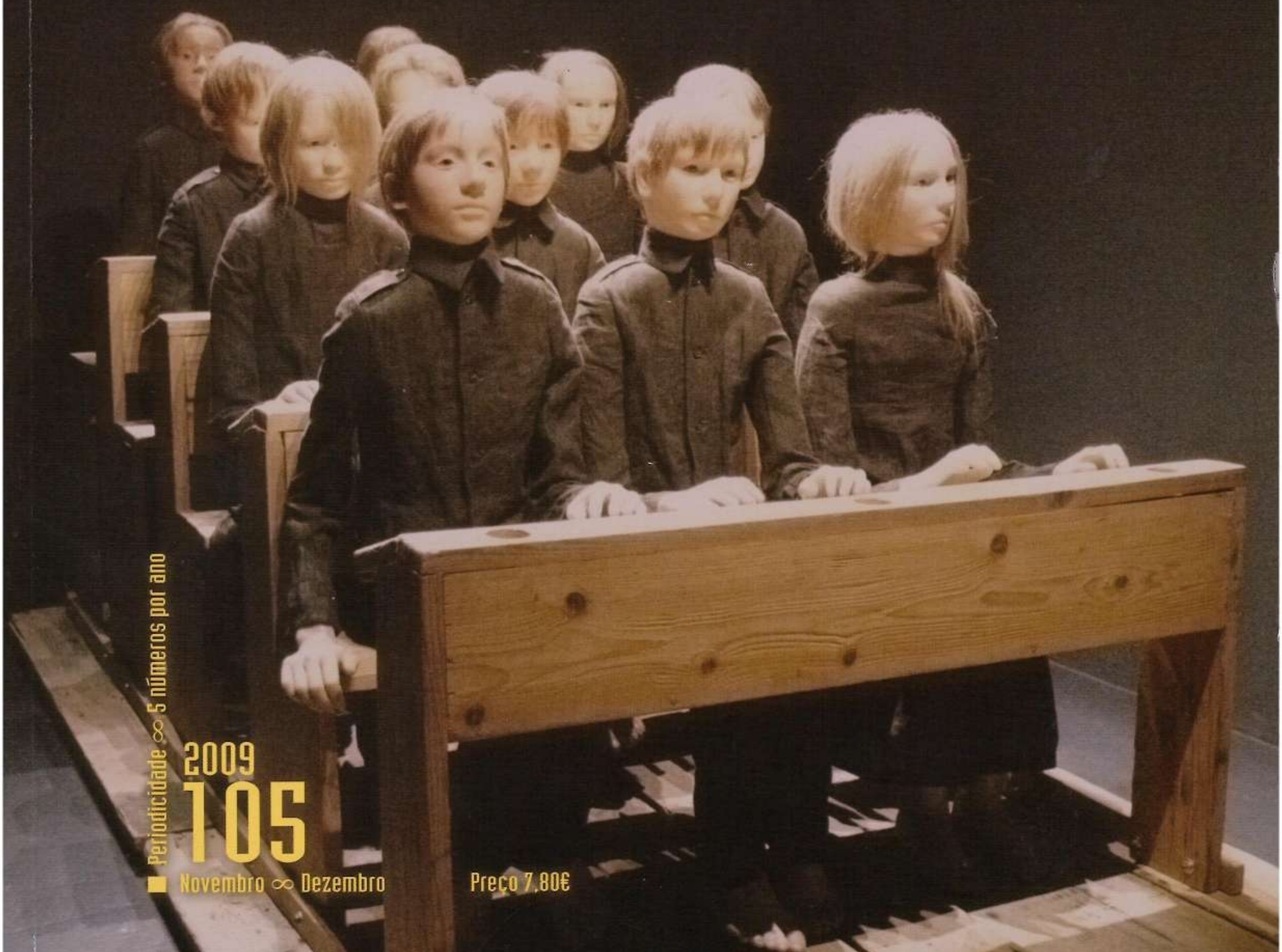
Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática



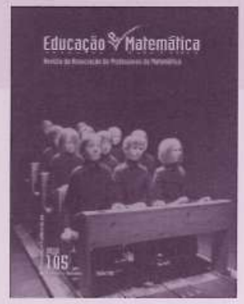
Periodicidade ∞ 5 números por ano

2009

105

Novembro ∞ Dezembro

Preço 7,80€



ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora Ana Paula Canavarro
Subdirectora Adelina Precatado
Redacção Ana Luísa Paiva
Alice Carvalho
António Fernandes
Cláudia Canha Nunes
Cristina Tudella
Helena Amaral
Helena Rocha
Isabel Rocha
Manuela Pires
Nuno Candeias
Paulo Dias

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
José Duarte Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Dezembro 2009
Tiragem 4000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão
Gráfica Torriana
Fonte Santa, Paúl
2530–250 Torres Vedras

Depósito Legal nº 72011/93
Registo no ICS nº 124051
ISSN 0871-7222

Porte Pago

Sobre o número temático

Este número temático é dedicado ao novo Programa de Matemática do Ensino Básico, tema que mereceu a atenção da revista pela importância de que se revestem os acontecimentos de mudança curricular. Apesar de se tratar de um número temático, a sua realização não envolveu, contrariamente ao que é habitual, nenhum editor convidado exterior à redacção da *Educação e Matemática*, tendo sido possível encontrar entre os seus elementos uma equipa com conhecimento e experiência em diferentes facetas do desenvolvimento curricular em Matemática. Assim, a concepção deste número da revista esteve a cargo de Ana Paula Canavarro, Manuela Pires e Cristina Tudella, que desempenharam o papel de editoras.

Sobre a capa

A capa deste número representa uma instalação da autoria do artista polaco Tadeusz Kantor (1915–1990) intitulada «The dead class». O efeito que a contemplação desta obra causa em nós não necessita de ser descrita. Mas podemos (e devemos) perguntar-nos se a escola é hoje mais útil que aquilo que esta imagem deixa antever? (Tome-se aqui o termo «útil» num sentido não utilitário.) Existem inquietudes fundamentais que devem ser permanentemente alimentadas. Um olhar superficial para «The dead class» poder-nos-á dar a esperança de que a Escola é hoje substancialmente diferente. Mas, nesse caso, estará completamente alheado da razão o filósofo francês Robert Misrahi ao afirmar que existem não mais que dois tipos de escolas — a informática ou o catecismo?

António M. Fernandes

Neste número também colaboraram

Branca Silveira, Catarina Delgado, Cristina Loureiro, Hélia Oliveira, Isolina Oliveira, Jeremy Kilpatrick, Joana Brocardo, João Almiro, João Pedro da Ponte, Leonor Santos, Lina Brunheira, Luisa Loura, Lurdes Serrazina, Manuela Vicente, Margaret Schan Smith, Margarida Rodrigues, Mary Kay Stein, Rosa Antónia Ferreira.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, Nº 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Editorial

Um novo programa de Matemática para o Ensino Básico

Os nossos alunos merecem!

Ana Paula Canavarro, Cristina Tudella, Manuela Pires

Em Dezembro de 2007 ficou disponível a versão definitiva do Programa de Matemática do Ensino Básico, depois de um período de divulgação e auscultação de opiniões. Foi o culminar de um processo de revisão, há muito aguardada, dos programas de Matemática do ensino básico, datados do início dos anos noventa. A experimentação deste programa inicia-se em 2008/09 e em 2009/10 assiste-se à sua generalização em agrupamentos por todo o país.

A *Educação e Matemática* dedica o número temático de 2009 a este importante acontecimento da educação matemática em Portugal. Para tal, entre outros contributos, reuniu diversos olhares sobre distintas dimensões do programa: o olhar institucional dos autores e da DGIDC, que se responsabilizou pela criação de condições para a implementação do programa; o olhar documentado de especialistas sobre os temas do programa e sobre os desafios que coloca a sua gestão, incluindo uma visão internacional; o olhar fundamentado dos professores experimentadores e dos seus alunos, que já ensinam e aprendem com este programa. No conjunto, este número reflecte sobre o programa oficial prescrito, o programa em acção e o programa aprendido. Da sua leitura sobressaem algumas ideias que vale a pena sublinhar.

Um primeiro destaque vai para o próprio programa. O Programa de Matemática do Ensino Básico não constitui apenas um reajustamento do programa antigo. São vários os que o vêem como um novo programa e isso mesmo traduz a sigla NPMEB que tem sido adoptada. E o carácter de novo justifica-se por vários argumentos. É novo nos temas — muitos tópicos estavam já contemplados nos programas antigos mas muitos outros não estavam ou, estando, são agora abordados sob diferentes perspectivas. É novo no estatuto que confere às capacidades transversais — a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação já eram referidas nos programas antigos, mas agora surgem valorizadas assumindo-se também como conteúdos. É novo no apelo que faz à experiência matemática dos alunos — nos programas antigos já se pressupunha um papel activo dos alunos mas agora as sugestões metodológicas defendem de forma persistente a aquisição dos conhecimentos com compreensão e decorrentes das síntese do trabalho dos alunos. Um outro aspecto se destaca: este programa está em sintonia com o essencial das actuais orientações curriculares internacionais do ensino da Matemática, ancorado em ideias importantes que a investigação em educação matemática tem evidenciado. Estamos, pois, perante um programa novo, actual e pertinente.

Um segundo destaque vai para as aprendizagens matemáticas dos alunos. A experimentação do novo programa tem vindo a revelar que os alunos portugueses são capazes de corresponder a desafios quando estes lhes são colocados. Este programa faz apelo a aprendizagens muito mais sofisticadas e complexas que ultrapassam as baixas expectativas que muitos professores ainda têm sobre o que os seus alunos conseguem aprender. Por exemplo, no 1° ciclo, os alunos estão a calcular antes de conhecerem os algoritmos, raciocinam algebricamente e produzem generalizações, resolvem problemas recorrendo a representações poderosas, explicam como pensam e discutem uns com os outros. Em cada um dos ciclos, os alunos estão a desenvolver o sentido do número, o pensamento algébrico, o sentido espacial, a literacia estatística; estão a resolver problemas e a raciocinar matematicamente, a comunicar e argumentar as suas ideias. Recorde-se que no PISA 2003, o desempenho dos alunos portugueses foi muito precário sempre que as questões exigiam um nível de reflexão mais elevado, processos de resolução não directos ou envolviam conceitos mais abstractos. Este programa aposta, pois, na melhoria da qualidade das aprendizagens matemáticas dos alunos.

Um terceiro destaque vai para a gestão curricular. Qualquer programa é «apenas» um documento a ser interpretado e posto em prática pelos professores. E também neste domínio este programa desafia as práticas tradicionais de preparação lectiva individualizada e apoiada pelo manual escolar. Quem já trabalha com o novo programa sublinha a importância do trabalho colaborativo para a definição da sequência de ensino a adoptar, para a construção/adaptação de cadeias de tarefas adequadas, para lidar com a articulação vertical, para reflectir e regular aquilo que agora se tacteia. Sublinha também a importância de uma preparação de aula cuja dinâmica se baseia no desenvolvimento de experiência matemática pelos alunos, tão distinta da lógica do dar matéria e treinar com exercícios de certo e errado. É um trabalho mais exigente para os professores, mas que foi apoiado por um investimento continuado em formação e pela criação de condições mais favoráveis nas escolas para o ensino da Matemática, que em muitos agrupamentos estão a ser bem rentabilizadas. Que possamos todos entusiasmar-nos e contagiarmo-nos com a energia necessária para aproveitar esta oportunidade. Os nossos alunos merecem!

Ana Paula Canavarro, Universidade de Évora

Cristina Tudella, ES Frei Gonçalo de Azevedo

Manuela Pires, ES Calazans Duarte

O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança

João Pedro da Ponte
Lurdes Serrazina

O novo *Programa de Matemática para o ensino básico* (ME, 2007) constitui uma oportunidade de mudança curricular em Portugal no ensino desta disciplina. Neste artigo, revemos as ideias-chave do programa, mostramos como podem propiciar novas práticas de ensino e de aprendizagem e reflectimos sobre as condições necessárias para o sucesso do processo de implementação.

Aspectos fundamentais do novo programa

Assumindo que as finalidades e os objectivos gerais do ensino da Matemática são importantes para dar um sentido geral ao processo de ensino-aprendizagem, o programa dá-lhes uma atenção especial, procurando aperfeiçoar as formulações constantes em documentos curriculares anteriores. Assim, as finalidades referem a necessidade de *promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática por parte do aluno; mas vão mais longe e apontam igualmente o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados; e também o desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.*

Estas finalidades são concretizadas através de nove objectivos gerais do ensino da Matemática. O primeiro destes objectivos diz respeito aos conhecimentos básicos e o segundo à importância da compreensão na aprendizagem da Matemática. Os cinco objectivos seguintes dizem respeito a diversas capacidades transversais, das quais três têm um lugar destacado no programa. Finalmente, os dois últimos objectivos respeitam ao modo como se espera que os alunos se relacionem pessoalmente com a Matemática e apreciem esta disciplina.

O programa indica quatro grandes temas matemáticos (Números e operações, Geometria, Álgebra e Organização e tratamento de dados) e três capacidades transversais (Resolução de problemas, Raciocínio e Comunicação). Em relação aos programas de 1990/91, a diferença mais importante é a valorização da Álgebra, desde o 1.° ciclo (onde está inserida no tema Números e operações), dando-se especial atenção ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Nos «Números e operações» enfatiza-se o desenvolvimento do sentido de número e perspectiva-se o trabalho com as operações aritméticas e os seus algoritmos de modo bastante diferente. A Geometria surge numa perspectiva de desenvolvimento do sentido espacial, dando ênfase à visualização, às transformações geométricas e à demonstração. Finalmente, a Estatística surge bastante mais desenvolvida que nos programas anteriores, com ênfase na capacidade de realizar investigações estatísticas, numa perspectiva de desenvolvimento da literacia estatística. O *Programa de Matemática* apresenta ainda diversas orientações metodológicas gerais, com destaque para a necessidade da diversificação de tarefas e sublinha de modo especial a importância da gestão curricular a nível da escola.

Este programa constitui assim um factor de possíveis mudanças nas práticas de ensino-aprendizagem na sala de aula e, em consequência, nas aprendizagens matemáticas dos alunos. Para que isso aconteça, é necessário um dispositivo de apoio à sua concretização, incluindo elementos como a formação de professores, a organização das escolas, os materiais de apoio e um centro de recursos virtual, tal como consta das recomendações feitas pelos autores ao Ministério da Educação.

O processo de mudança curricular

Um novo tipo de aula

Na aula de Matemática usual, o professor começa por explicar os novos conceitos, frequentemente em diálogo com os alunos, exemplifica um ou dois casos e passa exercícios para os alunos resolverem, aplicando a matéria dada. Esses exercícios são depois corrigidos pelo professor ou por um aluno escolhido para ir ao quadro.

E ste padrão de aula pode ser modificado com fortes benefícios para a aprendizagem. Os alunos podem ser parte muito mais activa do processo de construção do conhecimento, desde que lhes sejam propostas tarefas desafiantes, que se situem ao seu alcance. Em vez de começar por apresentar a «matéria nova», o professor pode começar por apresentar uma tarefa, assegurando que os alunos a interpretam correctamente. Depois, os alunos desenvolvem o seu trabalho na tarefa, frequentemente a pares ou em pequenos grupos. Segue-se um momento de grande importância — a apresentação do trabalho dos alunos, num ambiente de discussão e argumentação. Finalmente, a aula termina com uma síntese das principais ideias aprendidas, feita em conjunto pelo professor e pelos alunos.

Deste modo, em vez de se começar «expondo» as novas ideias, estas surgem na conclusão do trabalho, como um processo de síntese. Em vez de se proporem exercícios para os alunos praticarem processos já conhecidos, propõem-se tarefas em que eles têm de definir estratégias e argumentar soluções. No trabalho dos grupos e, principalmente, nos momentos colectivos, promove-se o desenvolvimento da comunicação matemática. Uma aula deste tipo tem por base uma visão sobre as tarefas a propor, a comunicação que ocorre entre alunos e o professor e a organização das unidades de ensino que abordamos de seguida.

