

# Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática



Periodicidade ∞ Trimestral

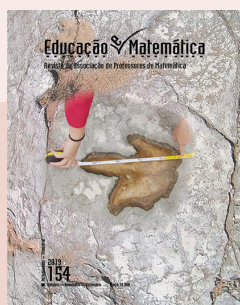
2019

154

■ Outubro ∞ Novembro ∞ Dezembro

Preço 10.00€





## EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

|                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| <b>Diretora</b>    | Lina Brunheira       |
| <b>Subdiretora</b> | Helena Rocha         |
| <b>Redação</b>     | Ana Isabel Silvestre |
|                    | Cristina Cruchinho   |
|                    | Cristina Morais      |
|                    | Elvira Santos        |
|                    | Filipa Machado       |
|                    | Helena Gil           |
|                    | Irene Segurado       |
|                    | Isabel Rocha         |
|                    | João Terroso         |
|                    | Manuela Pires        |
|                    | Sílvia Zuzarte       |
|                    | Teresa Olga Duarte   |

### Colaboradores Permanentes

António Domingos **Tecnologias na Educação Matemática**  
 Cristina Loureiro **Caderno de Apontamentos de Geometria**  
 Grupo de Trabalho de Investigação da APM **Espaço GTI**  
 José Paulo Viana **O problema deste número**  
 Mário Baía **Edição gráfica**

### Capa Mário Baía

### Entidade Proprietária

Associação de Professores de Matemática  
 Rua Dr. João Couto, 27-A, 1500-236 Lisboa

**Data da publicação** Dezembro de 2019

**Tiragem** 1000 exemplares

**Periodicidade** Trimestral

### Impressão

Colorpoint, Unipessoal Lda  
 Urbanização Vale Azul, n.º 8  
 Casal da Espinheira  
 2560-401 Silveira

Depósito Legal n.º 72011/93  
 Registo no ICS n.º 124051  
 ISSN 0871 – 7222  
 Porte Pago

### Sobre a capa

Fotografias no geossítio das pegadas de dinossauros em Vale de Meios, Alcanede, concelho de Santarém. Os alunos estão a medir o comprimento da pegada, passo e passada para aferirem dados da dinâmica de locomoção de um dinossauro terópode, no âmbito de uma atividade interdisciplinar entre ciências e matemática, denominada “Predação no Jurássico”.

Bento Cavadas

### Sobre o número temático

Quando pensamos num trabalho de interdisciplinaridade, envolvendo a matemática, que tem por base um projeto entusiástico e inovador, vêm-nos à memória Bento Cavadas e Nelson Mestrinho.

Vêm-nos à memória pela *metamorfose* que a sua prática letiva nos oferece, pelas experiências de aprendizagem integradas que proporcionam aos seus estudantes, apoiadas em redes curriculares interdisciplinares, que nos inspiram.

Foram assim, desde o primeiro momento, a nossa escolha para editores deste número temático. E, enfim, como diz o Sérgio, *duma escolha se faz um desafio* e assim se enfrentou este número temático de *fia a pavo*.

Com eles *navegamos sem mar, sem vela ou navio*, mas preparamos a rota e fizemos a viagem, *bebendo a coragem até dum copo vazio*.

Com eles *demos a volta ao medo, demos a volta ao mundo* e chegamos a bom porto, durante alguns meses de proveito em que juntos lutamos *por tudo o que se leva a peito*.

Neste número temático conduzem-nos numa viagem pela interdisciplinaridade, em que nos é dado de *beber o alento num copo sem fundo, em que, se entramos cansados, saímos refeitos*.

*Brinde-se* aos editores, que tão prontamente aceitaram o nosso convite. Muito obrigada.

### Neste número também colaboraram

Ana Henriques, Ana Santiago, Andreas Meister, António Guerreiro, Bento Cavadas, Cristina Cruchinho, Dina Morais, Elisabete Linhares, Enrique Martínez Jiménez, Filipa Machado, Helena Gil Guerreiro, Helena Moreira, Hélia Oliveira, João Mouro, Lina Fonseca, Manuel Luiz da Silva Pinto, Manuela Pires, Maria do Céu Roldão, Marisa Correia, Mónica Baptista, Nelson Mestrinho, Neusa Branco, Paula Figueiredo, Raquel Santos, Rita Borromeo Ferri, Susana Brito e Teresa Maia e Carmo.

### Correspondência

Associação de Professores de Matemática  
 Rua Dr. João Couto, 27-A, 1500-236 Lisboa  
 Tel: (351) 21 716 36 90  
 Fax: (351) 21 716 64 24  
 E-mail: revista.apm.dir@gmail.com

### Notas

- Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não refletindo necessariamente os pontos de vista da Redação da Revista. Por opção do editor e/ou autores, alguns artigos não obedecem às regras do novo acordo ortográfico.
- Pela relevância das cores nalguns artigos deste número, a sua versão digital disponibilizada aos sócios no site da APM será publicada a cores.

# Ensinar matemática numa perspetiva interdisciplinar

Este número temático, dedicado à interdisciplinaridade, é composto por um conjunto de artigos e rubricas que abordam aspetos teóricos e exemplos práticos da integração curricular da matemática com outras áreas.

Os editores deste número, um professor de Matemática e um professor de Ciências, iniciaram em 2016/17 um processo de desenvolvimento curricular, no contexto da formação inicial de professores, que conduziu ao desenvolvimento do conceito *Rede Curricular Interdisciplinar*. Acreditamos que essa abordagem pode eventualmente motivar outros docentes no percurso da articulação curricular, pelo que a descrevemos, em detalhe, num dos artigos. O trabalho que encetamos transformou-se no CreativeLab\_Sci&Math® que, mais do que um projeto de inovação no ensino da Matemática e das Ciências, é uma forma de estar e trabalhar, em permanente colaboração e partilha de saberes.

A valorização do trabalho colaborativo e interdisciplinar no planeamento, realização e avaliação do ensino e das aprendizagens é focada no Decreto-Lei n.º 55/2018. Essas e outras alterações no currículo são enquadradas por um texto de Maria do Céu Roldão, que nos apresenta a sua visão sobre as políticas e mudanças de paradigma do funcionamento curricular que podem contribuir para a interdisciplinaridade.

O número temático inclui ainda boas práticas que estão a ser implementadas em agrupamentos de escolas. Um desses exemplos é o Agrupamento de Escolas do Cristelo, que nos apresenta as suas dinâmicas de interdisciplinaridade articuladas em torno de semanas temáticas, referenciais de integração curricular e cenários de aprendizagem. Por seu lado, a Academi@ STEM Mangualde, associada ao Agrupamento de Escolas de Mangualde, relata a articulação entre o trabalho de diferentes disciplinas dos ensinos básico e secundário através da abordagem STEM, com envolvimento da comunidade local.

Outros colaboradores neste número também dedicaram a sua atenção à abordagem STEM. Rita Borromeo Ferri e Andreas Meister apresentam uma proposta inovadora, a abordagem de Ensino por Ligações Transversais, aplicada à educação em STEM, e estruturada segundo uma estratégia de *Inquiry*. Hélia Oliveira, Ana Henriques e Mónica Batista analisam a aplicação de um cenário de aprendizagem para o 8.º ano, centrado na articulação interdisciplinar entre a Estatística e a Física, num contexto STEM.

Vários professores de diferentes níveis de ensino contribuíram com a partilha de outras experiências de interdisciplinaridade.

Dina Morais, Helena Gil Guerreiro, Helena Moreira, Paula Figueiredo e Susana Brito partilham connosco uma perspetiva curricular integradora, com exemplos práticos, no contexto do 1.º CEB. Para o 2.º CEB, Neusa Branco, Elisabete Linhares e Bento Cavadas relatam uma proposta de trabalho interdisciplinar que relaciona um aspeto da biodiversidade, as pegadas de animais, com os temas de Matemática “Geometria e Medida” e “Organização e Tratamento de Dados”. Alguns autores, como Manuela Pires, contribuíram com a sua visão de como as boas práticas de abordagem de temas específicos em matemática, como as frações, razões e taxas, podem contribuir para a sua compreensão quando usados em outras disciplinas. A relação entre o pensamento algébrico e a arquitetura foi explorada por António Guerreiro e Enrique Martínez Jiménez.

A Casa das Ciências® tem vindo a assumir um papel relevante na disponibilização de recursos educativos digitais, muitos deles associados a propostas de trabalho interdisciplinares. A esse respeito, Silva Pinto discute as lógicas de utilização de recursos educativos digitais interdisciplinares associados à Matemática. Ainda no contexto das tecnologias e do seu potencial para promover o trabalho interdisciplinar, Raquel Santos, Marisa Correia e Teresa Maia e Carmo apresentam um relato de uma experiência de ensino, envolvendo a resolução de tarefas associadas à programação e robótica que cruzam as Ciências Físicas e Químicas, a Matemática e o Português.

Os responsáveis das secções permanentes da Educação & Matemática - António Domingos, Cristina Loureiro, José Paulo Viana e Grupo de Trabalho de Investigação – e colaboradores deste número - Ana Santiago e Lina Fonseca (pelo GTI), Elisabete Linhares e Neusa Branco (Materiais para a sala de aula) e João Mouro (Tecnologias na Educação Matemática) - enriqueceram esta revista temática com excelentes contributos de práticas interdisciplinares.

Estamos convictos que esta edição da revista Educação & Matemática pode ser um ponto de referência para a consolidação do papel da interdisciplinaridade nas escolas, pelo que agradecemos o convite da Direção da revista e a todos os autores dos artigos e das rubricas que contribuíram com o seu trabalho e saber para o enriquecimento deste número temático.

NELSON MESTRINHO

BENTO CAVADAS

EDITORIAL

# Rede Curricular Interdisciplinar: uma proposta para a integração entre a matemática e as ciências

BENTO CAVADAS

NELSON MESTRINHO

A interdisciplinaridade é um tema central da reflexão sobre a renovação das abordagens pedagógicas em todos os níveis de ensino (Raynaut, 2018). A investigação mostra que há necessidade de contemplar experiências relacionadas com projetos interdisciplinares nos processos de formação inicial e contínua de professores (Lima & Ramos, 2017). O CreativeLab\_Sci&Math® é um projeto do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais da Escola Superior de Educação/ Instituto Politécnico de Santarém (ESE/IPSantarém) que visa a inovação das práticas pedagógicas no ensino superior através da integração da matemática e das ciências na formação de professores.

Contudo, o trabalho interdisciplinar é um processo complexo e de difícil concretização (Pombo, 2005) e a alteração do quadro disciplinar para um interdisciplinar continua a ser objeto de múltiplos debates e controvérsias (Raynaut, 2018). De facto, as tentativas de integração das diferentes áreas do saber revelaram-se maioritariamente infrutíferas (Koirala & Bowman, 2003; Pombo, 2005). Uma das dificuldades dessa integração poderá começar na própria dispersão semântica associada a termos como multidisciplinaridade, pluridisciplinaridade, interdisciplinaridade e transdisciplinaridade e da dificuldade da sua definição (Pombo, 2005). Neste trabalho, fomos influenciados pela caracterização de interdisciplinaridade usada por Greef, Post, Vink e Wenting (2017). Estes autores referem que, nas práticas interdisciplinares, as perspetivas das diferentes disciplinas são integradas de modo a produzir uma compreensão mais aprofundada dos problemas em estudo. A partir do trabalho interdisciplinar pretende-se que os estudantes adquiram a capacidade de construir conhecimento disciplinar. O aspeto fundamental da educação interdisciplinar é a integração: “a integração interdisciplinar pode ser definida como a síntese entre duas ou mais visões disciplinares – obtidas a partir de diferentes perspetivas – com novo conhecimento” (Greef, Post, Vink e Wenting, 2017, p.33). O objetivo da nossa abordagem é aprofundar a integração entre a matemática e as ciências, mas sem colocar em causa a integridade das disciplinas. Para a integração em ciências e matemática ter sucesso, nomeadamente nos níveis intermédios de ensino, é importante que os futuros

professores vivenciem essas práticas na sua formação inicial (Koirala & Bowman, 2003). Conscientes dessa necessidade, no CreativeLab\_Sci&Math® pretende-se desenvolver nos futuros professores competências como o saber científico, técnico e tecnológico, o pensamento crítico e criativo, o raciocínio e a capacidade de resolução de problemas através do seu envolvimento em atividades de carácter interdisciplinar que integrem os conteúdos e os processos de construção do conhecimento da Matemática e das Ciências Físico-Naturais.

Uma das razões que levou à elaboração desse projeto resulta de concordarmos com Mason (1996) quando refere que um dos maiores obstáculos ao desenvolvimento de um currículo integrado por parte dos professores é o facto dos cursos de formação de professores raramente proporcionarem aos estudantes a oportunidade de vivenciarem experiências de aprendizagem integradas. Koirala e Bowman (2003) reforçam esta ideia ao afirmarem que os professores têm uma maior tendência a dar ênfase a esta integração no ensino básico se a tiverem experienciado no âmbito dos seus cursos de formação.

Para dar resposta a essa problemática, no enquadramento do CreativeLab\_Sci&Math®, os docentes de Ciências da Terra e da Vida (CTV) e Modelação Matemática (MM) do 2.º semestre do 3.º ano do curso de licenciatura em Educação Básica da ESE/ IPSantarém (Despacho n.º 15080/2014), realizaram um processo de desenvolvimento curricular. Essa colaboração traduziu-se num conjunto de propostas de trabalho interdisciplinar no âmbito dos objetivos de aprendizagem das duas unidades curriculares que, posteriormente, originaram a construção do conceito de *Rede Curricular Interdisciplinar* (RCI).

O processo de desenvolvimento curricular assentou num forte trabalho colaborativo entre os docentes das duas áreas, desenvolvido ao longo de três anos letivos. As propostas de trabalho foram planificadas, implementadas e avaliadas em conjunto. A planificação de cada proposta estruturou-se num guião que cumpriu três objetivos: 1) organizar a sequência didática das tarefas; 2) apoiar o trabalho autónomo a realizar pelos estudantes; 3) registar as suas produções. A avaliação teve dois propósitos: 1) avaliar as aprendizagens; 2) aferir a perceção dos estudantes sobre a relevância da atividade desenvolvida para



a sua aprendizagem e aspetos didáticos a melhorar. Durante cada atividade, a avaliação dos estudantes incluiu sempre feedback formativo para apoiar a aprendizagem e, no final da proposta de trabalho, foram avaliadas as suas produções ou a apresentação oral do trabalho realizado. A apresentação oral foi classificada através de rubricas elaboradas para o efeito.

Este estudo, enquadrado na problemática da integração da matemática e das ciências na formação inicial de professores, visou alcançar os seguintes objetivos:

O1: Definir o significado de rede curricular interdisciplinar e descrever o processo de construção dessa proposta de integração entre a matemática e as ciências;

O2: Apresentar os benefícios e as dificuldades da integração, no contexto do trabalho desenvolvido no âmbito da implementação da RCI de CTV e MM.

O primeiro objetivo é concretizado com a apresentação do referencial teórico que influenciou a construção do conceito de RCI, a sua definição e descrição do processo de construção. A resposta ao segundo objetivo é apresentada a partir das perceções dos estudantes que vivenciaram esta abordagem, recolhidas através de questionários, e das reflexões dos docentes das unidades curriculares de CTV e MM, nos anos letivos de 2017/18 e 2018/19.

O texto está organizado em cinco secções. Na presente introdução contextualiza-se o trabalho e os seus objetivos. Na secção seguinte, procura-se validar a ação do próprio professor enquanto agente de construção do currículo. A terceira secção desenvolve o conceito e o processo de construção da RCI de CTV e MM. Na quarta secção, apresentam-se os benefícios e os desafios associados à integração em matemática e ciências. Nas conclusões são apresentadas reflexões sobre a integração da matemática e das ciências na formação de professores.

## **O PROFESSOR COMO AGENTE DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR**

O processo que realizamos foi ao encontro da ideia de desenvolvimento curricular centrado na escola e nos professores (Kelly, 2009; Roldão, 2005). Esta linha de pensamento assenta na dificuldade em promover eficazmente a inovação nas escolas através de ações externas à mesma, pelo que, de acordo com Kelly (2009), a forma mais produtiva de desenvolvimento curricular é aquela que se centra na escola. Esta noção assenta num conjunto de princípios defendidos desde a década de 1970 por autores como Skilbeck (1976) e Stenhouse (1984). Em primeiro lugar, reconhece que a liberdade educativa para a ação do professor e do aluno é uma condição necessária para o desenvolvimento do currículo que pretende ser verdadeiramente educativo. Em segundo lugar, entende a escola como uma instituição social que deve dar resposta ao seu próprio ambiente e que, por essa razão, deve desenvolver-se autonomamente com esse objetivo.

Por último, o professor é um elemento essencial para o processo de desenvolvimento curricular, pelo que deve adotar um papel de ação sobre o currículo, modificando-o e desenvolvendo-o para o adaptar às necessidades individuais dos alunos e do seu contexto (Skilbeck, 1976; Stenhouse, 1984). Sacristán (2007) reforça esta ideia ao afirmar que os professores são agentes ativos na interpretação do currículo, pelo que têm o direito de lhe aportar os seus próprios significados, tendo em conta os contextos em que desenvolvem a sua prática, servindo de mediadores entre o currículo prescrito e os alunos. Essa função é ainda mais premente no contexto português, pois, como alerta Roldão (2005), a diversidade sociocultural presente nas escolas acarreta uma especificidade educacional que “sustenta a necessidade de reconstrução de processos de desenvolvimento e gestão curricular que visem a eficácia e adequabilidade das práticas educativas a públicos muito diversificados” (p. 14). Por essa razão, é importante que os cursos que formam professores os preparem para este papel central no desenvolvimento curricular (Kelly, 2009).

Se o professor tem um papel central no desenvolvimento curricular, esse processo, para ser eficaz, deve estar associado à investigação sobre a prática. De acordo com a definição de Grundy (2002) “a investigação-ação é uma forma de pedagogia na qual os participantes tornam-se estudantes da sua própria prática” (p. 156). Grundy (2002) acrescenta mais informação a este objeto de estudo ao indicar que são os problemas reais inerentes à prática, identificados pelos próprios participantes, que são o foco da investigação, e não problemas académicos identificados por investigadores externos. Kelly (2009) sublinha que os professores devem estar constantemente a avaliar o seu trabalho e a analisá-lo criticamente com vista ao seu desenvolvimento e melhoria. Na mesma linha de pensamento, Roldão (2005) refere que devem ser os professores os responsáveis pela produção de conhecimento, enquanto profissionais que estudam a sua prática, em oposição a uma oferta distribuída centralmente para consumo dos professores. O presente trabalho foi ao encontro das perspetivas anteriores sobre a investigação-ação, tendo em conta que o processo de desenvolvimento curricular resultou de problemas que emergiram da prática dos professores de matemática e ciências envolvidos.

## **O CONCEITO E O PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DA REDE CURRICULAR INTERDISCIPLINAR**

Nesta secção, apresenta-se o conceito de RCI e o seu processo de construção. A ideia de rede foi influenciada pelo pensamento de Machado (1993) que referiu que uma das formas de contrariar a linearidade do conhecimento é a “imagem alegórica de uma rede, de uma teia de significações” (p. 30) e pelas ideias biológicas de evolução e de rede neuronal. Na figura 1 apresenta-se um exemplo de uma RCI, neste caso, a RCI de CTV e MM.



## CONCEITO

A Rede Curricular Interdisciplinar é um esquema conceptual dinâmico que resulta do cruzamento dos objetivos de aprendizagem e conteúdos de duas ou mais disciplinas ou unidades curriculares.

No núcleo dessa rede existem nós de ligação centrais (círculos maiores; Figura 1) entre conteúdos e objetivos de aprendizagem específicos dessas unidades curriculares. Esses nós de ligação são expressos num conjunto diversificado de propostas de trabalho (Propostas de A a I; Figura 1), estruturadas em sequências interdisciplinares de tarefas, com objetivos de aprendizagem comuns ou convergentes. Pretende-se que a atividade dos estudantes se desenvolva em torno do estudo conjunto de um objeto através de diversas perspetivas, explorando as suas relações e interdependências.

Os nós de ligação centrais, interdisciplinares, constituem pontos de convergência de uma rede constituída por nós de ligação periféricos, disciplinares (círculos mais pequenos; Figura 1). Esses nós periféricos unem os subtemas específicos de cada unidade curricular, os quais devem ainda estar organizados num tema geral e estruturante. Entre esses nós existem ligações que representam as relações entre determinados conceitos.

A RCI é caracterizada por uma elevada flexibilidade nas vias e nós de ligação e por uma evolução contínua, decorrente de mudanças

no contexto educativo em que se concretiza e de alterações no conhecimento de conteúdo e conhecimento didático. Assim, a partir de uma diversidade curricular inicial e no decurso da implementação, os nós e ligações que apresentam características menos vantajosas, vão sendo progressivamente suprimidos, sobrevivendo apenas os melhor adaptados ao contexto educativo em que se aplicam. Pelo contrário, os nós e as ligações melhor adaptadas ao contexto e objetivos de aprendizagem persistem e são novamente aplicados, reforçando-se ao longo do tempo. A nova aplicação pode conduzir a alterações didáticas ou no conteúdo, mais ou menos profundas.

## PROCESSO

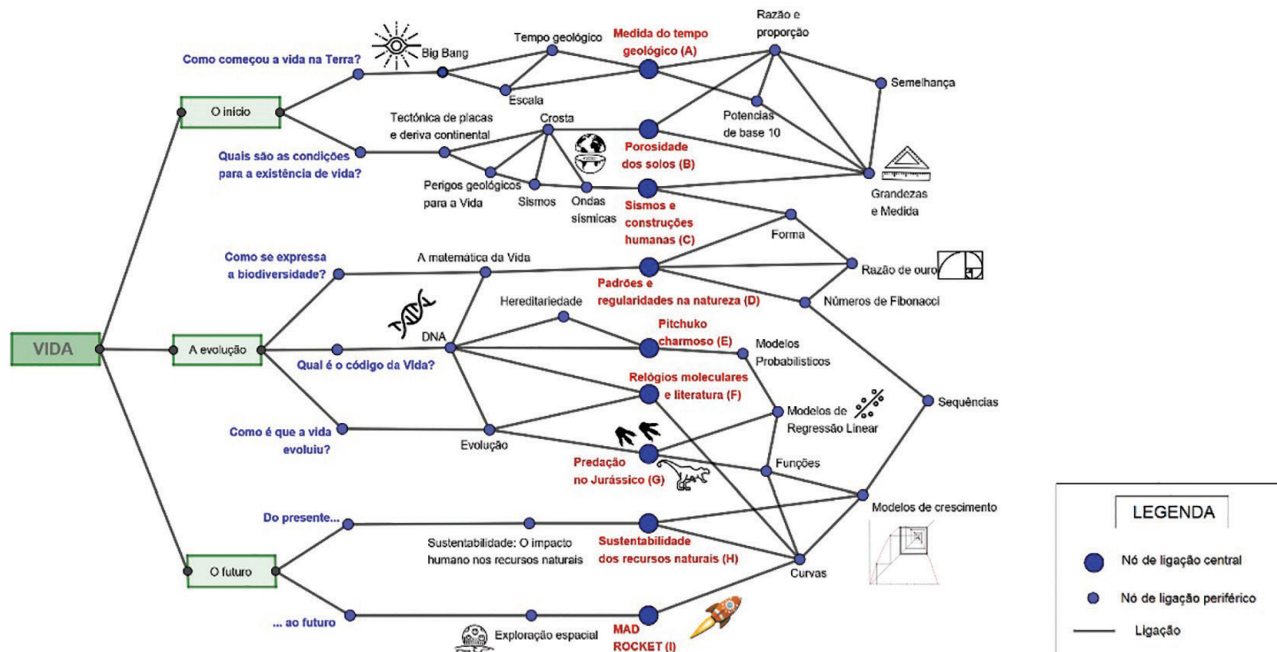
O processo colaborativo entre os professores que conduziu à construção da RCI de CTV e MM está representado na figura 2.

Os tipos de integração da matemática e ciências, definidos por Davidson, Miller e Metheny (1995), aplicados em maior ou menor grau na RCI de CTV e MM foram a integração específica disciplinar, a integração específica de conteúdo, a integração de processo, a integração metodológica e a integração temática.

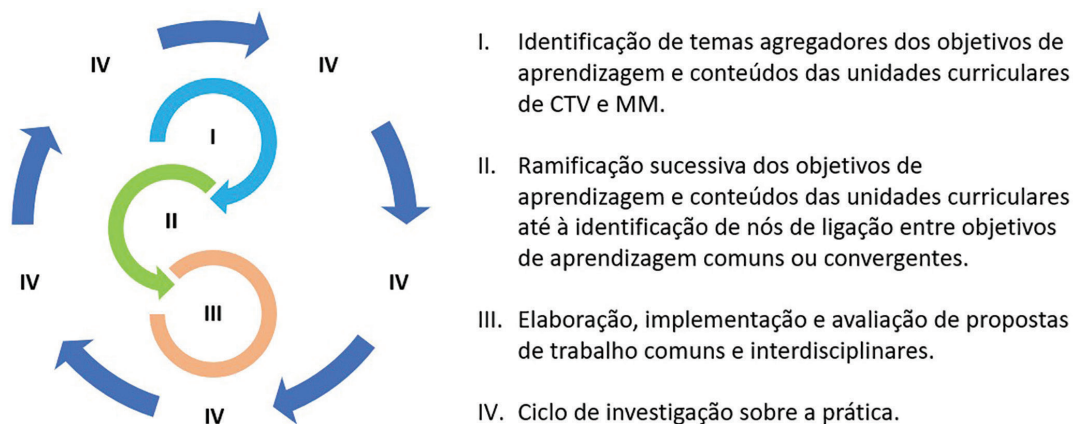
Os tipos de integração da matemática e ciências, definidos por Davidson et al. (2005), aplicados em maior ou menor grau na RCI de CTV e MM foram a integração específica disciplinar, a integração específica de conteúdo, a integração de processo, a integração metodológica e a integração temática (ver figura 1).

### CIÊNCIAS DA TERRA E DA VIDA

### MODELAÇÃO MATEMÁTICA



**Figura 1.** Rede Curricular Interdisciplinar de Ciências da Terra e da Vida e Modelação Matemática com propostas de trabalho interdisciplinar (de A a I).



**Figura 2.** Processo de construção da Rede Curricular Interdisciplinar de Ciências da Terra e da Vida e Modelação Matemática.

A *integração específica disciplinar* envolve atividades que incluem dois ou mais ramos da matemática ou das ciências (Davidson et al., 2005). No caso da RCI de CTV e MM, inclui propostas de trabalho organizadas como sequências de tarefas que integram, por exemplo, biologia e geologia com álgebra, geometria e medida, números e operações e organização e tratamento de dados.

A *integração específica de conteúdo* envolve a integração de conteúdos e objetivos de aprendizagem da matemática e das ciências (Davidson et al., 1995). De facto, investigadores como Kiray (2012) evidenciam a importância central de se considerar o conteúdo de ciências e o conteúdo de matemática na integração. Na RCI de CTV e MM, por exemplo, a proposta de trabalho “(E) Pitchuko charmoso”<sup>1</sup> envolveu conteúdos relacionados com o estudo da genética, em biologia, e da estatística e probabilidades, em matemática. Quanto à integração dos objetivos de aprendizagem, na biologia estavam relacionados com a compreensão da relação entre os fatores hereditários, a informação genética e o modo como a reprodução sexuada condiciona a diversidade intraespecífica e a evolução das populações. Na matemática, os objetivos estavam associados à construção e utilização de modelos probabilísticos na resolução de problemas sobre hereditariedade, promovendo, ainda, uma melhor compreensão dos processos biológicos envolvidos.

A *integração de processo* consiste na confluência de aspetos do processo científico, como a observação, o controlo de variáveis e a avaliação de hipóteses, com capacidades matemáticas, como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação (Davidson et al., 1995). Em CTV e MM, a partir de problemas, os estudantes interpretam a informação, planificam e implementam experiências, recolhem e analisam dados, que organizam recorrendo a diferentes representações matemáticas, formulam e testam conjecturas, generalizam e retiram conclusões e discutem-nas. A título de exemplo, refere-se a proposta de

trabalho “(G) Predação no Jurássico”, que envolveu a elaboração de uma narrativa hipotética dos acontecimentos associados a um conjunto de pistas de pegadas de dinossauros saurópodes e terópodes e a determinação da velocidade de deslocação do terópode em diferentes momentos (figura 3).

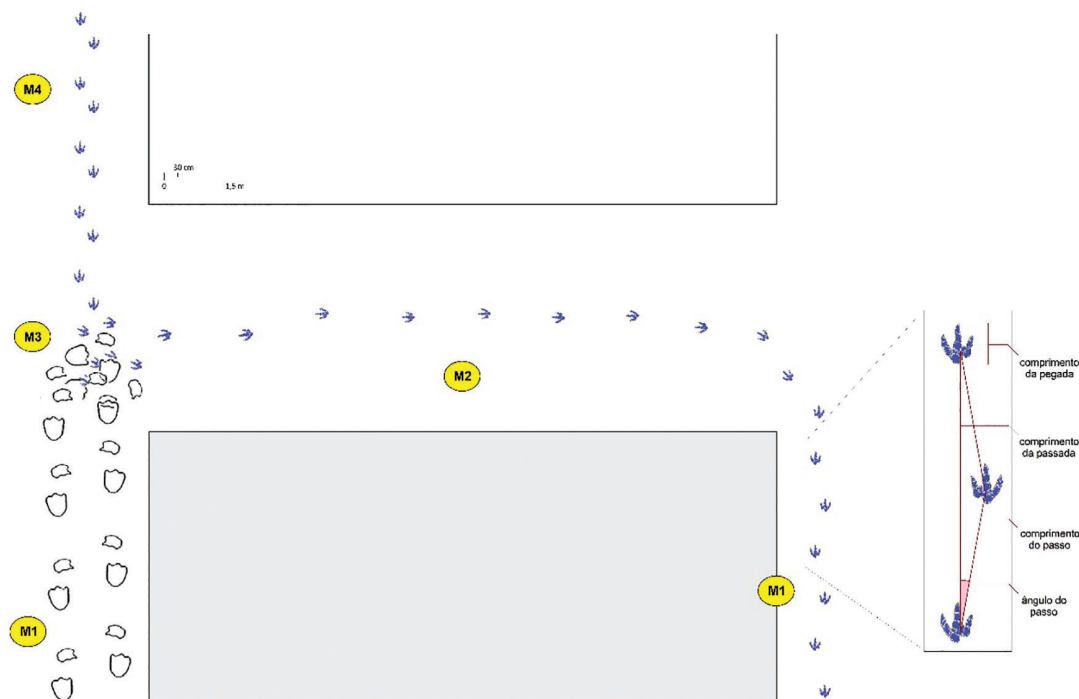
Para dar resposta ao problema, os estudantes recolheram dados associados à medição da pegada, passo e passada do terópode e utilizaram modelos matemáticos conhecidos para obter dados da anatomia do dinossauro. Tiveram, também, de implementar um procedimento de recolha de dados com vista à construção de um modelo matemático que permitisse determinar a velocidade (Mestrinho & Cavadas, 2018). De facto, a RCI de CTV e MM foi construída, essencialmente, a partir de uma integração de processo. Esta foi considerada por Davidson et al. (1995) como a abordagem mais favorável para ocorrer integração.

A *integração metodológica* envolve a exploração das duas áreas de acordo com a perspetiva construtivista, usando metodologias de ensino ativas e desenvolvendo a aprendizagem dos estudantes a partir dos seus conhecimentos prévios (Davidson et al., 1995). Na RCI de CTV e MM, a perspetiva construtivista esteve presente, associada a metodologias ativas como o modelo de ensino dos 7E<sup>2</sup>, o *inquiry* e a abordagem STEM. O trabalho realizado procurou mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes, adquiridos ao longo do seu percurso pessoal e académico. A esse respeito, na abordagem usada na proposta de trabalho *inquiry* com carácter STEM “(I) MAD Rocket” (Cavadas, Sousa, Botelho, Cunha, Laranginha & Mestrinho, 2019), as tarefas propostas às estudantes organizaram-se nas fases de orientação, conceptualização, investigação, conclusão e discussão (Pedaste et al., 2015). A determinado momento das atividades, planificaram, construíram e testaram diferentes modelos de estabilizadores laterais de modo a avaliar a influência

<sup>1</sup> Esta proposta de trabalho está associada à exploração de um recurso digital (Cavadas et al., 2018).

<sup>2</sup> O modelo de ensino dos 7E inclui os seguintes momentos: Engage, Explain, Explore, Exchange, Elaborate, Evaluate, Empowerment (BSCS, 2006; Kähkönen, 2016; Reis & Marques, 2016). Os momentos de ensino podem não seguir a sequência anterior e, numa mesma sequência, podem repetir-se diferentes momentos.





**Figura 3.** Representação de pistas de dinossauros saurópodes e terópodes, organizada em quatro momentos (M1, M2, M3 e M4).

da sua geometria na distância máxima alcançada pelo foguetão. No decurso do trabalho, formularam as suas próprias questões, testaram hipóteses, recolheram e interpretaram dados e elaboraram conclusões. Essas conclusões foram discutidas entre pares, aplicando o pensamento matemático e a modelação para descrever a trajetória do lançamento e resolver problemas que surgiram no contexto das ciências.

As práticas didáticas interdisciplinares entre CTV e MM, para além de implicarem a introdução de novas dinâmicas em sala de aula, conduziram à necessidade de modificar o próprio espaço em que se realizaram, no enquadramento das características e princípios dos ambientes educativos inovadores. Por essa razão, a mudança nas práticas didáticas associou-se à transformação física de laboratórios clássicos no espaço CreativeLab\_Sci&Math°. Esse espaço facilitou a aplicação dos sete princípios de aprendizagem associados a esses ambientes (OECD, 2017). Um elemento fulcral da integração metodológica é a implementação das sequências interdisciplinares de tarefas em *co-teaching*, na modalidade de *team-teaching* (Friend, Cook, Hurley-Chamberlain, & Shamberger, 2010). Contudo, um estudo da OCDE (2014) mostrou que cerca de metade dos professores portugueses do ensino básico nunca se envolveu em ensino de equipa na mesma aula com outros professores. Este valor é preocupante porque quanto maior for o envolvimento dos professores em atividades de colaboração com outros professores, maior é o seu nível de auto-eficácia (OCDE, 2014). Conscientes da necessidade de promover essa colaboração, nos momentos de implementação destas propostas de trabalho interdisciplinar, o

professor de ciências e o professor de matemática dinamizaram-nas em conjunto, para o mesmo grupo de estudantes, ao mesmo tempo, no CreativeLab\_Sci&Math°.

Outro aspeto importante relativo à integração metodológica diz respeito ao tempo para o funcionamento conjunto das unidades curriculares. Nesse sentido, foi necessário desdobrar a turma em dois turnos (1 e 2), cada um constituído por aproximadamente 25 estudantes, e sobrepor no horário semanal esses turnos, o que ocorreu à 4.ª feira, no ano letivo 2018/19. Quando foi necessário dinamizar as atividades interdisciplinares, os dois turnos eram juntos à 4.ª feira, destinando-se 4 horas para a implementação de cada atividade.

Não obstante a modalidade de ensino em *co-teaching* ter sido imprescindível para a implementação das propostas de trabalho, concordamos com Davidson et al. (1995) quando referem que, mesmo num processo de integração, há momentos em que a matemática e as ciências devem ser trabalhadas separadamente para que os estudantes aprendam os seus conceitos e procedimentos essenciais. No horário do ano letivo 2018/19 isso ocorria preferencialmente à 5.ª feira e 6.ª feira.

A *integração temática* organiza-se a partir de um tema geral que se torna no eixo a partir do qual a matemática e as ciências interagem (Davidson et al., 1995). No caso da RCI de CTV e MM, o tema foi influenciado pela leitura do trabalho de Harlen (2015). De acordo com Harlen (2015), a educação em ciências deve focar-se em desenvolver nos estudantes a compreensão de um conjunto de dez grandes ideias (*Big Ideas of Science - BloS*). Essa perspetiva, não inclui apenas grandes ideias de ciência, mas

também ideias sobre ciência e as suas aplicações, assim como o desenvolvimento de capacidades relacionadas com a recolha e o uso de evidências e uma atitude de inquirição científica do mundo. Por essa razão, considerou-se que o tema agregador da RCI de CTV e MM seria a vida, subdivida em três subtemas, a origem, a evolução e o futuro da vida (Ver figura 1). As grandes ideias de ciência foram contempladas nesses subtemas, embora com diferentes níveis de profundidade. A MM transporta os diferentes temas matemáticos (álgebra, geometria e medida, números e operações e organização e tratamento de dados) para os contextos da origem, evolução e futuro da vida. Concordamos com Wiles e Bondi (2007) quando referem que é o cruzamento entre disciplinas tradicionais, organizado em torno de contextos da vida real, que constrói um currículo significativo e promotor dos objetivos gerais da educação.

### **BENEFÍCIOS E DIFICULDADES DA INTEGRAÇÃO DA MATEMÁTICA E CIÊNCIAS**

Nesta secção apresenta-se uma síntese da avaliação da integração realizada a partir das perceções dos estudantes que vivenciaram esta abordagem, recolhidas através de questionários, e das reflexões dos professores de CTV e MM.

As respostas dos estudantes referem aspetos favoráveis à sua aprendizagem, relativos, principalmente, à relevância da RCI para uma melhor compreensão dos conteúdos de ambas as unidades curriculares, o forte carácter prático das atividades, a vivência das diferentes etapas de um processo investigativo, a valorização da interdisciplinaridade no enquadramento da formação inicial de professores e, também, o desenvolvimento de competências associadas à utilização de recursos digitais.

Quanto aos aspetos a melhorar nas propostas de trabalho e na sua implementação, os estudantes destacaram a necessidade de realizar uma melhor gestão do tempo, apresentaram sugestões relativas à estrutura da sequência didática das tarefas constantes nas propostas e a necessidade de reforçar os conhecimentos científicos prévios necessários à realização de determinadas tarefas, em particular na matemática.

Este balanço tem permitido aos docentes melhorar continuamente os guiões apresentados aos estudantes e as estratégias para a sua operacionalização, num processo de investigação-ação sobre a própria prática. A nossa perceção enquanto docentes é que o trabalho realizado no enquadramento da RCI promoveu o desenvolvimento do pensamento interdisciplinar dos futuros professores e contribuiu para que percebessem que a matemática e as ciências são áreas do conhecimento fortemente ligadas. Durante a realização das atividades, tivemos a perceção que a abordagem interdisciplinar capacitou os estudantes para interpretar informação, planificar e conduzir investigações, tomar decisões para resolver os problemas propostos e desenvolver processos conducentes à construção de produtos e de conhecimento, usando estratégias e recursos diversificados.

Esta abordagem concorreu para o desenvolvimento de um pensamento criativo e crítico, trabalhando colaborativamente a partir de diferentes perspetivas, desenvolveram novas ideias e soluções para os problemas. Outra vantagem resultou da promoção do trabalho colaborativo através de metodologias ativas, em contextos de cooperação e partilha de informação. Na nossa abordagem, tal como na de Koirala e Bowman (2003), foram encorajados a refletir sobre a sua aprendizagem e a modificar as suas ideias prévias baseadas nas experiências e discussões que ocorreram no ambiente de aprendizagem. A nossa posição vai ao encontro da de Wiles e Bondi (2007) quando referem que o trabalho interdisciplinar prepara os estudantes para a aprendizagem ao longo da vida.

No entanto, a integração entre a matemática e as ciências também evidenciou algumas dificuldades, quer inerentes ao próprio processo, quer ao contexto em que era desenvolvido. Um dos maiores obstáculos foi a falta de tempo para a pensar, principalmente para preparar as propostas de trabalho interdisciplinares. De facto, a preparação de cada uma destas propostas foi um processo complexo e moroso, dada a sua exigência científica e didática, que exigiu longos períodos de trabalho colaborativo entre os professores envolvidos. Inicialmente, o espaço tradicional em que começaram por ser realizadas também prejudicou a sua implementação, contudo, este obstáculo foi ultrapassado com a consolidação do projeto CreativeLab\_Sci&Math® e o desenvolvimento de um ambiente educativo inovador. Este ambiente foi sendo contruído a partir das necessidades que emergiram das propostas de trabalho.

Nem todas as propostas de trabalho inicialmente pensadas foram integradas na RCI de CTV e MM final. Concordamos com Davidson et al. (1995) relativamente à impossibilidade ou, pelo menos, elevada dificuldade de integração de alguns conceitos da matemática e das ciências. Apesar dessas dificuldades, consideramos que, tal como sugerido por Koirala e Bowman (2003), deve-se expor os estudantes em formação inicial de professores à tensão que existe, em alguns momentos, na integração da matemática e das ciências, para que possam desenvolver um conhecimento mais aprofundado desse processo. Na RCI de CTV e MM os estudantes realizaram atividades que resultaram de tarefas em que a integração entre as ciências e a matemática era facilmente percebida e outras em que essa integração não era tão evidente. Nestas últimas, foi importante dar apoio e feedback imediato quando a tensão na integração ocorreu, de modo a desconstruir bloqueios cognitivos que podiam prejudicar a resolução das tarefas e, conseqüentemente, a apropriação das vantagens da integração da matemática e das ciências pelos futuros professores.

### **CONCLUSÃO**

Tal como Raynaud (2018), temos consciência que “inovar em relação às formas institucionais que foram criadas há muito



tempo em função da grade de disciplinas implica a aplicação de estratégias coerentes e afinadas” (p. 18). Por essa razão, consideramos que a rede curricular interdisciplinar (RCI) pode ser um contributo importante no sentido de promover a integração da matemática e das ciências, assim como de outras áreas, em diferentes níveis de ensino. Para a sua conceção e implementação é necessário um forte trabalho colaborativo entre os professores, eventualmente associado a outras dimensões, como a existência de projetos, ambientes educativos inovadores e um currículo que possa ser gerido de forma flexível nas escolas. A RCI não deve ser entendida como uma construção acabada, mas como um objeto curricular dinâmico, que evolui a partir de novas ideias que resultam da sua aplicação, do estudo e das reflexões dos professores que a construíram e dos estudantes que a vivenciaram. O conceito e o processo de construção da RCI deve ser adaptado aos respetivos contextos pelos profissionais que os implementem.

No caso dos professores de matemática e de ciências, se desejamos promover uma integração destas áreas é importante que, tal como referiram Koirala e Bowman (2003), a experienciem na formação inicial de professores. Há tensões nesta integração, decorrentes da especificidade das áreas e do próprio processo de construção da RCI, mas também inúmeras vantagens, quer para a aprendizagem dos estudantes, quer para o trabalho dos próprios professores. Fica ainda por compreender se a vivência das vantagens deste trabalho colaborativo pode motivar os futuros professores a aplicar a RCI na sua própria prática.

## Referências

Biological Sciences Curriculum Study (2006). *The BSCS 5E Instructional model: Origins and effectiveness*. BSCS: Colorado Spring, CO.

Cavadas, B., Mestrinho, N., Ribeiro, N., Aboim, S., Pinto, X. S., Gomes, A., Pacheco, T. & Dias, M. (2018). Pitchuko. Disponível em <http://w3.ese.ipsantarem.pt/eseinv/pit/>

Cavadas, B., Sousa, M. C., Botelho, C., Cunha, J., Laranginha, R., & Mestrinho, N. (2019). CreativeLab\_Sci&Math MAD Rocket | Relato de uma atividade STEM sobre exploração espacial. Disponível em <http://hdl.handle.net/10400.15/2638>

Davidson, D. M., Miller, K. W., & Metheny, D. L. (1995). What does integration of Science and Mathematics really mean? *School, Science and Mathematics*, 95(5), 226-230.

Despacho n.º 15080/2014. Diário da República, 2.ª série, n.º 239, de 11 de dezembro de 2014, pp. 31032-31034.

Friend, M., Cook, L., Hurley-Chamberlain, D., & Shamberger, C. (2010). Co-Teaching: An Illustration of the Complexity of Collaboration in Special Education. *Journal of Educational and Psychological Consultation*, 20(1), 9-27.

Greif, L. de, Post, G., Vink, C., & Wenting, L. (2017). *Design Interdisciplinary Education. A practical handbook for university teachers*. Amsterdam: Amsterdam University Press.

Grundy, S. (2002). *Curriculum: product or praxis*. London: Routledge/Falmer.

Harlen, W. (2015). *Working with big ideas of science education*. Trieste: Science Education Programme of IAP.

Kähkönen, A.-L. (2016). *Models of inquiry and the irresistible 6E model*. Disponível em <http://www.irresistible-project.eu/index.php/pt/blog-pt/168-models-of-inquiry-and-the-irresistible-6e-model>

Kelly, A. V. (2009). *The curriculum. Theory and practice* (6th ed.). Thousand Oaks, California: SAGE Publications Limited.

Kiray, A. A. (2012). A new model for the integration of science and mathematics: The balance model. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, 4(3), 1181-1196.

Koirala, H. P., & Bowman, J. K. (2003). Preparing Middle Level Preservice Teachers to integrate mathematics and science: Problems and possibilities. *School, Science and Mathematics*, 103(3), 145-154.

Lima, V. M. do R., & Ramos, M. G. (2017). Percepções de interdisciplinaridade de professores de Ciências e Matemática: Um exercício de análise textual discursiva. *Revista Lusófona de Educação*, 36, 163-177.

Machado, N. J. (1993). Interdisciplinaridade e Matemática. *Pro-Posições*, 4(1), 24-34.

Mason, T. C. (1996). Integrated curricula: Potential and problems. *Journal of Teacher Education*, 47(4), 263-270.

Mestrinho, N., & Cavadas, B. (2018). Corrida no Jurássico. *Revista Ciência Elementar*, 6(1), 018. Disponível em <http://doi.org/10.24927/rce2018.018>

OECD (2017). *The OECD Handbook for Innovative Learning Environments*. Paris: OECD Publishing.

OECD (2014). TALIS 2013 Results: An International Perspective on Teaching and Learning, TALIS. Paris: OECD Publishing.

Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., Jong, T. de, Riesen, S. A. N. van, Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C., & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: definitions and the inquiry cycle. *Educational Research Review*, 14, 47-61.

Pombo, O. (2005). Interdisciplinaridade e integração de saberes. *Liinc em Revista*, 1(1), 3 -15.

Raynaut, C. (2018). Paradoxos e ambiguidades na ideia de interdisciplinaridade. *Desenvolvimento Meio Ambiente*, 47, Edição especial: 25 anos do Programa de Pós-Graduação em Meio Ambiente e Desenvolvimento, 13-48.

Reis, P., & Marques, A. R. (2016). *Investigação e inovação responsáveis em sala de aula. Módulos de ensino IRRESISTÍVEL*. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Roldão, M. do C. (2005). *Formação e práticas de gestão curricular. Crenças e equívocos*. Porto: ASA Editores.

Sácristan, J. G. (2007). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Ediciones Morata.

Skilbeck, M. (1976). *'Ideologies and values'. Unit 3 of Course E203, Curriculum Design and Development*. Milton Keynes: Open University.

Stenhouse, L. (1984). *An introduction to curriculum research and development*. London: Heinemann.

Wiles, J., & Bondi, J. (2007). *Curriculum development. A guide to practice* (7th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

BENTO CAVADAS

1INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM /ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM E CEIED, UNIVERSIDADE LUSÓFONA.

NELSON MESTRINHO

1INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM /ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM.

# Aprendizagem efetiva em STEM com a abordagem de Ensino por Ligações Transversais – Fazer uma educação matemática interdisciplinar de sucesso!

**RITA BORROMEO FERRI**

**ANDREAS MEISTER**

A educação em STEM<sup>1</sup> tem vindo a assumir um papel central no debate sobre a educação, a nível mundial. Para que o progresso científico e tecnológico dos últimos anos se possa consolidar, será necessário ter pessoas qualificadas em ciência, tecnologia, engenharia e matemática, as áreas STEM. Este é um requisito de várias empresas que têm dificuldades em arranjar, por exemplo, engenheiros qualificados ou futuros especialistas em tecnologias de informação. Atualmente existe um objetivo educativo claramente explicitado para que a educação em STEM seja apoiada pelos governos. Nos Estados Unidos da América (EUA), a educação em STEM tem uma tradição mais antiga (National Research Council, 2014) do que na maioria dos países, apesar do interesse dos alunos nas escolas pelas áreas STEM ser ainda escasso<sup>2</sup>. Foi neste contexto que a administração Obama anunciou em 2009 a campanha “Educate to Innovate” para motivar e inspirar os alunos a procurarem a excelência nas áreas STEM. Os resultados de um relatório sobre o estado da educação em STEM, apoiado pela Comunidade Europeia (Galev et al., 2015), e que investigou professores, alunos e especialistas da indústria, mostrou que existiu de facto um progresso, mas que a educação em STEM na escola é muito mais explorada com uma abordagem teórica do que prática. Além disso, professores e especialistas dos países que lideram a educação em STEM, como a Alemanha e o Reino Unido, afirmam que as abordagens das políticas educativas em STEM não alcançaram os resultados pretendidos. O progresso e a aceitação da importância das áreas STEM podem ser promovidos através dos programas e iniciativas referidos, já existentes fora dos EUA, por exemplo na Alemanha. Existe ainda uma falta de investigação sólida nas áreas STEM, em vários níveis educativos, apesar do aparecimento de uma nova revista e da publicação de livros dedicados à educação em STEM que alargaram esse campo de investigação (English & King, 2015). Mais resultados de investigação que se debrassem, por exemplo, nos efeitos da educação em STEM na motivação e interesse dos alunos em relação às áreas STEM e escolhas profissionais futuras, poderiam também influenciar a política educativa. Sendo o acrónimo STEM, que indica as

quatro áreas, compreensível, já não é tão claro o que se entende por Educação em STEM, à medida que nos debruçamos mais aprofundadamente na discussão sobre o tema.

O projeto “Aprender a partir de Leonardo da Vinci” foi desenvolvido por autores de diferentes disciplinas, como um ambiente de aprendizagem STEM para o ensino básico e secundário. De modo a classificá-lo, no âmbito de uma discussão sobre educação em STEM, foi necessário um enquadramento teórico que se apresenta na secção seguinte. O projeto será descrito com maior detalhe de modo a mostrar o significado concreto de ligação transversal no contexto das várias aulas. Serão apresentadas as questões de investigação, a conceção do estudo, a metodologia, finalizando com a apresentação de alguns resultados.

## **EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INTERDISCIPLINAR E EDUCAÇÃO EM STEM – CONCEPTUALIZAÇÃO TEÓRICA**

Existe atualmente uma discussão a nível mundial sobre a aprendizagem e o ensino da matemática, realizados de modo interdisciplinar. Por que razão se entende que este tema é relevante? Qual é o significado de “Educação matemática interdisciplinar” (EMId)? Como se aprende a ensinar desta forma? Existem exemplos concretos de aulas ou unidades de ensino? Todas estas interrogações são legítimas. Vamos procurar clarificá-las nesta secção e nas seguintes.

Tanto o estado da arte da investigação como os estudos empíricos sobre EMId existentes têm sido divulgados em duas publicações centrais. No livro de Williams et al. (2016) e no livro de Doig et al. (2019) foram clarificadas e explicadas diferentes abordagens à EMId, e também apresentadas sugestões para a sua implementação. Roth, um dos autores do livro de Williams et al. (2016), tem uma caracterização pragmática de EMId, à qual nos referimos:

“A interdisciplinaridade é o facto, a qualidade ou a condição de dois ou mais domínios académicos ou ramos de aprendizagem. Os projetos interdisciplinares levam a transpor as fronteiras tradicionais entre as disciplinas académicas. (Roth, 2014, p.317) Quando falamos sobre a educação em STEM, isto não significa necessariamente que seja ensinada com interdisciplinaridade no sentido da definição de Roth, razão pela qual definimos a nossa

<sup>1</sup> Acrónimo para Science, Technology, Engineering e Mathematics; “stem” significa tronco, ramo, haste (N. do T.).

<sup>2</sup> Consultar o relatório em STEMconnector.org



perspetiva de Ensino por Ligações Transversais. Adicionalmente, a abordagem STEM revelou-se, tal como já foi mencionado, algo muito significativo, porque áreas da ciência, tecnologia, engenharia e matemática são altamente recomendadas para o trabalho e profissões na sociedade.

Tornou-se evidente para as políticas educativas que os alunos deviam ser confrontados bem cedo com as áreas STEM e a sua importância, desde o 1.º CEB. Por esta razão, são necessários professores qualificados e motivados para a educação em STEM e, para além disso, esta deve ser integrada no currículo; caso contrário os professores não sentirão a necessidade de abordar nas suas aulas. Se queremos que os professores sejam qualificados na educação em STEM, o que se espera que saibam ou se devem ser especialistas nas quatro áreas do STEM? Esta questão foi o ponto de partida para a nossa conceptualização teórica das áreas STEM, numa perspetiva educativa: fazemos a distinção entre a abordagem de ensino numa única área e a abordagem de Ensino por Ligações Transversais.

A primeira abordagem é caracterizada por promover aprofundadamente uma das áreas do STEM, por exemplo um ambiente de aprendizagem em engenharia (consultar um exemplo em English & King, 2015). As outras áreas STEM não estão fundamentalmente presentes neste ambiente. A segunda abordagem envolve várias áreas STEM, no mínimo duas, no contexto de aprendizagem de modo a estabelecer ligações transversais nestes campos (consultar um exemplo em Star et al., 2014). Trata-se de abordagens diferentes para o ensino das áreas STEM e por isso os requisitos para o ensino são também diferentes. Pensamos ser importante mostrar as ligações entre as áreas nos ambientes de aprendizagem. Na nossa perspetiva, um professor-STEM não é apenas alguém que ensina uma das disciplinas, mas também deve ser capaz de ligar transversalmente as áreas. O projeto “Aprender a partir de Leonardo da Vinci” está de acordo com a segunda abordagem. Além da ligação entre a matemática e a engenharia civil, estão incluídas as Artes, um domínio que não é uma área STEM.

### A PONTE DE LEONARDO DA VINCI – ESTABELECEER LIGAÇÕES TRANSVERSAIS

Existindo o objetivo de ensinar em interdisciplinaridade matemática, física, engenharia e arte, pretendeu-se promover um trabalho colaborativo envolvendo pessoas de vários campos do conhecimento. Quando se pensou sobre um contexto de aprendizagem STEM inspirador, para o ensino básico e secundário, surgiu o nome de Leonardo da Vinci, enquanto grande generalista. Especificamente, considerou-se que a Ponte de Leonardo devia ser o foco da unidade de ensino.

Através da abordagem interdisciplinar, os alunos compreenderiam as forças exercidas nas superfícies de contacto das traves e os pares de forças e consequentes momentos, podendo ser imaginadas as tensões resultantes nas traves. A partir desta

compreensão, os alunos poderiam perceber as propriedades para aguentar a carga, das pontes em geral e de pontes específicas como as pontes de treliça, de viga, de arco e suspensas por cabos. Foi então criado – por um grupo de especialistas em educação matemática, matemática aplicada, engenharia civil, além de um escultor – um contexto de aprendizagem comum, que pode ser adaptado às competências de alunos dos 6 aos 13 anos. O módulo de aprendizagem foi estruturado segundo uma abordagem *Inquiry-Based Learning*<sup>3</sup> (IBL) (Edelson et al., 1999), porque esta se ajusta perfeitamente aos requisitos da aprendizagem em STEM. O IBL incorpora um processo para os alunos explorarem o mundo, o que os leva a formular questões, fazer descobertas e realizar experiências na procura de novo conhecimento, valorizando ainda as ideias e as questões do aluno no trabalho para a obtenção dos objetivos, através do bem conhecido processo/ciclo: Questionar => Investigar => Criar => Discutir => Refletir => Questionar ...

