e prática da demonstração
7. Jogos e puzzles matemáticos
8. O ensino da Matemática através de trabalho de projecto
9. Matemática no contexto de um currículo total
10. Interpretações construtivistas do ensino e da aprendizagem da Matemática
11. Matemática e arte iberoamericana
12. O papel das posições teóricas fundamentais na educação matemática
13. A televisão na aula de Matemática
14. Cooperação entre teoria e prática em educação matemática
15. Estatística no currículo do Ensino Secundário e pós-Secundário
16. Filosofia da educação matemática

Em Outubro, no Porto, no Profmat 91...

Quando receber esta revista, já enviou com certeza, para a Comissão Organizadora, as suas fichas de inscrição e participação no Profmat 91. Este Encontro decorrerá no Porto, de 9 a 12 de Outubro próximo. Nos dias 7 e 8 realizar-se-ão cursos sobre temas diversos e para os diferentes níveis de ensino.

O programa do Profmat 91 tem um formato semelhante ao dos realizados em anos anteriores. Incluirá, como habitualmente, sessões plenárias, comunicações orais e em cartaz, sessões práticas, grupos de discussão, a Feira de Ideias e Materiais,... E haverá, pela primeira vez, *sessões temáticas*.

Nos grupos de discussão e nos paineis tratar-se-ão os mesmos temas ou temas afins. Os paineis precederão os grupos de discussão, com o objectivo de proporcionar articulações entre ambos, nomeadamente a de favorecer que as discussões sejam mais partilhadas e aprofundadas.

O tema da **Avaliação**, já anunciado para um dos grupos de discussão, parece justificar-se porque as preocupações já existentes nesta área foram avolumadas com a primeira proposta emitida pelo Ministério da Educação. Neste novo contexto, o tema foi motivo de reflexão, discussão e tomada de posição pública por parte do Conselho Nacional e da Direcção da Associação de Professores de Matemática. Os temas escolhidos para os restantes grupos surgiram já em Encontros de anos anteriores, designadamente no Profmat 90, havendo agora oportunidade para retomar e aprofundar as discussões então realizadas. Os oito temas para estes grupos, indicados no segundo anúncio do Encontro, são aqueles que figuram na "caixa" incluída nesta página.

No Profmat 91 realizar-se-ão pela primeira vez **Sessões Temáticas**. Estas sessões constituem uma tentativa de divulgação e discussão de temas ligados aos diferentes níveis de ensino e a aspectos diversos da Educação Matemática. Serão animadas por pessoas que têm vindo a debruçar-se sobre esses temas.

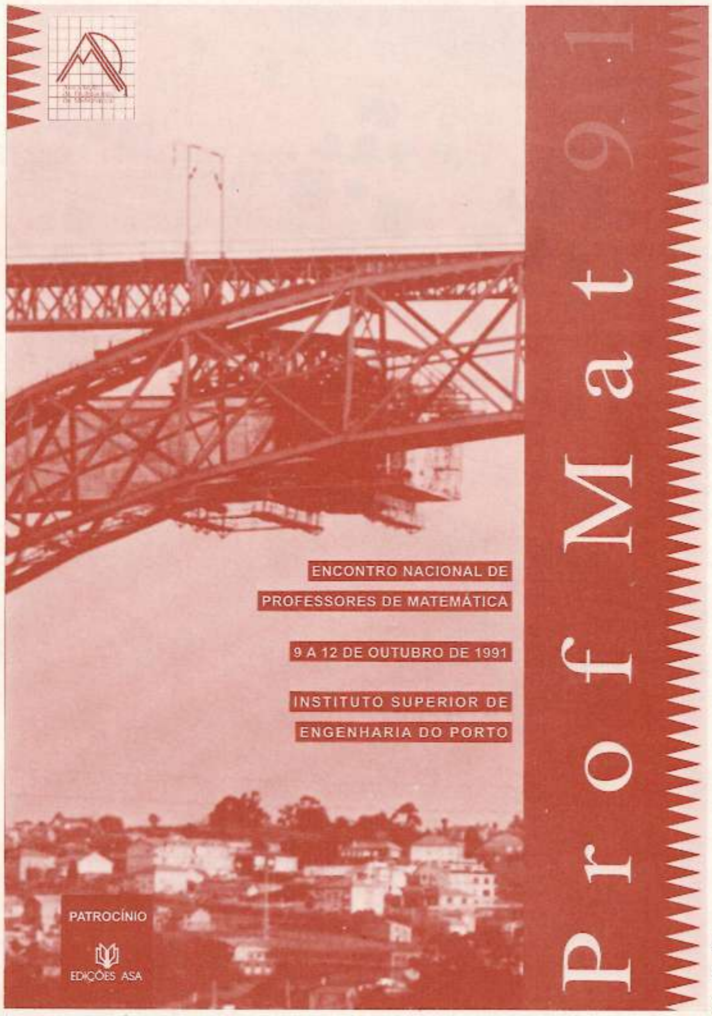
A preparação do Profmat 91 está em curso. A Comissão Organizadora é naturalmente responsável pelo programa e por aspectos logísticos e organizativos. Mas essa preparação está já também a ser feita por todos os colegas que pretendem participar no Encontro contribuindo com a sua experiência, reflexões e preocupações, sob a forma de comunicações, de sessões práticas, de participações nos grupos de discussão ou na Feira de Ideias e Materiais.

Em Outubro, no Porto, participaremos no Profmat 91!

Graciosa Veloso
Esc. Sec. da Cidade Universitária

Temas dos grupos de discussão

- GD 1. Matemática no 1º ciclo do Ensino Básico;
- GD 2. Inovação curricular;
- GD 3. Avaliação em Matemática;
- GD 4. Resolução de problemas;
- GD 5. Formação de professores;
- GD 6. Computadores no Ensino da Matemática;
- GD 7. Calculadoras no Ensino da Matemática;
- GD 8. Materiais manipulativos no Ensino da Matemática.



Reprodução do cartaz que anuncia o Encontro.

índice