Tarefas

A selecção das tarefas a propor aos alunos constitui um dos aspectos essenciais do trabalho do professor. Mais do que descobrir uma ou outra tarefa motivante para «amenizar» uma sequência de aulas mais «árida», o professor tem de considerar todo o conjunto das tarefas a propor na unidade, incluindo naturalmente a sua diversidade (em termos de complexidade, nível de desafio e contexto matemático ou extra-matemático), tempo de realização e representações e materiais a utilizar. O NCTM (1994) indica as características das tarefas matemáticas válidas nos seguintes termos:

- Apelam à inteligência dos alunos,
- Desenvolvem a compreensão e aptidão matemática,
- Estimulam os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas,
- Apelam à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático,
- Promovem a comunicação sobre Matemática,
- Mostram a Matemática como uma actividade humana permanente,
- Têm em atenção diferentes experiências e predisposições dos alunos,
- Promovem o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.

As tarefas distinguem-se ainda no modo como são apresentadas aos alunos, como estes as trabalham e como servem de base à discussão e institucionalização de novo conhecimento. Especialmente importante é que as tarefas sejam inter-relacionadas entre si, apresentadas em sequências coerentes (cadeias de tarefas) de modo a proporcionar um percurso de trabalho favorável à aprendizagem do aluno.

Comunicação

Um traço fundamental que caracteriza o ensino do professor é a comunicação que ocorre na sala de aula. Para que os alunos compreendam os conceitos e procedimentos matemáticos é necessário que lhes possam atribuir significado. Isso requer um permanente processo de negociação de significados matemáticos (Bishop e Goffree, 1986), que estabeleça relações entre as novas experiências proporcionadas aos alunos e os seus conhecimentos prévios.

Um elemento fundamental da comunicação na sala de aula é a natureza das questões colocadas pelo professor. Estas são todas do mesmo tipo, ou são de tipos diversos? E são sobretudo questões de focalização, de confirmação ou de inquirição? Tal como indicam Ponte e Serrazina (2000), faz uma grande diferença saber quais as perguntas que predominam.

Podemos ir mais longe e procurar caracterizar o discurso que tem lugar na sala de aula. Trata-se de um discurso unidirecional, de sentido único, do professor para o aluno? É um discurso contributivo, estimulando os alunos a darem as suas contribuições? Procura ir além disso, como discurso reflexivo-instrutivo, levando os alunos a reflectir sobre aspectos anteriores do trabalho realizado e a usá-los para a construção de novo conhecimento? Brendefur e Frykholm (2000) descrevem como estes diferentes tipos de discurso dão origem a diferentes aprendizagens dos alunos.

Ensino-aprendizagem exploratório

Aquelas mudanças podem ser concretizadas pela passagem do ensino directo para um ensino-aprendizagem exploratório (Ponte, 2005). No ensino directo o conhecimento é apresentado directamente ao aluno. Existe uma e uma só tarefa padrão, o exercício. As situações que se trabalham, matemáticas ou extra-matemáticas, são feitas de propósito para ilustrar um conceito ou procedimento e tendem a assumir um carácter artificial. Além disso, para cada problema existe uma e uma só estratégia e resposta certa. Em contrapartida, no ensino-aprendizagem exploratório, os alunos trabalham a partir de situações propostas pelo professor. Para isso, usa-se uma grande variedade de tarefas: explorações, investigações, problemas, exercícios, projectos. As situações, com frequência, são realísticas, isto é, envolvem dados e condições retirados da realidade ou que para os alunos têm ligação com a realidade. Muitos problemas admitem várias estratégias de resolução.

No ensino directo, o principal papel do aluno é receber «explicações» do professor. Este mostra exemplos para o aluno aprender «como se faz», seja realizar algoritmos aritméticos, resolver equações, representar graficamente funções, demonstrar propriedades de figuras usando os casos de congruência de triângulos, etc. Na sala de aula, as autoridades são o professor e o manual. Na aprendizagem exploratória, a aula decorre de modo diferente: os alunos têm de descobrir estratégias para resolver as tarefas propostas, o professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio. Deste modo, ao justificar os seus raciocínios de maneira lógica, o aluno torna-se também numa autoridade na sala de aula.

Finalmente, no ensino directo, a comunicação tem por padrão fundamental o facto que o professor coloca questões e fornece *feedback* imediato ao aluno. Trata-se da conhecida sequência I-R-F, ou seja, iniciação-resposta-*feedback* (Ponte e Serrazina, 2000). Espera-se que os alunos ponham as suas «dúvidas» quando não percebem ou precisam de ajuda. Pelo seu lado, na aprendizagem exploratória, os alunos são encorajados a discutir com os colegas em grupos ou em pares. No fim de um trabalho significativo, fazem-se discussões alargadas com toda a turma.

Estas mudanças representam um desafio de grande alcance para o professor. Vejamos, de seguida duas condições essenciais para a sua concretização: a formação dos professores e a organização dos professores nos agrupamentos/escolas.

A formação dos professores

A formação dos professores pode assumir muitas formas, cada uma com os seus objectivos próprios e condições de realização. A modalidade mais comum é o curso, que retoma a tradição do «ensino directo». O formador organiza os assuntos e transmite-os de forma mais ou menos estruturada aos formandos, com «exposições teóricas» e «actividades práticas». Mas também na formação de professores é possível pôr em prática um estilo exploratório. Isso tem acontecido, por exemplo, nas oficinas de formação temática para professores do 2.° e do 3.° ciclo, em Números, Operações e Álgebra, Geometria e Organização e tratamento de dados. Esta formação não tem em vista realizar uma preparação «completa» dos professores (o que seria impossível), mas sim aprofundar as orientações do programa, para o respectivo ciclo, num dado tema (ou temas), analisando com especial atenção o papel das capacidades transversais. Um aspecto fundamental destas oficinas é que os professores, trabalhando em grupos colaborativos, constroem tarefas que experimentam depois nas suas aulas. Num momento posterior apresentam aos colegas o modo como a aula decorreu e as aprendizagens conseguidas, reflectindo-se em conjunto sobre a experiência realizada.

Porquê trabalhar só um tema de cada vez e não todos os temas ao mesmo tempo, se possível de forma integrada? Pela simples razão que o ensino da Matemática desenvolve-se essencialmente por unidades temáticas, mesmo quando algumas dessas unidades estabelecem conexões entre mais do que um tema matemático ou tomam como ponto de partida situações extra-matemáticas. Os grandes temas de Matemática têm as suas ideias unificadoras centrais (sentido de número, sentido espacial, pensamento algébrico, literacia estatística) e é necessário trabalhar com alguma continuidade e coerência para compreender o seu alcance com a profundidade necessária. E, na verdade, a experiência tem mostrado que esta formação — que valoriza a concretização na prática lectiva e a reflexão colectiva sobre essa concretização — tem um forte potencial formativo. Parece-nos que este formato pode servir de modelo para muitas iniciativas de formação descentralizadas nas escolas e agrupamentos.

Esta orientação da formação no sentido da concretização da prática lectiva e da reflexão sobre a mesma tem estado presente no trabalho desenvolvido no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) para professores do 1.° e 2.° ciclo, desde o seu início em 2005. Acresce que, embora só a partir de 2008/09 o PFCM tenha explicitamente incidido sobre o novo programa, todo o trabalho desenvolvido no seu âmbito foi-o numa perspectiva consentânea com as orientações agora presentes no programa do ensino básico. Assim, o PFCM tem vindo a apostar no ensino-aprendizagem da Matemática com compreensão com forte ligação à sala de aula. Tarefas de natureza exploratória são, muitas vezes, analisadas e discutidas nas sessões de formação em grupo, onde também é elaborada a respectiva planificação; depois de concretizadas na sala de aula, é realizada a sua reflexão com o formador e, por vezes, com os outros formandos do grupo. Deste modo os professores, numa relação de trabalho colaborativo entre formador e formandos, têm oportunidade de experimentarem novas tarefas, reflectirem sobre as aprendizagens dos seus alunos e ganharem confiança e uma nova postura relativamente ao processo de ensino-aprendizagem em Matemática. O PFCM continua a trabalhar nesta perspectiva, procurando responder aos desafios do programa, incentivando o trabalho exploratório nas aulas de Matemática dos 1.° e 2.° ciclos do ensino básico, com o objectivo de melhorar as aprendizagens em Matemática dos nossos alunos.

Para responder às necessidades sentidas no dia-a-dia pelos professores, serão também necessários outros tipos de formação, a realizar de forma flexível, recorrendo às capacidades da própria escola ou agrupamento e a especialistas externos. Esta formação deve promover a articulação entre professores de diferentes ciclos e valorizar a colaboração, a pesquisa e a troca de experiências profissionais. Pode assumir formatos diversos, por exemplo:

- Um «workshop» de uma tarde, em que um ou dois formadores preparam previamente um conjunto de tarefas e materiais que são objecto de análise e discussão pelos participantes.
- A leitura e discussão de um conjunto de textos sobre um determinado tema seleccionado entre aqueles em que os alunos evidenciam maiores dificuldades, focando aspectos matemáticos e didácticos.
- Um projecto visando melhorar as aprendizagens dos alunos, que pode começar com uma análise e discussão dos resultados num teste ou exame nacional, seguida da discussão de um conjunto de medidas visando melhorar esses resultados, e, mais tarde, fazendo uma avaliação do real impacto dessas medidas.
- Uma planificação de uma aula, seguida da respectiva realização e observação, e posterior discussão — aquilo que os japoneses designam por *lesson study* e que, feito com alguma regularidade, permite a construção de uma visão comum partilhada sobre as dinâmicas da sala de aula e a sua relação com as tarefas propostas.

Deve ter-se em atenção que no momento em que se inicia o processo de generalização do programa, a formação definida centralmente nunca poderá responder a todos os problemas. Por isso, uma parte essencial da formação de professores terá de ser organizada a partir das escolas e agrupamentos.

Organização nos agrupamentos/escolas

Um outro elemento essencial para a concretização do novo programa é o trabalho a realizar por uma equipa de coordenação em cada agrupamento ou escola. Esta equipa terá diversas funções, nomeadamente:

- Elaborar, monitorizar e avaliar o plano do agrupamento para a implementação do Programa,
- Identificar necessidades de formação dos professores,
- Identificar e divulgar recursos para o ensino da Matemática,
- Apoiar os professores na planificação (conjunta) de aulas e unidades de ensino,
- Analisar os indicadores de aprendizagem dos alunos do agrupamento ou escola,
- Promover trocas de materiais e experiências entre professores bem como outras formas de inter-ajuda e reflexão colectiva.

Uma das principais preocupações das equipas de coordenação deve ser promover actividades que possam interessar a professores de diversos ciclos, contribuindo para que se ultrapasse o desconhecimento e incompreensão mútuas que são, ainda hoje, os traços predominantes nas relações entre os professores dos vários níveis. Dessas actividades, é importante que algumas assumam a forma de projectos de escola (GTI, 2008).

Para apoiar o trabalho destas equipas de coordenação de agrupamentos ou escolas existe um corpo de professores acompanhantes. Estes prestam apoio directo às equipas de coordenação e aos professores, tendo cada um deles um conjunto de agrupamentos/escolas a seu cargo. Para além de proporcionarem reflexões e trocas de experiências, é importante que organizem momentos de trabalho e de formação temáticos para os professores. Neste ponto, o desejável seria que estes professores acompanhantes evoluíssem do perfil de «divulgadores» e «conselheiros» que tem predominado nestes casos, para um perfil de «pessoa-recurso» e «formador», ou seja, uma pessoa que sugere materiais que os professores podem pesquisar e usar na sua sala de aula e que colabora activamente na estruturação e realização da formação de professores da iniciativa dos agrupamentos e escolas.

Materiais de apoio

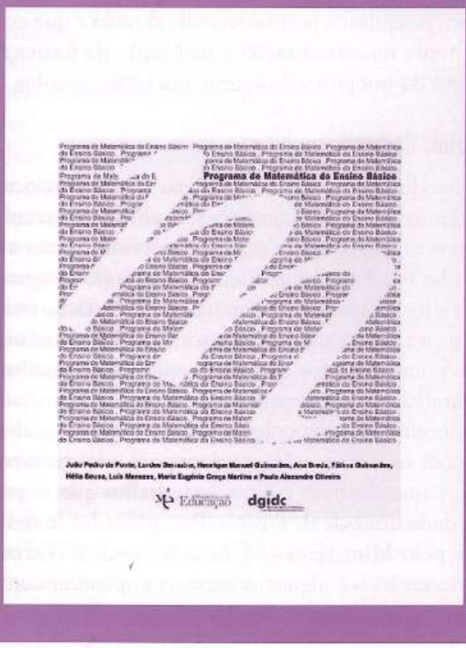
A introdução do novo *Programa de Matemática* requer a existência de outras condições, onde se destacam materiais de apoio apropriados. Com esse propósito, estão a ser desenvolvidas brochuras que discutem de modo integrado para os três ciclos as ideias matemáticas e didácticas essenciais relativas a cada tema e às capacidades transversais, ilustrando-as com exemplos da sala de aula. Estão igualmente a ser elaborados materiais para a sala de aula, organizados por tópico, contendo uma colecção de tarefas que podem ser usadas com os alunos, directamente ou com pequenas alterações, e que ilustram o tipo de trabalho que se propõe para uma dada unidade de ensino. Para além dos materiais elaborados pelo Ministério da Educação, muitos outros materiais são necessários e alguns começam a aparecer como a publicação *Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática* (Vale e Pimentel, 2009) ou os materiais publicados pela APM do projecto *Desenvolvendo o sentido de número* (Equipa do DSN, 2005, 2007).

Outro elemento hoje em dia muito importante num processo de mudança curricular pode ser desempenhado pela Internet, através de centro virtual de apoio aos professores de Matemática. Um centro deste tipo pode divulgar tarefas e recursos, produzidas nacionalmente e/ou desenvolvidas noutros países. Esta será uma oportunidade para recolher e sistematizar os materiais de qualidade produzidos no nosso país complementando-os com novos materiais a produzir no quadro de novos projectos. Além disso, este centro pode dinamizar grupos de discussão e comunidades virtuais sobre as questões mais variadas, centradas em tópicos matemáticos ou de natureza transversal, relacionadas com a natureza das tarefas, a comunicação, a multiculturalidade, etc. Estes grupos podem ajudar os professores a trocar experiências, a elaborar propostas e a reflectir sobre as práticas e as respectivas condições de mudança.

Conclusão

Em resumo, o novo Programa de Matemática favorece a introdução de elementos de inovação importantes e, a nosso ver, necessários e urgentes. Na verdade, este programa constitui uma importante oportunidade para:

- Valorizar aspectos da Matemática que se encontravam esquecidos ou subvalorizados (Álgebra, Estatística, cálculo mental, demonstração, transformações geométricas...);
- Valorizar processos matemáticos fundamentais como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação;



- Dar destaque às actividades de exploração e investigação matemática;
- Dar *élan* ao uso da tecnologia, computadores e calculadoras;
- Transformar as práticas de ensino do modelo do ensino directo para um ensino-aprendizagem exploratório;
- Transformar as práticas profissionais nas escolas no sentido da colegialidade, da colaboração e cultura de projecto.

Estas mudanças vão requerer um certo tempo para serem assimiladas nas práticas profissionais. Para a sua concretização é fundamental o papel do Ministério da Educação, proporcionando recursos e condições de trabalho. Mas igualmente decisiva será a mobilização e a criatividade dos professores de Matemática, concebendo aulas e unidades de ensino, desenvolvendo projectos de diagnóstico das dificuldades dos alunos e projectos de intervenção, assumindo iniciativas de formação, trocando experiências, e afirmando com clareza o seu papel de protagonistas no processo de mudança curricular.

Referências

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309–365). Dordrecht: D. Reidel.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125–153.

Equipa do Projecto Desenvolvendo o Sentido de Número (2005, 2007). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares* (vols. 1 e 2). Lisboa: APM.

GTI (Ed.). (2008). *O professor de Matemática e os projectos de escola*. Lisboa: APM.

ME (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Vale, I., & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática: Propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: ESE de Viana do Castelo.

João Pedro da Ponte
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Lurdes Serrazina
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa

Entrevista a Joana Brocardo, Directora da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

A 28 de Dezembro de 2007 foi homologado o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico, uma das quinze medidas do Plano de Acção para a Matemática, resultante de um processo de reestruturação do programa de Matemática, em vigor desde 1991, adoptando o Currículo Nacional como documento de referência.

Em Outubro deste ano entrevistámos a directora Geral da DGIDC, Joana Brocardo, com o objectivo de conhecer o processo de implementação deste novo programa, que se iniciou no ano lectivo passado.

EM.—Que medidas inclui este plano de implementação? Qual será a sua duração?