Depois de cada aula, os alunos e professores discutem os resultados e aprofundam o conteúdo específico e, principalmente na última aula, são explicitadas as ligações transversais entre as áreas STEM. A compreensão de que estas áreas estão ligadas e que são importantes torna-se evidente para os alunos, até durante as experiências. A transposição destas atividades para o secundário não é problemática pois o nível da matemática, da física ou da mecânica podem ser adaptados pelo professor. No campo da educação em STEM não existe evidência empírica da perceção dos alunos da abordagem por ligações transversais. A juntar a isso, sabe-se pouco acerca das crenças matemáticas dos alunos (Schoenfeld, 1985) neste contexto e como se poderão alterar depois de uma intervenção, como a da unidade didática “Leonardo”. Assim, investigámos um grupo do 9.º ano, de forma a obter uma compreensão maior sobre as seguintes questões de investigação e design do estudo.

### QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

1. Que perceção sobre a abordagem por ligações transversais poderá ser reconstruída com os alunos depois da unidade didática?
2. Depois da unidade didática, existem mudanças nas crenças matemáticas dos alunos?
3. Quais as diferenças que se podem identificar entre as alterações nas crenças matemáticas e na perceção da abordagem por ligações transversais, quando se comparam o grupo da *Inquiry-Based Learning* e o grupo do *Directive-Teaching Learning*<sup>4</sup> (DT)?

### DESIGN DO ESTUDO

Este estudo utiliza uma metodologia qualitativa, com o propósito de formular hipóteses, embora se tenham utilizado testes para recolher dados. Relativamente à obtenção de respostas às questões de investigação, foi necessário desenvolver e aplicar

<sup>3</sup> Aprendizagem baseada na inquirição (Nota do tradutor)

<sup>4</sup> Aprendizagem com ensino diretivo (Nota do tradutor)

um pré-teste e um pós-teste, na sequência da implementação da unidade didática. Os testes continham níveis de desempenho do PISA (PISA-Consortium, 2003), em particular escalas de crenças, autoeficácia, motivação, e emoção, relativamente ao trabalho em matemática. Especificamente para compreender o significado do conceito de “ligação transversal”, também se formularam questões abertas no teste, solicitando aos alunos que explicitassem a forma como pensam que a matemática se relaciona com as outras disciplinas. Adicionalmente, prepararam-se duas abordagens distintas à unidade temática “A ponte de Leonardo” estruturadas, uma segundo o IBL, e a outra segundo o DT para avaliar a sua influência nas percepções dos alunos. Na abordagem DT os estudantes trabalham sobretudo sozinhos, tanto no que concerne às suas realizações como às atitudes. Os princípios orientadores mais importantes nesta abordagem são: i) o desenvolvimento de padrões de solução comuns pelo professor e; ii) mudança sistemática entre o ensino a toda a turma, orientada para um perfil de “aluno médio”, e o trabalho individual dos estudantes baseado em exercícios (Blum & Borromeo Ferri 2009).

A amostra foi formada por uma turma de 28 alunos do 9º ano (15 anos de idade), de uma escola alemã do ramo escolar conducente ao ensino universitário, o mais avançado dos ramos. A unidade de 6 horas de aulas tinha as seguintes fases:

- Fase A: Enquadramento histórico e introdução a Leonardo da Vinci/Modelação da ponte de Leonardo;
- Fase B: Avaliação dos constituintes da ponte (matemática, física, arte);
- Fase C: Resumo das descobertas e reflexão.

Os alunos foram repartidos por dois grupos. O grupo A foi o grupo IBL e o grupo B o grupo DT, contudo ambos foram ensinados pelo mesmo professor, para que a variável “professor” fosse minimizada. Todas as aulas foram filmadas e os alunos do grupo A também fizeram um livro de investigação, do tipo do que os investigadores fazem para registar o que descobriram. Para explicar melhor o conteúdo das duas aulas da fase A, elas serão apresentadas mais detalhadamente. Apesar das unidades terem estilos de ensino diferentes, o conteúdo matemático tratado e as ligações à física e à arte foram as mesmas.

Ao compararmos os estilos de ensino, fica claro que o IBL dá aos alunos não só uma aprendizagem mais independente, mas também uma compreensão do que é a investigação por via do ciclo de inquiry, referido anteriormente. Quando se desenvolveu o trabalho nos dois grupos, o desafio foi conseguir equilibrar o facto do grupo A ter o mesmo número de aulas que o grupo B, apesar do grupo A necessitar de ter tempo para fazer experiências, gerar questões e hipóteses, a par de compreender os conteúdos matemáticos e físicos subjacentes. A seguir apresenta-se a última parte da fase C da unidade didática, contendo a reflexão sobre o conteúdo e a transferência das descobertas de Leonardo da Vinci para o presente.

Tabela 1. Fase A para IBL e DT

| Grupo A – IBL                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Grupo B – DT                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Conteúdo das aulas 1 e 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Conteúdo das aulas 1 e 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p>O professor mostra uma gravura da ponte de Leonardo. Discussão com os alunos sobre Leonardo da Vinci e seus talentos (desenvolver um mapa conceptual com os alunos).</p> <p>O professor apresenta o objetivo da unidade: “Agora vocês são investigadores e vão preparar um livro de investigação para a sistematização da documentação sobre o que descobriram sobre a ponte de Leonardo. No final, os livros de investigação serão apresentados, também como objetos artísticos.</p> <p>Os alunos trabalham em pares para descobrir a razão do fenómeno da ponte funcionar sem cola ou pregos. Registam as suas ideias.</p> <p>Os alunos tentam construir a ponte, com base na fotografia e desenvolvem perguntas de investigação:</p> <p>-Quem construiu a maior ponte?</p> <p>-Quem construiu a ponte com o mínimo de ripas?</p> <p>Os alunos fazem o trabalho experimental e apresentam as suas ideias em plenário. A reflexão começa com o foco na realidade para aprenderem sobre o efeito de travamento automático.</p> | <p>O professor mostra uma gravura da ponte de Leonardo. Discussão com os alunos sobre Leonardo da Vinci e seus talentos (desenvolver um mapa conceptual com os alunos).</p> <p>O professor apresenta o objetivo da unidade: “Vamos descobrir por que razão a ponte funciona” No quadro, professor e alunos desenvolvem um esquema com base na fotografia:</p> <div data-bbox="1149 568 1468 664" data-label="Image"> </div> <p>Os alunos usam a ficha de trabalho em pares:</p> <p>(a) Constrói um modelo esquemático da ponte de Leonardo, em que a unidade de comprimento da ponte seja 2,5 cm e <math>\beta = 150^\circ</math> para pontes com 3, 4 e 5 unidades de ponte. Consegues descobrir a fórmula para o ângulo <math>\gamma_n</math>?</p> <p>(b) Qual a função que usarás para descrever a ponte?</p> <p>Os alunos resolvem o problema e depois apresentam os resultados em plenário.</p> <p>Com o foco na realidade, realiza-se a discussão e a reflexão.</p> |

Tabela 2. Fase C – Parte final para o IBL e o DT

| Grupo A – IBL                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Grupo B – DT                                                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Final da aula 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Final da aula 6                                                                                                                                                                                                                                 |
| <p>Como numa exposição, na sala de aula mostram-se os livros de investigação dos alunos. Antes disso, alunos e professor discutiram o que deve ser um bom livro de investigação. Depois, os alunos classificaram cada um dos livros. Foi premiado o aluno cujo livro teve classificação mais alta.</p> <p>Discussão plenária final: mostra-se a fotografia da ponte de Leonardo em As, Oslo: (ver à direita)</p> <p>Avaliação do projeto: os alunos escrevem o feedback em vários cartões de cor.</p> | <p>Discussão plenária final: mostra-se a fotografia da ponte de Leonardo em As, Oslo:.</p> <div data-bbox="1149 1420 1481 1659" data-label="Image"> </div> <p>Avaliação do projeto: os alunos escrevem o feedback em vários cartões de cor.</p> |

No âmbito da análise dos pré e pós testes relativos às crenças sobre a matemática, os vídeos das aulas ajudaram a comparar o comportamento dos alunos dos dois grupos do projeto. Apenas



foram transcritas as passagens das aulas relacionadas com o fenómeno das “ligações transversais”. Estas passagens foram discutidas no grupo e depois definiu-se o conceito de “ligação transversal”, com base nos dados empíricos.

## RESULTADOS DO ESTUDO

Analizada a lecionação de ambas as unidades didáticas, foi evidente que a do grupo IBL revelou-se mais desafiadora na sua planificação e ensino, quando comparada com o grupo DT. Uma das razões é que, no tempo dado, tornou-se mais fácil combinar a metodologia de DT com a utilização das fichas de trabalho. O tipo de ensino utilizado no grupo IBL foi uma experiência completamente nova para os alunos que precisaram de tempo para perceberem que têm de agir de forma mais independente, não sendo a aula centrada no professor. O grupo IBL ficou fascinado pela exploração e construção da ponte de Leonardo, durante o trabalho de grupo, de aprender e compreender o contexto matemático, físico, de engenharia e artístico. Para estes alunos, foi mais difícil congregar estes aspetos do que para os alunos do grupo DT. Ambos os grupos mostraram interesse pelo tema. Mesmo sem ter a variável género em consideração, constatou-se que os rapazes gostaram do tópico devido ao contexto técnico. Apesar das raparigas terem compreendido os conteúdos e trabalhado muito bem, fizeram notar, por exemplo, que uma unidade sobre o quadro da Mona Lisa também seria um desafio. Olhando para os elementos apresentados na unidade de ensino, a parte final da aula 6 foi muito bem-sucedida, no que diz respeito à abordagem das ligações transversais, no sentido que nós lhes damos. Não só no grupo IBL, mas também no grupo DT, os alunos foram capazes de utilizar linguagem técnica transversal às disciplinas. Por exemplo, quando se apresentou aos alunos a ponte em Oslo, um deles disse:

“A ponte parece muito bem e a sua estática depende da correção do modo como a conexão entre matemática e física foi realizada.” Observar o conhecimento dos alunos foi fantástico, isto porque o objetivo não era apenas construir a ponte de Leonardo e desfrutar disso, mas também mostrar a matemática, a física e a arte que estão por detrás ou fazê-los pensar sobre elas. Para nós, foi um enorme sucesso ao nível da observação. Como já anteriormente foi mencionado, em ambos os testes, pré e pós, havia uma questão aberta que perguntava aos alunos que conexão viam, ou não, entre a matemática e outras disciplinas. Nem todos os alunos responderam a esta questão (18 em 28), contudo uma aluna conseguiu reconstruir a ligação transversal depois das aulas. As afirmações seguintes são da Karen (15 anos). Escreveu antes e depois das aulas:

Não vejo uma conexão entre a matemática e outras matérias, excetuando com a química.

Figura 2. Afirmação anterior às aulas

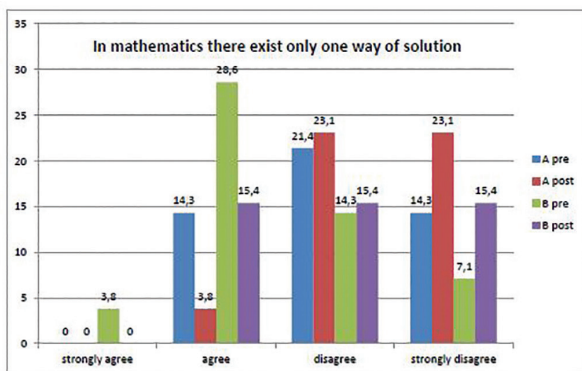
A matemática é a base da ciência. As aulas mostraram-me como é que a matemática está ligada à arte, física e arquitetura.

Figura 3. Afirmação posterior às aulas

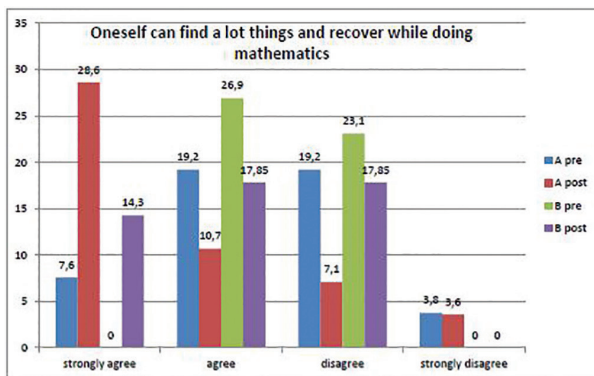
A maioria dos alunos não tinha a certeza quais seriam as disciplinas que se podiam ligar à matemática. A ciência estava habitualmente em foco, mas não houve nenhum aluno que tivesse mencionado a arte, a engenharia ou as tecnologias de informação, por exemplo. Depois das aulas da unidade, a Karen estava mais sensibilizada. Na afirmação da Karen, a sua “nova” conexão encontrada torna-se manifesta, pois ela refere-se ao projeto Leonardo quando menciona “arte, física e arquitetura”. A análise mostrou afirmações semelhantes em ambos os grupos, a respeito das ligações transversais. Apesar da amostra do estudo ser pequena, é óbvia a compreensão dos alunos na sua perceção da abordagem de ligações transversais. Ligar as disciplinas foi um objetivo central do projeto Leonardo. Pensamos que uma ligação transversal bem-sucedida também deve acontecer nos alunos, num nível metacognitivo. Com base nos dados empíricos e nos nossos pensamentos teóricos, apresentados no início, caracterizamos “ligação transversal” da seguinte forma: pode falar-se de ligação transversal se são combinadas pelo menos duas disciplinas (científicas) durante uma aula ou numa unidade inteira, refletindo-se nos alunos a nível metacognitivo.

Os resultados sobre as crenças matemáticas dos alunos são interessantes. O primeiro resultado central é a conclusão de que a alteração de crenças pode ser verificada nos dois grupos, apesar da intervenção ter sido curta, ela foi efetiva para a forma como os alunos viam a matemática, antes e depois da unidade. Não se podendo encontrar uma diferença entre os dois grupos, no que diz respeito à perceção das ligações transversais, são mais nítidas as diferenças quando se consideram as crenças sobre aspetos afetivos e emocionais, relacionados com a matemática. Apresentam-se mais resultados importantes nas duas figuras que se seguem, com os resultados dos testes pré e pós, em ambos os grupos. Em foco estão os itens “Em matemática existe apenas uma forma de resolução” e “Em matemática pode encontrar-se muita coisa e experimentar por si próprio”. Os primeiros itens representam uma perspetiva estática da matemática e os segundos uma perspetiva dinâmica.

Muitos alunos têm a ideia de que em matemática o que realmente interessa é achar uma solução. No pré-teste, os alunos dos dois grupos estiveram de acordo com esta visão, mais forte no grupo B com 28,6%. Depois de viverem esta experiência a sua visão alterou-se drasticamente, especialmente nos alunos do grupo A que não concordaram ou não concordaram totalmente. A interpretação é evidente, pois o grupo A foi mais fortemente encorajado do que o grupo B a colocar hipóteses e a modelar a construção da ponte. A influência da aprendizagem autónoma e independente no grupo IBL torna-se evidente quando se olha para os valores na figura 5.



**Figura 4.** Item "Em matemática existe apenas uma forma de resolução"



**Figura 5.** Item "Em matemática pode encontrar-se muita coisa e experimentar por si próprio"

Experimentar algo em matemática não se encaixava na perspectiva dos alunos, antes destas aulas, mas depois pode ver-se um aumento de 21% na categoria de acordo total. Simultaneamente, a aceitação desta afirmação diminuiu no grupo B. O estilo de ensino usado no grupo DT não parece ser adequado para mostrar que a matemática pode ser um "campo de investigação". Nem sempre é possível utilizar no quotidiano uma abordagem IBL mas ajuda bastante, como vimos, fomentar a ideia de como a matemática pode ser ligada transversalmente com outras disciplinas e como também pode ser vista enquanto disciplina de investigação.

## DISCUSSÃO

A finalidade deste artigo é descrever um contexto de aprendizagem STEM, inspirado por Leonardo da Vinci, sobre o tópico "A ponte de Leonardo". Resulta da análise que há diferença entre duas abordagens de ensino, a abordagem de área única de ensino e a de estabelecimento de ligações transversais. O contexto de aprendizagem STEM Leonardo da Vinci é uma abordagem de ensino de ligações transversais que incorpora uma abordagem IBL. Os resultados do estudo qualitativo com alunos do 9º ano de escolaridade demonstram que a ligação transversal entre disciplinas deve ser explicitada através de várias atividades (experimentais) e reflexões durante o percurso. A

comparação dos grupos IBL e DT, no que se refere a crenças e aspetos afetivos em matemática, revela que no grupo IBL houve mais alterações e um progresso mais forte. Assim, torna-se evidente que a IBL, num contexto de educação em STEM, se adequa muito bem enquanto estilo de ensino, tornando bem-sucedida a educação matemática interdisciplinar.

Fica claro que, apesar da educação em STEM ser fomentada por políticas educativas e promovida por governos espalhados pelo mundo, ainda existe a necessidade de haver mais investigação empírica e considerações teóricas.

## Referências

- Blum, w. & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be Taught and Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Doig, B.; Williams, J.; Swanson, D.; Borromeo Ferri, R. & Drake, P. (Ed.) (2019). *Interdisciplinary Mathematics Education – The State of the Art and Beyond*. New York: Springer.
- Edelson, D.; Gordin, D. & Pea, R. (1999). Addressing the Challenges of Inquiry-Based Learning Through Technology and Curriculum Design. *The Journal of the Learning Sciences*, 8(3-4), 391-450
- English, L. & King, D. (2015). STEM learning through engineering design: fourth-grade students' investigations in aerospace. *The International Journal of STEM Education*, 2, 2-18.
- Galev, T. (2015). Status Quo der MINT-Bildung in Europa: Ergebnisse der MARCH Studie. *Projekt Lebenslanges Lernen*. Europäische Union.
- Wolfgang K. (1998). *Selbsttätigkeit als Grundprinzip des Lernens in der Schule – Wiederaufnahme und Weiterentwicklung einer reformpädagogischen Idee und ihre Verwirklichung in der Schule*. Marburg Press.
- National Research Council. (2014). *STEM learning is everywhere: summary of a convocation on building learning systems*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Roth, W.-M. (2014). Interdisciplinary approaches in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 647–650). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Schoenfeld, A. (1985). Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behavior. In *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 20, No. 4, pp. 338-355.
- Star, J.; Chen, J.; Taylor, M.; Durkin, K.; Dede, C. & Chao, T. (2014). Studying technology-based strategies for enhancing motivation in mathematics. *The International Journal of STEM Education*, 3-19.
- Williams, J; Roth, W.-M.; Swanson, D.; Doig, B.; Groves, S.; Omuvwie, M.; Borromeo Ferri, R. & Mousoulides, N. (2016). *Interdisciplinary Mathematics Education. A State of the Art*. New York: Springer.

Internet resources: [www.STEMconnector.org](http://www.STEMconnector.org)

**RITA BORROMEO FERRI**

**ANDREAS MEISTER**

UNIVERSIDADE DE KASSEL, ALEMANHA

**TRADUÇÃO DE FERNANDO NUNES**



# Inquiry-Based Learning: Uma ponte para a interdisciplinaridade?

O termo *Inquiry* foi mantido ao longo deste número temático na sua forma original, devido, na nossa opinião, às possíveis traduções não representarem a abrangência do seu significado. O *Inquiry* é muito utilizado nas Ciências Físicas e Naturais, particularmente em designações como *Inquiry-Based Learning* ou outras, alinhadas com uma abordagem de carácter investigativo ao ensino e a aprendizagem das Ciências. No entanto, é pouco habitual encontrar este vocábulo em contextos relacionados com o ensino e aprendizagem da Matemática. Isso, obviamente, não significa que em Didática da Matemática não encontremos as mesmas ideias e princípios, expressos com outros termos ou de outra forma. Nos próximos parágrafos iremos discutir o significado de *Inquiry* e *Inquiry-Based Learning*. Procuraremos com isso convidar à reflexão acerca da importância do *Inquiry* enquanto elemento fundamental na construção de uma linguagem interdisciplinar, de aproximação da Matemática às outras disciplinas escolares, em particular àquelas ligadas às Ciências e às Tecnologias.

A palavra *inquiry* é de difícil tradução para português. Apesar de encontrarmos diversas propostas, como por exemplo, “inquerito”, “inquirição”, “interrogação”, “investigação”, “pesquisa”, para mencionar apenas as mais comuns, os seus contextos de utilização tendem a ser diferentes, variando do jurídico, ao científico ou até ao (mais ou menos) informal. De acordo com Hutchings (2007), o termo *Inquiry* refere-se, de um modo geral, a uma ação – um processo – de procura de informação, de conhecimento, de esclarecimento relativo a algum assunto ou tema. Já Jarrett (1997) sublinha a vertente de procura ativa – um comportamento – no sentido de proporcionar explicações para fenómenos observados e que despertam curiosidade. Percebe-se assim que ao *Inquiry* está associada uma atitude de questionamento e de exploração.

Na perspetiva de educação em Ciências, Pedaste et al. (2015) apresentam uma descrição bastante abrangente daquilo que caracterizam como *Inquiry-Based Learning* (IBL). Assim, e de acordo com estes autores, IBL é, em tradução livre, “uma estratégia educacional na qual os estudantes utilizam métodos e práticas semelhantes àqueles usados pelos cientistas profissionais de modo a construir o seu conhecimento” (p. 48). Acrescentam que IBL é uma abordagem à resolução de problemas, pelo que mobiliza diversas competências para esse fim. O IBL coloca assim a tónica nas aprendizagens ativas, com os alunos a assumirem responsabilidade na construção do seu próprio conhecimento. Referem estes autores que neste processo, “os alunos frequentemente empreendem uma aprendizagem autodirigida,

num processo parcialmente indutivo e parcialmente dedutivo, realizando experiências para investigar as relações de pelo menos um conjunto de variáveis dependentes e independentes” (Pedaste et al., 2015, p. 48). Este processo também está presente na Matemática. Se, por um lado, a Matemática é uma ciência dedutiva, na qual os resultados estabelecem-se por dedução lógica partindo de pressupostos assumidos, também é verdade que numa perspetiva de descoberta, o trabalho matemático recorre muitas vezes à heurística, para a resolução de problemas, e ao raciocínio indutivo, no estudo de situações e casos particulares na procura de regularidades e de padrões.

Apesar deste paralelismo, não é habitual encontrar referência ao IBL em contextos de Educação Matemática, enquanto é uma terminologia consolidada no ensino das Ciências. Por exemplo, os autores do Relatório Rocard consideraram o *Problem-Based Learning*, a aprendizagem a partir de problemas, como o correspondente para a Matemática do *Inquiry-Based Science Education* (IBSE) para as Ciências, encarando o termo *Inquiry* como inerentemente associado a procedimentos experimentais, logo, pouco relacionados com a Matemática (Rocard et al., 2007). Contudo, alguns investigadores, apesar das especificidades da Matemática, têm procurado alargar o IBL, tendo como elemento central as conexões e os processos que unem a Matemática e as Ciências (Artigue & Batist, 2012). No Projeto Fibonacci<sup>1</sup>, desenvolvido com o objetivo de criar um processo de disseminação de métodos de ensino-aprendizagem *Inquiry* em Ciências e em Matemática, foram definidos os conceitos de *Inquiry-Based Science Education* (IBSE) e *Inquiry-Based Mathematics Education* (IBME). O conceito IBSE aparece caracterizado de forma muito semelhante ao conceito de IBL apresentado anteriormente neste texto. No caso da Matemática, o *Inquiry* é entendido, à semelhança do que acontece com as Ciências, como um processo que se inicia com uma questão ou um problema. A procura das respostas é feita recorrendo à observação, à exploração, à realização de experiências de diversos tipos, suportadas por materiais manipuláveis, recursos digitais ou outros, sendo mobilizadas tanto estratégias e outras capacidades ligadas à resolução de problemas, como procedimentos e técnicas matemáticas. Muitas vezes este processo conduz à formulação de conjecturas, que se procuram validar e de alguma forma justificar (Artigue & Batist, 2012). Repare-se nos elementos comuns ou análogos às Ciências: o *Inquiry* como processo de procura de novas ideias e

<sup>1</sup> <http://www.fibonacci-project.eu/project/principle>

relações, com o aluno a formular hipóteses e a testá-las através de experiências e/ou fazendo observações, a valorização da ação do aluno, o *Inquiry* como processo parcialmente indutivo e parcialmente dedutivo, etc.

Há ainda aspetos unificadores, por exemplo, o ciclo de *Inquiry* e o ciclo de modelação, essencial para a descrição e explicação dos fenómenos naturais. Apesar de nem toda a modelação usada em Ciências ser matemática, muita dela é, sempre que essa descrição assume um carácter quantitativo e a linguagem verbal deixa de ser suficiente para expressar relações e propriedades (Artigue & Batist, 2012). Apesar da Matemática se debruçar sobre o estudo de conceitos abstratos e das relações que se estabelecem entre eles, isso não impede a sua apreensão a partir da observação do meio ou de problemas provenientes de outras áreas.

A questão do desenvolvimento de uma pedagogia *Inquiry* para o ensino da Matemática aparece já discutida, em 1991, por Paul Ernest, no último capítulo<sup>2</sup> da sua obra *The Philosophy of Mathematics Education*. Aqui encontramos algumas ideias conhecidas dos leitores desta revista e que constituem o cerne da pedagogia *Inquiry* (Ernest, 1991):

- A valorização da atividade matemática dos alunos como elemento fundamental para a aprendizagem;
- O reconhecimento da resolução de problemas e das abordagens investigativas, realizadas a partir da exploração e problematização em torno de uma questão de partida, como atividade matemática produtiva e qualitativamente comparável ao trabalho desenvolvido pelos matemáticos profissionais;
- A identificação da Resolução de Problemas, a par das Investigações e da Descoberta Guiada como os diferentes métodos *Inquiry* de aprendizagem da Matemática, em função do tipo de tarefas que são propostas e dos papéis do professor e dos alunos.

A caracterização de Ensino-Aprendizagem Exploratório, empreendida por Ponte (2005), pode ser entendida como uma concretização desta ideia de *Inquiry*, tendo por base a discussão da natureza das tarefas e de como estas se combinam no processo de gestão curricular desenvolvido pelo professor.

Parecem, portanto, existir bastantes zonas de proximidade entre as noções de *Inquiry* em Ciências e em Matemática. Sendo que existe já uma ampla base teórica, não fará sentido articular conceitos com vista à construção de uma pedagogia comum? Será que não temos aqui um elemento importante para o desenvolvimento e aprofundamento do trabalho interdisciplinar nas escolas?

Pense nisto!

<sup>2</sup> No original, Investigation, Problem Solving and Pedagogy. Este texto foi inclusivamente traduzido para português como parte de uma compilação organizada por Paulo Abrantes, Leonor Cunha Leal e João Pedro da Ponte e publicada pela APM em 1996, com o título “Investigar para Aprender Matemática - Textos selecionados”

## Referências

- Artigue, M., & Batist, P. (2012). *Inquiry in Mathematics Education*. Fibonacci Project. Disponível em [https://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/action\\_internationale/inquiry\\_in\\_mathematics\\_education.pdf](https://www.fondation-lamap.org/sites/default/files/upload/media/minisites/action_internationale/inquiry_in_mathematics_education.pdf)
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Routledge Falmer
- Hutchings, W. (2007). *Enquiry-Based Learning: Definitions and Rationale*. Manchester: University of Manchester
- Jarrett, D. (1997). *Inquiry Strategies for Science and Mathematics Learning*. Portland: Northwest Regional Educational Laboratory
- Pedaste, M., Maeots, M., Siiman, L. A., Jong T, d., van Riesen, S. A. N., Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C., & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational Research Review*, 14, 47-61.
- Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *Rocard report: “Science education now: A new pedagogy for the future of Europe”*. EU 22845, European Commission.

NELSON MESTRINHO

BENTO CAVADAS

## PUBLICIDADE APM

Na sede da APM ou na loja online podem ser adquiridos os jogos (tabuleiros, peças e instruções) que integram o **Campeonato de Jogos Matemáticos**.



PENSE NISTO

# Sol e sombra (e um pouco de astronomia)

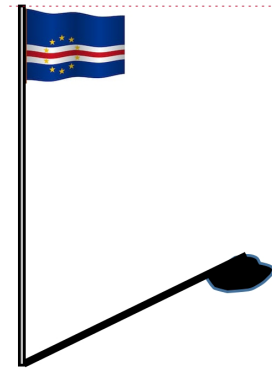
O Alberto foi passar estas últimas férias de verão a Cabo Verde. No centro da grande praça, em frente ao hotel da Cidade da Praia onde se alojou, havia um enorme poste com a bandeira daquele país.

Num dos dias, o Alberto reparou que, num certo momento, o poste não fazia qualquer sombra.

Duas horas depois a sombra do poste media 6,73 metros.

Qual foi o comprimento da sombra passadas mais duas horas?

**Pergunta adicional:** Consegues descobrir em que dia isto pode ter acontecido?



(Respostas até 30 de março, para zepaulo46@gmail.com)

## O TERCEIRO LADO

O problema proposto no número 152 de Educação e Matemática foi o seguinte:

*Um triângulo obtusângulo tem um lado que mede 10 centímetros e outro que mede 26 centímetros.*

*Entre que valores pode variar o comprimento do terceiro lado?*

Recebemos 13 respostas, enviadas por Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Ana Loureiro, Francisco Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), Letícia Martins (Guimarães), Luís Bernardino, Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Regina Veríssimo (Paião), Rita Bastos (Lisboa), Susana Dias (Torres Novas) e Xuyong Dong (Guimarães).

A maioria das resoluções seguiu uma via puramente analítica mas outras houve que, como veremos adiante, partiram de uma figura geométrica para chegar ao resultado.

### 1º Processo (analítico)

Seja  $x$  o lado desconhecido.

Caso A) O maior lado mede 26.

Aplicando a desigualdade triangular vem  $x + 10 > 26$ , logo  $x > 16$ .

Como o triângulo é obtusângulo, temos  $x^2 + 10^2 < 26^2$ , logo  $x < 24$ .

Então,  $16 < x < 24$ .

Caso B) O maior lado é  $x$ .

Aplicando a desigualdade triangular vem  $x < 26 + 10$ , logo  $x < 36$ .

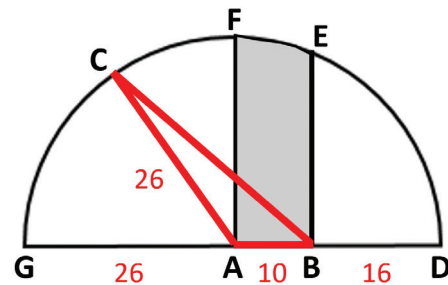
Como o triângulo é obtusângulo, temos  $x^2 > 26^2 + 10^2$ , logo  $x > \sqrt{776}$  ( $\approx 27,86$ ).

Então,  $\sqrt{776} < x < 36$ .

Conclusão, a medida do terceiro lado pertence ao conjunto  $]16, 24[ \cup ]\sqrt{776}, 36[$ .

### 2º Processo

A Graça, o Alberto, o Mário e o Pedrosa partiram de figuras geométricas. Damos a palavra ao Mário.



A semicircunferência tem centro em A e raio 26 centímetros, com  $\overline{AB} = 10$  cm.

O ponto C desloca-se no arco DG, extremos excluídos.

O triângulo [ABC] será obtusângulo, desde que C não pertença ao arco EF.

Pelo teorema de Pitágoras, o lado [BC] medirá 24 cm quando C coincidir com E, e  $\sqrt{776}$  cm quando C coincidir com F.

Entre D e E (excluídos) teremos então medidas do terceiro lado entre 16 e 24 cm.

De F a G (excluídos), medidas entre  $\sqrt{776}$  e 36 cm.

Conclusão,  $\overline{BC} \in ]16, 24[ \cup ]\sqrt{776}, 36[$ .



# Academi@ STEM Mangualde - Um projeto inovador em Portugal

Há dezassete anos, cerca de 80 professores de matemática do ensino secundário chegavam a Mangualde para uma formação do acompanhamento dos programas de matemática do ensino secundário. Para além dos autores dos programas, sempre presentes, esperava-os José Miguel Sousa, professor de matemática e diretor do centro de formação.

Uns dias antes, os autores tinham-lhe ‘encomendado’ a preparação da descoberta de Mangualde pelos professores, desafiando-os a delinear um projeto que envolvesse matemática. Foram 21 os projetos, envolvendo, por exemplo, a Arquitetura no Mosteiro de Santa Maria de Maceira Dão, a Central Hidroelétrica de Fagilde, os bordados de Tibaldinho ou a Adega Cooperativa de Penalva do Castelo, em que os professores mergulharam. Vivíamos uma época de trabalho interdisciplinar, em que se criara a Área de Projeto e se desenvolviam projetos em matemática. É o mesmo José Miguel Sousa que recebe em 2019 a equipa da Educação e Matemática para nos falar da história do projeto Academi@ STEM Mangualde e que nos leva a visitar o ambiente educativo inovador em que o projeto se desenvolve. É nas vozes de com quem interagimos que contamos este projeto.

## ENQUADRAMENTO DO PROJETO ACADEMI@STEM MANGUALDE

Começamos com José Miguel Sousa (JMS), diretor do Centro de Formação EduFor, que clarifica a organização do projeto.

**Educação e Matemática (E.M):** Como surgiu este projeto?

**JMS:** Tudo começou em 2016, quando o vereador da educação da Câmara de Mangualde me pediu uma opinião sobre as candidaturas a fundos europeus na área da educação. Como tive conhecimento de que haveria hipótese de candidaturas de projetos que envolvessem a abordagem STEM (Science Technology Engineering and Mathematics) no 1º CEB, sugeri que este tema fosse central para um projeto do município. Nasce assim a Academi@ STEM de Mangualde, um projeto cofinanciado pela Comunidade Intermunicipal de Viseu Dão Lafões, gerido pelo Município de Mangualde, destinado aos alunos do Agrupamento de Escolas de Mangualde e tendo o EduFor como um dos seus principais parceiros. Constituída a equipa de supervisão (figura 1) – da esquerda para a direita: membro da Direção do Agrupamento de Escolas de Mangualde, Fernando Espinha, vereador da Educação da CMM, Rui Costa, um professor do agrupamento, José Martins e eu – começamos a discutir a integração de outros parceiros, como a Direção-Geral de Educação, elementos externos à escola, público-alvo, entre outros aspetos.

Decidimos contratar duas pessoas a tempo inteiro para apoio aos professores do agrupamento que iriam participar no projeto. Era muito importante ter alguém da área da educação, com alguma experiência, que estivesse à vontade com novas metodologias, na área do pensamento crítico e com bagagem científica e didática. O projeto passou a contar com Fábio Ribeiro, cuja formação base é ensino de 1º e 2º CEB e doutorado em Multimédia em Educação e Didier Dias para a parte logística e comunicação do projeto. O espaço de trabalho ficou a escola sede do Agrupamento, a

secundária Felismina Alcântara, o que fez toda a diferença, pois se ficassem num gabinete na câmara municipal o contacto com os professores seria mais difícil.



Figura 1. Reunião da equipa de supervisão

**EM:** Fala-nos agora sobre a preparação e o arranque do projeto

**JMS:** O projeto iniciou-se em abril de 2018, bem antes de começar o ano letivo. Procurámos que a primeira iniciativa tivesse impacto na comunidade, mostrasse os ambientes que pretendíamos criar e fosse mobilizadora. Durante uma semana foram desenvolvidas atividades para alunos, pais, professores, e foi também o momento oficial de assinatura do protocolo entre a Câmara Municipal, Centro de Formação EduFor, Agrupamento de Escolas de Mangualde, DGE, e as empresas que desde logo entraram no projeto. Posteriormente, outras entidades como, por exemplo, o Palácio dos Condes de Anadia e as Termas de Alcafache também colaboraram. E começámos muito bem, pois abrimos a semana com um grande evento, a participação na STEM Discovery Week europeia, através de uma conferência a partir de Mangualde para toda a Europa.

Depois, entre abril e setembro, preparou-se o ano letivo 2018-2019, ano de início do projeto no agrupamento. A direção selecionou todas as turmas do 2.º ano, um ano que já integrava

o projeto de promoção do Sucesso Educativo, uma turma piloto de 5.º ano e outra de 7.º ano. Procedeu-se depois à análise das planificações dos referidos anos, estruturação das atividades, a frequência e metodologia a usar e à reunião com os professores que iriam lecionar, sendo que o objetivo era integrar o projeto nas aulas e não criar tarefas extra, mas trabalhar os conteúdos de forma diferente. No 2.º ano analisaram-se as planificações de Matemática e Estudo do Meio, no 5.º ano as de Matemática e Ciências Naturais e no 7.º ano trabalharam-se em conjunto Ciências Naturais, Matemática, Física e Química e TIC.

Além de toda a equipa de professores, do Fábio e do Didier, trabalhamos também com o João Fernandes, consultor externo do projeto Academi@STEM Mangualde, da área das Ciências, e doutorado em Ciências da Educação. O João, vivendo na região de Lisboa, vem cá diversas vezes, reúne connosco, com os professores e, com uma visão externa, é sem dúvida uma mais valia neste projeto.

**EM:** Como concretizaram o desenvolvimento do projeto?

**JMS:** Após análise das planificações, dos três anos de escolaridade que entraram no projeto, foi preciso tomar decisões, com os professores que iriam lecionar os respetivos anos de escolaridade a partir de setembro. No 2.º ano ficou definido que iriam implementar tarefas quinzenalmente. Nos 5.º e 7.º anos foi necessário mover alguns conteúdos para que fossem lecionados nas duas ou três disciplinas, possível pela autonomia e flexibilidade curricular. Foram também criados blocos das disciplinas para permitir um trabalho mais fluído. Assim, no 5.º ano ficaram 2 projetos de 3 semanas no 1.º e 2.º períodos e 1 semana no 3.º período e no 7.º ano, quinzenalmente, nos 2 blocos criados. No que respeita ao 2.º ano, quinzenalmente, trabalhavam numa manhã as áreas de estudo do meio e matemática.

A professora de Matemática e Ciências Naturais na turma de 5.º ano era a mesma, o que foi uma vantagem. Relativamente à turma de 7.º ano, as disciplinas foram agrupadas, criando-se blocos com as 3 disciplinas. Após a primeira versão das atividades a propor, seguiram-se reuniões com os professores para reflexão e para integrar contributos (figura 2). A partir do momento que tudo estava acordado eram construídos os guiões com orientações, materiais necessários, e, na data combinada, o Fábio e/ou o Didier colaboravam com o professor na implementação da atividade. Saliento também o papel do professor Ângelo, de física e química, no desenvolvimento de atividades, sobretudo laboratoriais.

Dado o papel que os técnicos Fábio Ribeiro (FR) e Didier Dias (DD), contratados pela Câmara Municipal de Mangualde a tempo inteiro para apoio aos professores, auscultamos as suas perspetivas.

**EM:** Fábio, é doutorado em Multimédia em Educação. Que mais valias trouxe a sua formação a este projeto?

**FR:** A área das Ciências e o desenvolvimento do pensamento crítico continuaram a ser o meu foco. É precisamente a natureza da minha investigação que se cruza com o STEM e os quadros conceptuais que estão na base desta orientação, em particular, no desenvolvimento de um trabalho interdisciplinar, na exploração de problemáticas atuais, na resolução de problemas, no desenvolvimento de competências e numa forte utilização de tecnologias. Com este projeto tive a oportunidade de trazer para o ensino a maioria do que havia aprendido, trabalhado e desenvolvido ao longo de cerca de 6 anos de investigação. Tal só foi possível por trabalhar com um grupo de professores, que estão realmente abertos à mudança, envolvidos num trabalho colaborativo com um objetivo comum - melhorar o processo de ensino e aprendizagem em Mangualde. De importância capital, o trabalho do João Fernandes (consultor externo) que acompanha e se envolve com contributos extremamente valiosos, bem como da Fátima Costa (elemento da Câmara Municipal de Mangualde) que agiliza processos e estabelece contactos fundamentais para a realização de uma grande parte das atividades STEM. Sinto-me um privilegiado por poder aprender tanto com eles.



**Figura 2.** Reunião de planificação e preparação de atividades no gabinete da Academi@STEM

**EM:** Que balanço faz do projeto?

**FR:** Quando entrei para o projeto estava previsto realizar um trabalho mais focado no desenvolvimento de atividades STEM e no apoio à sua dinamização em colaboração com determinados professores. Após algum tempo, passei a coordenar o projeto, fazendo a ponte entre a equipa de supervisão e o trabalho no “terreno”. O desafio foi (e é) extremamente motivante, aliciante, exigente e de constante provação. Trabalhar em equipa, procurar consensos, discutir caminhos a seguir, reunir com empresas locais para o desenvolvimento de atividades, dinamizar ações de formação para professores foram tarefas realizadas ao longo de quase um ano e meio. O balanço não poderia ser mais positivo. A título de exemplo posso referir que elementos da DGE, a quem apresentámos o projeto, o destacaram como um exemplo a nível

nacional e que, num encontro de Boas Práticas da DGEstE, no âmbito da Autonomia e Flexibilidade Curricular, foi apontada a excelência do trabalho desenvolvido e destacada a inovação e a preocupação com questões sociais e ambientais.

O alargamento da metodologia STEM no Agrupamento de Escolas de Mangualde a todas as turmas do 2.º, 5.º e 7.º anos, para além da continuidade das turmas do ano letivo anterior (3.º anos, 6.º F e 8.º G) é outro aspeto a destacar. O projeto foi ainda apresentado em diversos eventos como, por exemplo, no Science on Stage, tendo o feedback geral sido extremamente positivo. Importa também salientar a satisfação e o grau de envolvimento dos encarregados de educação, das empresas e, sobretudo, dos alunos. Estou certo que em breve olharão para o modelo aqui criado em Mangualde como uma referência.

**EM:** Didier, qual foi o seu contributo para o projeto?

**DD:** Maioritariamente, prende-se com a logística e comunicação inerentes a atividades STEM desenvolvidas. Desde materiais necessários, bem como a gestão das redes sociais (Facebook, Instagram e Youtube) e de todos os locais onde divulgamos informação de forma recorrente (NOMYU, STEM Walls, site da câmara, site da escola). Além disso, recolho ainda registos das atividades, em formato vídeo ou fotografia, para posteriormente proceder à construção de novelas gráficas ou divulgação de conteúdo e dou o suporte em sala de aula, no uso de nova tecnologia ou ferramenta. Também ajudámos a desenvolver alguns registos de avaliação, como o ClassDojo, uma plataforma usada para registos de competências, no 2.º ano e questionários a partir do Google Forms, aplicados, sobretudo, no 5.º e 7.º anos.

**EM:** Que balanço faz do projeto?

**DD:** Parece-me que os alunos envolvidos têm agora noção de que qualquer lugar pode ser uma sala de aula. O contexto “fora da sala de aula” começa a ser visto como uma extensão da mesma. Os encarregados de educação tiveram uma reação muito positiva, sendo que praticamente todos estiveram envolvidos em pelo menos uma atividade. As parcerias estabelecidas entre as várias entidades potenciaram o nosso envolvimento, que tornou as atividades mais ricas e marcantes para os alunos.

No final, a evolução dos alunos em termos das suas competências tecnológicas é enorme! O constante trabalho colaborativo também contribui para uma notória melhoria dos seus comportamentos sociais, um facto referido por várias professoras. Nas atividades, os alunos muitas vezes nem se apercebem que estão a trabalhar conteúdos de matemática, mas eles estão lá.

## **A IMPLEMENTAÇÃO E A AVALIAÇÃO DO PROJETO ACADEMI@ STEM MANGUALDE PELOS PROFESSORES**

Partilhamos os testemunhos dos professores, atores principais no desenvolvimento do projeto.

## **2.º ano – Professora Luísa Figueiredo**

Ao longo das sessões do projeto STEM, que consideramos Domínios de Articulação Curricular (DAC), a Matemática surgiu sempre em articulação com outras disciplinas do currículo, normalmente com Estudo do Meio, e com as TIC e Cidadania e Desenvolvimento. As atividades apresentadas contribuíram tanto para uma melhor compreensão dos temas em estudo nessas disciplinas, como para o desenvolvimento de competências, de procedimentos e da construção e consolidação de conceitos matemáticos específicos.

A apresentação de informação real sobre o meio foi uma constante nas atividades STEM. Várias sessões STEM ocorreram em contextos não convencionais, como na cantina da escola, na Biblioteca Municipal, no Estádio Municipal, no Parque Infante D. Pedro (em Aveiro), na Sala do Futuro (na sede do Agrupamento de Escolas de Mangualde), no logradouro da escola. Nestas sessões, privilegiou-se o uso de tecnologias de informação e comunicação, nomeadamente de aplicações instaladas em portáteis ou tablets (Google Keep, Google Earth, GPS, Pedómetro e aplicação do EduPARK).

As sessões em sala de aula foram caracterizadas por mais ruído (que não reprovamos, antes aplaudimos), maior envolvimento ativo, mais comunicação e colaboração, mais motivação e maior capacidade de realização. Também nestas sessões o recurso à tecnologia foi frequente, quer na leitura e análise de informação em sites e vídeos, quer na utilização de materiais (Bee-bots e respetivas réguas) e aplicações instaladas em tablets e portáteis (Google Earth, Google Keep, Mindomo, Google Sketchup, Time.Graphics).

As atividades, normalmente em pares ou pequenos grupos, promoveram a compreensão, o raciocínio e a comunicação matemática e, ainda, a cooperação, o espírito crítico, a participação ativa e a autonomia. Nestes ambientes de grande à-vontade, e naturalmente motivadores, os alunos manusearam, relacionaram, ordenaram, mediram, experimentaram, descobriram, comunicaram e registaram. Tiveram oportunidade de reconhecer a presença da Matemática no mundo real e de, através desta, acederam a uma melhor compreensão da realidade envolvente.

Da diversidade de propostas destacamos a atividade “Cuidados a ter na alimentação” (figura 3), em que os alunos fizeram análise de gráficos e tabelas da DGE (necessidades energéticas e valores energéticos da refeição para o grupo etário do pré-escolar e do 1.º CEB) para posterior verificação do valor energético da refeição do dia servida na cantina da escola. Envolveu a pesagem dos alimentos, em balança digital, com preenchimento de um Excel previamente preparado para conversão dos valores e a manipulação dos sólidos geométricos na aplicação Google SketchUp. Destacamos ainda a atividade “Da nossa escola até à sala do futuro”, sobre itinerários, utilizando tecnologia (tabletes



por grupo, cada um com uma aplicação diferente instalada e, ainda, o odómetro), cada grupo de alunos, seguindo o percurso indicado no GPS, registou no Google Keep cada um dos três percursos definidos (fotos legendadas de pontos intermédios interessantes, nomes de ruas...) e resolveu no tablet os problemas apresentados, na Biblioteca Municipal (distribuição de livros por prateleiras de estante - divisão com sentido de partilha e frações unitárias); o Estádio Municipal (medição do comprimento das linhas da grande e da pequena área, com recurso ao pedómetro - aplicação no tablet - e odómetro); a fonte da Quinta Alpoim (situações de multiplicação com a tábua do 6). Na Sala do Futuro, cada grupo apresentou aos restantes, no quadro interativo, o percurso seguido, o seu comprimento, bem como as atividades realizadas nos pontos intermédios.

Relativamente à avaliação das aprendizagens, focadas nas “Aprendizagens Essenciais” e “Perfil do Aluno”, privilegiou-se a observação direta considerando como indicadores: empenho, responsabilidade, comunicação, cooperação, correção, e, também, as produções do grupo ou aluno, numa dimensão essencialmente formativa. As fichas de avaliação periódica (intermédia e trimestral) com peso na avaliação sumativa integraram os conteúdos trabalhados nas atividades STEM, que foram sempre conteúdos definidos nas Aprendizagens Essenciais para o ano de escolaridade em causa. Utilizámos ainda, a partir de meados do 2.º período, a aplicação ClassDojo, sistematicamente, em sala de aula, com resposta muito positiva de todos os alunos. Cremos que poderemos vir a aperfeiçoar significativamente esta dimensão do ensino/aprendizagem, tendo em conta a natureza interdisciplinar das atividades e o trabalho de grupo desenvolvido pelos alunos. O envolvimento das famílias dos alunos excedeu em larga medida as nossas expectativas, tendo colaborado totalmente no que lhes foi solicitado.



**Figura 3.** Atividade dinamizada no refeitório escolar com alunos do 2.º ano

Importa referir que a Coordenação da Escola implicou-se na criação das condições necessárias à concretização das atividades. Apenas a desatualização do equipamento informático disponível

nas salas de aula, nomeadamente o computador do professor, com avarias muito frequentes, causou alguns transtornos. É com muito agrado, e acreditando que o Projeto STEM contribui para o sucesso dos alunos que, no presente ano letivo, nos encontramos a dar-lhe continuidade.

### 5.º ano – Professora Fátima Pinto (FP)

**EM:** Em que consistiu o trabalho desenvolvido?

**FP:** No 2º CEB optou-se por trabalho de projeto, que se desdobrou em atividades interdisciplinares, priorizando-se matemática e ciências, por serem disciplinas lecionadas pela mesma docente. Os projetos envolveram análise das aprendizagens essenciais, sinalização das temáticas que se poderiam desenvolver com expressividade no contexto local, mobilização dos conteúdos programáticos, definição das entidades locais que poderiam contribuir para o desenvolvimento das competências selecionadas de acordo com o perfil do aluno, globalização das temáticas trabalhadas a nível local, priorização do trabalho colaborativo na resolução de problemas e a avaliação centrada no desempenho dos alunos durante o trabalho desenvolvido. As planificações tradicionais deixam de ter enquadramento nesta metodologia de trabalho uma vez que os conteúdos programáticos são requisitados em função das necessidades pedagógicas, inerentes ao projeto. Este aspeto dissuadiu alguns colegas, por terem de abdicar da sequencialidade dos programas e sair da área de “conforto”.

**EM:** Como planificaram todo o trabalho?

**FP:** O trabalho colaborativo entre a equipa de trabalho da academia STEM, docentes e comunidade desenvolve-se em reuniões de trabalho semanais, que se iniciaram em setembro e que se prolongaram, ao longo de todo o ano. No período de concretização dos projetos o docente titular da turma trabalha em parceria com os docentes da equipa STEM, que apoiam a implementação das atividades, sendo a parte tecnológica assegurada pelos técnicos do STEM. O facto de podermos usufruir da colaboração empenhada e profissional de quem domina ferramentas de trabalho inovadoras, e para as quais os docentes titulares de turma nem sempre têm formação, confere uma grande segurança e conforto emocional a quem aderiu a este projeto, por convite.

**EM:** Quais foram as mais valias das parcerias com a comunidade?

**FP:** Os alunos e a escola inserem-se numa comunidade local e global que, futuramente irá acolher aqueles cidadãos que a escola formou. Faz todo o sentido que a escola promova o envolvimento e a proximidade dos seus alunos com a comunidade, fomentando a responsabilidade cívica de intervirem na resolução de problemas da sociedade em que se inserem. Neste sentido, toda a atividade da Academia STEM privilegiou esta vertente de participação cívica e tolerante na tomada de decisões aquando da problematização de situações de aprendizagem sustentadas por cenários da vida quotidiana (figura 4).

**EM:** Quais as reações de pais e alunos a este Cenário de Aprendizagem?

**FP:** O envolvimento, aceitação, confiança e acompanhamento dos encarregados de educação foi evidente, não perguntavam pelos testes. No fim do ano letivo deslocaram-se à escola para assistir a uma apresentação dos seus educandos, relacionada com o desenvolvimento sustentável, que haviam feito ao longo do 3.º período. Além disso fizeram imensa pressão e mobilizaram-se no sentido de garantir a continuidade do projeto.



**Figura 4.** Alunos do 5.º ano da turma piloto numa atividade outdoor suportada por tablets

Os alunos, ao longo do ano, foram tomando consciência de que todas as atividades desenvolvidas eram motivo de avaliação e, por essa razão, o envolvimento foi um crescendo ao longo do ano letivo. A motivação e o interesse pelas atividades proporcionadas foi evidente, como mostra o grande envolvimento dos alunos numa comunidade online criada a partir do SAPO Campus para trabalhar as atividades STEM.

### **7.º ano – Professoras Paula Loureiro (Ciências Naturais), Cristina Ligeiro (Matemática) e Filomena Monteiro (Física e Química) (PL,CL,FM)**

**EM:** Que balanço fazem do trabalho interdisciplinar, em particular quanto ao desenvolvimento do conhecimento em matemática por parte dos alunos?

**PL,CL,FM:** As atividades foram realizadas em articulação curricular de Ciências Naturais, Física e Química e Matemática, e pontualmente com outras disciplinas, com frequência quinzenal, numa forte articulação curricular em atinência ao “Perfil do Aluno”. Os alunos trabalharam de forma autónoma, sobre situações problemáticas, seguindo metodologias STEM e com utilização frequente de recursos tecnológicos.

Na disciplina de Matemática, os alunos que já tinham melhores resultados, adquiriram os conhecimentos específicos do currículo da disciplina e também desenvolveram algumas das competências do Perfil do Aluno. Não obstante, para os alunos que à partida tinham mais dificuldades nesta disciplina, foi necessário utilizar mais tempo para o reforço e sistematização de conteúdos essenciais, de modo a assegurar que as aprendizagens se efetuavam. Embora os alunos tenham estado, na generalidade, motivados, os seus resultados ficaram aquém das expectativas iniciais da professora, alunos e encarregados de educação.

Um dos exemplos de trabalho interdisciplinar, foi a aula realizada em coadjuvação entre a Matemática e as Ciências Naturais, relacionada com o estudo do fundo dos oceanos. Foi uma atividade que tornou, na nossa opinião, a aula mais atrativa para os alunos e mais óbvia a aplicabilidade da matemática na resolução de uma problemática real. O gráfico de uma função linear foi apresentado aos alunos recorrendo à representação num ficheiro Excel dos dados recolhidos, no âmbito das Ciências e organizados numa tabela. Através de um ficheiro Kml associado ao Google Earth os alunos determinaram a idade, em milhões de anos, de rochas recolhidas em vários pontos de sondagem no Oceano Atlântico e a distância, em Km, de cada um desses pontos ao Rifte, o que deu origem à tabela. O ficheiro Kml disponibilizado aos alunos, continha dados reais obtidos pelo projeto Deep Sea Drilling. No final, os alunos acabariam por concluir que o afastamento das rochas em relação ao Rifte e a idade das rochas é traduzido por uma função linear e que o fundo dos oceanos está em constante expansão e a taxa média dessa expansão é 20Km/M.a. ou seja, 2cm/ano, naquele local.

**EM:** Que tipo de estratégias e instrumentos de avaliação adotaram para avaliar o trabalho realizado no enquadramento dos cenários de aprendizagem que promovem a interdisciplinaridade?

**PL,CL,FM:** Procurou-se o envolvimento dos alunos em atividades desenvolvidas fora da escola, para promover uma aprendizagem contextualizada e o envolvimento com o meio local. Estimulou-se o desenvolvimento do sentido crítico e argumentativo. Promoveu-se a utilização consciente dos meios de pesquisa e recursos tecnológicos, a autonomia na aprendizagem e a interpretação da correta articulação curricular efetuada em cada atividade STEM desenvolvida.

Ao nível da avaliação procurou-se a diversificação dos instrumentos de recolha. Usaram-se fichas de avaliação formativa (com recurso pontual ao Google Forms), relatórios das aulas laboratoriais, trabalhos de grupo (pontualmente, usando o Padlet), observação do desempenho do aluno; testes; questões de aula, ficha de avaliação e testes em formato online e com as três áreas articuladas e questionários sobre a avaliação das atividades STEM na perspetiva do aluno, disponibilizados no Google Forms, em que o próprio aluno avalia a aprendizagem efetuada, indicando conceitos do currículo, adquiridos e não adquiridos nas várias disciplinas STEM.



