

# Educação & Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática

Periodicidade ∞ 5 números por ano

2016

136

■ Janeiro ∞ Fevereiro ∞ Março

Preço 7,50€

ANOS  
**30**  
APM  
1986-2016





## EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Diretora	Lina Brunheira
Subdiretora	Helena Rocha
Redação	Catarina Delgado Cristina Cruchinho Cristina Tudella Helena Amaral Irene Segurado Isabel Rocha Manuela Pires Paulo Alvega Sílvia Zuzarte

### Colaboradores Permanentes

António Domingos Tecnologias na Educação Matemática  
Cristina Loureiro Caderno de Apontamentos de Geometria  
Grupo de Trabalho de Investigação da APM Espaço GTI  
José Paulo Viana O problema deste número

**Capa** Mário Baía

**Paginação** Gabinete de Edição da APM

### Entidade Proprietária

Associação de Professores de Matemática  
Rua Dr. João Couto, 27-A, 1500-236 Lisboa

**Data da publicação** Março 2016

**Tiragem** 1250 exemplares

### Periodicidade

Jan/Fev/Mar, Abr/Mai/Jun, Jul/Ago/Set e Out/Nov/Dez

### Impressão

Colorpoint, Unipessoal Lda  
Urbanização Vale Azul, n.º 8  
Casal da Espinheira  
2560-401 Silveira

Depósito Legal n.º 72011/93

Registo no ICS n.º 124051

ISSN 0871-7222

Porte Pago

## Saiu da Redação

O colega António Fernandes saiu da Redação e deixou de coordenar a edição gráfica da *Educação e Matemática*. Tendo integrado a equipa em 2000, o António passou rapidamente a responsabilizar-se pela produção das capas, pela edição gráfica e pelas alterações ao modelo de paginação, incluindo a conceção do modelo atualmente utilizado. Ao longo destes anos, o trabalho do António aliou conhecimento matemático, cultura e sensibilidade estética aos seus conhecimentos técnicos, imprimindo uma imagem de grande qualidade à *Educação e Matemática*. Pelo seu enorme contributo, a Redação faz aqui um agradecimento público.

## Sobre a capa

A capa deste número é constituída por um conjunto de imagens obtidas a partir da coleção de fotografias disponíveis na Internet, em particular no Facebook da APM. Três das fotografias, relacionadas com a sessão pública da constituição da APM, fazem parte da coleção privada de um dos seus sócios. As imagens, numa disposição aleatória, pretendem evidenciar que a APM é feita com pessoas que, ao longo de 30 anos, mantiveram um interesse comum — a melhoria do ensino da Matemática.

Mário Baía

## Neste número colaboraram

Ana Martins, Celina Pereira, Fernando Nunes, Helena Amaral, Isabel Rocha, Joana Conceição, João Pedro da Ponte, Lurdes Figueiral, Maria Paula Rodrigues, Mário Baía, Pedro Abrantes, Pedro Palhares, Sara Ribeiro, Sílvia Zuzarte, Sónia Figueirinhas e Susana Diego.

## Correspondência

Associação de Professores de Matemática  
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A, 1500-236 Lisboa  
Tel: (351) 21 716 36 90  
Fax: (351) 21 716 64 24  
E-mail: revista@apm.pt

## Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não refletindo necessariamente os pontos de vista da Redação da Revista. Por opção do editor e/ou autores, alguns artigos não obedecem às regras do novo acordo ortográfico.



# Ser professor uma reflexão nos 30 anos da APM

*É o nosso começo que visitamos, não o nosso fracasso, obscuridade ou limite<sup>[1]</sup>*

Com este número a Educação (e) Matemática abre o ano em que a APM comemora o seu 30.º aniversário. Este é portanto um ano em que, de maneira especial, refletimos sobre nós próprios. Um ano em que somos convidados a fazer uma viagem aos nossos lugares primordiais, a esses lugares aonde incessantemente se torna porque são o nosso futuro, porque neles está inscrito o que *somos* e o que *somos chamados a ser*. Percorrer os caminhos da memória de forma positiva e não nostálgica é procurar essa sabedoria das coisas que nos permite estar em cada presente com a riqueza da herança recebida, com a responsabilidade de lhe sermos criativamente fiéis e com a audácia inteligente de abrir caminhos de futuro.

A APM não nasceu por decreto ou de geração espontânea. Quando a 19 de setembro de 1986, numa assembleia geral de professores realizada durante o ProfMat de Portalegre, *por decisão unânime e sob uma grande aclamação, foi aprovada a criação da APM*, havia por trás um intenso trabalho de um punhado de professores que se organizaram, nos inícios dos anos oitenta, no «Grupo para a Renovação do Ensino da Matemática» (GEM), na sequência do 1.º Encontro Nacional da SPM. Neste encontro, que teve lugar em março de 1980 em Lisboa e que contou com cerca de 500 participantes, as comunicações da *Secção de Ensino* e os seus autores viriam a dar o pontapé de saída para a criação do GEM, com a publicação da *Inflexão*, uma folha informativa que iria tornar-se num veículo importante do movimento, cada vez mais amplo, que levaria ao nascimento da APM (e talvez tenha sido a antepassada mais direta da *Educação e Matemática*). Este punhado de professores, entre os quais encontramos nomes que nos são familiares (Cristina Loureiro, Henrique Manuel Guimarães, João Filipe Matos, João Pedro Ponte, José Manuel Matos, Leonor Filipe, Leonor Vieira, Lurdes Serrazina, Paula Teixeira, Paulo Abrantes, Raul Carvalho, entre outros) foi semente, ou pedra lançada à água como a que Leonor Moreira descreve num

texto emblemático saído na primeira E&M: *lança-se uma pedra à superfície de um lago. A toalha de água, até esse instante lisa e serena, enruga-se em círculos concêntricos cada vez mais amplos (...), terminando com o aviso, não deixes que a água se aquiete.*

Na Assembleia Geral fundacional também *se aprovaram os estatutos, ultimados com afã no dia anterior, já a noite ia alta, e se elegeu a primeira direcção*. Foi eleita presidente da APM, Leonor Filipe, a quem foi atribuído também o número 1 de associada.

Se faço este resumo dos nossos começos é para revisitar a força e o poder dos professores, quando unidos e mobilizados por uma causa. E a destes era clara: promover a renovação do ensino da Matemática e a valorização profissional dos professores desta disciplina.

Trinta anos depois, em termos de políticas educativas e de vida associativa, temos vindo a experimentar as várias fases de um ciclo: as esperanças de uma primavera inicial, os frutos prometedores de verões de abundância, o cair outonal de muitas ilusões, a aridez de invernos onde tudo nos parece coberto de uma capa de gelo. No entanto, como recordava o Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI<sup>[2]</sup>, coordenada e prefaciada por Jacques Delors, sabemos que *não há reforma com sucesso sem a contribuição e participação activa dos professores. (...) Pede-se muito aos professores, demasiado até. Espera-se que remediem as falhas doutras instituições, também elas com responsabilidades no campo da educação e formação dos jovens. Pede-se-lhes muito, agora que o mundo exterior invade cada vez mais a escola, principalmente através dos novos meios de informação e de comunicação.*

Por isso, quando ouvimos dizer que se perdeu os professores mas se ganhou os pais e a população, testemunhámos um duro golpe dado na Escola com consequências já visivelmente graves e que se podem tornar dificilmente irreversíveis se não forem rapidamente contrariadas, no discurso



e na ação porque, infelizmente, quando se perde os professores, perde-se inevitavelmente a Escola que se converte num lugar de funcionários descontentes e desgastados, sem capacidade de resistência a políticas centrais e a políticas caseiras.

Perde-se os professores e fica o campo, onde antes se meava, transformado em campo de batalha. E depois pode vir tudo: maus currículos, más políticas e práticas avaliativas, *rankings* absurdos, direções escolares despóticas que controlam até o simples teste, a simples ficha de trabalho... Perde-se os professores e com eles se perde o saber e o conhecimento profissional que lhes é próprio, o entusiasmo do seu desempenho, a criatividade na busca de soluções, a atenção às particularidades dos seus alunos e contextos, a gratuidade com que se dedicam à *sua* escola, agora convertida em lugar de tudo mensurar e sopesar, um vasto agrupamento onde todos são mais distantes, mais anónimos, menos importantes, menos pessoas.

É urgente mudar com os professores e através dos professores. É urgente, por isso, reconstruir o tecido educativo reerguendo os professores. É imprescindível recuperar os professores, ganhar os professores, confiar nos professores. Ganhá-los para a esperança que, no dizer de Hannah Arendt<sup>[3]</sup>, *reside sempre na novidade que cada geração traz consigo e que por isso nos exige uma opção consciente pelo ato educativo que nunca é neutro, e pelo tempo presente que nos desafia em cada momento. Acrescenta Arendt, a educação é assim o ponto em que se decide se se ama suficientemente o mundo* — e eu acrescentaria, explicitando, *o tempo, o nosso tempo* — *para assumir responsabilidade por ele e, mais ainda, para o salvar da ruína que seria inevitável sem a renovação, sem a chegada dos novos e dos jovens.*

Este é um dos grandes desafios presentes para a APM: ganhar os professores para o entusiasmo pela tarefa educativa, para o debate e a partilha de conhecimentos, experiências, reflexões. Recuperarmos a consciência e a convicção de que juntos podemos de novo olhar para a Escola e para o ensino da Matemática como uma causa maior. Uma Escola mais forte, um ensino que proporcione aprendizagens significativas. A força desta Escola, será a força dos seus professores, reunidos à grande mesa do Saber para o repartir. Um saber herdado mas sobretudo um saber que se atualiza, se constrói e reconstrói, se coloca ao serviço do bem comum; um saber que proporcionamos, que tornamos acessível, para que cresçam outros saberes e se renove assim, permanentemente, o conhecimento e a sabedoria. Um Conhecimento que possibilite o Futuro; uma Sabedoria cada vez mais Humana que o torne habitável.

#### Notas

- [1] José Tolentino Mendonça, *As estratégias do desejo*, Coto-  
via, Lisboa, 1994.
- [2] UNESCO, 1996, *Learning: the treasure within*; tradução  
portuguesa: *Educação, um tesouro a descobrir*, ASA, Por-  
to, 1996.
- [3] Arendt, Hannah, *A crise na Educação*, in *Quatro textos ex-  
cêntricos*, prefácio e tradução de Olga Pombo, Relógio  
d'Água, Lisboa, 2000, p. 52.

#### LURDES FIGUEIRAL

PRESIDENTE DA DIREÇÃO



Nesta primeira revista do ano iremos iniciar uma nova secção em que se pretende celebrar e refletir os 30 anos da Associação de Professores de Matemática — APM — que se perfaçam este ano. Esta secção, a ser publicada em todos os números que serão editados este ano, além de privilegiar a reflexão interna, destacando-se a importância de testemunhos de núcleos e grupos de trabalho, bem como o testemunho de ex-presidentes dos últimos 10 anos, na continuidade da edição comemorativa dos 20 anos, dar-se-á notícia de iniciativas de comemoração desenvolvidas.

A APM nasceu e cresceu da ação conjunta de professores com o desejo comum de renovar o ensino da matemática. Muitas vivências, experiências e implicações na vida profissional que gostaríamos de ver partilhados em artigos de opinião, testemunhos ou relatos de experiências gratificantes ou relatos de fatos marcantes e que terão espaço nesta secção.



## APM — Intervenção na Política Educativa

Há dez anos, aquando das comemorações dos 20 anos da APM, na revista n.º 86, Rita Bastos e Sónia Figueirinhas, referiam: «... nalgumas situações, a associação não tem assumido posições claras e fortes quanto às políticas educativas», considerando que, por um lado, esse consenso era difícil devido à pluralidade dos sócios, com posicionamentos diversos relativamente a essas políticas mas, por outro lado, «é necessário que essas posições existam, para que possamos ser parceiros intervenientes na definição das políticas nacionais, em vez de esperar que outros tomem as decisões sobre os assuntos que nos dizem respeito».

Recordo estas palavras ao refletir sobre os dois anos em que fui presidente da APM (2004/2006), porque destes dois anos destaco a intervenção da APM na definição de políticas educativas, nomeadamente na formação contínua de professores, desde o ensino pré-escolar até ao ensino secundário.

A APM foi interveniente em várias medidas de iniciativa ministerial, incluídas no PAM (Plano de Ação da Matemática), das quais destaco as relacionadas com a formação contínua dos professores: o Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico (EB) e o Plano da Matemática para professores do 3.º ciclo do EB e ensino secundário.



Lembro que estas medidas surgiram devido ao reconhecimento das dificuldades evidenciadas pelos nossos alunos nos resultados do estudo internacional PISA 2003, no que dizia respeito à literacia matemática, que foram apresentados em Abril de 2005.

A APM teve um contributo relevante na definição e concretização destas medidas de âmbito nacional. Para mim, tal deveu-se ao trabalho já desenvolvido no âmbito da formação contínua, quer através do seu centro de Formação, do projeto T3, quer através dos grupos de trabalho e dos núcleos regionais, que lhe permitiu ter já ideias claras e consensuais sobre o modelo e as estratégias de formação que melhor contribuam para o desenvolvimento profissional dos professores.

A participação na formação de professores não se limitou à formação contínua, pois a APM também esteve representada num grupo de trabalho, da iniciativa da Seção de Educação Matemática da SPCE, cujo objetivo foi a elaboração de um conjunto de recomendações para a formação matemática dos futuros professores do ensino básico e secundário (documento esse editado em 2006)

Recordo também as palavras de outra ex-presidente da APM, Cristina Loureiro, que há 10 anos, pensando no futuro,



referia a necessidade de outras frentes de trabalho, como novos protocolos de cooperação (EM89:44). Na procura de responder a esta necessidade, destaco o *Projeto Pencil*, projeto europeu com objetivo de criar um centro de recursos de ensino informal das ciências em ligação com ensino formal, em que a APM foi convidada para entidade parceira, pelo Pavilhão do Conhecimento, projeto que envolveu 6 escolas da grande Lisboa e Marinha Grande bem como o *Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos*. Fomos ainda parceiros no projeto do jornal «Kalkular», inserido no jornal *Público*.

Estes foram também os anos em que se começou a sentir a tendência da diminuição de sócios e que foi nossa preocupação, mas estancar esta torrente revelou-se tarefa muito difícil, apesar de termos avançado com a iniciativa do sócio *on-line*.

E claro, agora que comemoramos os 30 anos da APM, não posso deixar de destacar a criação, em 2006, do Gabinete dos 20 anos que, com iniciativas várias, procurou fazer um balanço do trabalho já realizado e privilegiar a re-

flexão interna, envolvendo os grupos de trabalho e núcleos regionais, para se perspectivarem novas formas de organização, novas atividades, projetos a desenvolver, etc. Penso que muitos desses documentos escritos podem ainda hoje ser considerados bons instrumentos de trabalho.

Nesta reflexão, em que fiz um esforço de síntese que o distanciamento temporal nos permite, dois sentimentos algo contraditórios (ou não) me assolaram: um dirigido aos meus colegas de direção: *mas que energia a nossa para termos envolvido a APM em tanta iniciativa* e, o outro, de que o realizado nunca é o suficiente pois alguns dos problemas da APM mantêm-se.

Em termos pessoais foram anos marcantes na minha vida.

PARABÉNS APM!

M. ISABEL ROCHA

PRESIDENTE DA DIREÇÃO DA APM EM 2004/2006

## Porque existem associações de professores?

JOÃO PEDRO DA PONTE

Para que os professores de Matemática constituam uma comunidade com identidade bem definida é essencial dispor de uma associação de professores dinâmica, com visão de futuro e reconhecida pelos próprios professores. Tais associações existem desde há muito em numerosos países, por vezes com características muito diversas. Neste artigo, proponho-me fazer uma breve reflexão sobre os fatores que podem contribuir para uma forte dinâmica associativa. Como ponto de partida começo por rever alguns casos concretos.

### O NCTM NORTE-AMERICANO

O National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) dos Estados Unidos da América é a mais conhecida e mais prestigiada das associações de professores. Foi fundado em 1920 e tem mais de 80 000 membros, sendo a maior

organização existente em todo o mundo relacionada com a educação matemática. Os seus membros são não só dos EUA como do Canadá e de muitos outros países. Apresenta a sua missão indicando que constitui «a voz pública da educação matemática, apoiando os professores de modo a assegurar uma aprendizagem da Matemática com equidade e da mais alta qualidade para todos os alunos através da sua visão, liderança, atividades de desenvolvimento profissional e investigação».<sup>[1]</sup>

O NCTM promove conferências nacionais e regionais e publica três revistas para professores (da escola primária, da «middle school», e da escola secundária) e uma revista de investigação, o JRME — *Journal for Research in Mathematics Education*. As suas publicações de natureza curricular, nomeadamente a série *Standards* têm tido uma influência determinante no ensino da Matemática não só na América do Norte, mas também a nível mundial.



Um aspeto marcante do NCTM é a forte interligação entre as comunidades de professores de Matemática, formadores de professores e investigadores.<sup>[2]</sup> Esta interligação pode ver-se no facto de existirem sempre investigadores reconhecidos entre os membros da sua direção e pela importância dada à investigação nas suas atividades e publicações. O JRME é uma das revistas de investigação em educação matemática mais prestigiadas a nível mundial e tem tido numerosas iniciativas inovadoras no sentido de aproximar a investigação e a prática profissional. A grande dinâmica desta organização NCTM dificilmente seria concebível sem esta ligação entre professores e investigadores.

## A SBEM BRASILEIRA

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) tem características muito diferentes, que desde logo se evidenciam pelo uso do termo «Sociedade» na sua designação. Assume como grande finalidade «buscar meios para desenvolver a formação matemática de todo cidadão de nosso país» e procura congrega «profissionais e alunos envolvidos com a área de Educação Matemática e com áreas afins» dando especial relevo ao «desenvolvimento desse ramo do conhecimento científico, por meio do estímulo às atividades de pesquisa e de estudos acadêmicos». Assume também o objetivo de difundir «informações e conhecimentos nas inúmeras vertentes da Educação Matemática».<sup>[3]</sup> Nesta organização, o acento tónico está sobretudo no desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

A SBEM tem uma dupla organização, por diretorias regionais e por treze grupos de trabalho dedicados a grandes áreas de pesquisa que se reúnem de três em três anos num grande encontro de investigação (o SIPEM).<sup>[4]</sup> Realiza também trianualmente um grande encontro nacional (o ENEM)<sup>[5]</sup> bem como muitos encontros regionais, que, dado o contexto brasileiro, assumem com frequência grande dimensão. Embora muitos dos seus membros sejam professores, o centro de gravidade desta sociedade está nas universidades e nas atividades relacionadas com a investigação.

## A FESPM ESPANHOLA

Aqui ao lado, em Espanha, temos a Federação Espanhola de Sociedades de Professores de Matemática (FESPM). É uma organização federal, com uma Junta de Governo, cujo papel é sobretudo o de coordenar as atividades empreendidas pelas organizações associadas. Estas são mais de 20, na sua grande maioria de carácter regional como a nossa conheci-

da Sociedad Andaluza de Educación Matemática «Thales» mas onde se incluem algumas associações de carácter temático como a Organización Española para La Coeducación Matemática «Ada Byron».<sup>[6]</sup>

A existência destas sociedades espanholas de natureza regional compreende-se pela natureza do estado espanhol, muito marcado pelos regionalismos e autonomias. Outro traço muito forte da dinâmica associativa deste país é a forte presença de matemáticos do ensino superior, que marcam o tom nas publicações, nos encontros e em todas as atividades, promovendo iniciativas para divulgar a Matemática e dinamizar o seu ensino. O ponto de vista que prevalece é indubitavelmente o da Matemática, que sendo muito poderoso e criativo no seu campo, acaba por ser por vezes pouco sensível para certos fenómenos, realidades e necessidades relacionados com os processos de aprendizagem dos alunos e os processos de construção do conhecimento.

## A APM EM PORTUGAL

No nosso caso, a APM nasceu como uma associação de professores de Matemática com uma forte participação, desde o início, de formadores de professores e investigadores em Didática da Matemática que trabalham em instituições de ensino superior (universidades e escolas superiores de educação). Na minha perspetiva esta é a situação ideal, pois cria condições para um trabalho conjunto, fundamental para que se possam desenvolver nas melhores condições atividades suscetíveis de corresponder aos interesses profissionais de ambos os grupos profissionais.

A sociedade atual é baseada no conhecimento. As necessidades de formação do conjunto dos cidadãos são hoje muito maiores do que no passado, dada a complexidade das funções que são chamados a realizar ao longo da sua vida social e profissional. Daí a necessidade de extensão da escolaridade obrigatória e a profusão de formações de nível superior, não só de licenciatura mas também de pós-graduação. Para lidar com os problemas complexos com que lidam no dia-a-dia, as organizações (incluindo a escola) precisam de profissionais altamente qualificados, que continuem a sua formação ao longo da vida.

O modo como se encara o papel do professor mudou muito entre 1985, ano em que foi fundada a APM, e os dias de hoje. O professor que expunha magistralmente as matérias, fornecia exercícios para os alunos praticarem os métodos que ensinava e realizava dois testes por período ajustava-se bem às necessidades da escola de meados do século passado. Presentemente, o professor é chamado a selecionar tarefas para propor aos alunos, conduzir a aula



com momentos diversificados de trabalho, promover discussões coletivas e conduzir uma avaliação formativa contínua. Longe da imagem do profissional que trabalha isoladamente guiando-se pelo manual escolar, o professor é chamado a trabalhar cada vez mais em equipas educativas, participar da construção e avaliação do projeto educativo da escola e realizar atividades muito diversificadas que vão do apoio aos alunos com necessidades especiais à coordenação e supervisão pedagógica. Muitos professores sentem-se desajustados nestes novos papéis, para os quais precisam da necessária preparação.

É neste quadro que se deve perspetivar o papel atual de uma associação de professores. Disse logo no início que é essencial os professores disporem de uma associação dinâmica, com visão de futuro e reconhecida pelos próprios profissionais a quem se destina. Procurarei agora desenvolver estas ideias.

### UMA ORGANIZAÇÃO DINÂMICA

No campo do ensino da Matemática, uma associação dinâmica realiza atividades que correspondem aos interesses profissionais dos seus associados, tanto dos que realizam diretamente essas atividades como daqueles que, de um ou outro modo, delas beneficiam. Essas atividades são, naturalmente, múltiplas e multifacetadas.

Na APM, desde logo se destaca o encontro anual, os encontros regionais, os encontros temáticos, como o «encon-

tro dos primeiros anos». Os encontros temáticos, correspondendo a interesses específicos, seja por causa do nível de ensino em que os participantes trabalham, seja por qualquer outra razão, constituem uma vertente que tem toda a razão de ser dentro de uma associação e muito pode contribuir para o seu desenvolvimento global. As publicações, com destaque para as revistas periódicas, são um elemento fundamental na afirmação de uma associação de professores e a APM conta com duas excelentes revistas — a *Educação e Matemática* e a *Quadrante* — cuja divulgação e reconhecimento têm de ser uma preocupação constante.

A APM tem também os seus núcleos regionais. Mas num país com uma dimensão muito diferente dos EUA e do Brasil e com uma unidade territorial muito diferente da Espanha, não faria qualquer sentido uma organização muito descentralizada, como no modelo federal. Mesmo assim, no caso português, a existência dos núcleos regionais é uma mais-valia organizativa, colocando o desafio de saber como articular as atividades locais com as atividades e as orientações nacionais essenciais para a afirmação e a coerência da associação.

Hoje em dia as novas tecnologias abrem novas perspectivas ao trabalho de todas as organizações. Para uma associação de professores, que precisa de estar em contato permanente com os seus membros e mesmo com a generalidade dos professores de Matemática e com o público em geral, tirar partido destas tecnologias é outro importante

**ÉvoraMat 2015**  
XXI Encontro Regional de Professores de Matemática  
Reconhecido como ação de curta duração

**“Dias do Secundário”**

APM Núcleo Regional de Évora  
Associação de Professores de Matemática

**28 de novembro**

Escola EB 2,3/ES Cunha Rivara - Arraiolos

**A MATEMÁTICA NOS PRIMEIROS ANOS**  
Pré, 1.º e 2.º Ciclos

XVIII ENCONTRO NACIONAL  
LEIRIA 06 E 07 NOVEMBRO 2015

Escola Superior de Educação e Ciências Sociais, Leiria

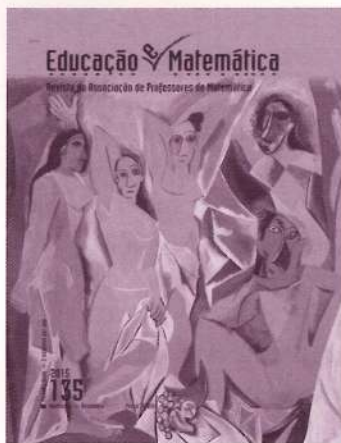
**PORTO 2016**  
ESCOLA ARTÍSTICA SOARES DOS REIS

30 ANOS APM

**ProfMat** 30 MAR—01 ABR  
**SIEM** 01 ABR—02 ABR

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA • 2016





desafio, incluindo não só o sítio *www*, como o Facebook, o canal Youtube e tantas outras dimensões de comunicação.