JB.—Vou começar pela última parte da questão. A implementação iniciou-se no ano lectivo passado, com as turmas piloto. Este ano iniciou-se a generalização para as escolas/agrupamentos que se candidataram, e em 2010/11, o novo programa será generalizado a todas as escolas/agrupamentos do país.

Para além deste ano lectivo, está previsto que a implementação demore ainda mais 3 anos. Para o 1.° ciclo e o 2.° ciclo só serão necessários mais dois anos para que fique terminada, mas para o 3° ciclo, naturalmente, serão necessários três anos.

Começámos a pensar na implementação no momento em que tivemos o programa homologado. Pensámos em dois grandes tipos de medidas de apoio: por um lado, medidas organizativas (nas quais incluímos a formação de professores, a existência de professores acompanhantes e de coordenadores nas escolas); por outro, a publicação de materiais de apoio à implementação.

Relativamente à formação, tentámos criar condições para que exista uma formação destinada a todos os professores ou, pelo menos, que abranja o maior número de professores possível. Para o 1.° e para o 2.° ciclos temos os Programas de Formação Contínua, que se iniciaram há cinco anos e que continuam a existir mas agora focados no novo programa. Houve, assim, uma reformulação do conteúdo desses Programas para dar uma ênfase maior ao novo programa de Matemática. A Comissão de Acompanhamento do Programa de Formação Contínua, coordenada pela professora Lurdes Serrazina, assumiu esta orientação e tem colaborado de forma empenhada para a sua concretização.

Quanto à formação de professores do 3.° ciclo, ela está pensada em moldes diferentes. Será feita a partir de oficinas de formação, de norte a sul do país, cujos formadores receberam uma formação da responsabilidade da DGIDC para o efeito.

Temos no terreno uma outra medida que considerámos importante, que é a existência de professores acompanhantes que apoiam de perto a implementação do programa nas escolas dos três ciclos do Ensino Básico. Neste momento existem 80 professores acompanhantes, muitos deles vêm já de anos anteriores e têm tido formação específica prolongada dirigida para as suas funções. Só este ano têm dez dias de formação em regime de internato, incidindo no novo programa, e com uma abordagem que incluiu os três ciclos.

Existe uma Comissão de Acompanhamento a nível nacional, que coordena e é responsável por todas as acções relativas aos professores acompanhantes do PMII e NPMEB.

Essa comissão «alimenta» o trabalho dos professores acompanhantes, reunindo com eles, trabalhando com materiais, clarificando dúvidas a questões de natureza didáctico-pedagógica que foram levantadas pelas escolas. Funciona aqui como intermediário importante.

Um outro aspecto que considerámos igualmente importante é a existência nas escolas de coordenadores por ciclo, que possam trabalhar em conjunto no apoio à planificação do novo programa junto dos seus colegas. Foi também organizada uma formação para esses coordenadores, com um formato decidido a nível nacional mas, naturalmente, com alguma liberdade de adaptação, que será implementada por instituições de ensino superior a nível dos 1.°, 2.° e 3.°ciclos.

A par destas medidas, garantimos também a publicação de vários materiais na página da DGIDC, que estão disponíveis para todos os professores, quer já estejam, ou não, a implementar o novo programa. Alguns desses materiais têm tido, até agora, um estatuto de *draft*, isto é, são materiais que podem ainda ser melhorados. No entanto, muitos irão ser publicados, estando alguns actualmente já em fase de publicação.

EM.—Relativamente à experimentação do programa: Quantas as turmas envolvidas? Que anos de escolaridade? Que zonas do país?

JB.—As turmas envolvidas são 40, duas de cada uma das cinco Direcções Regionais: dez turmas do 1.° ano, dez do 3.° ano, dez do 5.° ano e dez do 7.° ano, distribuídas por várias zonas do país, desde o Norte ao Algarve.

EM.—Como foram escolhidos os professores experimentadores? Que critérios existiram nessa selecção? (formação, experiência profissional, ...)

JB.—Os professores experimentadores de 2.° e 3.° ciclos foram escolhidos a partir do grupo de docentes que participou numa formação de formadores do novo programa. Foram seleccionados pelos formadores dessas oficinas. Em relação aos professores do 1.° ciclo, decidimos pedir sugestões às instituições de ensino superior que têm organizado o Programa de Formação Contínua. Assim, pedimos a várias instituições que nos dessem indicações de professores que tivessem feito a formação e que, do seu ponto de vista, pudessem gostar de ser experimentadores. Depois tivemos de dar atenção a outros aspectos. Por um lado, no 1.° ciclo há uma tradição de que o professor que recebe uma turma no 1.° ano irá acompanhá-la até ao 4.°ano. O que quer dizer que, em alguns casos, a instituição de ensino superior indicou alguém que no próximo ano teria, por exemplo, um 2.° ou 4.° ano e que, portanto, não quereria ser professor experimentador uma vez que queria continuar com os seus alunos. Por outro lado, para que o professor experimentador do 1° ciclo pudesse participar no trabalho de planificação, reflexão, etc, ou estivesse livre para receber formação — porque os professores experimentadores também tiveram uma formação específica, que lhes foi especialmente destinada — tinham que ter um dia semanal, sem actividades lectivas, para poderem trabalhar com os outros colegas. Tendo em conta que o professor do 1.° ciclo está toda a semana com os seus alunos, tivemos que pensar num par pedagógico que permitisse ao professor ausentar-se da sala de aula uma vez por semana. Portanto, o professor que queria ser experimentador teve que encontrar, a nível do agrupamento, uma outra pessoa para trabalhar em conjunto e partilhar uma turma. Esse professor ficou responsável pela área da Matemática e, é o professor experimentador.

EM.—As turmas com que estes professores trabalharam foram escolhidas/constituídas com este objectivo ou foram simplesmente as turmas «normais» que as escolas atribuíram aos professores?

JB.—Como referi anteriormente, nós escolhemos os professores experimentadores dentro de um certo número de condicionalismos — dispersão nacional, formação, par pedagógico — no entanto, não seleccionámos turmas. As turmas piloto são as turmas que foram atribuídas a esses professores nas suas escolas. Assim, entre os professores experimentadores, temos professores com turmas que já vinham à partida referenciadas como tendo algum forte índice de insucesso, e outras não.

EM.—Os professores experimentadores tiveram condições especiais para a implementação do projecto? Tempo, formação, constituição de equipas de trabalho, acompanhamento, materiais, ...

JB.—Os professores experimentadores tiveram, e têm, um conjunto de condições especiais. Como referi anteriormente, o professor do 1.° ciclo tem um professor com quem partilha a turma. Se for do 2.° ou do 3.° ciclos, tem uma redução de 50% do horário escolar. Para além dessa redução, têm uma formação que lhes é dirigida, e onde trabalham directamente com os autores do programa, em particular, com os coordenadores do mesmo, a professora Lurdes Serrazina e o professor João Pedro da Ponte, que têm acompanhado todo o trabalho que tem sido feito com estes professores experimentadores.

Os professores experimentadores trabalham semanalmente em conjunto. No entanto, estas equipas de trabalho organizam-se de forma diferente de Norte a Sul do país. É uma organização do trabalho que partiu da iniciativa dos professores experimentadores mas tem sempre uma ligação com as pessoas da DGIDC, uma por ciclo, responsáveis por este apoio.

Temos um dispositivo centralizado na Direcção Geral que permite a existência de pessoas que se reúnem com os professores experimentadores, proporcionando momentos de trabalho em grupo. Essas mesmas pessoas vão à sala de aula dos professores experimentadores, contribuindo assim para uma avaliação e reflexão sobre o trabalho desenvolvido. Esta iniciativa não foi concretizada de igual modo em todo o país, foi realizada conforme as necessidades e foi sendo adaptada quando necessário.

EM.—Os professores experimentadores construíram os materiais que utilizam para ensinar? São os que estão disponíveis no site da DGIDC?

JB.—Os materiais foram sendo construídos ao longo do ano. Há muitos que já estão disponíveis neste momento. Uns foram construídos pelos professores experimentadores, outros pelos autores dos programas, outros vieram da formação.

A DGIDC encomendou a elaboração de dois tipos de materiais: as brochuras temáticas (encomendadas à equipa de autores do programa), que abrangem os três ciclos. Por exemplo, no caso da Geometria, existe uma brochura que é sobre este tema para o 1.°, 2.° e 3.° ciclos e um dos seus objectivos é o de perspectivar, concretizando, as opções do programa em relação àquele tema. Algumas destas publicações já estão concluídas, outras estão ainda em fase de conclusão.

Paralelamente, encomendámos a diferentes equipas, muitas delas apoiadas nos autores do programa, um conjunto de materiais de outro tipo. São por ano de escolaridade, contendo tarefas e sugestões para a sua exploração na sala de aula. No ano passado, alguns desses materiais já estavam disponíveis. Estes materiais, aliados àqueles que os autores do programa criaram, serviram de base à formação dos professores experimentadores. Depois, ao longo do ano, os professores experimentadores foram transformando e adaptando as tarefas, e também propondo outras alternativas. Chegámos ao final do ano com um manancial de tarefas, de indicações para a sua exploração com os alunos, e exemplos de concretizações dos alunos. Algumas já estão disponíveis, outras estão ainda em fase de revisão.

EM.—Por um lado, devido ao PM I, as escolas do 2° e do 3° ciclos estão já suficientemente equipadas com material didáctico. No 1° ciclo, que não foi incluído no PM I, isso não aconteceu. Os professores experimentadores do 1° ciclo ou as escolas onde eles estão tiveram algumas condições especiais para aquisição/utilização de materiais didácticos?

JB.—Os materiais que estão em foco no programa são materiais muito pouco elaborados, são cartões, colares de contas,... portanto, quando estes não existem nas escolas, os professores rapidamente os adquirem, porque são materiais muito baratos, ou constroem-nos. Porém, também tentamos que funcione a articulação vertical no agrupamento, porque muitas das vezes existem os materiais mas os professores não potencializam a sua utilização.

EM.—Que balanço faz deste primeiro ano de experimentação, quer em termos do processo de implementação, quer em relação às aprendizagens dos alunos?

JB.—Recebi há pouco tempo o relatório da implementação do programa, e por isso ainda não tive tempo de o ler com grande atenção. Posso referir os aspectos que foram salientados nas reuniões, com as equipas envolvidas neste processo de implementação. O que foi pensado em termos de apoio à implementação foi considerado suficiente pelos intervenientes.

No que diz respeito ao acompanhamento por parte da DGIDC à experimentação, flexibilizou-se a forma de trabalhar de Norte a Sul do país. Por exemplo, nalguns ciclos foi considerado que não era preciso haver tantas deslocações, por parte da DGIDC, para reunir com os professores experimentadores. De qualquer forma, o sentimento geral é de que o dispositivo de acompanhamento foi importante. Os professores sentiram-se apoiados e gostaram de trabalhar nesta experiência.

Temos uma avaliação externa do processo de experimentação que foi encomendada pela Direcção Geral, coordenada pelo Professor Domingos Fernandes, que começa a ter alguns dados sobre este processo de experimentação. Esse relatório dar-nos-á indicações sobre a adequação do processo de experimentação do programa, tanto em termos da opinião dos professores experimentadores e dos outros actores envolvidos, como também em relação às aprendizagens dos alunos.

Aquilo que é possível dizer, neste momento, baseia-se nas indicações das reuniões de balanço final em que os experimentadores referem o que os seus alunos começaram a conseguir. Por exemplo, criar um conjunto de argumentos; começar a escrever de uma forma que até espantou algumas pessoas; em suma, evoluir em aspectos que professores experientes não estão habituados a sentir que os seus alunos conseguem. Mas, digamos... são ainda só sentimentos dos professores. Teremos dados concretos sobre estas questões a partir da avaliação externa que referi.

EM.—Relativamente a este segundo ano de implementação, a primeira fase da generalização... As turmas piloto continuam o seu trabalho, agora no 2°, 4°, 6° e 8° anos? Os professores mantêm-se? Têm as mesmas condições de trabalho?

JB.—Têm as mesmas condições de trabalho. Os professores têm as mesmas reduções e as turmas têm as mesmas «partilhas» de professor. Há alguns casos em que os professores experimentadores não se mantiveram. Foi um ano de colocações e, portanto, houve professores que quiseram mudar de escola. Apesar de termos escolhido o professor experimentador, foi a turma que esse professor teve no primeiro ano de experimentação que passou a ser turma piloto do novo programa. Assim, nos casos em que isso aconteceu tivemos que solicitar à escola/agrupamento em questão, professores com características para garantir a continuidade da turma piloto. Portanto, a turma continuou com o novo programa e o professor que a assegurou de novo tornou-se o professor experimentador.

EM.—Quantas escolas concorreram à 1ª fase da generalização? Correspondeu às expectativas da DGIDC?

JB.—Concorreram cerca de 450 escolas/agrupamentos, o que ultrapassou as nossas expectativas.

EM.—Que ajudas existem para as escolas que estão a implementar este novo programa de Matemática?

JB.—Estas escolas têm no máximo três coordenadores, no caso de terem os três ciclos do ensino básico. Esses coordenadores têm uma redução de horário, têm uma formação específica e recebem o apoio de um professor acompanhante. No caso da escola/agrupamento estar integrada no Plano da Matemática II, podem utilizar o apoio atribuído à escola para o projecto, mas isso não advém directamente do novo programa. Têm um conjunto de recursos que estão publicados na DGIDC, materiais disponibilizados para todos, têm coordenadores com obrigatoriedade de reunir entre si e com obrigatoriedade de trabalharem com os professores acompanhantes.

EM.—É possível fazer um balanço deste primeiro ano de generalização, neste momento?

JB.—Não! Estamos no início, começámos há pouco mais de um mês... Acho que o único balanço que é possível fazer, com algum rigor e honestidade, é que a situação a nível nacional é muito diversificada. Há agrupamentos de escolas em que a implementação está muito bem interiorizada do ponto de vista da sua organização, e há outros em que tal não acontece. Por exemplo, os tempos comuns de trabalho para os professores, que deviam estar estabelecidos em todas as escolas, ainda não o estão. Estamos ainda numa fase de acertos em relação a estas questões. Do ponto de vista da organização, é importante sublinhar que os acompanhantes já receberam uma formação intensiva com bastante profundidade e já têm um conjunto de materiais para trabalharem com os professores.

EM.—Têm, com certeza, surgido dificuldades. Como é que acha que as escolas ou os professores poderão superar essas dificuldades? O que é que a DGIDC poderá fazer para ajudar nesta fase inicial de generalização?

JB.—Isto é uma opinião pessoal, não é a minha enquanto directora-geral. A um primeiro nível, a atitude de um profissional é sempre não ficar à espera que alguém decida por ele. Portanto, a nível da escola, a administração central sugeriu uma organização do trabalho dos professores de forma a que dias ou partes de dias estejam livres nos horários para permitir o trabalho conjunto. Isso são condições que as escolas devem assegurar, no entanto ninguém as pode obrigar a garantir. Assume-se que se a escola decidiu candidatar-se ao novo programa, tem que trabalhar de modo a proporcionar as melhores condições para garantir um trabalho com qualidade.

Um outro nível prende-se com as dificuldades surgidas na implementação. Será importante fazer chegar essas dificuldades, dúvidas, etc., a quem contacta directamente com as escolas, que são os professores acompanhantes. Estes professores devem apoiar as escolas no trabalho de preparação e de planificação do novo programa, devem promover discussões/reflexões sobre o mesmo, e oferecer sugestões de trabalho sobretudo aos coordenadores. Eles não irão planificar com os professores, isso é completamente impossível, mas podem concretizar ideias do novo programa: *o que é que se pretende aqui? o que é que se pretende ali?* Os acompanhantes deverão dar sugestões e os coordenadores, depois, cada um na sua escola e com os seus colegas, trabalharão em concreto essas ideias. São estes os dispositivos que existem para que a escola possa ultrapassar problemas. É claro que poderá sempre organizar-se de outra forma, pedir a um especialista, etc. — mas não foi isso o que foi pensado.

EM.—No próximo ano lectivo será a 2ª fase da generalização. Que perspectivas há para esta fase da generalização? Materiais, formação, acompanhamento, manuais escolares?

JB.—Para o ano todas as escolas vão ter o novo programa no 1.°, 3.°, 5.° e 7.° anos. Haverá mais materiais disponíveis no sítio da DGIDC. Haverá também manuais escolares de acordo com o novo programa, o que não existe este ano, os quais serão avaliados e certificados previamente. Perspectiva-se que continuem também os professores acompanhantes

EM.—O mesmo número de acompanhantes? Neste momento há 80 professores acompanhantes que acompanham as cerca de 450 escolas que têm o novo programa. Para o ano acompanharão todas as escolas públicas do país?