Não obstante termos procurado adaptar a avaliação à metodologia utilizada, sentimos que o dispositivo de avaliação da escola ainda não se encontrava adequado a esta diversidade de instrumentos e de situações de avaliação. No presente ano letivo o dispositivo de avaliação já sofreu alteração, nomeadamente no peso atribuído aos testes.

**EM:** Quais as mais valias das parcerias com a comunidade?

**PL,CL,FM:** As parcerias envolveram a Universidade Católica (Viseu), Empresa de Transportes Internacionais Patinter, Planetário da Escola Profissional de Torredeita, Termas de Alfafache, Astrónomo José Augusto Matos, Museu do Quartzo em Viseu, entre outros. Foram várias as atividades em que contámos com a colaboração destes parceiros e todos se envolveram sempre ativamente na contextualização e delineamento de cada atividade, contribuindo para a construção de aprendizagens conjuntas, num contexto local e familiar ao aluno. O contributo dos parceiros foi, inclusivamente, ao nível da elaboração do guião do aluno.

**EM:** E quais foram as reações de pais e alunos a este Cenário de Aprendizagem?

**PL,CL,FM:** A satisfação dos alunos foi uma constante ao longo de todo o ano letivo. Não obstante os ritmos de aprendizagem serem muito diversificados, todos se envolveram ativamente e alguns proactivamente na preparação e desenvolvimento das atividades propostas, manifestando de forma espontânea a sua satisfação. A avaliação dos alunos sobre as atividades e a metodologia aplicadas, na resposta a um questionário anónimo no fim do ano, foi muito favorável. A generalidade dos encarregados de educação partilhou da satisfação manifestada pelos seus educandos. No entanto, alguns foram sentindo reservas ao longo do ano, preocupados com o facto dos seus educandos poderem não estar a corresponder ao grau de exigência desta metodologia de ensino, nomeadamente na disciplina de Matemática. Ainda assim, destacaram a evolução que dos seus educandos e aprovaram a metodologia utilizada. Alguns encarregados de educação que não se manifestaram favoráveis, mas também não se opuseram.

**EM:** Destacam alguns episódios que vos marcassem que queiram relatar? Obstáculos? Surpresas?

**PL, CL, FM:** Uma das boas surpresas foi a enorme evolução da aluna abrangida por medidas adicionais a todas as disciplinas, sobretudo e, substancialmente, ao nível das relações pessoais e sociais. Na opinião da Encarregada de Educação, da docente da Educação Especial e do restante Conselho de Turma tal ficou a dever-se à participação, frequente e com gosto, da aluna nas atividades desenvolvidas no âmbito do projeto. Sem menor relevância, observou-se ainda que os restantes alunos da turma também evoluíram, na integração da aluna e no envolvimento da mesma nas atividades de grupo.

Outra situação muito positiva a destacar resultou da tentativa dos alunos encontrar em uma solução para um problema local que se prende com a reflorestação da área ardida no concelho e o sequestro das emissões de CO<sub>2</sub>. Após estudos sobre as emissões de CO<sub>2</sub> pelos camiões da Patinter e sobre espécies arbóreas e a sua capacidade de sequestro de carbono, os alunos redigiram na aula de Português uma carta, em nome da empresa, que seria uma proposta à Câmara Municipal de Mangualde no sentido de realizar um protocolo de reflorestação que, de alguma forma, equilibrasse as emissões da frota da Patinter.

Outro “episódio marcante” envolveu a construção de um Friso Geocronológico intitulado “Parede que fala”, que resultou do trabalho colaborativo e voluntário dos alunos, fora do seu horário escolar. Fizemos réplicas de fósseis, investigamos e gravamos pequenos vídeos em grupo, contribuindo assim com informação, imagens e modelos para a descrição da história do nosso planeta, desde a sua formação até à atualidade. No final, apresentamos o seu trabalho a alunos do 5.º ano, professores e representantes de entidades parceiras do projeto (figura 5), demonstrando competências claras de comunicação a diferentes públicos. Todos os alunos, sem exceção, estiveram envolvidos nas diferentes fases do processo, tendo sobressaído o envolvimento e empenho nas atividades mais práticas daqueles que, por norma, têm resultados académicos e comportamentos menos satisfatórios. Este facto já havia sido notado em atividades anteriores.



**Figura 5.** Alunas do 7.º ano da turma piloto a apresentar o friso geocronológico

**EM:** Que avaliação fazem do trabalho realizado?

**PL,CL,FM:** Pensamos não estar erradas ao admitirmos que a generalidade dos alunos do 7.º ano beneficiou fortemente com a metodologia de trabalho STEM, com sólida articulação curricular. Estas, não obstante, obrigam a mais carga horária, o que, em alguns momentos, foi fator de stress, porque nunca deixámos de valorizar o cumprimento do currículo. Acreditamos ainda que os nossos alunos desenvolveram competências que,



não sendo fáceis de aferir em avaliações de curto prazo, terão impacto francamente positivo no seu percurso de vida, como a tomada de decisão, a resolução de problemas, a argumentação ou a comunicação. Estamos convictas de que esta metodologia, que faz mobilizar conhecimentos de várias áreas, aviva a inteligência inata, desenvolve o sentido de responsabilidade social e de respeito pelo outro e pelo planeta.



**Figura 6.** Equipa da Academi@ STEM Mangualde num dia de partilha do projeto na cidade do Porto

#### **A AVALIAÇÃO DO PROJETO ACADEMI@ STEM MANGUALDE PELA DIREÇÃO DO AGRUPAMENTO**

**EM:** A Direção Agrupamento abraçou o projeto Academi@ STEM Mangualde e deu-lhe condições logísticas de funcionamento. Que mais valias pensam que trouxe para as aprendizagens dos alunos e para o trabalho colaborativo entre os professores?

**Agnelo Figueiredo, diretor do Agrupamento:** A nossa adesão ao Projeto STEM ficou a dever-se, sobretudo, à forma integrada como os assuntos curriculares são explorados. De facto, uma dada matéria é olhada sob uma diversidade de prismas, cada um moldado pela respetiva disciplina, o que tanto quanto vou sabendo, tem feito toda a diferença. Um outro aspeto não negligenciável, é a abordagem eminentemente prática, experimental, proporcionada aos alunos, o que, naturalmente, torna mais apelativo e interessante.

É cedo para concluir sobre a melhoria real das aprendizagens. Tal apenas será possível quando os alunos chegarem ao 9.º ano e aí realizarem as provas finais externas, cujos resultados nos permitirão comparar com os precedentes.

#### **O SENTIR DA EM**

Conhecemos um projeto interessantíssimo em Mangualde. Sinergias que tiveram um ponto alto há dezassete anos, continuam a ser uma mais valia no trabalho com os alunos,

envolvendo-os nas ciências, matemática e nas tecnologias do século XXI.

Na Academi@ STEM Mangualde destacamos o forte envolvimento dos professores, as inúmeras horas de dedicação à preparação das atividades didáticas que se relacionem com o contexto dos alunos e que despertem o seu interesse, relacionando as diferentes disciplinas. De facto, são os professores e o seu trabalho colaborativo a receita do sucesso deste projeto. Os seus testemunhos mostram que a Matemática beneficiou da sua articulação com as outras disciplinas, permitindo desenvolver diferentes competências nos alunos através da resolução de problemas muitas vezes contextualizados no meio em que se inserem. Os relatos dos professores mostram que os alunos, para além do seu pensamento matemático, desenvolveram também, através das atividades STEM, outras competências associadas ao Perfil do Aluno (PASEO), nomeadamente o raciocínio, a resolução de problemas, o desenvolvimento pessoal e a autonomia.

Foi notório o papel dos parceiros e dos técnicos, quer pelo seu incansável esforço no apoio aos professores na planificação, implementação e avaliação das atividades, quer pela procura constante de parcerias.

Este é um projeto inovador em Portugal por ser um exemplo do modo como a integração curricular pode ser uma mais valia para toda a comunidade educativa, com a qual a equipa do projeto tem as partilhado as suas experiências (figura 6). Poderão aceder a mais informações a partir dos seus canais de partilha: <https://www.facebook.com/stemmangualde/> ; <https://www.instagram.com/stemmangualde/> e; [https://www.youtube.com/channel/UC4dv3\\_d9wSZT\\_yZE298uFvg](https://www.youtube.com/channel/UC4dv3_d9wSZT_yZE298uFvg) . A título de exemplo, partilhamos o link (<https://bit.ly/2qIVhKD>) para um guião de uma atividade desenvolvida pela Academi@ STEM Mangualde para o 2.º ano do 1.º CEB.

#### **Agradecimentos**

Ao diretor do Agrupamento e às professoras Luísa Figueiredo, do 1.º CEB, Fátima Pinto, de Matemática e Ciências do 2.º CEB, Paula Loureiro, Cristina Ligeiro e Filomena Monteiro, professoras do 3.º CEB de Ciências Naturais, Matemática e Físico-Química, pela colaboração neste texto. A Didier Dias e Idalina Silva pelos testemunhos. Um agradecimento especial ao Fábio Ribeiro pela total colaboração no processo de recolha dos testemunhos. Ao José Miguel Sousa, homem de projetos, que torna possível fazer-se sempre mais e melhor.

**FILIPA MACHADO, MANUELA PIRES**  
(DA REDAÇÃO DA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA)

# Técnica Pop-Up para construção de sólidos de revolução

A materialização de objetos geométricos é uma ideia encarada tanto por matemáticos como por artistas. E se não nos espanta que os artistas a explorem, no que respeita aos matemáticos podemos pensar que não a valorizam pois falamos de concretização. Porém, não é assim, o conceito de materialização está presente em escritos de natureza matemática (Baruk, 2005). Decidi, por isso, focar este texto numa classe de objetos geométricos desafiadores, os sólidos de revolução, encarando-os numa perspetiva de materialização interdisciplinar.

O título escolhido para este artigo aponta precisamente para a utilização de uma técnica de construção específica das artes visuais, o Pop-Up. E foram alguns os títulos para este texto que surgiram possíveis no decurso da escrita. Desde “objetos interdisciplinares” a “figuras 2D que geram figuras 3D”, passando por “a cabeça a andar à roda” ou “sólidos para que vos quero”, foram várias as designações que estiveram no papel. Todos estes títulos nos vão dizendo alguma coisa sobre o que está em jogo na materialização destes objetos.

A interdisciplinaridade tem vários aspetos muito atrativos. Por um lado, implica a diversidade de métodos e de formas diferentes de aplicação à resolução de um problema. Por outro, está associada ao trabalho colaborativo entre especialistas de áreas distintas. Esta combinação ajudar a desenvolver novas perspetivas sobre as disciplinas envolvidas.

Destaco, ainda, que as ideias que apresento e discuto neste artigo decorrem da análise de várias experiências interdisciplinares realizadas ao longo do desenvolvimento do projeto Marte 1618. Estas experiências permitiram-nos vivenciar, de forma muito significativa, a associação de processos criativos próprios das artes visuais à construção de objetos reais com uma forte natureza matemática. Refiro-me a objetos tridimensionais, criados como objetos artísticos, nos quais os processos de construção recorrem a relações geométricas.

O que foi novo para mim, e que tenho vindo a estudar e desenvolver, foram as potencialidades de encarar os objetos matemáticos com que lidamos na aprendizagem da matemática de novos pontos de vista, desocultando representações distintas do mesmo objeto matemático e passando a valorizar representações anteriormente ignoradas. Estes novos olhares permitiram trazer à ribalta da aprendizagem objetos matemáticos habitualmente esquecidos ou a que damos pouca atenção. Neste caso refiro-me aos sólidos de revolução.

## SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO E POP-UP

Os sólidos de revolução são, pela natureza do seu processo de geração, objetos tridimensionais (3D) gerados por figuras unidimensionais ou bidimensionais (2D). Do ponto de vista matemático, as superfícies de revolução são as que são obtidas pela rotação de uma linha em torno de um eixo. A porção de espaço limitado por uma superfície de revolução é um sólido de revolução. Também podemos descrever a obtenção de sólidos de revolução através da rotação de uma figura bidimensional em torno de um eixo definido por um dos elementos da figura (Baruk, 2005).

Estas definições de sólido de revolução estão intimamente ligadas ao raciocínio visual. Se o ponto de partida do raciocínio visual for uma linha, e o objetivo for obter um sólido de revolução, interessa recorrer à capacidade de imaginar o sólido. Se o ponto de partida for um sólido, interessa identificar a linha que o vai gerar. Em ambos os casos é preciso imaginar o que vai acontecer associando uma figura visível a uma imagem mental. Há aqui uma operação mental sobre um objeto concreto ou um desenho. É no estabelecimento desta relação entre o visível e o imaginável que se realiza o raciocínio visual.

A construção de sólidos teve um papel decisivo no desenvolvimento do projeto, mas foi com o recurso a técnicas de construção de Pop-Up que as ideias de geração de sólidos de revolução a partir de uma figura original foram ganhando força.

Os livros Pop-Up consistem num género de livros que exploram várias possibilidades de movimento, através de diversos mecanismos de papel, que promovem a interação direta do leitor. Os livros deste tipo destacam-se pela capacidade de surpreender o leitor, através de formas tridimensionais recortadas que emergem das páginas de papel (Loureiro & Regatão, 2019).

As técnicas de construção Pop-Up são várias, mas mesmos as mais simples, que são muito acessíveis, têm um efeito surpreendente e desafiador. A surpresa advém das experiências perceptivas proporcionadas pelas diversas leituras visuais que se podem obter entre o Pop-Up fechado e o Pop-Up aberto (figura 1). O desafio advém da possibilidade de materialização de uma ideia através da construção de um Pop-Up original.

No caso da composição da figura 1, podemos ver uma rã cujo corpo é representado por uma semiesfera estruturada a partir de semicírculos. Na descrição do seu trabalho a criança explica a técnica que usou: “*Dobrámos círculos ao meio e colei-os todos*”.

*dobrados ao meio (em semicírculos), todos juntinhos colados com a dobra mesmo juntinha à dobra da folha.”*



**Figura 1**

No caso da figura 2, temos um cone estruturado a partir de triângulos. Também para este exemplo, o diálogo com as crianças permite obter a descrição da técnica utilizada.

- “Observem bem o capuz. O que vos parece ser?”
- Uma pirâmide.
- E agora observem bem o seu vestido.
- Colei muitos triângulos e dobrei ao meio e colei todos juntinhos, mesmo junto à dobra da folha — diz uma das crianças.
- O que vos parece.
- É um cone.”



**Figura 2**

Todas as experiências de construção de Pop-Up vivenciadas no âmbito deste projeto foram realizadas por educadoras com crianças de jardim de infância. Os sólidos de revolução criados limitaram-se à esfera, ao cone e ao cilindro. É importante apontar que quando se abre o Pop-Up não se vê o sólido todo, observa-se apenas uma parte que é suficiente para perceber todo o sólido representado. Os diálogos com as crianças evidenciaram precisamente que estas eram capazes de idealizar o sólido completo.

Quando os objetos estão contextualizados a idealização torna-se mais fácil. Ao vermos uma representação parcial de um objeto

que conhecemos, facilmente associamos aquela representação ao objeto.

## REFLETINDO SOBRE ESTAS EXPERIÊNCIAS

A análise que fazemos destas experiências permite-nos destacar os seguintes aspetos: o potencial de aprendizagem da estruturação Pop-Up; a materialização de objetos matemáticos através de estruturas produtivas associadas a objetos reais; a natureza do raciocínio visual envolvido.

No que respeita ao potencial de aprendizagem da construção Pop-Up, os exemplos mostrados apontam para uma forma de estruturação simples de obter e muito rica do ponto de vista matemático. A estruturação de sólidos de revolução obtida por este processo é unificadora relativamente a esta classe de objetos. Dito de outra maneira, o processo de construção é sempre baseado numa figura bidimensional com um eixo de simetria. É esta repetição de figuras iguais que permitem materializar o efeito de rotação característico destes sólidos.

Os sólidos de revolução, objetos matemáticos ideais, ficam assim representados por objetos reais dinâmicos e com sentido. Além disso, o recurso a esta técnica ajuda a contextualizar a utilização de cada sólido, associando-os a objetos reais que fazem parte do mundo da criança. A associação entre objetos reais e objetos matemáticos contribui para o desenvolvimento de olhares matemáticos sobre os objetos reais.

No que respeita ao desenvolvimento do raciocínio visual, evidenciamos o estabelecimento de relações entre as figuras bidimensionais e as figuras tridimensionais por elas geradas, tanto no sentido de partir de uma figura bidimensional para obter uma figura tridimensional, como o inverso.

As reflexões que apresentamos e as ideias que fomos aprofundando levam-nos a perspetivar um conjunto de tarefas a realizar com crianças mais velhas, ao nível do 1.º ou 2.º ciclos. Em nosso entender poderão constituir excelentes experiências de aprendizagem interdisciplinar com a condição de que criação dos Pop-Up seja mesmo efetiva.

## 2D-3D-2D ATRAVÉS DE CONSTRUÇÕES POP-UP

O conjunto de tarefas que propomos tem como principal objetivo o desenvolvimento do raciocínio visual e de capacidades de visualização no que respeita ao estabelecimento de relações entre figuras bidimensionais e tridimensionais.

*Que sólido se vai obter a partir da rotação, em torno do eixo indicado, de cada uma das figuras bidimensionais indicadas na figura 3.*

*Depois de imaginar o sólido que vai ser obtido, constrói esse sólido em papel recorrendo à técnica Pop-Up.*



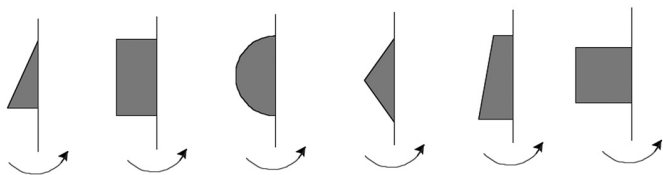


Figura 3

Há algumas questões que podem ser colocadas para refletir sobre os sólidos de revolução que se podem obter. Por exemplo: Como deverá ser o retângulo para que o cilindro seja mais fino ou mais achatado? Que característica comum têm todas as figuras recortadas em papel para obter cada um destes Pop-Up?

A técnica de construção dos Pop-Up ajuda a compreender que todas as figuras bidimensionais de partida tenham pelo menos um eixo de simetria, porque a técnica recorre à dobragem da figura ao meio. As figuras representadas na figura 3 são sempre metade da figura base que vai ser replicada várias vezes.

*Para cada uma das figuras bidimensionais apresentadas na figura 4 descreve o sólido que se pode obter por rotação, como está indicado nos desenhos.*

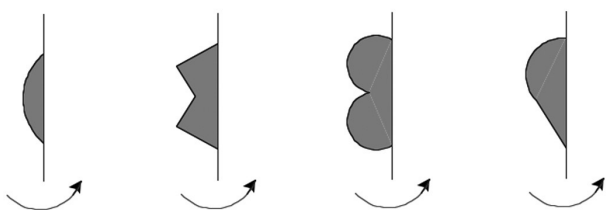


Figura 4

Os sólidos que poderão ser obtidos não são figuras simples e não têm nenhum nome específico. O objetivo desta tarefa é que a criança seja capaz de imaginar o que vai acontecer e que descreva esse objeto tridimensional. Ao fazê-lo irá destacar características do objeto a que é mais sensível e irá estabelecer ligações com objetos reais. Por exemplo, “uma esfera esticada”, “duas tendas de circo, uma em cima da outra, e uma está invertida” (figura 5), “duas espécies de donuts ou de pneus um em cima um do outro”, “um cone com gelado”.

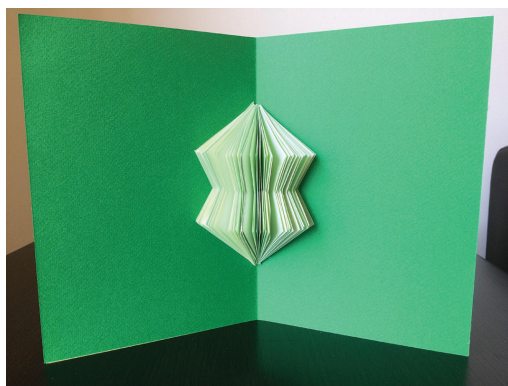


Figura 6

*Inspira-te em objetos reais que sejam boas aproximações de sólidos de revolução e desenha a figura plana que permite obter a respetiva configuração através da rotação em torno de um eixo. Constrói-os recorrendo à técnica Pop-Up.*

Um bom exemplo desses sólidos são alguns frutos, como por exemplo a maçã, a pêra, a laranja e alguns objetos de uso comum como garrafas e copos. Uma das intenções destas duas tarefas é que as crianças olhem para objetos aproximados a sólidos de revolução e os encarem como tal. Ao fazê-lo estarão a desenvolver um olhar matemático sobre os objetos reais. E esse é um dos grandes objetivos da aprendizagem da matemática — ver matematicamente o mundo em que vivemos.

### MAIS ALGUMAS REFLEXÕES

Visualização e raciocínio visual são duas ideias chave que enquadram este trabalho sobre as quais interessa estudar mais, aprofundar os sentidos e realizar experiências com crianças e jovens. Pensar nas aprendizagens ligadas à visualização e ao raciocínio visual envolve a atenção a experiências de natureza múltipla e diversa, mas não pode esquecer o desafio à criação e construção de objetos.

A criação e construção de objetos tem que ser acessível e com sentido. Por isso, importa evidenciar que as ligações entre a bidimensionalidade e a tridimensionalidade não são exclusivas da matemática, nem das aprendizagens matemáticas, como também não é o raciocínio visual. Neste caso, estabelecemos uma ligação forte entre a matemática e as artes visuais. E embora esta seja a ligação interdisciplinar que mais apreciamos, importa também apontar que há outras ligações com grande potencial.

Por último, o interesse em trabalhos nesta natureza é que desenvolvem capacidades diversas, de visualização e raciocínio visual, criativas e de sensibilidade estética, de motricidade e de destreza manual, tanto das crianças e jovens como dos educadores e professores que com elas trabalham.

### Referências

- Baruk, S. (2005). *Dicionário de Matemática Elementar*. Edições Afrontamento.
- Loureiro, C., & Regatão, J. P. (2019). Criação e construção de Pop-Up: Uma prática pedagógica entre as Artes Visuais e a Matemática. *Interações*, 15 (50), 69-91. <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes>.

### Notas

Um agradecimento especial ao José Pedro Regatão que faz sempre as primeiras experiências de construção dos Pop-Up para anteciparmos a concretização e as potencialidades compositivas.

# Construção de aprendizagens em matemática numa perspetiva curricular integradora

DINA MORAIS

HELENA GIL GUERREIRO

HELENA MOREIRA

PAULA FIGUEIREDO

SUSANA BRITO

As orientações curriculares em vigor destacam que as escolas devem possuir a autonomia necessária para assumir decisões curriculares e pedagógicas que garantam que todos os alunos adquiram e desenvolvem conhecimentos, capacidades e atitudes que, efetivamente, contribuam para alcançar as competências previstas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PASEO) (ME, 2017). Trata-se de uma perspetiva curricular que tem subjacente a valorização de uma gestão integrada e flexível do currículo e, necessariamente, um trabalho interdisciplinar na sala de aula, como condição para a construção de aprendizagens significativas essenciais.

A nossa experiência no 1.º Ciclo do Ensino Básico (1.º CEB) mostra-nos que a interdisciplinaridade é, na sua essência, uma estratégia de gestão do currículo. Não se constitui como um objetivo em si mesmo, mas como uma prática didática que permite trabalhar o currículo das diferentes disciplinas de forma mais articulada. A ideia é explorar conteúdos numa aprendizagem relacional, como acontece na vida fora da escola, perspetivando o desenvolvimento de competências, tendo como referencial o PASEO. Tomamos esta perspetiva como condição que assumimos, e perseguimos, no sentido de fazer melhor o trabalho que desenvolvemos com os alunos na sala de aula, potenciando a estrutura e organização deste nível de ensino. É esta condição que orienta a nossa prática, que tanto ainda nos inquieta, e que aqui vimos partilhar.

## A COADJUVÂÇÃO NO REFORÇO AO TRABALHO INTERDISCIPLINAR

O primeiro episódio que descrevemos surge no âmbito da coadjuvação em sala de aula, em termos de apoio pedagógico, quer por um professor do 1.º CEB, quer por um de educação especial. A base desta coadjuvação é o trabalho colaborativo entre professores e o reforço das aprendizagens dos alunos. Esta coadjuvação acontece no nosso Agrupamento como resposta à necessidade de “assegurar que cada aluno tenha acesso ao currículo e às aprendizagens, levando todos e cada um ao limite das suas potencialidades” (Decreto-Lei n.º 54/2018, p. 2919).

É neste contexto que partilhamos a forma como a confeção de

um bolo pode ser promotora de aprendizagens significativas e, sobretudo, interligadas, tanto no Português, como na Matemática.

Numa turma de 2.º ano de escolaridade, no decurso do trabalho em torno dos números racionais, e após o desenvolvimento de algumas tarefas com material estruturado, decidimos confeccionar um bolo, para ser dividido, equitativamente.

A exploração da receita processou-se em duas etapas distintas. Num primeiro momento, fez-se o levantamento do que os alunos sabiam sobre a confeção do bolo. De seguida, foram convidados a organizar essa informação e a explicitar o critério usado, tendo resultado numa organização em dois grupos de ideias, “num grupo colocamos todos os ingredientes e respetivas quantidades, e no outro colocamos a forma como estes se devem misturar”, como explica um aluno, numa estrutura próxima ao tipo de texto instrucional. Por fim, construiu-se a receita ilustrada na figura 1, que explicita os ingredientes e o modo de preparação, que podem ser interpretados como os materiais e o procedimento necessários à realização de uma atividade prática, do ponto de vista do currículo de Estudo do Meio.

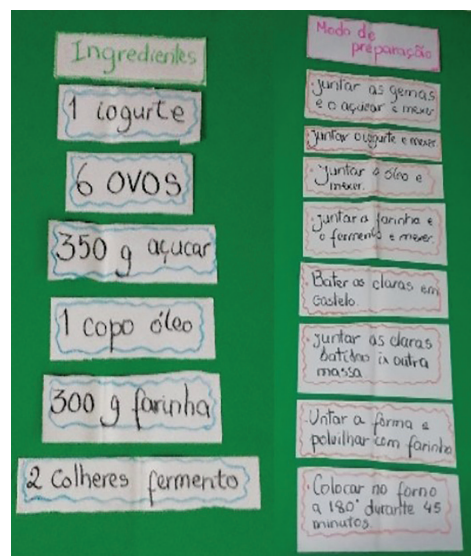


Figura 1. Receita construída com os alunos e disposta num cartaz

### Bolo de logurite



**Ingredientes**

|           |                                                                                   |  |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------|--|
| 6         |  |  |
| 6         |  |  |
| 350g      |  |  |
| 350g      |  |  |
| 1         |  |  |
| 1         |  |  |
| 300g      |  |  |
| 300gramas |  |  |
| 1         |  |  |
| 1         |  |  |
| 2         |  |  |
| 2         |  |  |

### Preparação

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |
| Juntar                                                                            | misturar                                                                          | misturar                                                                          | misturar                                                                          |
|  |  |  |  |
| Juntar                                                                            | Juntar                                                                            | misturar                                                                          | misturar                                                                          |
|  |  |  |  |
| Juntar                                                                            | o óleo                                                                            | misturar                                                                          | misturar                                                                          |
|  |  |  |  |
| Juntar                                                                            | farinha                                                                           | farinha                                                                           | misturar                                                                          |
|  |  |  |  |
| Juntar                                                                            | farinha                                                                           | misturar                                                                          | misturar                                                                          |
|  |  |  |  |
| untar a fôrma e pôr na fôrma a 180° 45 minutos.                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |

De seguida procedeu-se à confeção do bolo pela turma, no espaço do Centro de Apoio à Aprendizagem (figura 3). Durante a mesma, todos os alunos participaram: leram a receita, separaram, colocaram, misturaram os ingredientes e/ou barraram a forma. Tratou-se de uma atividade prática, na perspetiva das Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio (ME, 2018b), que envolveu um conjunto de procedimentos simples, tendo proporcionado a articulação de saberes entre diferentes componentes do currículo.



Enquanto este processo decorria, emergiram questões do diálogo, algumas que os alunos foram respondendo. Outras ficaram para posterior exploração, no momento de discussão coletiva desta tarefa, em sala de aula. Destacamos aqui algumas, numa construção da noção de proporcionalidade: “Elaborámos a receita para uma turma e se fosse para duas turmas, quantos ovos seriam necessários?”; “Que quantidade de farinha/açúcar/ óleo...?”; “E se fosse para metade dos meninos da nossa turma, o que acontecia com as quantidades dos ingredientes?”

| Adultos<br>(número) | Ovos<br>(número) | Açúcar<br>(grama) | iogurte<br>(número) | Farinha<br>(grama) | óleo<br>(copo) | Fermento<br>(colher) |
|---------------------|------------------|-------------------|---------------------|--------------------|----------------|----------------------|
| 8                   | 6                | 350               | 1                   | 300                | 1              | 2                    |
| 4                   | 3                | 175               | $\frac{1}{2}$       | 150                | $\frac{1}{2}$  | 1                    |

No momento de partilha do bolo, os alunos foram questionando: “Em quantas partes dividimos este bolo até aqui? Que parte é esta fatia do bolo?...”, apelando à relação entre a fatia e o todo. A construção de um raciocínio multiplicativo vai emergindo, ganha sentido, e permite uma apropriação do significado de fração. Mais tarde, realizaram uma tarefa (figura 5) com questões que surgiram durante a divisão do bolo, cuja resolução sustentou a discussão coletiva.

|                                                                      |                                    |                                       |             |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|-------------|
| D10   Conheça e represento as frações unitárias de uma dada unidade. |                                    |                                       |             |
| DESCRITORES                                                          | EM ESTUDO <input type="checkbox"/> | EM AVALIAÇÃO <input type="checkbox"/> |             |
| AVALIAÇÃO:                                                           | CONT. ESTUDO                       | AV. DESC.                             | CONQUISTADO |
|                                                                      |                                    | NÃO CONQUISTADO                       |             |

No QC2A dividimos o bolo em dois passos.

Dividimos em três partes (iguais) na horizontal.

Escreva a fração que representa cada uma das partes.

$\frac{1}{3}$

Dividimos depois na vertical como na figura.

Escreva a fração que representa a fatia que cada um comeu.

$\frac{1}{6}$

Escreva a fração que representa cada um dos retângulos assinalados.

$\frac{1}{12}$

Escreva a fração que representa cada um dos retângulos assinalados.

$\frac{1}{24}$

Durante a discussão, a partir do modelo retangular do bolo repartido foi proposto que os alunos identificassem a fração no modelo da reta numérica, mobilizando a fração para representar a mesma quantidade ou distância. A discussão



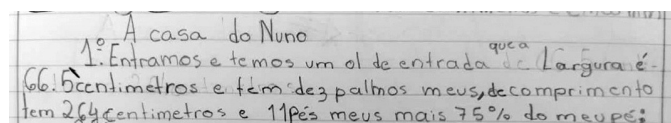
desta tarefa envolveu a compreensão da noção de fração e do que esta representa, quer como relação parte-todo, quer como um número que traduz uma medida da parte em relação ao todo. A afirmação de um aluno “Até para fazer um bolo e o podermos partilhar com os amigos, a Matemática é precisa” reforça a necessidade de se abordarem os conteúdos em contextos realistas, que façam sentido para os alunos e com conexão com o seu quotidiano.

Podemos afirmar que na interação estabelecida, as questões colocadas ajudaram a dar sentido à atividade matemática, permitindo estabelecer ideias e relações (NCTM, 2017). Do trabalho colaborativo entre professores resultaram tarefas que envolveram múltiplas representações: ativas, icónicas, simbólicas, bem como a linguagem oral e escrita (Ponte & Serrazina, 2000). Esta articulação entre representações contribui para o estabelecimento de conexões, fundamental à construção da compreensão dos números racionais. Importa ainda referir que professores e, isomorficamente, alunos trabalham em conjunto, em interação uns com os outros, e que é assim que aprendem, num processo social conjunto, que acontece antes de o fazerem individualmente, como refere Vygotsky (1996), num processo socioconstrutivista.

## A ESCRITA COMO RECURSO PARA APRENDIZAGENS EM MATEMÁTICA

No segundo episódio apresentamos uma tarefa em que a escrita serviu de suporte à aprendizagem da matemática numa turma de 4.º ano. O recurso à escrita como instrumento de aprendizagem de outras áreas disciplinares constitui uma prática assumida pela turma enquanto comunidade de aprendizagem. A tarefa que descrevemos mostra como uma aluna se apropriou dos conteúdos trabalhados na matemática, relacionados com os temas “Medida” e “Números e Operações”, e os mobilizou para escrever um texto descritivo alusivo a uma casa onde tinha passado férias.

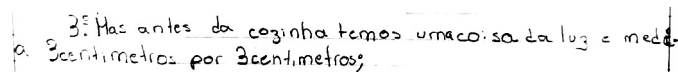
A sequência de tarefas construída em torno destes temas resultou de situações realistas, em que o desenvolvimento do trabalho apelou à manipulação, exploração, descoberta, resolução de problemas e comunicação.



**Figura 6.** relação entre unidades de medida padronizadas e não padronizadas

No excerto apresentado na figura 6 é possível interpretar a apropriação da aluna relativa aos tópicos que foram trabalhados. Utilizou-os em contexto real, para descrever, de forma a que os colegas melhor se apercebessem das dimensões a que se estava a

referir. Para isso, usou como estratégia a constante comparação entre as unidades de medida padronizadas e as não padronizadas. O recurso a números racionais foi mobilizado para tornar mais precisas as medições com unidades não padronizadas: “a largura é de 66,5 centímetros, dez palmos meus, de comprimento tem 264 centímetros, 11 pés meus mais 75% do meu pé.”



**Figura 7.** Necessidade real de trabalho do conceito de “área”

Mais à frente, na figura 7, o discurso da aluna permite inferir a necessidade de ser trabalhado o conceito de área. É importante recordar que nessa altura a turma apenas tinha trabalhado este conceito no 2.º ano de escolaridade e sem recurso a unidades padronizadas. A afirmação “(...) a medida é 3 centímetros por 3 centímetros.” revela a necessidade de convocar as duas dimensões do quadrado formado pelo interruptor para explicitar a sua área, de forma a que os colegas tivessem a noção do espaço que ocupava na parede. Este aspeto foi discutido em grupo turma e através do mesmo reiniciou-se o estudo da área.

O relato apresentado evidencia como colocar o pensamento por escrito se pode revelar bastante eficaz, dado que leva os alunos a pensar no processo, a organizar o discurso e a traduzi-lo por escrito, para comunicar, tal como defende o NCTM (2007), quando refere que a escrita permite “ajudar os alunos a consolidar o seu pensamento, uma vez que obriga a refletir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias acerca das noções desenvolvidas na aula” (p. 67).

## A TECNOLOGIA COMO SUPORTE À APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Os recursos tecnológicos, hoje em dia disponíveis, são dinâmicos e permitem a produção e interação, pelo que podem ser fortes aliados na construção de aprendizagens que envolvam a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos. O episódio que seguidamente relatamos envolve um trabalho em que a tecnologia é mobilizada na realização de tarefas matemáticas num 1.º ano. Um dos recursos tecnológicos usados é o *Padlet*®, um recurso online que possibilita a construção de murais e que permite adicionar conteúdos diversificados com o intuito de comunicar.

O *Padlet*® foi inicialmente utilizado na turma como ferramenta para facilitar o acesso dos alunos a atividades online. No entanto, os alunos apropriaram-se deste recurso de tal forma que as interações foram muito além do que inicialmente se pensara. Desde logo reclamaram a existência de um outro *Padlet*® para partilharem músicas, relatarem vivências e sentimentos ou mesmo deixarem convites (figura 8).

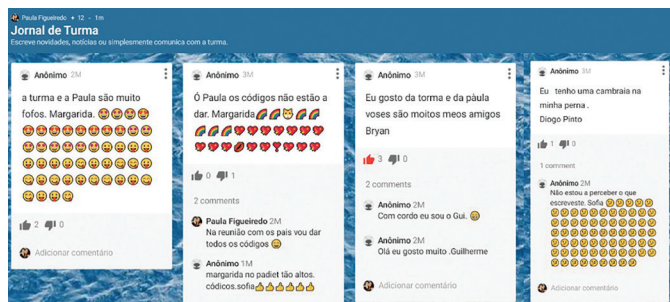


Figura 8. Padlet Jornal da Turma

Em cada semana, dois tempos eram dedicados ao uso dos tablets na sala de aula, para trabalhar as várias áreas disciplinares, no entanto, a exploração de atividades matemáticas era das mais apreciadas. Jogos e desafios matemáticos ficavam disponíveis através de um link no *Padlet*®.

Os alunos tinham acesso direto à atividade, na sala de aula, mas também posteriormente fora desta, podendo realizá-la quando quisessem, de forma autônoma e interagindo entre si, colocando dúvidas ou simplesmente contando como tinha corrido (figura 9).

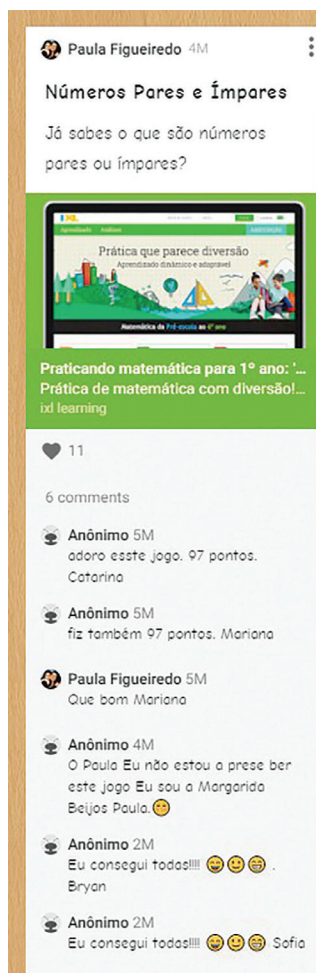


Figura 9. Recorte da interação em torno de um jogo, disponibilizado no *Padlet*®

Uma das tarefas frequentemente propostas no *Padlet*® implicava o uso da plataforma *Quizizz*®, uma ferramenta online de questionários, cujas tarefas também podiam ser realizadas de forma autônoma pelos alunos, também em casa. Numa dessas tarefas era proposto que os alunos identificassem um dado número representado com o material multibásico (MAB) (figura 10).

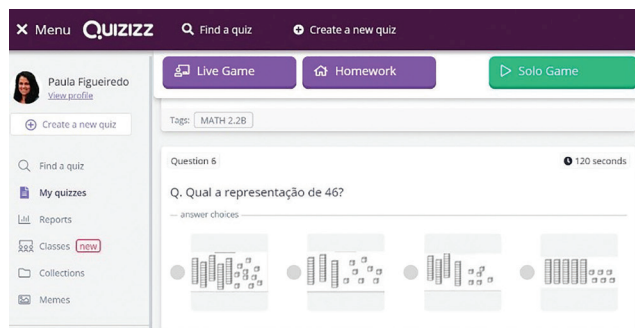


Figura 10. Tarefa de leitura de números, proposta no *Quizizz*®, com recurso ao MAB

Na figura 11 é possível verificar que um dos alunos, enquanto resolvia a tarefa em casa, teve dúvidas quanto ao significado da palavra “representação”, pelo que decidiu deixar a sua questão no *Padlet*®. Este tipo de pedidos de esclarecimento acontecia com muita frequência.

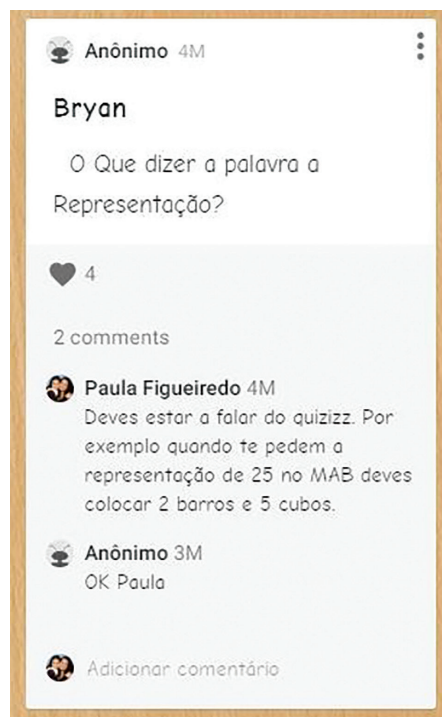


Figura 11. Recorte de uma questão, colocada por um aluno, no *Padlet*® relativa à tarefa proposta no *Quizizz*®

A interação neste espaço virtual permitia com frequência que os alunos esclarecessem dúvidas e expressassem a sua opinião.

O cálculo mental é um conteúdo que se presta ao trabalho com o Quizizz®, pelo que foi privilegiado. Os questionários de cálculo mental tinham um tempo de resposta, o que incentivava os alunos a encontrar estratégias para serem eficazes na sua resolução. Perguntavam com frequência “Professora, como posso fazer para ser mais rápido? Perco pontos porque sou lento” (figura 12).xvt5y



**Figura 12.** Alunos a fazerem um questionário de cálculo mental de adições simples.

Nas discussões em coletivo eram apresentadas e discutidas as estratégias, de modo a que cada aluno se apropriasse daquela com que mais se identificava. Às vezes a estratégia ganhava nome “Usei a estratégia do Br(...)”, evidenciando a dimensão socioconstrutivista da aprendizagem.

No fim de cada sessão de cálculo mental, os alunos podiam aceder à sua pontuação e desempenho, em percentagem, percebendo que a sua eficácia relacionava velocidade e correção. Para além disso, podiam ver as perguntas que acertaram e as que erraram, bem como a respetiva correção (figura 13).

A perspetiva era sempre de encontrar a melhor estratégia para que na próxima jogada conseguissem uma melhor pontuação, tanto individualmente como em coletivo. Afirmações como “Conseguimos só 61%, temos que chegar mais próximo dos 100%” eram recorrentes após a realização de um questionário, no momento coletivo de análise da prestação geral e pontuação da turma.

Como refere o NCTM (2007) “as possibilidades de envolver os alunos em desafios matemáticos aumentam de forma acentuada, com a utilização de tecnologias” (p. 27). Na verdade, tecnologia e jogo são parte integrante do dia a dia dos alunos, pelo que, nos faz sentido que possam ser trazidos para a sala de aula e usados como aliados numa aprendizagem ativa e significativa, nomeadamente, da matemática. É nesta perspetiva de integração curricular que as Orientações Curriculares para as Tecnologias

de Educação e Comunicação no 1.º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2018a) sugerem que as tecnologias devem ser usadas na sala de aula, uma vez que permitem realizar atividades que envolvem aprendizagens de diferentes componentes do currículo.



**Figura 13.** Relatório final após cada questionário onde os alunos verificavam a pontuação obtida, o número de respostas corretas e incorretas e o tempo gasto.

## DAR SENTIDO SOCIAL ÀS APRENDIZAGENS

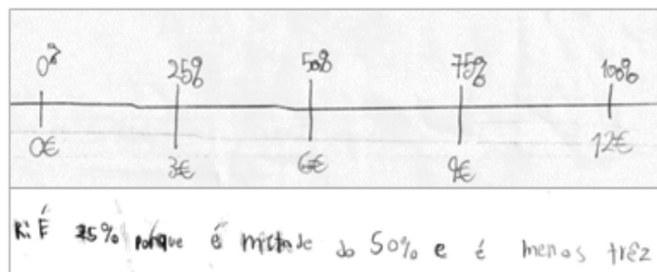
Trazemos, neste quarto episódio, um olhar focado num projeto de turma, a Correspondência Interescolar, vivido de modo integrado ao longo de quatro anos de vida de uma turma. Trata-se de um projeto de natureza interdisciplinar, que desencadeia vivências e desafios que potenciam a articulação entre disciplinas e contribuem para dar sentido ao currículo. Ter correspondentes permite alargar o contexto cultural e social da turma. Os alunos envolvem-se em atividades autênticas e significativas, quando, de forma entusiástica, querem mostrar aos correspondentes o que fazem na sala de aula, comunicando para apresentar, explicar, justificar factos, ideias, resoluções e sentimentos.

No âmbito deste projeto de correspondência, a organização de um encontro entre as duas turmas, no 3.º ano de escolaridade, demorou alguns meses e envolveu alunos e professora anfitriões numa planificação cuidada de todas as atividades a realizar. O encontro incluía uma visita a um parque temático. Uma das primeiras iniciativas da turma foi saber os custos que envolviam bilhete e almoço. Perante valores muito elevados, decidiu-se escrever uma carta à direção do parque a solicitar um desconto. O pedido foi atendido pela empresa e a resposta que enviaram, para além de ajudar a perceber que o que acontece na escola tem ligação com a vida, muito contribuiu para o trabalho em Matemática, especificamente na abordagem com sentido aos



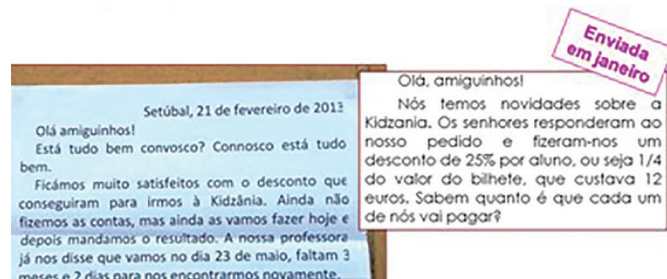
números racionais: “(...) podemos apenas aplicar um desconto de 25% (...)”.

Compreender o significado de um desconto em percentagem e o valor correspondente constituiu um desafio que nos levou a relacionar a parte com o todo; a mobilizar diferentes representações e a usá-las, como modelos, para o fazer, como a reta numérica; a construir e reconstruir resoluções e a justificá-las, perante os outros, com recurso à linguagem verbal oral e escrita (figura 14).



**Figura 14.** Resolução para confirmar o valor da percentagem correspondente ao desconto

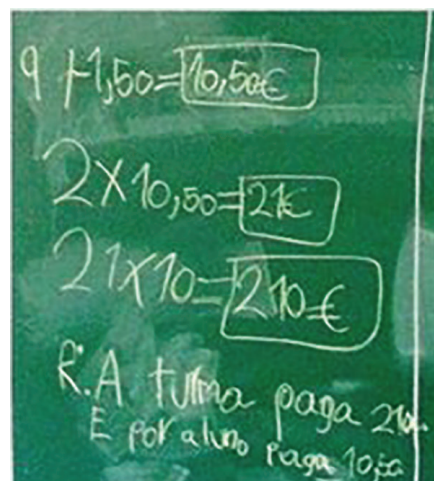
Compreendido o desconto, lançamos aos correspondentes o desafio de descobrirem também o preço do bilhete, perante um desconto de 25%. A proposta foi aceite por parte dos correspondentes, como é possível ver nos excertos de cartas trocadas (figura 15).



**Figura 15.** Excerto das cartas coletivas trocadas entre os correspondentes

A organização deste encontro foi geradora de inúmeras tarefas no sentido de se encontrar respostas a questões que iam surgindo. Destacamos que o pedido de um sinal para garantir a marcação da visita deu sentido à informação que existe na vida fora da escola, levando-os a compreender os procedimentos a seguir. O cálculo do total a pagar pelos vinte alunos que iam à visita, sabendo que a deslocação não comportava custos, pois seria a pé, e que o preço do almoço, não incluído no ingresso de entrada, era de 1,50€ por aluno, fez com que se discutissem e mobilizassem diferentes estratégias de cálculo. Numa etapa em que o cálculo com números na representação decimal ainda não era familiar, algumas dessas estratégias passaram operar de modo a chegar a números inteiros, como multiplicar por dois o

total a pagar por cada aluno e multiplicar depois por dez, como evidenciado na figura 16.



**Figura 16.** Estratégia de cálculo mental de um grupo usada para o calcular o preço total a pagar

Como procuramos evidenciar, o projeto de correspondência pode ser gerador de situações de aprendizagem que envolvem a construção de saberes em diferentes disciplinas, de modo articulado. Uma vez que é decorrente de uma necessidade social autêntica, envolve a participação ativa dos alunos no seu planeamento e execução, implicando, da parte de todos, compromisso e respeito. É gerador de situações significativas e realistas, que dão sentido à matemática da escola e que permitem usar a matemática como instrumento de compreensão da vida. Trata-se de um projeto que permite cruzar saberes de diferentes disciplinas, que muitas vezes a escola atomiza.

## PROJETOS DE ESTUDO NUMA ABORDAGEM CURRICULAR INTEGRADA

Por fim, trazemos à discussão momentos do trabalho em projetos, especificamente em projetos de estudo e pesquisa, de uma turma que integra alunos de 2.º, 3.º e 4.º ano de escolaridade. As questões de investigação dos projetos partem tanto de conteúdos do programa, sobretudo de Estudo do Meio, como de temas do interesse dos alunos, mas têm sempre como referência as aprendizagens curriculares. Tomando como ponto de partida os seus conhecimentos prévios, os alunos são envolvidos “numa gestão participada do currículo” sendo implicados “na escolha de temas a abordar em trabalho de projeto” (p. 10) como apontam as Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio do 3.º ano (ME, 2018b).

Esta abordagem por projetos permite que os alunos construam os conhecimentos a partir de uma vasta gama de temas, abordando conteúdos de várias áreas disciplinares, sobre diferentes perspetivas e usando representações distintas, para progredirem na sua aprendizagem.

Trazemos a este artigo dois projetos que aconteceram por sugestão dos alunos. O primeiro, “Continentes, Oceanos e Animais Aquáticos” surgiu após uma visita de estudo ao Oceanário de Lisboa. O segundo, “Dinossauros”, resultou numa visita de estudo ao DinoParque, na Lourinhã.

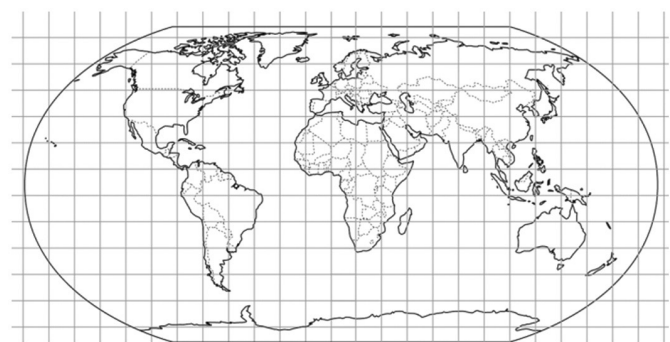
No projeto “Continentes, Oceanos e Animais Aquáticos”, os alunos propuseram-se a localizar os continentes, pesquisar sobre os oceanos que existiam e identificar alguns dos animais existentes. Nas pesquisas em ambiente digital que realizaram descobriram, entre outros, que os oceanos ocupavam  $\frac{3}{4}$  da superfície terrestre, que perceberam corresponder a 75%.

Após esta descoberta, decidiram mostrar esta proporção na comunicação do projeto à turma, através da construção de uma maquete (figura 17).



**Figura 17.** Construção da maquete do projeto

A partir da imagem de um planisfério (figura 18), disposta numa malha quadrangular, os alunos calcularam, por enquadramento, a medida aproximada da área ocupada quer pelos oceanos, quer pelos continentes, considerando como unidade de área a quadrícula. Este procedimento permitiu confirmar a proporção na medida da área referida na pesquisa que realizaram.



**Figura 18.** Planisfério disposto numa malha quadrangular

Esta estratégia para calcular a área, que surgiu como resposta a um problema relativo a um conteúdo de Estudo do Meio, ganhou significado uma vez que permitiu aos alunos compreender um conteúdo específico de matemática, numa situação concreta.

No segundo projeto “Os dinossauros” o grupo sentiu necessidade de situar no tempo e relacionar o aparecimento dos dinossauros,

a origem do ser humano e o período em que viveu cada espécie de dinossauros estudada. Durante a pesquisa da informação, os alunos mostraram dificuldades em organizar cronologicamente a existência do ser humano e dos dinossauros, dada a grandeza dos números envolvidos, o que implicou algum trabalho de compreensão e comparação de “números grandes” associados às datas em estudo, como 250 000 000, que identificaram como ano de referência para o aparecimento dos dinossauros na Terra ou 6 000 000, que consideraram marcar o aparecimento do ancestral que deu origem ao ser humano (figura 19).

Fernando

| PARTE INTEIRA      |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   | PARTE DECIMAL |            |           |
|--------------------|---|---|-------------------------------|---|---|--------------------|---|---|---------------------|---|---|---------------------|---|---|---------------|------------|-----------|
| CLASSE DOS BILHÕES |   |   | CLASSE DOS MILHARES DE MILHÃO |   |   | CLASSE DOS MILHÕES |   |   | CLASSE DOS MILHARES |   |   | CLASSE DAS UNIDADES |   |   | DECIMAS       | CENTESIMAS | MILÉSIMAS |
| C                  | D | U | C                             | D | U | C                  | D | U | C                   | D | U | C                   | D | U |               |            |           |
|                    |   |   | 2                             |   |   | 2                  | 5 | 0 | 0                   | 0 | 0 | 0                   | 0 | 0 |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   | 5                  | 0 | 0 | 0                   | 0 | 0 | 0                   | 0 | 0 |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    | 6 | 0 | 0                   | 0 | 0 | 0                   | 0 | 0 |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     | 2 | 0 | 1                   | 9 |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |
|                    |   |   |                               |   |   |                    |   |   |                     |   |   |                     |   |   |               |            |           |

**Figura 19.** Tabela de apoio ao trabalho com “números grandes”

Para colmatar esta dificuldade decidiu-se construir um friso cronológico (figura 20), de modo a que se pudesse mostrar aos outros, de uma forma evidente, que os dinossauros e o ser humano não viveram na mesma Era.



**Figura 20.** Montagem do friso cronológico na parede da sala de aula

O trabalho em torno dos “números grandes” e a sua representação num friso cronológico, um modelo próximo do da reta numérica, envolveu o estudo da regularidade dos números no sistema de numeração decimal e a sua estrutura de valor posicional. Deste modo, permitiu a compreensão de conteúdos de Estudo do Meio, mas também da Matemática, de modo interligado, numa situação em que a Matemática foi convocada como ferramenta de apoio

Esta abordagem ao currículo através de projetos permite desenvolver saberes de diferentes áreas disciplinares. De modo entrelaçado e significativo é possível construir uma compreensão da realidade e resolver situações e problemas do quotidiano,



usando representações distintas e desenvolvendo atitudes de autoestima e de autoconfiança, como reforçam as Aprendizagens Essenciais de Estudo do Meio (ME, 2018b).

## CONCLUSÃO

Atualmente, o foco no trabalho interdisciplinar surge, no quadro da gestão autónoma e flexível do currículo, com especial relevância, enquadrado nos Domínios de Autonomia Curricular. No entanto, ao nível do 1.º CEB, o trabalho interdisciplinar faz sentido além destes domínios, pela forma autêntica e natural com que permite ampliar aprendizagens, e, como vincula a Lei de Bases do Sistema Educativo (1986), pelo carácter globalizante que o ensino neste ciclo deve assumir.

É neste carácter globalizante, próprio de uma sociedade onde a vida é percebida como um todo complexo e indissociável, que a integração curricular, realizada através de atividades complexas como as que foram apresentadas, ganha peso. Os episódios apresentados evidenciam como estas atividades, pensadas em conjunto num trabalho colaborativo entre professores, podem ser promotoras de aprendizagens significativas. Não se trata de desenvolver “projetos de justaposição conteudística” (p. 15), como nos lembra Cosme (2018), mas sim de proporcionar o desenvolvimento de competências complexas integradoras de diferentes tipos de saber, tal como refere o Dec. Lei 55/2018.