Ao lado das suas atividades internas, uma associação de professores tem, naturalmente, uma imagem pública. Essa imagem é, em grande medida, projetada pela comunicação social, e reflete-se tanto externa como internamente. Acompanhar os acontecimentos do dia-a-dia, nomeadamente na esfera educativa, marcando uma posição clara com a qual os professores se identifiquem e na qual os não-professores reconheçam a marca de profissionalismo, de coerência e de rigor, é outro grande desafio que inevitavelmente tem de ser enfrentado.

Para além das suas publicações regulares e ocasionais, dos seus encontros nacionais, regionais e temáticos, das correntes de informação e debate prosseguidas por meios virtuais, da imagem que procura dar de si própria, uma associação de professores tem de ter uma linha de atuação que os membros reconheçam como importante para a sua atividade profissional. É de notar, porém, que, como qualquer outra organização, essa linha pode assumir uma natureza conservadora, virada para a manutenção do *status quo* e para a defesa de privilégios, ou pode ser transformadora, virada para a renovação educativa, para que o ensino atinja melhor os seus objetivos, nomeadamente nos aspetos onde mais falha. Por isso, não se trata apenas de saber se existem numa organização muitas ou poucas atividades. Importa saber que visão orienta essas atividades e essa visão, no meu entender, deve ser uma perspetiva transformadora de futuro.

## UMA ORGANIZAÇÃO COM VISÃO DE FUTURO

A nossa sociedade está em mudança, como todos sabemos. A própria escola tem estado a mudar, no que espera dos alunos, nas responsabilidades que atribui aos professores, nas

suas formas de trabalho e de organização. A evolução da natureza do perfil profissional do professor tem estado sujeita a duas pressões contraditórias — por um lado, o controlo exercido pelos mais diversos meios e uma intensificação das responsabilidades de ordem administrativa e, por outro lado, um aumento das expectativas que o professor seja um profissional autónomo, reflexivo, crítico e capaz de corresponder às mudanças curriculares e de processos de trabalho.

Uma associação de professores precisa de perceber que há vários futuros possíveis, uns mais prováveis do que outros (alguns altamente improváveis). Dentro desses futuros possíveis e viáveis há que fazer escolhas e procurar promover aqueles que são mais consentâneos com valores educacionais que colocam o aluno e a sua aprendizagem no centro das atenções. Temos hoje em Portugal uma formulação muito concreta do que pode ser este ensino, dada pelas orientações subjacentes ao Programa de Matemática do ensino básico de 2007, que recolheu larga aceitação junto dos professores e mostrou potencialidades para promover as aprendizagens dos alunos.

Uma organização com visão de futuro define onde quer chegar mas formula também um caminho para o fazer. Ter visão de futuro não é só imaginar um ensino da Matemática diferente do atual, mas é perceber onde estamos e por que processos e com que aliados podemos fazer a jornada até ao ponto que queremos alcançar.

## UMA ORGANIZAÇÃO RECONHECIDA PELOS PRÓPRIOS PROFESSORES

No movimento associativo dos professores, a nível internacional e nacional, são muitas as associações que conhecem períodos de grande dinamismo aos quais se seguem períodos de atividade mais reduzida. É preciso, por isso, perceber, de onde vem a energia que faz mover uma associação. Essa energia, a meu ver, é o reconhecimento do que é útil para a generalidade dos potenciais membros, no quadro de uma dada perspetiva de futuro.

Os momentos de crise na vida de uma associação podem ocorrer sobretudo por efeito de causas externas — devido a contextos desfavoráveis nas condições políticas, económicas, sociais e educativas. Mas, com reduzida capacidade de intervenção sobre as causas externas, é preciso olhar com atenção para o que pode ser feito internamente, para criar resistência às adversidades e promover um desenvolvimento sustentado. Uma condição essencial é garantir uma forte ligação à generalidade dos professores, no quadro de atividades promotoras da transformação do ensino da Matemática.



Para além de tudo o que já referi (encontros, publicações, debates e fluxo de informações), as atividades de uma associação envolvem essencialmente duas vertentes: (i) proporcionar oportunidades de formação e desenvolvimento profissional; e (ii) realizar projetos de intervenção e de desenvolvimento curricular. Os professores precisam constantemente de formação, para lidar com a introdução de novos conteúdos ou perspetivas curriculares, para adequarem as suas práticas às necessidades dos seus alunos, para aprenderem a trabalhar de modo mais eficiente em grupos colaborativos tirando partido de uma grande variedade de recursos e meios de trabalho disponíveis. Criar oportunidades de formação ajustadas às necessidades, interesses e condições de trabalho dos professores não deve ser encarado numa base espontânea e amadora. Pelo contrário, requer muito investimento, reflexão, investigação, promovendo estudos, momentos de reflexão e trabalho não só internamente mas também em conjunto com as instituições de formação. Requer muita formação para os próprios formadores.

Além disso, os professores gostariam de ver transformadas as suas realidades profissionais. Muitos percebem que isso pode ser alcançado com o seu próprio contributo, realizando projetos de intervenção e de desenvolvimento curricular, produzindo materiais, realizando eventos, tomando iniciativas de trabalho conjunto com outros professores, muitas vezes de cunho interdisciplinar. Esses projetos e iniciativas precisam de se basear em ideias inovadoras e diagnósticos pertinentes de necessidades e oportunidades, e têm muito a ganhar se puderem ser sustentados em conhecimento aprofundado sobre o ensino da Matemática e a construção de contextos de aprendizagem eficazes.

## CONCLUSÃO

Em Portugal, a APM nasceu com muita energia e criatividade e tem tudo para continuar a ser uma forte e dinâmica associação de professores. As condições de contexto não têm sido nada favoráveis — a austeridade, a intensificação do trabalho dos professores e onda conservadora *back to basics* implicaram fortes retrocessos em diversos domínios. Mas uma associação tem de saber tirar o melhor partido do que tem, sempre na perspetiva de o desenvolver e vir a fazer melhor. Para isso, é essencial definir uma visão de futuro, mantendo os pés bem firmes no terreno da realidade. É também essencial procurar fortalecer-se, estabelecendo parcerias, organizando atividades aos mais diversos níveis, trabalhando em conjunto com as instituições de formação

para desenvolver iniciativas para os professores em serviço e para enquadrar as novas gerações de professores desde a sua formação inicial.

Os momentos de maior vitalidade da APM têm sido os momentos de efervescência social e educativa. É num desses momentos que estamos a entrar e há que intervir nele com ousadia, com organização e sabendo escolher os aliados. Há que procurar convergências com todos os que partilhem a mesma perspetiva de futuro.

Promover um ensino da Matemática que se traduza em aprendizagem efetiva para todos os alunos constitui a grande responsabilidade profissional dos professores desta disciplina, dos formadores de professores e de quem investiga estes problemas. Respondendo à pergunta que dá título a este artigo, direi que uma associação de professores de Matemática existe para promover pelos meios mais eficazes o ensino e a aprendizagem desta disciplina escolar. Para isso, tem de congrega todos os que intervêm diretamente nestes processos e articulando os seus esforços com as entidades e forças sociais empenhadas em criar condições para uma educação de qualidade.

## Notas

- [1] Informações retiradas de <http://www.nctm.org/About/>.
- [2] Além do NCTM, existem nos EUA várias outras organizações algumas das quais congregando investigadores (como o Mathematics Education Special Interest Group da American Educational Research Association) ou formadores de professores (como a Association of Mathematics Teacher Educators). Mas nem por isso o NCTM deixa de ser a organização por excelência onde representantes das diversas comunidades relacionadas com o ensino da Matemática trabalham em conjunto.
- [3] Informações retiradas de <http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/a-sociedade/missao>.
- [4] Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, ver <http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/sipem>
- [5] Encontro Nacional de Educação Matemática, ver <http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/anais/enem>
- [6] Informações retiradas de <http://www.fespm.es/-FESPM->, atualizado em março de 2010.

**JOÃO PEDRO DA PONTE**

INSTITUTO DE EDUCAÇÃO DA UNIVERSIDADE DE LISBOA



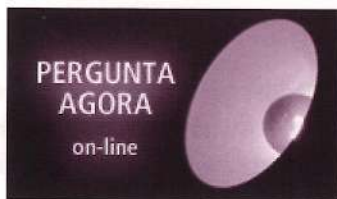
# O Pergunta Agora, passado, presente e futuro

Foi no penúltimo ano do segundo milénio, durante o Profmat99 realizado em Portimão, que o Pergunta Agora nasceu oficialmente. Estava-se numa altura em que a internet invadia o planeta e as possibilidades que parecia oferecer eram bem atrativas.

Para uma associação como a APM, os aspetos relacionados com a colaboração, divulgação e troca de informação sempre foram vitais. Portanto, não foi de admirar que um grupo de sócios se tenha juntado e pensasse na construção e desenho de um site que fosse uma plataforma utilizável, tanto pelos sócios como pelo público em geral. Foi assim que surgiram as vertentes personificadas no *Actividades e Recursos*, *Investiga e Partilha* e o *Pergunta Agora*. Esta última vertente correspondeu a um consultório matemático que se propunha oferecer respostas a questões relacionadas com a matemática e o seu ensino e aprendizagem.

Desde o início que existiu um conjunto alargado de pessoas, maioritariamente sócias da APM, que disponibilizaram voluntariamente algum do seu tempo e competência a responderem às diversas solicitações que não tardaram a surgir, com uma óbvia incidência dos países de língua oficial portuguesa, com o Brasil a liderar o número de perguntas.

O início promissor foi seguido por um período de crescimento. O Pergunta Agora conseguiu dar resposta, durante algum tempo, a todo o tipo de questões que nos iam chegando para qualquer nível de ensino, desde o básico, até ao superior, passando pelo secundário. Alunos, professores, encarregados de educação ou outras pessoas que sentiam curiosidade em relação à matemática, utilizaram o Pergunta Agora e permitiram que as dezenas de pessoas que se responsabilizaram pelas respostas construíssem uma base de dados onde se encontram perguntas de todos os tipos, e respetivas respostas, sobre variados temas matemáticos de todos os níveis de ensino. As respostas incluídas nessa base de dados foram, e continuam a ser, selecionadas a



partir de todas as que são recebidas e respondidas. Os critérios de escolha incluem a pertinência das perguntas e o interesse da resposta para o público em geral.

Ao longo da sua vida, o consultório experimentou tempos diversos, em relação à sua atividade e divulgação. As perguntas continuam a chegar diariamente, mas a capaci-

dade de resposta está agora circunscrita ao ensino básico e as funcionalidades informáticas encontram-se diminuídas.

O balanço geral do desempenho do Pergunta Agora, com todas as limitações e recuos, tem de incluir a enorme disponibilidade que aproveitou de um grande número de colegas e sócios ativos na Associação, a colaboração entre eles e os que solicitaram esclarecimentos e ajuda, assim como a divulgação que a APM teve a nível nacional e internacional, muito principalmente entre os países lusófonos. Não podemos também esquecer que o tipo de perguntas apresentadas caracterizam o que é valorizado no ensino e aprendizagem da matemática, pelo menos por aqueles que se servem da internet para se elucidarem ou pedirem ajuda para compreenderem ou resolverem situações em que sentem dificuldades.

Por toda a história e por todas as potencialidades que um projeto como o Pergunta Agora encerra, existem bastas razões para se continuar a ter o consultório ativo. O seu funcionamento deverá estar subordinado ao que é realmente importante na aprendizagem da matemática, valorizando as atitudes que podem ser consentâneas com essa importância, tais como seja a persistência, a identificação de dúvidas, a procura de significado nas situações e utilizando a linguagem no que poderá ser uma das suas principais funções, a organização do raciocínio.

**ANA MARTINS, HELENA AMARAL, FERNANDO NUNES,  
SÓNIA FIGUEIRINHAS, SUSANA DIEGO**



## Geometria partilhada e socialmente construída (2)

Estamos em janeiro de 2016 e estão criadas as condições para alterar a orientação do ensino da matemática com base no programa do ensino básico de 2013 e na realização de exames nos anos terminais dos três ciclos deste nível de ensino. Registo por isso um desejo para mudança do rumo das orientações curriculares na escolaridade básica, em particular no que respeita à geometria. Este desejo tem por base três ideias chave: (1) geometria partilhada e socialmente construída, (2) sequências de atividades ou percursos de aprendizagem e (3) recurso à tecnologia. Justifico as duas primeiras ideias chave com uma reflexão sobre o que se pode passar na sala de aula quando se dá espaço aos alunos para pensar e para mostrar e discutir como pensam, construindo assim ideias matemáticas abstratas de modo significativo. A terceira ideia é inevitável quando a tecnologia faz parte da vida diária de todos e não pode ser deixada fora da sala de aula.

Hoje em dia existem já muitos contributos relevantes, baseados em investigação, que permitem compreender a importância e os efeitos do contexto de sala de aula na aprendizagem da geometria e medida. As tarefas, os materiais, o professor e os outros alunos, bem como as expectativas de cada aluno relativamente à turma e à sua própria aprendizagem são elementos do contexto de ensino que influenciam todo o processo de aprendizagem. É por isso que não há duas turmas iguais e que o mesmo professor pode funcionar de modo diferente em turmas distintas e o sucesso de um aluno também pode variar conforme a turma em que está integrado. Owens e Outhred (2006, p. 97) afirmam que «os estudantes atendem seletivamente a aspetos deste contexto à medida que trabalham mentalmente com as suas percepções e as ligam a memórias já existentes». Acrescentam ainda que as interações aluno-aluno bem como a professor-aluno no contexto de sala de aula podem influenciar o que os alunos percebem e as respostas que dão, tanto numa perspetiva afetiva como heurística.

Este apontamento leva-me a olhar para uma série de afirmações feitas por alunos numa turma de 3.º ano depois de uma longa discussão sobre a relação entre quadrados e retângulos e sobre a construção da classe dos retângulos

(notas apresentadas na Educação e Matemática n.º 132 e n.º 133). No final da aula os alunos foram convidados a dizer o que tinham aprendido:

Duarte — *Aprendemos paralelogramos, e losangos e ...*

Leonor — *Hoje aprendemos paralelogramos.*

Daniela — *Hoje aprendemos a detetar os ângulos retos.*

Beatriz — *Descobrimos retângulos que não eram retângulos.*

Duarte — *Descobrimos retângulos especiais.*

Zé — *Descobrimos quadriláteros que não são quadrados nem retângulos.*

Hugo — *Descobrimos linhas retas e o detetor de ângulos retos.*

Inês — *O quadrado é um retângulo especial porque tem 4 ângulos retos.*

As intervenções destes alunos mostram a diversidade de sensibilidade aos vários aspetos que tinham estado presentes na discussão coletiva. O que se tinha passado na realização e discussão das tarefas, bem como estas intervenções dos alunos, determinaram o caminho que foi seguido para a conceção das tarefas subsequentes. A importância de delinear esse caminho é justificada por Confrey e Kazak (2006) quando afirmam que anos de investigação de inspiração construtivista levam a concluir que o sucesso da aprendizagem depende da realização de sequências de atividades, cuidadosamente escolhidas e aplicadas de modo flexível, que simultaneamente se adaptem às ideias dos alunos mas que conduzam também a barreiras críticas que devem ser ultrapassadas.

É importante registar que o percurso de aprendizagem trabalhado com estes alunos partiu das classes mais finas (retângulos e quadrados), experienciadas como subclasses da classe dos paralelogramos, mas de forma inversa à habitual, isto é, partindo da construção de quadrados e retângulos, figuras muito conhecidas dos alunos. Este caminho permitiu identificar duas barreiras críticas: a identificação de ângulos retos, como elemento decisivo para o reconhecimento de retângulos; a construção da classe dos retângulos, tendo como subclasse os quadrados. Estas barreiras



estão associadas a outras: a construção da classe dos losangos, tendo como subclasse os quadrados; a classe dos paralelogramos como inclusiva para retângulos e losangos, e conseqüentemente para quadrados; a classe dos quadrados como interseção de duas classes, retângulos e losangos. Apesar destas várias barreiras e das ligações, o caminho seguido com estes alunos centrou-se na identificação de ângulos em quadriláteros e na ampliação do papel dos ângulos como elemento importante para conhecer propriedades dos quadriláteros. Ao estabelecer este caminho abriu-se amplamente o mundo dos quadriláteros e o desafio de os organizar em classes a partir de propriedades. Deste modo foi construída com estes alunos uma classificação dos quadriláteros quanto ao número de ângulos retos. Reconheço a esta classificação, não standartizada e em classes disjuntas, um interesse didático muito grande pelo desafio que coloca pois um dos subconjuntos possíveis, o dos quadriláteros com apenas 3 ângulos retos, é vazio.

Ao seguir este caminho centrado no trabalho sobre ângulos ficou claramente identificado um outro caminho possível centrado no trabalho sobre os lados e as suas relações, bem como ainda um caminho centrado no paralelismo dos

lados dos quadriláteros. Esta rede de caminhos possíveis e ligados uns nos outros ilustra a ideia inicial defendida nesta nota de que será a turma e o professor a delinear um percurso entre os muitos possíveis. Ilustra também a complexidade da rede de barreiras críticas subjacente à compreensão dos quadriláteros, das suas propriedades e da sua classificação hierárquica e inclusiva. Este é um dos assuntos mais interessantes mas também mais complexos da geometria. Pelo facto de trabalhar a partir de objetos matemáticos comuns para os alunos pode ser iniciado logo nos primeiros anos abrindo uma série de percursos didáticos possíveis. O recurso a um programa de geometria dinâmica pode facilitar a abordagem e tornar os caminhos possíveis ainda mais desafiantes, mais ricos e mais interessantes. Uma perspetiva construtivista da aprendizagem matemática terá sempre subjacente uma rede complexa de vários caminhos possíveis. Cabe aos professores, preferencialmente em conjunto nos contextos em que trabalham, conhecer esses vários caminhos e delinear os percursos para os seus alunos.

Registo assim o desejo de que tenhamos em breve para o ensino básico um programa de matemática ou orientações curriculares perspetivadas para o trabalho sobre objetos matemáticos diversos, com um ênfase destacado na resolução de problemas, no raciocínio matemático, na visualização e na comunicação, com indicações claras e assumidas sobre o recurso à tecnologia no seu pleno potencial no quadro do conhecimento didático atual.

#### Referências Bibliográficas

- Confrey, Jere e Kazak, Sibel (2006). A thirty-year reflection on constructivism in mathematics education in PME. In Angel Gutiérrez e Paolo Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, 305–345. Rotterdam: Sense Publishers.
- Owens, K., & Outhred, L. (2006). The complexity of learning geometry and measurement. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, 83–115. Rotterdam: Sense Publishers.

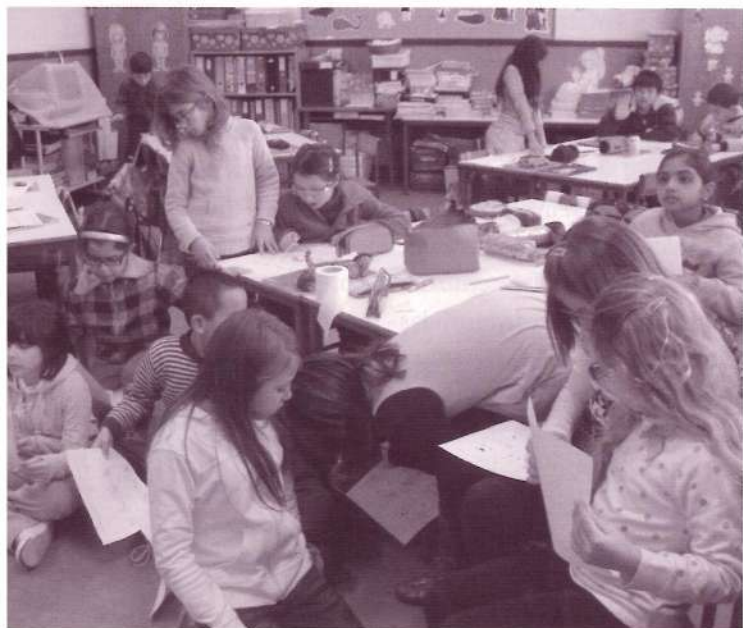
**CRISTINA LOUREIRO**

CADERNO DE APONTAMENTOS DE GEOMETRIA  
Cristina Loureiro

JANEIRO :: FEVEREIRO :: MARÇO

#136

11





# (RE)CRIAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA O ENSINO- -APRENDIZAGEM DAS FÓRMULAS PARA A ÁREA DO PARALELOGRAMO E DO TRIÂNGULO NO 5.º ANO DE ESCOLARIDADE DO ENSINO BÁSICO

SARA RIBEIRO  
PEDRO PALHARES

## INTRODUÇÃO

De acordo com os documentos curriculares nacionais de referência para a disciplina de Matemática no Ensino Básico, designadamente o Programa de Matemática para o Ensino Básico (MEC, 2013) e as Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2012), a abordagem do conteúdo área, integrada no domínio Geometria e Medida, é realizada ao longo dos diferentes anos de escolaridade do Ensino Básico. De facto, o estudo deste conteúdo não se circunscreve a nenhum ano de escolaridade, nem mesmo a nenhum ciclo de ensino, pelo que o tópico em questão vai sendo, logo desde o 1.º ano de escolaridade, progressivamente, retomado e (re)construído.

Segundo Battista (2007), uma compreensão genuína da medição da área implica compreender diferentes aspetos, a saber: o que é o atributo área e como é que este se comporta (isto é, conservá-lo quando ele é movido e decomposto/recomposto); como é que a área é medida através da repetição de unidades de área; como é que os procedimentos numéricos podem ser utilizados para determinar a área para conjuntos de formas geométricas específicas; e como é que esses procedimentos numéricos são representados com palavras e algebricamente.

No que concerne aos procedimentos numéricos e fórmulas, adensa-se a ideia de que estes devem suceder-se a

um conhecimento conceptual sólido dos alunos relativamente ao atributo mensurável em questão. A este respeito, o NCTM (2007) declara que, independentemente do nível de ensino, os alunos deverão possuir uma multiplicidade de experiências informais na compreensão dos atributos mensuráveis, antes de utilizarem instrumentos para os medirem ou de recorrerem a fórmulas para os calcularem. Também Wilson e Rowland (1993) evidenciam que as fórmulas devem advir do desenvolvimento conceptual e não devem ser enfatizadas até ao 4.º ano de escolaridade.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) salientam que «as fórmulas e os procedimentos para determinar medidas devem surgir da exploração de situações concretas» (p. 77). Para o NCTM (1991), «Através das suas explorações, os alunos devem desenvolver procedimentos multiplicativos e fórmulas para determinação de medidas. O currículo deve incidir no desenvolvimento da compreensão, e não na memorização rotineira de fórmulas» (pp. 138–139). A estas considerações, o NCTM (2007) acrescenta: «Mesmo aquelas fórmulas, cuja justificação rigorosa, para os alunos (...), se revela difícil (...), devem ser abordadas de modo que os alunos possam desenvolver um sentido intuitivo da sua plausibilidade.» (p. 286).

Tendo presente que «Nos primeiros níveis de aprendizagem, (...) o concreto refere-se de um modo geral ao que é manipulável» (Palhares & Gomes, 2006, p. 11), então, o uso de



materiais manipuláveis parece adquirir, nos respetivos anos de escolaridade, verdadeira importância, «como meio facilitador de uma aprendizagem significativa de diversos conceitos e relações matemáticas» (Oliveira, 2008, p. 25). No fulcro desta consideração reside a ideia de Bruner (2011), segundo o qual «é inútil tentar apresentar explicações formais baseadas numa lógica distante do modo de pensar da criança e cujas implicações ela não alcança» (p. 57).

Como escreve Serrazina (1990), diferentes teorias psicopedagógicas asseguram que as crianças necessitam de modelos concretos para compreenderem os conceitos matemáticos. Também variadas investigações têm constatado que os alunos que utilizam materiais manipuláveis na construção de conceitos obtêm melhores resultados do que aqueles que não o fizeram, uma vez que os alunos são indivíduos ativos, que constroem, modificam e integram ideias ao interagirem com o mundo físico. Na ótica da autora, «A aprendizagem baseia-se na experiência e a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer envolvimento activo do aluno e que vai progredindo do concreto para o abstracto» (p. 1). Contudo, Serrazina (1990) esclarece que a utilização de muitos materiais, por si só, não garante uma aprendizagem significativa. Deste modo, qualquer material deve ser aplicado cuidadosamente, sendo o papel do professor de crucial importância neste processo: cabe-lhe decidir *como*, *quando* e *porquê* determinado material deve ser utilizado. Ora, mais importante do que os materiais que o aluno está a explorar, é a experiência que o mesmo concretiza. Quando se propugna a ideia de que a Matemática se aprende fazendo, o que está em causa não é somente a atividade física, mas, principalmente, a atividade mental que reflete a atividade matemática.

Conforme Hartshorn e Boren (1990), a investigação sugere que o uso de materiais manipuláveis é particularmente útil para auxiliar os alunos a moverem-se do nível concreto para o nível abstrato. Contudo, os professores devem escolher, cuidadosamente, as tarefas e os materiais que suportam a introdução de símbolos abstratos. Ponte e Serrazina (2000) declaram que os conceitos e as relações matemáticas são, efetivamente, entes abstratos. Todavia, estes po-

dem encontrar representações em variados tipos de suportes físicos. Assim, «Convenientemente orientada, a manipulação de material pelos alunos pode facilitar a construção de certos conceitos. Pode também servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e actividades, permitindo assim a sua melhor estruturação» (p. 116). Neste sentido, os autores realçam que o trabalho dos alunos com materiais manipuláveis é essencial em todos os domínios da Matemática, uma vez assegurado que estes materiais são, de facto, utilizados pelos alunos e que estes últimos compreendem, realmente, a tarefa para a qual é suposto utilizarem o material. De facto, «É tão ineficaz ser o professor a usar o material, com o aluno a ver, como ter o aluno a mexer no material sem saber o que está a fazer» (p. 116). Nesta ordem de ideias, afirmam Abrantes *et al.* (1999), «O recurso aos materiais manipuláveis (...) é imprescindível como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares. Mas trata-se de um meio e não de um fim; o essencial está na natureza da actividade intelectual dos alunos» (p. 25).