JB.—Estes 80 não acompanham só a implementação do novo programa. Acompanham também o Plano da Matemática II e acabam assim por acompanhar praticamente todo o universo das escolas. Para o ano continuará. Portanto, a estrutura que se prevê que exista é a mesma que já está montada a pensar na generalização e se prevê que continue. Prevê-se que haja mais materiais, alguns dos quais não são da responsabilidade do Ministério. E prevê-se a continuação da formação, mesmo que não massiva, mas abrangendo os professores que ainda não conseguiram ser abrangidos em anteriores formações.

A experimentação do novo Programa de Matemática

Reportagem numa turma do 1º ano nos Foros da Amora

Ana Cristina Tudella
Lina Brunheira

Eles ainda não sabem, mas são especiais. Os meninos do 1º ano do professor Rui Candeias não sabem que as aulas das outras turmas não começam sempre com cadeias numéricas para desenvolver o cálculo mental. Nem sabem que nas outras salas de aula do nosso país não é muito habitual desenvolver actividades matemáticas a partir de situações que pertencem ao seu quotidiano e que nem todos os meninos discutem entre si os resultados das suas explorações. Mas foi isso que aconteceu naquela quarta-feira em que fomos assistir a uma aula na Escola Básica Quinta de Sto. António.

A turma 1º A é uma turma piloto da experimentação do novo Programa de Matemática. São 24 alunos que formam um grupo bastante heterogéneo, já que esta é uma escola de referência para o ensino bilingue de alunos surdos e a turma tem dois alunos nestas condições. Além destes alunos, existem na turma mais três crianças com necessidades educativas especiais de carácter prolongado. Seria sempre um desafio particularmente grande trabalhar com esta turma, com ou sem programa novo, mas isso não demoveu o professor Rui quando o convite para trabalhar com uma turma piloto lhe foi endereçado.

Partimos para esta reportagem com muita curiosidade — curiosidade de professoras, curiosidade de «repórteres», curiosidade de mães de crianças em idade escolar (ou quase…). Todos nos receberam bem e não estranharam nada a nossa presença, nem quando as luzes das máquinas de fotografar começaram a disparar. A verdade é que parecem já habituados.

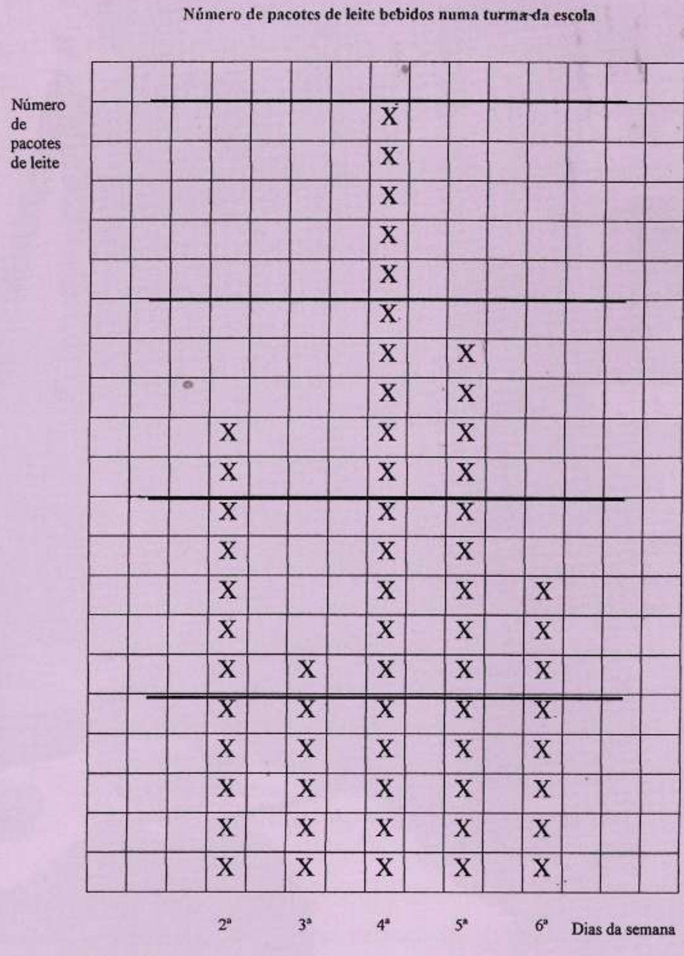


Figura 1

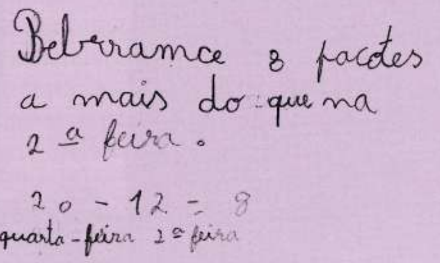


Figura 2. Resposta da Inês e do Samuel

A tarefa

A tarefa proposta naquela aula foi adaptada de uma tarefa que consta nas brochuras de apoio às turmas piloto da DGIDC e parte de um contexto familiar aos alunos: o número de pacotes de leite que são bebidos por dia na turma. Para quem não é professor do 1° ciclo (ou não tem filhos nessas idades...) convém explicar que todos os dias são oferecidos pacotinhos de leite (achocolatado, para serem realmente consumidos...) às nossas crianças, cortesia do Ministério de Educação. O número de pacotes é sempre registado e, na verdade, não varia muito. Por esse motivo, o professor Rui resolveu apresentar dados fictícios para poder destacar relações numéricas que normalmente não surgiriam nos dados reais. Assim, a tarefa tem por base um gráfico onde se apresentam as quantidades de pacotes consumidos por uma turma ao longo de uma semana e que está dividido por linhas horizontais que separam cada 5 cruzes, ou seja, grupos de 5 pacotes (ver figura 1). Com esta particularidade, o professor pretendia incentivar a utilização da estrutura do 5 na decomposição dos números. Além do gráfico, cada par de alunos dispunha de uma folha com perguntas e espaço para os registos.

Nesta aula, o propósito principal ao nível dos tópicos de ensino foi, por um lado, desenvolver o sentido de número e os vários sentidos associados à adição e subtracção e, por outro, desenvolver o cálculo mental, utilizando relações numéricas conhecidas. Contudo, o professor ressalva também a importância das conexões que se estabelecem com o tema Organização e Tratamento de Dados (construção, leitura e interpretação de gráficos de pontos). Ao nível das capacidades transversais, as mais visadas com esta tarefa foram a resolução de problemas e a comunicação matemática.

A actividade dos alunos começou com uma «fase de aquecimento» em grande grupo, onde os alunos se familiarizaram com o gráfico à medida que respondiam a várias questões: Quantos pacotes de leite se beberam na 2ª feira? E na 3ª feira? E na 4ª feira?... O professor lançou várias perguntas e os alunos responderam com maior ou menor facilidade, tentando explicar de que forma chegaram ao resultado. Pediu ainda para que fossem os alunos a formular uma questão e apareceram duas interessantes: «Quantos são os pacotes da 3ª e da 6ª feira ao todo?» e «Quantos são os pacotes todos juntos?», tendo esta sido remetida para a fase de trabalho a pares. Houve ainda um aluno que quis juntar os pacotes de Sábado com os de Domingo, mas o professor relacionou a pergunta com o contexto: «Mas vocês vêm à escola ao Sábado e ao Domingo?». Mais um pouco de discussão e estavam lançadas as bases para o trabalho a pares. O professor distribuiu o material e realçou a importância de apresentarem o modo como pensaram além das respostas às questões. Para isso, referiu ainda que deveriam chegar a um acordo com o parceiro quanto aos registos a fazer. Ao longo do desenvolvimento do trabalho, os alunos foram sendo apoiados pelo professor Rui, que foi circulando pelos grupos, e pela professora Elisabete[1] que centrou as suas atenções num pequeno grupo de alunos.

As resoluções dos alunos

À excepção de um par, todos os alunos preencheram correctamente a tabela com a quantidade de leites bebidos em cada dia da semana, mas foi nas perguntas sobre o que aconteceu na 2ª feira e na 6ª feira que melhor se perceberam as estratégias dos alunos para fazerem as contagens.

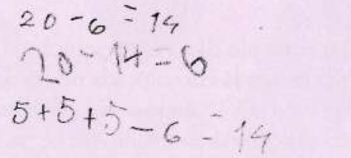


Figura 3. Resposta do Flávio e da Helena

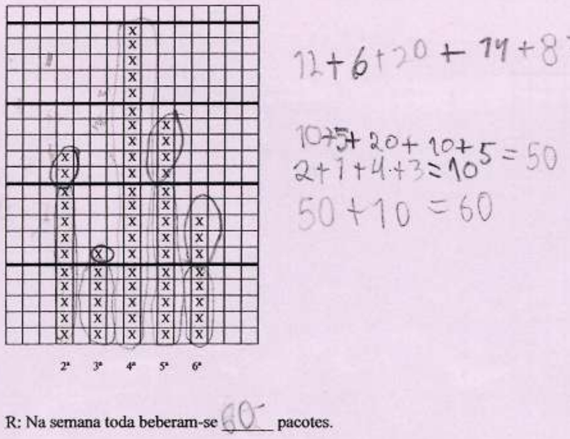


Figura 4. Resposta do Cláudio e do Alexandre

Quantos pacotes de leite se beberam na 2ª feira? Regista como pensaste.

Neste caso, os alunos chegaram ao valor 12 de duas formas: 5 + 5 + 2 ou 10 + 2. Contudo, alguns alunos sugeriram ainda outras formas (9 + 3, 13 – 1, 6 + 6,...) que, analisando os seus registos, se percebe que não foi exactamente a partir delas que chegaram ao resultado e que essas são sim outras formas alternativas de obter o 12. Através deste episódio, podemos observar que há alguma confusão entre apresentar várias estratégias possíveis de resolução de um problema e apresentar todas as formas de chegar a um resultado. Esta confusão, que o próprio professor já identificou noutras ocasiões, não é de estranhar. É que uma das rotinas diárias da turma é trabalhar o número do dia: por exemplo, no dia 24, os alunos devem encontrar diferentes decomposições do 24. Assim, alguns alunos indicaram várias formas de chegar ao 12 por perderem de vista o contexto em que estão a trabalhar.

Quantos pacotes de leite se beberam a mais na 4ª feira do que na 2ª feira?

Esta pergunta tem subjacente a operação de subtracção no sentido de comparar, à qual a maioria dos alunos correspondeu fazendo 20 – 12 = 8. (Figura 2)

Contudo, alguns pares apresentam também outras resoluções como 20 – 8 = 12 ou 12 + 8 = 20. Na fase de discussão, foram apresentadas as diferentes estratégias e ficou claro que alguns alunos compreendem a subtracção também com outros sentidos, como o de completar. Por exemplo, um grupo respondeu 20-8=12 e o professor questionou-os:

— Por que é que foram utilizar o 8 de 6ª feira?

— O 8 é porque 12 + 8 = 20, se acrescentarmos o 8 ao 12 dá 20.

Um outro aluno vai ao quadro, escreve 20 – 8 = 12 e, para justificar, tapa as colunas da 2ª e da 4ª feira até ao 12 e conta as restantes cruzes até ao topo da coluna da 4ª feira.

Também na pergunta seguinte que compara os pacotes bebidos na 4ª feira com os de 5ª feira, voltam a aparecer respostas do mesmo tipo, muito embora haja menos alunos a responder correctamente.

A ideia de poder resolver um problema usando diferentes tipos de raciocínio é, sem dúvida, interessante. Contudo, um dos pares que apresentou vários cálculos acabou por não responder à questão formulada, pelo que ficámos na dúvida sobre o que aconteceu. Será que se perderam? Ou será que se esqueceram de responder, já que na maioria dos casos o resultado da operação feita corresponde ao valor da resposta a dar? (Figura 3)

Na 2ª feira da semana passada beberam-se 12 pacotes de leite. Quantos pacotes de leite se beberam hoje, sabendo que foram 3 a mais? Regista como pensaste.

Nesta questão a adição aparece com o sentido de acrescentar e os alunos não mostraram qualquer dificuldade, respondendo simplesmente 12 + 3 = 15.

Quantos pacotes se beberam na semana toda? Regista como pensaste.

A tarefa termina com esta questão, tão natural que um aluno se lembrou logo dela na fase inicial da aula. À excepção de um grupo que não chegou a abordar esta questão, a operação a utilizar não pareceu suscitar dúvida em ninguém, já que todos os alunos adicionaram os valores relativos aos cinco dias da semana. O interessante neste caso é observar as estratégias que os alunos utilizaram para chegar ao resultado. O professor esperava que os alunos utilizassem a estrutura oferecida pelo gráfico, podendo utilizar alguns cálculos já efectuados anteriormente: «como o número de pacotes bebidos na 2ª feira e na 6ª feira é 20. O número de pacotes bebidos na 3ª feira e na 5ª feira também é 20. O número de pacotes bebidos na 4ª feira também é 20. Então 20 + 20 + 20 = 60. Também poderão utilizar a estrutura do gráfico para efectuar o cálculo fazendo 20 + 10 + 10 = 40; 5 + 5 = 10 então 40 + 10 = 50; 4 + 1 = 5; 3 + 2 = 5 então 5 + 5 = 10; 50 + 10 = 60.» (retirado da planificação da aula)

Na verdade, não há evidência de que os alunos tenham utilizado resultados anteriores, pois parece que resolvem esta questão como se fosse a primeira. No entanto, o objectivo de utilizar a estrutura de 5 em 5 ou de 10 em 10 para adicionar todos os números foi inteiramente conseguido, como é visível nos registos dos alunos: A Inês e o Samuel, o Cláudio e o Alexandre (figura 4), a Joana e a Carolina utilizaram essa estrutura na decomposição dos números Aliás, apesar de todos os alunos terem utilizado estratégias viáveis, algumas respostas finais são incorrectas, o que poderá resultar da

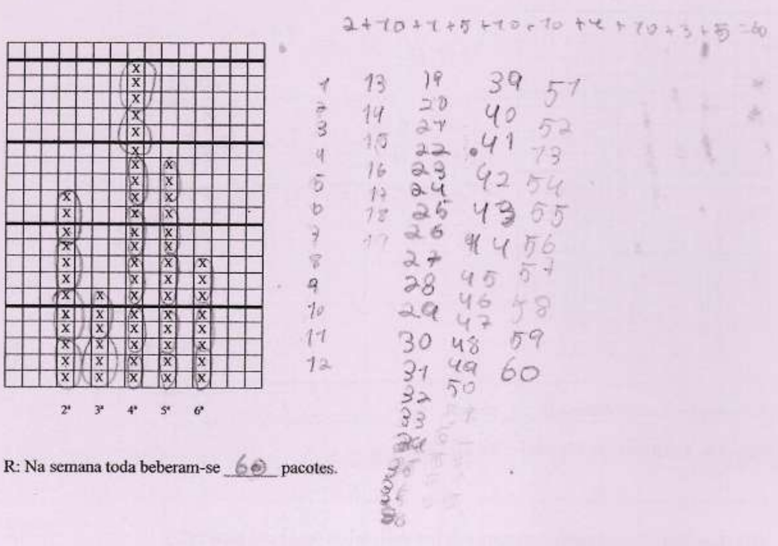


Figura 5. Resposta da Fabiana e do José

dificuldade que alguns alunos ainda têm em trabalhar com números com esta ordem de grandeza, um aspecto antecipado pelo professor. Finalmente, há uma resposta que difere das anteriores de uma forma estranha ou, digamos, pouco natural: A Fabiana e o José (figura 5). utilizaram três estratégias: agruparam as cruzes do gráfico em conjuntos de 3 e de 2, mas como essa não é de facto uma forma facilitadora da contagem, abandonaram-na. Também recorreram à estrutura do 5 e do 10, como se pode ver na forma como indicaram a operação a fazer. Contudo, acabaram por associar um número a cada cruz (respeitando a sua posição no gráfico) e contar todas as cruzes até perfazer 60. Conseguiram não se enganar!

Findo este trabalho, tocou para o intervalo e os alunos foram brincar e beber os seus leites, ao invés de os contar...