Também Paulo Freire (2004) nos recorda que “ensinar não é transferir conhecimento, mas sim criar as possibilidades para a sua própria produção” (p. 47). Efetivamente, nas nossas salas não temos alunos em filas, nem sempre sentados, nem sempre calados. Estão sim, ativos, em pé, sentados, de joelhos, em interação, mas sempre ocupados, sempre a trabalhar na construção das suas aprendizagens. Aprendizagens que pretendemos cada vez menos fragmentadas, mais articuladas e suportadas por contextos realistas. Aprendizagens onde os conhecimentos das várias áreas disciplinares são naturalmente mobilizados, numa coconstrução de produtos autênticos, processos promotores de uma verdadeira apropriação dos saberes.

NOTA:



<https://padlet.com/pvfigueiredo/QC1A>



<https://padlet.com/pvfigueiredo/jornal>

## Referências

- Cosme, A. (2018). *Autonomia e Flexibilidade Curricular. Propostas e Estratégias de Ação*. Porto: Porto Editora.
- Freire, P. (2004). *Pedagogia da Autonomia – Saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.
- Ministério da Educação (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: ME /DGE. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto\\_Autonomia\\_e\\_Flexibilidade/perfil\\_dos\\_alunos.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf)
- Ministério da Educação (2018a). *Orientações Curriculares para as Tecnologias de Educação e Comunicação no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: ME /DGE. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ERTE/oc\\_1\\_tic\\_1.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ERTE/oc_1_tic_1.pdf)
- Ministério da Educação (2018b). *Aprendizagens Essenciais. Articulação com o Perfil dos alunos. 3.º ano. 1.º Ciclo do Ensino Básico. Estudo do Meio*. Lisboa: ME /DGE. [http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens\\_Essenciais/1\\_ciclo/3\\_estudo\\_do\\_meio.pdf](http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/1_ciclo/3_estudo_do_meio.pdf)
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM (2017). *Princípios para a Ação. Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Vygotsky, L. (1996). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes.

## Legislação

- Lei n.º 46/86. Diário da República, I Série, n.º 237, de 14 de outubro de 1986, pp. 3067-3081. (Lei de Bases do Sistema Educativo) [http://www.pgdlisboa.pt/leis/lei\\_mostra\\_articulado.php?nid=1744&tabela=leis](http://www.pgdlisboa.pt/leis/lei_mostra_articulado.php?nid=1744&tabela=leis)
- Decreto-Lei n.º 54/2018, de 06 de julho. Diário da República, 1.ª série, n.º 129, 6 de julho de 2018, pp. 2918-2928. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/EEspecial/dl\\_54\\_2018.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/EEspecial/dl_54_2018.pdf)
- Decreto-Lei n.º 55/2018, de 06 de julho. Diário da República, 1.ª série, n.º 129, 6 de julho de 2018, pp. 2928-2943. [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/AFC/dl\\_55\\_2018\\_afc.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/AFC/dl_55_2018_afc.pdf)

## DINA MORAIS

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE - PONTINHA, EB QUINTA DA CONDESSA

## HELENA GIL GUERREIRO

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE - PONTINHA, EB QUINTA DA CONDESSA

## HELENA MOREIRA

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE - PONTINHA, EB MELLO FALCÃO

## PAULA FIGUEIREDO

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE - PONTINHA, EB QUINTA DA CONDESSA

## SUSANA BRITO

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE - PONTINHA, EB QUINTA DA CONDESSA



# Explorar matemática através das pegadas dos animais

NEUSA BRANCO

BENTO CAVADAS

ELISABETE LINHARES

As recentes orientações curriculares estruturam-se em aprendizagens essenciais para as várias áreas disciplinares, baseadas no perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória (Ministério da Educação [ME], 2017). Essas aprendizagens essenciais contribuem, como um dos pressupostos da sua elaboração, para o desenvolvimento nos alunos de competências que interligam conhecimentos, capacidades e atitudes, remetendo para: (a) o que os alunos devem saber; (b) os processos cognitivos que devem ativar para adquirir esse conhecimento e (c) o saber fazer a ele associado (Roldão, Peralta & Martins, 2017, p. 8)

Estas aprendizagens essenciais, ainda que definidas por área disciplinar, segundo os princípios orientadores da conceção, operacionalização e avaliação das aprendizagens do currículo dos ensinos básico e secundário (Decreto-Lei n.º 55/2018), podem ser exploradas através de abordagens de natureza interdisciplinar. Coloca-se, agora, a questão: Qual o significado de interdisciplinaridade? Uma resposta possível é dada por Roth (2014), que defende que a ideia de interdisciplinaridade é combinar múltiplas disciplinas académicas numa mesma atividade. Pombo, Levy e Guimarães (1994) refere ainda que a interdisciplinaridade implica uma reorganização do processo de ensino-aprendizagem e supõe um trabalho cooperativo entre os professores envolvidos.

Sendo assim, como se pode concretizar a interdisciplinaridade? A promoção de situações interdisciplinares nas aulas, nomeadamente de matemática, requer, por um lado, que os professores estejam bem preparados para a sua exploração e, por outro lado, que existam materiais didáticos adequados para apoiar o ensino-aprendizagem (Williams, et al., 2016). Estes autores referem a importância de existirem planos de aula que exemplifiquem como a interdisciplinaridade em matemática pode ser ensinada e aprendida, constituindo uma base para a leção pelo professor e para que este desenvolva os seus próprios planos de aula.

Nessa linha de pensamento, este trabalho apresenta o relato de uma atividade de natureza investigativa e interdisciplinar designada “Investigar as pegadas dos animais” realizada por

alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico (2.º CEB), em Matemática e em Ciências Naturais. As áreas de Matemática e Ciências Naturais, particularmente no 2.º CEB, são bastante propícias ao estabelecimento de ligações entre elas e à concretização de atividades ou projetos que permitem abordar conhecimentos específicos de ambas, ainda que envolvam uma organização comum. A atividade foi concretizada no âmbito da formação inicial de professores, envolvendo estagiários, professores das escolas cooperantes e os três autores, docentes da instituição de ensino superior nas áreas das didáticas específicas e da prática de ensino supervisionada do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Apresentamos alguns resultados desta proposta didática, focados no trabalho dos alunos, que evidenciam a articulação promovida entre as duas disciplinas. A atividade foi implementada com alunos de duas turmas do 5.º ano. A implementação ocupou três aulas de Ciências Naturais e duas de Matemática.

## ENQUADRAMENTO CURRICULAR DA ATIVIDADE “INVESTIGAR AS PEGADAS DOS ANIMAIS”

A atividade “Investigar as pegadas dos animais” tem como objetivo principal aferir a biodiversidade em zonas distintas através de vestígios dos animais em meio natural, em particular as suas pegadas. A monitorização das populações de fauna ou de comunidades pode ser feita por métodos indiretos como, por exemplo, o recurso a pegadas e outros vestígios que resultam da atividade de animais, devido à dificuldade em avistar ou capturar esses animais (Lyra-Jorge, Ciocheti, Pivello & Meirelles, 2008). Os rastros deixados pelos animais são como impressões digitais, constituindo-se como sinais reveladores da sua passagem no local. Através destes rastros, é possível dizer quantos tipos de animais frequentaram uma determinada área, em que direção se deslocaram e a que velocidade. Assim, os rastros são utilizados por biólogos para descobrir quantas espécies de animais vivem num determinado habitat (Wisconsin Cooperative Trapper Education Program, s.d.), permitindo aferir sobre a biodiversidade de um local. Por serem discretos, avistar animais selvagens como

os mamíferos, é muitas vezes uma tarefa difícil. Aprender a decodificar os vestígios deixados, designadamente, as suas pegadas é a melhor forma de os conhecer (Muséum d'histoire naturelle de la Ville de Genève, 2012).

Nesse sentido, esta proposta didática para o 2.º CEB explora o conceito de biodiversidade através do estudo desses vestígios para identificar indiretamente animais no meio ambiente e aferir algumas das suas características. O percurso de aprendizagem foi estruturado num guião construído colaborativamente pelos docentes de Matemática e Ciências. Esse guião serviu de orientação para a leção do professor e também como apoio ao trabalho autónomo dos alunos, nas duas disciplinas. Para identificarem a que grupo de animais (aves ou mamíferos) pertenciam as pegadas e o animal que as produziu podiam usar um de dois recursos: uma chave dicotómica digital disponível numa aplicação<sup>1</sup>, elaborada para o efeito, ou uma chave dicotómica disponível no próprio guião.

A atividade, em Ciências Naturais enquadra-se no tema “Diversidade de seres vivos e suas interações com o meio” e em Matemática nos temas “Geometria e Medida” e “Organização e Tratamento dos Dados”. A planificação em Ciências organizou-se de acordo com os momentos Envolver, Explorar, Explicar, Elaborar, Partilhar e Avaliar<sup>2</sup> do modelo de ensino dos 6E (BSCS, 2006; Kähkönen, 2016) e contemplou tarefas em que os alunos recolheram dados para explorar em Matemática. Em Matemática, numa abordagem exploratória (Canavarro, 2011), o trabalho organizou-se num momento de trabalho autónomo, onde a estagiária monitorizou e selecionou as principais ideias a serem discutidas e sistematizadas de modo coletivo no momento seguinte, produzindo conclusões sobre as questões de investigação iniciais. A interdisciplinaridade relaciona-se com a contabilização do número de espécies de animais através da identificação das suas pegadas existentes em três zonas de amostragem, com a organização dessa informação para identificar as zonas com mais e menos biodiversidade, e da análise da área da superfície das pegadas, relacionando-a com as características do animal. A abordagem interdisciplinar possibilita a formulação de questões com significado para os alunos, participando estes na recolha, análise e interpretação de dados, tal como apontam Martins e Ponte (2011). Também o processo de mediação que se promove com este contexto visa que os alunos atribuam significado ao trabalho que estão a realizar. É importante que sejam envolvidos em atividades que evidenciem os princípios de medição, antes de serem introduzidas fórmulas para a medida da área, porque evidenciam pouca compreensão das unidades de área, das suas características espaciais e das

fórmulas a partir de medidas lineares (Owens & Outhred, 2006). Pretende-se reforçar a compreensão de que a medida da área de uma figura é um número que resulta da comparação entre essa figura e a figura que é considerada como unidade de medida (Breda, et al., 2011). Neste caso, a grandeza a estudar é a área em que se usa como unidade de medida um quadrado com um centímetro de lado, sendo disponibilizadas malhas diferentes para apoiar a medição. O refinamento da malha, permite obter uma melhor aproximação da medida da área, discutindo os valores obtidos por excesso ou defeito. A subdivisão do quadrado com um centímetro de lado, em quatro quadrados, permite obter quatro quadrados com 0,5 cm de lado, sendo a medida da sua área de 0,25 cm<sup>2</sup>. Esta situação pode fazer emergir a discussão em torno de figuras com áreas equivalentes, já que podem reorganizar de diferentes modos conjuntos de quatro quadrados mais pequenos para obter um centímetro quadrado.

## SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As três aulas de Ciências foram lecionadas de modo consecutivo e a estas seguiram-se as duas aulas de Matemática. A primeira aula de Ciências iniciou-se com uma abordagem ao significado de biodiversidade e prosseguiu com a aferição das conceções prévias dos alunos sobre as pegadas dos animais. Nessa aula, os alunos analisaram diferentes pegadas de animais da fauna portuguesa marcadas com moldes em tabuleiros com areia fina e previamente humedecida (figura 1). Posteriormente, registaram os dados numa tabela, seguindo o exemplo apresentado na tarefa do guião (figura 2). Seguiu-se um momento de exploração das características dos animais (forma do corpo, revestimento, órgãos de locomoção), visando abordar a aprendizagem essencial do 5.º ano de Ciências Naturais: “relacionar as características (forma do corpo, revestimento, órgãos de locomoção) de diferentes animais com o meio onde vivem” (ME, 2018a, p. 9).



**Figura 1.** Pegada de lobo ibérico registada com um molde em areia

<sup>1</sup>A aplicação “Investigar as pegadas dos animais” está disponível na Google Play<sup>®</sup>.

<sup>2</sup>Tradução de engage, explore, explain, elaborate, evaluate e exchange.



|                | Desenho da pegada                                                                 | Características                                                                                                | Qual foi o grupo de animais que a produziu? |           |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------|
|                |                                                                                   |                                                                                                                | Aves                                        | Mamíferos |
| Pegada exemplo |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Membrana interdigital;</li> <li>- Unhas;</li> <li>- Dedos.</li> </ul> | X                                           |           |
| Pegada 1       |                                                                                   |                                                                                                                | Qual é o animal? pato                       |           |
|                |                                                                                   |                                                                                                                | Qual é o animal?                            |           |

**Figura 2.** Tabela de registo das concepções prévias sobre as características das pegadas

De seguida apresentamos as três aulas de Ciências e as duas aulas de Matemática, com um enfoque no trabalho interdisciplinar realizado pelos alunos.

### IDENTIFICAÇÃO DAS PEGADAS POR ZONA

Este momento deve ser planificado para ser realizado em ambiente *outdoor*. Contudo, caso as condições climáticas ou logísticas não o permitam, podem ser simuladas situações de aprendizagem relacionadas com a recolha de dados sobre as pegadas em ambiente de laboratório. É esta última abordagem que vai ser descrita.

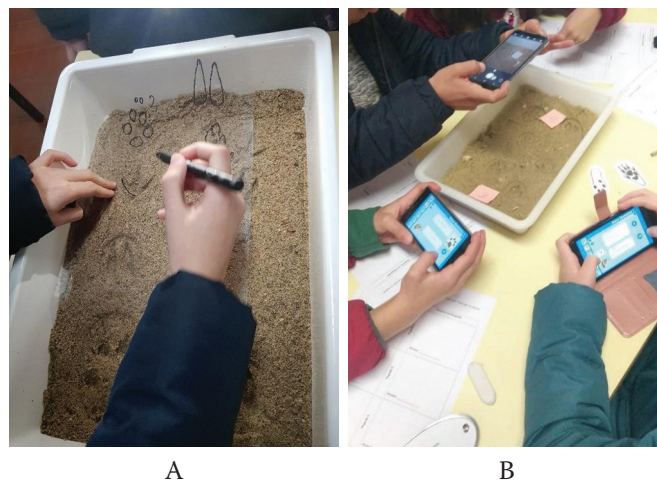
Num primeiro momento, organizaram-se três zonas no laboratório com pegadas. Para tal, foram marcadas em areia pegadas de diferentes espécies de animais e em número variável. Os alunos, organizados em grupos de três a quatro elementos, rodaram pelas três zonas e registaram as pegadas no guião, através de fotografias recolhidas com os smartphones e em desenho livre (figura 3).



**Figura 3.** Registo de pegadas de animais de uma zona realizado no guião, por um aluno

Posteriormente, identificaram os animais correspondentes usando as chaves dicotómicas da aplicação, a partir de características como a forma da pegada, o número de dedos, a

presença de unhas e de marcas das almofadas<sup>3</sup>. Alguns alunos manifestaram dificuldades nesta tarefa porque davam mais atenção à observação de aspetos gerais da pegada, como o contorno da sua forma, e menos a aspetos particulares, como a presença ou ausência de marcas de unhas. No entanto, como esse era um aspeto relevante para a identificação das pegadas usando a chave dicotómica, os alunos, quando necessário, voltavam a analisá-las para identificar esses aspetos particulares. Ainda na aula de Ciências, os alunos registaram o contorno das pegadas em acetato, para usar nas tarefas de Matemática (figura 4). Uma vez identificadas as pegadas pertencentes a cada espécie nas diferentes zonas, foi quantificado o número total de espécies diferentes em cada zona. Esses dados foram usados nas aulas de Matemática seguintes.



**Figura 4.** Registo das pegadas em acetato (A) e identificação do animal correspondente através da chave dicotómica disponível na aplicação digital (B)

Já na aula de Matemática, os alunos registaram numa tabela o número de espécies de animais identificadas em cada zona (figura 5). Depois, partilharam os resultados, verificando se tinham ou não identificado o mesmo número de espécies em cada uma das zonas.

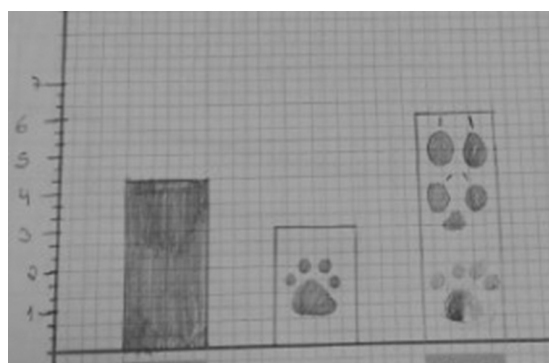
| Zona   | Número de espécies diferentes | Quais os animais? |
|--------|-------------------------------|-------------------|
| Zona A |                               |                   |
| Zona B |                               |                   |
| Zona C |                               |                   |

**Figura 5.** Tabela de registo de espécies por zona com base nas pegadas identificadas

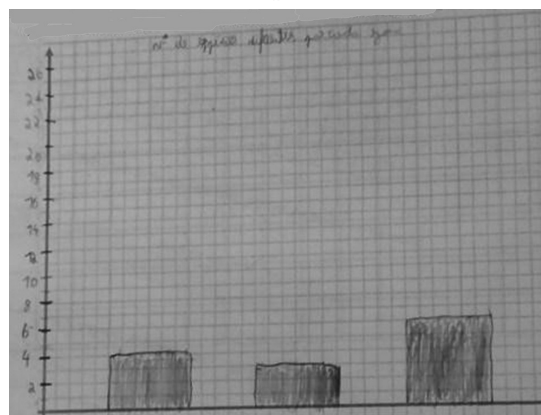
Com essa informação construíram um gráfico com barras para aferir a biodiversidade animal de cada zona (figura 6). A



organização dos dados num gráfico evidenciou a zona com maior e com menor biodiversidade animal. De seguida, discutiram-se hipóteses sobre as características da zona que poderiam influenciar uma maior ou menor presença de animais, integrando novamente os objetivos de aprendizagem das Ciências Naturais. Para a construção do gráfico foram fornecidos alguns elementos, como os eixos e a legenda do eixo horizontal, mas era necessário que os alunos completassem outros, como a definição da escala no eixo vertical referente ao número de animais e o título do gráfico. O facto de não ser fornecida a escala do eixo vertical possibilitou a discussão em torno de um aspeto relevante no âmbito da organização e tratamento de dados. Neste caso, o gráfico pode permitir evidenciar a ordem de grandeza de uma zona relativamente às restantes, mas também pode induzir a interpretações apoiadas na percepção visual que estão incorretas. Os dois gráficos seguintes apresentam os mesmos dados, mas visualmente a representação gráfica do grupo A (figura 6, que apresenta um erro na altura da barra da Zona A) valoriza mais a diferença entre zonas do que a representação gráfica do grupo B. Evidenciou-se um contexto propício à discussão dos elementos de um gráfico e os cuidados que há a ter na sua construção e da importância deste tipo de representação.



Grupo A

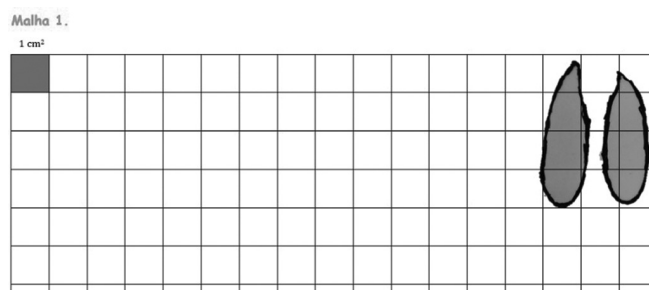


Grupo B

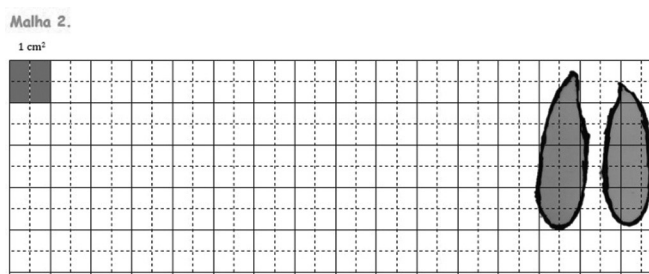
**Figura 6.** Gráficos referente ao número de espécies em cada zona (Grupo A e Grupo B)

## SUPERFÍCIE DAS PEGADAS E CARACTERÍSTICAS DOS ANIMAIS

Por fim, os alunos usaram os registos das pegadas de mamíferos em acetato para determinar a sua área, sobrepondo o contorno em duas malhas diferentes com a mesma unidade de medida. A malha 1 tem como unidade de medida um quadrado com um centímetro de lado (figura 7) e a malha 2 tem a unidade de medida dividida em quatro partes iguais (figura 8). Na primeira turma, como o guião não apresentava um exemplo de pegada sobreposta à malha, os alunos evidenciaram dificuldades em perceber a tarefa. Por essa razão, na implementação da atividade com a segunda turma integrou-se o exemplo da pegada do corso (figuras 7 e 8), cuja medida da área foi discutida de modo coletivo, para ambas as malhas. Neste exemplo, foi importante a representação sombreada da unidade de medida, bem como da superfície da pegada do corso cuja medida da área se pretendia obter e não apenas o contorno, porque um dos equívocos dos alunos prendia-se com o que devia ser medido e qual a unidade a considerar nessa medição, quando usavam a malha 2. Os alunos concluíram que conseguem obter um valor mais próximo da medida da área com a malha 2 do que com a malha 1.

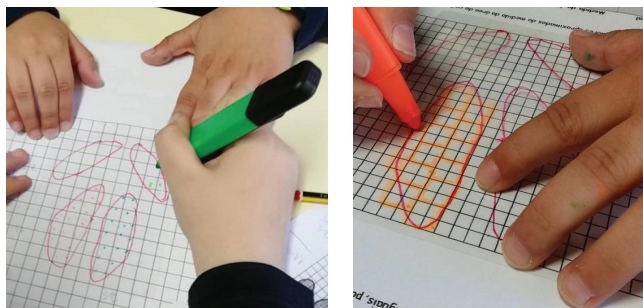


**Figura 7.** Malha 1, com pegada de corso



**Figura 8.** Malha 2, com pegada do corso

O processo de determinação da medida da área na malha 1 envolveu, essencialmente, a estratégia de contagem de unidades inteiras e de agrupamento de partes da unidade que se aproximavam da unidade de medida, obtendo assim um valor aproximado para a medida da área. De modo a facilitar a contagem, a maioria dos grupos assinalou no acetato a unidade ou a parte da unidade enquanto contava (figura 9).



Malha 1

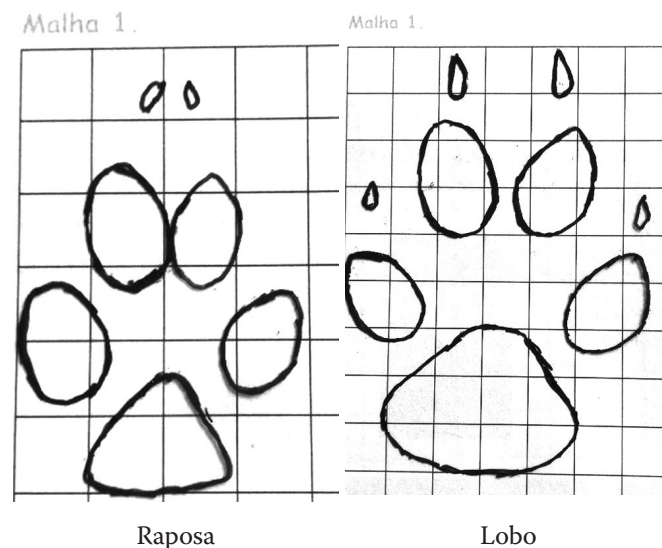
Malha 2

**Figura 9.** Determinação da área da pegada na malha 1 e na malha 2

No caso da determinação da medida da área na malha 2, surgiram duas estratégias. Numa das estratégias, os alunos fizeram a contagem total dos quadrados completos de menor área (cuja área é um quarto de uma unidade quadrada) e juntaram partes de quadrados até formarem um quadrado pequeno, os quais também contabilizaram. Posteriormente, dividiram o valor obtido por 4 para obter o valor da medida da área da pegada. Noutra estratégia, os alunos fizeram todos os conjuntos possíveis com quatro quadrados pequenos (inteiros ou juntando partes para formar um) de modo a obter uma unidade quadrada. Depois, contaram os conjuntos de quatro, ficando com a parte inteira da medida da área. Posteriormente, obtiveram a aproximação da parte decimal referente às quartas partes da unidade de medida sobranes. Na maioria das situações agruparam quatro quadrados pequenos que formavam um quadrado com uma unidade de comprimento de lado, tal como está representado na unidade quadrada assinalada na malha. Contudo, alguns grupos, de modo a facilitar a obtenção da parte inteira e respeitando a estrutura da pegada, formavam conjuntos de quatro quadrados pequenos consecutivos na horizontal ou mesmo dispersos (figura 9), evidenciando compreender a relação entre a medida da área do quadrado pequeno e uma unidade de medida de área e que o valor da medida se mantém independentemente da posição dos quadrados. A partilha e discussão destas duas estratégias constituiu também um momento de aprendizagem para todos os grupos, confrontando os valores obtidos entre eles, recordando o processo de medição da área e fomentando nos alunos o desenvolvimento da capacidade de “expressar, oralmente e por escrito, ideias Matemáticas, com precisão e rigor, e justificar raciocínios, procedimentos e conclusões” (ME, 2018b, p. 11).

Nesta situação apenas foi possível analisar a pegada do corso (já dada) e a de um dos animais identificados, o javali (figura 9). Contudo, esta atividade possibilita que seja calculada a medida da área de vários animais de modo a fomentar a discussão sobre que características (dimensões, modo de deslocação, etc.) se conseguem reconhecer a partir da superfície que as pegadas ocupam, analisando a sua forma e dimensão.

Por exemplo, analisando a medida da área da pegada de dois animais, como os da figura 10, é possível verificar que se tratam de espécies diferentes.



**Figura 10.** Contorno da pegada de dois animais carnívoros (raposa e lobo) sob a malha 1

Ambas as pegadas apresentam almofadas, quatro dedos e unhas. A observação de pistas dessas pegadas em meio natural permite também concluir se os dois animais são quadrúpedes. Contudo, as dimensões da pegada da esquerda (raposa), aproximadamente com  $8 \text{ cm}^2$  de área, são inferiores às da pegada da direita (lobo), aproximadamente com  $17 \text{ cm}^2$  de área. A partir desta observação, pode-se constatar, que o animal que produziu a pegada da esquerda possui dimensões mais reduzidas, o que, associado às restantes características da pegada, permite classificá-lo como uma raposa, e outro como um lobo. Em espaço *outdoor*, esta tarefa pode ainda ser complementada com a medição do passo e da passada dos animais nas respetivas pistas, o que permite obter mais dados sobre as suas características.

## REFLEXÃO SOBRE A PRÁTICA INTERDISCIPLINAR

A atividade “Investigar as pegadas dos animais” proporcionou aprendizagens aos alunos sobre estratégias de identificação indireta de animais na natureza, nomeadamente através do estudo das suas pegadas, e como se pode aferir a biodiversidade animal existente em determinadas zonas através da organização e tratamento de dados. Ao longo da implementação da atividade, alguns alunos mostraram dificuldade em distinguir quando se concluíram as aulas de Ciências Naturais e quando se iniciaram as aulas de Matemática, o que é um indicador da integração entre os conteúdos das duas áreas.

A natureza interdisciplinar possibilitou um contexto não matemático, das Ciências Naturais, para a abordagem de ideias matemáticas. O contexto deu sentido a essas ideias, mas também evidenciou algumas dificuldades dos alunos na utilização de procedimentos e, de modo particular, na compreensão do processo de medição de uma superfície irregular. A persistência dos alunos, o apoio dado e as discussões realizadas permitiram a superação dessas dificuldades e os alunos compreenderam as ideias matemáticas envolvidas a partir da sua aplicação a um contexto natural, com dados por eles recolhidos. Foi notório que a apresentação de exemplos no guião foi uma mais-valia para a compreensão das instruções e para o trabalho autónomo. As conclusões resultantes do trabalho em Matemática também permitem destacar aspetos relacionados com a biodiversidade, características dos animais e das suas relações com o meio. Este processo permitiu, ainda, o surgimento de novas questões e novos focos de interesse a aprofundar, como, por exemplo, se diferentes tipos de solo influenciam a profundidade da pegada do mesmo animal.

Apesar do trabalho interdisciplinar ser um processo complexo e de difícil concretização (Pombo, 2005), a colaboração didática interdisciplinar entre os docentes envolvidos permitiu aferir aspetos a melhorar no guião, na organização da aula, mas principalmente melhorar a compreensão do processo de aprendizagem dos alunos, de modo a relacionar melhor os conteúdos que foram abordados em Matemática e Ciências Naturais. A construção colaborativa da planificação, do guião e dos instrumentos de avaliação fomentou a integração curricular entre a Matemática e as Ciências Naturais, e a presença, ao mesmo tempo, dos docentes das duas áreas na sala de aula, possibilitou um maior apoio aos alunos durante a implementação da atividade. Por essa razão, é importante que para a implementação de atividades desta natureza sejam contemplados tempos de trabalho interdisciplinar, conforme sugerido nos princípios orientadores do Decreto-Lei n.º 55/2018.

## Referências

- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e medida no ensino básico*. Lisboa: DGIDC-ME.
- Biological Sciences Curriculum Study (2006). *The BSCS 5E Instructional model: Origins and effectiveness*. BSCS: Colorado Spring, CO.
- Canavarro, A.P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11-17.
- Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho. Diário da República, 1.ª Série, n.º 129, pp. 2928-2943. (Estabelece o currículo dos ensinos básico e secundário e os princípios orientadores da sua conceção, operacionalização e avaliação das aprendizagens).
- Kähkönen, A.-L. (2016). *Models of inquiry and the irresistible 6E model*. Disponível em <http://www.irresistible-project.eu/index.php/pt/blog-pt/168-models-of-inquiry-and-the-irresistible-6e-model>
- Lyra-Jorge, M. C., Ciocheti, G., & Pivello, V. R., & Meirelles, S. T. (2008). Comparing methods for sampling large- and medium-sized mammals: camera traps and track plots. *European Journal of Wildlife Research*, 54, 739–744.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2011). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC-ME.
- ME (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Lisboa: ME.
- ME (2018a). *Aprendizagens essenciais. Articulação com o perfil dos alunos*. 5.º ano. Ciências Naturais. Lisboa: ME.
- ME (2018b). *Aprendizagens essenciais. Articulação com o perfil dos alunos*. 5.º ano. Matemática. Lisboa: ME.
- Muséum d'histoire naturelle de la Ville de Genève (2012). *Sur la piste des animaux sauvages*. Dossier pédagogique destiné aux enseignants de 5P à 8P Harmos (8-11 ans). Genève: Muséum d'histoire naturelle de la Ville de Genève.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook on research on the psychology of mathematics education* (pp. 83–115). Rotterdam: Sense Publishers.
- Pombo, O., Levy, T., & Guimarães, H. (1994). *Interdisciplinaridade: Reflexão e Experiência* (2.ª ed.). Lisboa: Texto Editora.
- Pombo, O. (2005) Interdisciplinaridade e integração de saberes. *Liinc em Revista*, 1(1), 3 -15. Disponível em <http://revista.ibict.br/liinc/article/view/3082/2778>
- Roldão, M. C., Peralta, H., & Martins, I. (2017). *Currículo do ensino básico e do ensino secundário: Para a construção de aprendizagens essenciais baseadas no perfil dos alunos*. Disponível em [https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto\\_Autonomia\\_e\\_Flexibilidade/ae\\_documento\\_enquadrador.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/ae_documento_enquadrador.pdf).
- Roth, W.-M. (2014). Interdisciplinary approaches in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 647–650). Berlin, Heidelberg: Springer
- Williams, J., Roth, W.-M., Swanson, D., Doig, B., Groves, S., Omuvwie, M., Ferri, R., & Mousoulides, N. (2016). Interdisciplinary mathematics education: A state of the art. *ICME-13 Topical Surveys*. Cham: Springer. DOI 10.1007/978-3-319-42267-1\_1
- Wisconsin Cooperative Trapper Education Program (s.d.). *Mammal Tracks on Wisconsin*. Madison: Dept. of Natural Resources.

### NEUSA BRANCO

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM  
UIDEF, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA

### BENTO CAVADAS

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM  
CEIED, UNIVERSIDADE LUSÓFONA

### ELISABETE LINHARES

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM  
UIDEF, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA



# Arquitetura com crescimento e pensamento algébrico. Uma mirada sobre arquitetura e matemática

ANTÓNIO GUERREIRO

ENRIQUE MARTÍNEZ JIMÉNEZ

A luz distorcia a geometria da janela, era uma incandescência informe, sem contornos, uma explosão suspensa, parada no momento de rebentar a partir do interior.

In *Autobiografia*, José Luís Peixoto (2019)

A matemática emerge de padrões *abstratos*, reais ou imaginários, “visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo” (Devlin, 2002, p. 9), enquanto que a arquitetura é uma das atividades humanas *concretas*, sujeita a inúmeras leis, regulamentos, opiniões e tradições. Esta aparente contradição entre a *abstração* e o *concreto* não esconde as inúmeras relações entre as duas áreas de conhecimento que fazem com que a arquitetura não exista sem a matemática e que a resolução de problemas arquitetónicos tenha possibilitado o avanço da matemática (Salvadori, 2015).

É precisamente a concretização da arquitetura, ou seja, a sua forte conexão com a realidade, que a torna um ótimo recurso para o ensino de matemática, especialmente nos anos iniciais de educação, nos quais o conhecimento matemático deve ser atingido a partir da manipulação e de experiências no ambiente quotidiano. O saber científico, técnico e tecnológico desenvolve-se quando “os alunos trabalham com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos, científicos e socioculturais” (ME/DGE, 2017, p. 29).

Do ponto de vista da educação matemática existem dois possíveis caminhos entre matemática e arquitetura: (i) a prática da arquitetura aplica diretamente os conteúdos matemáticos da medição, proporção, espaço geométrico e otimização de recursos, base de trabalho de qualquer processo de criação arquitetónica (Alsina, 2016; García & Albert, 2005); (ii) alguns elementos arquitetónicos são um material básico para usar como um recurso no estudo de alguns conceitos matemáticos relacionados com a geometria: fachadas, plantas, recintos ou elementos decorativos, que podem ser exemplos para o estudo de proporções, projeções, transformações geométricas, frisos, mosaicos, etc., como o estudo das pavimentações a partir das decorações do Alhambra, em Granada (Pérez Gómez, 2004).

Pretende-se apresentar uma outra forma de trabalhar diretamente relacionada com a prática quotidiana do trabalho de arquitetos: o

estudo do projeto arquitetónico como estratégia para solução de problemas matemáticos. Em síntese, um projeto de arquitetura ainda é uma solução proposta, entre o infinito possível, para um problema espacial, necessidades, contexto urbano, recursos materiais e económicos e, finalmente, simbolismo. O interesse educacional desta abordagem, que irá trabalhar diretamente com projetos reais de arquitetura, é sustentado por matizados aspetos: (i) confronta os alunos com problemas do mundo real, colocando-se no lugar de arquitetos; (ii) permite um conhecimento mais profundo da arquitetura, passando o foco de aspetos puramente formais para aspetos funcionais e organizacionais; (iii) possibilita o conhecimento de uma história da arquitetura mais próxima da vida contemporânea dos estudantes.

Estes desafios educacionais podem se traduzir em diferentes campos do conhecimento matemático, para além do puramente geométrico. A exploração de conceitos topológicos de interior e exterior a partir do Pavilhão da Bienal de Arquitetura de Veneza (2016) da autoria da firma de arquitetos Pezo Von Ellrichshausen (ver figura 1), com apoio na planta do pavilhão (ver figura 2) pode constituir um problema que integra conceitos geométricos e topológicos, passíveis de serem explorados em diferentes níveis de ensino.

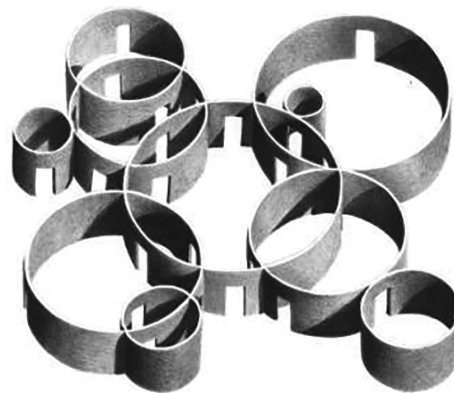
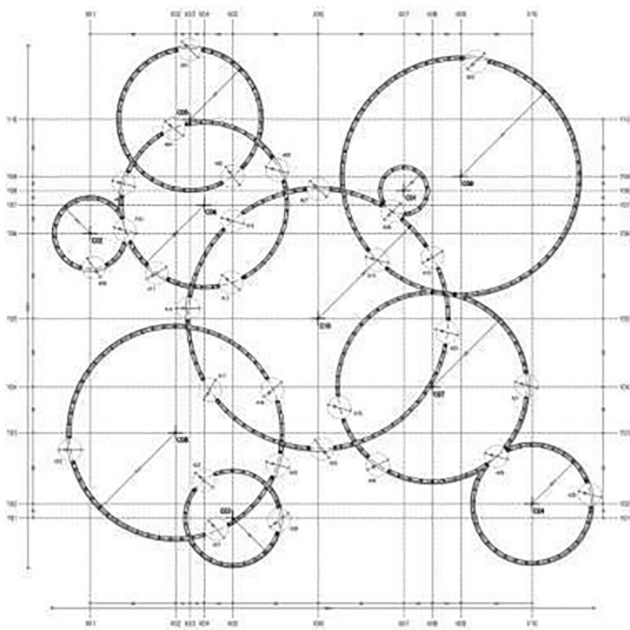


Figura 1. Maquete do Pavilhão da Bienal de Arquitetura de Veneza, Pezo Von Ellrichshausen Architects



**Figura 2.** Planta do Pavilhão da Bienal de Arquitetura de Veneza, Pezo Von Ellrichshausen Architects.

Estas imagens podem constituir o ponto de partida para uma tarefa matemática com características de investigação: (i) quantos círculos, ou cilindros, compõem a sua estrutura? (ii) quantos quartos, ou espaços interiores, compõem esta habitação? (iii) qual é o número máximo de espaços que podem ser criados com uma estrutura de dois círculos (ou dois cilindros)? (iv) e com uma estrutura de três círculos (ou três cilindros)? etc. A discussão sobre as distintas situações matemáticas de círculos disjuntos, tangentes, com um sector em comum e com um círculo contido noutro, constituem só por si uma possibilidade de exploração matemática com os alunos de todos os níveis de ensino. Naturalmente que a arquitetura também pode envolver aplicações de matemática avançada, em obras arquitetónicas, com especial inspiração ou apoio matemático, mas não é esse o propósito deste artigo.

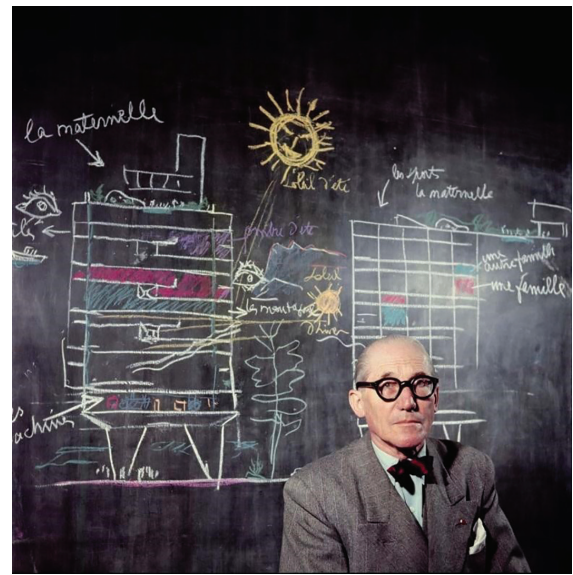
### ARQUITETO LE CORBUSIER E A MATEMÁTICA

Charles Édouard Jeanneret Gris (1887-1965), mais conhecido como Le Corbusier (ver figura 3), foi o maior expoente e fundador da chamada Arquitetura Racionalista que parte do axioma de que a aplicação do progresso da técnica resolveria eficientemente as necessidades, físicas e espirituais, da habitação humana.

Para o arquiteto, os problemas arquitetónicos constituem um campo exclusivo da razão e da sua relação com a matemática. O modo como se equaciona um problema:

O avião nos mostra como um problema bem colocado encontra sua solução. Desejar voar como um pássaro era representar mal o problema, e o morcego de Ader não se elevava do chão. Inventar uma máquina voadora sem lembrar nada de estranho à mecânica pura, isto é,

encontrar um plano de sustentação e uma propulsão, era apresentar bem o problema: em menos de dez anos, todos podiam voar (Le Corbusier, 1998, p. 89).



**Figura 3.** Arquiteto Charles Édouard Jeanneret Gris (1887-1965).

O sentido estético resulta das proporções, trabalho de arquiteto:

A beleza? Sempre existe quando há uma intenção e meios fornecidos a ela; a proporção não custa nada ao proprietário, apenas ao arquiteto. O coração só se move quando a razão é satisfeita e isso só acontece quando as coisas são calculadas (Le Corbusier, 1998, p. 201).

O interesse de Le Corbusier pela matemática materializou-se na sua estreita relação com personagens como Matila Ghika, Albert Einstein ou Iannis Xenakis e no desenvolvimento de teorias próprias que são aplicadas diretamente ao longo da sua produção arquitetónica no momento em que são enunciadas. É o caso dos *caminhos regulatórios*, do uso de *malhas ortogonais* ou do sistema de medidas baseado na razão áurea batizada de *Modulor* (ver figura 4), em que a arquitetura assume uma harmonia da razão (Franco Taboada, 1996; Larumbe Machín, 2015).

Este artigo desenvolve a criação de uma tarefa matemática a partir de um dos muitos projetos emblemáticos do arquiteto, o Museu de Crescimento Ilimitado de 1939 (Le Corbusier, 1991) (ver figura 5).

Este projeto de arquitetura corta com o “conceito inicial do museu como uma caixa fechada, opaca, à espera de ser aberta pelo visitante”, evoluindo para “o da caixa aberta ao crescimento e à transformação interna” (Coelho, 2015, p. 170). O museu retilíneo de crescimento ilimitado do arquiteto Le Corbusier (1939) procura atingir “formas de transparência, o predomínio dos elementos de circulação, a luz natural no espaço moderno, a extrema funcionalidade e o crescimento ilimitado do próprio edifício” (Coelho, 2015, p. 170).

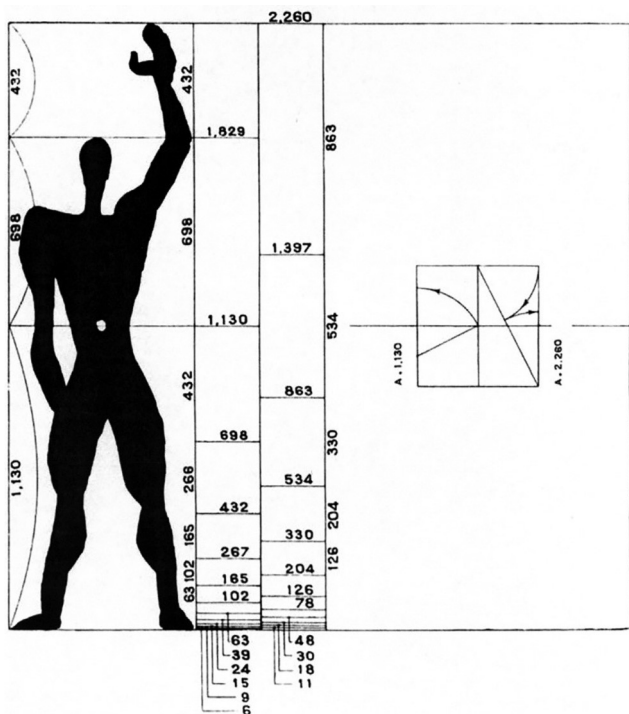


Figura 4. O Modulor de Le Corbusier.



Figura 5. Maquete do Museu de Crescimento Ilimitado, Le Corbusier, 1939.

#### PENSAMENTO ALGÉBRICO E PADRÕES DE CRESCIMENTO

O pensamento algébrico inclui as vertentes da generalização da aritmética e raciocínio quantitativo, que diz respeito ao reconhecimento das propriedades e relações das operações numéricas, incluindo a respetiva tradução simbólica; do estudo das funções, relações e variações, que conjuga o relacionamento dos objetos com a generalização das relações; e da modelação matemática, a par de outros problemas matemáticos e de outros domínios de conhecimento (Kaput, 2008).

O pensamento algébrico integra assim as vertentes de representar, raciocinar e resolver problemas, conjugando a capacidade de cálculo algébrico e de estudo das funções com o uso das relações de equivalência e de ordem, na interpretação e resolução de problemas matemáticos, a par com a utilização dos símbolos na descrição das situações e na resolução dos problemas, tendo por princípio o raciocínio matemático e a generalização das relações (Ponte, Branco & Matos, 2009).

O ensino da álgebra deve, portanto, capacitar os alunos para: (i) compreender padrões, relações e funções; (ii) representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos; (iii) usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; e (iv) analisar a variação em diversos contextos (NCTM, 2007). Na concretização destes propósitos, é relevante que os professores ajudem os alunos a dar significado aos símbolos, que lhes proporcionem a construção e o uso da linguagem algébrica, favorecendo a comunicação matemática, e que sustentem o processo de ensino e de aprendizagem na resolução de problemas e na comunicação das diferentes estratégias e resoluções (De la Fuente, Rowland & Deulofeu, 2016).

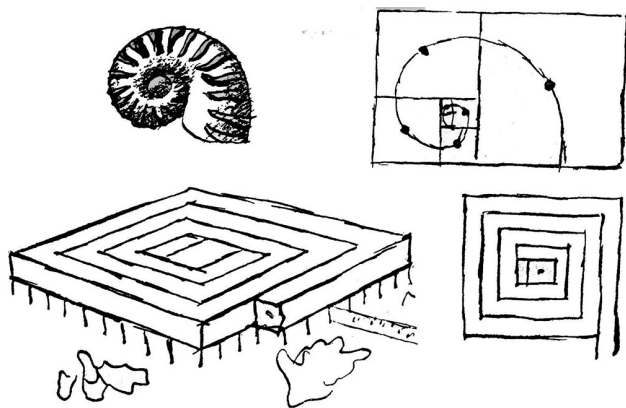
A observação de padrões, a sua descrição e generalização, assume-se como um dos eixos fundamentais no desenvolvimento do pensamento algébrico, entendidos os padrões como sequências estruturadas que envolvem repetição e mudança, especificamente os padrões de repetição como um *“motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente”* (Vale & Pimentel, 2009, p. 14) e os padrões de crescimento em que *“cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior”* (Vale & Pimentel, 2009, p. 16). Os padrões de crescimento constituem uma oportunidade única de generalização com ligação às sequências numéricas, às progressões aritméticas e geométricas, às sucessões e às séries, constituindo assim uma temática verticalmente transversal do ensino pré-escolar até ao ensino universitário.

Atendendo aos propósitos do pensamento algébrico, a perceção mental (abstrata) de um padrão ou relação não dispensa o reconhecimento da existência de uma representação visual (concreta) e de uma outra analítica ou verbal e a importância da transposição entre as duas por apropriação da existência de uma única lei de formação – geométrica e numérica – na generalização dos padrões (Silvestre, Faria, Sousa, Cristo, Santos, Molarinho e Veladas, 2010).

#### A PROPÓSITO DE UMA TAREFA MATEMÁTICA

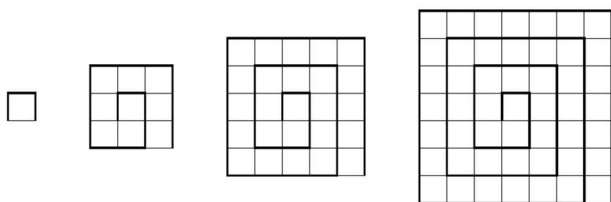
A tarefa matemática baseia-se na abordagem proposta por Boaler (2015) em que se pretende, a partir de uma questão inicial proposta aos resolvidores, enriquecer o problema, desenvolvendo novas variantes sobre o mesmo: Consegue pensar em questões matemáticas a partir destas imagens? (ver figura 6)





**Figura 6.** Esboço do Museu do Crescimento Ilimitado, Le Corbusier, 1939.

Esta questão inicial foi colocada a um grupo de vinte e quatro professores de diferentes ciclos de ensino, desde o primeiro ciclo até ao ensino secundário, com presença significativa de professores do 2.º ciclo do ensino básico, no âmbito de uma sessão prática, no AlgarMat2018, intitulada *Arquitetura e Matemática: O sonho da geometria 3D*. A partir das imagens apresentadas, os professores aludiram a simetrias, espirais, áreas e reflexões. A discussão em torno da existência ou não de reflexões resultou numa discussão sobre o *desnível* da construção criando a ilusória sensação de simetria por reflexão. Neste caso, a maquete do museu (ver figura 5), atendendo à efetiva construção das paredes, não admite simetrias, para além da simetria de rotação trivial. Após a apresentação do modelo de crescimento do museu (ver figura 7), com o museu mínimo, as primeira, segunda e terceira ampliações, e a explicação de que o acesso ao centro do museu é efetuado a partir de uma passagem subterrânea e as suas salas (espaços quadrados de dimensão unitária) percorridas no sentido dos ponteiros do relógio e que todas as divisões são iluminadas a partir do teto, para que as ampliações não afetem o museu já construído, constituindo uma nota introdutória, reintroduzimos a questão inicial das abordagens possíveis na sala de aula.



**Figura 7.** Museu mínimo, primeira, segunda e terceira ampliações.

### Áreas, ímpares, quadrados e outras relações

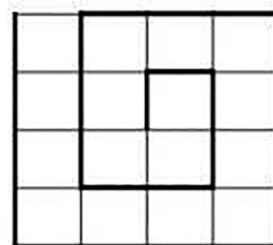
Os professores associaram esta imagem às áreas do museu inicial e das suas ampliações, identificando as suas áreas com o quadrado dos ímpares consecutivos, assumindo o museu mínimo como unidade. As questões sugeridas na tarefa matemática apontavam para a generalização do modelo de crescimento

em relação às sucessivas áreas do museu: (i) pode desenhar o museu após a quarta ampliação? (ii) quantas salas terá após a quarta ampliação? (iii) e depois da quinta ampliação? (iv) e após a ampliação  $n$ ?

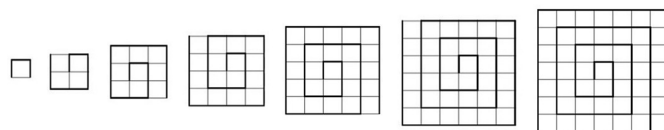
Assumindo a área do museu mínimo como  $u_0=1$ , as áreas das  $n$  sucessivas ampliações, definidas por  $u_n = (2n + 1)^2$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots$ , obtém-se sucessivamente pelo quadrado dos números ímpares. Esta limitação gerou uma descoberta, por parte de um dos professores, de uma possível reformulação do modelo da maquete, mantendo o formato quadrado, de modo a incluir todos os quadrados dos números naturais.

Professor: Se o término da estrutura for também em cima temos a sequência dos quadrados.

A introdução de situações em que o término do museu se localiza em cima (ver figura 8) pode gerar a sequência dos quadrados dos números naturais num friso de crescimento com as ampliações do museu em formato quadrangular (ver figura 9)

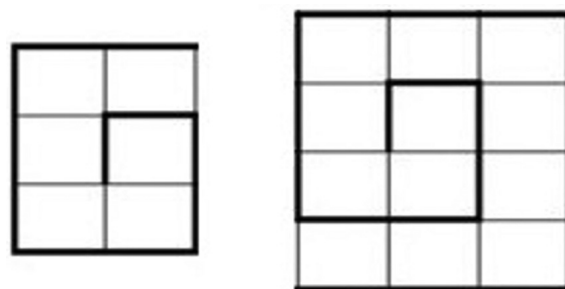


**Figura 8.** Ampliação do museu com termino na orientação oposta.



**Figura 9.** Museu inicial e seis ampliações.

Neste caso, assumindo a área do museu mínimo como  $u_0=1$ , as áreas das sucessivas ampliações são definidas por  $u_n = (n + 1)^2$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots$ , naturalmente considerando a segunda imagem como o termo de ordem um. Esta correspondência sugere o estudo das restantes situações, em que o término do museu se situa à esquerda e à direita (ver figura 10), assumindo uma forma retangular não quadrada.



**Figura 10.** Ampliações com término à direita e à esquerda.

Num estudo relativo às diferentes ampliações podemos definir a área do museu mínimo como  $u_0=1$  e as áreas das sucessivas ampliações, seguindo o sentido do ponteiro do relógio, por duas expressões: para  $n$  par (em cima e em baixo),  $n = 2k$ , temos  $u_k = (k + 1)^2$ , com  $k = 1, 2, 3, \dots$ , para  $n$  ímpar (à esquerda e à direita),  $n = 2k-1$ , temos  $u_k = k(k + 1)$  com  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Esta abordagem, em torno das sucessivas áreas das ampliações do museu de crescimento, constitui um desafio matemático passível de exploração desde o 1.º ciclo do ensino básico (naturalmente não generalizável) até ao ensino superior. A relação evidente entre a área e as salas do museu constitui a base para um novo conjunto possível de questões que conectam com problemas reais de carácter arquitetónico: se o tempo médio de visita em cada sala for de 10 minutos, em que ampliação a construção do museu deve ser interrompida para uma visita total de menos de 5 horas?

### Perímetro, paredes, negociação de conceitos e termo nulo

Um outro tema de debate entre os professores foi o perímetro destas construções. Neste caso entende-se por perímetro o comprimento das paredes, existindo um perímetro interior associado à área de exposição do museu e um perímetro externo do próprio edifício: (i) qual será a área de exposição do museu após cada ampliação? (ii) o seu perímetro externo?

No caso da área de exposição, teremos o número de paredes disponíveis para exposição em cada uma das ampliações, assumindo que o museu mínimo tem três paredes para exposição. Ao referirmos a designação de parede e ao questionarmos os professores sobre o número de paredes para exposição do museu mínimo com a primeira ampliação (ver figura 7), os docentes responderam diferentes valores, dez e dezanove, assumindo distintas significações para parede. Este caso retrata uma situação de necessidade de negociação dos conceitos matemáticos utilizados, neste caso particular, o que se entende por parede. Se se considerar como parede toda a superfície continua até à interceção, perpendicular ou não, com outra superfície, o museu (três por três) tem dez paredes interiores para exposição. Se se limitar o conceito de parede interior delimitada pela sala (espaço quadrado de dimensão unitária), o número de paredes para exposição é dezanove.

A tarefa matemática foi idealizada com o conceito de parede interior limitada pela sala, sendo que, com exceção da primeira sala, cada sala restante tem duas paredes, paralelas ou perpendiculares, disponíveis para exposição. Neste caso a expressão algébrica, para  $n$  salas, corresponde a  $v_n=2n+1$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots$ , paredes para exposição, no museu mínimo e em qualquer das suas ampliações. Se se considerar  $k$  o número de ampliações teremos, no museu mínimo  $v_0=3$ , e nas sucessivas ampliações  $v_k = 2(2k + 1)^2 + 1$ , com  $k = 1, 2, 3, \dots$ , paredes para exposição. Assumindo a definição de parede como a superfície contínua não quebrada, teremos, no museu mínimo, as mesmas

três paredes e nas sucessivas  $k$  ampliações  $v_k=8k+2$ , com  $k = 1, 2, 3, \dots$ , paredes para exposição.