Finalizando, o NCTM (2014) preconiza que um Programa de Matemática excelente deve integrar a utilização de instrumentos matemáticos, como são, por exemplo, os materiais manipuláveis: «*Students at all grade levels can benefit from the use of physical and virtual manipulative materials to provide visual models of a range of mathematical ideas*» (p. 82). Todavia, o valor desses materiais manipuláveis, uma vez aplicados na sala de aula, depende do facto de os alunos se conseguirem apropriar dos mesmos de uma forma que promova o raciocínio matemático, o estabelecimento de significado e a comunicação.

#### A FÓRMULA PARA A ÁREA DO PARALELOGRAMO

O ensino-aprendizagem da fórmula para a área do paralelogramo teve como suporte a exploração de um material mecânico (ver figura 1), que foi (re)criado a partir de um mecanismo pré-estruturado da autoria de Van der Meer e Gardner (1994). Em concordância com estes autores, o mecanismo referenciado possibilita a abordagem da fórmula

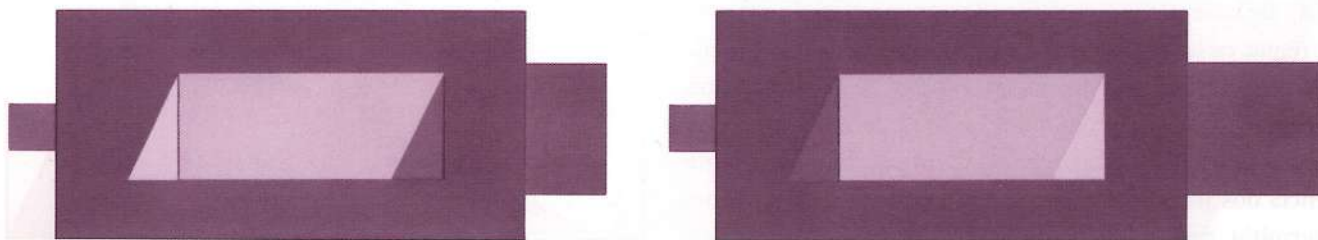


Figura 1.— Material mecânico (re)criado para o ensino-aprendizagem da fórmula para a área do paralelogramo.



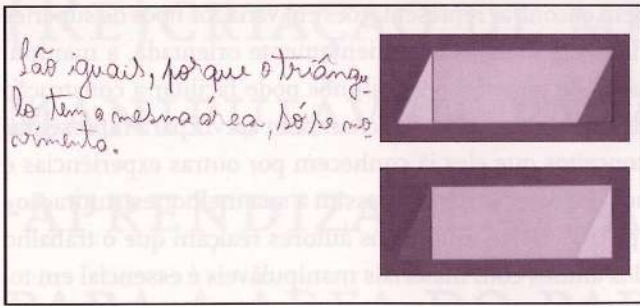


Figura 2.— Resolução de um aluno (JC) na segunda tarefa.

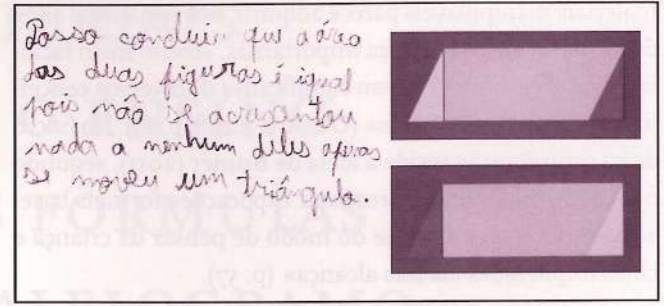


Figura 3.— Resolução de um aluno (GR) na segunda tarefa.

para a área do paralelogramo, tendo subjacente a concre-  
tização de que se pode construir, a partir deste, um retân-  
gulo com a mesma área. Ora, este é o propósito que estará  
na base da construção da fórmula para a área do parale-  
logramo pelos alunos, organizados em pequenos grupos.

Distribuiu-se aos alunos o material mecânico tendente  
à investigação da fórmula para a área do paralelogramo e a  
ficha de trabalho, que contemplava três tarefas matemáticas.  
Inicialmente, os alunos desenvolveram, espontaneamente,  
um contacto intuitivo com o material mecânico, obser-  
vando-o e explorando-o livremente. Depois, focalizaram a  
sua atenção no paralelogramo presente no material, o qual  
conseguiram identificar com facilidade.

Na primeira tarefa, os alunos deviam movimentar a tira do  
material mecânico e indicar a figura obtida. Nesta, os alu-  
nos utilizaram, espontaneamente, o movimento permitido  
pelo material mecânico para transformarem o paralelogra-  
mo presente no material mecânico num retângulo. A iden-  
tificação desta última figura geométrica constituiu-se aces-  
sível para todos os grupos da turma.

Na segunda tarefa, os alunos deviam formular conclu-  
sões relativamente à área das duas figuras anteriores. Nes-  
ta, todos os grupos da turma, de um modo geral, determi-  
naram, sem dificuldades, que a área do paralelogramo e do  
retângulo era igual e que, portanto, as figuras eram equiva-  
lentes. Ora, o movimento horizontal reversível do triângulo  
presente no material mecânico, que permitia visualizar,  
ora um paralelogramo, ora um retângulo (que é também  
um paralelogramo), constituiu um suporte essencial para  
a estruturação desta conclusão pelos alunos (ver figuras 2  
e 3). De salientar que os alunos de um grupo mediram, com  
a régua, os lados do triângulo que surgia do lado esquerdo  
do material, compondo o paralelogramo, e os lados do tri-  
ângulo que surgia do lado direito do material, formando o  
retângulo, e, com estas medidas, comprovaram a congru-  
ência dos três lados em ambos os triângulos, o que lhes  
permitiu, de uma forma conceptualmente correta (basea-  
da nos critérios de congruência de triângulos), concretiza-

rem a ideia de que o triângulo que surgia do lado esquerdo  
era geometricamente igual ao triângulo que surgia do lado  
direito, tal como sugeria o movimento do triângulo permi-  
tido pelo material.

Finalmente, na terceira tarefa, os alunos deviam escre-  
ver a fórmula para a área do paralelogramo, a partir da ex-  
ploração realizada. Nesta, a generalidade dos grupos con-  
seguiu construir corretamente a fórmula para a área do  
paralelogramo. Para a construção desta fórmula, os alunos,  
suportados na possibilidade de transformação, através do  
material mecânico, do paralelogramo num retângulo com  
a mesma área, estabeleceram uma correspondência entre  
a base e a altura do paralelogramo — indicadas na figura  
presente na tarefa — e o comprimento e a largura do re-  
tângulo, respetivamente.

Neste sentido, os alunos revelaram uma apropriação ple-  
na e significativa do sentido das tarefas desenvolvidas ao  
longo da ficha de trabalho. De facto, eles fundamentaram-se  
na exploração das tarefas realizadas até ao momento com  
base no material mecânico para construírem, corretamen-  
te, a fórmula para a área do paralelogramo. A maioria dos  
grupos, a par de escrever a fórmula, calculou a área do pa-

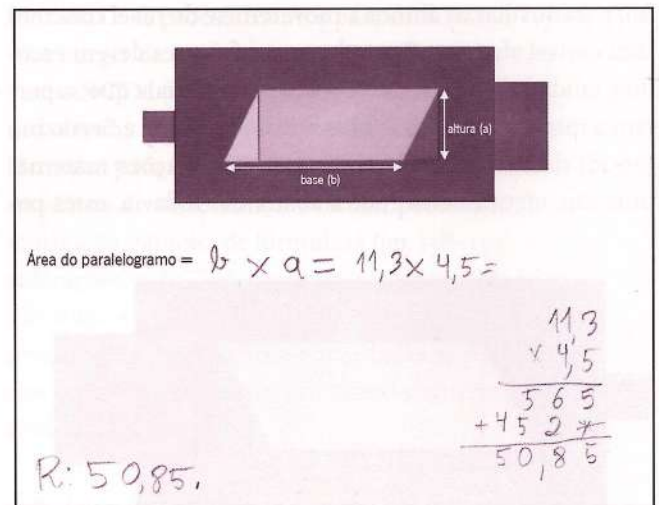


Figura 4.— Resolução de um aluno (JC) na terceira tarefa.



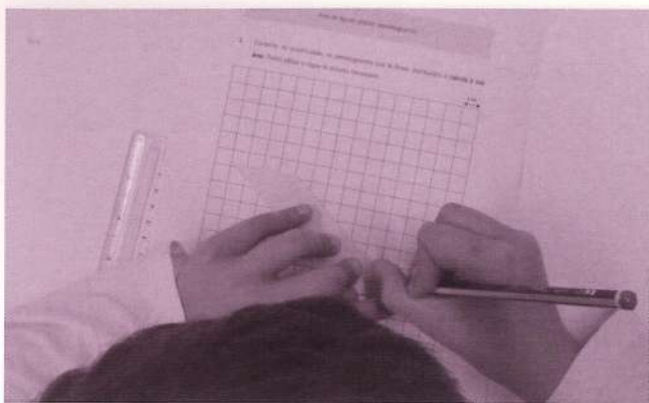


Figura 5.— Exploração de um aluno (AS) na quarta tarefa.

ralelogramo presente no material (ver figura 4), utilizando a régua para medir a base e a altura do mesmo.

No final, foi promovido um momento de discussão/reflexão em plenário acerca das tarefas matemáticas desenvolvidas.

Posteriormente, distribuiu-se aos alunos um conjunto de paralelogramos, feitos em cartolina, e a ficha de trabalho, que contemplava uma tarefa matemática. Nesta quarta tarefa, os alunos deviam contornar, em papel quadriculado, os paralelogramos que lhes foram distribuídos e calcular a sua área (ver figura 5).

Os alunos dos grupos confundiram, em pelo menos um dos paralelogramos, a altura do paralelogramo relativamente a um dado lado, designado base, com um dos dois lados consecutivos a esta base, calculando incorretamente a sua área (ver figuras 6 e 7). Esta fragilidade corresponde a uma das três ideias errôneas dos alunos assinaladas nos resultados do estudo de Cavanagh (2008), a qual foi visível, segundo o autor, no cálculo da área de triângulos retângulos, mas, especialmente, de paralelogramos.

No final, foi desenvolvido um momento de discussão/reflexão em plenário acerca da tarefa matemática desenvolvida.

### A FÓRMULA PARA A ÁREA DO TRIÂNGULO

O ensino-aprendizagem da fórmula para a área do triângulo teve como suporte a exploração de um material mecânico

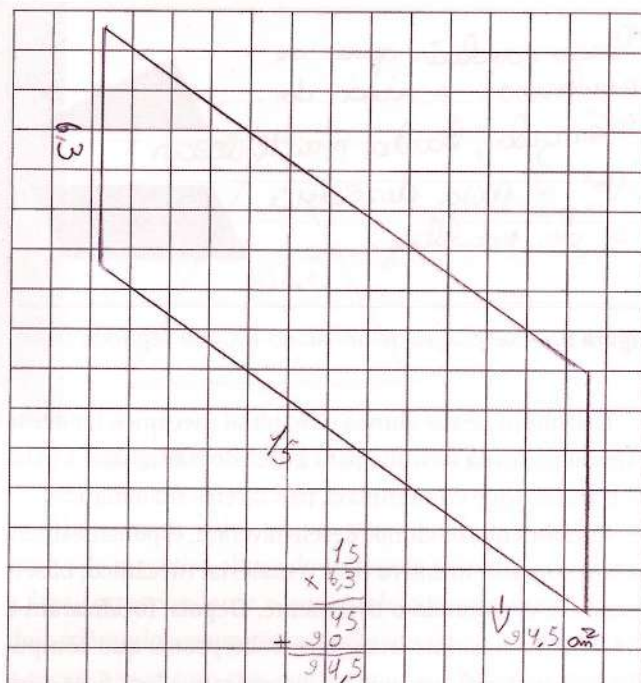


Figura 6.— Resolução de um aluno (RM) na quarta tarefa.

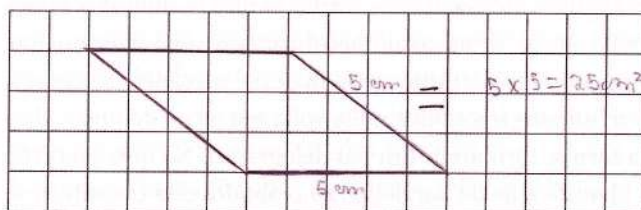


Figura 7.— Resolução de um aluno (AS) na quarta tarefa.

meccânico (ver figura 8), que foi criado originalmente. O material mecânico referenciado possibilita a abordagem da fórmula para a área do triângulo tendo subjacente a concretização de que se pode construir, a partir do mesmo, um paralelogramo com o dobro da área do mesmo. Ora, este é o propósito que estará na base da construção, da fórmula para a área do triângulo, pelos alunos, organizados em pequenos grupos.

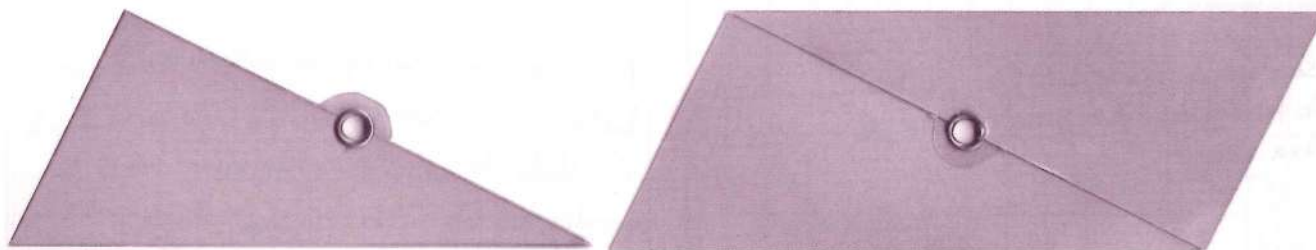


Figura 8.— Material mecânico criado para a abordagem da fórmula para a área do triângulo.



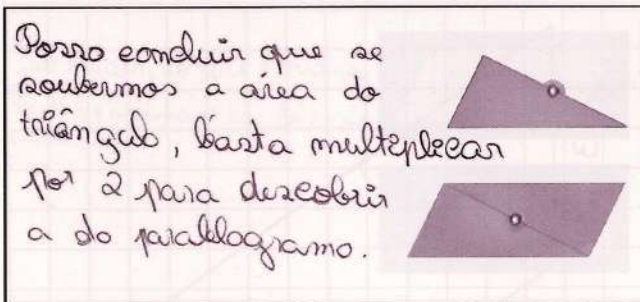


Figura 9.— Resolução de um aluno (SC) na segunda tarefa.

Distribuiu-se aos alunos o material mecânico tendente à investigação da fórmula para a área do triângulo e a ficha de trabalho, que contemplava três tarefas matemáticas.

Inicialmente, os alunos desenvolveram, espontaneamente, um contacto intuitivo com o material mecânico, observando-o e explorando-o livremente. Depois, focalizaram a sua atenção nos dois triângulos sobrepostos que compunham o material, os quais conseguiram identificar com facilidade.

Na primeira tarefa, os alunos deviam rodar um desses triângulos meia-volta em torno do ilhó, e indicar a figura então obtida. Nesta, os alunos utilizaram, espontaneamente, o movimento permitido pelo material mecânico para rodarem um dos triângulos meia-volta em torno do ilhó e, dessa forma, formarem um paralelogramo. No que concerne à identificação do paralelogramo obtido, esta constituiu-se acessível para todos os grupos da turma, que não demonstraram dificuldades no seu reconhecimento.

Na segunda tarefa, os alunos deviam formular conclusões relativamente à área das duas figuras anteriores. Nesta, todos os grupos da turma determinaram com correção que a área do paralelogramo era o dobro da área do triângulo.

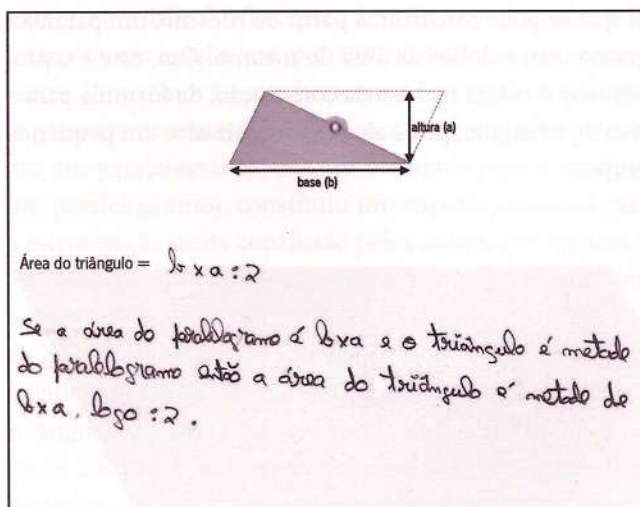


Figura 11.— Resolução de um aluno (PA) na terceira tarefa.

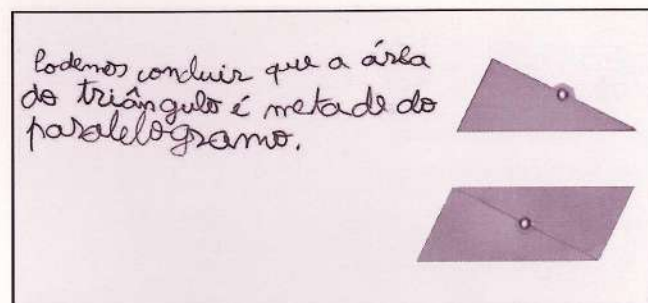


Figura 10.— Resolução de um aluno (MJ) na segunda tarefa.

Ora, o movimento rotacional reversível de meia-volta de um dos triângulos sobrepostos no material mecânico, que permitia visualizar, ora um triângulo, ora um paralelogramo composto por dois triângulos iguais ao anterior, constituiu um suporte basilar para a estruturação desta conclusão por parte dos alunos (ver figuras 9 e 10).

Na terceira tarefa, os alunos deviam escrever a fórmula para a área do triângulo, a partir da exploração realizada. Nesta, todos os grupos, em termos gerais, conseguiram construir corretamente a fórmula para a área do paralelogramo. Para isso, os alunos, ao constatarem, com base no material mecânico, que se podia «construir um paralelogramo decomponível em dois triângulos iguais ao triângulo dado, com a mesma base que este.» (MEC, 2012, p. 34), recuperaram e escreveram, em primeiro lugar, a fórmula para a área do paralelogramo, já abordada. Depois, determinaram, então, que a área do triângulo seria metade da área anteriormente definida (ver figuras 11 e 12), finalizando, com isto, a construção da fórmula. É importante assinalar que a recuperação da fórmula para a área do paralelogramo foi autonomamente conseguida por todos os grupos, ao passo que a determinação de que a área do triângulo correspon-

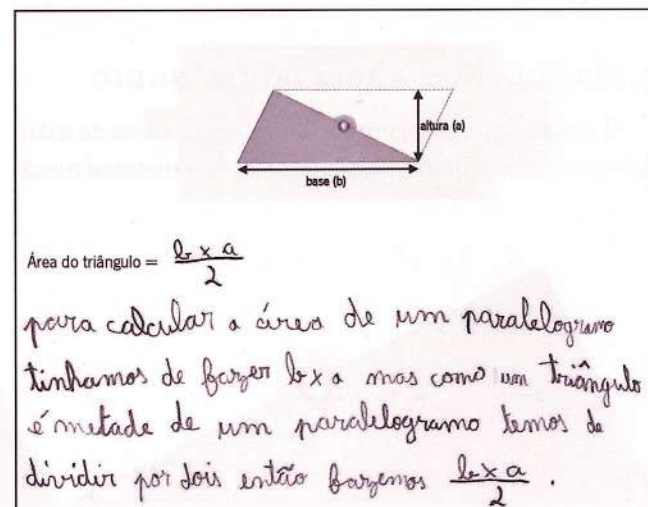


Figura 12.— Resolução de um aluno (AS) na terceira tarefa.



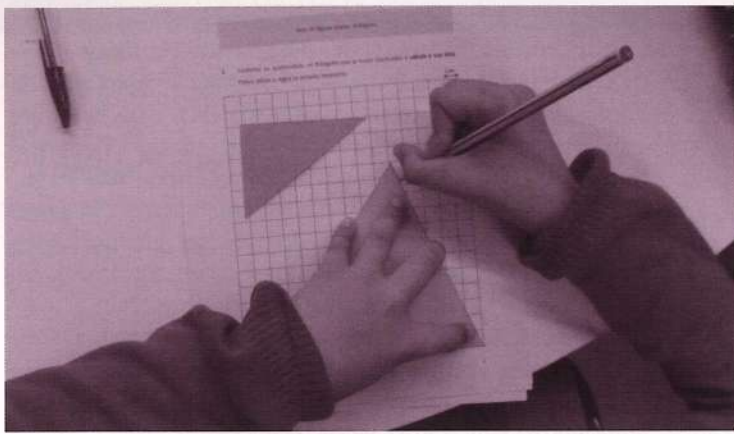


Figura 13.— Exploração de um aluno (AS) na quarta tarefa.

dia, efetivamente, a metade da área do paralelogramo, implicou, em certos grupos, algum apoio e questionamento.

No final, foi desenvolvido um momento de discussão/reflexão em plenário acerca das tarefas matemáticas desenvolvidas.

Posteriormente, distribuiu-se aos alunos um conjunto de triângulos, feitos em cartolina, e a ficha de trabalho, que contemplava uma tarefa matemática. Nesta quarta tarefa, os alunos deviam contornar, em papel quadriculado, os triângulos que lhes foram distribuídos e calcular a sua área (ver figura 13).

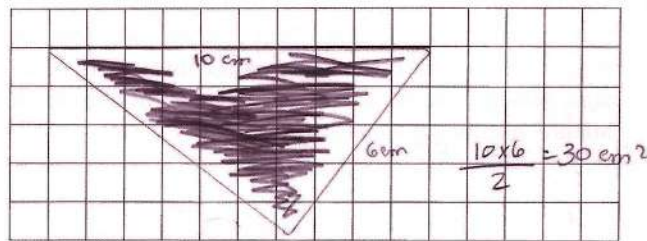


Figura 15.— Resolução de um aluno (MG) na quarta tarefa.

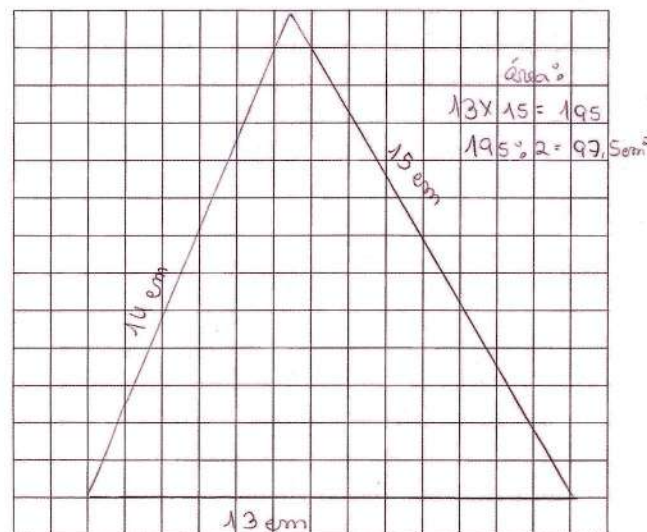


Figura 16.— Resolução de um aluno (MJ) na quarta tarefa.

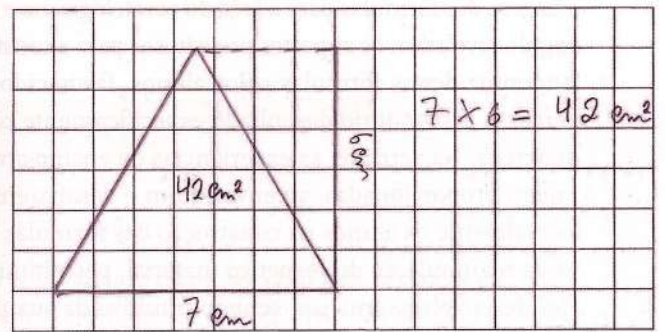


Figura 14.— Resolução de um aluno (JC) na quarta tarefa.

Alguns alunos dos grupos não dividiram o produto da base e da respetiva altura do triângulo por dois, calculando a área correspondente a um paralelogramo composto por dois triângulos geometricamente iguais ao anterior e com a mesma base que este (ver figura 14). Outros alunos dos grupos confundiram a altura do triângulo relativamente a um dado lado, designado base, com um dos outros dois lados do triângulo (ver figuras 15 e 16), resultando num cálculo incorreto da sua área. Esta última fragilidade é correspondente à verificada no cálculo da área dos paralelogramos pelos alunos. E, finalmente, um aluno confundiu a área dos triângulos e o perímetro dos mesmos (ver figura 17). A par das três fragilidades anteriores, relacionadas com o próprio processo de cálculo da área dos triângulos, os grupos experimentaram dificuldades relacionadas com a diferença dos valores medidos por cada um dos alunos, individualmente, para a base e para a altura dos triângulos, e que resultaram em assimetrias visíveis nos resultados da área dos mesmos.