A conversa com o professor Rui Candeias

Nós ficámos à conversa com o professor sobre este grande desafio e ficámos a saber que quando lhe foi feita a proposta de integrar uma das dez turmas piloto do 1° ano ainda hesitou. Se por um lado teria de abdicar da continuidade pedagógica da turma de primeiro ano que tinha na altura, por outro, seria uma oportunidade de participar numa experiência exigente mas que, com certeza, seria enriquecedora.

Agora, no final do primeiro ano deste processo de implementação, o balanço que faz é muito positivo. Do ponto de vista profissional «foi uma enorme evolução em termos de planificação, e no trabalho com os alunos na sala de aula», referiu este professor quando conversámos consigo sobre esta experiência.

E é exactamente a planificação das aulas que Rui Candeias destaca como sendo das principais diferenças que, na prática, traz este Novo Programa do Ensino básico. A planificação terá que ter em conta as capacidades transversais e os objectivos específicos que elas têm. «Neste programa as capacidades transversais estão explícitas, têm que ser trabalhadas, têm objectivos específicos bem definidos e os professores para cumprirem o programa terão que tê-los em conta ao prepararem as suas aulas.»

Na sua perspectiva, um exemplo disso é a resolução de problemas, que no programa antigo já era colocada no «centro do currículo de Matemática do 1° ciclo». No entanto esse programa não explicitava o tipo de trabalho que se pretendia realizar com os alunos para o desenvolvimento dessa capacidade. O mais usual era que os alunos resolvessem um problema (que muitas vezes era um exercício com um determinado contexto), que depois era corrigido no quadro, não havendo de uma forma consciente e intencional espaço para discussões significativas em torno desse problema. Neste NPMEB, por exemplo, ao estar explícito a análise de diferentes modos de resolução de um problema dos alunos, pressupõe que o professor tenha este factor em consideração, escolha tarefas e promova metodologias de trabalho na sala de aula conducentes ao desenvolvimento desta capacidade.

Continuando a comparar o antigo com o novo programa, o professor destaca a comunicação matemática entre as capacidades transversais, que no programa antigo ainda não era referida, mas que «este programa dá um grande destaque» e influencia muito a dinâmica da aula de Matemática. A explicação dos raciocínios dos alunos, a discussão de processos e de ideias matemáticas, tornam a sala de aula um lugar de grande importância para a aprendizagem efectiva dos alunos.

Um outro aspecto importante é o facto de este programa explicitar alguns objectivos que no programa anterior estavam implícitos. Um exemplo disso, salienta Rui Candeias, é o desenvolvimento do sentido das operações. Por exemplo, no caso da adição, esta operação deve ser trabalhada nos sentidos de combinar e acrescentar, e no caso da subtracção, nos sentidos de retirar, comparar e completar. O facto destes sentidos estarem implícitos no programa anterior, não quer dizer que os professores não os trabalhassem. «Muitos manuais já traziam exercícios e problemas onde se trabalhavam estes sentidos, mas os professores não tinham consciência de que o estavam a fazer». O próprio professor Rui Candeias referiu a importância que o *Programa de Formação Contínua do 1° Ciclo em Matemática* teve para que estivesse «desperto para esse aspecto».

Este professor salienta ainda as notas metodológicas, que clarificam a abordagem que se deve fazer para os tópicos e sub-tópicos trabalhados. Um exemplo disso é o Cálculo mental, no qual o programa antigo referia apenas como objectivo « praticar o cálculo mental», o que é bastante vago. Neste, as notas metodológicas indicam possíveis estratégias que se podem trabalhar com os alunos de modo a desenvolver esta capacidade.

Um outro aspecto relevante é o facto deste programa explicitar também a importância dos contextos relacionados com situações do quotidiano, que desempenham um papel

particularmente importante uma vez que servem de apoio ao pensamento dos alunos. Situações como por exemplo, a análise do mapa de presenças, do calendário, dos pacotes de leite consumidos, proporcionaram a exploração de diversas situações matematicamente interessantes, de resolução e formulação de problemas, de procura de regularidades, ...

Quando questionado sobre a forma como os alunos corresponderam a este novo programa, o professor considera que do ponto de vista das aprendizagens realizadas, e tendo em atenção as características da turma, o resultado é bastante satisfatório. Os alunos estiveram muito motivados ao longo do ano, quer com as rotinas iniciais de aula criadas, como por exemplo, «O número do dia» ou as «Cadeias numéricas», quer com as metodologias de trabalho na sala de aula, nomeadamente o trabalho a pares ou em grupo. Esta forma de trabalhar, que no início foi geradora de algum conflito, a partir de certa altura começou a ser um factor de grande motivação para os alunos. «O trabalho a pares foi a metodologia de trabalho mais usada nesta turma, ao longo de todo o ano.» Um outro aspecto, igualmente significativo para os alunos, foi o facto de apresentarem as suas produções aos colegas, e as discussões daí geradas.

Para alguns alunos a formulação de conjecturas tornou-se um grande e motivador desafio. «Por exemplo, quando estávamos à procura de regularidades em tabelas, ou em padrões sem ser numéricos, um grupo de cinco ou seis alunos, adorava formular conjecturas e discuti-las. Era um aspecto muito motivador para este grupo de alunos. Os outros sentiam dificuldade em acompanhar os raciocínios e perdiam-se um bocadinho».

Continuando a comparação com o programa anterior, o professor refere que este novo programa permite que os alunos desenvolvam mais as suas capacidades transversais, aprendendo a formular e testar conjecturas, a expor as suas ideias perante os colegas, a ouvi-los, a discutir e a argumentar, ao mesmo tempo que aprendem também a trabalhar a pares e em grupo.

Relativamente aos temas matemáticos, neste programa «a Geometria tem uma abordagem bastante diferente. Se observássemos alunos que não estejam neste programa, possivelmente no final do ano sabem: o quadrado, o triângulo, o rectângulo, o círculo, e pouco mais. Com este programa fizemos uma abordagem a partir dos sólidos, apesar de não começarmos logo com a nomenclatura convencional, mas os nomes pirâmides e prismas acabam por naturalmente entrar na linguagem das crianças.

Ao nível da medida o nível de conhecimentos dos alunos também é bastante superior.»

R elativamente aos números e às operações os alunos trabalham não só com o objectivo do conhecimento dos números e das operações, mas no desenvolvimento do sentido do número. «No 1° período já não se trabalha só até ao 5 e não se privilegia apenas as estratégias de cálculo mais básicas. Trabalha-se com os dobros, os quase dobros, as dezenas mais próximas... estabelecem-se muito mais relações entre as operações e entre os números».

A maior dificuldade que Rui Candeias encontrou na implementação deste NPMEB foi a construção de cadeias de tarefas significativas, isto é, a dificuldade em seleccionar uma sequência de tarefas com qualidade que lhe permitisse trabalhar determinado(s) tópico(s) ou objectivos específicos com os seus alunos. «Não poderia ser só um amontoado de tarefas sem sentido, todas para trabalhar determinado tópico, mas todas do mesmo nível, que não marcassem uma evolução.» Para cada tópico era feito um diagnóstico dos conhecimentos dos alunos e era preciso definir as trajectórias de aprendizagem. «E nem todos os alunos partem do mesmo nível, nem vão evoluir ao mesmo tempo, pelo que se torna difícil definir o que é que queremos que eles fiquem a saber em cada etapa».

A forma de planificar, preparando aulas que promovam o desenvolvimento das capacidades transversais também foi difícil, em especial devido à falta de prática de o fazer.

No entanto, mesmo tendo em conta as dificuldades pelas quais passou, o professor Rui Candeias considera que foi uma experiência de trabalho muito significativa e que evoluiu imenso enquanto professor, durante este ano lectivo, quer do ponto de vista da planificação das aulas, quer do ponto de vista do seu desempenho ao nível da sala de aula. O trabalho colaborativo entre os vários professores experimentadores, na planificação das aulas foi muito útil para discutir ideias e superar as dificuldades que foram surgindo. Os materiais, cedidos pela DGIDC, e a forma como estavam organizados também contribuíram para que se conseguisse implementar estratégias de trabalho na sala de aula diferentes das que estavam habituados.

Na opinião deste professor, para que este NPMEB seja bem sucedido, os professores necessitam de ter formação em aspectos específicos como por exemplo, a planificação. O trabalho colaborativo também será um factor muito importante — « os professores têm que reflectir nos modelos de planos de aula que têm, uma vez que a organização da aula sofre uma grande alteração».

À conversa com os alunos

Depois de ouvirmos as opiniões do professor, foi altura de colhermos algumas impressões dos alunos. Pedimos ao professor para nos indicar algumas crianças que tivessem relativa facilidade de expressão e lá fomos com elas para uma salinha. Perguntámos sobre o que gostavam e o que não gostavam de fazer na aula de Matemática, as coisas que tinham aprendido e... não foi necessário perguntar muito mais para que falassem sem parar das suas experiências. Se não soubéssemos que é impossível roubar a espontaneidade às crianças, que nunca conseguem esconder o que verdadeiramente pensam, mesmo quando nos querem agradar, diríamos que estas crianças são «politicamente correctas». Porquê? Porque quando se referiram às coisas que mais gostam de fazer na Matemática, a verdade é que foram certeiros aos aspectos que o novo programa valoriza particularmente e que representam uma ruptura com a tradição das aulas no 1° ciclo. Foi o caso da Carolina que disse »gostei desta aula de trabalhar porque falámos dos leites da escola, quantos é que eram para cada dia...», mostrando assim como é significativo trabalhar em contextos que sejam familiares aos alunos. Um outro aspecto referido várias vezes por este grupo de alunos, é o trabalho em grupo, particularmente o trabalho a pares. A maioria é favorável a esta forma de organização e a Daniela chegou mesmo a dizer «não gosto de fazer nada sozinha, gosto de fazer tudo a pares». Contudo, esta posição também levanta algumas dificuldades porque como diz a Helena, «eu gosto menos de trabalhar a pares, porque eu não gosto de ter uma folha para os dois. Eu acabo muito rápido os trabalhos de Matemática e depois tenho que ajudar o outro». Mas a Helena não deixa de considerar o papel dos colegas na sua aprendizagem, o que é perceptível quando afirma que o que gostou mais «foi de aprender com os outros. Com todos os colegas quando vão ao quadro explicar. E também com os professores quando eles explicam», valorizando a comunicação centrada não só no professor mas também nos alunos.

Sem grande surpresa nossa, o trabalho com os materiais manipuláveis foi também referido várias vezes pelos alunos. Por exemplo, a Joana disse-nos «gostei de trabalhar com o geoplano a fazer os desenhos com barcos, com formas e também gostei de trabalhar com os sólidos geométricos e principalmente com o cilim.. não sei dizer muito bem... é uma coisa que só rebola de um do lado, parece de uma máquina. O cilindro!».

Algo que nos deixou muito contentes foi confirmar na voz dos alunos como eles gostam de ser desafiados, de fazer coisas difíceis e importantes, o que na sua perspectiva está associado ao trabalho com números grandes. A Helena diz que «só gosto quando o professor dá fichas difíceis porque eu aprendo. Por exemplo 3 + 3 é muito fácil. Eu não gostei de fazer essa conta». A Joana, muito orgulhosa de si, também chama a atenção: «Queria dizer uma coisa que... Já sei contar até 100. E de 10 em 10 até 100. E de 2 em 2 até 100».

Quando perguntámos sobre aspectos que não tinham gostado, recebemos respostas vagas e, além da Helena que referiu a sua renitência em trabalhar a pares, o mais substancial que ouvimos foi da Daniela, quando disse «não gosto quando tenho fome e tenho que ajudar os outros...»

Terminámos aqui a nossa pequena viagem à experiência de uma turma piloto do 1° ciclo. Ficámos muito entusiasmadas com o que vimos e ouvimos, mas também cientes de que nada é fácil e que houve um longo caminho percorrido. As mudanças que o NPMEB propõe e cuja tradução na prática pudemos testemunhar, têm por detrás muito trabalho de preparação e reflexão, um investimento que o professor iniciou há alguns anos, em particular com o Programa de formação contínua de Matemática do 1° ciclo, e que se mantém no seu dia-a-dia. Requer também um investimento no trabalho com os seus pares, colegas que também estão envolvidos na mesma experiência e que consigo partilham ideias e reflexões.

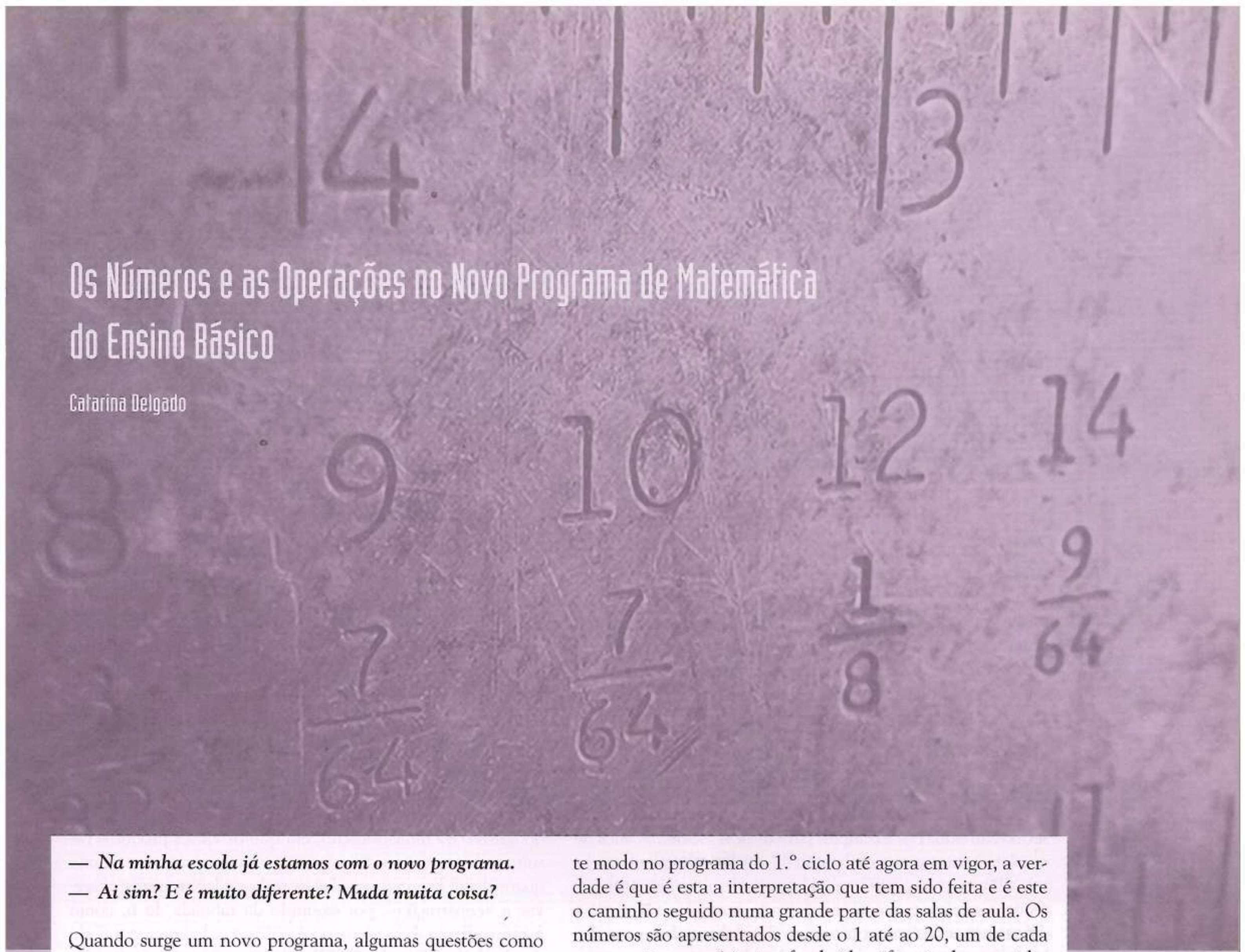
Começámos esta reportagem dizendo que os alunos desta turma são especiais, mas certamente também o são porque o seu professor é, ele próprio, especial. Resta-nos agora trabalhar para que, no futuro próximo, as crianças continuem a ser especiais apenas porque são crianças (certamente que o serão sempre...) mas que a aula a que assistimos passe a fazer parte de uma normal aula de Matemática numa escola portuguesa.

Nota

1 Em todas as turmas piloto do 1° ciclo, o professor titular da turma é coadjuvado por um outro professor para garantir que o primeiro se possa ausentar em formação.