Em relação ao perímetro externo do museu, assumindo as paredes por sala, para  $k$  ampliações, teremos três paredes externas, no museu mínimo  $w_0=3$ , e nas sucessivas ampliações  $w_k=8k+3$ , com  $k = 1, 2, 3, \dots$ , paredes externas, em qualquer ampliação do museu. No conceito de parede como superfície contínua não quebrada, todas as ampliações têm quatro paredes externas. Em todo este artigo se considerou o museu mínimo como o termo de ordem zero e a primeira ampliação como o termo de ordem um. No caso de se considerar o primeiro termo o museu mínimo, todas as expressões algébricas têm de ser adaptadas aos respetivos valores. Por exemplo, no caso da área dos sucessivos museus teremos  $u_n=(2n-1)^2$  com  $n = 1, 2, 3, \dots$ , por área de cada uma das fases do museu de crescimento ilimitado.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto arquitetónico como ponto de partida para o equacionar de problemas matemáticos não necessariamente geométricos constitui uma possibilidade de transformar algumas vertentes tipicamente abstratas da matemática em contextos concretos do nosso quotidiano. Neste artigo pretendemos realçar essa possibilidade apresentando dois exemplos de exploração matemática de maquetes arquitetónicas, com especial destaque para o museu de crescimento ilimitado, em que recreamos com suporte na matemática o próprio projeto de arquitetura.

Assumimos esta abordagem como um caminho a explorar, incluindo diferentes tópicos matemáticos, naturalmente que também no âmbito da geometria e medida, bidimensional e tridimensional, sendo que os próprios desafios arquitetónicos constituem um problema matemático, como se relata numa conversa entre arquitetos:

Uma velha conversa entre arquitetos analisa dois temas principais para conceber uma edificação: o caminho das cargas e o caminho das águas. O primeiro consiste em resolver como transportar os pesos de todos os elementos que compõem o edifício desde a estrutura às fundações e destas ao terreno. O segundo tema trata de como esvaziar, da maneira mais eficiente, ou seja, no menor tempo possível e pelo caminho mais curto, a água da chuva que cairá sobre o edifício e que irá danificar os materiais se ficar estagnada. Resolvem-se estes dois problemas corretamente e a arte arquitetónica estará (quase) garantida.

Dar forma à matemática, sem a reduzir a uma visão instrumental, é contribuir para o desenvolvimento das competências dos nossos alunos, com vista à resolução de problemas matemáticos futuros, hoje ainda por equacionar.

## Referências

- Alsina, C. (2016). Matemáticas, Arquitectura y Creatividad. *Palimpsesto*, (15), 20. <https://doi.org/10.5821/palimpsesto.15.4820>.
- Boaler, J. (2015). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Coelho, S. (2015). Museus para o século XXI. *Cadernos de Sociomuseologia*, 49 (5).
- De la Fuente, A.; Rowland, T. & Deulofeu, J. (2016) Developing algebraic language in a problem solving environment: the role of teacher knowledge. In Adams, G. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics* 36 (1) (pp. 25-30). London: BSRLM.
- Devlin, K. (2002). *Matemática. A ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Franco Taboada, M. (1996). El Modulor de Le Corbusier (1943-54). *Repositorio Universidade Coruña*, 1(12), 20-30.
- García, M. D., & Albert, J. A. (2005). Desarrollos Matemáticos en Arquitectura. In J. Lezama, M. Sánchez, & J. G. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 341-347). México DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Larumbe Machín, T. (2015). Estrategias geométrico-matemáticas en la obra de Le Corbusier (1923-1933). In *Le Corbusier, 50 years later International Congress* (pp. 1-21). <http://doi.org/10.4995/lc2015.2015.787>.
- Le Corbusier. (1991). *Le Corbusier: Obras Completas. Complete Projects*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Le Corbusier. (1998). *Hacia una arquitectura*. Barcelona: Apóstrofe.
- Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In Kaput, J. J.; Carraher, D. W.; Blanton, M. L. (Eds.). *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- ME/DGE – Ministério da Educação/Direção Geral de Educação (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: ME.
- NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Peixoto, J. L. (2019). *Autobiografia*. Lisboa: Quetzal.
- Pérez Gómez, R. (2004). Un matemático pasea por la Alhambra. In *Semana Europea para la Ciencia y la Tecnología 2004* (pp. 31-48).
- Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME – DGIDC.
- Salvadori, M. (2015). Can There Be Any Relationships Between Mathematics and Architecture? In K. Williams & M. J. Ostwald (Eds.) *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future* (pp. 25-30). Springer International Publishing Switzerland. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-00137-1>.
- Silvestre, A., Faria, A., Sousa, H., Cristo, I. Santos, I., Molarinho, M. & Veladas, M. (2010). Sequências Pictóricas: Estratégias de generalização dos alunos de 2.º, 3.º e 5.º anos in *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: APM - GTI
- Vale, I. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática. Propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESEIPVC.
- ANTÓNIO GUERREIRO**  
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO, UNIVERSIDADE DO ALGARVE.
- ENRIQUE MARTÍNEZ JIMÉNEZ**  
DEPARTAMENTO DE COMUNICACIÓN Y EDUCACIÓN, UNIVERSIDAD LOYOLA ANDALUCÍA.

## MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

### Investigar as pegadas dos animais

Investigar as pegadas dos animais é uma proposta de trabalho interdisciplinar que fomenta a articulação entre a Matemática e as Ciências Naturais.<sup>1</sup> Nesta secção é apresentada uma parte das tarefas dessa proposta, concretizada com o 5.º ano de escolaridade pelas estagiárias do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico da Escola Superior de Educação de Santarém, sob a nossa orientação, professores das didáticas específicas, e acompanhamento dos professores das escolas cooperantes. A primeira parte é concretizada na aula de Ciências Naturais e envolve uma saída de campo para recolha de dados das pegadas de animais, em três áreas previamente selecionadas e definidas pelo professor. Esta saída pode ocorrer no espaço da escola ou num espaço local onde seja possível encontrar animais (uma zona de alimentação, de passagem de animais, um curso de água, etc.). Caso a saída não se possa concretizar, o professor pode reproduzir antecipadamente as pegadas usando moldes em três caixas de areia ou argila. Cada caixa deve ter um número de pegadas diferente e simular características do meio distintas, por exemplo, a primeira caixa pode simular uma zona mais seca, a segunda uma floresta e a terceira uma zona perto de um curso de água. A segunda parte é realizada na aula de Matemática, com partilha de dados entre os grupos, a análise das pegadas e conclusões sobre a biodiversidade e o contributo do ser humano na sua preservação.

NEUSA BRANCO

BENTO CAVADAS

ELISABETE LINHARES

INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM /ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM.

<sup>1</sup> Pode consultar exemplos da concretização desta proposta de trabalho no artigo *Explorar Matemática através das pegadas dos animais*, publicado nesta revista.



# Investigar as pegadas dos animais

PARTE 1 | INVESTIGAR AS PEGADAS NA NATUREZA

Durante a saída devem ser discretos e silenciosos de modo a perturbar o mínimo possível os animais. Procurem não os incomodar, não mexendo nos ninhos nem nas tocas. Não devem atirar resíduos para o chão e devem recolher os que encontrarem.

Vão realizar este trabalho em grupo e devem recolher notas de campo ao longo do percurso. Cada grupo é responsável pelos registos de uma das zonas definidas pelo professor.

1. Percorram a zona que foi atribuída ao vosso grupo e observem com atenção o solo para identificarem vestígios da atividade de animais:
- Quando encontrarem pegadas de espécies diferentes de animais devem fotografá-las, colocando uma régua ao lado da pegada (figura 1). Assim irão conseguir identificar, posteriormente, as suas dimensões. Depois coloquem uma folha de acetato sobre a pegada e façam o contorno com uma caneta adequada (figura 2). Numerem as pegadas de cada espécie diferente e façam corresponder essa numeração no quadro 1.



Figura 1. Registo fotográfico de uma pegada.



Figura 2. Registo de uma pegada em acetato.

Fotografem outros vestígios da atividade dos animais (alimentação, deslocação, dejetos).

2. Assinalem com uma cruz (x) a zona que foi atribuída ao vosso grupo:
- ☐ Zona A

☐ Zona B

☐ Zona C
- 2.1. Registem as pegadas no quadro seguinte. Já no laboratório, identifiquem os animais correspondentes às pegadas que observaram nessa zona, com a aplicação Investigar as pegadas dos animais<sup>1</sup>.

Quadro 1. Representação da pegada e identificação dos animais.

| Representação da pegada 1 | Representação da pegada 2 | Representação da pegada 3 |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
|                           |                           |                           |
| Animal: _____             | Animal: _____             | Animal: _____             |

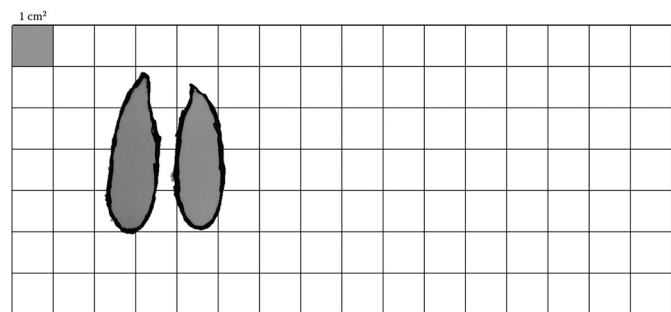
## PARTE 2 | INVESTIGAR A MATEMÁTICA DAS PEGADAS

3. Após partilha dos dados dos grupos, registem no quadro 2 o número de espécies diferentes e quais os animais que a turma encontrou em cada zona da saída campo.

**Quadro 2.** Número de espécies diferentes e identificação da espécie a que pertencem os animais encontrados em cada zona.

| Zona da saída de campo | Número de espécies diferentes | Quais os animais? |
|------------------------|-------------------------------|-------------------|
| Zona A                 |                               |                   |
| Zona B                 |                               |                   |
| Zona C                 |                               |                   |

4. Construam um gráfico com barras, em que apresentem a quantidade de pegadas de espécies diferentes encontradas em cada zona. Atribuem um título ao gráfico e legendem devidamente os eixos.
5. O que podem concluir relativamente à diversidade de animais em cada zona? Como justificam esses valores?

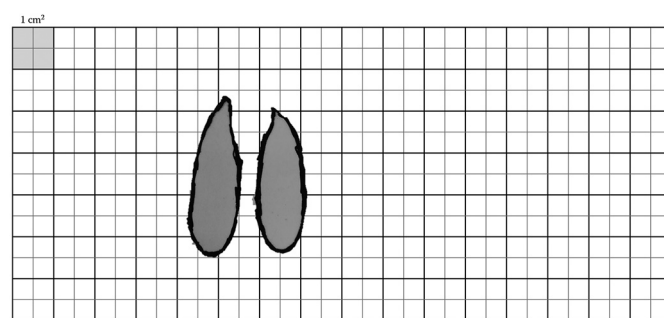


6. Calculuem a medida da área da pegada de corço que é dada, tomando como unidade de medida o quadrado 1 cm x 1 cm em cada um dos quadriculados (malha 1 e malha 2). De seguida, usem o registo em acetato de uma das pegadas encontradas para sobreporem nas malhas e medir a área da sua superfície. Registem os valores no quadro 3. Caso sejam diferentes justifiquem qual será o valor mais próximo da medida real da área.

**Quadro 3.** Medidas da área das pegadas dos animais.

| Animal | Medida da área (malha 1) | Medida da área (malha 2) |
|--------|--------------------------|--------------------------|
| Corço  |                          |                          |
|        |                          |                          |

7. Expliquem por que razão os biólogos fazem contagens de animais com frequência<sup>2</sup>.
8. Pensem em medidas de proteção à fauna local. Indiquem formas de divulgá-las na comunidade para a promover a proteção dos animais selvagens da região em que vivem e, se possível, concretizem essa divulgação<sup>3</sup>.



<sup>2</sup> Esta tarefa pretende desenvolver o pensamento interdisciplinar dos alunos. A contagem dos animais, realizada habitualmente através de técnicas de amostragem, é usada pelos biólogos para diagnosticar o estatuto de conservação de determinada espécie.

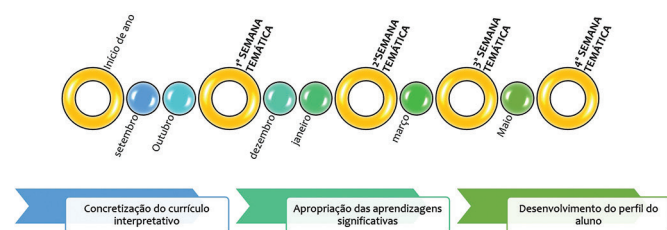
<sup>3</sup> Esta tarefa enquadra-se no âmbito do *Referencial da Educação Para a Sustentabilidade* ([https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ECidadania/ref\\_sustentabilidade.pdf](https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ECidadania/ref_sustentabilidade.pdf)), da Estratégia Nacional de Educação para a Cidadania, e visa que os alunos tomem consciência da importância de preservar a biodiversidade.

# Cristelo: um Agrupamento em mudança

O Agrupamento de Escolas de Cristelo foi uma das seis Escolas a nível nacional que desenvolveu, entre 2016 e 2019, o Projeto Piloto de Inovação Pedagógica (PIIP), procurando concretizar propostas pedagógicas inovadoras para combater o insucesso escolar. O Agrupamento assumiu dar um passo em frente na flexibilidade curricular e autonomia de escola e fervilha de entusiasmo e projetos. Foi essa realidade que a Educação e Matemática procurou conhecer no que diz respeito a práticas interdisciplinares, envolvendo a matemática. Na entrevista presencial estiveram Célia Barbosa, professora de educação visual, Natália Leão e Paula Marques, de matemática e ciências da natureza. A escola reorganizou-se de forma criativa, criando semanas temáticas, cujo funcionamento o Diretor, Mário Rocha, nos ajudou a perceber através de um depoimento.

## SEMANAS TEMÁTICAS, REFERENCIAIS DE INTEGRAÇÃO CURRICULAR E CENÁRIOS DE APRENDIZAGEM

Mário Rocha: As Semanas Temáticas permitem a concretização do currículo, sem as “amarras” de um horário escolar rígido, permitindo a verdadeira interdisciplinaridade e transdisciplinaridade do currículo, para além da concretização de visitas ao meio, teatros, tertúlias, debates, apresentações (figura 1).



**Figura 1.** Distribuição das semanas temáticas no ano letivo.

Pode-se observar um horário duma destas semanas na figura 2. Toda a comunidade educativa é convocada para integrar as atividades letivas, onde, entre outras atividades previamente planeadas, a Cozinha Pedagógica, a Ecovia e a participação no projeto INCLUD-ED, com tertúlias literárias dialógicas e grupos interativos, ganham uma dinâmica mais robusta e intensa.

A partir de 2018/2019, nas quatro semanas temáticas, tem-se efetuado a avaliação dos alunos nos Referenciais de Integração Curricular (RIC), com integração das Aprendizagens Essenciais, do Referencial de Educação Para a Cidadania e do Perfil dos Alunos. Esta avaliação convoca toda a comunidade educativa, onde alunos, pais, técnicos e docentes constituem verdadeiros conselhos de comunidades de aprendizagem e avaliação. Estimula-se a comunicação oral e escrita, a colaboração, a criatividade e o pensamento crítico numa verdadeira avaliação formativa, onde o aluno tem voz ativa. Finalmente, em cada semana temática, o aluno opta pelo RIC que terá de desenvolver nas 8 semanas seguintes.

Educação e Matemática (EM): Vocês transformaram a escola e criaram novas dinâmicas de organização. Expliquem-nos como funcionam as semanas temáticas.

| Tempos        | Segunda                             | Sala                            | Terça   | Sala | Quarta  | Sala | Quinta  | Sala | Sexta   | Sala |
|---------------|-------------------------------------|---------------------------------|---------|------|---------|------|---------|------|---------|------|
| 08:25 - 09:15 | RIC1<br>RIC2<br>RIC3<br>RIC4<br>TIC | 103<br>109<br>102<br>108<br>103 | PA5_LT  | 210  | PA2_PCC | 101  | PA2_PCC | CT   | PA9_SCT | 101  |
| 09:20 - 10:10 | RIC1<br>RIC2<br>RIC3<br>RIC4<br>TIC | 103<br>109<br>102<br>108<br>103 | PA5_LT  | 210  | PA2_PCC | 101  | PA2_PCC | CT   | PA9_SCT | 101  |
| 10:25 - 11:15 | RIC1<br>RIC2<br>RIC3<br>RIC4<br>TIC | 103<br>109<br>102<br>108<br>103 | PA8_BSA | Pv.  | PA5_LT  | CTT1 | PA7_RPP | 104  | VE_RIC3 | Ext  |
| 11:25 - 12:15 | RIC1<br>RIC2<br>RIC3<br>RIC4<br>TIC | 103<br>109<br>102<br>108<br>103 | PA8_BSA | Pv.  | PA7_RPP | CTT1 | PA7_RPP | 104  | VE_RIC3 | Ext  |
| 12:20 - 13:10 | PA1_IC                              | 101                             | PA1_IC  | 101  | PA7_RPP | CTT1 | PA7_RPP | 104  | RwEdCid | Pv.  |
| 13:15 - 14:05 |                                     |                                 | PA6_SEA | 109  |         |      | PA4_DPA | 102  |         |      |
| 14:10 - 15:00 |                                     |                                 | PA6_SEA | 109  |         |      | PA4_DPA | 102  |         |      |
| 15:15 - 16:05 |                                     |                                 | PA6_SEA | 109  |         |      |         |      |         |      |
| 16:15 - 17:05 |                                     |                                 |         |      |         |      |         |      |         |      |
| 17:10 - 18:00 |                                     |                                 |         |      |         |      |         |      |         |      |

PA1\_IC – INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO  
PA2\_PCC – PENSAMENTO CRÍTICO E PENSAMENTO CRIATIVO  
PA4\_DPA – AUTONOMIA E DESENVOLVIMENTO PESSOAL  
PA5\_LT – LINGUAGENS E TEXTOS  
PA6\_SEA – SENSIBILIDADE ESTÉTICA E ARTÍSTICA

PA7\_RPP – RACIOCÍNIO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS  
PA9\_SCT – SABER TÉCNICO E TECNOLÓGICAS  
PA8\_BSA – BEM-ESTAR E SAÚDE  
RwEdCid – REFERENCIAL DE EDUCAÇÃO PARA A CIDADANIA  
VE\_RIC3 – VISITA DE ESTUDO

**Figura 2.** Exemplo dum horário durante uma semana temática

Natália Leão (NL): Nós temos quatro semanas temáticas no ano, que ocorrem de oito em oito semanas. Em cada semana, a mancha horária é comum a todos os anos dos 2.º e 3.º CEB. Cada turma tem o seu horário, sendo que as horas em que aparecem os RIC são comuns a todos os alunos do mesmo ano e cada aluno frequenta um dos 4 RIC. Podem existir atividades propostas para várias turmas do mesmo ano, a decorrer em simultâneo em salas ou espaços comuns.

EM: Nas semanas temáticas, toda a escola está ao mesmo tempo a dinamizar as mesmas atividades?

NL: Sim, estão todas as escolas do agrupamento ao mesmo tempo com horários iguais e depois, consoante a nossa proposta, os alunos são colocados nas atividades que temos planificadas. Se queremos que sejam todos naquele dia, naquela hora, naquele espaço, dizemos que queremos que a atividade ocorra desta forma. O horário dessa semana é articulado de forma a proporcionar as condições necessárias à concretização das atividades.

Também se aproveitam estas semanas para saídas, em aulas de campo ou visitas de estudos. Procuramos sempre alocar as visitas de estudo nestas semanas temáticas, precisamente para não colidir com aulas ou outras atividades. Nestas semanas tudo é possível, porque os horários da semana são construídos em



função das atividades existentes e dos intervenientes. No horário das semanas temáticas o que colocamos é a designação dos RIC ou os referenciais do perfil do aluno para o século XXI, que vão ser desenvolvidos em relação com a atividade que propusemos. Fazer os horários de oito em oito semanas, dá imenso trabalho. Vão-se ouvindo as solicitações dos professores e depois tentam-se conjugar todas as atividades. A mancha é sempre a mesma: segunda, quarta e sexta-feira de manhã e terça e quinta-feira todo dia. Depois há as atividades solicitadas, sendo mais fácil, por exemplo, poder estar mais do que um professor na mesma sala de aula, satisfazendo um determinado cenário de aprendizagem. Há sempre professores alocados aos locais das atividades e com atividades dinamizadas, o que permite deixar circular alunos, caso terminem as suas tarefas mais rapidamente, atendendo ao ritmo de cada um.

Paula Marques (PM): Inicialmente, o nosso objetivo era que as aulas nessa semana fossem diferentes, dar conteúdos, mas de forma diferente. Não é fácil sair da nossa zona de conforto. O ano letivo passado, escolhemos o RIC cozinha pedagógica, e trabalhámos as frações com o bolo da caneca, ainda era só a matemática, mas este ano é que já fizemos matemática articulada. Vamos evoluindo e vendo a possibilidade de encaixar outras disciplinas.

NL: Vou dar um exemplo para se perceberem melhor as siglas que aparecem no horário da semana temática. Um dos cenários de aprendizagem, realizado numa das semanas temáticas, tinha por tema: “Na Rota dos Produtos do século XVI”; os professores de 5º ano organizaram-se para contribuir com atividades para o tema; por exemplo:

- Produção de textos dramáticos alusivos ao sec. XVI; os alunos desenvolviam competências e conhecimentos na área da disciplina de Português e na área de competências do perfil do aluno, PA5\_LT\_Linguagens e Textos;
- Descobrir a origem de produtos que foram introduzidos na alimentação a partir dos sec XV e XVI. Conhecer o benefício de alguns deles para a nossa saúde. Fazer pão de milho e trigo; RIC 2, Ciências da Natureza (CNA) e História e Geografia de Portugal (HGP)

EM: Podem explicar mais em pormenor o trabalho que fazem nos RIC?

PM: Sobre os RIC, já tivemos sete, agora só temos quatro: Eco cozinha Pedagógica, Nós e a Europa, Entr´Artes e Jogos Olímpicos 2040. Todos os alunos devem passar pelos quatro RIC. Aliás, como há quatro semanas temáticas, em cada uma, cada aluno escolhe um RIC onde permanecerá até à semana temática seguinte onde mudará para outro RIC. Os alunos circulam pelos referenciais ao longo do ano e fazem isso por ano de escolaridade, não por turma. Por exemplo, no quinto ano temos cinco turmas. Durante a primeira semana temática cada RIC será constituído por cinco a seis alunos de cada

turma. Todos os alunos passam pelos quatro referenciais. Ao fim de oito semanas, na semana temática seguinte, trocam de RIC. Podem encontrar a descrição completa no Plano de Estudos e Desenvolvimento Curricular – 2019/2020 (PEDC) do Agrupamento.

EM: Célia, como coordenadora do RIC 1 do 2.º ciclo, explica-nos como trabalham o RIC ao longo do ano e como fazem a ligação com as semanas temáticas

Célia Barbosa (CB): No início do ano, começam-se a escolher as temáticas que realmente poderão ser articuladas a nível de RIC, de acordo com o conteúdo programático da disciplina. Já sabemos que nas semanas temáticas a atividade tem de ser diferente, por isso tentamos conciliar, cumprindo o programa, mas fazendo-o de forma diferente. O que fazemos é muita troca na ordem dos conteúdos que lecionamos. As disciplinas têm tempos letivos destinados ao trabalho no RIC. Por exemplo, no RIC 1 do 5.º ano estão as disciplinas de POR, MAT, CNA, Educação Física (EDF) com 2 tempos cada uma, num total de 8 tempos. Nas semanas temáticas os alunos têm nos horários os RIC durante um dia, de manhã e de tarde, variando o que vão fazendo. Aos alunos é entregue um guião que vão preenchendo ao longo da semana, no decorrer das atividades propostas e no horário está a lista dos professores que vão estar com eles.

Nos RIC à partida já se trabalha em articulação, mas este trabalho não é só desenvolvido na semana temática, é desenvolvido durante as 7 semanas que precedem a semana temática.

EM: Já falaram em cenários de aprendizagem e em cima desta mesa (figura 3) têm vários documentos que são cenários de aprendizagem. Falem-nos mais sobre eles e como se articulam com as semanas temáticas e os RIC.

PM: Os cenários de aprendizagem surgiram com o objetivo de várias disciplinas do currículo poderem lecionar os seus conteúdos programáticos de forma interdisciplinar. Quando os alunos trabalham o mesmo assunto tanto em matemática como em português, ou história, é muito fácil construir um cenário de aprendizagem, pois é mais simples quando, efetivamente o assunto percorre diferentes disciplinas. Por exemplo, o “Parte e Reparte”. Neste cenário de aprendizagem aplicado a alunos de 5º ano de escolaridade intervieram as disciplinas de Português, Educação Musical e Matemática. No âmbito da disciplina de Português, os alunos foram desafiados a escreverem uma receita, tendo que apreender ou desenvolver os conhecimentos sobre a estrutura e a função do texto instrucional. A partir do material da Eco cozinha pedagógica, cada turma de 5º ano confeccionou três bolos: um com as quantidades dos ingredientes, tal como estava na receita que tinham escrito e os outros com parte dessas quantidades – metade e um terço. Orientados pela professora de Educação Musical, usaram frações para exprimirem notações musicais e criarem melodias. A continuidade do estudo das frações em matemática já é feita depois, na sala de aula, onde

trabalham com outros materiais manipuláveis.

Os cenários de aprendizagem podem ocorrer, ou não, durante as semanas temáticas, mas, em geral, aproveitamos as semanas temáticas para lançar os cenários de aprendizagem porque a escola reorganiza-se por completo. No caso do “Parte e Reparte”, a exploração da estrutura e a função do texto instrucional, assim como a conceção das receitas, aconteceram durante as aulas da disciplina de Português fora da semana temática, mas a ida à cozinha para confeccionar os bolos já se passou numa semana temática.



**Figura 3.** Entrevista presencial

EM: A mesma preparação duma semana temática pode funcionar várias vezes ao longo do ano porque os alunos é que mudam?

PM: Sim os alunos é que mudam. E o conteúdo já está alocado, decidido desde o início do ano. São conteúdos sistémicos porque há alunos que vão estar logo no primeiro turno a abordar um certo conteúdo e outros vão estar no último que vai ser em junho; por isso os conteúdos são estanques, não podem estar a depender um do outro. O que se fez foi, cada disciplina que está nos RIC (não todas, mas quase), teve que escolher uma temática que fosse estanque, para que os alunos não saíssem prejudicados e não dependessem umas das outras. Este foi um processo que se foi afinando porque, por exemplo, houve cenários com muitas disciplinas e nós verificamos que isto não funciona muito bem, pelo que, fomos reduzindo o número de disciplinas. Por exemplo, para o RIC 2, Nós e a Europa, escolhemos estatística e para o RIC 4, Jogos Olímpicos, áreas e perímetros.

CB: Quanto à ligação entre RIC's, semanas temáticas e cenários de aprendizagem, estes podem estar ligados ou não, porque podem existir cenários de aprendizagem (tal como já aconteceu) em que duas ou três disciplinas articulam de forma a desenvolver um cenário de aprendizagem, a acontecer na semana temática ou não, onde serão trabalhados conteúdos dessas disciplinas.

EM: Conta-me, por exemplo, o teu papel num só dia numa das semanas temáticas

CB: Eu fiz o peddy papper, que se enquadra no RIC Entre'Artes. Recebia grupos de alunos que possuíam a descrição da atividade a realizar sob a forma de desafio. Estávamos na semana da “Rota dos produtos do séc. XVI” e uma das provas do peddy papper era realizar uma pintura com especiarias; também extraíram clorofila (figura 4) porque queríamos a cor verde, fazendo

cromatografia num almofariz com álcool. Para o peddy papper foram quatro horas seguidas e os alunos mudavam de sala ou iam para o exterior, conforme os desafios. Tínhamos vários professores para apoiar os alunos. Cada grupo tem o seu ritmo, a turma não tem que estar em bloco.



**Figura 4.** Extração de clorofila durante o peddy paper

EM: E como é que vocês planificam com intervenientes de áreas tão diversas?

PM: Sempre que podemos é via on-line, o nosso grupo de matemática e ciências funciona muito bem, é simples. Nós combinamos os temas que vamos trabalhar e quando vamos planificar, já planificamos de forma a inserir cada disciplina.

No início, foi muito ambicioso e foi difícil fazer toda a gente trabalhar, as pessoas acabaram por ficar no seu espaço, mas com menos disciplinas é muito mais fácil. Com a experiência, integramos conteúdos das várias disciplinas com mais facilidade. Por exemplo, tínhamos uma atividade que era a mão articulada robotizada, onde se trabalhavam conteúdos de matemática, mas eu já vi como encaixar as ciências. É com a experiência.

EM: Sobre a avaliação dos alunos querem deixar algum registo?

PM: Na semana temática o aluno apresenta o que fez no RIC à comunidade. No fundo, há um momento de avaliação, porque eles têm de se auto-avaliar e avaliar os outros. No RIC é trabalhado o perfil do aluno e trazemos para dentro da escola a comunidade para ver o produto final dos trabalhos dos alunos. De 10 em 10 minutos há uma atividade de grupo diferente e a comunidade assegura, por exemplo, se em termos de eficácia os alunos cumprem as regras de diálogo.

No RIC, há um conselho que dá a nota e só sai uma nota de RIC, não sai a matemática ou ciências. Há vários professores e eu não sou necessariamente professora dos alunos das minhas turmas. Uma percentagem dessa nota vai entrar nas disciplinas intervenientes.

#### **CENÁRIO DE APRENDIZAGEM: “VIAGEM ORIENTADA NA MINHA ESCOLA”<sup>1</sup>**

A partir dos documentos disponibilizados pelas professoras, descrevemos em seguida um dos cenários de aprendizagem

<sup>1</sup>Este cenário está acessível no link: [https://drive.google.com/open?id=1g4EaxH8akzgT\\_AOvzAbyoxV0MflUKoLP](https://drive.google.com/open?id=1g4EaxH8akzgT_AOvzAbyoxV0MflUKoLP)

realizado na 2.<sup>a</sup> semana temática, em que as disciplinas intervenientes são: CNA, HGP, POR, EVT, Educação Física e MAT. Todos os cenários de aprendizagem têm origem num problema. Neste cenário, o problema foi o seguinte: “como decifrar orientações presentes em documentos diversos”. A definição deste problema surgiu porque, na primeira semana temática foi desenvolvido um “Peddy Paper” pela associação de estudantes com os alunos do 5º ano, sobre os diferentes espaços escolares e respetivas funções e, durante a realização da atividade, foram notórias as dificuldades dos alunos em orientarem-se no recinto e em conseguir decifrar as instruções presentes no guião da atividade. Os alunos são desafiados a desenvolver uma ou várias ações que considerem oportunas para melhorar a capacidade de orientação e de interpretação de informação contida em mapas, guiões ou outros instrumentos.

Depois de identificado o problema que alicerça o cenário de aprendizagem, cada disciplina interveniente define os objetivos que pretende alcançar e os conteúdos programáticos que irá lecionar. Neste cenário, na disciplina de Matemática, listou-se:

- desenvolver interesse pela Matemática e valorizar o seu papel no desenvolvimento das outras ciências e domínios da atividade humana e social
- exprimir a amplitude de um ângulo em graus e identificar ângulos complementares, suplementares, adjacentes, alternos internos e verticalmente opostos
- reconhecer relações entre as ideias matemáticas em geometria e aplicar essas ideias em outros domínios matemáticos e não matemáticos
- resolver problemas que requeiram a aplicação de conhecimentos já aprendidos e apoiem a aprendizagem de novos conhecimentos.

Definidos os preliminares, o cenário desenvolve-se através de desafios propostos aos alunos, que estes vão percorrendo, dentro ou fora da sala de aula, durante os seus horários habituais ou em semanas temáticas.

Neste cenário, o primeiro desafio – “Será possível viajar sem sair da escola?” – é lançado no âmbito da disciplina de Português. Os alunos começam por fazer uma leitura do capítulo XXVI do livro “Viagem ao mundo em 80 dias” de Júlio Verne e é-lhes pedido para elaborarem uma história com um final diferente para posteriormente partilharem com a turma.

O segundo desafio, proposto aos alunos, é relacionado com a Matemática. Contextualiza-se historicamente a noção de grau ou ângulo de amplitude um grau e, fornecendo um mapa da escola aos alunos com vários sítios assinalados, vai-se pedindo que registem as coordenadas GPS desses locais utilizando os próprios telemóveis. Já, em sala de aula, vão trabalhar os dados recolhidos, interpretando-os e convertendo as medidas obtidas em graus para graus, minutos e segundos.

Em Educação Visual, vão construir modelos em papel para percecionarem e apreenderem os movimentos de rotação e de translação do planeta terra. Este desafio intitula-se “Como gira a Terra”. Pretende-se que numa parte final haja apresentação dos protótipos ou dos mecanismos à turma.

Dentro deste cenário de aprendizagem, nas aulas de Educação Física, pretende-se que os alunos desenvolvam a capacidade de se orientarem. “A Orientação é uma atividade física e mental interessante, praticada normalmente ao ar livre em que tens de realizar um determinado percurso com um mapa. No final do século XX, os povos dos países nórdicos da Europa aproveitaram a Orientação para fazer dela uma atividade desportiva que ficou a chamar-se “o desporto da floresta” tais como correr, trepar, saltar, deslizar, ...” pode-se ler no documento orientador deste cenário de aprendizagem.

No desafio cinco “Compreender que animais podem ser encontrados no jardim da escola”, os alunos são convidados a organizarem-se em grupos de trabalho para, depois de terem delineado e planificado o trabalho, irem para o espaço exterior da escola observar e registar os animais existentes. Este desafio permitiu abordar conteúdos do currículo da disciplina de Ciências da Natureza.

Finalmente, em HGP os alunos ficaram a saber mais sobre “Que instrumentos nos ajudaram na expansão marítima”. Foram convidados a construírem um quadrante e com ele a medirem o ângulo que Sol faz com o horizonte.

Concluídos os diversos desafios que constituíram o cenário, há que fazer uma reflexão final. Utilizando o *MovieMaker* ou o *Photo Story 3*, foram ainda desafiados a elaborarem um filme que refletisse o que tivessem desenvolvido e o que tivessem retido. Os alunos tiveram que sintetizar a informação acabada de aprender individualmente e também em grupo, decidindo qual a informação mais importante a passar à comunidade durante a aula.

O filme construído deve ser apresentado à turma, havendo o contributo de todos os elementos do grupo. No fim de cada apresentação, a audiência vota num barómetro de opinião.

A revista Educação e Matemática, agradece a total disponibilidade das professoras Célia, Natália e Paula, bem como do diretor do Agrupamento de Cristelo que nos falaram com paixão do trabalho que têm realizado. Ao longo da entrevista foram dados exemplos que não foi possível inserir neste texto, que teremos todo o interesse em divulgar nas páginas da nossa revista. Contamos convosco para a escrita de textos sobre a experiência riquíssima que estão a desenvolver

CRISTINA CRUCHINHO  
(DA REDAÇÃO DA EM)



# Frações, razões e taxas: que trabalho em matemática para uma utilização com compreensão na resolução de problemas nas várias disciplinas?

MANUELA PIRES

No Agrupamento de Escolas a que pertenço, os alunos sentem alguma dificuldade na compreensão de conceitos trabalhados em matemática, também utilizados na física e química, biologia e geologia, geografia, economia, nomeadamente, raciocínio multiplicativo versus aditivo, número racional, fração, razão e taxa.

Para percebermos melhor como é que os alunos trabalham esses conceitos ao longo dos anos e o porquê das fragilidades, foram realizadas oficinas de formação por ciclo, do ensino básico e secundário, durante o ano letivo 2018/19, com sessões que envolveram mais do que um ou mesmo todos os ciclos, com a finalidade de planificar, avaliar e articular entre ciclos para melhorar as aprendizagens em matemática.

O trabalho consistiu na análise de documentos curriculares de referência e seleção de tarefas, envolvendo avaliação formativa, com vista à sua implementação em sala de aula, sempre que possível em codocência. Um dos focos da formação foi a discussão entre professores de anos e ciclos diferentes sobre a adequação das tarefas aos alunos em cada ano de escolaridade. Discutiram-se conceitos e procurou-se unificar a linguagem.

A importância das sessões conjuntas foi salientada por vários professores nos relatórios de reflexão final, referindo-se que “Partindo-se da análise de vários documentos, e de experiências partilhadas, foram abordadas questões muito importantes sobre as principais temáticas da Matemática, por exemplo, a definição de proporcionalidade direta e sua adequação ao nível dos alunos e ao longo dos ciclos, e sobre a avaliação nesta disciplina, principalmente acerca dos instrumentos de avaliação, com compromissos acordados por todos os participantes que terão algum impacto nas planificações”.

Os recursos “Teaching fractions and ratios for understanding” (Lamon, 2006) e “Mathematics Assessment Project” (MAP)<sup>1</sup>, apresentados num artigo de Malcon Swan (2017/2018) serviram de base e inspiração a este trabalho. Neste último encontramos muitas das tarefas exploradas nas aulas, que na opinião de uma das professoras apresentam vários pontos fortes: “Com a sua implementação na prática, verificou-se que este tipo de aula apresenta vários pontos fortes, tais como: a existência de uma maior motivação por parte dos alunos, uma vez que foi claro

que eles gostam de trabalhar em grupo, (...) a importância de o desenvolvimento das tarefas permitir que sejam os próprios alunos a mobilizar conhecimento e procurar estabelecer conexões entre as várias representações, (...) uma forte aposta na importância da comunicação entre pares e na necessidade de explicitação de argumentos perante os outros, tanto em grupo alargado, como perante o grupo-turma.”

O trabalho com os sentidos dos números racionais, como quociente, parte/todo, medida, operador e razão, ocupou uma boa parte das oficinas de formação, mas é sobre o sentido de razão, comum a contextos trabalhados em várias disciplinas, que irei refletir neste texto.

## FRAÇÕES, RAZÕES E RACIOCÍNIO PROPORCIONAL

Um dos conceitos que clarificamos foi o de fração, porque existem diferentes interpretações: (1) como comparação parte-todo; (2) como número racional e (3) como número escrito na forma simbólica  $\frac{a}{b}$ . Consideramos que “Frações são símbolos bipartidos, uma forma para escrever números:  $\frac{a}{b}$ ”. “Neste sentido, a palavra fração refere-se a um sistema notacional, um símbolo, dois inteiros escritos com uma barra entre eles, representações de números racionais e irracionais, tais como  $-\frac{3}{4}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\sqrt{4}}{2}, -\frac{12.2}{14.4}, \frac{1}{1}, \frac{1}{4}$ ” (Lamon, 2006). Os conceitos referidos em (1) e (2) são, no entanto, os mais utilizados nos manuais do ensino básico, embora apresentem várias limitações.

Desde cedo, os alunos trabalham razões como comparação de duas grandezas, quer sejam do mesmo tipo ou não. Quando se comparam grandezas do mesmo tipo, a comparação pode ser entre a parte e o todo ou entre partes e podemos assumir que razão de dois números se pode tomar como sinónimo de quociente desses números (Caraça, 1970). Encontram-se situações em que *razão* é um dos sentidos de número racional, na comparação entre a medida de parte de um conjunto, com a medida de outra parte do conjunto, por exemplo, a razão entre o número de raparigas e de rapazes de uma turma  $\frac{10 \text{ raparigas}}{15 \text{ rapazes}}$ , e outras em que é um número irracional, como a razão entre o comprimento (c) de uma circunferência e o respetivo diâmetro (d):  $\frac{c}{d} = \pi$  (2.º CEB) ou a razão entre o lado de um quadrado e a sua diagonal:  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (7.º ano).

<sup>1</sup> <http://map.mathshell.org/lessons.php?collection=8&unit=8225>

No 6.º ano é introduzido formalmente o significado de razão, em que assenta o conceito de proporção. Define-se razão como quociente de dois números ou o quociente de duas quantidades/grandezas comparáveis e introduz-se uma nova notação (a:b), impondo a condição de b diferente de zero e a proporção como igualdade de duas razões.

Em matemática, nos manuais dos 2.º e 3.º CEB privilegia-se a fração como número, o número racional subjacente, perdendo-se os contextos e os sentidos. Não se questiona o que representam numerador e denominador, em cada um dos sentidos e mecanizam-se regras de cálculo. Em paralelo, no início do estudo das razões, trabalha-se habitualmente a ferramenta regra de três simples, talvez porque é um processo mecânico de fácil utilização, eficaz para obter resultados. Infelizmente, esta transforma-se numa muleta de cálculo, e desvia os alunos da compreensão do significado de razão, pelo que, não é uma mais valia na compreensão das quantidades comparadas. Temos que perceber se os alunos desenvolveram o raciocínio proporcional, se são capazes de compreender contextos e aplicações com base na proporcionalidade e se têm a capacidade de analisar as mudanças em termos absolutos e relativos. A persistência tem que ser na compreensão, pelo que o trabalho deve incidir nas razões e na igualdade de razões e, a longo prazo, só vemos desvantagens na utilização da regra de três simples.

Acresce que, quando se comparam grandezas de tipo diferente se obtém uma nova grandeza, que não é facilmente representada e cujo nome não é o de nenhuma das grandezas originais, pelo que é necessário que se mantenham os rótulos nas grandezas que se comparam, são exemplo a velocidade =  $\frac{280 \text{ km}}{3,5 \text{ h}} = 80 \text{ km/h}$  e a densidade =  $\frac{12 \text{ g}}{50 \text{ cm}^3} = 0,24 \text{ g/cm}^3$ , situações trabalhadas em física e química e matemática.

### Pensamento absoluto e relativo

Considera-se que há crescimento absoluto quando se trata do crescimento real independente e não relativo a outrem, ou seja, adiciona-se uma quantidade. No caso de uma planta que mede 4 cm de comprimento e cresceu 8 cm, passou a medir 12 cm (4+8=12). Há crescimento relativo, quando se relaciona o crescimento esperado com o tamanho atual. No exemplo, a planta cresceu o dobro do comprimento inicial (2x4=8), então o comprimento final da planta é o triplo do comprimento inicial (3x4=12). Multiplica-se pelo fator 3 (1+2 - unidade inicial+ crescimento relativo à inicial (dobro)). Assim, podemos referir o pensamento absoluto como aditivo e pensamento relativo como multiplicativo. Os alunos mais pequenos são mais propensos a ser pensadores absolutos.

Distinguir as situações que exigem pensamento relativo das que não o exigem é uma tarefa muito difícil. Temos de aproveitar todas as oportunidades para solicitar aos alunos que pensem numa comparação de quantidades quer de forma aditiva (na comparação de dois comprimentos, a pergunta “Qual é

o maior?”), quer de forma multiplicativa, em relação a outra (“Quanto maior é a planta relativamente à inicial?”).

O raciocínio proporcional mobiliza pensamento relativo e requer argumentação e explicação além do uso de símbolos  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ . Este é um trabalho que tem de ser realizado de forma contínua ao longo da escolaridade, pois como refere Lamon (2006):

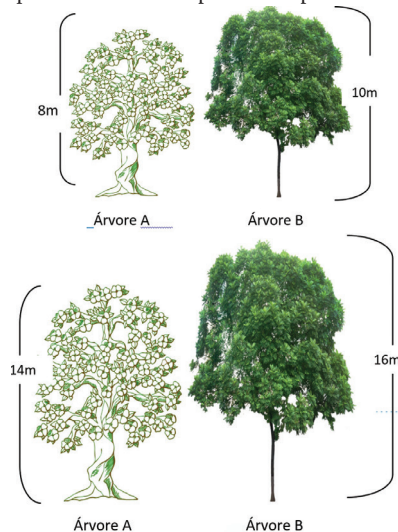
Claramente, muitas pessoas que não desenvolveram sua capacidade de raciocínio proporcional foram capazes de compensar usando regras em álgebra, geometria e trigonometria, mas, no final, as regras são um substituto pobre da compreensão. Elas não estão preparadas para aplicações reais em estatística, biologia, geografia ou física - quando são importantes os princípios fundamentais que se baseiam na proporcionalidade. Isso é lamentável num momento em que um número cada vez maior de profissões confia diretamente na matemática ou usa modelação matemática para aumentar a eficiência, salvar vidas, economizar dinheiro ou tomar decisões importantes. (p. 3)

No âmbito de uma oficina de formação<sup>2</sup>, decidimos realizar o problema da altura das árvores<sup>3</sup> (figura 1), em turmas do 7.º, 8.º, 9.º, 10.º e 12.º com o objetivo de perceber melhor o estado da arte relativamente ao raciocínio proporcional. A pergunta está feita propositadamente de forma ambígua, para perceber se os alunos pensavam de forma absoluta ou relativa.

### A altura das árvores

No quintal do Sr. Antunes há duas árvores, a árvore A e a árvore B. Há uns tempos atrás, a árvore A media 8 metros e a árvore B media 10 metros de altura. Agora a árvore A mede 14 metros e a árvore B mede 16 metros de altura.

Qual a árvore que mais cresceu? Explica como pensaste.

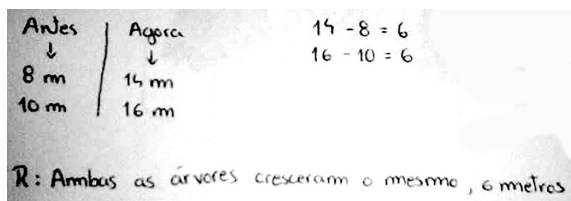


**Figura 1.** Tarefa “A altura das árvores”

A esmagadora maioria dos alunos dos diferentes anos de escolaridade responderam que as árvores cresceram o mesmo – 6 metros, ou seja, fizeram um raciocínio absoluto, aditivo. Estes alunos fizeram resoluções como as da figura 2.

<sup>2</sup> Oficina de formação, acreditada pela APM, Aprender Matemática nos 2º e 3º CEB - Números, operações, álgebra e funções, dinamizada por Adelaide Cosme, Isabel Rocha e Manuela Pires realizada em 2018.

<sup>3</sup> Adaptado de Lamon (2006)



**Figura 2.** Resposta ao problema da figura 1, com raciocínio aditivo

Estes alunos podem conhecer razões e proporções, mas não mobilizam este raciocínio de forma natural. Quando, numa turma do 10.º ano analisámos as respostas na aula, um dos alunos disse: “a professora devia ter perguntado qual a árvore que cresceu mais, proporcionalmente”. Não podemos dizer que uma perspetiva está errada e a outra correta. No entanto, é necessário ir além da mera contagem e do pensamento absoluto. Vejamos situações em que os alunos fizeram um raciocínio multiplicativo. Dos alunos que responderam árvore A, a resolução do 9.º ano (figura 3), utiliza razões, comparando a altura final com a inicial de cada árvore.

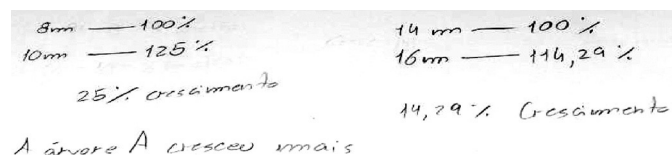
$$A = \frac{14}{8} = 1,75$$

$$B = \frac{16}{10} = 1,6$$

A árvore A cresceu mais.

**Figura 3.** Resposta da aluna do 9.º ano ao problema da figura 1

Na resolução do 12.º ano (figura 4), a opção pela regra de 3 simples e percentagens leva a que o aluno perca o sentido dos cálculos. Compara os comprimentos iniciais da árvore B e da A e os comprimentos finais, percebendo que a diferença é menor na altura final de ambas, o que significa que B cresceu menos. No entanto, 25% não representa o crescimento, pois compara as alturas iniciais.

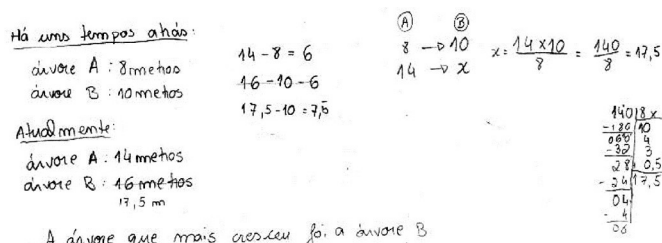


**Figura 4.** Resposta de um aluno do 12.º ano ao problema da figura 1

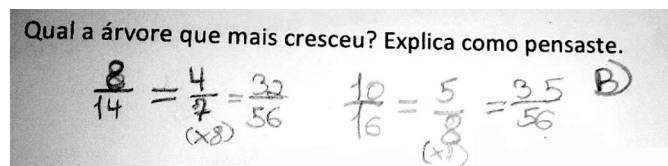
Nas resoluções apresentadas nas figuras 5 e 6, os alunos definem estratégias adequadas, mas não concluem corretamente. O aluno do 8.º ano (figura 5), faz um raciocínio proporcional investigando quanto deveria medir a árvore B se crescesse na mesma proporção da A.

A aluna do 7.º ano (figura 6) fez corretamente o cálculo da equivalência das frações, mas a resposta está incorreta, pois considerou o dual<sup>4</sup> da razão, ou seja, calculou a razão entre a

altura inicial e final. As duas razões dão as mesmas informações sobre as proporções, mas as razões são pares ordenados e ao mudar a ordem dos termos têm-se uma razão diferente. O valor da fração no caso B é maior, mas isso significa que se as árvores no final tivessem a mesma altura (56), a altura inicial da B (35) é maior que a de A (32), logo a árvore A cresce mais.



**Figura 5.** Resposta de um aluno do 8.º ano ao problema da figura 1



**Figura 6.** Resposta de uma aluna do 7.º ano ao problema da figura 1

Estes exemplos reforçam a ideia de que para desenvolver o raciocínio proporcional devemos resolver problemas em contextos concretos e próximos dos alunos, trabalhar com razões e igualdades de razões, conservando os rótulos das grandezas com que se está a trabalhar. Este foi um dos pressupostos que tivemos em conta quando selecionámos e preparámos tarefas nas oficinas.

## TAREFAS DE CONTEXTO INTERDISCIPLINAR

Em matemática trabalha-se o conceito de função, para representar e analisar situações em contextos matemáticos e não matemáticos, desde o 7.º ano. Função linear no 7.º e afim no 8.º, com o estudo dos declives. Em física e química, de acordo com as aprendizagens essenciais, trabalham-se movimentos, rapidez média e velocidade no 9.º ano, com construção e interpretação de gráficos de posição tempo de movimentos retilíneos, aplicando-se os conceitos de distância percorrida e de rapidez média a esses movimentos. No entanto, há manuais e escolas que introduzem alguns destes conceitos no 7.º ano. Relativamente à construção e interpretação de gráficos velocidade-tempo para movimentos retilíneos, aplicando o conceito de aceleração média, referem a restrição de não existir inversão de sentido do movimento. Quando se trabalham problemas em contexto físico, há consonância de conceitos nas duas disciplinas? Que dificuldades apresentam os alunos?

Na preparação de tarefas envolvendo funções, no grupo do 3.º CEB da oficina, analisámos gráficos de distância percorrida/

<sup>4</sup> Neste texto utilizo o termo dual no sentido dado em Lamon (2006). Cada razão tem um dual. As duas razões dão as mesmas informações sobre as proporções,

mas as razões são pares ordenados e não só se obtém uma razão diferente ao mudar os termos, como para fazer comparações temos que garantir que os termos têm a mesma ordem.



tempo e de posição/tempo, declives e funções afins e constatámos que podemos estar a usar o termo velocidade em linguagem corrente, sem fazer a ponte com o seu uso em física.

Selecionei duas situações, uma por ter um contexto realista de movimentos e outra por trabalhar as razões nos declives das retas, conceitos comuns às duas disciplinas.

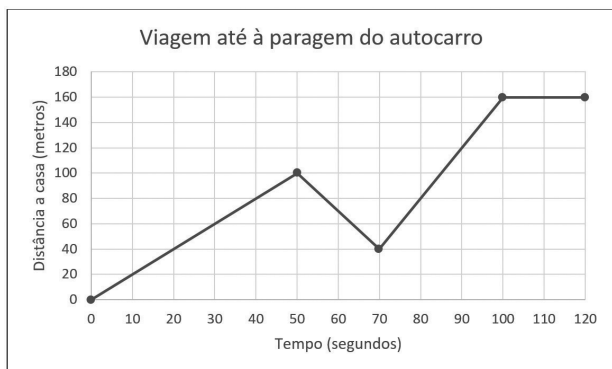
### Interpretando gráficos de distância-tempo<sup>5</sup>

No 7.º ano, antes das aulas para desenvolvimento de conceitos envolvendo funções, os alunos realizaram uma tarefa de avaliação formativa “Viagem até à paragem do autocarro” (figura 7), com o objetivo de avaliar como interpretam gráficos de distância-tempo (neste caso um gráfico de posição) e, em particular, identificar alunos que (1) Interpretam gráficos de distância-tempo como se fossem imagens de situações, em vez de representações abstratas e que (2) têm dificuldade em relacionar as velocidades com os declives dos respetivos gráficos. Os professores analisaram o trabalho usando uma “tabela de erros”, um recurso que faz parte de cada um dos materiais do projeto MAP e uma fonte de inspiração para questões a colocar aos alunos (figura 8).

#### Viagem até à paragem do autocarro

Todas as manhãs, o António caminha por uma estrada em linha reta, desde a sua casa até à paragem do autocarro, que se encontra a uma distância de 160 metros.

O gráfico mostra o seu percurso num desses dias



1. De acordo com o gráfico, descreve o percurso efetuado pelo António. Deves incluir detalhes como por exemplo, a rapidez com que este se deslocou.
2. Todas as etapas do gráfico estão de acordo com a realidade? Explica a tua resposta.

Figura 7. Tarefa de avaliação formativa realizada no 7.º ano

Nas aulas do desenvolvimento do conceito, após um exemplo do professor, os alunos trabalharam em pequenos grupos, combinando cartões que têm três tipos de representações: (A) Gráficos de Distância – Tempo; (B) Histórias e (C) Tabelas de Dados. Colaram os conjuntos numa cartolina e deram explicações

<sup>5</sup>Adaptado de Interpreting Distance-Time Graphs, in <https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=8225&collection=8>; Todos os materiais foram traduzidos e estão disponíveis em <https://drive.google.com/drive/folders/1ig1n0rBkZ0LA9lvw7usxpVpOWZqtHZ9p?usp=sharing>

para a correspondência entre os cartões. Nas figuras 9 e 10, mostram-se dois exemplos das correspondências realizadas.

| Erros/ problemas comuns:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Sugestões de perguntas:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>O aluno interpreta o gráfico como uma imagem</b><br>Por exemplo: o aluno assume que, como o gráfico sobe e desce, o caminho do António sobe e desce.<br>Ou: O aluno assume que uma linha reta num gráfico significa que o movimento é ao longo de um caminho em linha reta.<br>Ou: O aluno acha que o declive negativo significa que António fez um desvio. | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se uma pessoa andou em círculo à volta de casa, como será o gráfico?</li> <li>• Se uma pessoa andou a uma velocidade constante, subindo e descendo uma colina, a partir de casa como será o gráfico?</li> <li>• Em cada etapa da sua viagem, António vai com velocidade constante ou esta muda? Como podes saber?</li> <li>• Como podes descobrir a velocidade de António em cada etapa da viagem?</li> </ul> |
| <b>O aluno interpreta o gráfico como velocidade-tempo</b><br>O aluno interpretou um declive positivo como aceleração e um declive negativo como desaceleração.                                                                                                                                                                                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se uma pessoa andou um quilómetro a uma velocidade constante a partir de casa e depois voltou para casa com a mesma velocidade constante, como será o gráfico?</li> <li>• Como muda a distância durante a segunda etapa da viagem do António? Qual o seu significado?</li> <li>• Como podes saber se António está a caminhar de ou para casa?</li> </ul>                                                      |
| <b>O aluno não calcula nem representa a velocidade</b><br>Por exemplo: O aluno não trabalhou a velocidade de algumas/todas as etapas da viagem.<br>Ou: O aluno descreveu a velocidade para uma etapa como a distância percorrida no tempo gasto, como “20 metros em 10 segundos”.                                                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Podes dar informação sobre a velocidade a que António andou durante as diferentes etapas da sua viagem?</li> <li>• Podes escrever a velocidade como metros por segundo?</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                            |
| O aluno acrescenta pouca explicação sobre o motivo pelo qual o gráfico é ou não realista                                                                                                                                                                                                                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Qual é a distância total que António percorre? Isso é realista no tempo decorrido? Porque sim ou porque não?</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                       |

Figura 8. Lista parcial de erros/problemas comuns e sugestões de perguntas na realização da tarefa da figura 7

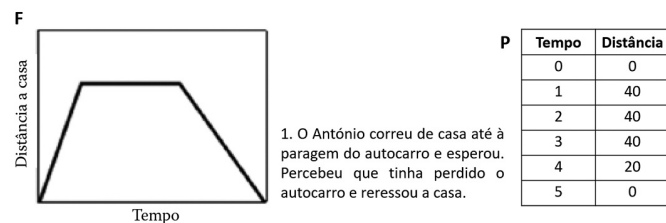


Figura 9. Correspondência entre 3 representações: gráfico, história e tabela

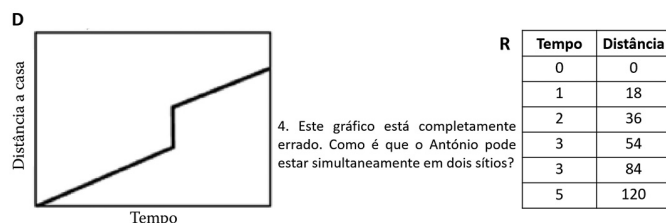


Figura 10. Uma situação que não é função.