No final, foi desenvolvido um momento de discussão/reflexão em plenário acerca da tarefa matemática desenvolvida.

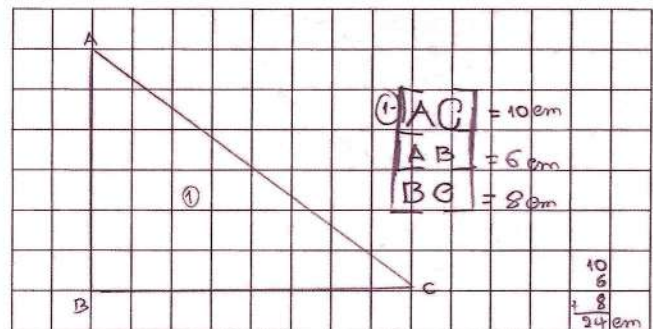


Figura 17.— Resolução de um aluno (MQ) na quarta tarefa.



Os materiais manipuláveis re(criados) para o ensino-aprendizagem das fórmulas para a área do paralelogramo e do triângulo revelaram-se suportes proveitosos para a construção autónoma destas fórmulas pelos alunos, favorecidos pelo percurso exploratório desenhado especificamente para os materiais. Na verdade, as experiências de ensino-aprendizagem proporcionadas, ao envolverem e desafiar intelectualmente os alunos na construção das fórmulas a partir da manipulação do respetivo material, permitiram que eles desenvolvessem «um sentido intuitivo da sua plausibilidade» (NCTM, 2007, p. 286) e, dessa forma, concorreram para uma compreensão das mesmas, indo além da sua simples memorização ou aplicação mecanizada. Apesar disso, este conhecimento, de cariz procedimental, não impediu que, posteriormente, os alunos, em atividades que envolviam a manipulação destas fórmulas para o cálculo da área de paralelogramos e triângulos que lhes foram distribuídos, evidenciassem fragilidades. No entanto, também estas últimas favoreceram uma compreensão mais completa das fórmulas para a área do paralelogramo e do triângulo, não ficando, assim, circunscritas à sua construção inicial.

Neste sentido, reforça-se a ideia de que os materiais manipuláveis re(criados) para o ensino-aprendizagem das fórmulas para a área do paralelogramo e do triângulo se constituíram instrumentos didáticos potenciais, que promoveram experiências de aprendizagem criativas e frutuosas. Posto isto, uma recomendação de cariz didático a definir consiste no aproveitamento destes materiais, potencialmente por professores do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico, como auxílio à sua prática pedagógica na sala de aula, mas não como fins em si mesmos. Com efeito, propugna-se a difusão destes materiais pela mais-valia que poderão ser para a comunidade educativa, enquanto instrumentos de suporte salutar à aprendizagem dos alunos.

#### Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação — Departamento da Educação Básica.
- Battista, M. T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. 2, pp. 843–908). Charlotte: Information Age Publishing.
- Bruner, J. S. (2011). *O Processo da Educação*. Lisboa: Edições 70.
- Cavanagh, M. (2008). Area measurement in year 7. *Reflections*, 33(1), 55–58. Consultado em agosto 16, 2015, em [http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/secondary/mathematics/assets/pdf/s4\\_teach\\_ideas/area/area\\_meas.pdf](http://www.curriculumsupport.education.nsw.gov.au/secondary/mathematics/assets/pdf/s4_teach_ideas/area/area_meas.pdf).
- Hartshorn, R., & Boren, S. (1990). *Experiential Learning of Mathematics: using manipulatives*. ERIC Digest. Consultado em setembro 18, 2015, em <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED321967.pdf>.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2012). *Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Ministério da Educação e Ciência [MEC] (2013). *Programa de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (1.ª ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *Principles to Actions: ensuring mathematical success for all*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Palhares, P., & Gomes, A. (2006). A formação em Matemática para professores do 1.º Ciclo — em que bases nos podemos apoiar?. In P. Palhares, & A. Gomes (Coords.), *MAT 1C: desafios para um novo rumo* (pp. 9–17). Braga: Universidade do Minho - Instituto de Estudos da Criança.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Serrazina, L. (1990). Os Materiais e o ensino da Matemática. *Educação e Matemática*, 13, 1. Consultado em setembro 18, 2015, em [http://www.apm.pt/files/\\_EM13\\_pp01\\_4d6bd9e8e8334.pdf](http://www.apm.pt/files/_EM13_pp01_4d6bd9e8e8334.pdf).
- Van der Meer, R., & Gardner, B. (1994). *The maths pack is like no other book you have ever seen*. London: Jonathan Cape.
- Wilson, P. S., & Rowland, R. E. (1993). Teaching Measurement. In R. J. Jensen (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: early childhood mathematics* (pp. 171–194). New York: Macmillan.

SARA RIBEIRO

PEDRO PALHARES

CIEC, INSTITUTO DE EDUCAÇÃO, UNIVERSIDADE DO MINHO



# Frações harmónicas

Uma das séries mais famosas é a harmónica:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots$$

A série, embora cresça cada vez mais lentamente, é divergente, isto é, ultrapassa qualquer valor que se queira e o seu limite é  $+\infty$ . Vamos usar apenas alguns elementos desta série, não obrigatoriamente consecutivos, de modo que a sua soma seja exatamente igual a 3.

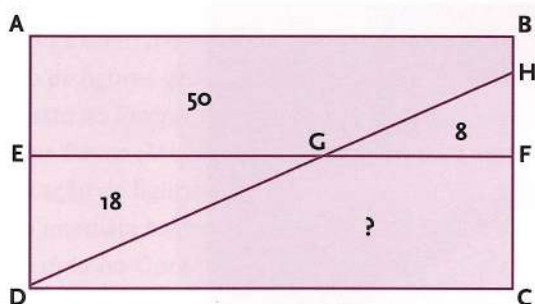
Qual é o número mínimo de frações que temos de usar?

(Respostas até 25 de abril para zepaulo46@gmail.com)

## ÁREA PERDIDA

O problema proposto no número 134 de Educação e Matemática foi o seguinte:

A Ana Filipa desenhou um retângulo ABCD. Depois, traçou o segmento EF, paralelo ao lado AB, e o segmento DH, tal como se vê na figura.



A seguir, começou a medir as áreas das várias regiões em que o retângulo ficou dividido.

O pentágono ABHGE tinha  $50 \text{ cm}^2$ , o triângulo DEG media  $18 \text{ cm}^2$ , e o FGH  $8 \text{ cm}^2$ .

Faltava-lhe calcular a última quando a interromperam.

Qual é então a área do trapézio CDGF?

Recebemos 15 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins (Torres Novas), Andreia Hall, Carlos Dias, Catarina Ferreira (Viseu), Edgar Martins (Queluz), Francisco de Matos Branco (Ovar), Graça Braga da Cruz (Ovar), Hugo Silva, Ilca Cruz, José Paulo Coelho (Moura), Laura Almei-

da, Mário Roque (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e de um grupo de quatro professores da EB 2/3 Dr. Pedrosa Veríssimo de Paião: Dora Gaspar, Lurdes Laranjeiro, Regina Veríssimo e Pedro Alberto.

O Edgar afirma logo no início: «Este foi fácil».

Todas as resoluções enviadas começam por constatar que os triângulos DEG e FGH são semelhantes por ambos terem um ângulo reto e os ângulos de vértice G serem verticalmente opostos.

Sendo semelhantes os triângulos, a razão entre as suas áreas é o quadrado da razão de semelhança  $r$ :

$$r^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \quad \text{ou} \quad r = \frac{3}{2}$$

Logo

$$\overline{EG} = \frac{3}{2} \overline{GF} \quad \text{e} \quad \overline{ED} = \frac{3}{2} \overline{HF}$$

A partir daqui, apareceram duas vias de resolução.

1) Alice, Carlos, Edgar, Francisco e Ilca

Os triângulos CDH e FGH são semelhantes.

Como

$$\overline{DC} = \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{5}{2} \overline{GF},$$

a razão de semelhança é  $5/2$ . Portanto:

$$\text{Área}_{CDH} \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \text{Área}_{FGH} = \frac{25}{4} \times 8 = 50$$

Então,

$$\text{Área}_{CDGF} = \text{Área}_{CDH} - \text{Área}_{FGH} = 50 - 8 = 42 \text{ cm}^2.$$



2) Alberto, Andreia, Catarina, Graça, Hugo, José Paulo, Laura, Mário, Pedrosa e grupo de Paião

Começa-se por dividir o trapézio num retângulo e num triângulo, traçando a linha GP paralela a FC.

Os triângulos PDG e DEG são congruentes.

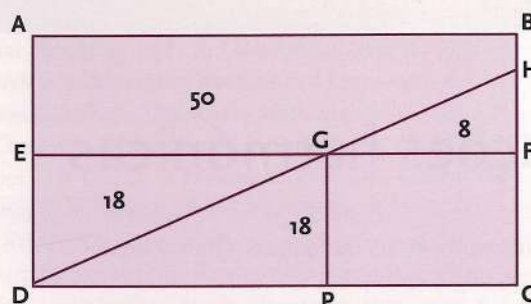
O retângulo DEGP tem área  $36 \text{ cm}^2$ .

Os retângulos GFCE e DEGP têm a mesma altura mas a base do primeiro é  $\frac{2}{3}$  da do segundo. Logo, a área do primeiro é também  $\frac{2}{3}$  da do segundo:

$$\text{Área}_{GFCE} = \frac{2}{3} \times 36 = 24$$

Portanto

$$\text{Área}_{CDGF} = 18 + 24 = 42 \text{ cm}^2.$$



E a Laura termina assim:

A área procurada é sempre  $42 \text{ cm}^2$ , independentemente da área do pentágono ser ou não 50.

## tarefas para o ensino da matemática

encontro de professores

7 e 21 de maio de 2016

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa



raciocínio matemático  
resolução de problemas  
avaliação

fotografia: KMQuarrelas

informações e inscrições em [www.apm.pt](http://www.apm.pt)

organização

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Associação de Professores de Matemática





# Identificando círculos

MARIA PAULA RODRIGUES

Como professora-investigadora no 1.º ciclo do ensino básico e formadora de professores na área da Matemática, reconheço a importância do contacto e do trabalho com as formas geométricas desde cedo. Este trabalho deverá partir do conhecimento intuitivo dos alunos sobre as formas geométricas elementares, permitindo-lhes, progressivamente, o acesso a processos de classificação de figuras baseados em características e propriedades geométricas, que permitem identificar e reconhecer classificações do tipo inclusivo.

Levar os alunos a processos de classificação hierárquica sempre foi um trabalho importante na área da Geometria, por permitir um conhecimento das figuras sustentado em características e propriedades e não apenas no seu nome ou aparência. Contudo, este tipo de classificação é um processo que vai sendo construído ao longo do tempo e que exige um trabalho continuado de observação e manipulação de figuras geométricas, que não é compatível com o proposto no *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2013). Neste documento curricular, a classificação de figuras surge como um conteúdo de apropriação imediata baseada em regras e definições predefinidas, quando no Domínio GM2, no conteúdo Figuras Geométricas, se identificam como metas, nos pontos 5; 6 e 7, respetivamente, *Identificar e representar triângulos isósceles, equiláteros e escalenos, reconhecendo os segundos como casos particulares dos primeiros; Identificar e representar losangos e reconhecer o quadrado como caso particular do losango e, por último, Identificar e representar quadriláteros e reconhecer os losangos e os retângulos como casos particulares de quadriláteros* (ME, 2013, p. 12).

Estas metas curriculares, questionáveis neste nível de ensino, redefinem o conhecimento e o trabalho do professor na sala de aula, relativamente à área da Geometria, quando apresentam os descritores como conceitos memorizáveis, baseados em regras e representações mentais rígidas, que não carecem de um trabalho continuado que assegure um percurso de aprendizagem sustentado e a construção de imagens mentais flexíveis.

## FASES DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Segundo Mendes e Delgado (2008), as crianças começam, desde tenra idade, a desenvolver alguns conceitos geométricos e o raciocínio espacial. Desde cedo, observam o espaço que as rodeia, passando, mais tarde, a interagir com ele. Experienciando, identificam e assimilam formas e espaços que constituirão, no futuro, o seu raciocínio espacial e conhecimento geométrico.

Clements, Swaminathan, Hannibal e Sarama (1999) defendem que existe nas crianças mais novas o reconhecimento de elementos e propriedades das formas, embora as características não estejam, ainda, bem definidas. Logo, será importante continuar o processo, para definir características e alargar o reconhecimento de propriedades das figuras, desenvolvendo o pensamento geométrico e progredindo nos diferentes níveis de van Hiele (1986): Nível 1: Reconhecimento — reconhecem-se as figuras visualmente pela sua aparência global mas não se identificam as propriedades destas figuras, explicitamente; Nível 2: Análise — analisam-se propriedades das figuras e aprende-se a terminologia técnica adequada para descrevê-las mas não se relacionam figuras ou propriedades das mesmas; Nível 3: Ordenação — há uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem-se as correlações entre as mesmas, fazendo inclusões de classe; Nível 4: Dedução — desenvolvem-se sequências mais longas de enunciados e entende-se o sentido de dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas; Nível 5: Rigor matemático — pensa-se formalmente sobre sistemas matemáticos.

De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics* (2000), o ensino e aprendizagem da Geometria deve permitir analisar características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas; usar a visualização; o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas. Assim, é fundamental que as



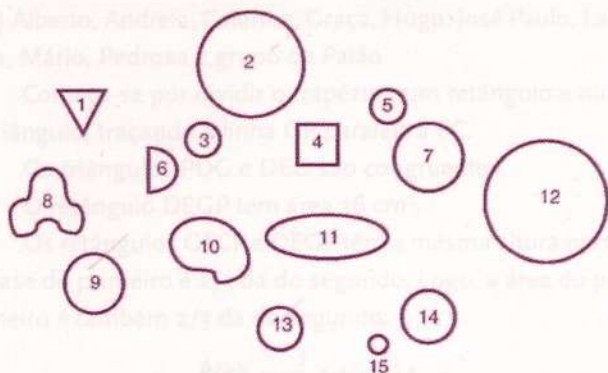


Figura 1.— Conjunto de figuras para identificação de círculos (Razel & Eylon, 1991)

crianças, desde cedo, sejam envolvidas em atividades de observação e manipulação de objetos geométricos, para os descreverem e classificarem, analisando propriedades e características, e resolverem problemas através da utilização da visualização e raciocínio espacial. Nesta perspectiva, Lehrer *et al.* (1998) referem que é essencial que os professores construam um ambiente de sala de aula onde o aluno é um ser ativo, capaz de refletir matematicamente e de construir generalizações.

Clements e Sarama (2007) sugerem que a partir da apresentação de tarefas desafiantes e envolvimento em diálogos sobre os objetos observados, as descrições das crianças devem ser incentivadas e melhoradas para aumentar a sua produção e reduzir os processos apoiados exclusivamente em protótipos visuais. Nesta perspectiva, conduzindo o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos, o professor deverá focar-se na intencionalidade de levar os mesmos a ultrapassar uma classificação baseada em protótipos visuais, centrando-se numa classificação de tipo descritivo ou analítico, onde se reconhece uma figura a partir da identificação das suas propriedades. Assim, o conhecimento geométrico das crianças vai ficando, progressivamente, mais abstrato, coerente e integrado porque é independente de conceitos memorizados, baseados em regras exteriores e representações mentais inflexíveis causados pelos mesmos.

### CLASSIFICAÇÃO DE FIGURAS

De acordo com De Villiers (1994), a classificação de qualquer conjunto de conceitos não é independente do processo de definição. Contudo, atualmente, considera-se que o facto de saber a definição de um conceito não garante a compreensão do mesmo.

Para identificar círculos e fazer agrupamentos destas figuras, as crianças mais novas baseiam-se na ideia de arre-

dondado, «rounded». Todavia, mais tarde, serão capazes de identificar, progressivamente, uma maior quantidade de características e estabelecer conjuntos de relações, de maior grau de dificuldade (Akshoomof & Stiles, citados em Clements & Sarama, 2007). Segundo os mesmos autores, todas as palavras que se relacionam com uma dada forma, ou o nome dessa forma, ajudam a criança a organizar ideias e a dirigir a atenção para as características relevantes do objeto.

### IDENTIFICANDO CÍRCULOS

Na turma de 1.º ano de escolaridade, onde iniciei a recolha de dados para a minha tese de doutoramento, cujas questões de investigação se centram na identificação dos conhecimentos que os alunos manifestam sobre figuras no plano; no tipo de conhecimentos que utilizam para identificar propriedades de figuras no plano e no tipo de conhecimentos que revelam quando estabelecem relações entre propriedades das mesmas, foi pedido durante uma discussão coletiva, perante um conjunto de figuras manipuláveis na mesma disposição que as apresentadas na figura 1, que os alunos identificassem os círculos, considerando estes como o conjunto dos pontos internos de uma circunferência.

Após o pedido, diferentes alunos foram identificando como círculos as figuras 2; 3; 5; 7; 9; 12; 14 e 15, afirmando que todos eram redondos e, por isso, eram círculos.

*Investigadora:* Todos concordam com as figuras escolhidas?

*António:* Sim, estão lá todos os círculos, são todos redondos.

*Investigadora:* ... e não há mais redondos?

*Lívia:* Acho que, às vezes, o 11 é um círculo mas não é redondo.

*Investigadora:* Por que achas que ele não é redondo?

*Rafael:* Eu acho que a figura 13 também é um círculo porque é redonda, mas a figura 11 não é um círculo e também é redonda.



Figuras «circulares»	Figuras «não circulares»
2; 3; 5; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15	1; 4; 6

**Figura 2.**— Primeira tabela formada pelos alunos na primeira discussão sobre círculos

As escolhas iniciais dos alunos parecem ter subjacente a ideia de «redondo», ligada à imagem mental que possuem do círculo, dado terem identificado todos os círculos e terem deixado de lado todas as outras figuras, inclusive, as figuras formadas apenas por linhas não poligonais, como as figuras 8; 10 e 11.

*João:* Eu concordo com o Rodrigo e, por isso, acho que nós podemos fazer dois conjuntos de figuras, o conjunto das «circulares» e os conjunto das «não circulares».

*Geraldo:* Eu acho que o 8, 10 e 11 pertencem aos circulares. A figura 6 pertence ao grupo dos não circulares.

E com mais algumas ideias, construiu-se a tabela da figura 2.

Contudo, quando o João sugere que se separem as figuras curvilíneas (figuras formadas apenas por linhas não poligonais) das não curvilíneas (figuras formadas por linhas poligonais ou linhas poligonais e não poligonais), evidencia-se um pensamento de natureza diferente relacionado com características das figuras que conduz a novas ideias.

*Marta:* Eu achava que o 11 não era um círculo mas, agora, sei que o 11 pertence à família das figuras «circulares» mas não é um círculo. Os círculos são mais gordos. O 11 é mais achatado mas tem linhas circulares. Por isso, a nossa tabela tem de ser diferente.

*Investigadora:* Quem quer tentar fazer outra tabela?

*Mariana:* Eu acho que consigo (figura 3).

Quando surge esta tabela e se formam dois subconjuntos no grupo das figuras curvilíneas, círculos e não círculos, embora os alunos tenham discutido ideias e tenham conseguido criar uma subcategoria dentro de uma categoria, parece



**Figura 4.**— Figuras representadas por António para mostrar a diferença entre um círculo e uma elipse (figura redonda, espalmada)

Figuras «circulares»		Figuras «não circulares»
Círculos	Não círculos	1; 4; 6
2; 3; 5; 7; 9; 12; 13; 14; 15	6; 8; 10; 11	

**Figura 3.**— Tabela final formada por Mariana na primeira discussão sobre círculos

haver subjacente apenas a imagem mental de círculo. Neste processo, os alunos não foram capazes de ir além da descrição da forma e do tipo de linhas que as constituíam e foi perceptível a dificuldade de verbalização da ideia da separação de círculos e não círculos, por impossibilidade do reconhecimento da propriedade que conduziu a essa separação.

Seis meses mais tarde, já no 2.º ano de escolaridade e numa segunda fase do estudo, voltei a apresentar o mesmo conjunto de figuras aos alunos. Desta vez não tinham ao dispor o material manipulável mas, sim, a projeção da figura 1, no quadro interativo, e uma folha de trabalho individual onde teriam de rodear os círculos, justificando as suas opções.

Após terem terminado a tarefa individual, os alunos foram questionados sobre as suas escolhas, dando início à discussão coletiva.

*Mariana:* Escolhi as figuras 2; 3; 5; 7; 9; 12; 13; 14; 15 porque sei que são todos os círculos.

*Investigadora:* Como sabes que estas figuras são todos os círculos?

*Mariana:* Todos são formados por linhas não poligonais fechadas.

*Investigadora:* ... o que é uma linha não poligonal fechada?

*Mariana:* É uma linha redonda, fechada. Por isso, estes são todos os círculos.

*António:* Mas a figura 11 também é formada por uma linha redonda, fechada e já sabemos que não é um círculo porque é espalmada. Ó Paula, eu acho que sei explicar melhor, depois de a professora hoje de manhã ter falado em raio e diâmetro da circunferência. Posso ir ao quadro desenhar? (figura 4)



**António:** Eu acho que a figura A é um círculo porque se nós marcarmos o centro, todas as linhas vão ter a mesma distância até à linha da fronteira e isso só acontece nos círculos. Na figura B, as linhas dos lados são maiores que as linhas de cima e de baixo, não estão todas à mesma distância do centro e, por isso, esta figura tem linhas curvas mas não pode ser um círculo.

A ideia transmitida por António foi, de imediato, aceite pela maioria do grupo e ajudou a articular dois conceitos, raio e diâmetro, que pareciam não ter ligação com a ideia de círculo, como também levou o grupo a observar uma propriedade do círculo que, até então, não fora reconhecida por ninguém.

Neste processo, parece possível afirmar que António, ao explicitar a sua ideia de círculo, progrediu, segundo Van Hiele, do nível de Reconhecimento, onde é possível reconhecer as figuras pela sua aparência global, sem identificar propriedades das mesmas, para o nível de Análise, onde se analisam propriedades das figuras.

## CONCLUSÃO

A descrição das discussões tidas nesta turma, em dois momentos distintos, em torno da identificação de círculos, permitiu observar o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos alunos da turma e pretende dar a perceber a importância da observação de figuras geométricas e da discussão em torno das mesmas, bem como da criação de uma cultura de sala de aula que permita a interação e a comunicação de ideias matemáticas. Neste tipo de ambiente os alunos, perante a oportunidade de observar; manipular; transformar; representar; partilhar e debater ideias sobre características ou propriedades das formas discutidas, desenvolvem a capacidade de classificar figuras geométricas e não apenas de as identificar com base em protótipos visuais ou atributos conhecidos.

Nestes espaços de discussão coletiva, progressivamente, os alunos vão identificando; reconhecendo e articulando propriedades essenciais que lhes permite identificar uma forma através de propriedades, deixando de lado características acessórias.

As conclusões apresentadas reforçam a ideia da importância do conhecimento e trabalho do professor, no sentido da construção progressiva de um conhecimento sustentado, que permita aos alunos a formação de ideias mentais flexíveis, e contrariam os descritores das *Metas Curriculares* (ME, 2012), assentes na memorização de regras e conceitos predefinidos e na construção de ideias mentais rígidas e inflexíveis.

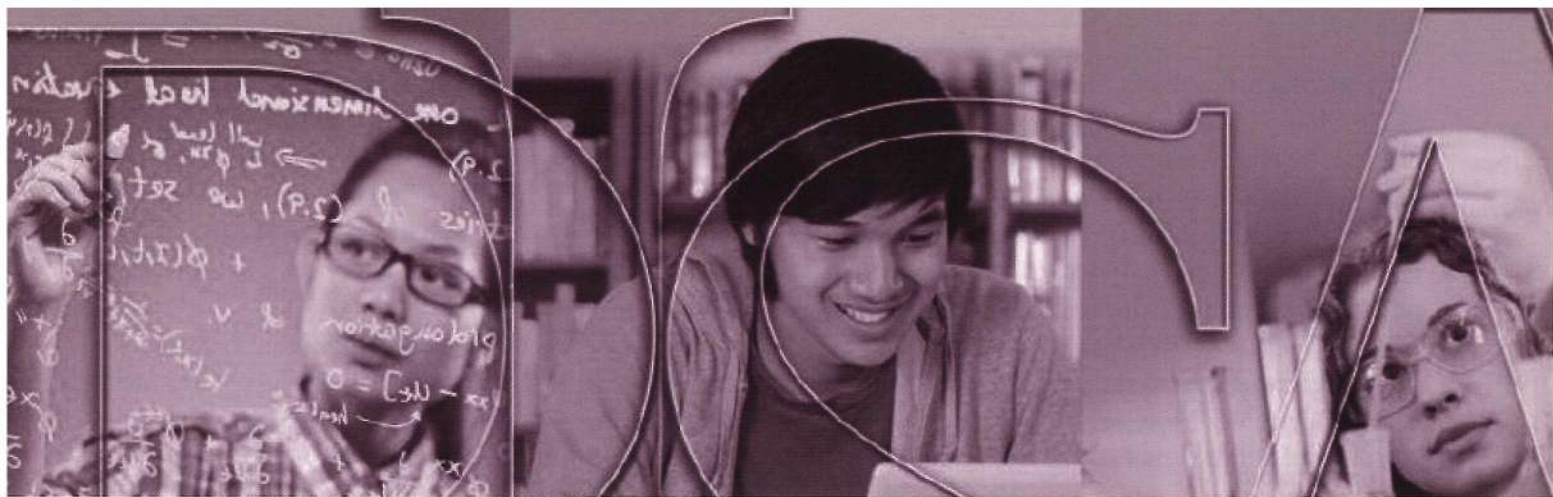
## Referências bibliográficas

- Battista, M. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking, Students and Learning. In F.K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching Learning* (pp. 843–908). Reston, VA: NCTM.
- Clements, D., Swaminathan, S., Hannibal, M., Sarama, J. (1999). Young Children's Concepts of Shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 192–212.
- Clements, D. & Sarama, J. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking, Students and Learning. In F.K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching Learning* (pp. 489–517). Reston, VA: NCTM.
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11–18.
- Lehrer, R., Jacobson, C., Thoyre, G., Kemeny, V., Strom, D., Horvath, J., Gance, S. e Koehler, M. (1998). Developing understanding of geometry and space in the primary grades. In Lehrer & D. Chazan (Eds.). *Designing learning environment for developing understanding og geometry and space* (pp. 169–200). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- ME (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Mendes F. e Delgado C. (2008). *Textos de Apoio para Educadores de Infância*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. P., Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Razel, M., Eylon, B. (1991). Developing mathematics readiness in young children with the Agam Program. In *Fifteenth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Genova, Italy.
- van Hiele, P. (1986). *Structure and Insight*. Orlando, Fla: Academic Press.