Ana Cristina Tudella
Escola Secundária com 2° e 3° ciclo Frei Gonçalo de Azevedo

Lina Brunheira
Escola Secundária de Amora



Os Números e as Operações no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Catarina Delgado

— *Na minha escola já estamos com o novo programa.*

— *Ai sim? E é muito diferente? Muda muita coisa?*

Quando surge um novo programa, algumas questões como estas são naturais e imediatas. Perceber se é ou não muito diferente do anterior e identificar concretamente o que muda, são preocupações que se colocam ao professor. Numa segunda fase, é importante compreender essas mudanças no sentido de perceber as suas implicações na aprendizagem dos alunos. O que se pretende, de facto, que eles aprendam? Como se poderá ajudá-los a desenvolver essas aprendizagens?

Neste artigo irei centrar-me no tema Números e operações. Não pretendo fazer uma análise exaustiva das indicações metodológicas e dos tópicos e objectivos específicos que constituem o novo programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), mas sim assinalar alguns aspectos que, na minha opinião, constituem mudanças de perspectiva do modo de abordar este tema.

João: Estou a dar o 6 e depois vou dar as contas como o meu irmão.

Respostas como estas têm sido frequentes quando se pergunta a um aluno no início do 1.° ano de escolaridade o que está a aprender em Matemática. De facto, as primeiras aprendizagens dos números neste nível de ensino seguem uma tradição de abordagem sequencial dos números e baseiam-se na sua ideia de cardinalidade. Embora o trabalho com os números não esteja preconizado explicitamente deste modo no programa do 1.° ciclo até agora em vigor, a verdade é que é esta a interpretação que tem sido feita e é este o caminho seguido numa grande parte das salas de aula. Os números são apresentados desde o 1 até ao 20, um de cada vez, propõem-se várias tarefas de identificação da quantidade de conjuntos de objectos de acordo com «o número que estão a dar», trabalham-se as diferentes decomposições desse número e pratica-se simultaneamente o grafismo correspondente, fazendo filas de uns, depois de dois, de três..., e assim sucessivamente.

A perspectiva de «dar primeiro os números» e «fazer contas» com esses números opõe-se, no PMEB, a outra que se baseia na contagem, na estruturação dos números e no cálculo mental. O actual programa, continua a considerar a contagem como a base para a aquisição do conceito de número e sugere o «uso de modelos estruturados de contagem como, por exemplo, o colar de contas, cartões com pontos, molduras de dez e ábacos horizontais» (Ponte *et al.*, 2007, p. 15). Por exemplo, contar 6 ou contar 9 utilizando o colar de contas (ver figura 1), corresponde, respectivamente, pensar no 6 como 5+1 e no 9 como 5+4 ou 10–1. A contagem surge, assim, associada à estruturação dos números, numa primeira fase, em grupos de 5 e, posteriormente, em grupos de 10.

No PMEB a contagem assume ainda um papel importante na aprendizagem das operações. Sugere-se que, para calcular, por exemplo, 39–24, o aluno pode utilizar, entre outras formas de cálculo, uma recta não graduada, fazendo saltos de 5 e de 10, tal como mostra a figura 2.

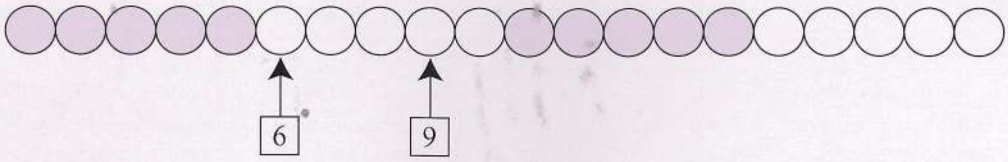


Figura 1. Colar de contas

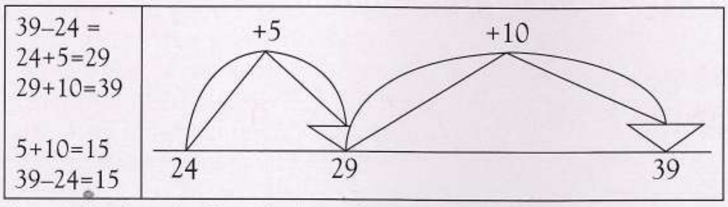


Figura 2. Uso da recta não graduada no cálculo de 39-24.

Podemos ler no novo PMEB que «nos dois primeiros anos, valoriza-se o cálculo numérico na representação horizontal, permitindo que seja levado a cabo um trabalho consistente com os números e as operações ligado ao desenvolvimento do sentido de número» (Ponte *et al.*, 2007, p. 13). A esta perspectiva está associada uma forte valorização do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e da aprendizagem gradual dos algoritmos.

No que respeita ao cálculo mental, é de referir que, também o anterior programa do 1.° ciclo valoriza o seu desenvolvimento. Contudo, na minha opinião, a grande diferença está no facto de o PMEB explicitar o modo como ele pode ser trabalhado. Por exemplo, para os dois primeiros anos de escolaridade, sugere a realização de «rotinas de cálculo mental» (Ponte *et al.*, 2007, p. 14) que podem ser apoiadas por registos escritos e, recomenda, dando exemplos, o recurso a diferentes estratégias como o uso dos dobros, dos quase dobros, de números de referência, de relações numéricas, etc. Nos 3.° e 4.° anos encontramos mais exemplos concretos de estratégias de cálculo mental que envolvem o uso das propriedades das operações, de diferentes representações para o mesmo número, da relação entre as operações, etc. Também nos 2.° e 3.° ciclos o desenvolvimento do cálculo mental permanece um dos propósitos principais de ensino, em contraste com uma presença um pouco tímida nos anteriores programas. À medida que o universo numérico se vai alargando, continuam a ser apresentados exemplos de utilização de estratégias de cálculo mental, sendo esta preocupação mais evidente no 2.° ciclo do que no 3.° ciclo.

Relativamente à introdução dos algoritmos há também diferenças a assinalar. Apesar de se considerar relevante a aprendizagem dos algoritmos «convencionais», tal como era indicado no programa anterior, o seu ensino é agora encarado de modo diferente. Como já referi, nos dois primeiros anos de escolaridade, valoriza-se o cálculo numérico de representação horizontal, surgindo os algoritmos convencionais só a partir do 3.° ano. Perspectiva-se também um desenvolvimento gradual da aprendizagem destes algoritmos, considerando que «num primeiro momento, os alunos devem ter a possibilidade de usar formas e cálculo escrito informais, de construir os seus próprios algoritmos ou de realizar os algoritmos usuais com alguns passos intermédios» (Ponte *et al.*, 2007, p. 14).

João: Dei a tabuada do 2 e agora estou a dar a do 3.

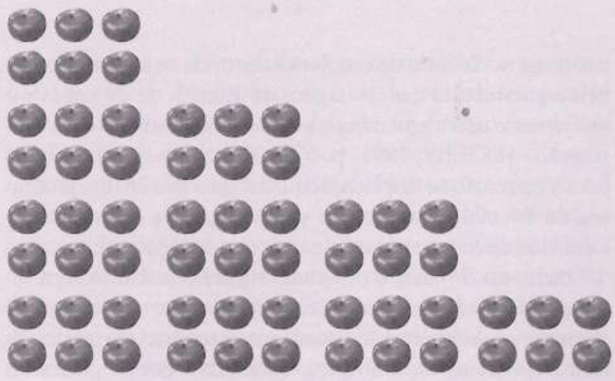
No programa do 1° ciclo até agora em vigor, no 2.° ano, sugere-se que os alunos memorizem as tabuadas do 2, 3, 4, 5 e 10 e no 3.° ano a do 6, 7, 8 e 9. Nada é dito acerca do modo como estas tabuadas devem ou podem surgir e a ordem pela qual aparecem referidas no programa sugere, implicitamente, uma certa sequencialidade. Na verdade, tradicionalmente as tabuadas têm surgido por esta ordem e o modo como são trabalhadas está muito associado ao sentido aditivo da multiplicação, em que os vários produtos resultam da contagem de grupos de elementos com a mesma quantidade. Em muitas salas de aula podemos ainda observar a «construção», por exemplo da tabuada do 6, como mostra a figura 3.

As indicações do PMEB sobre o ensino das tabuadas apresentam diferenças tanto ao nível da ordem pela qual devem surgir, como em termos do modo como esse trabalho deve ser realizado em sala de aula. Nos dois primeiros anos de escolaridade recomenda-se:

«Propor a construção das tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10, começando por estudar as tabuadas do 2, 5 e 10. Utilizar a tabuada de multiplicação do 2 e através dos dobros descobrir a do 4; fazer o mesmo para as tabuadas do 3 e do 6 e verificar que na tabuada do 6 já são conhecidos os resultados até ao 5 × 6 e que só falta saber a partir do 6 × 6» (Ponte *et al.*, 2007, p. 16).

A expressão «construção das tabuadas» surge no novo programa associada à ideia de que a partir das tabuadas já trabalhadas se podem chegar aos «novos» produtos da tabuada a estudar, recorrendo às propriedades da operação multiplicação e a relações numéricas. Concretizando um pouco esta ideia proponho que observemos a construção da tabuada do 6 na perspectiva do PMEB (figura 4).

Através do uso da propriedade comutativa da multiplicação os alunos poderão verificar que alguns dos produtos são já seus conhecidos. Contudo, para determinarem esses produtos podem apoiar-se noutras propriedades e relações numéricas. Por exemplo, podem pensar no 4 × 6 como o dobro



$6 = 1 \times 6$

$6 + 6 = 2 \times 6$

$6 + 6 + 6 = 3 \times 6$

$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \times 6$

...

Figura 3. Tabuada do 6

1×6	Facto conhecido
2×6	Pela propriedade comutativa da multiplicação, utilizando os respectivos produtos das tabuadas do 2, 3, 4, e 5.
3×6	
4×6	
5×6	
6×6	$5 \times 6 + 6$ ou o dobro de 3×6 ou $3 \times 6 + 3 \times 6$
7×6	$5 \times 6 + 2 \times 6$ ou $6 \times 6 + 6$
8×6	Dobro de 4×6 ou $4 \times 6 + 4 \times 6$
9×6	$10 \times 6 - 6$ ou pelo triplo de ou 3×6
10×6	Pela propriedade comutativa da multiplicação, utilizando o produto 6×10

Figura 4. Construção da tabuada do 6 na perspectiva do PMEB

de 2×6, como $2 \times 6 + 2 \times 6$ ou ainda como $4 \times 5 + 4 \times 1$. A aprendizagem das tabuadas continua nos 3.° e 4.° anos de escolaridade com «a construção das tabuadas do 7, 8, 9, 11 e 12» (Ponte *et al.*, 2007, p. 18). Esta indicação faz sobressair a ideia de que o trabalho das tabuadas da multiplicação não termina na tabuada do 10, podendo a construção das tabuadas do 11 e do 12 constituir mais um contexto para uso de propriedades e relações numéricas que auxiliam o cálculo mental. Por exemplo, 6×12, pode ser pensado a partir do dobro de 3×12, de $3 \times 12 + 3 \times 12$, de $6 \times 10 + 6 \times 2$ ou de $5 \times 12 + 12$.

O modo como é sugerida a aprendizagem das tabuadas no PMEB, está muito associado à valorização que se dá ao cálculo mental. As tabuadas continuam a ser consideradas importantes no apoio ao cálculo, pelo que devem ser memorizadas, mas passam a constituir também um contexto rico para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental do produto de dois números.

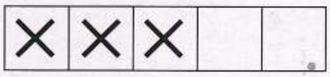
João: Nunca sei se a vírgula vai para a esquerda ou para a direita.
João: Quanto será 0,6 deste chocolate?

Estas afirmações servem de mote para analisar o modo como no PMEB é encarado o trabalho com os números representados na forma decimal e, mais globalmente, com os números racionais, o que, na minha perspectiva, é outro dos aspectos a assinalar em termos das mudanças introduzidas por este novo programa.

Tradicionalmente, o trabalho com números representados na forma decimal tem surgido associado a situações de medida de grandezas, mas muito ligado à conversão dos números para unidades diferentes. Em muitas situações este trabalho transforma-se em exercícios rotineiros de «vai vírgula para a esquerda, vai vírgula para a direita». Muitos dos alunos que até executam estes procedimentos «correctamente», revelam dificuldades ao nível da noção da grandeza dos números escritos na representação decimal, do seu significado num determinado contexto, da utilização de diferentes representações e do cálculo mental.

O PMEB mostra preocupações claras relativamente aos aspectos que acabei de assinalar. Sugere a exploração de situações de partilha equitativa, de medida e de dinheiro, de modo a ‹dar significado› aos números decimais. A preocupação com o cálculo mental também é visível no trabalho com estes números, apresentando exemplos de estratégias de cálculo mental que devem ser desenvolvidas, principalmente nos 3.° e 4.° anos do 1.° ciclo e no 2.° ciclo.

Um outro aspecto que considero importante referir e que marca uma alteração profunda a nível da abordagem dos números racionais, é o facto de surgir mais cedo o trabalho



$\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$

Figura 5. Barra de chocolate.

com os números representados em forma de fracção. Nos programas anteriores, o trabalho com os números na sua representação decimal antecipava o trabalho com as fracções. Os números decimais começavam a ser trabalhados no 1.° ciclo e as fracções a partir de 2.° ciclo. É certo que no antigo programa do 1.° ciclo as fracções surgiam logo no 2.° ano de escolaridade mas apenas associadas aos operadores «metade de...» e «um quarto de...» e esse trabalho seria ampliado nos dois anos seguintes em termos do número de partes que compõem a unidade (1/3; 1/5; 1/10), mas o trabalho mais generalizado com fracções seria realizado apenas nos ciclos seguintes.

A representação dos números em fracção permite aos alunos darem significado a algumas situações em que a representação decimal não se mostra tão adequada. Por exemplo, imaginemos uma barra de chocolate que inicialmente se encontra dividida em cinco partes iguais e da qual já se comeram três partes (figura 5). Faz sentido para os alunos pensarem que já se comeram 3/5 (três partes de cinco) e que restaram 2/5 (duas partes de cinco). Estamos numa situação em que a fracção surge da comparação entre a parte e o todo, e em que é fácil para os alunos pensarem nesta relação. Será que compreenderiam tão facilmente que se comeu 0,6 de chocolate? E será que faz sentido falar à partida em 0,6 de um chocolate?

O PMEB propõe o trabalho com as fracções desde muito cedo, valorizando os significados que estas assumem em diferentes situações. Sugere, desde os 1.° e 2.° anos de escolaridade, a exploração intuitiva de situações que incluem o uso de fracções como operadores, recomendando para os 3.° e 4.° anos a exploração de problemas que permitam compreender as fracções com os significados quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo e operador. No 2.° ciclo amplia-se o trabalho com as fracções nos seus significados de medida e razão e, no 3.° ciclo, o estudo das fracções é alargado tanto ao nível da comparação e ordenação como ao nível das propriedades e regras operatórias.

João: No final, fazemos os últimos exercícios do livro. São giros. Nós temos de descobrir como continuam as filas de números.

Esta afirmação tenta retratar algum do trabalho que tem sido realizado em torno das regularidades numéricas. Os alunos completam ou continuam sequências de números segundo uma determinada lei de formação e estas propostas surgem, muitas vezes, desligadas do trabalho realizado em torno dos números e operações.

No programa do 1.° ciclo até agora em vigor, a primeira referência explícita ao trabalho com regularidades numéricas surge no 2.° ano de escolaridade, onde se sugere «descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, de 10 em 10» e «explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção» (DGEBS, 1991, p. 174), indicação que é alargada para a operação multiplicação no 3.° ano. No antigo programa do 2.° ciclo não há uma explicitação de aspectos relacionados directamente com a procura de regularidades e no 3.° ciclo, no 8.° ano, o programa sugere o trabalho com sequências numéricas, tendo como objectivos: «descobrir relações entre números» e «continuar sequências simples de números: divisores, múltiplos, quadrados, cubos, potências de um número, ...» (DGEBS, 1991, p. 38). Nos anteriores programas, as regularidades numéricas surgem pontualmente como tópicos a serem trabalhados, mas de uma forma pouco integrada.