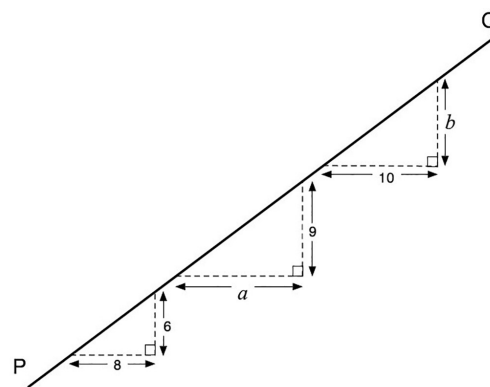
Na atividade, alguns alunos tiveram dificuldade em apontar onde está a casa no gráfico. Para desbloquear, o professor colocou questões como: *Neste gráfico, onde começa a viagem?*; *A casa é aí?*; *Dá-me um gráfico que mostre uma viagem que não comece em casa*; *Neste gráfico, a viagem termina em casa?* *Como sabes?*. Relativamente às dificuldades sobre a velocidade, foram colocadas questões do tipo: *A velocidade do António é menor ou maior nesta etapa em comparação com esta?* *Como explicas isso a partir do gráfico?* *E da tabela?* *Esta velocidade é constante?* *Como sabes?* *Quais os dados da tabela que mostram uma velocidade constante nesta etapa da viagem?* *Em que unidades pode ser medida?* *Estes números são realistas?*

Durante a aula fez-se uma discussão em coletivo, onde os alunos explicaram o seu raciocínio, o que se revelou bastante benéfico para as suas aprendizagens, como refere uma professora “Nesta tarefa houve interajuda entre os alunos, foi muito interessante vê-los a defender e explicar o seu raciocínio aos outros. Por fim, os alunos retornam à sua ficha diagnóstico e tentam melhorar as respostas individuais, após o que realizam uma nova ficha individualmente”.

### Definir retas por pontos, declives e equações<sup>6</sup>

“Definir retas por pontos, declives e equações” foi uma tarefa realizada nas turmas do 8.º ano, sendo o desenvolvimento das aulas semelhante ao descrito na tarefa anterior. Houve uma investigação inicial sobre declives a partir da marcação de três pontos (não) colineares e da semelhança de triângulos (apresentação parcial na figura 11), seguida de um trabalho de grupo (12 cartões a associar em pares), parcialmente apresentada na figura 12, e correspondente discussão em coletivo. Posteriormente foi feita (revisitada) uma tarefa que permitiu a consolidação da forma de determinar o declive de uma reta que passa por dois pontos.

Segundo um dos professores que implementou as tarefas “A aprendizagem da determinação do declive de uma reta foi mais facilitada com esta abordagem e mais alunos aprenderam, em grupo, a fazê-la.” Depois da associação dos cartões representada na figura 12, o professor refere que se verificou “que na tarefa revisitada a dúvida quase que tinha desaparecido. A maior vantagem é permitir ao aluno um envolvimento mais ativo, empenhando-se e ajudando os elementos do seu grupo e de outros grupos. E, ao professor, permite estar mais focado no tipo e na essência das dificuldades dos seus alunos, reparando nas suas dúvidas, ouvindo-os, fazendo perguntas de modo frequente e de estímulo da aprendizagem, e ajudando os alunos em cada um dos grupos, e no geral, aquando da discussão com toda a turma, nos seus raciocínios.”



1. A figura seguinte tem representada a reta PQ e por baixo dessa reta foram desenhados três triângulos retângulos semelhantes. Os triângulos não estão desenhados à escala.

Calcula os comprimentos marcados com a e b. Mostra o teu raciocínio.

Figura 11. Questão 1 da tarefa de avaliação formativa realizada no 8.º ano

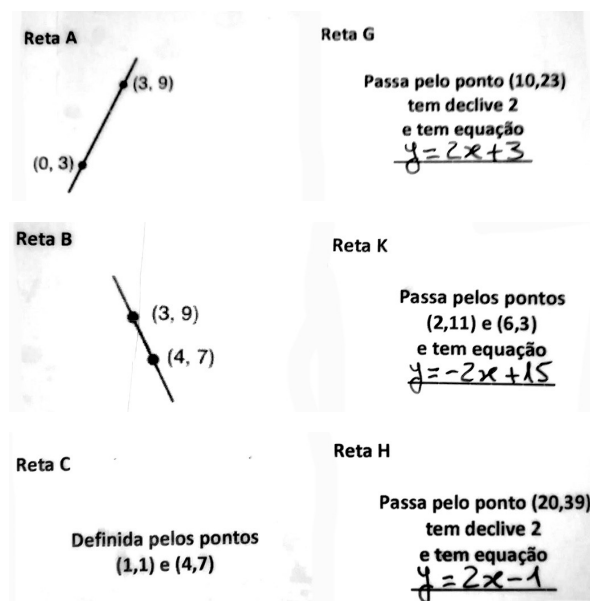


Figura 12. Associação de pares de cartões que representam a mesma reta

### O CASO DA VELOCIDADE

Quando trabalhamos problemas, como os apresentados anteriormente, identificamos dois tipos de dificuldades: a primeira prende-se com o conceito de razão e o uso comum do termo velocidade e a segunda, com os conceitos de rapidez (grandeza escalar) e velocidade (grandeza vetorial), tendo ambos uma complexidade intrínseca.

### Razões e uso comum do termo velocidade

Quando dividimos as grandezas distância percorrida e o tempo necessário para a percorrer, referimo-nos à nova grandeza, em linguagem corrente, como velocidade. Mas, enquanto distância

<sup>6</sup> Adaptado de “Defining Lines by Points, Slopes and Equations, in <https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=8215&collection=8>; Todos os materiais foram traduzidos e estão disponíveis em [https://drive.google.com/drive/folders/1M\\_ISBX7KO0whrSI0nOKRE1zKhdcS9S-K?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1M_ISBX7KO0whrSI0nOKRE1zKhdcS9S-K?usp=sharing)

e tempo são grandezas que podemos medir, a velocidade não. É uma grandeza para o movimento que se obtém comparando duas outras grandezas. A maioria das pessoas não percebe que a velocidade é uma quantidade composta, a comparação de uma distância com um tempo. Assim, quilómetros por hora<sup>7</sup> é usado como uma frase, um rótulo para a velocidade, e não se pensa na forma como a velocidade é calculada. Este equívoco é alimentado pela leitura do velocímetro que parece ‘medir’ a velocidade. Os alunos podem conhecer a fórmula distância=velocidade × tempo e substituir mecanicamente dois números (sem os rótulos) na fórmula para encontrar o terceiro, mas compreender as relações leva muito tempo.

Muitas vezes os professores de física e química ‘queixam-se’ que os alunos ‘têm dificuldades em calcular’, mas esta não é apenas uma questão de cálculo. Por exemplo, no 1.º troço do percurso do António para a paragem do autocarro (figura 7), 2 m/s significa 2 metros num segundo ou  $\frac{2 \text{ metros}}{1 \text{ segundo}}$ . Esta informação é a mesma da que obtemos quando temos 1 segundo para 2 metros ou  $\frac{2 \text{ metros}}{1 \text{ segundo}}$ . As duas razões são duais, mas são razões diferentes. Na primeira lê-se que a velocidade é 2m/s e na segunda que gasto  $\frac{1}{2}$  segundos para percorrer 1 metro. Já a razão  $\frac{2 \text{ metros}}{1 \text{ segundo}}$  não é a mesma que  $\frac{1 \text{ metro}}{2 \text{ segundos}}$ . A relação  $\frac{1 \text{ metro}}{2 \text{ segundos}}$  significa que se percorre  $\frac{1}{2}$  metro por segundo.

Os assuntos são complexos e só se interiorizam se se trabalharem os significados nas várias disciplinas e em contextos diferentes. Por isso, na oficina de formação defendemos que não se podem manipular apenas números e é necessário ‘falar’ com as expressões, dando-lhes significado.

### Rapidez e velocidade

A rapidez média é uma grandeza escalar não negativa ( $r_m = \frac{d}{\Delta t}$ , sendo  $\Delta t = t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}$ ), pois a distância percorrida também é uma grandeza escalar sempre positiva ou nula. A velocidade é uma grandeza vetorial ( $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ), caracterizada por uma intensidade valor, direção e sentido.

Nos gráficos de posição-tempo que apresentam etapas em que o movimento é uniforme, em cada etapa, calcula-se o declive (constante) e está a calcular-se a variação da posição do objeto nesse intervalo de tempo, que corresponde à distância percorrida, logo a rapidez média coincide com a velocidade. Isso permite-nos responder, no caso da tarefa da figura 7, a perguntas do tipo: Em qual das etapas o António andou mais rápido, ou seja, quando é que a rapidez foi maior? Onde aparece a velocidade no gráfico? Entre os pontos (0,0) (casa) e o ponto (50,100), o declive do segmento de reta, dá a velocidade.

$$\text{Declive} = \frac{\text{variação da distância (metros)}}{\text{variação do tempo (segundos)}} = \frac{100-0}{50-0} = 2 \text{ m/s};$$

$$\text{Declive} = \frac{\text{variação da distância}}{\text{variação do tempo}} = \frac{40-100}{70-50} = -3 \text{ m/s. Qual é o significado}$$

<sup>7</sup> As unidades do Sistema Internacional para a velocidade são m/s.

físico de um declive negativo? Neste problema, a velocidade média no primeiro troço foi de 2m/s e no segundo troço de -3m/s, o que significa que viajou com uma rapidez de 3m/s no sentido oposto do inicial. O módulo de uma variação da posição negativa é igual a uma distância percorrida nesse intervalo de tempo e, assim, rapidez média, velocidade média e a velocidade coincidem em valor nesse intervalo.

Quando comparamos a rapidez em cada etapa estamos a olhar para os valores absolutos das razões: 2m/s e 3m/s, logo a rapidez é maior na 2.ª etapa.

### Dificuldades usuais: Média e velocidade média e cálculo de declives

Uma das dificuldades prende-se com o termo média. Quando usamos o termo velocidade média, isso significa que está distribuída proporcionalmente, não se refere a uma média aritmética. Ou seja, não é equivalente à média das velocidades nas respetivas etapas da viagem. Velocidade média é a distância total percorrida comparada com o tempo total necessário para percorrer essa distância. De outro modo, é a velocidade a que teria viajado se tivesse percorrido a mesma distância na mesma quantidade de tempo, a uma velocidade constante. Se se pedisse a velocidade média do percurso do António, era possível que alguns alunos calculassem a velocidade média adicionando as velocidades das etapas do percurso, dividindo o resultado pelo número de etapas, como fazem no caso do cálculo da média das idades. É necessário compreender que as idades são números inteiros, mas a velocidade envolve a comparação de duas grandezas e que para encontrar a velocidade média, o tempo de cada etapa de uma viagem tem que ser levado em conta.

O cálculo dos declives também apresenta dificuldades aos alunos, como salienta um dos professores, nas conclusões da tarefa da figura 11, explicando que a dificuldade estava “em associar o quociente entre as diferenças das ordenadas e das abcissas, sobretudo no início da tarefa retas declives..., onde frequentemente trocavam os termos da razão ou dividiam apenas a ordenada de um ponto pela abcissa correspondente”.

Relativamente aos gráficos de posição-tempo para movimentos retilíneos, nalguns manuais de física e química encontram-se apenas gráficos de posição sem inversão de sentido e noutros com inversão. A distinção entre gráficos de posição e distância percorrida pode ser trabalhada com ganho para os alunos, pedindo a transformação de gráficos de posição tempo em gráficos de distância percorrida e de velocidade, como na situação que se apresenta.

No caso apresentado na figura 7, para calcular a rapidez média (considerando apenas o intervalo em que o António esteve em movimento) tem de se considerar a distância total percorrida, de 280 (100 + 60 + 120) metros, sendo 2,8 m/s [ $r_m = \frac{280 \text{ metros}}{100 \text{ segundos}}$ ]. Neste exemplo, o deslocamento foi de 160 metros e diz o quão



distante está a paragem do autocarro da casa do António. Quando os alunos constroem o gráfico de distância percorrida/tempo (figura 13), apercebem-se que é crescente em sentido lato, apesar do gráfico de posição/tempo não o ser, o que contribui para a compreensão de que a distância percorrida nunca é negativa.

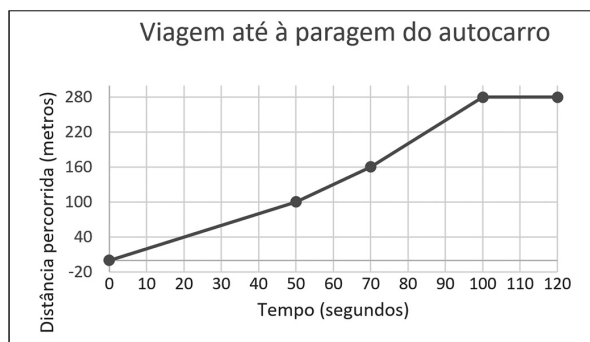


Figura 13. Gráfico de distância percorrida em função do tempo

## Razões e Taxas

A juntar à complexidade do assunto e da linguagem, acresce que a velocidade é uma taxa unitária. Taxa é um termo utilizado no dia a dia e em várias disciplinas: a taxa de natalidade de um país é 12,4; A taxa de desemprego é de 3,4% ou a taxa de inflação é de 4,6%. Taxa pode ser pensada como uma extensão da razão, uma razão que não se aplica apenas a uma situação, como a comparação entre o número de rapazes e raparigas de uma turma, mas a um conjunto de situações em que as duas grandezas estão relacionadas da mesma forma. A velocidade é uma taxa unitária, pois é o valor que se obtém dividindo uma quantidade (variação da posição) pela unidade de outra quantidade (tempo). No exemplo dado na figura 8, o aluno descreveu a velocidade para uma etapa como a distância percorrida no tempo gasto, como “20 metros em 10 segundos”, pelo que a pergunta do professor foi “Podes escrever a velocidade como metros por segundo?”

## CONCLUSÃO

Ao longo do ano letivo 2018/19 procurámos, a partir da identificação de fraquezas na aprendizagem dos alunos, planear e realizar algumas mudanças no ensino da matemática. O trabalho baseou-se em compromissos escolares relativos a: (A) *Plano de formação*, que contou com os recursos internos do Agrupamento, incluindo recursos físicos e horas da componente não letiva do meu horário para o trabalho de formadora; (B) *Curriculo*, compromisso entre os professores que os alunos encontrarão durante os 12 anos, que permitiu, no caso dos assuntos trabalhados neste texto recomendar que se mantenham os rótulos ligados aos valores que constituem a razão e a não lecionação da regra de 3 simples; (C) *prática letiva*, com trabalho colaborativo na preparação das tarefas e realização na sala de aula, com reflexão sobre os resultados.

Para mudanças firmes na forma como os alunos aprendem é necessário um trabalho continuado, que implique compromissos

como os enunciados. Para desenvolver projetos interdisciplinares são necessários mais compromissos, que me atrevo enunciar: formação contínua em grupos interdisciplinares, reforço das ligações entre os currículos de duas ou mais disciplinas e articulação nas práticas letivas.

## Referências

- Caraça, B. J. (1970). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Fotogravura Nacional, Lda
- Lamon, S. J. (2006). *Teaching fractions and ratios for understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Swan, Malcon (2017/2108). Conceber tarefas e aulas que desenvolvam a compreensão concetual, a competência estratégica e a consciência crítica. *Educação e Matemática*, 144/145, 67–72 e 146, 8–14.

MANUELA PIRES

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE MARINHA GRANDE POENTE

Nota: agradeço ao colega de física e química do meu Agrupamento, Armando Severino, a disponibilidade para a discussão constante de conceitos.

## CAMPEONATO NACIONAL DE JOGOS MATEMÁTICOS



O Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, na sua 16.ª edição (CNJM16), volta a Aveiro. A final decorrerá no dia 20 de março de 2020 na Universidade de Aveiro. A organização local é assegurada pela Fábrica Centro Ciência Viva de Aveiro, pelo Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro e pelo Projeto Matemática Ensino (PmatE).

Esta iniciativa é promovida, desde 2004, por Associação Ludus, Associação de Professores de Matemática, Sociedade Portuguesa de Matemática e Agência Ciência Viva.

Aqui fica o desafio à participação das escolas.

# Pode o currículo (não) ser flexível? Uma reflexão em 2019 sobre políticas curriculares

MARIA DO CÉU ROLDÃO

## PARA SITUAR A QUESTÃO CURRICULAR NO TEMPO – A PÓS-MASSIFICAÇÃO

A análise do percurso investigativo no campo dos Estudos Curriculares recentes permite um olhar retrospectivo sobre as últimas quatro décadas, em particular as pós-transição do milénio, em que se visibilizam numerosas evidências, pela revisão de textos de vários autores e de documentos internacionais e normativos nacionais, que refletem a constância, por vezes quase redundância, de um enfoque no conceito de *flexibilidade curricular*, lido na sua relação com as outras variáveis com que interage (Pacheco & Pereira, 2007).

Retomo, para memória futura, algumas dessas análises, escritas na passagem do milénio, partindo da inevitável constatação da alteração societal da escola e respetivas consequências:

As áreas críticas dos sistemas educativos actuais prendem-se directamente com a mudança estrutural na relação da escola com a sociedade, na decorrência da massificação da escolarização e da sua crescente extensão a períodos cada vez mais longos. Na maioria dos países da Comunidade Europeia a escolaridade de 12 anos, obrigatória ou não, é uma realidade para todos os jovens, e os primeiros níveis do ensino superior começam a abranger percentagens cada vez mais elevadas da respectiva faixa etária da população (Roldão, 2000, p. 83).

Apesar de este reconhecimento da alteração estrutural introduzida pela massificação pós- 1960 ser largamente consensual, parece ser tomado como uma evidência de certo modo irrelevante, já que ainda não se tiraram todas as implicações políticas e organizacionais, e por outro lado pouco se refere discursivamente a sua influência estrutural, sendo lido quase apenas como dado adquirido. Ora, se é certo que, em termos de massificação, o acesso se cumpriu em grande parte, o sucesso está longe de ser alcançado na dimensão universal que lhe cabe na ideologia democrática da educação como um direito de que nos reclamamos.

Assim, permaneceu de forma persistente a sobrevivência de muitas das lógicas organizativas do chamado *modelo escolar* que fazem disparar o insucesso e introduzir cada vez mais sucessivas medidas de remediação e programas de combate<sup>1</sup> ao insucesso

<sup>1</sup> A metáfora belicista de “combate ao insucesso” evoca as homólogas associadas, no campo da saúde, tais como o “combate” a doenças como o cancro ou a sida e não a outras, conota essas realidades com uma configuração mítica do “mal”, como refere Susan Sontag (2010) no seu famoso ensaio “A doença e as suas metáforas”, escrito em 1978. O insucesso é, contudo, entendido por outros, como bem expressou o sociólogo Bernard Charlot; uma reificação artificial, porque como objeto ele não existe... o que existe sim, na sua visão, é uma relação

patentes nas políticas das décadas em apreço (PIPSE, PETI, AE, TEIP, para citar apenas alguns exemplos portugueses que replicam idênticas soluções como, por exemplo, as Zones d’Éducation Prioritaire, ZEP, criadas em 1981, em França).

Este tipo de medidas são sustentadas pelo reforço da noção de *educação democrática* e direito universal à educação, proclamados na maioria dos documentos-base de política curricular do universo ocidental do pós-guerra, e pelo cruzamento com outras concetualizações, marcantes desde a década de 1980, como a de educação inclusiva. (Ainscow, 1997; Clark, 1999; Rodrigues, 2003): “*Situa-se também neste domínio toda a teorização e orientações de política educativa no sentido da chamada “escola inclusiva”*” (Roldão, 2000).

Outros dois conceitos fortes diretamente associados ao conceito de flexibilização curricular provêm da área da Administração Educacional, embora raramente sejam convergentes nas políticas formuladas, que os normativizaram em numerosos documentos díspares: a *autonomia* e a *contextualização territorial*. Sobre a autonomia, um dos raros autores que liga explicitamente esse processo às questões curriculares é João Barroso, que sublinha, já no final do século XX:

A escola mantém até hoje a estrutura organizativa e as lógicas de ensino que a instituíram em épocas passadas, quando os públicos eram muito mais restritos e homogêneos e as finalidades menos ambiciosas para a maioria, embora mais selectivas para um leque restrito. É nessa lógica que toda a orgânica da escola ainda funciona, bem como as suas metodologias dominantes (Barroso, cit in Roldão, 2000, p.93).

No mesmo sentido argumenta Roldão (2000), no contexto de um primeiro movimento de flexibilização curricular, ocorrido a partir de 1996 e traduzido no DL 6/2001, que regulou a política curricular da escola, salvo em alterações pontuais

Estes indicadores (alargamento, extensão, universalização) reflectem um crescimento do nível educacional das populações o que tem de ser visto como positivo e não como problemático. O que surge como problemático é sim o modo como a instituição escolar está a responder a essa situação nova que implica (1) trabalhar com públicos muito mais diferenciados e (2) assegurar um nível cada vez mais exigente de aprendizagens e competências em sociedades economicamente mais desenvolvidas mas social e culturalmente

não conseguida entre uma finalidade e uma ação que conduz a sujeitos bem e mal sucedidos na aprendizagem. Charlot et al. (2000). École et savoir dans les banlieues... Et ailleurs. Paris: Bordas.

mais complexas, em que a todos é reconhecido o pleno direito à educação. (Roldão, 2000, p. 96)

Na década de 1990, documentos dos Projetos da OCDE “The curriculum redefined – schooling for the 21st century”, e “Schooling for Tomorrow” assinalavam, num discurso retomado no essencial até hoje (OECD, 2018), os grandes vetores sociais que implicam a necessidade de uma transformação das políticas curriculares até aí dominantes:

Um mundo em rápida mudança, particularmente devido à aceleração do progresso tecnológico no campo da comunicação, traz duas implicações directas para a educação: a necessidade de clarificar o corpo comum de conhecimento e competências de que todos os jovens necessitam antes de entrar na vida adulta e a necessidade de preparar as mentes dos jovens para uma constante adaptação a novas condições na sua vida adulta” (OECD CERI, 1999, p.1).

Trata-se, como sublinhava nesse contexto do trabalho da OCDE, Michel (1996), ao tempo responsável de um cargo central, como Inspecteur Général d’Éducation em França, de “reconhecer que o problema fundamental da escola, que é, no fundo, unificar sem uniformizar e diversificar sem discriminar, está longe de estar resolvido” (cit in Roldão, 2000, p.98).

A noção de flexibilização curricular, que foi e é dos conceitos mais distorcidos no senso comum corrente no mundo da educação, releva pois do reconhecimento de uma nova realidade social. Essa realidade não cessa de evoluir no mesmo sentido – alargamento, extensão e qualificação generalizadas – e se confronta com um aparelho organizativo e curricular rígido incapaz de dar resposta a essa realidade, porém refém involuntário da sua própria natureza e culturas profissionais associadas, por um lado, e, por outro, da dificuldade de um sistema centralista e prescritivo, fundado na homogeneidade da organização e dos processos de trabalho, se transformar num sistema eficaz, multi-decisional, autorregulado e flexível.

A autonomia significa substituir o princípio da homogeneidade que estruturou desde o início a organização pedagógica da escola pública (“ensinar a todos como se fossem um só”, Barroso, 1995) pelo princípio da diversidade o que permite transformar a heterogeneidade dos alunos de problema em recurso. É a adopção deste princípio que permite, ainda: passar de uma lógica de uniformização (“dar” o mesmo ensino a todos, ao mesmo tempo) para uma lógica de individualização; passar de uma lógica disciplinar, para uma lógica transdisciplinar; passar da rotina da lição para a inquietude do projecto. (Barroso, 1999, p. 141)

A retrospectiva brevemente traçada sobre as ruturas defendidas e /ou ensaiadas no sistema curricular há quase 30 anos atrás, continuam as mesmas na conjuntura atual.

Este debate/combate em torno do currículo está bem patente nas sucessivas tentativas de novas prescrições curriculares, quantas vezes sobrepostas, parcelares, contraditórias e geradoras de incoerência, em boa parte responsáveis por algumas das dificuldades dos professores e escolas em realizarem uma gestão mais compreensiva do desenvolvimento do currículo em contexto de escola (Zabalza, 1992, cit in Roldão, 2017, p.85)

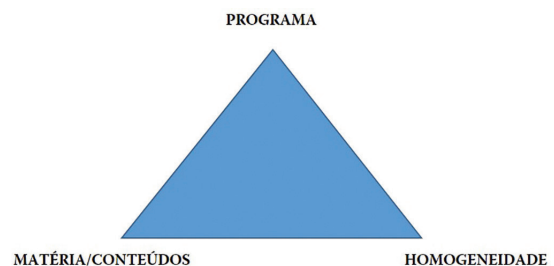
## OS TRIÂNGULOS SIMBÓLICOS DO CURRÍCULO

### Referentes da cultura curricular em Portugal- o triângulo inconfessado

As questões curriculares no plano teórico vêm desenvolvendo um número de domínios no âmbito da área de Estudos Curriculares, com investigação produzida na academia, para as, nas, e por vezes com as escolas e professores. Contudo, é persistente o reconhecimento, tal como noutros contextos sociais, da dificuldade de fazer com que a investigação produza impacto no teor das práticas, mesmo quando ocupa espaço na formulação das políticas. Não sendo exclusivo de Portugal, este não impacto assume no sistema português alguns contornos particulares que tentaremos analisar.

O problema central das políticas curriculares e da sua relação com uma certa imobilidade de muitas práticas em situação, resulta, na perspetiva que defendemos, de uma estrutura cultural muito forte, que apesar de muitas vezes aparentemente rejeitada ou ocultada, na verdade comanda os modos de apropriação das análises que se vêm desenvolvendo no plano investigativo, ou de sucessivas políticas que desde há mais de 30 anos vêm pugnando por uma lógica de mudança.

Sistematizamos esta resistência, de uma forma naturalmente simplificada, na forma de um triângulo de conceitos que mutuamente se influenciam, enraizados culturalmente ao longo de toda uma história, quer política, quer organizacional e profissional. Nela se socializaram e socializam os professores e se radica a formação, contribuindo certamente para a sua permanência (figura 1).



**Figura 1.** O triângulo oculto do currículo – as concepções prévias.

Esta triangulação simplificada corresponde a uma matriz inconsciente que professores, escolas, pais (man)têm do currículo: *um programa*, prescrito como um enunciado fixo de matérias a percorrer/cumprir, constituído por conteúdos (vulgo matérias) a “dar”, perante turmas tendencialmente homogêneas de alunos, em que qualquer diferença se configura na zona do desvio, (1) quer no que respeita aos alunos, a requerer processos remediativos; (2) quer na alegada, e em parte real, impossibilidade no que se reporta ao ensino, aprisionado na lógica da homogeneidade de processos geridos professor a professor, e na dificuldade organizativa da estrutura escolar para operar de outra forma.



É justamente no sentido de superação desta visão que se direcionam as políticas curriculares recentes (DL 54/2018 e DL 55/2018), dando continuidade a um movimento iniciado nos anos 1990, como já referido (Vd DL 6/2001), em Portugal e na generalidade de países ocidentais, traduzido no que Roldão (2000; 2017) refere como *binómio curricular*, traduzido em dois níveis de decisão curricular, o nacional e o contextual, implicando “flexibilizar” esses níveis de decisão para garantir o máximo sucesso da aprendizagem, e a máxima qualidade do ensino que a serve.

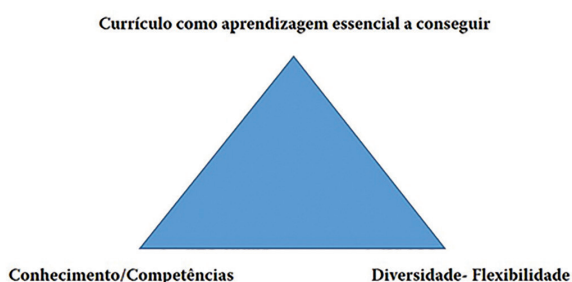
Mas o “triângulo alternativo”, de que adiante falaremos, tarda em conseguir desmontar o poder desta estrutura de crenças, mais antiga e poderosa no plano da cultura das organizações e dos profissionais.

Poderá dizer-se que já ninguém vê as coisas deste modo... Mas as revisões de investigação estão aí para demonstrar que este entendimento é ainda fortíssimo, embora não dito, e obviamente ineficaz, atendendo-se aos valores de insucesso (Hattie, 2009; Roldão et al, 2006).

Toda esta lógica se repercute na relação entre ensino e avaliação, parte integradora do currículo de que, contudo, não nos ocuparemos nesta análise (Roldão, 2017a).

## O DISCURSO SOBRE OS REFERENTES DA CULTURA CURRICULAR – ENTRE O DESEJADO E O TENTADO

A representação concetual apresentada figura 2, simplificada também num modelo triangular, é facilmente reconhecível, sobretudo no discurso dominante destas duas décadas do milénio, quer nos textos legais, quer na discursividade dos professores, escolas e seus documentos (Roldão et al, 2019).



**Figura 2.** O triângulo discursivo – currículo desejado.

Trata-se da face visível do que se repete no discurso e no desejo como pedagogicamente correto, mas em que, no senso comum do quotidiano, uma larga massa de profissionais realmente não se revê, em parte por dificuldades objetivas, em parte por força de crenças prévias que acima se esboçaram. Trata-se de uma evidência de um dos obstáculos epistemológicos de que falava Bachelard (2002) designando-o como *obstáculo verbal*. A palavra, consensualizada em torno de valores tidos como aceites na “boa” opinião pública, substitui o objeto, e, o que é pior, dificulta o acesso ao conhecimento e apropriação reais

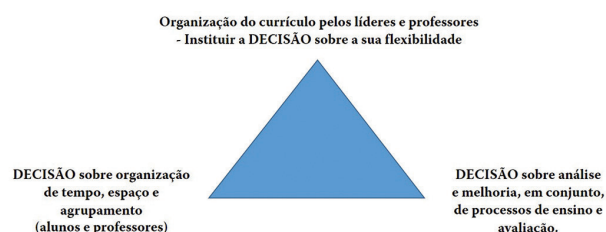
do seu verdadeiro sentido, vestido de roupagens discursivas aparentemente consensuais. Ocorre assim o que tantas vezes se lê nos dados da investigação em que os sujeitos “defendem” sinceramente esses pressupostos discursivamente reconhecidos, mas muito dificilmente os incluem nas suas práticas, por um sem número de razões geralmente remetidas para loci de externalidade face à esfera de responsabilidade direta da escola e professores: sociedade, famílias, sistema, administração, ministério...

O que caracteriza então, no essencial, a concetualização acima desenhada? Um conjunto de referentes concetuais com fundamento científico e prático, a saber:

- o reconhecimento de que o que constitui o *currículo* é um corpo de resultados e processos de aprendizagem que todos têm o direito de adquirir, na medida em que eles constituem o consenso necessário a uma inclusão social positiva e a um desenvolvimento pessoal e cívico satisfatório;
- a real assunção de que esse corpo de aprendizagens – o currículo – é de natureza *comum* (a alcançar por todos, porque considerado necessário a todos), incluindo os padrões de natureza disciplinar do conhecimento, bem como a sua articulação integradora, com ênfase metodológica na ação de ensino;
- a perspectiva de que a *enunciação do currículo* (apenas um dos seus níveis) se operacionaliza em *orientações curriculares e/ou guias programáticos* que se distinguem por proporem *não percursos uniformes, mas linhas orientativas e aprendizagens a alcançar, que requerem diversos níveis de decisão e reelaboração, de acordo com a situação real de cada contexto*;
- a perceção de que a *flexibilidade* reside justamente *em poder e querer decidir, no plano coletivo das equipas e escolas*, os modos e opções, que mais rentabilizem a plena aprendizagem de todos dos conteúdos curriculares (que são as aprendizagens a promover, adquirir e a avaliar, versus uma lista de temas ou tópicos sequenciais para percorrer/sumariar/“cumprir”).

## QUE POSSIBILIDADES DE TRANSFORMAR A CULTURA INSTALADA?

Tentando ligar as reflexões precedentes num quadro projetivo, baseado no que sabemos sobre fatores promotores da melhoria, ensaia-se nesta secção uma triangulação virtuosa de zonas de intervenção a priorizar num quadro de flexibilidade e autonomia (Figura 3).



**Figura 3.** O triângulo de pontos críticos de flexibilização – As zonas de decisão.

A abertura legal criada pela legislação de 2018 permite uma margem de autonomia curricular muito mais ampla do que antes, o que requer um trabalho muito mais autónomo por parte das escolas, com o correlativo acréscimo de responsabilidade social. *Autonomia e flexibilidade* curriculares não se traduzem pois no nome de mais um projeto, nem na designação de espaços semanais de trabalho conjunto (DAC ou outras designações segmentares) – trata-se sim da *mudança de paradigma de funcionamento curricular* que visa a apropriação por parte das escolas e suas equipas de professores da *tomada de decisão sobre os seus modos de trabalhar com mais eficácia*. Implica por isso religar com a questão do uso alargado e útil da autonomia, e da articulação dos decisores nacionais com os decisores locais, no que respeita ao “como” da organização do trabalho e dos processos de ensino postos em marcha para garantir a aprendizagem curricular prevista e consensualizada.

Pode ser um mundo de melhorias. Ou apenas um artifício verbal.

### UM OLHAR SOBRE O PRESENTE – UMA ENCRUZILHADA COM OU SEM RETORNO?

Independentemente das inúmeras possibilidades de resolver este conjunto de situações na verdade dilemáticas – manter as crenças e práticas ineficazes (figura 1) ou correr o risco de as perder ganhando sucesso (figuras 2 e 3)- configura-se a questão que deu origem ao título deste texto: é pensável que se mantenha uma lógica uniformista com larga margem de insucesso e perdas? Qual é a alternativa ao que designamos como *flexibilidade* no sentido que acima explicitámos, e antecipando várias formas de se operacionalizar? Será possível continuar com um *currículo pronto-a-vestir de tamanho único* – de que falava João Formosinho (1991), em 1987, e manter a adoção de processos curriculares e pedagógicos que recorrentemente vêm falhando para uma larga faixa dos alunos, cidadãos com o pleno direito à educação? Para conseguir o quê?

Um equívoco frequente leva a confundir flexibilização com ofertas curriculares de nível diverso. O conceito de currículo que estrutura esta análise considera-o *um corpo necessariamente comum de aprendizagens a que todos precisam de aceder* - mesmo se não querem ou não sabem que precisam... A gestão desse complexo processo, para atingir tal desiderato só pode ser flexível, na organização, no agrupamento, nos processos e estratégias. Ou não cumpre a *função inclusiva*, sancionada na legislação e há muito proclamada no plano teórico, que outra coisa não é senão garantir a igualdade democrática no direito a ser bem educado/instruído, qualquer que seja a circunstância de partida de cada um. Poderá haver perdas, como em todas as outras atividades sociais, mas o objetivo e o mandato é conseguir superá-las e não a sua naturalização quase determinista.

*Flexibilizar o currículo* implica garantir uma maior *comunalidade* de resultados (aprendizagens a serem atingidas por todos, embora com diversos patamares) servida por uma maior *diferenciação de processos de trabalho*.

Essa é a *função curricular da escola*, que se deve socorrer da sua autonomia decisória, ainda que relativa, para maximizar, pelas suas opções, o que pode promover cada vez mais tal melhoria em cada contexto. Não se flexibiliza para estabelecer níveis de 1ª e de 2ª e excluídos, como na verdade hoje ainda acontece num sistema supostamente uniforme. Trata-se sim de diferenciar os caminhos para que muitos mais, idealmente todos, tenham pleno acesso ao seu direito a ser educados. A isso se reporta a demanda crescente por maior *inclusão educacional* (Rodrigues, 2003; 2013), constituinte essencial, ainda que não exclusivo, de uma maior inclusão social.

O edifício curricular de que dispomos em 2019, em processo de aprofundamento, possui os elementos estruturais necessários, no plano normativo (Vd Referências de legislação) das políticas:

- um ideário formativo e cívico consensualizado, expresso num Perfil dos Alunos à saída da escolaridade obrigatória e orientador de todo o currículo;
- uma reconfiguração de documentos curriculares e programáticos díspares, num corpo de Aprendizagens Essenciais, base de uma estrutura mais racionalizada da prescrição curricular;
- a assunção da Autonomia das escolas e agrupamentos estendida ao plano curricular e sua flexibilização;
- o reconhecimento claro de que a missão educativa é inclusiva, em democracia, porque se proclama ser educado como um direito de todos, e é por essa capacidade de inclusão, traduzida na maior ou menor competência estratégica e profissional de promover sucesso real a todos, e respetivos resultados, que as escolas deverão prestar contas e ser avaliadas.

É na escola e com os professores que esta ressignificação pode, ou não, ser conseguida de facto. Trata-se, julgamos, de um caminho que não comporta retornos passadistas ao tempo da escola uniformista, embora deva antever e construir múltiplos cenários e avaliá-los na sua eficácia face ao legítimo direito da sociedade de exigir uma boa educação dos seus cidadãos.

### Referências

- Ainscow, M. et al. (1997). *Caminhos para as Escolas Inclusivas*. Lisboa: IIE.
- Bachelard, G. (2002). *A Formação do Espírito Científico*. Lisboa: Contraponto.
- Barroso, J. (Org.) (1999). *A Escola entre o Local e o Global: Perspectivas para o Século XXI*. Lisboa: Educa.
- Charlot, B. (1997). *Du Rapport au Savoir: Éléments pour une théorie*. Paris: Economica.
- Charlot, B., Bautier, É., & Rochex, J. Y. (2000). *École et savoir dans les banlieues... Et ailleurs*. Paris: Bordas.
- Clark, C., et al. (1999) Theories of inclusion, theories of schools: deconstructing and reconstructing the “inclusive school”. *British Educational Research Journal*, 25(2), 157–176.
- Formosinho, J. (1991). Currículo uniforme: Pronto-a-vestir de tamanho único. In F. Machado & M.F. Gonçalves (Eds.), *Currículo e Desenvolvimento Curricular* (pp. 262–267). Porto: ASA.

- Hattie, J. (2009) *Visible Learning: A Synthesis of 800 Meta-analyses Relating to Achievement*. London: Routledge.
- ME (2001). *Reorganização curricular*. DL 6/2001 de 18 de janeiro.
- ME (2017). *Perfil dos Alunos à saída da escolaridade obrigatória* (Despacho n.º 6478/2017, 26 de julho). Lisboa: ME /DGE.
- ME (2018). Currículo nacional. DL n.º 55/2018 de 6 de julho 2018
- ME (2018). Educação Inclusiva. DL n.º 54/2018 de 6 julho 2018
- ME (2018). Aprendizagens Essenciais para o Ensino Básico. Despacho n.º 6944-A/2018,
- Michel, A. (1996). Les compétences de base pour le XXI ème siècle - Éducation: pour une approche systémique du changement. *Futuribles: Analyse et Perspective*, 210, 5–29
- OECD (1994). *The Curriculum Redefined: Schooling for the 21st Century*. Paris: OECD Documents.
- OECD/CERI (1999) *Innovating Schools (Schooling for Tomorrow Project)*. Paris: OECD Documents.
- OECD (2018). *Future of Education and Skills 2030*, Paris: OECD Documents.
- Pacheco, J. A., & Pereira, N. (2007) Estudos Curriculares: das Teorias aos Projetos de escola. *Educação em Revista*, 45, 197–221,
- Rodrigues, D. (2003). *Perspectivas Sobre a Inclusão: Da Educação à Sociedade*. Porto: Porto Editora.
- Rodrigues, D. (2013). *Equidade e Educação Inclusiva*. Porto: Profedições.
- Roldão, M. C. (2000). O currículo escolar: Da uniformidade à contextualização: Campos e níveis de decisão curricular. *Revista de Educação*, 9(1), 81–92.
- Roldão, M. C. (2017) Currículo e debate curricular atual: Eixos e contributos para uma análise incompleta, in Maria da Assunção Flores (Org) *Práticas e discursos sobre currículo e avaliação: Contributos para aprofundar um debate* (pp. 23–54). Santo Tirso: De Facto Editores.
- Roldão, M. C. (2017a) Évaluation et curriculum : à la recherche d'une nouvelle signification de benseignement et de bapprentissage Evaluer: *Journal International de Recherche en Éducation et Formation*, 3(1&2), 37–50.
- Roldão, M. C. (Coord.) et al. (2019). *Quem Lidera o Ensino e a Aprendizagem nas Escolas?* Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.
- Roldão, M. C. (coord), Neto-Mendes, A., Costa, J.A., & Alonso, L. (2006). Organização do trabalho docente: uma década em análise (1996–2005). *Investigar em Educação*, 5, 17–148.
- Sontag, S. (2010/1978). *A Doença Como Metáfora: A Sida e as Suas Metáforas*. Lisboa: Quetzal Editores.
- Zabalza, M. (1992). Do currículo ao projecto. In Canário, R. (Org.), *Inovação e Projecto Educativo de Escola* (pp. 17–55). Lisboa: Educa.
- MARIA DO CÉU ROLDÃO**  
CENTRO DE ESTUDOS PARA O DESENVOLVIMENTO HUMANO, CEDH, UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

## O PATRIMÓNIO DA QUADRANTE: PASSADO, PRESENTE E FUTURO



A revista Quadrante está presente na vida da APM desde 1992, constituindo um importante fórum de discussão e divulgação da investigação em educação matemática realizada em Portugal, mas que tem, ao longo dos tempos, assumido também carácter internacional, com a publicação de artigos de reconhecidos autores estrangeiros. O enorme património da revista que inclui cerca de 350 textos, publicados nos seus 28 anos de existência, foi recentemente disponibilizado online no novo website da revista (<https://quadrante.apm.pt>), de forma aberta e gratuita. Este foi um passo muito significativo para salvaguardar o passado da revista, responder ao movimento atual de disponibilização livre do conhecimento científico e garantir que esta tem futuro porque é sustentável.

Salientam-se das muitas edições da revista, os números temáticos, como o Ensino e Aprendizagem da Geometria, Resolução de Problemas ou Educação Estatística, para referir apenas os mais recentes e, em particular, o último número publicado dedicado ao Ensino e Aprendizagem dos Números e Operações. Os artigos da Quadrante, para além da contribuição importante que têm dado para refletir sobre o ensino e a aprendizagem da matemática e a formação e o desenvolvimento profissional do professor de matemática, frequentemente apresentam propostas didáticas concretas que podem ser fonte de inspiração para a prática profissional. Como tal, convidamos os leitores da Educação e Matemática a visitarem o novo website da outra revista da APM e (re)conhecerem este património, agora num novo formato.

**HÉLIA OLIVEIRA**  
DIRETORA DA QUADRANTE



# Relato de uma experiência interdisciplinar na formação inicial de professores

**RAQUEL SANTOS**

**MARISA CORREIA**

**TERESA MAIA E CARMO**

O avanço vertiginoso das tecnologias digitais nos últimos anos tornou urgente a formação de cidadãos com novas competências, que lhes permitam tirar partido das suas potencialidades de forma crítica e consciente. Além disso, o desenvolvimento e a massificação das tecnologias abriram caminho a novos empregos nas áreas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). De acordo com indicadores da União Europeia (Caprile, Palmén, Sanz & Dente, 2015), a taxa de emprego em profissões STEM deverá aumentar significativamente até 2025, tornando-se necessário formar mais indivíduos altamente qualificados nestas áreas. Cabe, assim, à escola estimular desde cedo os alunos para prosseguirem carreiras nestas áreas, o que implica repensar o papel do aluno e do professor (Cohen & Patterson, 2012). Capraro e Slough (2013) consideram que, para dar resposta a tais desafios, os professores deverão apostar em metodologias de ensino inovadoras baseadas em projetos interdisciplinares, que envolvam os alunos em experiências autênticas e contextualizadas.

Diversos autores têm destacado a integração da programação e da robótica na realização de projetos interdisciplinares (Bers, 2008; Chalmers, 2017; Jaipal-Jamani & Angeli, 2017; Martins & Fernandes, 2015; Sáez-López, Román-González & Vázquez-Cano, 2016), com o intuito de promover as aprendizagens nas áreas STEM, desde o pré-escolar. Para além das vantagens da robótica na promoção de competências de lógica, de resolução de problemas, de pensamento crítico (Sáez-López et al., 2016), da criatividade (Martins, Teixeira & Vargas, 2016), da interdisciplinaridade (Bers, 2008; Sáez-López et al., 2016) e do interesse dos alunos (Benitti, 2012), esta permite a articulação com as Artes e com a aprendizagem da língua (Rusk, Resnick, Berg & Pezalla-Granlund, 2008). Em linha com estas ideias, Martins e Fernandes (2015) concluíram, no seu estudo, que o desenvolvimento de projetos no 1.º Ciclo com recurso a robôs fomenta a cooperação, a aprendizagem da Matemática e a escrita de histórias.

Face aos importantes desafios que se colocam à escola, é fundamental preparar os professores, em formação (Jaipal-Jamani & Angeli, 2017) e em exercício (Chalmers, 2017; Han, Yalvac, Capraro & Capraro, 2015), para integrar a programação

e a robótica em projetos interdisciplinares nas áreas STEM. Neste sentido, apresentamos uma experiência interdisciplinar realizada com futuros educadores e professores do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico (CEB).

## CONTEXTO

Este artigo relata uma experiência realizada com estudantes do 1.º ano do Curso de Licenciatura em Educação Básica na Escola Superior de Educação de Santarém, no âmbito do projeto CreativeLab\_Sci&Math, no ano letivo de 2018-2019. Foi implementada na única turma do Curso constituída por 16 estudantes do género feminino, uma abordagem interdisciplinar ao longo de um semestre, que articulou conteúdos das unidades curriculares (UC) Introdução à Teoria dos Números (ITN), Ciências Físicas e Químicas (CFQ) e Comunicar em Língua Portuguesa (CLP), cujas autoras deste artigo são, respetivamente, as docentes. Esta experiência surgiu do facto de na UC de ITN se ter explorado o capítulo de conteúdos de lógica através de programação, e de que essa ferramenta podia ser útil para trabalhar conteúdos de CFQ, como as fases da lua, a velocidade e a exploração de Marte. A abordagem culminou num projeto, intitulado “Expedição a Marte”, que envolveu Astronomia, Programação, Robótica, Língua Portuguesa e planificação de atividades para crianças do 1.º CEB.

## EXPERIÊNCIA INTERDISCIPLINAR

### 1.ª aula

Tendo como objetivo familiarizar as estudantes com a linguagem de programação Scratch®, as docentes de ITN e de CFQ desenvolveram uma atividade interdisciplinar em codocência sobre as fases da lua, com a duração de duas horas (figura 1).

Nesta aula, as estudantes, a pares, passaram por diversas fases, de modo a desenvolverem as suas competências de programação e os conceitos relacionados com as diferentes fases da lua. Começaram por analisar um programa completo em Scratch®, com os movimentos de rotação da Terra e o movimento de revolução da Lua em torno desta, de modo a compreender os comandos de programação utilizados.

Posteriormente, exploraram três programas em Scratch® que

## TAREFA 5 EM SCRATCH

Nome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_  
Nome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_

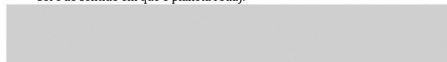
### COMO PROGRAMAR AS FASES DA LUA?

Tens como desafio final construir um jogo ou animação que represente as diferentes fases da Lua. Até lá, vais passar por diversas fases de aprendizagem do software Scratch até estares apto a criar um projeto de raiz. Para isso, segue as seguintes instruções:

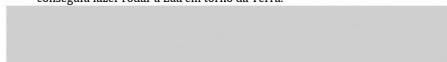
1. Abre o programa "Intro", um programa anteriormente construído.
- a. Observa os movimentos dos astros e indica o nome do movimento que a Terra executa sobre si própria e o nome do movimento que a Lua executa em torno da Terra.



- b. Explora os comandos apresentados para a Terra. Explica de que forma se conseguiu fazer rodar a Terra sobre si própria (presta atenção à iluminação do Sol e ao sentido em que o planeta roda).



- c. Explora agora os comandos apresentados para a Lua. Explica de que forma se conseguiu fazer rodar a Lua em torno da Terra.



2. Abre agora cada um dos programas seguintes e identifica o erro descrito nos comandos em cada um deles e tenta corrigir esse mesmo erro. Depois explica como conseguiste corrigir o erro.

- a. Programa "Erro 1". Quando clicamos na bandeira verde, deveria acontecer o movimento de rotação da Terra e o movimento de revolução da Lua à volta da Terra, mas apenas a Terra gira.



- b. Programa "Erro 2". Quando clicamos na bandeira verde, a Lua deveria tomar as 4 posições à volta da Terra (Lua Cheia; Quarto Minguante; Lua Nova; Quarto Crescente) dizendo em que fase se encontra em cada posição, mas só assume as posições corretas no caso da Lua Cheia e do Quarto Minguante.



- c. Programa "Erro 3". Quando clicamos na bandeira verde, a Lua deveria estar na fase Lua Nova e perguntar em que fase se encontra. Se se der a resposta errada, o programa diz que se deve tentar outra vez, e faz novamente a questão. Se se der a resposta certa, o programa deveria avisar que se acertou e emitir um som, mas não acontece nada.



3. Abre o programa "Fases da Lua" e tenta completar o mesmo, de maneira a que a Lua passe por todas as diferentes fases e surja sempre a questão sobre em que fase se encontra.

4. O desafio final é que consigas agora construir o teu projeto com os teus colegas. No final, partilha o projeto em <https://scratch.mit.edu/>, para que os restantes colegas possam aceder.

Figura 1. Guião de exploração da primeira aula

No terceiro e último programa, analisaram o modo de realizar questões no Scratch® sobre cada uma das fases da Lua e as consequências de uma resposta certa e de uma resposta errada, uma vez que o programa omitia o bloco de comandos no caso de resposta certa (p.ex. "se" a resposta "=" ... "então" "diz Acertaste!" e "toca o som...") (figura 4).

De seguida, as estudantes tinham o desafio de completar um programa Scratch®, de maneira a que a Lua passasse pelas diferentes fases e, em cada uma delas, surgisse a questão acerca da fase correta em que se encontrava. Isto porque, no programa dado às estudantes apenas estava completa a programação

possuíam erros de programação, de modo a identificá-los e a corrigi-los. No primeiro, o erro consistia na omissão de um comando de início de ação de uma das personagens (Lua) (figura 2).

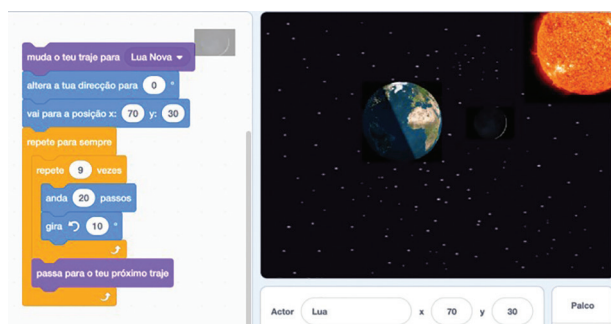


Figura 2. Printscreen da programação do erro 1

No segundo, trabalharam a posição da Lua e as suas coordenadas em cada uma das fases, uma vez que o programa apresentava as coordenadas erradas (figura 3).

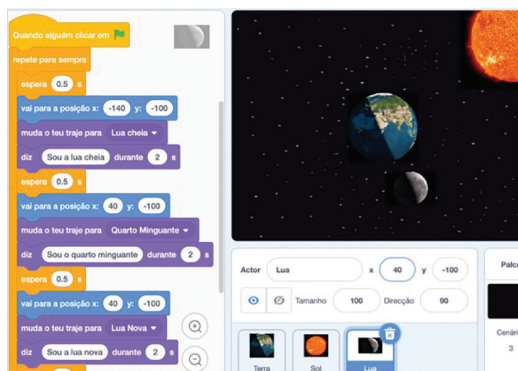


Figura 3. Printscreen de parte da programação do erro 2

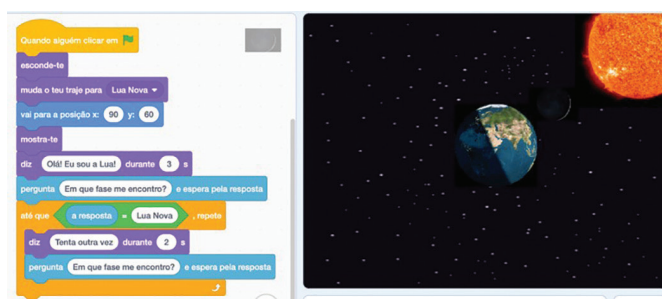


Figura 4. Printscreen da programação do erro 3

referente à primeira fase (figura 5), sendo necessário adicionar a programação para as restantes fases da Lua, colocando-a numa nova posição, lançando a questão ao utilizador e colocando as reações no caso de a resposta estar errada ou certa.

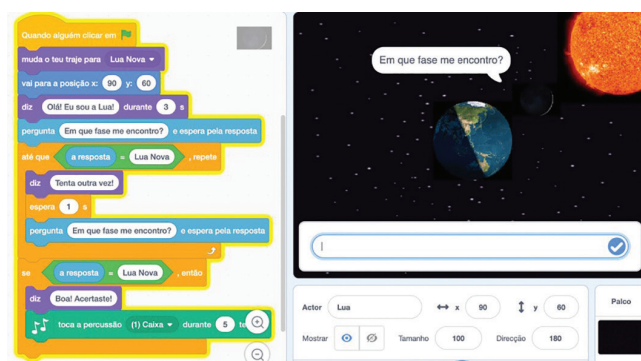


Figura 5. Printscreen da programação do programa das fases da Lua

Para terminar, as estudantes foram incentivadas a construir o seu próprio projeto de raiz, a pares, sobre este ou outros conteúdos de CFQ que estivessem a trabalhar.