**MARIA PAULA RODRIGUES**

AGRUPAMENTO CONDE DE OEIRAS





# Low-Performing Students: uma discussão sobre o relatório mais recente da OCDE

PEDRO ABRANTES

Apresenta-se um gráfico (Figura 1) com as vendas de álbuns de quatro bandas de música, ao longo de vários meses, e pede-se aos estudantes de 15 anos de idade que respondam a várias questões. Perante quatro hipóteses claramente distintas, considera-se um desempenho baixo se o estudante não consegue prever as vendas para o mês seguinte de uma das bandas, a partir de uma tendência constante.

Este é o exemplo utilizado pelo mais recente estudo da OCDE (2016) sobre as dificuldades de aprendizagem, focado na Matemática e baseado nos resultados do PISA 2012. É um exemplo significativo. Ao invés de uma noção formalista e abstrata da disciplina, mostra uma preocupação central com a literacia matemática, incentivando o desenvolvimento de um pensamento numérico associado às vivências e interesses juvenis, no âmbito de uma preparação mais ampla para o trabalho numa sociedade capitalista global.

Em janeiro, os novos CDs das bandas 4U2Rock e *The Kicking Kangaroos* foram lançados. Em fevereiro, seguiram-se os CDs das bandas *No One's Darling* e *The Metalfolkies*. O gráfico seguinte apresenta as vendas dos CDs destas bandas desde fevereiro a junho.

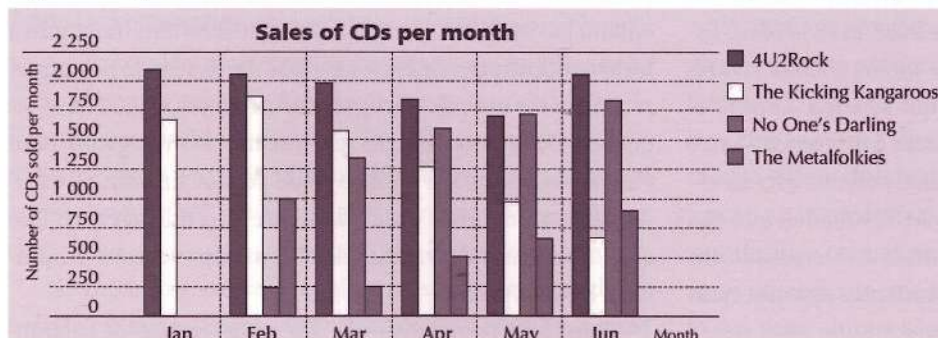


Figura 1.— Gráfico apresentado numa das questões do PISA 2012. Retirado de OCDE (2016, p. 38).



A introdução do relatório marca bem a posição da instituição internacional com maior impacto, hoje em dia, nas políticas e práticas educativas, a nível mundial. Por um lado, realça-se a associação entre desmotivação dos estudantes, as dificuldades de aprendizagem e a recessão económica, sublinhando a importância dos governos darem prioridade ao combate ao insucesso escolar. Por outro lado, não há referências à diversidade cultural ou à importância das aprendizagens escolares para a reflexividade, a igualdade de oportunidades, a cidadania ou a democracia.

Alguns dos limites do PISA são bem conhecidos. Omitte os jovens de 15 anos que já não estão na escola, aqueles que estão em situação de maior marginalidade. Centra-se apenas nas disciplinas de matemática, língua (nacional) e ciências (naturais). Baseia-se em competências demonstráveis através de um teste escrito, individual e igual em todo o mundo. Anula, assim, as capacidades de oralidade, iniciativa, investigação, questionamento, trabalho em grupo, criação, intervenção pública, etc. Subestima a diversidade cultural em que os estudantes vivem e em que as próprias políticas e práticas educativas decorrem. Confia demasiado na medição de correlações para extrapolar causas e consequências...

Porém, qualquer estudo simplifica a complexidade do real, pelo que as críticas ao PISA se devem, sobretudo, à influência que exerce hoje sobre os governos nacionais e aos receios de que tais «reduções» sejam transpostas para as políticas educativas. Além disso, estas críticas não devem omitir o facto de que jovens de 15 anos que não conseguem responder corretamente a perguntas como aquela com que iniciámos o artigo se encontram, efetivamente, em desvantagem e em grave risco de exclusão, em diversos domínios da vida nas sociedades contemporâneas. Em Portugal, apesar de uma assinalável melhoria entre 2003 e 2012, o estudo reporta ainda  $\frac{1}{4}$  dos jovens nestas circunstâncias.

Com as devidas ressalvas e prudência na análise, o relatório é, portanto, muito relevante. O enfoque nos estudantes com baixo desempenho e em como apoiá-los, estimula os governantes, os diretores de escola e os professores a colocarem este objetivo no topo das suas prioridades. Estudantes brilhantes, esforçados e de meios sociais favorecidos alcançam o sucesso em qualquer sistema. O problema — e onde podemos também marcar a diferença — são os outros. Além disso, a abrangência e sofisticação do estudo brinda-nos um vasto conjunto de resultados que são importantes para quem está genuinamente interessado em promover as aprendizagens dos estudantes que revelam maiores dificuldades.

Pode-se dizer que a conclusão principal do estudo é a de que «sistemas que distribuem os recursos educacionais e os estudantes de forma mais equitativa beneficiam os estudantes com dificuldades de aprendizagem sem prejudicar os estudantes com melhores resultados» (p. 14). Esta afirmação é reforçada e suportada por diversos dados apresentados ao longo do relatório.

Uma atenção central é dada à reprovação, mostrando-se a sua forte correlação com os baixos desempenhos a Matemática. Em Portugal, por exemplo, 7% dos estudantes que nunca reprovaram revela um baixo desempenho no PISA, subindo esta proporção para 56% entre os estudantes que reprovaram, pelo menos uma vez, ao longo do ensino básico. A par de Espanha e Bélgica, o nosso país é apontado, aliás, como um dos poucos em que esta prática é ainda aplicada de forma extensiva e desde uma idade precoce. Poder-se-á advogar que reprovaram precisamente pelo baixo desempenho, mas o que revela esta análise é que a reprovação dificilmente terá tido efeitos positivos nas aprendizagens.

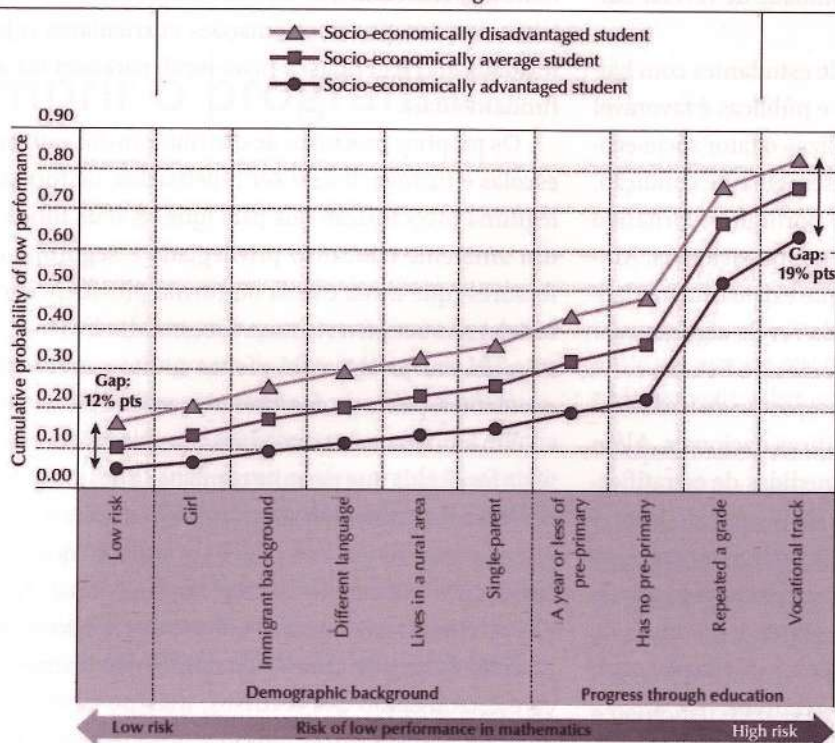
De igual forma, também a segregação dos estudantes por vias diferenciadas revela uma correlação forte com os resultados nas provas PISA. Tal como noutros países, em Portugal, os alunos com baixos desempenhos em Matemática estão sub-representados no ensino regular (cerca de 20%) e sobre-representados nas vias vocacionais (49%). A própria distribuição dos alunos por «turmas de nível» contribui para o aumento do número de estudantes nestas circunstâncias, não sendo tão evidente o seu impacto no aumento dos estudantes com desempenhos muito bons. Curiosamente, a segregação dos jovens com aproveitamento escolar distinto por diferentes escolas acaba por ser a medida de «estratificação» que menos impacto parece ter nas aprendizagens.

Convenhamos que se trata de uma machadada (final?) na ideologia «back-to-basics» (Hargreaves, 2008), particularmente preocupante no caso português, pois as políticas educativas dos últimos anos haviam assentado em tal ideologia, produzindo um aumento significativo de reprovações, bem como de cursos vocacionais e turmas de nível, no ensino básico (CNE, 2015). Outros estudos têm mostrado a forte concentração de certos grupos da sociedade portuguesa, como é o caso dos imigrantes africanos e seus descendentes, entre aqueles que reprovam e são relegados para cursos vocacionais e turmas onde se concentram os estudantes com maiores dificuldades de aprendizagem, o que acentua as suas desvantagens e riscos de exclusão (Abrantes e Roldão, 2016).

O impacto negativo destas diferentes formas de «estratificação» nos próprios jovens e, portanto, no princípio cons-



**Cumulative probability of low performance in mathematics across risk profiles**  
*OECD average*



**Figura 2.**— Probabilidade acumulada de ter um desempenho baixo a matemática, de acordo com o estudo socio-económico da família. Retirado de OCDE (2016, p. 92)

titucional da igualdade de oportunidades já era conhecido por investigações anteriores, embora nunca seja demais reforçar. Contudo, o que este estudo da OCDE provou também é que estas práticas têm um efeito negativo nos sistemas educativos como um todo, aumentando o número de estudantes com desempenhos fracos e não aumentando aqueles que têm desempenhos de topo.

A par deste fator, o PISA apresenta muitos outros que nos permitem compreender melhor esta problemática. No capítulo 2, analisa-se a relação com o perfil dos alunos e das suas famílias (Figura 2). Tal como se esperava, o peso da condição social e económica é significativo, mas não é determinante. Em Portugal, os jovens com baixos desempenhos a Matemática provenientes de famílias no quartil sócio-económico mais favorecido são cerca de 7%, sendo esta proporção seis vezes maior entre os descendentes de famílias no quartil mais pobre. Também os imigrantes estão sobre-representados entre os alunos com dificuldades de aprendizagem, sobretudo aqueles que falam português em casa, o que sugere que a língua não é o problema central.

No capítulo 3, o estudo explora alguns elementos da interação entre professores e alunos. Revela-se, assim, que os estudantes com baixos desempenhos faltam mais às aulas

e denotam menos perseverança, motivação e auto-confiança em Matemática. Ainda assim, participam em número similar em atividades extracurriculares relacionadas com a disciplina e muitos deles dedicam tanto tempo de estudo e trabalho de casa como os seus colegas melhor sucedidos na escola. A relação entre ansiedade e o baixo desempenho dos estudantes é muito significativa, sobretudo no nosso país. Não será, pois, descabido associar esta constatação com uma cultura escolar em que os estudantes são bastante pressionados, por parte de professores e familiares, nomeadamente relativamente aos testes e às classificações. A revitalização dessa cultura constituiu, aliás, um elemento central das políticas educativas, entre 2011 e 2015.

A partir da constatação de que, no seio de cada país, 35% da variação na proporção de baixos desempenhos em Matemática é atribuível às diferenças entre escolas, o capítulo 4 centra-se nas dinâmicas ao nível de escola. O estudo mostra que a atitude dos professores, os recursos educativos e o rácio professor-aluno da escola têm uma correlação significativa com as aprendizagens dos estudantes. Observa-se igualmente que as expectativas dos professores quanto aos seus alunos são muito maiores em contextos favorecidos, em termos sociais e económicos. Em Portugal, tal



como na maioria dos países, os estudantes em escolas com «turmas de nível» têm maior probabilidade de revelar baixos desempenhos.

A comparação entre a proporção de estudantes com baixo desempenho em escolas privadas e públicas é favorável às primeiras, mas quando se «neutraliza» o fator sócio-económico, comparando estudantes de semelhante condição, estas diferenças esbatem-se, no caso português, tornando muito similares as médias de ambos os sub-sistemas. Ainda assim, em alguns dos países em que existe esta modalidade (não é o caso do nosso), o estudo revela alguma vantagem das «escolas privadas dependentes do Estado».

O capítulo 5 procura relacionar a proporção de baixos desempenhos a Matemática com as políticas nacionais. Além do já referido impacto negativo das medidas de estratificação (reprovação, vocacionais, turmas de nível) e do impacto positivo de uma distribuição equitativa de recursos, o estudo mostra que a autonomia das escolas sobre o currículo e a avaliação constitui um fator importante na redução do número de estudantes com dificuldades, o que já não ocorre com a autonomia na alocação dos recursos.

Finalmente, no capítulo 6, a OCDE apresenta um conjunto de 11 recomendações, a partir dos resultados do estudo. Relativamente a relatórios anteriores da instituição realça-se as propostas de desmantelar as barreiras à aprendizagem (incluindo a retenção), de reforçar o apoio às escolas, aos estudantes e às famílias em contextos desfavorecidos e de reduzir os mecanismos de seleção dos estudantes, por diferentes escolas, vias ou turma. Estas recomendações sugerem igualmente que, em vez de grandes reformas, os sistemas educativos podem beneficiar de intervenções, tanto nacionais como locais, pensadas para grupos específicos da população, com problemas e dificuldades, mas também modos de vida e interesses específicos.

Um último comentário para discutir como tais medidas podem ser interpretadas no caso português. Medidas como a substituição dos exames por provas de aferição parecem estar em consonância com o objetivo de reduzir a ansiedade e a baixa confiança dos estudantes portugueses, assim como os fortes mecanismos de reprovação e segregação, no ensino básico. Mas não são suficientes. E, aliás, a remoção de mecanismos muito enraizados na cultura portuguesa — por exemplo, a reprovação — pela via administrativa pode ser contraproducente, se não acompanhada da criação de novos processos de igual magnitude e que a opinião pública reconheça como legítimos.

A revisão dos currículos, relativizando as derivas formalistas, etnocêntricas ou saudosistas, e, sobretudo, a autonomia para que as orientações curriculares sejam contextualizadas e geridas, a nível local, parecem ser aspectos fundamentais.

Os próprios processos de distribuição dos estudantes por escolas e turmas devem ser repensados, de forma a que a legítima preocupação dos pais (que os seus filhos tenham um ambiente educativo privilegiado e seguro) e dos professores (que a sua escola ou turma providencie esse ambiente) não se converta num mecanismo invisível de estratificação dos jovens, com efeitos muito negativos noutros estudantes, pais e professores (Abrantes e Sebastião, 2010).

Em simultâneo, torna-se urgente desenvolver uma estratégia focalizada que permita combater a desmotivação, insucesso e a exclusão escolar em contextos sociais específicos, em que estes fenómenos são bem mais do que problemas residuais e solucionáveis no plano individual. A intervenção prioritária em alguns territórios periféricos, incluindo as ilhas, carece de aprofundamento, não apenas no reforço e estabilização dos recursos, mas no desenvolvimento de práticas curriculares inovadoras e adequadas às suas populações. Além disso, é necessária uma linha de ação específica junto de certos grupos da população portuguesa, como é o caso das populações ciganas e de origem africana, revertendo mecanismos de exclusão sedimentados há vários séculos e criando dinâmicas que confirmam sentido às aprendizagens escolares nestas comunidades.

## Referências

- Abrantes, Pedro e João Sebastião (2010), «Portões que se abrem e que se fecham: Processos de inclusão e de segregação na escola pública portuguesa», em António Dornelas *et al.* (orgs.), *Portugal Invisível*, Lisboa, Mundos Sociais.
- Abrantes, Pedro e Cristina Roldão (2016), «Old and new faces of segregation of Afro-descendant population in the Portuguese education system: a case of institutional racism?», comunicação à conferência *Educação Comparada para Além dos Números*, Lisboa, SPCE-SEC.
- CNE (2015), *Estado da Educação em Portugal 2014*, Lisboa, CNE.
- Hargreaves, Andy (2008), The coming of post-standardization: three weddings and a funeral, em C. Sugrue (org.), *The Future of Educational Change: International Perspectives*, Oxon, Routledge, pp. 14–33.
- OCDE (2016), *Low-Performing Students: How They Fall Behind and How to Support Them to Succeed*, Paris, OECD Publishing.

PEDRO ABRANTES

UNIVERSIDADE ABERTA E CIES-IUL



## Cumprir o programa...

Eu fui uma das professoras a quem coube este ano letivo implementar o novo programa de Matemática A no 10.º ano. O conhecimento do programa que, como todos sabemos, não foi alvo de qualquer experimentação, aliado à minha prática de mais de 30 anos como professora de Matemática faziam-me prever que não ia ser fácil atingir o objetivo: cumprir este programa!

O 1.º período iniciou-se com a Lógica! Confesso que já tinha saudades das tabelas de verdade, das demonstrações, dos raciocínios lógicos! Bom, mas isso é o que eu sinto! A minha função de professora consiste em promover as aprendizagens dos alunos e, para isso, é conveniente que também eles tenham (algum) gosto pelos assuntos tratados.

As primeiras reações dos alunos foram de estranheza. Pudera! Matemática só com letras e símbolos e operações totalmente novas!? Mas aos poucos foram-se habituando e, algumas aulas passadas, já gostavam dos raciocínios lógicos, das tabelas de verdade... Mas aplicar as propriedades, fazer e justificar demonstrações, isso já estava num outro nível, mais exigente.

Seguindo o programa, iniciou-se a Álgebra, dando resposta à pergunta que começava a ser cada vez mais frequente: «Isto vai ser sempre assim? Quando é que começamos a Matemática com números?»

Foi, pois, com satisfação que os alunos saudaram o novo tema. Radicais e potências é uma matemática mais simpática, pois envolve números. No entanto, a realidade não foi bem a esperada. As regras relativas às operações com radicais e com potências até nem são difíceis de compreender (perdão, deveria dizer «saber», mas há coisas que para mim não fazem sentido e «saber» sem «compreender» e «saber aplicar» não é um conhecimento eficaz nem revela uma verdadeira aprendizagem) mas quando é necessário aplicá-las, nem sempre se consegue fazê-lo sem que ocorra um qualquer erro de cálculo. E com um resultado errado, vem a frustração, afinal isto não é tão fácil quanto parece...

Enquanto professora, devo seguir as orientações superiores, as tão faladas «metas». Recordo a meta número 1.3. deste domínio, ALG10:

«Saber, dado um número real  $a$  e um número  $n \in \mathbb{N}$  ímpar, que existe um número real  $b$  tal que  $b^n = a$ , provar que é único, designá-lo por «raiz índice  $n$  de  $a$ » e representá-lo por  $\sqrt[n]{a}$ .»

Realço a indicação «provar que é único». Planifiquei a aula em que o iria fazer, preparei-me devidamente, ensaiando uma forma de apresentar a demonstração em causa que a tornasse acessível para os alunos. Previ dificuldades, mas as que surgiram superaram as minhas previsões. Uma das duas turmas que tenho tem alunos muito interessados que querem mesmo compreender tudo. Depois de apresentar a demonstração, repetindo e justificando cada passo algumas vezes, de modo a responder às dúvidas dos alunos, uma aluna que tinha estado atenta o tempo todo e que tem bons resultados disse-me: «Stora, pode fazer isso tudo outra vez mas de outra maneira?» Foi frustrante... é que apenas conheço uma forma de demonstrar tal propriedade e não consegui dar-lhe a resposta que pedia.

A reação desta aluna é reveladora daquilo que eu já suspeitava, o facto de que esta demonstração, obrigatória segundo as «metas», não é de todo adequada para alunos de 15 anos, acabados de chegar do 3.º ciclo. Como esta, há outras demonstrações obrigatórias no secundário e que, na minha opinião, fazem sentido, sim, a um outro nível de ensino, o pós-secundário.

Continuando com a Álgebra, passámos aos polinómios. Pensava eu que iria ser um tema pacífico, pois não havia alterações em relação ao programa anterior, os alunos já estavam familiarizados com o assunto e, além disso, a minha experiência com anteriores turmas do 10.º ano dizia-me que os alunos reagiam bem a esta temática.

Como me enganei! Quando começámos a falar de zeros ou raízes do polinómio, teorema do resto, factorização,... percebi que as dificuldades dos alunos eram bem maiores do que o habitual nos polinómios. Tive bons alunos a dizerem-me: «Stora, isto é muito complicado, não estou a perceber nada». E para mim foi claro que esta não era uma afirmação gratuita. Refletindo um pouco no contexto do tema «polinómios» no programa do 10.º ano, fez-se luz. No programa anterior, quando se davam os polinómios, já tinham



sido dadas as generalidades de funções, a função afim, a quadrática, as polinomiais de grau 3 e 4, e os polinómios surgiam num contexto de funções, assumindo uma certa continuidade. Agora, os polinómios surgem num tema chamado Álgebra, logo após os radicais, sem qualquer elo de ligação palpável, como assuntos estanques e independentes. Assim que compreendi isso, decidi adiar o último tópico dos polinómios, as inequações, para quando desse as funções, procurando, dessa forma, promover uma melhor aprendizagem do assunto.

E foi assim que, quase sem darmos conta, chegámos ao fim do 1.º período, com um atraso, nas 6 turmas de Matemática A do 10.º ano da minha escola, correspondente a 4 semanas de aulas. É um número enorme!

Sei que poderia ter cumprido a planificação que elaborámos para o 1.º período, de acordo com as orientações do programa. Só que isso implicaria práticas que não uso e que não recomendo, teria que ter as aulas muito mais centradas em mim, apresentando assuntos atrás de assuntos, com alguns exemplos, deixando a prática ao cuidado individual de cada aluno, digamos que... com uma metodologia de estilo mais universitário. Mas também sei que uma atuação desse tipo desmotivaria totalmente os meus alunos, não iria promover verdadeiras aprendizagens, seria um caminho certo rumo ao insucesso. E eu não quero ir por aí!

Com metade do 2.º período já decorrido, a geometria está a decorrer dentro da normalidade, isto é, com os problemas e as dificuldades habituais neste tema e com alunos deste nível etário.

Mas já pude constatar que apesar de ter dado a lógica de acordo com as orientações do programa e das metas curriculares, os alunos não aprenderam verdadeiramente os conceitos envolvidos, continuam sem compreender a conjunção e a disjunção, sem saber relacionar a conjunção de condições com a interseção de conjuntos e a disjunção com a reunião. Isto é, vejo os mesmos erros que via com o anterior programa, não deteto melhorias ao nível do raciocínio e das operações lógicas.

Apesar de se terem dado todas as regras inerentes aos radicais, continuo a ouvir uma boa aluna a questionar, perante uma expressão do tipo  $\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}$ , se não podemos «cortar» os quadrados com a raiz. Valeu a pena dar os radicais da forma como foram dados? Isso contribuiu para uma verdadeira aprendizagem das regras operatórias dos mesmos?

Muitas são as questões que se podem colocar após terem decorrido metade das aulas do ano letivo.

Este programa, da forma como está desenhado, é o mais adequado para que sejam realizadas aprendizagens consistentes?