Então, o que nos traz então de novo o PMEB em termos do trabalho com regularidades? Começando, pelo 1.° ciclo, propõe-se expressamente como tópico de ensino, nos 1.° e 2.° anos de escolaridade, «elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números» (p. 17). Nos 3.° e 4.° anos sugere «investigar regularidades numéricas» (p. 17) e «resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional» (Ponte *et al.*, 2007, p. 18). Relativamente ao programa anterior, neste ciclo, há claramente um maior valorização com o trabalho das regularidades centrado nas sequências de números, não só por contribuir para o desenvolvimento do sentido de número, mas também para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, que apoiará o trabalho a realizar na álgebra nos ciclos posteriores.

As regularidades estão presentes em todos os ciclos do PMEB mas, como tópico, nos 2.° e 3.° ciclos, passam a fazer parte do tema da Álgebra. Nestes ciclos, no tema Números e operações, o trabalho com regularidades é valorizado como forma de abordagem ao tema, referindo-se nas indicações metodológicas do 2.° ciclo que «a resolução de problemas que incluam a investigação de regularidades numéricas constitui um aspecto a privilegiar da didáctica dos números neste ciclo de ensino...» (p. 32) e do 3.° ciclo que «resolver problemas e investigar regularidades constituem as actividades principais na didáctica dos números neste ciclo» (Ponte *et al.*, 2007, p. 48). As regularidades passam, assim, a ser trabalhadas de forma articulada ao longo dos vários ciclos, de modo que as aprendizagens dos ciclos anteriores constituam a base para o trabalho do ciclo que lhe precede em termos do pensamento algébrico e constituem, simultaneamente, um modo privilegiado de abordagem ao tema Números e operações.

Ana: Para fazer as contas tenho a calculadora.
João: Tens sorte, o meu professor não nos deixa utilizar a calculadora.

Há muitos aspectos, inevitavelmente, que se mantêm relativamente aos programas anteriores, tanto em termos dos tópicos e objectivos de ensino, como das abordagens e dos recursos a serem utilizados. A calculadora é um dos recursos que, tal como nos programas anteriores, é considerado importante no trabalho com os números e as operações durante os três primeiros ciclos de escolaridade, sendo já utilizadas em muitas salas de aula. O diálogo entre Ana e João procura confrontar os extremos entre o uso indiscriminado e o *não uso* da calculadora. Há situações em que, tal como Ana, os alunos têm ao seu dispor uma calculadora que utilizam sempre que necessitam, mesmo para fazer cálculos elementares como 6×3. Há outras em que, tal como no caso de João, o professor não propõe a realização de nenhum tipo de tarefas em que os alunos recorram à calculadora nem permite que os alunos a utilizem para efectuarem qualquer tipo de cálculo, sob a justificação que assim nunca aprendem a fazer contas.

Na minha opinião, o *não uso* da calculadora nada tem a ver com o facto deste recurso não ter sido valorizado nos programas anteriores, onde podemos ler algumas afirmações em que se sugere, valoriza e se justifica a sua utilização nos vários ciclos de escolaridade. O seu *não uso* ou o *uso* de uma forma pouco adequada parece estar relacionado com uma verdadeira falta de compreensão das potencialidades da utilização deste recurso, que pode ter sido originada pelo facto das sugestões acerca da sua utilização, nos programas anteriores, serem muito genéricas e globais. Apenas no programa anterior do 2.° ciclo são dadas indicações específicas sobre o uso da calculadora relacionadas directamente com os tópicos a abordar, mas tal é feito muito pontualmente. Aqui reside, na minha perspectiva, um aspecto que é alterado com o novo PMEB — para além dos aspectos globais sobre a importância do uso da calculadora e da identificação de situações mais gerais que justificam a sua utilização, são indicadas também situações concretas, ao longo dos três ciclos, em que é fundamental usar a calculadora e outras em que não é. A figura 6 mostra alguns exemplos:

- Usar a calculadora no cálculo de potências.
- Reconhecer o modo como a calculadora representa um número em notação científica.
- Propor o uso da calculadora na exploração das relações entre várias representações de um número.
- Usar a calculadora na exploração de regularidades numéricas.
- Propor a determinação das razões trigonométicas de um dado ângulo agudo por construção geométrica, recorrendo à calculadora ou conhecida uma razão trigonométrica do mesmo ângulo.
- Propor o cálculo de razões quadradas e cúbicas em casos simples e o uso da calculadora em outros casos.

Figura 6. Indicações sobre o uso da calculadora no PMEB.

Em jeito de conclusão...

Nos pontos anteriores identifiquei alguns aspectos que, na minha opinião, constituem mudanças no PMEB. Tentando sistematizá-las diria que se evidenciam no modo como se perspectivam as primeiras aprendizagens dos números e das operações, numa maior valorização do cálculo mental e do desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, no trabalho com os números racionais, nomeadamente pela antecipação da representação fraccionária acompanhando a representação decimal, e numa maior explicitação de situações adequadas de uso da calculadora.

Para assinalar as diferenças entre os programas anteriores e o novo PMEB apoiei-me muito em exemplos do 1.° ciclo. De facto, é no 1.° ciclo que o tema Números e operações marca uma maior presença em relação aos outros temas e aos outros ciclos, sendo as mudanças identificadas mais evidentes, não só no sentido de serem «em maior número», mas também porque há uma mudança forte no modo como se encaram as primeiras aprendizagens. Tendo em conta a articulação que se preconiza entre os vários ciclos, há como que um arrastar dessas mudanças à medida que se amplia o universo numérico. De uma forma global, diria que o PMEB assume, nos três ciclos, uma perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, que inclui, entre outros aspectos, a compreensão de múltiplas representações dos números, de regularidades dos números, do efeito das operações, das suas propriedades e das relações entre elas, e a capacidade para relacionar o contexto e os cálculos (Mcintosh, Reys e Reys, 1992), ideias que fui concretizando ao longo deste artigo.

Em suma, se o João tivesse tido o PMEB penso que as suas afirmações seriam muito diferentes. Diria, por exemplo:

— *100 – 47? É fácil! De 47 para 50 faltam 3. Sei que 50 + 50 é 100. Dá 53.*

— *Para fazer 12 × 15 pensei em 6 × 30. Dá 180.*

— *Comi 2/8 da piza porque comi 2 fatias das 8 que havia.*

— *Vi que estes números eram sempre o dobro do anterior.*

— *Hoje usámos a calculadora. Estivemos a trabalhar com números muito grandes e descobrimos coisas interessantes.*

Referências

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.

McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2–8 & 44.

DGEBS (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.° ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

DGEBS (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 2.° ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

DGEBS (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 3.° ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

Catarina Delgado

Escola Superior de Educação de Setúbal

Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão

Da investigação à prática[1]

Mary Kay Stein
Margaret Schan Smith

A **Educação e Matemática** seleccionou para este número temático um artigo publicado em 1998 por duas investigadoras americanas especialistas em desenvolvimento curricular, Mary Kay Stein e Margaret Smith. Apesar do artigo ter já uma década, julgamos que a sua divulgação é pertinente no actual contexto português, pois centra-se no trabalho desenvolvido por professores de Matemática do ensino básico no âmbito do projecto QUASAR, com o objectivo de estimular e estudar o desenvolvimento e a implementação de novos programas de Matemática.

O artigo dá testemunho de trabalho colaborativo entre professores com vista à melhoria das aprendizagens matemáticas dos alunos através da discussão sobre as tarefas para a sala de aula, propondo um quadro para a acção e reflexão. O artigo foi originalmente publicado na revista **Mathematics Teaching in the Middle School**, 3[4], 268-275, do NCTM, da qual a **Educação e Matemática** obteve autorização para a publicação desta tradução.

De acordo com as *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática* (NCTM, 1991) um factor primordial no desenvolvimento profissional dos professores é a medida em que eles «reflectem sobre a aprendizagem e o ensino, quer individualmente, quer com colegas» (p. 175). Reflectir sobre as suas experiências de sala de aula é uma forma dos professores estarem atentos ao modo como ensinam (Hart *et al.*, 1992) e como os seus alunos progridem dentro do ambiente de aprendizagem que lhes foi proporcionado. Embora todos os professores pensem informalmente acerca das suas experiências de sala de aula, cultivar hábitos de reflexão ponderada e sistemática pode ser a chave, tanto para melhorar o seu ensino, como para sustentar o seu desenvolvimento profissional ao longo da vida.

Um dos aspectos mais difíceis da reflexão é decidir sobre o que se centrar (Hart *et al.*, 1992). Nos nossos cinco anos de experiência com professores de uma escola dos 2.° e 3.° ciclos do ensino básico[2] do Projecto QUASAR (ver Silver e Stein, 1996), vimos como centrar-se nas tarefas matemáticas e nas suas fases de utilização na sala de aula pode ajudar os professores no processo de reflexão. O QUASAR é um projecto nacional de reforma que visa estimular e estudar o desenvolvimento e implementação de novos programas de ensino da Matemática em seis escolas urbanas do 2.° e 3.° ciclos. Está situado no Centro de Investigação da Universidade de Pittsburgh e é dirigido por Edward A. Silver. Neste artigo descrevemos um quadro para reflexão baseado nas tarefas matemáticas usadas na sala de aula e as formas pelas quais elas têm sido utilizadas pelos professores. Neste contexto, uma tarefa é definida como um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular. A tarefa pode envolver vários problemas relacionados ou um trabalho prolongado sobre um único problema complexo, tomando no máximo o período de uma aula. Definidas desta maneira, muitas tarefas são de 20 ou 30 minutos.

Centrar-se em tarefas matemáticas

O nosso foco nas tarefas matemáticas baseia-se na ideia que as tarefas usadas na sala de aula constituem a base para a aprendizagem dos alunos (Doyle, 1988). Tarefas que pedem aos alunos a execução de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, representam um certo tipo de oportunidade para os alunos pensarem; tarefas que exigem que os alunos pensem conceptualmente e que os estimulem a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem. O efeito cumulativo, dia após dia, de exploração, na sala de aula, de diferentes tipos de tarefas, conduz ao desenvolvimento de ideias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática — sobre se a Matemática é algo de que eles podem pessoalmente compreender o sentido e quão longa e arduamente devem trabalhar para o conseguir.

O exemplo mostrado na Figura 1 ilustra quatro maneiras diferentes de abordar a tarefa de determinar a relação entre a representação de um mesmo número na forma de fracção, na forma decimal e na forma de percentagem; cada uma delas estabelece um tipo diferente de exigência cognitiva aos alunos. Como se mostra no lado esquerdo da figura, a abordagem de nível reduzido à tarefa consiste na memorização de formas equivalentes de quantidades fraccionárias específicas, por exemplo, ½ = 0,5 = 50%, ou, na ausência de um contexto ou significado adicional, efectuar conversões de fracções em percentagens ou números decimais através dos algoritmos usuais, por exemplo, convertendo a fracção 3/8 no número decimal 0,375 dividindo o numerador pelo denominador ou

Exigências de nível reduzido

Memorização
Qual é o número decimal e a percentagem equivalentes a ½ e ¼?

Resposta esperada dos alunos:

½ = 0,5 = 50%
¼ = 0,25 = 25%

Procedimentos sem conexões
Representa 3/8 na forma decimal e na forma de percentagem.

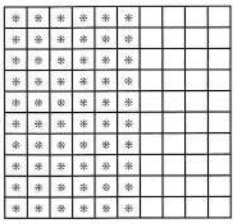
Resposta esperada dos alunos:

Fracção	Decimal	Percentagem
3/8	3,000 | 8 = 0,375 60 0,375 40 0	0,375 = 37,5%

Exigências de nível elevado

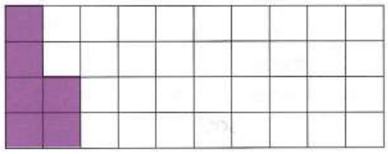
Procedimentos com conexões
Usando uma grelha de 10 × 10, identifica o número decimal e a percentagem equivalente de 3/5.

Respostas esperadas dos alunos:

Diagrama	Fracção	Decimal	Percentagem
	60/100 = 3/5	60/100 = 0,60	0,60 = 60%

Fazendo matemática
Pinta 6 quadrados pequenos num rectângulo de 4 × 10. Usando o rectângulo, explica como determinas: (a) a percentagem da área que foi pintada; (b) a parte da área que foi pintada, em forma decimal, (c) a parte da área que foi pintada na forma de fracção.

Uma resposta possível dos alunos:



a) uma coluna será 10%, já que há 10 colunas. Então 4 quadrados é 10%. Em seguida 2 quadrados é metade de uma coluna e metade de 10%, a qual é 5%. Então os 6 quadrados pintados são 10% mais 5%, ou seja 15%.

b) uma coluna será 0,10, já que há 10 colunas. A segunda coluna tem somente 2 quadrados sombreados, então será metade de 0,10, que é 0,05. Então 6 quadrados sombreados correspondem a 0,1 mais 0,05, que é igual a 0,15.

c) 6 quadrados sombreados dos 40 são 6/40, que simplificado dá 3/20.

Figura 1. Abordagens de nível reduzido e elevado à tarefa de determinar a relação entre diferentes representações de quantidades fraccionárias

mudando 0,375 para uma percentagem movendo a vírgula dois lugares para a direita. Quando estas abordagens de nível reduzido são usadas, os alunos tipicamente trabalham muitos problemas parecidos, vinte ou mais, dentro de uma dada tarefa.

Uma abordagem diferente a esta mesma tarefa — apresentando exigências de nível elevado — podia também usar procedimentos, mas de forma a *desenvolver conexões com os significados matemáticos* das fracções, números decimais e percentagens. Uma maneira de construir tais conexões é encorajar os alunos a ‹agarrar› o conceito subjacente de relação parte-todo, trabalhando com grelhas 10 × 10. Como mostramos na parte superior direita da figura 1, os alunos podem ser convidados a usar a grelha para ilustrar como 0,6 representa a mesma quantidade que a fracção 3/5 ou 60 por cento. Os alunos podem também ser solicitados a fazer um registo relativo a um número decimal, uma fracção, uma percentagem e uma representação gráfica, permitindo-lhes fazer conexões entre várias representações e atribuir significados ao seu trabalho tendo por referência a representação gráfica da quantidade em cada passo do seu trabalho.

Outra abordagem de nível elevado à tarefa — abordagem *fazendo Matemática* — podia solicitar aos alunos que explorassem as relações entre as várias maneiras de representar

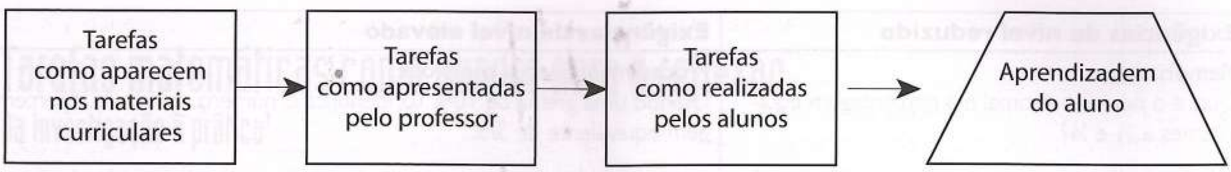


Figura 2. O Quadro das Tarefas Matemáticas

quantidades fraccionárias. Pelo menos inicialmente, não seriam dados aos alunos os procedimentos de conversão convencionais. Uma vez mais, eles podem usar grelhas; mas desta vez, seriam usadas grelhas de várias dimensões e não só 10×10. Por exemplo, os alunos podiam ser solicitados a sombrear seis quadrados de um rectângulo 4×10 e, depois disso, podiam ser solicitados a representar a área sombreada como percentagem, número decimal e fracção. Quando os alunos usam o diagrama para resolver o seu problema, são desafiados a aplicar de uma nova maneira os seus conhecimentos de fracções, números decimais e percentagens. Por exemplo, tendo o aluno sombreado seis quadrados, deve determinar como estes seis quadrados se relacionam com o número total de quadrados do rectângulo. Na Figura 1, vemos um exemplo de uma resposta possível de um aluno, que ilustra o tipo de raciocínio matemático usado para alcançar uma resposta com sentido e susceptível de ser justificada. Em contraste com as abordagens de nível reduzido discutidas anteriormente, quando são utilizadas as abordagens «procedimentos com conexões» ou «fazendo Matemática» os alunos resolvem muito menos problemas, às vezes dois ou três.