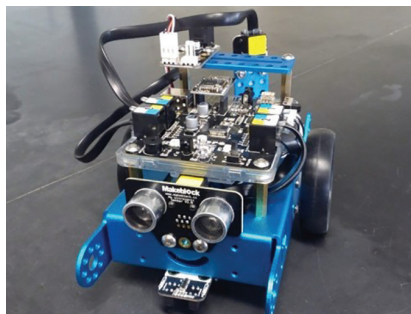


Figura 6. Robô mBot

#### COMPREENSÃO DO VALOR DA VELOCIDADE

a) Faça um programa de modo a programar o robô mBot a avançar durante 1 segundo. Vá testando o teu programa, de modo a perceber se está a funcionar. Tenham em atenção que é necessário colocar um comando, no final do programa, para colocar a velocidade a zero, de modo a fazer parar o robô. Faça um printscreen do programa e cole-o aqui.

b) Marquem o início do deslocamento do robô, procedam à medição e registem na tabela o espaço percorrido para as diferentes velocidades durante 1 segundo. Determinem a rapidez média do robô em cm/s e em km/h.

| Velocidade do robô | Espaço percorrido (cm) | Rapidez média (cm/s) | Rapidez média (km/h) |
|--------------------|------------------------|----------------------|----------------------|
| 100                |                        |                      |                      |
| 255                |                        |                      |                      |

c) Marquem o início do deslocamento do robô, procedam à medição e registem na tabela o espaço percorrido para as diferentes velocidades durante os diferentes intervalos de tempo. Determinem a rapidez média do robô em cm/s e em km/h.

| Velocidade do robô | Tempo (s) | Espaço percorrido (cm) | Rapidez média (cm/s) | Rapidez média (km/h) |
|--------------------|-----------|------------------------|----------------------|----------------------|
| 100                | 0,5       |                        |                      |                      |
| 255                | 0,5       |                        |                      |                      |
| 100                | 5         |                        |                      |                      |
| 255                | 5         |                        |                      |                      |

d) Faça um programa de modo a programar o robô mBot a percorrer 75 cm a uma velocidade de 100. Faça um printscreen do programa e cole-o aqui.

#### COMPREENSÃO DO MOVIMENTO GIRATÓRIO

Faça um programa de modo a programar o robô mBot a rodar um ângulo de 90° à velocidade 100. Esse processo é obtido fazendo um dos motores andar para a frente e o outro andar para trás, mas poderão conseguir fazê-lo usando o comando de avançar da tarefa anterior e modificando-o para virar à direita ou à esquerda. Testem o vosso programa, de modo a perceber se está a funcionar. Faça um printscreen do programa e cole-o aqui.

#### PERCORRER UM LABIRINTO

a) Construam um labirinto, apenas com ângulos retos e com largura suficiente para que o robô circule, o que pode incluir obstáculos como livros ou caixas no labirinto.

b) Construam o programa para percorrer todo o labirinto. Faça um printscreen do programa e cole-o aqui.

e) Comparem os resultados que obtiveram com as instruções que foram dadas na programação do robô.

## 2.ª aula

De modo a iniciar as estudantes no trabalho com os robôs mBot da Makeblock® (figura 6), que implicava uma programação semelhante à realizada em Scratch®, mas agora com um objeto tangível, as docentes das UC de ITN e CFQ desenvolveram em codocência outra atividade interdisciplinar sobre velocidade, com a duração de duas horas (figura 7).

Esta atividade iniciou-se com uma fase sobre o movimento retilíneo do mBot, em que as estudantes tinham de explorar que distância avançava o robô durante um segundo e determinar a rapidez média. Discutiu-se que o valor de velocidade que surge na programação do robô não estava relacionado com a sua rapidez média, sendo apenas um valor pré-determinado da velocidade instantânea dos motores das rodas. Esta atividade possibilitou a discussão em torno dos conceitos de velocidade e de rapidez média. A rapidez média é a razão entre a distância percorrida por um corpo (neste caso o robô) e o intervalo de tempo que demorou a percorrê-la e consiste numa grandeza escalar, ou seja, não nos fornece informação acerca do sentido e do movimento do robô, ao contrário da velocidade média que é uma grandeza vetorial. Também foram abordados os casos em que o tempo era meio segundo ou cinco segundos, de modo a que as estudantes pudessem constatar que os mBot não têm todos a mesma performance, nem possuem sempre uma performance “proporcional”. Isto porque diferentes robôs na sala tinham diferentes valores para a rapidez média, e o próprio robô não avançava necessariamente metade da distância para, por exemplo, metade do tempo. Esta fase culminou com a determinação de quanto tempo era necessário o mBot avançar para que percorresse uma determinada distância (e.g. 75 cm). Neste ponto, as estudantes basearam-se numa estimativa de

Figura 7. Guião de exploração da segunda aula

acordo com a rapidez média, mas passaram rapidamente à utilização do método de tentativa e erro para se aproximarem do objetivo final (figura 8).

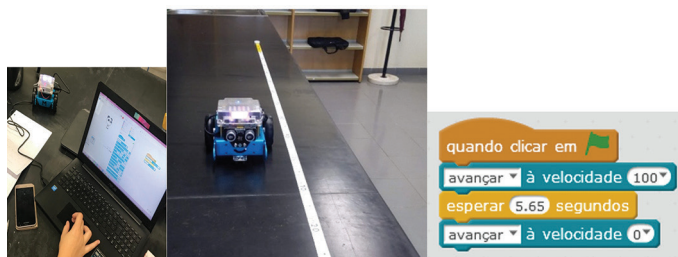


Figura 8. Exploração do movimento retilíneo do robô mBot e respetiva programação utilizada por um grupo

Na fase seguinte, as estudantes exploraram o movimento giratório do robô e investigaram a programação necessária para fazer o mBot girar um ângulo reto para cada um dos lados (Figura 9).

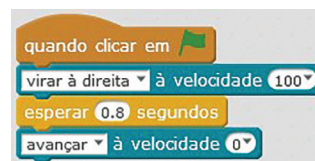


Figura 9. Programação do movimento giratório do robô mBot utilizada por um grupo

A aula terminou com a construção de um labirinto nas mesas do laboratório (com apenas retas e viragens de 90°), onde cada grupo teria de colocar o seu robô a percorrer esse labirinto (figura 10).





**Figura 10.** Exemplo de programação do labirinto com o robô mBot realizado por um grupo

### PROJETO “EXPEDIÇÃO A MARTE”

Depois das duas aulas interdisciplinares, que aconteceram cedo no semestre, foi proposta às estudantes a realização de um projeto, em grupos de três ou quatro elementos, sobre a temática da exploração espacial, intitulado “Expedição a Marte”, para desenvolver por fases durante o resto do semestre.

O tema emergiu dos conteúdos de astronomia da UC de CFQ e partiu da hipótese de o ser humano poder vir a colonizar outros planetas como solução para os crescentes problemas demográficos e de falta de recursos na Terra. A colonização do planeta Marte pode ser uma realidade ainda durante o século XXI. Neste projeto, as estudantes tiveram de aplicar a sua criatividade, os conhecimentos de Astronomia, de Matemática e de Comunicar em Língua Portuguesa para recriar a superfície e ambiente de Marte (CFQ), programar um robô (ITN) para realizar algumas explorações do planeta e planificar uma atividade para crianças do 1.º CEB, incluindo tudo isso numa história que imaginasse uma missão a Marte (CLP).

Na construção da superfície de Marte, cada grupo de estudantes ficou responsável por uma fração da maquete, tendo planeado a configuração levando em consideração a investigação realizada sobre as características do ambiente do planeta e construindo a sua superfície com os materiais que lhes foram facultados.

A maquete teve como objetivo ser usada pelo robô para realizar operações de exploração na superfície deste planeta, o que iria possibilitar que as estudantes compreendessem as características da superfície do planeta Marte e os desafios enfrentados com a sua colonização. Assim, a segunda fase do projeto foi desenvolvida no âmbito dos conteúdos de lógica abordados na UC de ITN, através de programação, e consistiu na conceção de desafios adequados ao 1.º CEB, para as crianças resolverem com recurso à robótica (figura 11). Estes desafios passaram por simulações de exploração na superfície deste

planeta, nomeadamente, a prospeção de água, existência de vida, relevo e recolha de amostras de solo.



**Figura 11.** Planeamento dos desafios de robótica para crianças do 1.º CEB

Para a contextualização da temática a abordar com as crianças, as estudantes elaboraram ainda a história da missão (CLP), relatando toda a expedição do robô, incluindo os desafios encontrados no ambiente do planeta para cumprir os seus objetivos. Fizeram-no em diversas etapas aplicando uma série de técnicas de escrita criativa, como a construção de personagens ou o trabalho sobre o discurso narrativo e descritivo a partir da pesquisa de informação sobre o tema, como mitologia (o próprio nome do planeta Marte), missões espaciais anteriores divulgadas nos media, entre outros.

O trabalho final de cada grupo continha, assim, uma planificação desta atividade com crianças, desde o desenvolvimento de conhecimento sobre Marte, a construção de uma maquete, uma história de contextualização aos desafios de robótica, em que todos estes elementos tinham de ser adequados a crianças do 1.º CEB.

No final, as estudantes apresentaram-no em suporte multimédia com uma demonstração prática numa sessão aberta à comunidade educativa, onde procederam, ainda, à análise crítica e discussão do trabalho de outros grupos.

Este projeto interdisciplinar teve componentes de avaliação em cada uma das UC, sendo disponibilizadas rubricas realizadas por cada uma das docentes.

As estudantes tiveram ainda a oportunidade de verem os seus programas serem testados na Antártida (vídeo acessível em: <https://www.facebook.com/SciMathCreativeLab/videos/1221932544639406/>) numa parceria com o projeto ESTeEM Antarctica (FCT/PROPOLAR – Programa Polar Português). Este

projeto consiste na realização de desafios de robótica envolvendo alunos e educadores com o intuito de promover a educação nas áreas STEM, bem como uma maior consciencialização para a preservação da Antártida.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar das dificuldades sentidas pelas estudantes, em particular ao nível do conhecimento didático, devido ao facto de terem iniciado a sua formação recentemente, o balanço desta experiência foi muito positivo. A aquisição de conhecimentos relativos às áreas curriculares abordadas foi notória nas futuras educadoras/professoras, bem como a intenção manifestada para implementar, no seu futuro profissional, projetos interdisciplinares integrando a robótica, o que vai ao encontro de diversos estudos (Chalmers, 2017; Jaipal-Jamani & Angeli, 2017). Também se verificou, tal como referido por Sáez-López et al. (2016), as potencialidades da programação através de projetos para a aprendizagem de conteúdos de outras áreas curriculares, além das STEM, como foi o caso da Língua Portuguesa (Ribeiro, Coutinho & Costa, 2009; Vasconcelos, 2011). Tendo em conta que estas estudantes poderão vir a trabalhar com crianças do 1.º CEB, é relevante constatar que o recurso a robôs promove a escrita de histórias, de acordo com Martins e Fernandes (2015). Registaram-se melhorias no interesse das futuras educadoras/professoras pelas áreas STEM decorrentes da sua participação neste projeto, em sintonia com o preconizado por Capraro e Slough (2013) e Han et al. (2015). A valorização das áreas STEM demonstrada pelas estudantes poderá refletir-se na futura prática profissional, estimulando a predisposição para fomentar o interesse dos seus futuros alunos nestas áreas, tal como defendem vários autores (Caprile et al, 2015; Cohen & Patterson, 2012).

Em suma, a análise da experiência aqui descrita aponta para o efeito positivo da metodologia de projeto, da interdisciplinaridade e da robótica na promoção de atitudes positivas relativamente às STEM, o que aponta para a vantagem de ser dada continuidade a este tipo de experiências na formação inicial de educadores e professores. Pode ainda adaptar-se este tipo de experiências a outros níveis de ensino, como fizeram as estudantes participantes que, ainda que tenha sido uma primeira experiência, planificaram atividades semelhantes às que realizadas, dirigidas a alunos do 1.º CEB. O sucesso da iniciativa sugere ainda que esta possa ser estendida à formação contínua, tal como sugerem Han et al. (2015).

## Referências bibliográficas

- Benitti, F. (2012). Exploring the educational potential of robotics in schools: A systematic review. *Computers & Education*, 58(3), 978-988.
- Bers, M. (2008). *Blocks to robots: Learning with technology in the early childhood classroom*. New York, NY: Teachers College Press.

- Capraro, R., & Slough, S. (2013). Why PBL? Why STEM? Why Now? An Introduction to STEM Project-Based Learning: An Integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics Approach. In R.M. Capraro, M.M. Capraro & J. Morgan (Eds.), *STEM Project-Based Learning: An Integrated Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM) Approach* (2.ª ed.) (pp.1–5). Boston: Sense Publishers.
- Caprile, M., Palmén, R., Sanz, P., & Dente, G. (2015). *Encouraging STEM studies for the labour market*. Directorate General for Internal Policies, European Union. Recuperado de [http://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/STUD/2015/542199/IPOL\\_STU\(2015\)542199\\_EN.pdf](http://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/STUD/2015/542199/IPOL_STU(2015)542199_EN.pdf)
- Chalmers, C. (2017). Preparing teachers to teach STEM through robotics. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 25(4), 17–31.
- Cohen, C., & Patterson, D. (2012). *The emerging role of science teachers in facilitating STEM career awareness*. Recuperado de <http://nwabr.org/sites/default/files/pagefiles/teaching-STEM-career-awarenessPRINT.pdf>
- Han, S., Yalvac, B., Capraro, M., & Capraro, R. (2015). In-service teachers' implementation and understanding of STEM Project-Based Learning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(1), 63-76.
- Jaipal-Jamani, K., & Angeli, C. (2017). Effect of robotics on elementary pre-service teachers' self-efficacy, science learning, and computational thinking. *Journal of Science Education and Technology*, 26(2), 175–192.
- Martins, A., Teixeira, A., & Vargas, F. (2016). O desenvolvimento da criatividade através da Robótica Educacional. *Medições*, 4(1), 4-18.
- Martins, S., & Fernandes, E. (2015). Robots como ferramenta pedagógica nos primeiros anos da aprendizagem como participação. *Revista Brasileira de Educação*, 20(61), 333-358.
- Ribeiro, C. R., Coutinho, C. P. & Costa, M. F. (2009). O Papel Interdisciplinar da Robótica nos Contos Infantis. *VI Conferência Internacional de TIC na Educação*, 179-191.
- Rusk, N., Resnick, M., Berg, R., & Pezalla-Granlund, M. (2008). New pathways into robotics: strategies for broadening participation. *Journal of Science Education and Technology*, 17, 59–69.
- Sáez-López, Román-González, M., & Vázquez-Cano, E. (2016). Visual programming languages integrated across the curriculum in elementary school: A two year case study using “scratch” in five schools. *Computers and Education*, 97, 129-141.
- Vasconcelos, T. (2011). *Trabalhos por projetos na Educação de Infância – Mapear Aprendizagens, Integrar metodologias*. Lisboa: Ministério da Educação

RAQUEL SANTOS<sup>1,2</sup>

MARISA CORREIA<sup>1,3</sup>

TERESA MAIA E CARMO<sup>1,4</sup>

<sup>1</sup>ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM, INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM

<sup>2</sup>UIIPS, UNIDADE DE INVESTIGAÇÃO DO INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM

<sup>3</sup>UIDEF, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA

<sup>4</sup>CIAC, CENTRO DE INVESTIGAÇÃO EM ARTES E COMUNICAÇÃO

# Articulação interdisciplinar entre Estatística e Física: um cenário de aprendizagem no 8.º ano

HÉLIA OLIVEIRA

ANA HENRIQUES

MÓNICA BAPTISTA

Na última década, a educação STEM (*Science, Technology, Engineering and Mathematics*), como perspetiva interdisciplinar, tornou-se bastante relevante dado o potencial dos contextos de ensino que consideram a articulação das disciplinas STEM para a aprendizagem dos alunos nessas áreas, mas principalmente para o desenvolvimento de capacidades como a comunicação, o pensamento crítico e a resolução de problemas. No entanto, uma perspetiva de educação STEM exige reformas curriculares profundas, a que se associa a necessidade de desenvolver e experimentar novas abordagens, criando ambientes de aprendizagem significativos para os alunos (English, 2016; Ní Riordáin, Johnston, & Walshe, 2016).

Nos contextos escolares, curriculares e políticos, há uma ampla variedade de opiniões sobre como implementar a interdisciplinaridade, sendo esta reconhecidamente complexa e desafiadora. As perspetivas sobre a natureza da interdisciplinaridade e como deve ser implementada sem perder a integridade das disciplinas, suscitam muitas questões de diversa ordem, pelo que esta abordagem é ainda muito limitada na realidade escolar (English, 2016). No caso particular da Matemática, alguns estudos salientam que esta é a área que menos beneficia do contexto STEM por ser frequentemente considerada incidental ao objetivo das atividades de articulação (Fitzallen, 2015).

Neste texto apresentamos um cenário de aprendizagem interdisciplinar para o 8.º ano, envolvendo Estatística e Física, centrado numa tarefa com tecnologia, e que foi orientado por um modelo de articulação das duas áreas científicas, procurando evidenciar e discutir as potencialidades do mesmo para proporcionar aos alunos experiências significativas numa abordagem STEM. O cenário foi planeado no âmbito de uma experiência de formação inicial que visava preparar futuros professores de Matemática e de Física e Química do 3.º ciclo dos ensinos básico e secundário para desenvolverem atividades de integração STEM na sala de aula, tendo sido depois implementado colaborativamente pelos futuros professores numa turma do 8.º ano (Oliveira, Henriques & Baptista, 2019). Após enquadrarmos a interdisciplinaridade nas recomendações curriculares e

num possível modelo orientador para a sua concretização, apresentamos o cenário de aprendizagem interdisciplinar, assim como exemplos da atividade dos alunos em torno da tarefa que o suporta. Ilustramos também a perspetiva dos futuros professores sobre os ganhos e desafios desta abordagem, terminando com algumas ideias a reter desta experiência.

## INTERDISCIPLINARIEDADE E CURRÍCULO

As soluções interdisciplinares são necessárias para lidar com a complexidade atual dos problemas económicos, sociais e ambientais e o crescimento de equipas multidisciplinares em muitas profissões (English, 2016). A interdisciplinaridade tornou-se, assim, uma prioridade na educação, respondendo à necessidade de preparar os alunos do séc. XXI para se tornarem cidadãos ativos e informados, desenvolvendo competências que lhes permitam analisar e questionar criticamente a realidade, avaliar e selecionar a informação, questionar os saberes estabelecidos, articular conhecimentos emergentes, comunicar eficientemente e resolver problemas complexos (ME, 2017).

O desenvolvimento de tais competências complexas e a promoção de aprendizagens significativas requer uma prática docente que valorize tanto os saberes disciplinares como o trabalho interdisciplinar, tal como se encontra espelhado no Decreto-Lei 55/2018 e no *Perfil do Aluno à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME, 2017). Estas orientações curriculares atuais preconizam que, nas dinâmicas pedagógicas, se desenvolva um trabalho interdisciplinar e articulado do currículo em que a abordagem dos conteúdos das diversas áreas do conhecimento seja exploratória ou através de projetos e enquadrada em situações e problemas do quotidiano dos alunos, recorrendo ao uso de fontes de informação e recursos diversificados, incluindo as TIC, bem como à aprendizagem cooperativa orientada para a articulação e troca de conhecimentos. O trabalho nesta perspetiva de articulação interdisciplinar tem potencialidades para motivar os alunos para a aprendizagem e ajudá-los a desenvolver, de forma colaborativa e na interseção de diversas áreas temáticas, as aprendizagens, capacidades e atitudes necessárias para enfrentar e resolver problemas reais,



proporcionando-lhes também oportunidades não só de fazer conexões entre várias disciplinas mas também de conectar a educação escolar às suas vidas (English, 2016).

Apesar da ênfase na interdisciplinaridade presente nos currículos de muitos países, e das suas reconhecidas potencialidades para a aprendizagem dos alunos, a sua natureza levanta muitas questões relacionadas com os seus diferentes significados e formas de concretização, tornando a sua implementação difícil num currículo escolar que é comumente compartimentado em muitas disciplinas (Ní Ríordáin, Johnston, & Walshe, 2016). As diferentes propostas de implementar a integração STEM, discutidas por exemplo em Vasquez, Schneider e Comer (2013), dizem respeito às diversas formas de cruzar as fronteiras entre as disciplinas que podem ser seguidas num contínuo de níveis crescentes de interconexão e interdependência. Nesse contínuo encontramos, num nível mais básico uma abordagem *multidisciplinar* em que a aprendizagem se mantém separada em cada disciplina mas dentro de um tema comum e num nível de maior interdependência a *transdisciplinaridade*, que envolve conhecimentos e capacidades aprendidas em diversas disciplinas aplicados na resolução de problemas do mundo real. Assim, as abordagens seguidas na educação STEM precisam de refletir a maneira natural pela qual diferentes áreas de conhecimentos se relacionam no mundo real (Fitzallen, 2015), procurando contrariar o estado atual em que as disciplinas escolares são quase sempre ensinadas de forma isolada.

### UM MODELO DE ARTICULAÇÃO

Dados os argumentos a favor da integração da educação STEM no currículo e as características das abordagens interdisciplinares, mantém-se em debate e como desafio para os professores a questão da concretização destas abordagens, em particular como as disciplinas podem ser articuladas e simultaneamente assegurar-se a integridade de cada uma delas.

No cenário de aprendizagem que desenvolvemos, a abordagem de ensino interdisciplinar foi orientada por um modelo designado de *Authentic Integration*, por Treacy e O'Donoghue (2014), o qual enfatiza a importância de dar aos alunos oportunidade para terem experiências práticas que assentem no seu conhecimento prévio e alarguem a sua compreensão para além dos contextos da nova aprendizagem, sendo relevante para todos os níveis de ensino. O modelo incorpora quatro características (figura 1) que são consideradas fundamentais para permitir a integração de Matemática e das Ciências nas experiências STEM: (i) desenvolvimento, síntese e aplicação do conhecimento; (ii) investigação focada, resultando em aprendizagens de nível superior; (iii) aplicação a cenários do mundo real; e (iv) tarefas ricas.

A primeira característica, *desenvolvimento, síntese e aplicação do conhecimento*, está relacionada com a integração do conhecimento de vários domínios da matemática e das ciências,

isto é, os alunos devem ser capazes de aplicar conhecimento das duas áreas, articulando-o, para resolver um problema sobre cenários da vida real.



**Figura 1.** Modelo de Authentic Integration (Treacy & O'Donoghue, 2014)

A segunda característica do modelo é *investigação focada*, como um meio para os alunos desenvolverem processos de pensamento de nível superior. A investigação é entendida como o trabalho em torno de tarefas que envolvem os alunos, de uma forma ativa, na observação, formulação de questões, pesquisa de informação em diversas fontes, planificação de experiências, fazendo uma revisão do que já sabem sobre a experiência, e também no uso de ferramentas para analisar e interpretar dados, elaboração de previsões, uso de evidências para responder a questões e em processos de argumentação.

A terceira característica do modelo é a sua *aplicação a cenários reais*, permitindo aos alunos resolverem problemas relacionados com o dia-a-dia e compreenderem diversos fenómenos, proporcionando-lhes experiências que possam aproximar-se de situações com que se venham a confrontar na sua vida pessoal ou profissional (Treacy & O'Donoghue, 2014).

Finalmente, a quarta característica do modelo enfatiza que as atividades tenham por base *tarefas ricas*. Estas tarefas devem proporcionar desafios baseados em problemas de natureza transdisciplinar, que promovam a experimentação e a investigação por parte dos alunos, através de trabalho colaborativo, e cujos resultados “devem ser de substância intelectual demonstrável e substantiva e valor educacional” (p.709).

### O CENÁRIO DE APRENDIZAGEM INTERDISCIPLINAR

Face ao enquadramento apresentado, pareceu-nos pertinente desenvolver uma atividade interdisciplinar envolvendo a Estatística e a Física que proporcionasse aos alunos oportunidades para desenvolverem a sua capacidade de analisar dados e de usá-los de forma efetiva e crítica na previsão e tomada de decisões, facilitando a compreensão de fenómenos com que se confrontam no mundo em que vivem (Fitzallen et al., 2018).

Refletindo estas preocupações, os futuros professores planejaram um cenário de aprendizagem assente numa perspectiva de articulação das duas áreas, com base no modelo de *Authentic Integration*, anteriormente apresentado, e que foi concretizado pelos futuros professores numa turma de 25 alunos do 8.º ano. O cenário tem por base uma tarefa de investigação, designada “O Degelo no Alasca”, organizada em três partes que assentam na exploração de dados estatísticos reais, dizendo respeito a diversas variáveis, disponíveis e explorados através do *software TinkerPlots™* (Konold & Miller, 2005), e na procura de explicações científicas para a ocorrência do fenómeno físico em estudo – o degelo num rio no Alasca –, ao longo dos últimos 100 anos.

A tarefa parte de um cenário real, tendo como pano de fundo um concurso anual – *Nenana Ice Classic* – que ocorre na localidade de Nenana, no Alasca, no qual, as pessoas apostam no dia e momento precisos em que ocorrerá o degelo do rio (figura 2).



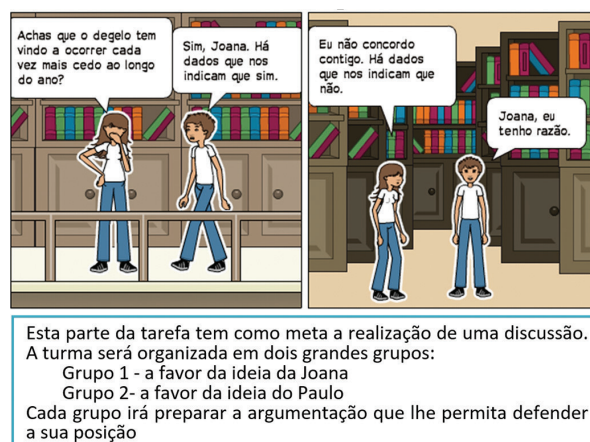
Figura 2. Contexto da tarefa “O Degelo no Alasca”

O concurso constitui o pretexto e desafia os alunos a pensarem sobre como podem os dados estatísticos ser usados para fazer previsões e como o conhecimento científico, neste caso da Física, pode ser mobilizado para compreender as condições que influenciam o fenómeno do degelo, num local particular do planeta. O desafio para a realização das três partes da tarefa é trazido por duas personagens fictícias, através das quais se procura sinalizar a natureza investigativa e argumentativa deste cenário de aprendizagem. Nas duas primeiras partes da tarefa, questionam-se os alunos sobre o momento do dia e o mês (variáveis *Hour* e *Month*, respetivamente) em que ocorrerá o degelo no rio, solicitando-se que: (i) formulem conjeturas; (ii) procurem uma resposta com base em dados estatísticos, disponíveis e explorados usando o *TinkerPlots*; e (ii) expliquem, do ponto de vista científico, a resposta encontrada (figura 3).



Figura 3. Primeira e segunda partes da tarefa “O Degelo no Alasca”

Na terceira parte da tarefa, pretende-se que os alunos analisem a evolução do fenómeno do degelo no rio ao longo do tempo, selecionando algumas variáveis, e desenvolvam processos de argumentação e contra-argumentação (figura 4). Assim, os objetivos do cenário de aprendizagem centrado na realização desta tarefa pelos alunos da turma foram bastante abrangentes, incluindo-se: integrar conceitos estatísticos e físicos, para compreender o fenómeno do degelo; analisar, tratar, representar graficamente e interpretar dados, recorrendo ao *software TinkerPlots™*; fazer previsões, apresentar argumentos e contra-argumentos científicos para fundamentar a sua posição.



Trabalhando em pares, procurem encontrar argumentos que sustentem a posição que vão defender. Usem a base de dados do programa *Tinkerplots* onde podem aceder a informação sobre o “Year” e “DayofYear”.

Figura 4. Terceira parte da tarefa “O Degelo no Alasca”

Mais especificamente os tópicos das duas áreas disciplinares são: a representação gráfica e interpretação de dados estatísticos, medidas de tendência central, investigação estatística (sem recolha de dados), os movimentos de rotação e translação da terra, a sucessão dos dias e das noites, as estações do ano, as mudanças de estado físico, o ponto de fusão e alterações climáticas.

O cenário foi desenvolvido em três aulas de 90 minutos, uma para cada parte da tarefa, antecedidas por uma aula em que os alunos realizaram uma tarefa de familiarização com o *software*

*TinkerPlots*. A dinâmica das aulas do cenário foi a seguinte: introdução da tarefa pelo professor, trabalho autónomo dos alunos (principalmente a pares com recurso ao computador), apresentação e discussão em grupo turma das questões centrais da tarefa e sistematização de ideias pelo professor. Tratando-se de uma atividade desenvolvida colaborativamente entre futuros professores de Matemática e de Física e Química, as formadoras do ensino superior (as autoras do texto) e a professora da disciplina de Física e Química da turma estiveram presentes durante o planeamento do cenário e realização das aulas. Os futuros professores foram organizados em grupos interdisciplinares que ficaram responsáveis pelas diferentes aulas. Assim, para cada aula houve um grupo interdisciplinar de futuros professores responsável pela sua planificação detalhada e lecionação, sob a supervisão da professora da turma e de uma das formadoras. A possibilidade de ter uma pequena equipa de (futuros) professores em aula, revestiu-se de particular pertinência para o acompanhamento próximo do trabalho autónomo dos alunos, em especial na utilização do *software* para exploração dos dados estatísticos (figura 5).



**Figura 5.** Acompanhamento do trabalho autónomo dos alunos no computador

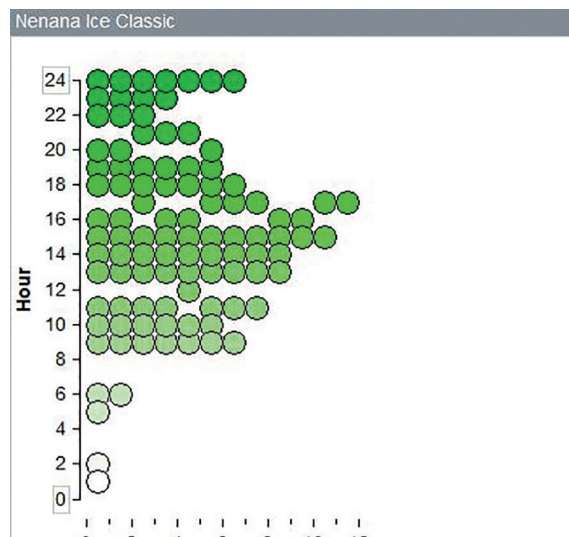
### O CENÁRIO DE APRENDIZAGEM EM AÇÃO

A familiarização dos alunos com o contexto da tarefa foi uma das preocupações na fase inicial, uma vez que a realidade retratada naturalmente se afiguraria muito longínqua para a maioria da turma. Deste modo, houve a preocupação de ajudar os alunos a identificar o local geográfico em causa e de explicitar como foi feito o registo dos dados com que iriam trabalhar, usando vários recursos (físicos e digitais).

As previsões iniciais dos alunos sobre a hora e o mês em que o degelo ocorre com maior frequência, exprimem maioritariamente uma associação do fenómeno do degelo com o momento do dia ou a época do ano em que consideram as temperaturas serem mais elevadas. Assim, no que se refere à hora do dia, apontam para um momento após as 12h e, maioritariamente anterior às 16h, indicando um intervalo de tempo ou, por vezes, uma hora específica. As explicações que apresentam relacionam-se, em geral, com a “altura do sol” e a sua “intensidade”, por exemplo, referindo que o degelo acontece “Ao meio dia porque o sol se encontra mais intenso” ou no período “13:00 às 15:00

porque o sol está alto e o gelo derrete-se e demora algum tempo a derreter-se”. Relativamente à época do ano em que é mais provável que se dê o degelo, a esmagadora maioria dos alunos apontam os meses de junho a agosto, alguns referindo apenas agosto e outros somente junho e julho, que associam ao verão e uma vez mais à “intensidade” do sol e ao “calor”, ou seja, às temperaturas atmosféricas mais elevadas. Um dos grupos indica como resposta o mês de novembro, considerando incorretamente que o Alasca se encontra no hemisfério oposto a Portugal e, como tal, refere “se invertemos as estações do ano, confirmamos que se cá é inverno então lá é verão”. Verifica-se, portanto, que as previsões iniciais dos alunos se baseiam em perceções do senso comum, por vezes incorretas, denotando, em geral, algum desconhecimento sobre o fenómeno do degelo e as condições para a sua ocorrência, o que evidencia a pertinência deste cenário de aprendizagem interdisciplinar.

Através da exploração realizada no *software*, os alunos puderam confrontar as suas previsões com os dados estatísticos, através da construção de diferentes representações e do uso de medidas estatísticas. A flexibilidade e o dinamismo que caracterizam esta ferramenta fizeram surgir, como é habitual, uma grande diversidade de representações que permitiram aos alunos visualizar tendências nos dados e ponderar sobre o seu significado. Um dos grupos, por exemplo, refere simultaneamente a moda, bem como o intervalo de tempo em que os dados estão mais concentrados e, ainda, outros períodos que correspondem a uma menor frequência do fenómeno, isto apesar de na construção da representação gráfica não ter usado de forma correta as funções do *software* (figura 6): “Nos últimos 100 anos podemos afirmar que às 15h00 foi a hora onde o degelo se partiu com mais frequência” e “Nos últimos 100 anos registou-se várias horas distintas para o gelo quebrar, ou seja, podia-se partir à noite como de dia, mas registou-se que o gelo partiu mais vezes entre as 12h-16h”.



**Figura 6.** Representação gráfica da variável Hour de um grupo



No que se refere ao mês do ano em que o degelo é mais frequente, observou-se que, mais uma vez, os alunos foram transformando as representações gráficas de modo a poderem extrair conclusões mais específicas. Verifica-se por exemplo que um grupo apresenta uma primeira representação (figura 7a) que apenas lhe permite dizer que o degelo é mais frequente no mês de maio. Contudo, através da segunda representação (figura 7b) já consegue indicar as duas quinzenas onde se verifica uma maior frequência de ocorrências, sendo uma em maio, mas a outra em abril.

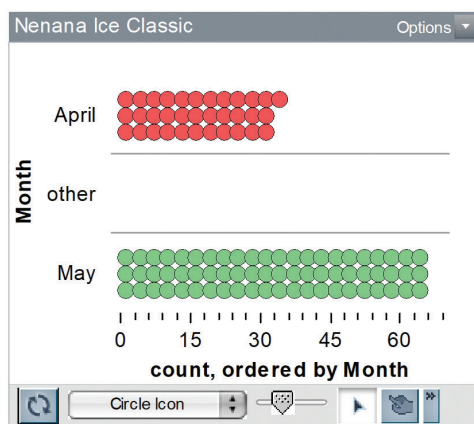


Figura 7 a). Representações gráficas da variável Month de um grupo

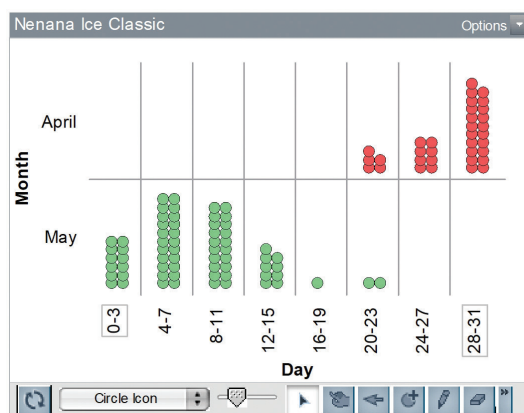


Figura 7 b). Representações gráficas da variável Month de um grupo

Na sequência da tarefa, quando apresentam uma explicação científica para o momento do dia em que o degelo ocorre (figura 8), recorrerem a argumentos relacionados com a hora do dia em que a temperatura é mais elevada (12h00), relacionando-a, implicitamente, com a passagem do estado sólido ao estado gasoso e o tempo que demora esta transição (i.e., tem efeitos às 15h00). Além disso, a inclinação dos raios solares também é tida em conta para apresentarem uma explicação para o mês em que ocorre o degelo (figura 9). Finalmente, na terceira parte da tarefa, os alunos procuraram tendências nos dados que lhes permitissem posicionarem-se quanto ao degelo estar a ocorrer mais cedo ao longo dos anos, recorrendo, na sua maioria, a um

gráfico com duas variáveis, organizadas em escalas intervalares.

foi os 15h raios e este está do tempo faz com que o calor do meio dia foi cancelado e foi demora do dia com

Figura 8. Explicação de um grupo para o momento do dia em que ocorre o degelo

Em maio, os raios solares são pouco inclinados. Assim, a energia que chega ao solo distribui-se numa superfície menor, por isso, é mais aquecida. Concluímos que a nossa resposta inicial não está muito com os dados do tinkertoy, porque apesar de em Agosto as temperaturas serem muito elevadas em maio o calor só se vai acumulando devido a atmosfera.

Figura 9. Explicação de um grupo para o mês em que ocorre o degelo

Um dos grupos (G7) que argumenta a favor da ocorrência do degelo mais cedo, afirma que “O gráfico que fizemos demonstrou que nas últimas décadas um quarto dos degelos ocorreu mais cedo [no intervalo de 112 a 118 Day of the Year]”, possivelmente querendo exprimir a ideia de que nas décadas anteriores a 80, a percentagem de ocorrências nesse período do ano era muito mais reduzida ou nula (figura 10).

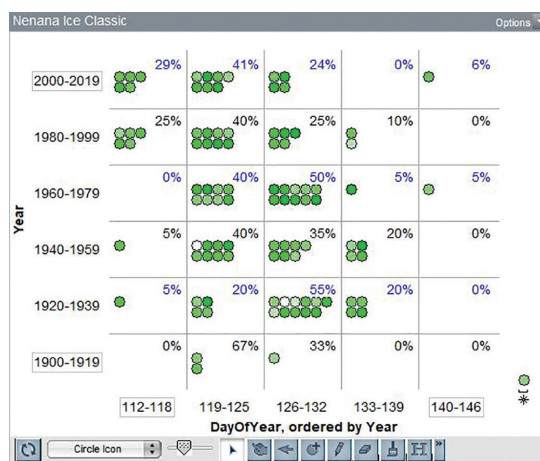
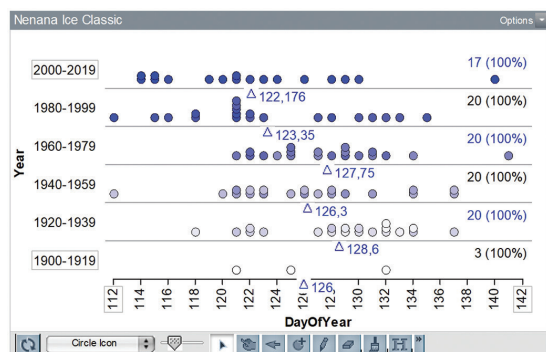


Figura 10. Representação gráfica do G7 para a terceira parte da tarefa

Mais uma vez, verificou-se uma grande variedade nas representações, frequentemente com recurso a percentagens, como no caso anterior, e por vezes também à média dos valores em cada intervalo, permitindo que alguns alunos conseguissem defender as duas posições contrárias, tal como era solicitado na tarefa. Por exemplo, um dos grupos (G4) consegue observar a variabilidade dos dados e considerá-la na sua argumentação. As alunas, com base nas médias do dia do degelo, que adicionam ao gráfico (figura 11), reconhecem a tendência de o degelo estar a ocorrer mais cedo, para cada intervalo de anos. No entanto, também conseguem argumentar acerca da incerteza associada à variabilidade dos dados e que torna difícil defender uma posição:

“é que a média [também] varia (aumenta e diminui) ao longo das décadas”. Contudo, tal como esperado, a generalidade dos alunos conseguiu argumentar com mais facilidade a favor da posição de que o degelo está a ocorrer mais cedo nas últimas décadas, revelando uma análise adequada dos dados disponíveis.



**Figura 11.** Representação gráfica do G4 para a terceira parte da tarefa

### A PERSPETIVA DOS (FUTUROS) PROFESSORES

A experiência foi avaliada de modo bastante positivo pelos futuros professores que assumiram a responsabilidade por estas aulas. Desde logo, destacam que o cenário constituiu uma oportunidade de levar os alunos do 8.º ano a tomarem consciência de que a Matemática e a Física constituem ferramentas importantes para compreender a realidade. Foi também reconhecida a potencialidade do *software* para apoiar os alunos na interpretação de dados e a estabelecer relação com a situação da realidade:

“Esta tarefa deu oportunidade aos alunos de desenvolver os seus conhecimentos sobre o real significado de dados estatísticos e também processos físicos que ocorrem na natureza (...) isto permite aos alunos adquirir conhecimentos sobre o mundo tangível.” (Carlota)

“[a tecnologia] ao facilitar a interpretação dos dados permite que os alunos tirem melhores conclusões sobre os mesmos, atribuindo-lhes também um melhor significado no contexto em que se inserem e penso que este *software*...desempenhou esse papel” (Daniela).

No entanto, os futuros professores também reconhecem que os processos envolvidos são exigentes para muitos alunos, associando as dificuldades observadas com os seus conhecimentos da Matemática e da Física, com a falta de familiaridade com este tipo de proposta e com as próprias características do *software*:

“os alunos também demonstraram algumas dificuldades em conseguir justificar as suas ideias (“A nossa ideia é...porque...”) e em apresentar uma justificação científica para as conclusões que retiravam da análise dos dados através do recurso tecnológico”. (Cristina)

Também admitiram que foi bastante desafiador para eles próprios trabalhar com tópicos da outra área científica, mas todos referem a oportunidade de trabalhar em pequenos grupos com colegas da outra área disciplinar como uma contribuição essencial na preparação e concretização do cenário nas aulas:

“É claro que alguns conceitos estatísticos que, por ventura, eu já não me recordava mais, as participantes do meu grupo me ajudavam a recordá-los, e eu tentava ajudá-las com alguns conceitos físicos que seriam necessários para a resolução da tarefa” (Carlos).

### A CONCLUIR

O cenário de aprendizagem apresentado revela que, apesar da complexidade de que se reveste uma prática interdisciplinar, os alunos têm muito a ganhar com essa experiência. Os alunos, ao tirarem partido das potencialidades do *software* para explorarem e analisarem os dados, selecionando variáveis adequadas e criando as suas próprias representações que se verificaram essenciais para tirarem conclusões e obterem evidência para a argumentação usada nas suas respostas, puderam desenvolver processos de raciocínio e novas competências, assim como ganhar um maior conhecimento e compreensão acerca de um fenómeno da realidade, ainda que esta possa ser longínqua. Também puderam desenvolver conhecimentos estatísticos e de processos físicos que sucedem na natureza, tomando consciência de como as várias áreas de conhecimento podem interagir na compreensão do mundo real.

A adoção de um modelo de articulação entre a Matemática e as Ciências, neste caso a Física, que orientou o cenário de aprendizagem, revelou-se muito vantajosa na definição de objetivos claros para a construção da tarefa e da orientação geral a dar a este conjunto de aulas. Forneceu, ainda, uma base de entendimento comum no seio da equipa constituída e uma direção que permitiu aferir, em diferentes momentos, a necessidade de fazer ajustes. Desta experiência salienta-se a importância de ter referências claras quanto à intencionalidade das abordagens STEM e ao modo de as operacionalizar.

Os futuros professores, embora perspetivem a abordagem STEM como muito desafiadora, também salientam que o trabalho colaborativo na planificação e concretização deste cenário em sala de aula permitiu aproximarem-se da realidade esperada de suas práticas futuras, reconhecendo e experimentando a viabilidade e o potencial de um cenário com estas características para as aprendizagens dos alunos.

Finalmente, há a destacar que o próprio ensino da Matemática tem muito a ganhar com esta perspetiva interdisciplinar. Apesar de muitas vezes a Matemática e a Estatística serem usadas nesses contextos apenas como ferramentas para efetuar cálculos e representar dados, o cenário em discussão mostrou que é possível que, neste caso, a Estatística assuma um papel muito significativo nesse tipo de atividades. No entanto, a concretização do cenário

também evidencia que, para que a Matemática possa ser efetivamente mobilizada para aprofundar o conhecimento dos alunos acerca da realidade, torna-se necessária a sua articulação com outras áreas científicas que sustentem a identificação de contextos potencialmente relevantes e uma compreensão mais aprofundada dos mesmos.

Nesta experiência privilegiámos a Física, mas esta poderia facilmente envolver outras áreas como a Geografia ou as Ciências da Natureza na medida em que se quisesse alargar ou fazer convergir a discussão para outras temáticas, como por exemplo as alterações climáticas.

**Nota:** Trabalho realizado no âmbito do Projeto *Technology Enhanced Learning at Future Teacher Education Lab*, financiado por fundos nacionais pela FCT (contrato PTDC/MHC-CED/0588/2014). Agradecemos a colaboração de Liliana Jesuino, no desenvolvimento das várias etapas do cenário.

## Referências

- English, L.D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(3). doi:10.1186/s40594-016-0036-1.
- Fitzallen, N. (2015). STEM education: What does mathematics have to offer? In M. Marshman (Ed.), *Proceedings of the 38th Annual Conference of MERGA* (pp. 237–244). Sydney, Australia: MERGA.
- Fitzallen, N., Watson, J., Wright, S., & Duncan, B. (2018). Data representations in a STEM context: the performance of catapults. In M. A. Sorto, A. White, & L. Guyot (Eds.), *Proceedings of the 10th International Conference on Teaching Statistics*. Voorburg, The Netherlands: IASE and ISI.
- Konold, C., & Miller, C. D. (2005). *TinkerPlots: Dynamic Data Exploration*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Ministério da Educação (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: ME, DGE.
- Ní Riordáin, M., Johnston, J., & Walshe, G. (2016). Making mathematics and science integration happen: key aspects of practice. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(2), 233-255.
- Oliveira, H., Henriques, A., & Baptista, M. (2019). A tecnologia num cenário de aprendizagem de articulação entre Física e Matemática: um estudo na formação inicial de professores. *Sisyphus – Journal of Education*, 7(1), 9-30.
- Treacy, P. & O'Donoghue, J. (2014) Authentic Integration: a model for integrating mathematics and science in the classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(5), 703-718.
- Vasquez, J., Schneider, C. & Corner, M. (2013). *STEM lesson essentials, grades 3–8: Integrating science, technology, engineering, and mathematics*. Portsmouth, NH: Heinemann.

HÉLIA OLIVEIRA

ANA HENRIQUES

MÓNICA BAPTISTA

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DE LISBOA

## DIA INTERNACIONAL DA MATEMÁTICA.



Em 26 de novembro de 2019, a 40ª sessão da Conferência Geral, a UNESCO proclamou 14 de março como o Dia Internacional da Matemática. A primeira celebração oficial será em 14 de março de 2020. O Dia Internacional da Matemática é um projeto liderado pela União Internacional de Matemática, com o apoio de inúmeras organizações internacionais e regionais. No site oficial [www.idm314.org](http://www.idm314.org), encontram-se materiais, projetos, ideias e software para usar na sala de aula, eventos e pequenas atividades para o público em geral. Há um mapa onde os visitantes podem procurar ou anunciar iniciativas locais.

O Dia Internacional da Matemática (IDM) é uma celebração mundial. Todos os anos, a 14 de março, os países serão convidados a participar de atividades para estudantes e público em geral em escolas, museus, bibliotecas e outros espaços. Em cada ano, será anunciado um novo tema para estimular a criatividade e estabelecer conexões entre matemática e todos os tipos de campos, conceitos e ideias.

O tema para 2020 é A matemática está em toda parte

- A matemática ajuda a planear e gerir sistemas económicos e sociais, possibilitando a adoção de recursos sustentáveis.
- Viajamos pelo mundo guiados por cálculos matemáticos precisos com base na posição do sol, estrelas e satélites GPS.
- Exploramos o interior do corpo humano através de tomografias e ressonância magnética, construindo imagens a partir de dados numéricos por meio de algoritmos matemáticos.
- Descobrimos como o pensamento humano funciona, construindo um software de IA que pode aprender e tomar decisões através de modelos matemáticos.
- Fotografamos um buraco negro e continuamos a explorar as bordas do universo com a matemática.

Esperamos que nesta revista temática sobre interdisciplinaridade encontrem ideias para este tema.



# Matemática e Educação financeira: possíveis conexões

LINA FONSECA

ANA SANTIAGO

O estabelecimento de relações da matemática com outros saberes pode estimular o interesse dos alunos para o seu estudo. Um dos tópicos do programa de matemática é o das grandezas e medida, do qual se destaca a grandeza dinheiro, um tema importante por fazer parte da vida dos cidadãos.

A história recente de Portugal, da Europa e do mundo sobre mais uma crise financeira, revelou a fragilidade de conhecimentos dos cidadãos e das suas tomadas de decisão sobre dinheiro, ou seja, a sua fraca literacia financeira. A OCDE e o Banco Mundial apontaram a necessidade de capacitar os cidadãos para a utilização dos recursos financeiros, por vezes escassos, no sentido de promover a inclusão financeira e o exercício de uma cidadania plena. Esta capacitação devia permitir-lhes adquirir ou aumentar conhecimentos, de modo a tomarem decisões informadas e sustentadas.

## LITERACIA E EDUCAÇÃO FINANCEIRA

A literacia financeira é uma das competências essenciais para a vida (OECD, 2012). Integra conhecimento e compreensão de conceitos e riscos financeiros, a capacidade, motivação e confiança para os aplicar. É necessária para que cada cidadão se torne competente para usar os seus recursos financeiros, tome decisões efetivas, melhore o seu bem-estar financeiro e o da sociedade que integra.

Os conhecimentos são adquiridos lentamente desde o ambiente familiar, influenciado pelas experiências vivenciadas; as capacidades incluem processos diversos – como aceder a informação, analisar, comparar, extrapolar, avaliar, calcular percentagens, ou converter valores de uma moeda para outra, bem como aspetos de compreensão linguística, visto poder ser necessário ler e interpretar textos de contratos (p. ex. contratos de redes móveis) e publicidade. Atitudes, como motivação e confiança, desenvolvem-se quando o indivíduo se implica em atividades financeiras e ganha confiança em o fazer.

O desenvolvimento destes aspetos é objetivo da Educação Financeira (EF), que é o método através do qual a criança cria as bases, para que no seu futuro seja capaz de estabelecer uma

relação saudável, equilibrada e responsável com o dinheiro (D'Aquino, 2008).

Nem sempre o contexto familiar é suficiente para fornecer à criança e ao jovem as experiências necessárias ao desenvolvimento das suas competências, pelo que a escola deve assumir esta função, para que todos possam aceder a uma cidadania plena. Desde cedo, as crianças lidam com dinheiro, usam telemóveis e mesmo cartões de crédito. No entanto, o seu conhecimento sobre aspetos financeiros é reduzido, mesmo inferior ao das gerações anteriores podendo a EF empoderá-los e “ser entendida como investimento a longo prazo no capital humano” (OECD, 2012, p.3).

Nas escolas a EF pode concretizar-se de vários modos. Uma abordagem transversal envolvendo várias áreas, de modo dinâmico, criativo e inovador, permite aos alunos perceber as suas conexões com a matemática, as ciências sociais, a literatura, etc. Esta abordagem necessita de ambientes de aprendizagem que desafiem os alunos a explorar e concretizar as suas ideias, resolver problemas, trabalhar em conjunto, pensar crítica e criativamente. Possibilita o aumento dos seus conhecimentos e o desenvolvimento do pensamento crítico. Pode realizar-se desde o início da escolaridade, através da apresentação de problemas que requeiram o recurso a várias estratégias, operações e conceitos matemáticos, a recolha de dados da vida real, a sua organização, tratamento e análise, de modo a ser apresentada uma resposta informada e sustentada, ou através da realização de projetos.

Skovsmose (2000), referência da Educação Matemática Crítica, caracteriza ambientes de aprendizagem quando considera que as práticas da sala de aula podem ser baseadas em dois paradigmas diferentes: exercícios e cenários de investigação, combinados com diferentes referências (matemática pura, semi-realidade e realidade). Cruzando paradigmas e referências geram-se seis tipos de ambientes de aprendizagem, configuráveis a partir de diferentes tarefas, levando os alunos a produzir significados para os conceitos e atividades matemáticas, permitindo reflexões sobre a matemática e suas conexões. Estimula-se a sua reflexão, introduzindo na aula de matemática uma dimensão crítica.



decisões nem sempre foram alcançadas, como no caso da água, em que se esgrimiram diversas opiniões. “Uma garrafa de 1,5l fica mais barata que 3 garrafas de 0,5l, mas pesa muito”; “eu prefiro 3 de 0,5l para ser mais fácil de beber”; “Eu prefiro a de 1,5l porque é mais barata” (p.74).

Outros aspetos poderiam ser explorados nesta tarefa, por exemplo, alimentação saudável, pois nem sempre as propostas foram adequadas a nível nutricional; a origem dos produtos a consumir e a pegada ecológica que os sucessivos empacotamentos produzem.

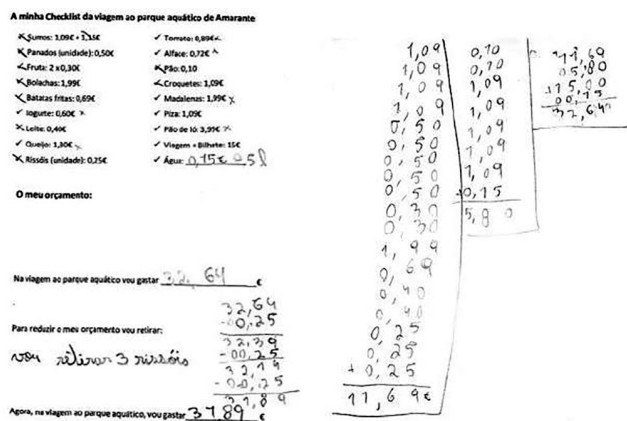


Figura 4. Orçamento de um aluno (Gonçalves, 2019, p. 75)

Uma das tarefas do estudo de Nascimento (2015), com alunos do 6.º ano, consistia na análise de dois folhetos promocionais de uma agência de viagens, com o objetivo de escolher o destino de férias de uma família. Esta tarefa pretendia a análise, interpretação e cálculos necessários para uma tomada de decisão fundamentada, utilizando um contexto real: Destino de férias do próximo Verão. Para além dos folhetos promocionais (figura 5), os alunos tiveram acesso a informação sobre a poupança da família (150 € por mês durante 10 meses) e o número de dias pretendido (8 dias).

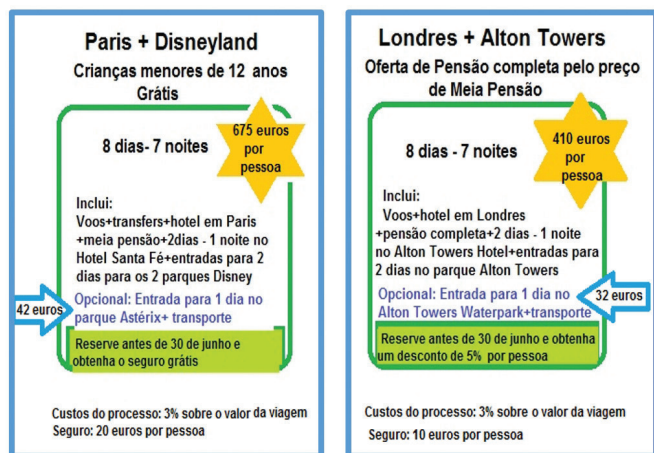


Figura 5. Folhetos promocionais (Nascimento, 2015, p.52)

Surgiam quatro questões, envolvendo conteúdos de matemática: cálculo de percentagem, valor aproximado de um número no contexto real, estratégias de cálculo numérico, resolução de problemas envolvendo a análise crítica de dados, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.

As questões envolviam também temas do REF, designadamente, Planeamento e Gestão do Orçamento, Seguros e Poupança.

A primeira questão pretendia que os alunos analisassem e comparassem as duas campanhas para identificar semelhanças e diferenças. Na Figura 6 estão as respostas apresentadas por dois dos grupos.

Observando as duas respostas, é possível constatar que usaram a mesma estratégia, organizando em duas colunas, uma para cada campanha, a informação recolhida, facilitando a comparação, identificando as semelhanças e diferenças.