Como é que se aprende realmente? Tomando contacto com os conceitos, de modo a «sabê-los» ou aplicando-os na resolução de tarefas, quando possível, de conexão entre diferentes temas, que exijam raciocínio mais do que aplicação taxativa de regras e algoritmos?

O que é «saber» Matemática? É saber conceitos e regras ou saber mobilizá-los na resolução de problemas?

**CELINA PEREIRA**

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS MARINHA GRANDE POENTE

## MATERIAIS PARA A AULA DE MATEMÁTICA

Umberto Eco, professor, escritor, filósofo, semiólogo, linguista e bibliógrafo italiano, recentemente falecido também escreveu literatura infantil. Um dos livros, Os Gnomos de Gnu, com excelentes ilustrações de Eugenio Carmi, é um belo texto simples e eficaz. A mensagem, de carácter ecológico, transmitida com uma linguagem bela, quase poética, é capaz de cativar pequenos e não tão pequenos. Tal como a história, a tarefa que se propõe, estruturada para ser acessível a alunos mais novos, tem a potencialidade de se adequar a outros níveis de ensino pois permite trabalhar uma propriedade interessante dos números: todos os números naturais podem ser escritos como soma de potências de base 2. Realizar esta tarefa não implica necessariamente a leitura da história. Esta não é mais que uma boa motivação para fazer de explorador intergaláctico e por cálculo mental descobrir relações entre números.

**HELENA MARIA AMARAL**  
EB1 PARQUE SILVA PORTO





AS MOEDAS DO PLANETA GNU

No planeta Gnu há apenas moedas de valor inteiro e só algumas. Com moedas de 1, 2, 4, 8 e 16, utilizando cada moeda apenas uma vez, consegues fazer compras de que valores?

Agora que já descobriste todos os valores das compras que consegues fazer, vamos organizar as moedas que necessitas para fazer as compras de todos esses valores.

Valor das compras	Moedas				
	1	2	4	8	16

Vamos colocar todos os valores para os quais necessitas de determinada moeda em cada uma das tabelas:

1			

2			

4			

8			

16			

Pede a um colega que pense num número.  
 Pede que te indique em que tabelas se encontra.  
 És capaz de adivinhar em que número ele pensou?



# Simetria na arte: uma experiência com os alunos do curso profissional de Design de Interiores e Exteriores

SÍLVIA ZUZARTE

## INTRODUÇÃO AO PROJETO

A experiência aqui descrita decorreu durante o ano letivo 2014/2015 com uma turma de 11.º ano do curso profissional de Design de Interiores e Exteriores. A turma tinha 20 alunos, dos quais apenas três eram rapazes. O trabalho foi desenvolvido no módulo B6 — Padrões. A proposta inicial apresentada aos alunos foi o desenvolvimento de um projeto que teria como produto final a construção de um ou dois «objetos» de arte, que poderiam ser um azulejo, um pavimento ou um papel de parede... Ficou ao critério de cada grupo decidir o tipo de «objeto» que construiriam, porém teriam de utilizar o *Geogebra* e/ou o *Scratch*, sendo que os «objetos» teriam de ter algum tipo de simetria. No final, os alunos produziram um pequeno vídeo onde explicariam os conceitos teóricos envolvidos neste trabalho, usando exemplos práticos por si trabalhados.

Antes da apresentação do projeto, os alunos já tinham trabalhado com o *Geogebra* e o *Scratch*. Utilizaram o *Geogebra* para explorar as isometrias reflexão, rotação e translação, identificando as características destas isometrias. O trabalho com o *Geogebra* permitiu-lhes observar que algumas relações entre a figura original e o transformado se mantinham constantes, mesmo quando alteravam a figura inicial. O *Scratch* foi utilizado para a construção de figuras através de rotações: os alunos tinham de descobrir o número de rotações e o ângulo de rotação para construir uma figura a partir de um motivo simples.

Para o desenvolvimento do projeto foram percorridas várias atividades de aprendizagem que seguiram a metodologia preconizada no projeto iTEC (Tecnologias Inovadoras para uma Sala de Aula Aliciante)<sup>[1]</sup>. O projeto iTEC

pretendia uma transformação e reforço da utilização da tecnologia no ensino e na aprendizagem ao nível da escolaridade obrigatória. A abordagem deste projeto dizia respeito a Cenários da Sala de Aula do Futuro (narrativas de inovação na sala de aula) e à conceção sistemática de Atividades de Aprendizagem cativantes (descrições de atividades distintas) e eficazes que recorressem a pedagogias digitais inovadoras.

## O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

Criei um *website* (<http://projetosimetria.weebly.com/>) para apoiar o trabalho dos alunos durante o desenvolvimento do projeto. Na primeira aula em que o apresentei aos alunos usei o *website* para fazê-lo. Utilizei o *TeamUp* ([teamup.aalto.fi/](http://teamup.aalto.fi/)) — uma ferramenta que serve para formar equipas e para gravar uma reflexão de um minuto — para definir cinco equipas, fazendo alguns ajustes a pedido dos alunos. Tinha como intenção usar o *TeamUp* também para a gravação de uma reflexão no fim de cada atividade de aprendizagem, porém devido a algumas dificuldades de acesso à *Internet* e a computadores abandonei essa ideia logo no início. Contudo, não prescindi de pedir a reflexão aos alunos, pelo que estes faziam-na por escrito tentando responder às seguintes questões: o que fizemos? o que vamos fazer? que dificuldades tivemos?

Ainda na primeira aula cada grupo criou um endereço eletrónico no *Gmail* e eu partilhei com todos uma pasta na *Drive* do *Google*. Nesta pasta existia uma subpasta para cada grupo, onde os alunos iam colocando o trabalho realizado. Começaram ainda a pensar no que poderia ser o seu «obje-



to». Já noutra aula, os alunos exploraram várias figuras por si escolhidas quanto à existência de simetria. Estas figuras foram selecionadas na *Internet* (os alunos puderam utilizar os seus dispositivos móveis para esta pesquisa), porém eu disponibilizei também um conjunto de figuras na pasta criada na *Drive* e levei algumas impressas como plano B, para o caso de não conseguirmos aceder à *Internet*. Algumas das figuras que disponibilizei aos alunos foram selecionadas do livro *Simetria e Transformações Geométricas* de Eduardo Veloso<sup>[2]</sup>, um livro que também foi uma ajuda preciosa para mim no desenvolvimento deste projeto, no que diz respeito ao aprofundamento do meu conhecimento sobre os conceitos envolvidos.

Enquanto identificavam as simetrias presentes nas figuras que analisavam, os alunos procuravam simultaneamente informação sobre vários conceitos relacionados com simetria, estando deste modo a aprofundar os seus conhecimentos. No final de cada aula, eu tinha acesso a todo o trabalho produzido, porque o tinham feito em documentos na sua pasta da *Drive* ou porque entregavam em papel (quando não conseguiam aceder à *Internet*). O meu *feedback* relativa-

mente a este trabalho era dado no mesmo suporte em que os alunos o tinham realizado (papel ou *Drive*). Nesta fase do trabalho pretendia que os alunos aprofundassem o seu conhecimento sobre os conceitos envolvidos e que se inspirassem para a construção do seu «objeto» com simetria.

Nesta altura, fiz também um ponto de situação e uma avaliação do trabalho desenvolvido até ao momento. Dei indicações a cada grupo relativamente à qualidade desse trabalho e ao contributo individual de cada um dos seus elementos. Este ponto de situação foi muito importante, pois alguns alunos, que não estavam a contribuir o suficiente no grupo, perceberam que deveriam fazê-lo e, a partir daí, o seu envolvimento foi total. Foi dada uma semana para melhorarem o que tinham realizado até ao momento, tendo em conta as sugestões feitas. Fiz vários pontos de situação deste tipo.

Após a análise de várias figuras relativamente à simetria que possuíam, havia que organizar a informação recolhida com vista a tomar decisões quanto ao que se seguiria: iniciar a construção de um «objeto» com simetria. Para organizar esta informação e decidir o que fazer a seguir tinha como intenção inicial que os alunos utilizassem uma ferramenta digital de mapeamento mental, como por exemplo o *Text2mindmap* (<https://www.text2mindmap.com/>), porém a *Internet* e os computadores disponíveis não ajudaram e passámos para o plano B: usar uma folha A3 e *post-its* (figura 1). A ideia era construir um mapa mental onde relacionariam a informação recolhida entre si e com o que teriam de fazer a seguir.

Após este trabalho, os alunos avançaram para a construção do seu «objeto». Um dos grupos decidiu logo que usaria o *Geogebra* porque já tinha muito bem definido o que pretendia criar. Os restantes grupos ainda exploraram um pouco o *Scratch*, tentando criar algo neste programa, mas rapidamente se decidiram pelo *Geogebra*. Este programa revelou-se mais amigável, pois oferecia um potencial maior para o que pretendiam fazer, dado todos os grupos estarem a apostar em «objetos» com base em formas geométricas.

Quando os grupos já tinham o trabalho concluído, ou quase concluído, apresentaram-no aos colegas. Houve da parte destes sugestões de melhoramento e pedidos de esclarecimento relativamente à forma como tinham sido feitas determinadas construções. Estas sugestões e esclarecimentos, aliados ao facto de alguns «objetos» estarem claramente melhor do que outros, levaram a que alguns grupos fossem aperfeiçoar o seu «objeto». Por exemplo, o grupo que produziu o papel de parede da figura 3 inspirou outros grupos a apostar mais na translação a partir de um único motivo.



Figura 1.— Construção de um mapa mental



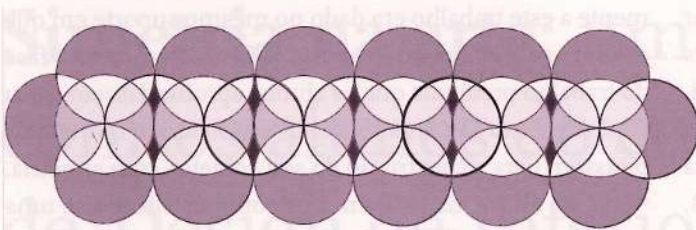


Figura 2.— Produto final de um grupo



motivo simples

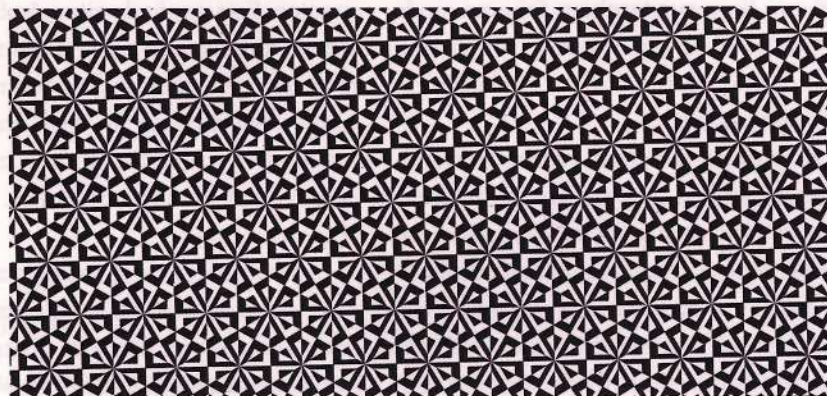


Figura 3.— Produto final de um grupo

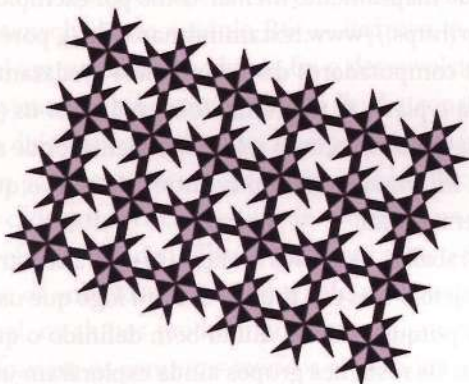


Figura 4.— Produto final de um grupo

### O PRODUTO FINAL

Devo dizer que a qualidade dos objetos produzidos pelos alunos superou as minhas expectativas e não foi porque elas fossem baixas. Um dos grupos optou por criar um friso (figura 2) e os restantes quatro um papel de parede (figuras 3, 4, 5 e 6). Na figura 3, apresento o motivo simples que originou o papel de parede aí apresentado, por ser mais difícil de identificar. No final, os alunos tiveram de criar um pequeno vídeo onde compilaram todo o trabalho desenvolvido ao longo do projeto: definiram as diferentes isometrias, apresentaram as figuras analisadas com as suas simetrias identificadas e o processo de construção do seu «objeto» assinalando as simetrias que este possuía.

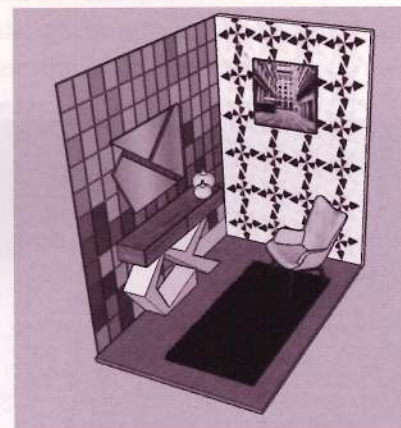


Figura 5.— Produto final de um grupo que usou o SketchUp

Houve ainda dois grupos que foram além do que eu pedi que realizassem e usaram o SketchUp. Os alunos conheciam esta ferramenta, que permite fazer construções em 3D, de outras disciplinas e aplicaram o seu papel de parede numa parede virtual (figuras 5 e 6).

Este trabalho não foi fácil, pois as condições de que dispúnhamos estavam muito longe de serem as ideais. Ultrapassámos algumas dificuldades utilizando os dispositivos móveis dos alunos, nomeadamente quando eles exploraram figuras na Internet. Estes dispositivos também foram usados para avaliação com o Socrative ([www.socrative.com](http://www.socrative.com)). Esta aplicação é muito simples de utilizar e permite elaborar questionários que os alunos respondem utilizando qual-



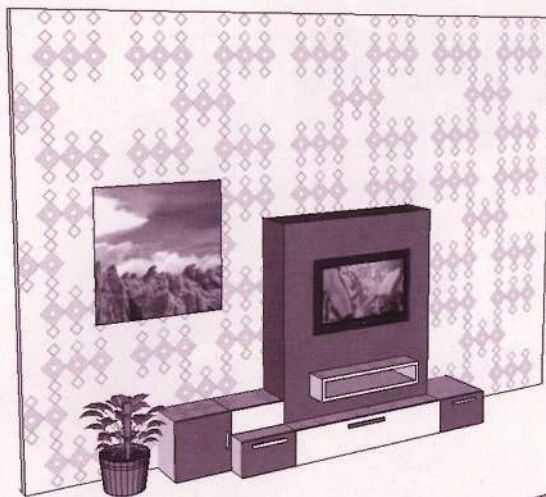


Figura 6.— Produto final de um grupo que usou o *SketchUp*

quer dispositivo móvel ou computador, sendo que o professor pode ver em tempo real as respostas dos alunos. Utilizei esta ferramenta para os alunos fazerem a sua autoavaliação e para fazerem um pequeno teste em grupo e depois individual. Porém, o peso deste teste na avaliação final do módulo foi muito reduzido, sendo que esta teve mais em conta todo o trabalho desenvolvido pelos alunos ao longo do projeto bem como a qualidade dos seus produtos finais. As produções dos diferentes grupos foram expostas na biblioteca da escola.

### BALANÇO FINAL

O balanço deste trabalho é francamente positivo. Voltaria claramente a desenvolver este projeto. Insistiria mais na utilização do *TeamUp* e na gravação de mensagens em casa, insistindo na importância destas gravações, pois teria sido mais fácil gerir a análise das reflexões e dar-lhes *feedback*.

A tecnologia é imprescindível para a realização deste projeto, nomeadamente o *Geogebra*. Utilizámos maioritariamente este programa através da *Drive* do *Google*, pois o trabalho realizado ficava logo acessível a todos os que tinham acesso à *Drive*. Contudo, tendo em conta a qualidade da *Internet* de que dispúnhamos, seria preferível a versão *offline*, a que acabei por utilizar depois com alguns grupos que iam mais atrasados.

Acredito que os alunos têm de ter mais do que simples conhecimentos, têm de desenvolver competências. Considero que estes alunos desenvolveram várias competências importantes para o século XXI, das quais destaco a criatividade, a literacia digital, a colaboração e a autonomia. Acresce que, na minha opinião, os alunos fizeram aprendizagens mais duradouras, porque contextualizadas e integradas no curso que estão a realizar. O testemunho de uma aluna na autoavaliação ilustra o que acabei de dizer: «Eu gostei da forma que trabalhamos este módulo, porque juntamos a matemática (isometrias) com o nosso curso (design). Podemos assim perceber que a matemática pode ser aprendida de várias formas».

Por fim, só me resta dizer que tiro prazer da minha profissão quando vejo os alunos a trabalhar com prazer, a aprender e a criar coisas belas, e não penso duas vezes quando tenho a oportunidade de desenvolver este tipo de projetos.

### Nota

[1] Site do projeto iTEC — [itec.eun.org](http://itec.eun.org)

Relatório do iTEC — [http://bit.ly/Rel\\_iTEC](http://bit.ly/Rel_iTEC)

[2] Veloso, Eduardo (2012). *Simetria e Transformações Geométricas*. Lisboa. APM

SÍLVIA ZUZARTE

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE CASQUILHOS





# O DESPERDÍCIO ALIMENTAR: O ESTUDO DE UMA TURMA DE 3.º ANO

JOANA CONCEIÇÃO

O trabalho que aqui será relatado decorreu entre outubro de 2014 e janeiro de 2015, numa turma de 3.º ano, de um colégio privado de Sintra. Tendo em conta que 2014 foi o ano Europeu contra o Desperdício Alimentar, decidi registar no diário da minha turma a sugestão de estudarmos o tema da alimentação, especificamente as questões relacionadas com o tema do desperdício alimentar no colégio. A proposta foi lida e discutida em Conselho de Turma. Após todos os alunos terem concordado com a ideia, começámos a delinear a nossa investigação. Desde logo começaram a contribuir com ideias e questões para o estudo.

Discutimos as várias propostas e a forma como nos iríamos organizar, delineámos questões e formas de lhes responder. Assim começou um projeto que, embora proposto por mim, fez sentido aos alunos e por isso o abraçaram.

Abrantes (1994) refere três componentes que figuram na definição do trabalho de projeto sob o ponto de vista da atividade intelectual do aluno: atividade, porque o aluno tem um papel ativo na problemática em estudo; intencionalidade, porque existe um propósito, um objetivo com significado para os alunos; e contextualização, porque parte de situações reais que constituem problemas para os alunos.

O trabalho de projeto pode ter uma dimensão social e política dando aos alunos a possibilidade de se formarem enquanto cidadãos críticos, reflexivos, interventivos e parti-

cipativos na vida democrática da sociedade (Gerardo, 2010). Neste contexto, o trabalho de projeto aparece assim com o objetivo de contribuir para uma escola democrática e tem uma forte preocupação com abordagem de problemáticas contextualizadas socialmente.

Ao longo das várias aulas em que se desenrolou este trabalho, os alunos procuraram responder a várias questões de dois níveis, por assim dizer, por um lado de ordem organizativa e, por outro, questões relacionadas com a busca de respostas às suas questões.

## PLANEAMENTO DO PROJETO

Decidimos que questões queríamos ver respondidas:

- Que quantidade (massa) de comida se desperdiça no colégio durante uma semana? (Tivemos de definir limites temporais para o estudo, até porque durante uma semana há uma variabilidade de pratos que nos pode permitir perceber algumas preferências relativamente ao tipo de pratos. Alguns alunos avançaram logo com a ideia de que nos dias de peixe iria sobrar mais comida.)
- Em que dias se desperdiça mais comida? (Esta questão relacionada com a anterior e com a hipótese já levantada)



## Queremos Saber

- Quanto comida se desperdiça no colégio durante a semana?
- Em que dias se desperdiça mais ou menos comida?
- Que quantidade de comida as auxiliares põe no prato?
- Qual é a relação do desperdício?
- O que podemos fazer para evitar o desperdício?

## O que vamos fazer

- Pesquisar o desperdício e fazer o registo numa tabela.
- Construir gráficos a partir de uma tabela.
- Num tabela, registar a quantidade de comida posta no prato e comparar com o desperdício.
- Apresentar os resultados à escola e aos pais.

Figura 1.— Registo do plano do projeto

- Que quantidade (massa) as auxiliares colocam nos pratos? (quisemos saber se as auxiliares colocam sempre a mesma quantidade (massa) de comida nos pratos para podermos relacionar com o desperdício)
- Qual a relação entre a comida colocada no prato e o desperdício? (esta questão foi levantada por uma aluna que falou em «podíamos saber se é o dobro ou o triplo», pelo que ajudei a (re)formular a questão) (figura 1)

Perante estas questões, procurámos perceber o que era necessário para obtermos as respostas. Percebemos que iríamos necessitar da colaboração de todos os alunos do colégio pelo que escrevemos um texto que foi lido em todas as turmas a explicar o que iríamos fazer e como é que eles poderiam colaborar, ou seja, pedimos-lhes que limpassem o seu prato para dentro de um alguidar que colocaríamos no refeitório.

Para medirmos a quantidade de comida desperdiçada, vimos que precisaríamos de recolher dados *in loco* ou seja,

decidimos que, durante uma semana, iríamos, em equipas de dois alunos e eu, reunir a comida desperdiçada e pesá-la. Para registar os resultados precisámos de criar uma tabela de registo com os dias da semana e o peso (massa) da comida desperdiçada e o peso de um prato de comida médio a servir aos alunos. Ao longo do projeto, esta tabela foi sendo reformulada, já que percebemos a necessidade de registar outro tipo de dados: o número de alunos (que nem sempre foi o mesmo); o tipo de comida (uma vez que as hipóteses levantadas pelos alunos se prendiam com o tipo de comida). Inicialmente percebemos também que seria importante ter em conta que o alguidar também pesa assim como o próprio prato e que teríamos de ir subtrair esses valores depois de feita a recolha de dados. Assim, começámos por medir a massa destes dois objetos com a ajuda de uma balança digital e registar essa informação.

### RECOLHA DE DADOS

Começámos então a nossa recolha de dados numa segunda-feira. Todos os dias medimos e registámos a massa de um prato médio (registo na tabela abaixo «Comida no prato»). Ao longo da refeição, todos os alunos do colégio foram limpando os restos dos seus pratos para o nosso alguidar. Depois da última pessoa ter terminado o seu almoço, medíamos a massa do alguidar e registávamos a nossa medição. E assim foi até sexta-feira (figura 2).

### TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO RECOLHIDA

Depois de recolhidos estes dados, foi altura de os tratarmos e de percebermos de que forma iríamos responder às nossas questões.

Projeto "Desperdício alimentar" - 3º ano					
n.º de almoços					
	50	51	51	51	48
Dias da semana	Segunda - -feira	Terça - -feira	Quarta - -feira	Quinta - -feira	Sexta - -feira
Quantidade de comida desperdiçada.	2070g	2928g	4111g	2892g	1833g
Comida no prato (boa)	316g panadas com massa e salada	236g bacalhau espiritual	342g bruschetas com puré de massa e arroz	1237g Siletes com arroz	241g cuzine com arroz
<p>Peso do prato: 136g Peso do alguidar: 446g</p>					

Figura 2.— Registo da informação recolhida



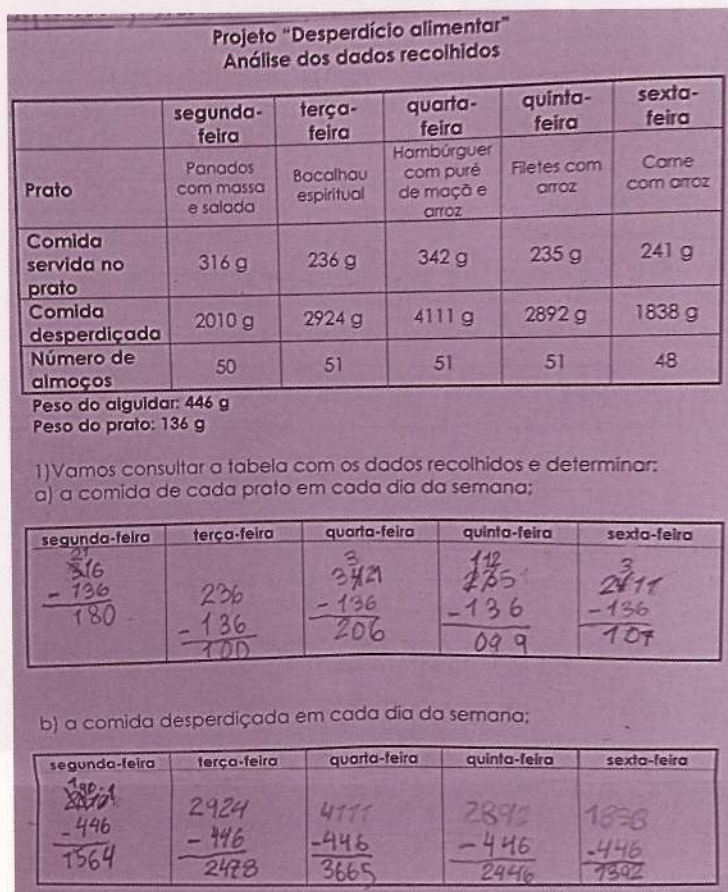


Figura 3.— Cálculos dos alunos

Uma vez que tínhamos medido a massa do prato médio e da comida desperdiçada com o prato e o alguidar, o primeiro passo foi subtrair os valores do alguidar e do prato à massa do desperdício alimentar e do prato-tipo de comida

servida referente a cada dia da semana. Para isto utilizámos o algoritmo da subtração com decomposição, uma vez que os cálculos eram um pouco complexos envolvendo centenas e milhares. Assim o trabalho do algoritmo apresentou-se contextualizado e com mais sentido para os alunos.