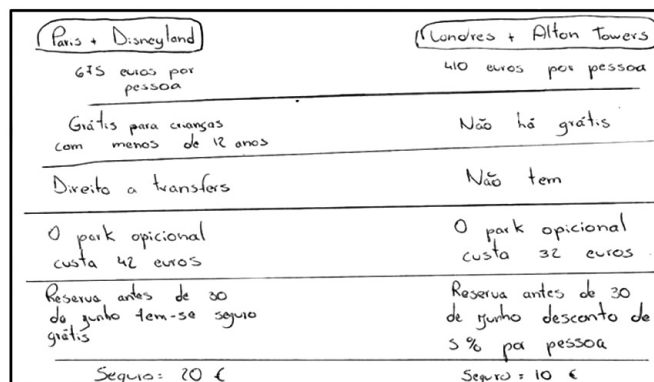
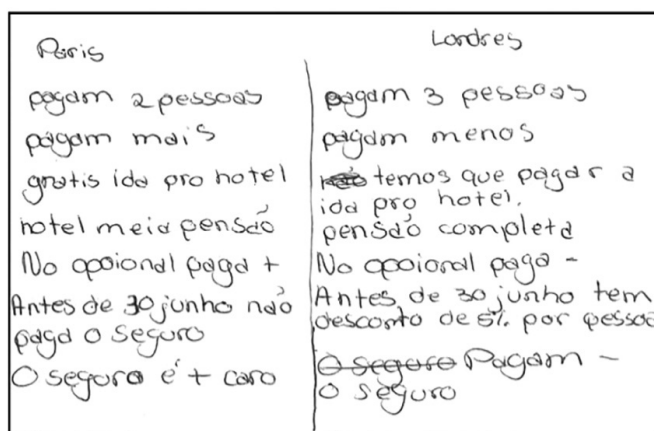
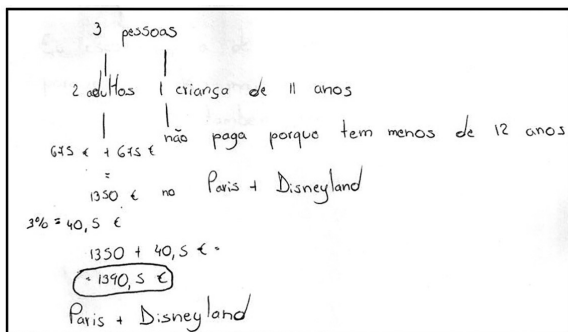


Figura 6. Respostas de dois grupos sobre a comparação das campanhas (Nascimento, 2015, p.53-54)

Foi solicitado o cálculo do valor da viagem para cada uma das campanhas. Um dos grupos, para um dos destinos, apresentou os cálculos seguintes (figura 7):





**Figura 7.** Cálculo do valor da viagem para Paris (Nascimento, 2015, p.58)

O grupo contemplou nos cálculos todos os itens necessários. Em contrapartida, outros grupos, obtiveram, para a viagem da família, valores inferiores a 100€, sem refletir na impossibilidade de um valor tão baixo. Em entrevista, os alunos que indicaram esta solução, referiram não ter reparado no valor “Só achava estranho sobrar muito mas também tinham poupado muito... Só pensei no número não pensei no dinheiro” (...) “Era o número que me deu nas contas. Se pensasse em dinheiro via que não podia ser....”

A questão seguinte envolvia a tomada de decisão sobre o local de férias, tendo em conta os cálculos e o valor do orçamento, fundamentando num pequeno texto. O orçamento daria para qualquer uma das opções, sobrando mais dinheiro numa das situações. Na figura 8 apresenta-se uma das respostas:

Eu escolheria a de Londres + Alton Towers porque sai ~~de~~ mais barato e tem o seguro mais barato e também tem a pensão completa.

**Figura 8.** Resposta de um dos grupos sobre a opção final (Nascimento, 2015, p.61)

A opção focou-se no baixo custo, com o objetivo de utilizar o dinheiro que sobrava e, tendo em conta, o que incluía o pacote. Por fim, solicitava-se opinião fundamentada sobre o planeamento atempado das férias familiares ( Figuras 9 e 10):

Apesar de um dos grupos concordar com o facto de a família poupar ao longo do ano, tendo consciência de que o planeamento anual foi uma mais valia (figura 9), outro grupo (figura 10) considera que deveriam ir de férias assim que o valor da poupança fosse suficiente para tal, sem necessidade de esperar até agosto.

Todos os grupos se mostraram motivados e envolvidos na tarefa. Foi possível trabalhar temas do REF, aplicando os conhecimentos trabalhados na aula de matemática, permitindo-lhes ter maior consciência da sua aplicabilidade em contextos do dia a dia. Foi possível contornar a ideia de que numa tarefa de matemática o objetivo é chegar ao resultado certo. Pode-

se utilizar a matemática como ferramenta que nos auxilia na

Eu acho que eles deviam poupar os 10 meses para as suas férias, porque se eles só fossem pensar planear as férias em junho não teriam tanto dinheiro para a viagem porque se eles ~~que~~ decidiram ir a viagem mais cara não tinham tantas possibilidades para ir nessa, mas sim na mais barata.

tomada de decisões. **Figura 9.** Resposta de um dos grupos sobre planeamento atempado (Nascimento, 2015, p.62-63)

Eu acho que se ele já tivesse dinheiro suficiente só deviam ter ido de férias, por ninguém gosta de esperar.

**Figura 10.** Resposta de um dos grupos sobre planeamento atempado (Nascimento, 2015, p.62-63)

## CONCLUSÕES

A educação financeira permite trabalhar temas curriculares de matemática. Tanto temas iniciais, como os relativos ao sistema de numeração e sistema monetário ou assuntos relativos a grandezas e medida, funções e, claro, a resolução de problemas. A ligação da educação financeira com a matemática é natural. Mas as suas conexões estabelecem-se com várias áreas do saber, a depender das questões que forem suscitadas pelos alunos ou pelo aprofundamento pretendido. É um tema que pode e deve ser transversal ao currículo, contribuindo para o desenvolvimento de uma cidadania mais ativa de todos os alunos.

## Referências

- D’Aquino, C. (2008). *Educação Financeira. Como Educar o Seu Filho*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Gonçalves, M. (2019). *Educação Financeira e Matemática: um caminho para a poupança. Estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade*. Relatório final de Prática de Ensino Supervisionada, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo, Portugal.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC]. (2013b). *Referencial de educação financeira*. Lisboa: Direção-Geral da Educação.
- Nascimento, F. (2015). *Educação Financeira no Ensino da Matemática: um estudo de caso do Ensino Básico*. Dissertação de mestrado, UNL - FCT.
- OECD (2012). *Financial Education in schools*. Paris: OCDE INFE.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, 66-91.

LINA FONSECA

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE VIANA DO CASTELO

ANA SANTIAGO

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE COIMBRA

# Um exemplo de dinâmicas de interdisciplinaridade suportadas pelo Moodle

JOÃO MOURO

A interdisciplinaridade é algo já discutido há bastante tempo, mas que normalmente sempre foi difícil de implementar.

Parte dessas dificuldades passam pelas próprias rotinas e metodologias dos envolvidos, em outros casos pela dificuldade de operacionalizar devido a vários fatores, desde logo a própria estrutura, segmentação e dinâmica das disciplinas.

Segue a descrição ao nível da interdisciplinaridade da experiência do projeto EVA (Escola Virtual Angolana), onde foram testadas várias soluções no sentido de a promover.

## O QUE É A EVA

A Escola Virtual Angolana é um projeto aprovado em 2014 pelo Ministério da Educação Nacional de Angola, desenvolvido pela empresa SISTEC S.A. sediada em Luanda. Consiste numa plataforma LMS (learning management systems) para acesso de alunos e professores, contendo os recursos pedagógicos tipificados em aulas de acordo com os programas em vigor no ensino presencial, do ensino Primário, do Ensino Secundário e da formação contínua de professores, bem como dispositivos de apoio direto aos professores e alunos inscritos.

Foi pedido à SISTEC para desenvolver uma plataforma que permitisse a um grande número de pessoas ter uma experiência de aprendizagem da estrutura escolar a distância, equivalente à experiência presencial escolar.

A equipa de professores que colaborou na criação da plataforma foi constituída por professores profissionalizados acreditados de

nacionalidade angolana, portuguesa e de outras nacionalidades, com comprovado serviço de mais de cinco anos quer no ativo quer aposentados com experiência em tecnologias de informação e comunicação.

O Ministério Educação Angolano pediu à equipa que criasse um modelo que em termos de estrutura espelhasse a estrutura escolar, mas que permitisse a participação não presencial. Desde logo se percebeu que a EVA teria não só uma utilização a distância, mas também seria suporte das aulas presenciais, pelo que foram também desenvolvidas determinadas funcionalidades para ser suporte e meio de comunicação entre os professores nessas aulas.

Com isso em consideração foi escolhida a plataforma Moodle como base e foram desenvolvidos conteúdos para aulas de todas as disciplinas desde a 4ª classe (denominação Angolana) até à 12ª classe)

Cada aluno iria inscrever-se na plataforma e teria à sua disposição uma estrutura organizada em classes, disciplinas, temas e aulas. Cada aula foi contruída tendo em consideração dinâmicas que permitissem a exploração autónoma dos recursos, que tivesse aproximadamente a mesma duração de uma aula presencial e que permitisse alguma forma de avaliação dos conhecimentos (figura 1).

Para construir este modelo foi necessário um grande investimento em termos da formação dos professores sobre as ferramentas a

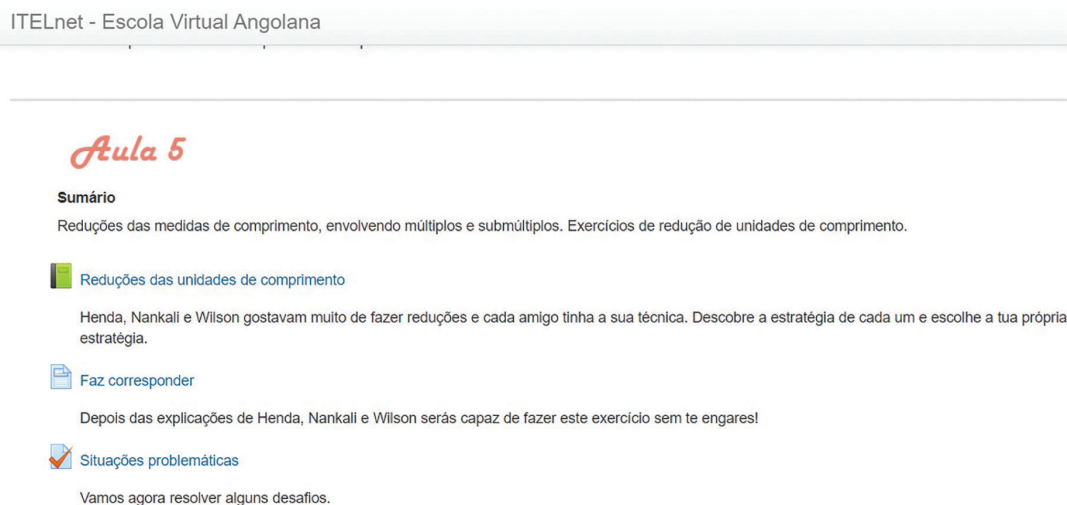


Figura 1. Exemplo de uma estrutura de aula

utilizar, e como as utilizar, tendo em conta a natureza, a distância e autonomia da plataforma.

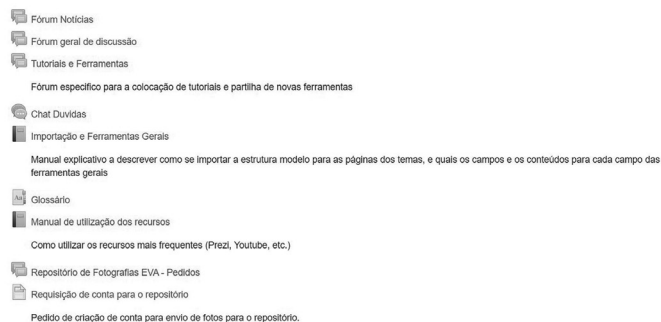
Essa formação que foi constante ao longo do projeto permitiu desde logo a criação de uma comunidade de prática, também ela suportada pelo Moodle da EVA (figura 2), na qual os professores se apropriavam formalmente de determinadas ferramentas e boas práticas no seu uso, mas também partilhavam soluções, dificuldades e possibilidades de interdisciplinaridade entre os vários temas.

Aqui entra a 1ª dimensão interdisciplinar da EVA, ou seja, a criação da comunidade de prática e a proximidade e constância que ela provocou permitiu que ao longo do desenvolvimento dos conteúdos existissem canais de comunicação e partilha entre os vários professores. Esses canais clarificaram as “pontes” entre os conteúdos das várias disciplinas e o desenvolvimento colaborativo dos conteúdos, mas acima de tudo da própria planificação e estratégia a aplicar na “ideia” de aula.

Especialmente através do uso dos fóruns foi criada uma dinâmica onde frequentemente o professor de uma disciplina colocava uma sugestão se determinado tema poderia fazer “ponte” com outra disciplina. Cada professor analisava o tema e os

## A Equipa Pedagógica e Equipa de Projecto

[Página principal](#) > [Disciplinas](#) > [FORMAÇÃO PROFESSORES](#) > [Área dos Professores da Escola Virtual](#) > [A Equipa Pedagógica e Equipa de Projecto](#)



**Figura 2.** Página inicial do espaço de equipa pedagógica

objetivos propostos por esse professor e se considerasse viável desenvolviam em colaboração os conteúdos em função de ambas as disciplinas.

Em termos de trabalho colaborativo, a existência de uma plataforma como o Moodle permitiu operacionalizar de uma forma bastante ágil esta partilha, e que a partir daí possibilitou a criação de recursos tendo uma visão interdisciplinar dos mesmos.

## TEMA 3 - AS CIVILIZAÇÕES DOS GRANDES RIOS

[Página principal](#) > [As minhas disciplinas](#) > [ENSINO SECUNDÁRIO](#) > [ENSINO SECUNDÁRIO - 1º CICLO](#) > [7ª CLASSE](#) > [HISTÓRIA](#) > [TEMA 3 - AS CIVILIZAÇÕES DOS EGÍPCIOS](#)

### Operações de cálculo usadas pelos egípcios.

A necessidade de garantir a eternidade aos seus chefes, ( faraós e outros altos funcionários), fez com que os egípcios encerrassem os seus corpos em edifícios robustos e perfeitos nas formas. Uma dessas formas foi o triângulo e a sua combinação para definir um volume, daí a pirâmide.



Mas para tal, era necessário desenvolver cálculos para, antes da sua construção, saber determinar a base, a altura e ter uma ideia do volume, até para saber como deviam cortar as pedras para a sua construção.

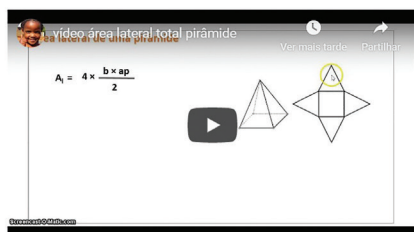
Ao consultar a aula de Matemática nº 2 do tema Geometria Áreas Volumes de Sólidos < [abre aqui](#) > vais poder perceber e imaginar o processo que os arquitectos e engenheiros egípcios usaram para fazer a sua obra.

### 7.3-Geometria - Áreas e Volumes de Sólidos

[Página principal](#) > [As minhas disciplinas](#) > [ENSINO SECUNDÁRIO](#) > [ENSINO SECUNDÁRIO - 1º CICLO](#) > [7ª CLASSE](#) > [MAT](#)

#### Vídeo área lateral e total de uma pirâmide

Vê o vídeo.



**Figura 3.** Exemplo de interdisciplinaridade entre História e Matemática (sólidos)

A existência da comunidade de prática e a proximidade criada pela necessidade constante de formação tecnológica para o desenvolvimento de recursos foram também vitais no sentido de permitir um contacto regular entre os participantes. Por sua vez, esse processo veio a permitir a dinâmica de partilha na comunidade e operacionalização da interdisciplinaridade em termos de conteúdos.

A 2ª dimensão de interdisciplinaridade na EVA, é uma dimensão mais operacional, mas que demonstra também de forma clara e mais valia na utilização da LMS Frequentemente, nas discussões entre professores de diferentes disciplinas, chegávamos à conclusão que o tema que determinado colega sugeria tinha ligações óbvias a outros temas já desenvolvidos em outras

**TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

António Domingos

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA



disciplinas. Donde, ao invés de existir a criação ou desenvolvido de raiz de determinado recurso, o que consideramos que faria sentido seria a partilha ou ligação do recurso de uma disciplina a outra desde que devidamente contextualizada.

Em termos de aulas tradicionais presenciais, esta partilha é mais complicada de operacionalizar, mas se a base for uma plataforma como o Moodle, essa partilha é facilitada sendo “quase” orgânica.

O exemplo (figura 3) mostra como foi possível fazer a ligação na disciplina de História ao cálculo dos volumes de sólidos, mostrando aos alunos que as aprendizagens não são estanques nas suas disciplinas, mas de natureza transversal e com aplicações em vários domínios.

*forma atomística e perceba a utilidade de realizar um estudo em articulação.”<sup>21</sup>*

Penso que estas duas dimensões poderão ser úteis como exemplos possíveis de se aplicar para conseguir uma interdisciplinaridade mais efetiva. Por um lado, temos a criação de rotinas de partilha e trabalho colaborativo, constante e com alguma forma de suporte que facilite a comunicação e o desenvolvimento de materiais e ideias. Por outro, a existência de uma estrutura facilitadora de ligações entre disciplinas, normalmente trabalhadas de forma isolada, que também se revela vital.

Como referi anteriormente, este tipo de ligação é muito importante pois mostra ao aluno que os temas das diferentes disciplinas estão muitas vezes ligados entre si, ao contrário das disciplinas que são normalmente trabalhadas de forma isolada.

**Como se mede o tempo na actualidade!**

Antes de analisarmos o conceito de tempo histórico, vais abrir a aula da 4ª classe em que estudaste este conceito e de como medi-lo. Abre agora carregando [Aqui!](#)

O Tempo serve para localizar um acontecimento, um facto, uma realidade, no desenrolar da História, da tua história, da História do teu País, da História da Humanidade.

Existem várias medidas de tempo, umas podem ser quantificáveis:

- Segundo
- Minuto
- Hora
- Dia
- Semana
- Mês
- Ano
- Década
- Século
- Milénio

Outras medidas de tempo são mais difíceis de quantificar:

- Era
- Época
- Geração
- Antes de Cristo
- Depois de Cristo

**Medidas de massa e tempo**

[Página principal](#) > [As minhas disciplinas](#) > [ENSINO PRIMÁRIO](#) > [4ª CLASSE](#) > [MATEMÁTICA](#) > [Medidas de massa e tempo](#) > [Problemas com o tempo](#)

**ÍNDICE**

- 1. A idade do avô Vemba
- 2. Viagem do pai de Nankail

**Problemas com o tempo**

**1. A idade do avô Vemba**

O avô de Vemba fazia anos no dia 5 de Julho, mas Henda não sabia que idade ele tinha. Estava a pensar preparar-lhe uma festa surpresa e fazer um cartaz com a sua idade.

Então decidiu ir perguntar à sua avó quantos anos ele tinha:

**Figura 4.** Exemplo Interdisciplinaridade História - Matemática (tempo)

Outro exemplo da ligação entre matemática e história quando se aborda o conceito e a medição de tempo. Enquanto a 1ª imagem (figura 4) mostra a parte da disciplina de História onde se aborda o conceito de tempo na História, no mesmo espaço é feita a ligação para a disciplina de Matemática para o tema “Medidas de massa e tempo”, mais uma vez mostrando a interligação de conceitos de forma intuitiva através do Moodle (criando links nos vários temas ligando as disciplinas entre si sempre que se justifica), e mostrando a interdisciplinaridade de conceitos. Citando um dos professores do projeto acerca desta estratégia de interdisciplinaridade:

*“A vantagem não é só para que se evitem desfasamentos (complexidade ou minimalismo), excesso de informação (informação em duplicado ou triplicado de duas ou mais disciplinas), ou eventual contradição (informação não fundamentada numa disciplina como História quando a sede própria é a disciplina de Matemática com narrativas contraditórias ou incorretas), mas para que o aluno não construa o seu conhecimento de uma*

Uma estrutura base como o Moodle permite esse tipo de ligação de uma forma quase orgânica, e essa forma de pensar os temas como interconectados entre si é em si mesma uma competência importante a passar aos nossos alunos.

A EVA foi testada em sete escolas na província de Benguela, e os resultados foram muito positivos, quer do lado dos alunos das turmas piloto, quer do reconhecimento da sua utilidade para os próprios professores das turmas piloto, que reforçaram a sua mais valia social para a aprendizagem a distância de determinados grupos de pessoas, mas também para o ensino tradicional em sala de aula.

Vídeo promocional Eva - <https://www.youtube.com/watch?v=FaZU8oGM4MU>

**JOÃO Mouro**

PROFESSOR/FORMADOR – ESCOLA VIRTUAL ANGOLANA (SISTEC)  
COORDENADOR DA FORMAÇÃO

<sup>21</sup> Jorge Sá Pinto – Professor de História e Coordenador do Projecto EVA

# O Digital e a Interdisciplinaridade (com a Matemática como pano de fundo)

MANUEL LUIZ DA SILVA PINTO

Num tempo em que as ferramentas digitais se tornaram um instrumento do quotidiano, sobretudo para as faixas etárias mais novas, (ou seja, em termos de análise sociológica, os subconjuntos da população que se encontram em fase de aprendizagem) importa refletir um pouco sobre qual o papel deste tipo de recursos na questão da interdisciplinaridade. Sendo um dos pontos centrais do ensino/aprendizagem STEM no currículo da Educação Pré-Escolar, Ensino Básico e Secundário, e mesmo na formação de professores, a clarificação de como fazer a integração do ensino e aprendizagem da Matemática com outras áreas do saber tentemos perceber então, o papel da estruturação lógica do saber (a Matemática) neste contexto, partindo duma realidade concreta que é a Casa das Ciências como plataforma/repositório de recursos.

Desde logo importa definir o que é um recurso digital educativo “aberto”, que é o que caracteriza o conjunto de materiais que a Casa das Ciências disponibiliza. Segundo Butcher (2011) e se acrescentarmos o termo *Digital* ao conceito de *Open Educational Resources* teremos uma boa definição do que são Recursos Educativos Digitais (RED) abertos ...”*In its simplest form, the concept of Open (Digital) Educational Resources (OER) describes any educational resources (including curriculum maps, course materials, textbooks, streaming videos, multimedia applications, podcasts, and any other materials that have been designed for use in teaching and learning) that are openly available for use by educators and students, without an accompanying need to pay royalties or licence fees.*” (p. 9)

Decorre da própria definição e é hoje razoavelmente consensual, que a utilização do digital na educação é uma grande amálgama de soluções com enorme diferenciação e que vai desde os componentes físicos (sensores p. ex.) ao *software* de produção (ferramentas de construção de simulações p. ex.) passando pelas linguagens de programação e todo o tipo de aplicações, hipertextos, *software* dedicado, etc. Encontrar por isso padrões e tipologias abrangentes não é simples e, muito menos, se quisermos aí enquadrar lógicas muito específicas como a interdisciplinaridade.

No que se reporta a soluções muito elementares como é o caso da imagem (fotografia sobretudo) e descrições simples de fenómenos através de documentos digitais não editáveis, por

exemplo, a interligação entre diferentes ciências, decorrente das próprias características do objeto não é relevante mas, em soluções mais elaboradas como o hipertexto, a simulação ou outras ferramentas digitais programáveis ou manipuláveis, essa interligação acontece com enorme frequência, assumindo a Matemática na maioria dos casos um papel essencial. Basta desde logo pensar que a generalidade das simulações físicas, químicas, dos fenómenos geológicos ou da genética por exemplo, são baseadas nas suas descrições matemáticas, quer sejam funcionais quer de representação simbólica. Estas descrições matemáticas ao serem “transcritas” nas linguagens ou ferramentas a utilizar é que permitem que as simulações, por exemplo, tenham um grau de rigor científico minimamente aceitável. Esta é, aliás, uma componente fundamental quando se procura uma análise qualitativa dos recursos digitais e que, deveria ser obrigatória numa avaliação minimamente cuidada. Partir dessa Matemática intrínseca ou explícita para o docente (ou discente) se apropriar do processo de construção, numa lógica de “encontro” entre os fenómenos em estudo e o seu suporte matemático é um pequeno passo que permite fazer a ligação interdisciplinar em causa.

Com este pano de fundo, importa então perceber as lógicas de utilização em relação a RED que permitam abordagens interdisciplinares relacionadas, ou centradas, na Matemática. Devemos ter em linha de conta que os utilizadores fazem uma primeira abordagem base nos conteúdos, pois é esse sempre o ponto de partida para a utilização didática de um RED e, salvo melhor opinião, uma segunda aproximação, é realizada sobre o grau de profundidade – e consequente adequação etária – que o recurso disponibiliza. Este grau de profundidade (ou complexidade) não se relaciona apenas com a quantidade e qualidade da informação pretendida, mas sobretudo com aspetos como a manipulação e reutilização, sendo esta uma das variáveis de análise mais relevante atualmente.

Um alerta importante: O professor escolhe, e decide como usar um recurso digital (RED), nunca sabendo, no entanto, qual a dimensão exata da apropriação do aluno em cada uma das circunstâncias complementares do ato educativo. Se tivermos em linha de conta a capacidade tecnológica dos equipamentos mais comuns como os *tablets* e os *smartphones* bem como a versatilidade das ferramentas que utilizam e ainda a sua

“amigabilidade” em termos de utilização pelo sujeito, teremos claramente essa ideia. Uma outra nota ainda. Um mesmo recurso, em plataformas digitais diferentes e em equipamentos diferentes possui hoje características diferentes e “provoca” em cada utilizador reações e procedimentos diferentes.

## A CARACTERIZAÇÃO DE UM RECURSO EDUCATIVO DIGITAL E A INTERDISCIPLINARIDADE

Como parece ser do domínio comum, a interligação entre ciências, neste caso concreto com a Matemática, está fundamentalmente ligada ao conteúdo científico de cada recurso específico, à qualidade e características intrínsecas dos objetos e mesmo da sua lógica de pesquisa e das plataformas associadas onde se procuram (Atenas & Havemann, 2013). Acrescentemos um outro parâmetro que deverá ser essencial nessa análise e que se relaciona com a escolha de utilização didática que foi feita.

Tomando como relevantes as ideias expressas por vários autores e corporizadas num documento da Comissão Europeia: *“All forecast surveys note a also fundamental paradigm shift on the role of new technologies supporting educational change: while some years ago the term “e-learning” dominated the educational discourse, the “e” has nowadays disappeared. It is all about the core business of education: learning. The focus is no longer on ICT tools and infrastructures but on open and flexible learning and teaching with the learner (and the educator) at the centre, enhanced through new technologies. This indicates that the step from an early adoption of ICT use in education towards mainstreaming has been started”* (European Commission, 2013, p. 8), podemos afirmar que a utilização de recursos digitais é, portanto, um padrão hoje incorporado nas atividades educativas sejam elas quais forem.

Assim sendo, para se poder fazer uma seleção de objetos, que enquadrem a sua utilização numa lógica interdisciplinar com a Matemática (numa perspetiva STEM, incorporando Ciência, Engenharia e Tecnologias) os pontos de partida poderão ser altamente diversificados. Muita da literatura recente, aborda a preocupação cada vez mais significativa da abordagem STEM desde os níveis mais elementares de escolaridade, sendo inúmeros os pontos de vista que proporciona no sentido de se obterem resultados educacionais concretos. Segundo McDonald (2016) *“The implementation of STEM initiatives is a challenging endeavor. Central findings ... highlight three key factors to consider when attempting to successfully integrate STEM teaching and learning in schools. First, disengagement in STEM subjects is pervasive throughout junior secondary school... Second, implementing effective pedagogical practices has been shown to increase student interest and motivation, develop 21st century competencies, and improve student achievement. The implementation of inquiry-based practices that value active learning, immersion in authentic settings, engagement in*

*reasoning and problem-solving, and the development of creativity, have been shown to facilitate effective student learning. Finally, and perhaps most importantly, the role of the teacher is critical in this process.”* (p. 551).

Para a reflexão que nos propomos, tomamos a liberdade de fazer a abordagem pela ótica do docente, considerando as eventuais soluções para uma dada situação de aprendizagem como o fator essencial que utilizará numa eventual escolha de um RED. De uma forma que nos parece simples, embora suportada por diversos autores (English, 2015; Pinto, Gómez-Camarero, Fernández-Ramos & Doucet, 2017; Varlamis & Apostolakis, 2006) na multiplicidade de soluções que atualmente se propõe, iremos então centrar a capacidade da abordagem interdisciplinar com a Matemática em três eixos distintos de análise, de algum modo ligadas ao processo de produção de recursos digitais:

1. na *manipulação/simplicidade* dos objetos em causa;
  2. nos diferentes momentos do processo de ensino/aprendizagem tendo em conta a *função/operacionalização* dos objetos a utilizar;
  3. no processo de *definição/produção* dos objetos escolhidos;
- Iremos então abordar cada uma destas lógicas específicas recorrendo a exemplos concretos de recursos existentes no repositório da Casa das Ciências.

### 1 - MANIPULAÇÃO/SIMPLICIDADE

No primeiro eixo, a interatividade não será um elemento preponderante porque a instrumentação do objeto estará já incorporada no mesmo, sem que a sua manipulação permita grandes veleidades de ação. Isso não implica que não possa ser um objeto com características interdisciplinares como veremos.

Parte-se do princípio que temos um RED de fraca capacidade interativa, sem possibilidade de ser instrumentalizado internamente, ou seja, não o podemos manipular nas suas componentes de produção, mas que poderá ser manipulado ou instrumentalizado de diferentes formas em termos educacionais. Poderá ser de uma tipologia “documento fechado”, mas que possui em si mesmo a capacidade de ser usado e reutilizado em diferentes contextos e em diferentes situações educativas. Quer docentes quer discentes, embora usando em formato digital este tipo de recursos, não o podem modificar, nem interagir com ele, mas apenas com os seus componentes ou subprodutos. Um exemplo muito bom, é o documento texto As Borboletas da Floresta Amarela (Sá Pinto & Campos, 2012) que não é mais que um pequeno manual sobre evolução que incorpora atividades que podem ser usadas para explorar a evolução desde o primeiro ciclo do Ensino Básico até ao Ensino Secundário. Desde a hereditariedade e genealogias, a seleção natural, a deriva genética e a sistemática há propostas flexíveis que podem ser exploradas no contexto de distintos conteúdos programáticos



(Biologia, Matemática, Português, Cidadania, entre outros). Se bem que centrado na Biologia, podemos associar outras áreas do saber, como a Matemática nomeadamente nos anos mais elementares criando os primeiros passos para a fundamentação matemática dos fenómenos científicos que tão relevante será em níveis mais adiantados do percurso de Ensino/Aprendizagem de cada aluno. Saber organizar os saberes em representações simbólicas que podem ser interpretadas por todos, é uma competência das mais fundamentais em ciência e que surge com tarefas tão simples como estas.

## 2 - FUNÇÃO/OPERACIONALIZAÇÃO

o segundo eixo que consideramos, a lógica de construção do RED já possui por norma, uma componente de interação e sobretudo de reutilização (ou reusabilidade como é usual ser definida na literatura). Quer isto dizer que, contrariamente à tipologia anterior, em situações diferentes ser usado de modos diferentes e, para sujeitos diferentes poderemos ter contextos e aplicabilidades diferentes. O objeto já tem, portanto, uma dimensão que permite diferentes leituras e funções em diferentes momentos do processo de Ensino/Aprendizagem, sendo que a sua operacionalização feita quer pelo docente quer pelo discente já pode ser plural e de metodologia diversificada.

Vejamos então um exemplo que nos parece interessante e caracterizará esta nossa categoria ou eixo de análise. Se se procurar no repositório da Casa das Ciências por “Energia Potencial Gravitica”, irão surgir quatro recursos, dois deles interativos, um executável e outro em Modellus. Note-se que a particularidade da pesquisa é essencial. Se porventura usar apenas o termo Gravidade, surgirão 49 recursos diferentes dos quais apenas um não é de Física(!). Vamos optar pelo RED executável, da autoria de um físico austríaco (Lohninger, 2012) que permite simular o valor dos campos gravitacionais de uma massa suspensa em diferentes situações, simulando a gravidade da Terra, Marte, Lua e Júpiter. Permite ainda comparar os valores das respetivas energias potenciais (figura 2).

O utilizador, docente ou discente, pode manipular dentro de certos limites, o valor da massa, a altura, e o planeta onde realiza a experiência, tendo assim um conjunto de informação potenciador de comparações, análise de variáveis etc. A função do RED é muito clara. Tentar dar a perceber o conceito de energia potencial gravítica para alunos do terceiro ciclo, mas a verdade é que se podem colocar um mundo de questões (a grande maioria relacionadas com a Matemática) à volta do que se se pode observar e registar. Desde a pesquisa das massas dos diferentes planetas, para poder comparar as ações dos mesmos sobre massas iguais e à mesma altura; o que se passa com massas diferentes à mesma altura num mesmo planeta; a mesma massa a diferentes alturas num mesmo planeta; tudo

são abordagens passíveis de serem traduzidas por representação matemática e interpretação física com o controlo de diferentes variáveis. No limite, é possível partir destas observações para inferir a expressão ou expressões matemáticas que relacionam as diferentes variáveis da expressão.

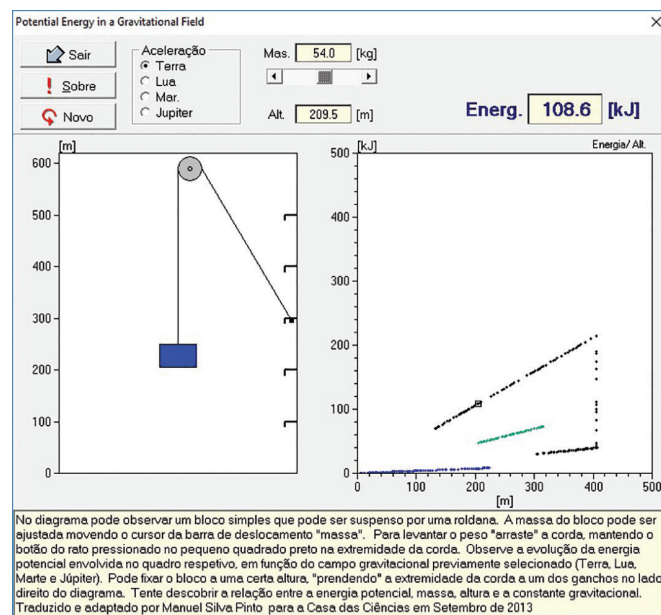


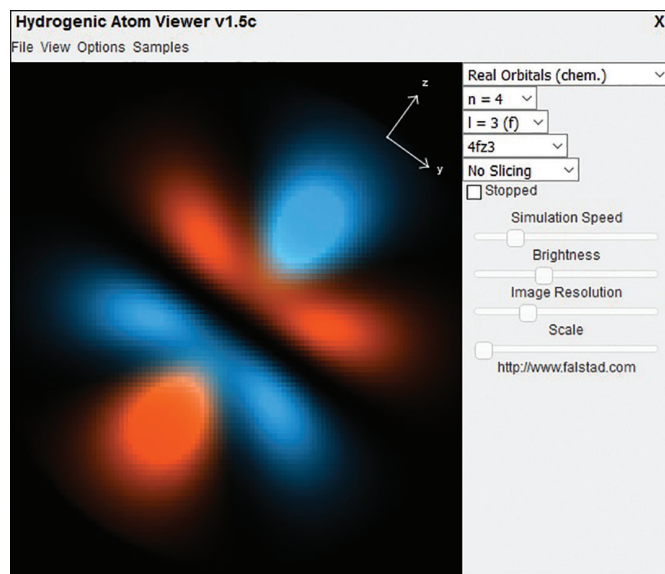
Figura 2. Simulação da ação de diferentes campos gravitacionais sobre uma massa suspensa (Lohninger, 2012).

## 3 - DEFINIÇÃO/PRODUÇÃO

O terceiro e último eixo centra-se sobretudo na complexidade do processo de produção, que leva a objetos normalmente muito mais elaborados. Embora a sua construção seja muito precisa (e tem de o ser para que a qualidade científica seja assegurada) permitem abordagens extraordinárias de cariz interdisciplinar plural onde pontuam quase sempre mais do que duas áreas do saber. Vamos usar um exemplo muito simples e baseado numa ferramenta padrão para tentar perceber um pouco melhor este terceiro eixo.

Antes disso, porém, tornemos claro que esta terceira lógica de análise, reporta-se a soluções que desde a sua produção, têm incorporadas diferentes áreas disciplinares até pela própria metodologia e paradigma de construção do objeto. Enquadram-se nesta categoria, chamemos-lhe assim, todos os objetos que, utilizando ferramentas de programação quer de alto ou baixo nível, quer mesmo macro, necessitam de incorporar a informação matemática que explicita os fenómenos em estudo. Cabem aqui as simulações em Modellus, Flash, Java, Scratch, linguagens de programação mais científicas como o Fortran, ou mesmo as ferramentas mais recentes como Arduino, HTML5, *software* para Android por exemplo, e tudo o mais que possa ter a aplicabilidade em soluções similares. Este tipo de recursos, desde as simulações *tout court* até às *apps* mais elaboradas,

são os mais frequentemente utilizados, muitas vezes também os mais simples de utilizar, os que cumprem com mais rigor os parâmetros de avaliação exigidos, até porque são normalmente produtos de soluções de equipas pluridisciplinares com tudo o que isso acarreta, mas mais complexos de manipular internamente. No repositório da Casa das Ciências existem inúmeras soluções, quer de produção nacional, quer obtidas e validadas internacionalmente, que poderão com maior ou menor facilidade ser abordadas pelos intervenientes no processo de aprendizagem, através dos seus diferentes componentes. Na figura 3 pode observar-se o layout de um simulador de orbitais atômicos, onde o utilizador “trabalha” os números quânticos, o que permite uma observação interativa e detalhada que doutra maneira seria impossível.



**Figura 3.** Simulador de orbitais atômicos (Hydrogenic Atom Viewer, s.d.).

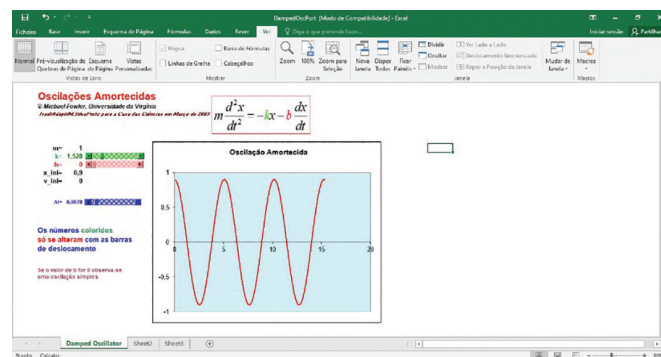
Obviamente que num executável construído numa linguagem de alto nível não será fácil “desconstruir” o código para poder ir analisar a Matemática que se encontra por detrás de uma simulação que faça a representação de orbitais, usando a equação de função de onda, mas as abordagens interdisciplinares podem sempre ser feitas recorrendo à observação de resultados, estudos comparativos, ou outras soluções sempre possíveis.

Existem, no entanto, no enquadramento desta tipologia, objetos extremamente simples e interessantes que permitem abordagens integradas e autónomas, como é o caso do que vamos analisar a seguir. Vamos então socorrer-nos de um RED construído pelo Professor Michael Fowler da Universidade da Virgínia, nos Estados Unidos, que usa a programação de uma ferramenta padrão, o EXCEL®, tornando visível todos os resultados do que se simula (figura 4).

Este recurso, que tem a designação de *Oscilações Amortecidas*, utiliza a equação diferencial das oscilações para, através de um

cursor que permite variar alguns dos parâmetros existentes na folha de cálculo, animar um gráfico, sendo de uma visibilidade extremamente clara.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -lx - b \frac{dx}{dt}$$



| tempo  | Posição  | Velocidade total | accn     | KE       | PE       | Total E  | sqrt(2E/k) |
|--------|----------|------------------|----------|----------|----------|----------|------------|
| 0      | 0,9      | 0                | -1,37475 | 0        | 0,618638 | 0,618638 | 0,9        |
| 0,0078 | 0,899958 | -0,00536         | -1,37469 | 1,44E-05 | 0,61858  | 0,618594 | 0,899969   |
| 0,0156 | 0,899833 | -0,01608         | -1,37449 | 0,000129 | 0,618408 | 0,618537 | 0,899927   |
| 0,0234 | 0,899624 | -0,02681         | -1,37418 | 0,000359 | 0,61812  | 0,618479 | 0,899885   |
| 0,0312 | 0,899331 | -0,03752         | -1,37373 | 0,000704 | 0,617718 | 0,618422 | 0,899843   |
| 0,039  | 0,898955 | -0,04824         | -1,37315 | 0,001163 | 0,617201 | 0,618365 | 0,899802   |
| 0,0468 | 0,898495 | -0,05895         | -1,37245 | 0,001738 | 0,61657  | 0,618308 | 0,89976    |
| 0,0546 | 0,897952 | -0,06965         | -1,37162 | 0,002426 | 0,615825 | 0,618251 | 0,899718   |
| 0,0624 | 0,897325 | -0,08035         | -1,37066 | 0,003228 | 0,614965 | 0,618194 | 0,899677   |
| 0,0702 | 0,896615 | -0,09104         | -1,36958 | 0,004145 | 0,613992 | 0,618137 | 0,899636   |

**Figura 4.** Recurso educativo digital sobre oscilações amortecidas (Fowler, s.d.).

Note-se que, anulando o valor da constante (b) temos a equação e respetiva representação animada, duma oscilação simples não amortecida.

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -lx$$

O interessante neste recurso é que na mesma folha onde se encontra a simulação, mas um pouco mais abaixo, tal como se pode observar na figura 4, estão um conjunto de colunas onde surgem os valores obtidos através da manipulação dos cursores pelo utilizador. É assim extremamente eficaz, muito intuitivo e funcional em termos educativos, “emparelhar” o estudo do fenómeno físico, com a sua fundamentação matemática e com a representação gráfica, usando uma tecnologia simples. Podemos ainda acrescentar na questão da interdisciplinaridade a componente da tecnologia, pois o que está aqui em causa é, por um lado, o estudo do fenómeno físico (que pode ser acompanhado de uma execução laboratorial) a sua representação matemática (que permite fazer um estudo bem alargado da representação gráfica de funções) e a instrumentação de uma ferramenta digital (neste caso padrão – EXCEL®) para a representação da análise matemática que se pretende. Desse modo, e com um único objeto teremos um “painel” de conhecimento diversificado, interdisciplinar, que poderá permitir

diferentes tipos de abordagens quer sob o ponto de vista da motivação quer do desempenho e construção do saber.

### UMA ABORDAGEM DE CARIZ GENERALISTA PARA SELECIONAR A FUNÇÃO EDUCATIVA DE UM RED

Uma última questão. Existirá alguma maneira simples de, analisando um RED, se ter a percepção da sua capacidade intrínseca para efeitos de interdisciplinaridade? Provavelmente a resposta é não, porque na grande maioria dos casos se teria ou de fazer a análise da produção ou então encontrar um histórico de utilização para o saber. Cada docente e cada utilizador (leia-se aqui tanto o professor, como o aluno, como qualquer outro agente no processo educativo) terá a capacidade de operacionalizar cada objeto de forma a tirar dele o melhor partido que puder em função dos objetivos que pretende, das características dos agentes envolvidos e das próprias características dos objetos que, como vimos, podem ser muito diversificadas. Mas será possível ter uma ideia da qualidade de um RED sendo que isso poderá indiciar a rentabilidade da sua utilização? A resposta agora é claramente positiva e podemos afirmar que se trata mesmo de um tema muito estudado e particularmente já consistente segundo a literatura da especialidade. Ao ter uma “medida” da qualidade de um dado objeto, teremos associado a ela a maior ou menor capacidade de o utilizarmos? Bom, alguma informação terá associada e, tendo em linha de conta os parâmetros já validados por inúmeros estudos internacionais, estamos em crer que de alguma forma poderá ajudar a quem faz a escolha a decidir entre várias opções em estudo. Podemos sugerir o padrão que muita vezes se usa na Casa das Ciências, com a designação LORI, acrónimo de Learning Object Review Instrument (Li, Nesbit, Richards & Fraser, 2006; Nesbit & Leacock, 2009; Souza, Marcelino & Fortunato, 2018) que, partindo de um conjunto de itens de observação, a saber:

1. Adequação aos Objetivos
2. Qualidade do Conteúdo
3. Feedback e Adaptação
4. Motivação
5. Design e Apresentação
6. Interatividade
7. Acessibilidade
8. Reutilização
9. Conformidade Standard

E usando uma escala de 1 a 5, (que vai de não ou nunca até completamente ou muito grande) permite ter um conjunto de valores em que se podem comparar as “performances” de diferentes objetos.

Aqui fica a sugestão.

### Referências

- Atenas, J., & Havemann, L. (2013). Quality Assurance in the Open: An Evaluation of OER Repositories. *The International Journal for Innovation and Quality in Learning*, 1(2), 22-34. <http://eprints.soas.ac.uk/17347/1/30-288-1-PB.pdf>
- Butcher, N. (2011). *A Basic Guide to Open Educational Resources (OER)*. <http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002158/215804e.pdf>
- English, L. D. (2015). STEM: Challenges and opportunities for mathematics education. In Beswick, Kim, Muir, Tracey, & Wells, Jill (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME, Hobart, Tas* (pp. 4-18). Brisbane: Queensland University of Technology. <https://eprints.qut.edu.au/87506/3/87506.pdf>
- European Commission (2013). *Analysis and mapping of innovative teaching and learning for all through new technologies and Open Educational Resources in Europe*. Brussels: European Commission. <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/ALL/?uri=CELEX:52013SC0341>
- Fowler, M. (s. d.); *Fowler's Physics Applets*. <http://galileo.phys.virginia.edu/~mfli/home.html>
- Hydrogenic Atom Viewer (s.d.). <https://www.falstad.com/qmatom/>
- Li, J. Z., Nesbit, J. C., Richards, G., & Fraser, S. (2006). Evaluating Learning Objects Across Boundaries: The Semantics of Localization. *International Journal of Distance Education Technologies*, 4(1). <https://www.igi-global.com/article/evaluating-learning-objects-across-boundaries/1667>
- Lohninger, H. (2012). *Learning by Simulations*. [http://www.vias.org/simulations/simu\\_maths.html](http://www.vias.org/simulations/simu_maths.html)
- McDonald, C. V. (2016). STEM Education: A review of the contribution of the disciplines of science, technology, engineering and mathematics. *Science Education International*, 27(4) 530-569. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1131146.pdf>
- Nesbit, J. C. & Leacock, T. L. (2009). *Collaborative Argumentation in Learning Resource Evaluation* - Simon Fraser University (pré-Print). <https://pdfs.semanticscholar.org/9e4f/4fa2f44038b35c6599163d32caal681f6e51.pdf>
- Pinto, M., Gómez-Camarero, C., Fernández-Ramos, A., & Doucet, A. (2017). Evaluareed: desarrollo de una herramienta para la evaluación de la calidad de los recursos educativos electrónicos. *Investigación Bibliotecológica*, 31(72), 227-248
- Souza, M. T. de, Marcelino, R., & Fortunato, I. (2018). O LORI como método de avaliação de objetos de aprendizagem: estudo de revisão. *REAe - Revista de Estudos Aplicados em Educação*, 3(5), 42-57. [http://seer.uscs.edu.br/index.php/revista\\_estudos\\_aplicados/article/view/5002](http://seer.uscs.edu.br/index.php/revista_estudos_aplicados/article/view/5002)
- Varlamis, I., & Apostolakis, I. (2006). The present and future of standards for e-learning technologies. *Interdisciplinary Journal of Knowledge and Learning Objects*, 2, 59-76. <http://ijlko.org/Volume2/v2p059-076Varlamis.pdf>
- Xá Pinto, X., & Campos, R. (2012). *As borboletas da floresta amarela*. Vairão: CIBIO, Centro de Investigação em Biodiversidade e Recursos Genéticos. <https://www.casadasciencias.org/recurso/7787>

MANUEL LUIZ DA SILVA PINTO  
COLABORADOR DA CASA DAS CIÊNCIAS



# APM 2020 — sócios

## Modalidades de associado, preços de quotas e de assinaturas das revistas

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição de utilidade pública, sem fins lucrativos, ligada ao ensino da Matemática, de todos os níveis de escolaridade. Um dos objetivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo atividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na política educativa. A APM disponibiliza, aos professores de Matemática e outros educadores, uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais.

### Modalidades de associado

Atualmente a APM oferece sete modalidades de sócio individual

- sócio regular
- sócio estudante regular
- sócio estudante @sócio
- sócio aposentado
- @-sócio
- sócio residente no estrangeiro
- sócio conjunto APM-APP

e duas modalidades para sócios institucionais, dependentes do tipo de produtos a que tem direito e que estão discriminadas na tabela abaixo.

A APM e a Associação de Professores de Português (APP) oferecem uma modalidade de associado **aos professores do 1.º ciclo do ensino básico: sócio conjunto APM-APP** que, através do pagamento de uma única quota no valor de 50,00€, lhes confere o estatuto de associado da APP e de @-sócio da APM.

Pode inscrever-se indiferentemente (e pagar) na página da APM ou da APP; as respetivas associações dar-lhe-ão um n.º de sócio para cada associação. A partir daí pode usufruir das vantagens de associado da APP e da APM.

### Publicações periódicas

Todos os associados têm direito aos cinco números anuais da revista Educação e Matemática (3 números normais e um número duplo temático).

Os @-sócios só poderão aceder aos ficheiros em formato PDF da Revista Educação e Matemática no nosso portal; todos os outros terão direito também a receber pelo correio as edições impressas.

A revista Quadrante é publicada online (<https://quadrante.apm.pt>) e é de acesso livre.

### Preços especiais na loja

Todos os associados usufruem de um desconto que pode ir até 50% na aquisição de artigos na loja, quer seja na sede ou online.

### Requisição de materiais, exposições ou outros recursos

Todos os associados poderão ainda requisitar materiais, publicações, exposições ou outros do Centro de Recursos.

### Outros direitos dos associados individuais

Os associados individuais terão ainda acesso aos conteúdos privados no portal da APM, a beneficiar de descontos em encontros da APM ou de outras instituições com as quais a APM tem protocolos ou noutros eventos em que a APM venha a colaborar, a participar da vida da associação através dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais ou por outras formas e a divulgar o seu trabalho através da APM.

### Direitos dos associados institucionais

Para os associados institucionais existem duas modalidades de associado de acordo com a tabela respetiva abaixo. Para além das revistas que recebem de acordo com a modalidade escolhida, os associados institucionais, nomeadamente as escolas e agrupamentos de escolas, podem beneficiar os respetivos docentes (grupos 100, 110, 230 ou 500) com preços especiais em encontros ou formações; podem ainda usufruir dos benefícios de associado na requisição de exposições ou na compra de materiais para a respetiva instituição.

### Quotas anuais para 2020

| Modalidades de associado individual                     | 2020    |
|---------------------------------------------------------|---------|
| Professor no ativo (sócio regular)                      | 55,00 € |
| Estudante s/vencimento* (com regalias de @-sócio)       | 16,50 € |
| Estudante s/vencimento* (com regalias de sócio regular) | 40,00 € |
| Professor aposentado                                    | 42,50 € |
| @-sócio (residente em Portugal ou no estrangeiro)       | 42,50 € |
| Associado residente no estrangeiro                      | 66,00 € |
| Sócio conjunto APM-APP (só para professores do 1.º CEB) | 50,00 € |

\* Poderão inscrever-se nestas modalidades, estudantes em formação inicial (licenciatura ou mestrado profissionalizante)

| Modalidades de associado institucional | Quota   |
|----------------------------------------|---------|
| Modalidade I (1 exemplar da EeM)       | 72,50 € |
| Modalidade II (2 exemplar da EeM)      | 95,00 € |

### Assinatura da revista Educação e Matemática

|                             |             | 3 números + 1 número duplo temático |
|-----------------------------|-------------|-------------------------------------|
| Associado individual        | Portugal    | .....                               |
|                             | Estrangeiro | .....                               |
| Não associado individual    | Portugal    | 50,00€                              |
|                             | Estrangeiro | 70,00€                              |
| Não associado institucional | Portugal    | 75,00€                              |
|                             | Estrangeiro | 95,00€                              |

### Preço de capa da revista Educação e Matemática

| Educação e Matemática |          |        |
|-----------------------|----------|--------|
| Associado             | Temática | 10,00€ |
|                       | Normal   | 7,50€  |
| Não associado         | Temática | 10,00€ |
|                       | Normal   | 7,50€  |



## Editorial

- 01** **Ensinar matemática numa perspetiva interdisciplinar**  
*Nelson Mestrinho, Bento Cavadas*

## Artigos

- 02** **Rede Curricular Interdisciplinar: uma proposta para a integração entre a matemática e as ciências**  
*Bento Cavadas e Nelson Mestrinho*
- 09** **Aprendizagem efetiva em STEM com a abordagem de Ensino por Ligações Transversais – Fazer uma educação matemática interdisciplinar de sucesso!**  
*Rita Borromeo Ferri, Andreas Meister*
- 17** **Academi@ STEM Mangualde - Um projeto inovador em Portugal**  
*Filipa Machado, Manuela Pires*
- 27** **Construção de aprendizagens em matemática numa perspetiva curricular integradora**  
*Dina Morais, Helena Gil Guerreiro, Helena Moreira, Paula Figueiredo, Susana Brito*
- 35** **Explorar matemática através das pegadas dos animais**  
*Neusa Branco, Bento Cavadas, Elisabete Linhares*
- 41** **Arquitetura com crescimento e pensamento algébrico. Uma mirada sobre arquitetura e matemática**  
*António Guerreiro, Enrique Martínez Jiménez*
- 49** **Cristelo: um Agrupamento em mudança**  
*Cristina Cruchinho*
- 53** **Frações, razões e taxas: que trabalho em matemática para uma utilização com compreensão na resolução de problemas nas várias disciplinas?**  
*Manuela Pires*
- 60** **Pode o currículo (não) ser flexível? Uma reflexão em 2019 sobre políticas curriculares**  
*Maria do Céu Roldão*
- 65** **Relato de uma experiência interdisciplinar na formação inicial de professores**  
*Raquel Santos, Marisa Correia, Teresa Maia e Carmo*
- 70** **Articulação interdisciplinar entre Estatística e Física: um cenário de aprendizagem no 8.º ano**  
*Hélia Oliveira, Ana Henriques, Mónica Baptista*
- 84** **O Digital e a Interdisciplinaridade (com a Matemática como pano de fundo)**  
*Manuel Luiz da Silva Pinto*

## Secções

- 14** **Pense Nisto**  
Inquiry-Based Learning: Uma ponte para a interdisciplinaridade? *Nelson Mestrinho, Bento Cavadas*
- 16** **O Problema deste número** *José Paulo Viana*  
Sol e sombra (e um pouco de astronomia)
- 24** **Caderno de apontamentos de Geometria** *Cristina Loureiro*  
*Técnica Pop-Up para construção de sólidos de revolução*
- 47** **Materiais para a aula de Matemática**  
Investigar as pegadas dos animais, *Neusa Branco, Bento Cavadas, Elisabete Linhares*
- 77** **Espaço GTI**  
*Matemática e Educação financeira: possíveis conexões, Lina Fonseca, Ana Santiago*
- 81** **Tecnologias na Educação Matemática** *António Domingos*  
Um exemplo de dinâmicas de interdisciplinaridade suportadas pelo Moodle, *João Mouro*