Depois disto foi preciso verificar o total de comida servida aos alunos. Para isso os alunos perceberam que tinham de multiplicar o peso do prato de cada dia (pois foi diferente em cada um dos dias) pelo número de alunos presentes em cada almoço. Dado que estes cálculos apresentavam um grau de dificuldade elevado para os alunos, nesta altura do ano letivo, sugeri aos alunos que utilizassem a calculadora do seu Ipad (recurso que todos os alunos do colégio têm). Em alguns casos, conseguimos calcular mentalmente uma vez que um dos fatores era igual ou próximo de 100.

Assim, descobrimos o total de comida servida e os valores da comida desperdiçada (figura 3).

Recorrendo novamente ao Ipad, utilizámos a aplicação Numbers (equivalente ao Excel) para criar uma tabela com os dados recolhidos referentes ao desperdício e a partir daí criar uma representação gráfica<sup>[1]</sup> referente à massa da comida deitada fora, ao longo da semana. A análise desta representação levou os alunos a tirar várias conclusões e, à partida, poder responder à primeira e à segunda questão. Mas, na verdade, esta representação apenas ofereceu uma visualização da massa da comida deitada fora, como acima foi referido. A questão que realmente nos fez trabalhar sobre o desperdício foi a quarta questão levantada por uma aluna da turma «Qual a relação do desperdício?». Com esta pergunta pretendia-se conhecer a relação entre comida servida e comida desperdiçada (figura 4).

Considerarei ser ainda difícil para os meus alunos construir uma representação com esta informação (o total

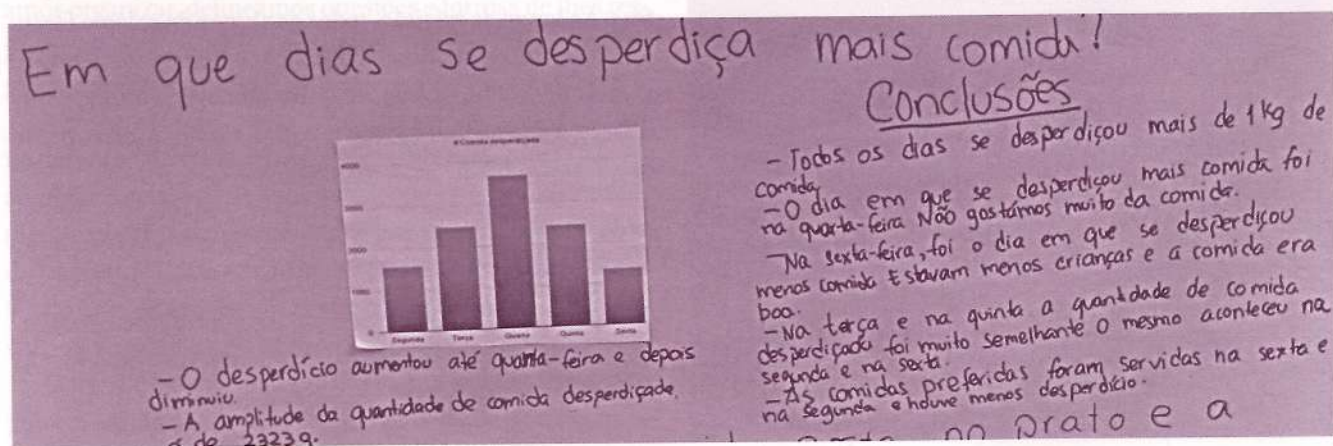


Figura 4.— Representação da primeira análise da massa do desperdício



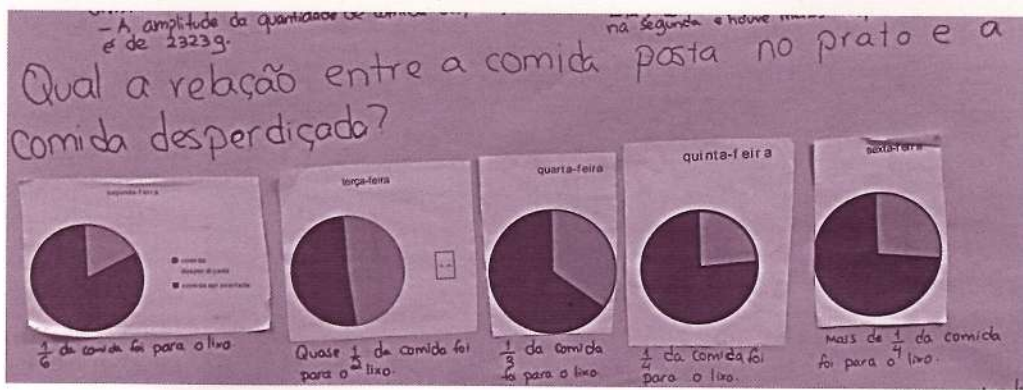


Figura 5.— Representações circulares da massa do desperdício

de comida servida e a comida desperdiçada). Por isso, apresentei-lhes representações construídas por mim, utilizando o modelo circular que evidenciavam esta relação (figura 5).

Inicialmente, este trabalho criou-lhes alguma confusão, por parecer que os dados da representação gráfica com barras não coincidiam com os dados das representações circulares. Mas rapidamente os alunos perceberam que as segundas representações respondiam melhor ao que queríamos saber, pois colocavam em relação a comida que tinha sido servida com a parte dessa mesma comida que tinha sido deitada no lixo.

Foi um trabalho complexo, mas que permitiu tirar algumas conclusões. Permitiu também aprofundar o estudo das frações já que, para expressar as relações entre a comida desperdiçada e a comida servida, utilizámos uma fração. Perante algumas hipóteses levantadas pelos alunos, em que avançaram com a ideia de que os dias em que seria servido peixe haveria mais desperdício, verificámos que isso nem sempre aconteceu. Por exemplo, na quarta-feira, o prato servido era composto por carne e o desperdício foi maior do que, na quinta-feira, em que foi servido peixe. Os alu-

nos ficamos sensibilizados para a quantidade de comida que desperdiçamos diariamente e quisemos tomar algumas medidas de que falarei adiante.

## O DESPÉRDÍCIO A NÍVEL MUNDIAL

Para que os alunos compreendessem a dimensão deste fenómeno a nível mundial, partilhei com eles algumas notícias que recolhi (figura 6).

Ainda através da análise de um mapa da Europa verificámos a posição em que nos encontramos face a outros países europeus no que concerne ao desperdício de alimentos. Verificámos também que países mais desperdiçam comida e quais aqueles que, servindo de exemplo, desperdiçam menos comida (figura 7).

Face às nossas descobertas tirámos algumas conclusões e resolvemos partilhá-las com a escola. Também tomámos três decisões que julgámos serem as mais adequadas (e as possíveis, face a constrangimentos): pedir às auxiliares para colocarem menos comida no prato; tentar comer tudo; a terceira decisão foi a de sugerir à cozinheira que confeccionasse



Figura 6.— Notícias publicadas em meios de comunicação social referentes ao desperdício



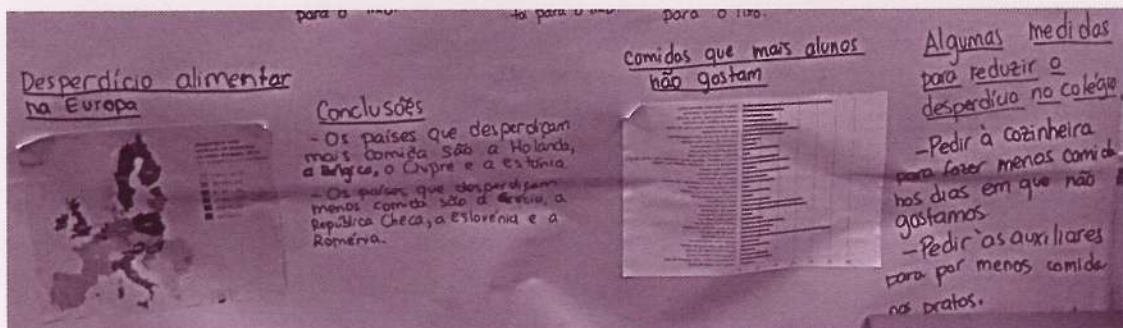


Figura 7.— Desperdiço alimentar na Europa e algumas medidas da turma para reduzir o desperdiço

menos comida nos dias em que os alunos não gostam tanto da comida. Uma das alunas referiu que não saberiam bem quem gosta do quê e que isso poderia gerar falta de comida em alguns dias. Por isso resolvemos fazer um inquérito a todos os alunos, pedindo-lhe que classificassem cada uma das comidas das ementas do colégio em três níveis: «Gosto»; «Gosto mais ou menos»; e «Não gosto».

Para partilhar as nossas descobertas com a comunidade escolar dividimos a turma em grupos. Enquanto uns prepararam uma apresentação no Ipad, outros prepararam um cartaz que iria ser afixado na escola para posterior consulta por toda a comunidade escolar. Um terceiro grupo preparou o inquérito da preferência da comida (figura 8).

Deste inquérito apenas retirámos a informação relativa aos três pratos que mais alunos não gostavam, pois eram

esses que nos interessavam. Esta seria a informação a ter em conta quando a proposta fosse apresentada à direcção do colégio para uma eventual alteração das ementas.

### COMUNICAÇÃO À COMUNIDADE ESCOLAR

Depois de realizado o trabalho, a turma preparou a sua comunicação que foi apresentada aos colegas da escola.

Os comentários dos colegas chegaram sobretudo dos alunos do quarto ano, para quem possivelmente a apresentação foi mais clara e compreensível. Quer colegas quer professoras deram o seu contributo, por um lado incentivando o trabalho realizado, por outro, apresentando sugestões quer de melhoria da postura quer de continuação do trabalho.

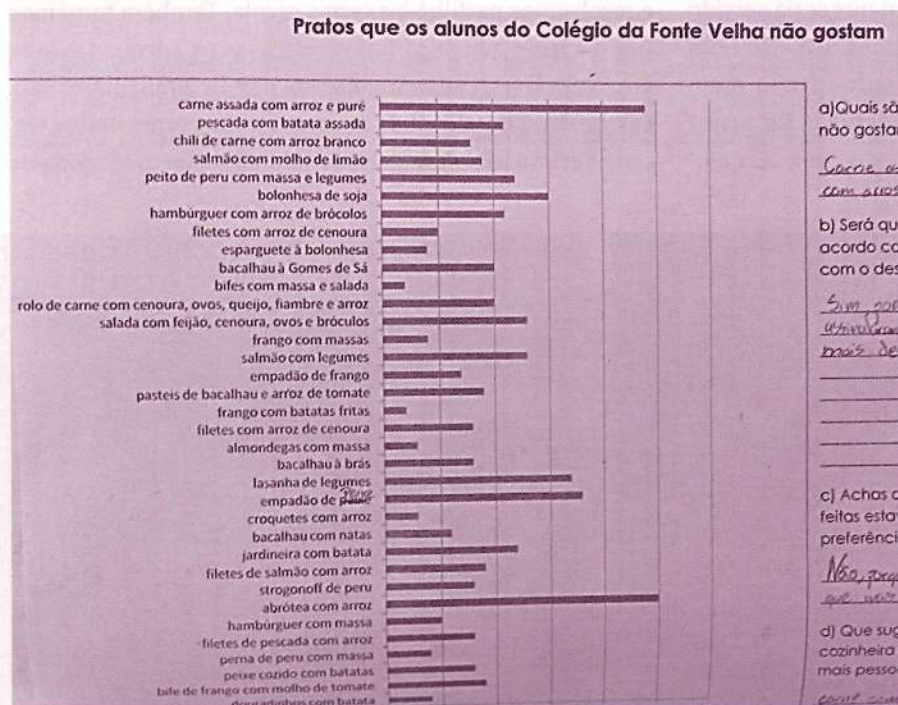


Figura 8.— Gráfico das preferências alimentares dos alunos do colégio



## IMPLICAÇÕES DO ESTUDO NA VIDA DA ESCOLA

Para pôr em prática as medidas que tínhamos delineado, convocámos as auxiliares do colégio para lhes dar conta das conclusões a que tínhamos chegado e pedir a sua colaboração. Quando foi apresentada a ideia de pôr menos comida no prato, esta não foi muito bem recebida, pois as auxiliares consideram que os alunos já comem pouco. Mas ficou acordado que os alunos poderiam decidir a quantidade de comida que queriam ter no prato com a condição de que teriam de comer tudo.

Os alunos assumiram o compromisso de fazerem um esforço por comerem toda a comida que lhes seria posta no prato. Escrevemos uma carta a pedir à Direção do Colégio para autorizar a cozinheira a fazer menos comida nos dias em que, de acordo com o inquérito, os alunos não gostavam tanto da comida.

Alguns meses mais tarde, um dos alunos da turma sugeriu ir estudar novamente este fenómeno no final do ano para verificar se a situação se mantém ou se algum aspecto se alterou, o que, por constrangimentos temporais, não conseguimos fazer.

## CONCLUSÕES

Ao longo do desenvolvimento deste projeto, os alunos estiveram envolvidos numa problemática sua, respeitante a si próprios e à comunidade escolar em que estão inseridos, mas estiveram também ligados a um macro contexto global, pois as questões relacionadas com o desperdício têm de facto uma dimensão global. A forma como trabalharam a matemática constituiu, mais do que um exercício ou até mesmo a resolução de um problema, a utilização de uma ferramenta necessária para observar, registar e analisar de forma mais efetiva uma realidade que se apresenta como desafiante.

Wenger (citado em Matos, 2002) sustenta que é útil e potente entender a aprendizagem como participação em práticas sociais. Matos (2002) refere, ainda, que para isso «é necessário criar condições para que os jovens participem em práticas que incluam essas aprendizagens. Não pode ser mais o colecionar técnicas e definições» (p.4) Ou seja, a Matemática pode ter um papel mais efetivo na construção da cidadania, já que as competências que desenvolve permitem uma maior capacidade de análise e intervenção nas problemáticas que nos rodeiam.

Assim a matemática não aparece como uma mera situação fictícia ou hipotética em que os alunos têm de imaginar, mas antes como veículo de um conhecimento necessário ao exercício de um papel de relevo, o papel de cidadão interventivo.

Valero (2002) refere a importância de prestar atenção à interpenetração do micro contexto da aula e da escola no seu macro contexto. Ou seja, há uma valorização de uma interação profunda entre o que se passa na sala de aula de matemática e o contexto sociopolítico em que a escola está inserida. A realidade sociopolítica não serve só de motivo para estudar matemática, é a aula de matemática que se torna num espaço de ação social e política.

Assim, a sala de aula de matemática pode ir mais além do desenvolvimento de melhores capacidades de pensar, pois tem a potencialidade de oferecer aos professores e alunos uma visão de si próprios enquanto sujeitos sociais e políticos com possibilidade de intervir de forma consciente.

### Nota

- [1] Apesar do aspeto visual desta representação poder sugerir tratar-se de um gráfico de barras, tal não é o caso, sendo um gráfico com barras (Martins & Ponte, 2010) representativo dos dados e não das suas frequências absolutas.

### Referências bibliográficas

- Abrautes, P. (1994). O Trabalho de Projeto e a Relação dos Alunos com a Matemática — a experiência do Projeto MAT789. (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Gerado, H. (2010). Lendo o mundo com a matemática para intervir socialmente. Acta no Seminário de investigação matemática.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.
- Matos, J.F. (2002). Educação Matemática e cidadania. *Quadrante*, 11(1), 1-6.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49-59.

JOANA CONCEIÇÃO

COLÉGIO DA FONTE VELHA, SINTRA



# A tecnologia como potencial catalisador de inovação

RUI GONÇALO ESPADEIRO

As tecnologias de informação e comunicação são presença assídua no nosso quotidiano. A sua utilização e manuseamento são competências que, cada vez mais todos devemos desenvolver, tendo em vista uma melhor integração na sociedade, enquanto cidadãos informados, críticos e melhor preparados para os desafios com que nos deparamos.

Na educação, e mais concretamente no ensino e aprendizagem da Matemática, a presença de tecnologia, enquanto recurso essencial para o desenvolvimento das aprendizagens, torna-se incontornável. Esta presença não é de agora, muito pelo contrário, tem vindo a acentuar-se desde há algum tempo, com algumas alterações que historicamente podem ser contextualizadas. Apesar disso, continuam a existir alguns constrangimentos em relação à sua integração, tais como a falta de preparação e receio de mudança; a configuração estável do sistema educativo e da sua rede de atores; o eco-sistema conservador que torna muito difícil produzir inovações com efeito duradouro (Figueiredo, 2009).

O verdadeiro desafio consiste em fazer uso da tecnologia de forma inovadora e de maneira a que se possa tirar partido das suas potencialidades. O caminho para encontrar uma solução passa por 3 pontos chave: conteúdo, pedagogia e tecnologia. Não basta aos professores o recurso a ferramentas poderosas do ponto de vista tecnológico se a sua utilização não for devidamente enquadrada com os conteúdos a abordar e as melhores estratégias pedagógicas para o fazer.

A integração da tecnologia poderá passar pela criação de projetos mais abrangentes, onde esta logrará assumir um papel preponderante na pesquisa, organização e apresentação da informação. Os projetos, com recurso à tecnologia deverão ser contrabalançados na articulação com as áreas disciplinares e a planificação, atendendo aos alunos, aos conteúdos a lecionar, às estratégias de implementação e às condições logísticas da sala de aula.

A nível internacional, podemos apontar alguns projetos liderados pela European Schoolnet<sup>[1]</sup> (EUN), organismo liga-

do à Comissão Europeia que se dedica à promoção de tecnologias em contextos educativos. Os projetos internacionais, ligados à EUN, que merecem o nosso destaque são: eTwinning, Future Classroom Lab, inGenious e Scientix.

A nível nacional existem alguns projetos que visam a utilização educativa das tecnologias e que preveem uma perspetiva transdisciplinar da sua utilização. A Equipa de Recursos e Tecnologias Educativas (ERTE)<sup>[2]</sup>, da Direção Geral da Educação, coordena alguns desses projetos, dos quais se destacam o SeguraNet e muitos outros projetos europeus com forte implementação em Portugal, como o eTwinning e os laboratórios de aprendizagem (EduLabs, Laboratórios de Aprendizagem/ FCL, Salas de Aula do Futuro e Teachers Try Science).

Na Internet existem cada vez mais ferramentas, aplicações e plataformas com potencial educativo e que podem ser canalizadas para o ensino e aprendizagem da Matemática. Estas ferramentas compreendem uma vasta gama de aplicações educativas que vão desde as especificidades do trabalho matemático às tarefas curriculares mais transversais. Neste domínio destacamos o portal «Cool Tools for Schools», onde podemos encontrar uma vasta panóplia de ferramentas com potencial educativo, organizadas por categorias (ferramentas de apresentação, colaborativas, áudio, vídeo, entre outras) e outras mais específicas para cada área disciplinar (figura 1).

A terminar fica a referência a duas iniciativas de âmbito nacional, que visam promover a introdução à programação e robótica em escolas básicas e secundárias. A primeira destas iniciativas foi levada a cabo no ano letivo transato e consistiu num concurso/levantamento de clubes de programação e robótica existentes e em funcionamento em escolas básicas e secundárias<sup>[3]</sup>. Nesta diligência, os agrupamentos de escolas ou escolas não agrupadas foram convidados a concorrer com os seus projetos de clubes. De entre os projetos apresentados, 63 foram apoiados com verbas entre os 200 e os 1000 euros, atendendo à qualidade dos mesmos



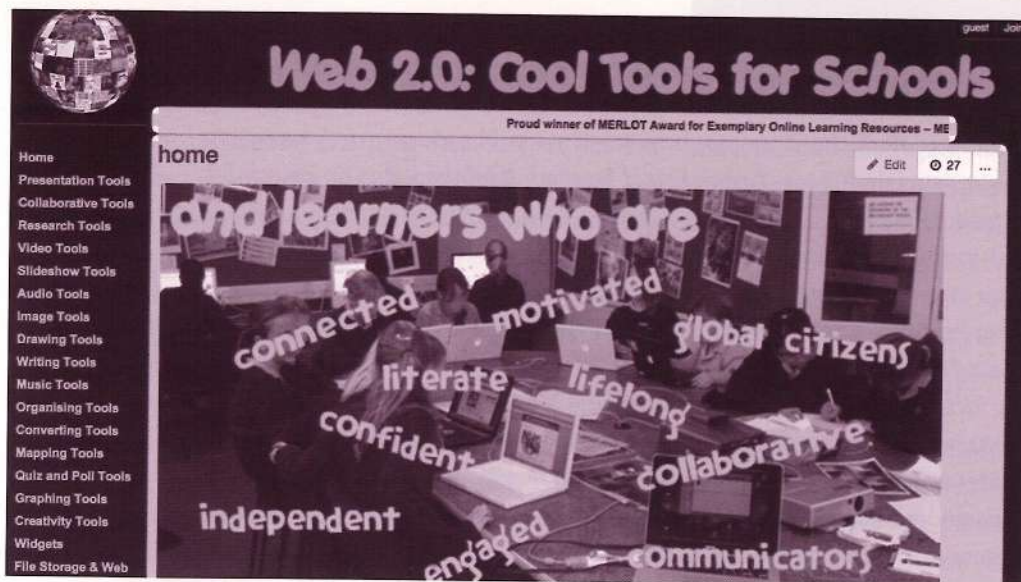


Figura 1.—Cool Tools for Schools (<http://cooltoolsforschools.wikispaces.com/>)

no que respeita a objetivos específicos a atingir, atividades propostas e produtos finais previstos.

A segunda iniciativa, «Introdução à programação no 1.º ciclo»<sup>[4]</sup> está dirigida para o 1.º ciclo do ensino básico, mais concretamente os 3.º e 4.º anos de escolaridade. Esta trata-se de um projeto piloto da ERTE e conta com a participação de cerca de 242 agrupamentos de escolas de norte a sul do país e as escolas portuguesas de Macau e Díli. Nesta iniciativa, os alunos têm vindo a ser desafiados para a resolução de problemas, com ou sem recurso a computador, onde o desenvolvimento do pensamento computacional tem ganhado algum relevo nas propostas pedagógicas com que os alunos são confrontados. As aplicações utilizadas têm sido essencialmente as existentes online e que estão relacionadas com as semanas de promoção da programação, Codeweek<sup>[5]</sup> e Hour of Code<sup>[6]</sup>, os programas informáticos Scratch<sup>[7]</sup> e Kodu<sup>[8]</sup> e nalguns casos atividades de robótica educativa (figura 2).



Figura 2

As sessões de trabalhos com os alunos têm decorrido em diversas modalidades que vão desde a oferta complementar, passando pelas Atividades de Enriquecimento Curricular. Nos encontros regionais, promovidos pela ERTE entre dezembro e fevereiro, os professores partilharam as suas experiências, realçando os aspetos positivos, mas também os constrangimentos inerentes a uma iniciativa que está a dar os primeiros passos.

#### Notas

- [1] Página da European Schoolnet disponível em: <http://www.eun.org/>  
 [2] Página da ERTE disponível em: <http://erte.dge.mec.pt/>  
 [3] Página da iniciativas dos clubes de programação e robótica disponível em: <http://cpr.dge.mec.pt/>  
 [4] Páginada iniciativadisponívelem:<http://www.erte.dge.mec.pt/iniciacao-programacao-no-1o-ciclo-do-ensino-basico>  
 [5] Página disponível em: <http://codeweek.eu/>  
 [6] Página disponível em: <https://hourofcode.com/pt>  
 [7] Página disponível em: <https://scratch.mit.edu/>  
 [8] Página disponível em: <http://www.kodugamelab.com/>

#### Referências

Figueiredo, A. (2009). Inovar em Educação, Educar para a Inovação. Ciclo de Conferências «Educação e Seus Desafios: Perspectivas Actuais», Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

**RUI GONÇALO ESPADEIRO**

CENTRO DE COMPETÊNCIA TIC DA UNIVERSIDADE DE ÉVORA



Nesta secção apresentamos um texto de Richard Skemp, originalmente publicado em 1976 na revista *Mathematics Teaching*, uma das revistas da ATM — *Association of Teachers of Mathematics* do Reino Unido, dirigida a professores de Matemática.

Richard Skemp nasceu em 1919 em Inglaterra, onde desenvolveu a sua carreira começando como professor de Matemática. O seu interesse em estudar a forma como as crianças aprendem conduziu-o mais tarde ao doutoramento em Psicologia, tornando-se um dos pioneiros na articulação de três áreas — a Matemática, a Educação e a Psicologia.

O artigo que selecionámos foca-se nos significados que atribuímos à compreensão no contexto de aprendizagem. Será que todos temos a mesma conceção sobre o que significa aprender com compreensão? Ou podemos falar de diferentes tipos de compreensão? Apesar dos 40 anos que passaram desde a sua publicação original, consideramos que as ideias que discute se mantêm atuais. Poderíamos até pensar que são especialmente relevantes para a discussão das atuais alterações curriculares, mas serão, sobretudo, para a reflexão sobre o trabalho que diariamente realizamos na sala de aula.

## Compreensão relacional e compreensão instrumental<sup>[\*]</sup>

RICHARD R. SKEMP



### FALSOS AMIGOS

*Falsos amigos* é um termo usado pelos franceses para descrever palavras que são iguais em duas línguas, ou muito parecidas, mas cujos significados são diferentes. Por exemplo:

Palavra francesa	Significado em inglês
( <i>histoire</i> ) história	conto, não história
( <i>libraire</i> ) biblioteca	livraria, não biblioteca
( <i>chef</i> ) chefe de cozinha	o líder de qualquer organização, não apenas um chefe de cozinha
( <i>agrément</i> ) aprovação	prazer ou divertimento, não um acordo
( <i>docteur</i> ) doutor	doutorado, não um praticante de medicina
( <i>médecin</i> ) médico	médico, não medicina
( <i>parent</i> ) parente	relações em geral, incluindo pais

[\*] Traduzido e reimpresso a partir de Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3), 9–15 com a autorização do National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia, USA. Todos os direitos reservados. O NCTM não se responsabiliza pela exatidão ou qualidade da tradução.

Tradução dos alunos do Mestrado em Didática da Matemática de 2015/16 do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa Dinashavari Lacmane, Margarida Carvalho, Marisa Pedro, Marisa Silva, Ricardo Cardoso, Vânia Santiago e revisão de João Pedro da Ponte e Lina Brunheira.



Existem *falsos amigos* na língua inglesa falada em diferentes partes do mundo. Se um inglês pedir um biscoito (*biscuit*), nos Estados Unidos da América, ser-lhe-á dado o que chamamos um *scone*. Para obter o que chamamos um biscoito, ele deve pedir uma bolacha (*cookie*). Existem, em inglês, palavras deste tipo que são usadas tanto em Matemática como na vida quotidiana, tais como espaço vetorial (*field*), grupo, anel, ideal.

Alguém que desconheça que a palavra que está a usar é um *falso amigo* pode cometer erros inconvenientes. Esperamos que a história (*history*) seja verdadeira, mas não o conto (*story*); trazemos livros da biblioteca (*library*) sem pagar mas não de uma livraria (*bookshop*); e assim por diante. Mas nos exemplos anteriores existem pistas que nos podem deixar alerta: uma diferença no idioma, no país, ou no contexto.

No entanto, se a mesma palavra for usada na mesma língua, país ou contexto, com dois significados, cuja diferença seja não trivial mas tão elementar como a diferença (por exemplo) entre o significado de *histoire* e *story*, que é diferença entre facto e ficção, podemos esperar uma confusão séria. Tais palavras podem ser identificadas no contexto da Matemática; e são os significados alternativos ligados a essas palavras que estão, a meu ver, na génese das muitas dificuldades na educação matemática de hoje.

Uma destas palavras é «compreensão». Quem me chamou a atenção alguns anos atrás foi Stieg Mellin-Olsen, da Universidade de Bergen, Noruega, que existem dois significados usuais para esta palavra. Ele distingue esses significados designando-os por «compreensão relacional» e «compreensão instrumental». O primeiro diz respeito ao que eu sempre entendi por compreensão, tal como, provavelmente, a maioria dos leitores deste artigo: saber o que fazer e porquê. A compreensão instrumental, até há pouco tempo não a considerava sequer como compreensão. É o que no passado eu descrevi como regras sem fundamentação, sem me aperceber que para muitos alunos e *seus professores* a posse de tal regra, e a capacidade para a usar, era o que eles entendiam por «compreensão».

Suponha que o professor relembra a turma que a área de um retângulo é dada por  $A = L \times B$ . Um aluno que tem estado ausente diz que não compreende, por isso o professor explica-lhe nestes moldes. «A fórmula diz-te que, para obteres a área do retângulo, tens de multiplicar o comprimento pela largura.» «Oh, estou a ver», diz a criança, e continua o exercício. Se lhe disséssemos (com efeito) «Podes pensar que compreendeste, mas na verdade isso não acontece,» ele não concordaria. «Claro que sim. Repare; tenho todas estas respostas corretas.» Nem ele ficaria satisfeito

com a nossa desvalorização dos seus resultados. E com o seu significado da palavra, ele compreende.

Podemos pensar em exemplos deste tipo: «pedir emprestado» na subtração, «inverter e multiplicar» para a divisão de uma fração, «mudar de membro e mudar o sinal», numa equação, são casos óbvios; mas uma vez o conceito formado, outros exemplos de explicações instrumentais podem ser identificados em abundância em muitas outras situações. Aqui estão dois exemplos de um texto usado num antigo liceu, agora independente, com um padrão académico muito elevado.

**Multiplicação de frações:** Para multiplicar uma fração por uma fração, multiplicam-se os dois numeradores para se obter o produto do numerador, e os dois denominadores para se obter o denominador. Por exemplo:

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$
$$\frac{3}{5} \times \frac{10}{13} = \frac{30}{65} = \frac{6}{13}$$

O sinal de multiplicação  $\times$  é geralmente usado em vez da palavra «de».

**Círculos:** Quando medimos o perímetro de uma circunferência (ou seja, o comprimento da sua fronteira) verificamos que é um pouco mais do que três vezes o comprimento do seu diâmetro. Em qualquer circunferência, o perímetro é aproximadamente 3,1416 vezes o diâmetro, que é aproximadamente  $3 \frac{1}{7}$  vezes o diâmetro. Nenhum desses valores é exato e o número exato não pode ser expresso nem como fração nem como dízima. O número é representado pela letra grega  $\pi$ .

$$\text{Circunferência} = \pi d \text{ ou } 2\pi r$$

$$\text{Área} = \pi r^2$$

O leitor é levado a fazer pessoalmente este exercício de procurar e identificar exemplos de explicações instrumentais, tanto em textos como na sala de aula. Terá três benefícios.

(i) Para indivíduos como o escritor e para a maioria dos leitores deste artigo, pode ser difícil aperceber-se como a abordagem instrumental está generalizada. (ii) Através de repetidos exemplos, poderá consolidar os dois conceitos contrastantes. (iii) É uma boa preparação para tentar formular a diferença em termos gerais. O resultado (i) é necessário para o que segue no resto desta secção, enquanto (ii) e (iii) serão úteis para outras.

Se for aceite que estas duas categorias são ambas bem preenchidas pelos alunos e professores cujos objetivos são respetivamente compreensão relacional e instrumental (pelos alunos), duas questões surgem. Primeiro, será que isto



importa? E segundo, um dos tipos é melhor que o outro? Durante anos tomei por garantida a resposta a ambas as perguntas: em resumo, «Sim; relacional». Mas a existência de um grande corpo de professores experientes e um grande número de manuais pertencentes ao campo oposto forçou-me a pensar mais sobre o porquê de eu ter este ponto de vista. No processo de mudança do intuitivo para reflexivo, penso que aprendi alguma coisa útil. As duas questões não são completamente separadas mas nesta secção eu focar-me-ei o mais possível na primeira: será que isto importa?

O problema aqui é que há um desencontro, que aparece automaticamente em qualquer situação de *falsos amigos*, e que não depende se o significado do A ou B é «o correcto». Imaginemos, se formos capazes, que a escola A envia uma equipa para ir à escola B para um jogo chamado «futebol», mas que ninguém sabe que existem dois tipos (um chamado de futebol de 11» e outro de «rugby»). A escola A joga futebol de 11 e nunca ouviu falar de *rugby* e vice-versa para B. Cada equipa decidirá rapidamente que os outros são malucos, ou são um grupo de jogadores tontos. Em particular, a equipa A pensará que a equipa B usa uma bola deformada e comete uma falta atrás de outra. A não ser que as duas equipas parem e comecem a discutir sobre qual o jogo que eles pensam que estão a jogar, o tempo suficiente para ganhar alguma compreensão mútua, o jogo irá desambar em desordem e as duas equipas nunca mais vão querer encontrar-se outra vez.

Apesar de ser difícil imaginar tal situação a levantar-se num campo de futebol, esta não é uma analogia improvável para o que acontece em muitas aulas de Matemática, mesmo nos dias de hoje. Existe uma importante diferença, pois pelo menos um dos lados não se pode recusar a jogar. O encontro é obrigatório, nos cinco dias por semana, cerca de 36 semanas por ano, ao longo de 10 anos ou mais na vida da criança.

Deixando de lado por agora a questão de saber se um tipo é melhor do que o outro, existem dois tipos de desencontros matemáticos que podem ocorrer:

- 1) Alunos, cujo objetivo é compreenderem instrumentalmente, ensinados por um professor que deseja que eles aprendam relacionalmente.
- 2) O caso contrário.

O primeiro destes casos irá causar menos problemas de curto prazo aos alunos mas será frustrante para o professor. Os alunos simplesmente não querem saber de todo o cuidadoso trabalho de planificação que ele realiza para preparar o que se irá aprender a seguir, nem das suas cuida-

dosas explicações. Tudo o que eles querem é algum tipo de regra para obter a resposta. Assim que esta é obtida, eles agarram-se a ela e ignoram o resto.

Se o professor faz uma pergunta que não se encaixa na regra, com certeza que os alunos irão obter uma resposta errada. Para o próximo exemplo tenho de agradecer Sr. Peter Burney, na altura futuro professor a fazer a iniciação à prática profissional, na Faculdade de Educação em Coventry. Ao ensinar áreas, ele começou a suspeitar que as crianças não estavam realmente a compreender o que estavam a fazer. Por isso ele perguntou-lhes: «qual é a área de um campo com 20 cm por 15 jardas? A resposta foi «300 cm<sup>2</sup>». Ele perguntou: «Porque não 300 jardas quadradas?» Resposta: «Porque a área é sempre em cm<sup>2</sup>».

Para prevenir erros como estes, os alunos necessitam de outra regra (ou, com certeza, uma compreensão relacional), que ambas as dimensões devem estar na mesma unidade. Isto antecipa um dos argumentos que eu usarei contra a compreensão instrumental, que geralmente envolve uma multiplicidade de regras em vez de alguns princípios de aplicação mais geral.

É claro que existe sempre a hipótese de alguns alunos entenderem onde o professor quer chegar. Nem que seja apenas pelo bem desses, penso que o professor deverá persistir. Para muitos alunos, provavelmente a maioria, as tentativas do professor para lhes mostrar que saber apenas usar a regra não é suficiente, não serão bem acolhidas. «O bem é inimigo do melhor,» e se os alunos conseguem obter as respostas corretas através do raciocínio a que estão habituados, não estarão recetivos a sugestões para experimentar algo para além disso.

O outro desencontro, em que os alunos tentam compreender relacionalmente mas o ensino impossibilita esse facto, pode causar maiores danos. Um exemplo que guardo na memória é o de uma criança bastante inteligente, com um Q.I. de 140. Aos cinco anos já conseguia ler o *The Times*, mas aos sete reclamava frequentemente acerca dos seus trabalhos de casa de Matemática. A sua infelicidade provinha de querer compreender de forma relacional com um ensino que não permitia compreender dessa maneira. A minha evidência que esse era o caso é que quando o comencei a ensinar relacionalmente com a ajuda do material Unix, ele rapidamente passou a compreender com verdadeiro prazer.

Outro desencontro, menos evidente, é aquele que ocorre entre o professor e o manual. Suponhamos que estamos perante um professor cuja conceção de compreensão é instrumental, mas que por uma razão ou outra está a utilizar um manual cujo objetivo é a compreensão relacional pelo



aluno. Será preciso mais do que isto para alterar os seus hábitos de ensino. Estava numa escola que adotou o meu próprio manual<sup>[a]</sup> e reparei (estavam eles no Capítulo 1 do Volume 1) que alguns alunos estavam a escrever respostas do género «o conjunto das {flores}».

Quando referi o facto ao professor (coordenador de Matemática) ele pediu à turma para prestar atenção e disse: «Alguns de vós não estão a escrever corretamente as respostas. Vejam o exemplo do livro, no início do exercício, e certifiquem-se de que escrevem as vossas respostas exatamente da mesma forma.»

Muito do que tem vindo a ser ensinado sob a descrição de «Matemática moderna» tem vindo a ser ensinado e aprendido de forma tão instrumental quanto o era o conteúdo programático que foi substituído. Tal é previsível a partir da dificuldade em acomodar (reestruturar) os nossos esquemas<sup>[b]</sup> atuais. Na medida em que assim é, as inovações provocaram, provavelmente, mais prejuízos do que benefícios, ao introduzirem um desencontro entre o professor e os objetivos implícitos no novo programa. A intenção de se introduzirem conceitos tais como, conjuntos, aplicações e variáveis é a ajuda que estes, se bem utilizados, podem dar à compreensão relacional. Se os alunos continuam a ser ensinados instrumentalmente, então, provavelmente, um programa «tradicional» irá favorecê-los mais. Pelo menos, adquirem proficiência num determinado número de técnicas matemáticas que lhes serão úteis em outras disciplinas, e cuja falta foi, recentemente, alvo de reclamações por parte de professores de ciências, empregadores, e outros.

No início deste artigo referi que dois *falsos amigos* poderiam ser identificados no contexto da matemática. O segundo é ainda mais sério; trata-se da própria palavra «matemática» em si. É que não estamos a falar de melhor ou pior ensino relativo ao mesmo tipo de Matemática. É fácil pensar que assim seja, do mesmo modo que os nossos jogadores de futebol imaginários, que não sabiam que o seu adversário estava a jogar um jogo diferente, poderiam assumir que a equipa contrária pegou na bola e correu com ela na mão porque os seus jogadores não sabiam chutar adequadamente, sobretudo com uma bola tão disforme. E, nesse caso, poderiam, cordialmente, oferecer-lhes uma bola adequada e algumas lições sobre como fintar. Levei algum tempo para perceber que não é este o caso. Estava habituado a pensar que os professores de Matemática estavam todos a ensinar a mesma disciplina, uns melhor do que outros.

Acredito, agora, que *existem, efetivamente, duas disciplinas diferentes a serem ensinadas sob o mesmo nome, «Matemática»*. A ser verdade, esta diferença tem muito mais importância que quaisquer diferenças nos programas, que são

tão amplamente discutidos. Deste modo, gostaria de realçar o meu ponto de vista com a ajuda de outra analogia.

Imaginemos dois grupos de alunos a quem é ensinada Música como uma disciplina de lápis e papel. A ambos é dada a conhecer a pauta de cinco linhas, com a clave de sol no início, e aprendem que as figuras musicais marcadas nas linhas correspondem às notas mi, sol, si, ré, fá.<sup>[1]</sup> As figuras musicais marcadas entre as linhas correspondem às notas fá, lá, dó, mi. Aprendem, também, que uma figura musical constituída por uma oval aberta com haste é designada por mínima, valendo esta por duas figuras musicais com uma oval fechada a preto com haste, designadas por semínimas, ou por quatro figuras musicais de oval fechada a preto, com haste e colchete, designadas por colcheias, e por aí em diante — tabuadas de multiplicação musical, se assim preferir. Num dos grupos de crianças, toda a sua aprendizagem é deste tipo e nada para além disso. Se estas crianças tiverem uma aula de Música por dia, cinco vezes por semana em horário escolar, e lhes for dito que essas aulas são, de facto, importantes, com o passar do tempo, provavelmente aprenderão a escrever na pauta as figuras musicais de melodias simples tais como *God Save the Queen* e *Auld Lang Syne*, bem como resolver problemas simples do género «Em que compasso está?», «Qual a sua tónica?» e, até mesmo, «Transporte esta melodia de dó maior para lá maior.» Achá-lo-iam maçador e as regras que teriam que memorizar seriam tantas que desafios tais como «Escreva um acompanhamento simples para esta melodia» seria demasiado difícil para a maioria. Desistiriam da disciplina assim que possível e lembrar-se-iam da mesma com aversão.

Ao outro grupo de crianças é-lhes ensinada a associação de diversos sons às figuras musicais na pauta. Durante os primeiros anos estes são sons audíveis, que elas próprias constroem a partir de simples instrumentos. Depois de algum tempo conseguem, ainda, recordar esses sons sempre que leem ou escrevem as respetivas figuras musicais na pauta. Associada a cada sequência de figuras musicais está uma melodia e por cada variação vertical uma harmonia. As tónicas dó maior e lá maior têm uma relação audível, e uma relação semelhante pode ser encontrada entre certos pares de tónicas. E assim por diante. Está envolvido muito menos exercício de memória e tudo aquilo que deve ser recordado é, em grande parte, sob a forma de um todo relacionado (como melodias) que as suas mentes retêm facilmente. Exercícios tais como os mencionados anteriormente («Escreva um simples acompanhamento») estariam ao alcance da maioria. Estas crianças achariam o seu processo de aprendizagem intrinsecamente prazeroso e muitas delas continuá-lo-iam voluntariamente, até para além do 3.º ciclo.



Para o presente propósito criei dois tipos de «aulas de Música» inexistentes, ambas com exercícios de lápis e papel (no segundo caso, depois do primeiro ou do segundo ano). Mas a diferença entre essas atividades imaginárias não é maior do que aquela que existe entre duas atividades que decorrem sob o nome de Matemática. (Podemos tornar a analogia mais próxima, ao imaginarmos que ao primeiro grupo de crianças é inicialmente ensinado um conjunto de sons correspondentes às notas musicais, muito embora de forma desanimadora e na qual as associações se encontram malformadas e desorganizadas para perdurarem.)

A analogia acima é, de forma clara, fortemente tendenciosa em favor da Matemática relacional. Isto reflete o meu próprio ponto de vista. Contudo, para lhe chamar um ponto de vista, implica que eu a deixe de considerar como uma verdade evidente por si mesma, que não requer qualquer justificação: o que dificilmente pode ser se muitos professores experientes continuarem a ensinar Matemática instru-

mentalmente. O próximo passo é tentar discutir o valor de ambos os pontos de vista, de forma tão clara e justa quanto possível; e, especialmente, do ponto de vista oposto ao nosso. É por isso que a próxima secção é chamada de Advogado do Diabo<sup>[1]</sup>. De certa forma, isto apenas descreve a parte que argumenta a favor da compreensão instrumental. Mas também justifica a outra parte, uma vez que um oponente imaginário que pense de forma diferente da nossa, constitui um bom instrumento para nos esclarecer porque pensamos desta maneira.

#### Nota

[1] No próximo número retomamos a publicação deste texto, onde se inclui a secção aqui referida pelo autor.

**RICHARD R. SKEMP**

DEPARTAMENTO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE DE WARWICK, REINO UNIDO

## ESTATUTO EDITORIAL DA EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

A *Educação e Matemática* (EM) é uma publicação periódica da Associação de Professores de Matemática (APM). A sua periodicidade atual é de cinco números anuais, sendo um deles temático e duplo. A revista aborda questões relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática. Dirige-se aos professores de Matemática, de todos os níveis de ensino, em especial aos sócios da APM, constituindo um meio de comunicação privilegiado da Associação, em Portugal e no estrangeiro. Os principais objetivos da *Educação e Matemática* são:

- Promover a troca de ideias e experiências entre professores;
- Estimular a reflexão sobre problemas e desafios da educação matemática;
- Discutir temas atuais e importantes da educação matemática e da educação em geral;
- Fornecer elementos de trabalho para as práticas dos professores;
- Divulgar informação relevante para os professores.

A *Educação e Matemática* publica textos de natureza diversa. Vive muito da contribuição dos sócios, que são autores da maior parte dos artigos. Estas contribuições passam por ideias, pontos de vista, comentários, relatos de experiências, artigos de opinião, resenhas de livros, resolução de problemas, notícias ... A EM tem um conjunto de secções de natureza diversificada, algumas das quais com carácter permanente. A revista tem uma equipa redatorial a quem compete desenvolver todo o trabalho de receção e revisão de artigos, bem como organizar a própria revista. À semelhança das outras revistas informativas, a *Educação e Matemática* assegura o respeito pelos princípios deontológicos e pela ética profissional dos jornalistas, assim como pela boa fé dos leitores.

A Diretora da *Educação e Matemática*



# APM 2016 — sócios

## Modalidades de associado, preços de quotas e de assinaturas das revistas

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição de utilidade pública, sem fins lucrativos, ligada ao ensino da Matemática, de todos os níveis de escolaridade. Um dos objetivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo atividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais.

### Modalidades de associado e seus direitos

#### Modalidades de associado

Atualmente a APM oferece sete modalidades de sócio individual:

- sócio regular
- sócio estudante regular
- sócio estudante @-sócio
- sócio aposentado
- @-sócio
- sócio residente no estrangeiro
- sócio conjunto APM-APP\*

e cinco modalidades para sócios institucionais, dependentes do tipo de produtos a que tem direito e que estão discriminadas na tabela abaixo.

\* A partir de 2016 a Associação de Professores de Matemática (APM) e a Associação de Professores de Português (APP) oferecem uma nova modalidade de associado aos professores do 1.º ciclo do ensino básico: sócio conjunto APM-APP que, através do pagamento de uma única quota no valor de 50,00€, lhes confere o estatuto de associado da APP e de @-sócio da APM. Pode inscrever-se indiferentemente (e pagar) na página da APM ou da APP; as respetivas associações dar-lhe-ão um n.º de sócio para cada associação. A partir daí pode usufruir das vantagens de sócio da APP e da APM.

#### Publicações periódicas

Todos os associados têm direito aos cinco números anuais da revista *Educação e Matemática*. Os @-sócios só poderão aceder aos ficheiros em formato PDF destas publicações no nosso portal, todos os outros terão direito também a receber pelo correio as edições impressas. Todos os associados poderão usufruir de preço especial na assinatura da revista *Quadrante*.

#### Preços especiais na loja

Todos os associados usufruem de um desconto entre 15 e 25% na aquisição de artigos na loja, quer seja na sede ou *on-line*.

#### Requisição de materiais, exposições ou outros recursos

Todos os associados poderão ainda requisitar materiais, publicações, exposições ou outros do Centro de Recursos.

#### Outros direitos dos associados individuais

Os associados individuais terão ainda acesso aos conteúdos privados no portal da APM, a beneficiar de descontos em encontros da APM ou de outras instituições com as quais a APM tem protocolos ou noutros eventos em que a APM venha a colaborar, a participar da vida da associação através dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais ou por outras formas e a divulgar o seu trabalho através da APM.

## Quotas anuais para 2016

A quota tem efeitos de janeiro a dezembro de cada ano civil.

Modalidades de associado individual	
Professor no ativo (sócio regular)	50,00 €
Estudante s/vencimento (com regalias de @-sócio)	15,00 €
Estudante s/vencimento (com regalias de sócio regular)	38,50 €
Professor aposentado	38,50 €
@-sócio	38,50 €
Associado residente no estrangeiro	60,00 €
Sócio conjunto APM-APP (só para professores do 1.º CEB)	50,00 €

Modalidade de associado institucional	
Modalidade I [1 exemplar da E&M]	60,00 €
Modalidade II [2 exemplares da E&M]	80,00 €
Modalidade III [1 exemplar da E&M + <i>Quadrante</i> ]	85,00 €
Modalidade IV [2 exemplares da E&M + <i>Quadrante</i> ]	100,00 €
Instituição no estrangeiro [1 exemplar da E&M + <i>Quadrante</i> ]	120,00 €

## Assinaturas das revistas *Educação e Matemática* e *Quadrante* para 2016

		<i>Educação e Matemática</i> (5 números/ano)	<i>Quadrante</i> (2 números/ano)
Associado individual	Portugal		15,00 €
	Estrangeiro		20,00 €
Não associado individual	Portugal	47,00 €	35,00 €
	Estrangeiro	67,00 €	45,00 €
Não associado institucional	Portugal	75,00 €	50,00 €
	Estrangeiro	95,00 €	60,00 €



## Editorial

- 01 **Ser professor: uma reflexão nos 30 anos da APM**  
Lurdes Figueiral

## Artigos

- 12 **(Re)criação de materiais manipuláveis para o ensino-aprendizagem das fórmulas para a área do paralelogramo e do triângulo no 5.º ano de escolaridade do Ensino Básico**  
Sara Ribeiro, Pedro Palhares
- 25 **Low-Performing Students: uma discussão sobre o relatório mais recente da OCDE**  
Pedro Abrantes
- 32 **Simetria na arte: uma experiência com os alunos do curso profissional de Design de Interiores e Exteriores**  
Sílvia Zuzarte
- 36 **O desperdício alimentar: o estudo de uma turma de 3.º ano**  
Joana Conceição

## Secções

- 19 **O problema deste número** José Paulo Viana  
Frações harmónicas
- 42 **Tecnologias na Educação Matemática** António Domingos  
A tecnologia como potencial catalisador de inovação, Rui Gonçalo Espadeiro
- 31 **Materiais para a aula de Matemática**  
As moedas do Planeta Gnu, Helena Maria Amaral
- 29 **Pontos de vista, reacções e ideias...**  
Cumprir o programa, Celina Pereira
- 10 **Caderno de Apontamentos de Geometria** Cristina Loureiro  
Geometria partilhada e socialmente construída (2)
- 21 **Espaço GTI**  
Identificando círculos, Maria Paula Rodrigues
- 44 **Para este número seleccionámos**  
Compreensão relacional e compreensão instrumental, Richard R. Skemp
- 03 **30 anos APM**  
APM — Intervenção na Política Educativa, Isabel Rocha  
Porque existem associações de professores?, João Pedro da Ponte  
O Pergunta Agora, passado, presente e futuro, Ana Martins,  
Helena Amaral, Fernando Nunes, Sónia Figueirinhas, Susana Diego