Centrar-se nas fases da tarefa

Como mostra a Figura 2, o *Quadro das Tarefas Matemáticas* distingue três fases através das quais passa a tarefa: primeiro, como elas surgem no currículo ou materiais de ensino, nas páginas dos manuais, materiais auxiliares, etc.; a seguir, como elas são apresentadas ou anunciadas pelo professor; e, finalmente, como elas são de facto implementadas pelos alunos na sala de aula — por outras palavras, a maneira pelas quais os alunos realmente trabalham sobre a tarefa. Todas estas fases, mas especialmente a de implementação, são vistas como influências importantes sobre o que alunos realmente aprendem, como ilustra o trapézio da Figura 2.

A natureza das tarefas muda frequentemente quando passamos de uma fase para outra. Por outras palavras, a tarefa que aparece nos materiais curriculares ou de ensino nem sempre é idêntica à tarefa apresentada pelo professor; por outro lado, esta não é exactamente a mesma tarefa que os alunos realmente fazem. A evolução das tarefas quando passam da fase de *apresentação* para a fase de *implementação* tem sido examinada de perto nas salas de aula do projecto QUASAR (ver Stein, Grover e Henningsen, 1996). Por vezes, tarefas de nível elevado são implementadas de tal forma que os alunos pensam e raciocinam tendo em conta a sua complexidade e com significado. Às vezes tarefas apresentadas para estimular o pensamento dos alunos em níveis elevados de exigência cognitiva mudaram drasticamente de natureza quando os alunos trabalham realmente sobre elas. Reconhecer este fenómeno pode ser um foco fértil para reflexão.

Aplicando o quadro: O caso de Ms. Bradford

No nosso trabalho vimos como o *Quadro das Tarefas Matemáticas* pode dar aos professores indicações para a evolução das suas próprias aulas. Depois deles compreenderem o quadro, começaram a usá-lo como lente para reflectir sobre o seu próprio ensino e como linguagem partilhada para discutir o seu ensino com os seus colegas.

Consideremos, por exemplo, o caso de Teresa Bradford, uma professora com quem trabalhámos durante vários anos. Teresa habitualmente seleccionava tarefas de nível elevado que proporcionavam aos seus alunos oportunidades para explorarem conceitos e ideias matemáticas de maneira significativa. Uma destas tarefas foi «o lançamento de rolos de fita». Neste problema, os alunos foram convidados a conceber um jogo para recolha de fundos para uma festa da escola, tendo-lhes sido dadas algumas orientações iniciais. Um jogador poderia lançar um rolo de fita de Carnaval num jogo de tabuleiro. Se o rolo de fita caísse completamente numa figura, sem tocar em qualquer linha, o jogador ganharia uma *T-shirt*. Se o rolo tocasse em qualquer linha do tabuleiro, o jogador perderia. Com o custo do jogo de três lançamentos a 1 dólar e o custo das *T-shirt* de prémio a 4 dólares cada, os alunos tiveram de decidir quantas formas deveriam existir no tabuleiro e de que tamanho elas deveriam ser para que a recolha de fundos não redundasse em prejuízo.

Teresa forneceu uma grande variedade de materiais — grelhas de papel de vários tamanhos, metros, réguas, rolos de fita, marcadores, tesouras — para construir os tabuleiros de jogo e os seus alunos trabalharam durante uma aula, concebendo-os e testando-os. Embora Teresa tivesse planeado a sua aula como um exercício de exploração matemática capaz de alargar o pensamento dos alunos e permitir-lhes chegar a várias soluções possíveis e às correspondentes justificações, a implementação prática foi frustrante. Os alunos pareceram estar inibidos pelo número de escolhas que necessitavam de fazer e pela necessidade de impor uma estrutura na tarefa. Depois dos primeiros vinte minutos, Teresa acabou por ajudar os alunos na concepção dos seus tabuleiros. Ela viu-se a si própria a formular questões e, em seguida, a responder-lhes no lugar dos seus alunos. Sem surpresa, os tabuleiros ficaram mais semelhantes do que diferentes!

Vários meses depois de usar o lançamento de fitas, Teresa assistiu a uma conferência em que foi apresentado o *Quadro das Tarefas Matemáticas*. Quando o orador começou a explicar que a tarefa nem sempre é implementada de acordo com a intenção inicial, Teresa imediatamente se virou para uma colega investigadora sentada atrás de si e disse-lhe num tom ansioso, «foi o que aconteceu no lançamento de fitas!» Numa discussão e reflexão posterior, Teresa compreendeu que a falta de experiência prévia dos alunos em tarefas abertas fez com que ficassem pouco à vontade quando lhes foram apresentadas tarefas que, de imediato, eles não sabiam resolver. A sua tendência — fortalecida por anos de experiência na escola — era esperar até que alguém, normalmente o professor, lhes *mostrasse* como fazê-lo. Teresa foi atraída involuntariamente para este cenário porque estava mais à vontade nele. Não estava previsto ser «o sábio no palco», a única com todas as respostas?

Antes do seu conhecimento do *Quadro das Tarefas Matemáticas*, Teresa tinha um sentimento geral de que a actividade podia ter sido melhor, mas não era capaz de apontar a origem da dificuldade. O quadro deu-lhe uma ferramenta para descrever os acontecimentos que tinham ocorrido na sua sala de aula e para compreender porque é que não correram de acordo com o previsto.

Usando o quadro para reflexão

O quadro demonstrou ser uma ferramenta eficaz para Teresa e as suas colegas na Escola Ridgeway quando tentaram propor aos seus alunos mais tarefas significativas e cognitivamente complexas. Para partilhar ideias e para se apoiarem moralmente uns aos outros, durante o ano de 1994–95, decidiram reunir-se uma vez por mês. Durante estas reuniões, a maioria dos professores descrevia simplesmente as aulas para as quais queriam ajuda; alguns, contudo, começaram a partilhar vídeos do seu ensino.

O caso de Ron Castleman: Primeira parte

Numa reunião, no começo da Primavera, Ron Castleman um professor do 7.º ano de escolaridade de Ridgeway, decidiu partilhar um vídeo da sua aula na qual tinha proposto tarefas tipo «fazendo Matemática» mostradas na Figura 1. Embora os alunos resolvessem bem o problema, ele ficou com a sensação que tudo tinha acontecido muito rapidamente.

Na base da sua conversa com Teresa, ele sentiu que o *Quadro das Tarefas Matemáticas* podia ser uma maneira útil para pensar sobre a aula. Pediu ajuda aos seus colegas na aplicação do quadro à sua aula. O vídeo começou com Ron apresentando a tarefa aos seus alunos. Cuidadosamente, explicou que queria que eles sombreassem seis quadrados de um rectângulo de 10 × 4 e depois calculassem a percentagem, o número decimal e a fracção, por esta ordem, da parte sombreada do rectângulo. Quando a fase de implementação da tarefa começou, Ron recordou aos seus alunos que eles necessitariam de explicar a sua resposta, qualquer que ela fosse. Os alunos ficaram preocupados pouco tempo depois de tentarem imaginar que percentagem de 40 representava os seis quadrados sombreados. Começaram a pôr os dedos no ar quando se aperceberam que os algoritmos que tinham aprendido eram inúteis. Como Ron andava de carteira em carteira foi confrontado com o mesmo refrão «Como é que isto se faz?»

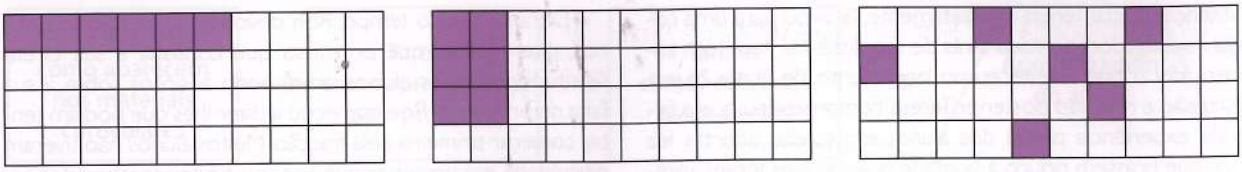
Durante pouco tempo, Ron devolveu a questão aos alunos, dizendo-lhes que era nisso que consistia a sua tarefa. Contudo, como os alunos iam ficando ansiosos sobre a sua falta de progresso, Ron começou a dizer-lhes que podiam tentar começar primeiro pela fracção. Muitos alunos não tiveram dificuldade em perceber que seis quadrados sombreados seriam 6/40. Em seguida, encontraram a forma decimal, dividindo 6 por 40 para obter 0,15 e depois voltavam-se para o método «provado e verdadeiro» de mover duas casas decimais para a direita para converter 0,15 em 15%. O que tinha começado como um problema completamente intratável era resolvido numa questão de minutos!

Quando Ron pediu *feedback* da aula, um dos seus colegas observou que alterando o problema desta maneira, os alunos tinham separado completamente o seu pensamento do diagrama e consequentemente dos significados de número decimal, percentagem e fracção. Um outro professor achou curioso que os alunos nem ao menos se mostrassem inclinados a verificar a plausibilidade das respostas que tinham obtido em comparação com o diagrama. Depois de mais discussões, os professores concordaram que, cedendo ao pedido dos alunos «como é que isto se faz», Ron tinha reduzido ou eliminado os aspectos desafiantes e lógicos da tarefa, retirando aos alunos a oportunidade de desenvolverem competências de raciocínio e pensamento e de alcançar uma compreensão matemática significativa. Usando o *Quadro das Tarefas Matemáticas*, os professores concluíram que a tarefa tinha sido apresentada num nível elevado mas tinha sido implementada num nível muito mais reduzido; por fim, os alunos ficaram com uma tarefa que exigia apenas que aplicassem um procedimento que não tinha qualquer conexão com o sentido essencial da questão.

O caso de Ron Castleman: Segunda parte

Ron apreciou os comentários dos seus colegas. Embora pudesse inicialmente ter preferido ouvir, «foi uma grande aula», concluiu que tal *feedback* não teria sido muito proveitoso. Antes da reunião de professores, ele não tinha pensado sobre o impacto das suas acções na aprendizagem dos alunos. Quando examinou mais tarde o trabalho dos alunos, concluiu que não via nenhuma evidência dos alunos terem prestado atenção ao diagrama. Quando reflectiu sobre a aula com os seus colegas, compreendeu que tinha contribuído para que não prestassem atenção ao diagrama ao sugerir que começassem com a fracção.

Mais tarde, na mesma semana, propôs a mesma tarefa do tipo «fazendo Matemática» noutra turma. Desta vez, tinha uma ideia clara do pensamento que queria encorajar nos alunos durante a fase de implementação da tarefa. Para manter a tarefa num nível elevado, queria ajudar os seus alunos a construir os seus próprios modos de a resolver usando o diagrama, em vez de se basearem em procedimentos aprendidos. Se os seus alunos apresentassem e testassem estratégias baseadas no diagrama, pensou ele, um envolvimento significativo nos conceitos de percentagem, número decimal e fracção apareceria naturalmente.



a) Qual a percentagem de cada linha?

b) Quantos grupos semelhantes caberiam no rectângulo?

c) Qual a percentagem de cada quadrado sombreado?

Figura 3

Nesta altura, em vez de dar aos alunos sugestões para simplificar, Ron pediu que olhassem cuidadosamente para o rectângulo, observando tanto o total do número de quadrados como as maneiras como estes estavam organizados em linhas e colunas. Enquanto caminhava pela sala, observou que os alunos que faziam maiores progressos eram os que tinham observado que cada coluna representava uma décima do rectângulo e tinham sombreado os seis quadrados, quase como se tivessem «enchido completamente» uma coluna e meia. Se uma coluna era um décimo ou 10 por cento, então «uma coluna e meia», pensavam eles, seria 15 por cento. Os alunos que tinham as maiores dificuldades eram os que estavam a trabalhar com rectângulos nos quais os quadrados sombreados não estavam dispostos em coluna. Ele ajudou estes alunos a encontrarem maneiras de calcular a percentagem através de perguntas que lhes permitissem basear-se na disposição específica que tinham sombreado. Vários exemplos de estratégias de alunos e questões colocadas por Ron aparecem na Figura 3.

O apoio de Ron encorajou os alunos a insistir na determinação da percentagem e, mais importante, levou-os a pensar sobre o que significa a percentagem e, em particular, a sua relação com este diagrama particular. Embora isso ocupasse a turma num único problema, durante quase uma aula inteira, Ron achou o tempo bem empregue. No fim da aula, vários alunos apresentaram estratégias alternativas ao resto da turma, no retroprojector. Até mesmo Ron ficou surpreendido com as diferentes maneiras que eles usaram para resolver o problema!

No fim da aula, Ron estava esgotado, mas satisfeito. Nunca tinha ouvido os alunos com tanta atenção e tentado ajudá-los a partir dos seus conhecimentos prévios. Estava contente com o que os seus alunos tinham sido capazes de fazer, especialmente com a forma como foram capazes de usar a sua compreensão sobre percentagens para resolver a tarefa.

Os professores de Ridgeway discutem porquê

Logo após este episódio, combinámos uma reunião com Ron, Teresa e seus colegas para discutir de que modo o *Quadro das Tarefas Matemáticas* tinha sido útil para eles. Ron estava ansioso para partilhar as suas experiências. Salientou quão importante tinha sido ser capaz de focar a sua atenção em alguns aspectos do seu ensino. Olhando para as tarefas que utilizou e como ele e os alunos as trabalharam, sentiu que tinha sido capaz de se concentrar mais sobre o que os alunos estavam a aprender. Comentou que era fácil envolver-se de tal maneira naquilo que se *fazia* que se perdia a noção daquilo que os alunos estavam a conseguir aprender através da experiência.

No decorrer da conversa, outros professores descreveram episódios das suas próprias aulas, referindo tarefas que foram implementadas de forma a suscitar pensamento de ordem elevada e outras que não o foram. Depois, perguntámos aos professores porque é que pensavam que as tarefas resultavam ou não de acordo com o previsto. Eram capazes de identificar os factores que estavam associados ao sucesso ou insucesso de uma tarefa? Ron começou por indicar que na aula em que usou primeiro a tarefa percentagem, número decimal, fracção, o factor mais importante que contribuiu para o insucesso da tarefa foi dizer aos alunos para começarem com a fracção. Tendo os alunos feito isso, explicou ele, podiam confiar totalmente nos procedimentos previamente aprendidos. Teresa comentou que o que ela tinha feito com o lançamento dos rolos era muito semelhante ao que Ron descreveu. Embora os alunos não pudessem usar um procedimento simples para resolver a tarefa, explicou ela, no fundo tinha-lhes dado a indicação do que necessitavam fazer, passo a passo. Os professores referiram outros factores como estando igualmente associados ao insucesso da tarefa, tais como a forma de gerir a aula, o tempo dado a mais ou a menos para realizar a tarefa e a não responsabilização dos alunos.

Em seguida, os professores reflectiram sobre os factores que poderiam contribuir para a tarefa a se manter num nível elevado. Começaram por dizer que alguns dos factores seriam o oposto da primeira lista — não processualizar a tarefa, dar tempo suficiente aos alunos e prestar-lhes atenção, responsabilizá-los por pensar a um nível elevado. Além disso, acrescentaram que o mais importante era encontrar uma forma de ajudar os alunos a progredir sem dar imediatamente a solução ou o caminho da solução. Ron explicou que tinha sido difícil manter esta abordagem mas que, no fim, compreendeu que muitos mais alunos aprenderam trabalhando «através» de um problema em vez seguirem um procedimento por ele «dado».

Neste ponto da discussão, indicámos que na nossa investigação tínhamos identificado factores associados com a aceitação e recusa de exigências de nível elevado que incluíam todos os factores que tinham sido identificados e mais alguns. Explicámos que a nossa lista (Figura 4) resultou de um estudo de quase 150 tarefas usadas durante um período de três anos em quatro escolas diferentes. Ao rever a lista, os professores

Factores associados com a manutenção de exigências cognitivas de nível elevado

1. É dado apoio ao pensamento e raciocínio do aluno.
2. São dados aos alunos os meios para avaliar o seu próprio progresso.
3. O professor ou alguns alunos ilustram desempenhos de nível elevado.
4. O professor estimula justificações, explicações e significados através de questões, comentários e *feedback*.
5. As tarefas baseiam-se no conhecimento prévio dos alunos.
6. O professor estabelece frequentes conexões conceptuais.
7. É permitido tempo suficiente para explorar nem de menos, nem de mais.

Factores associados com o declínio de exigências cognitivas de nível elevado

1. Aspectos problemáticos da tarefa tornam-se rotineiros (por exemplo, os alunos pressionam o professor para reduzir a complexidade da tarefa especificando procedimentos explícitos ou passos para a realizar; o professor «toma conta» do pensamento e raciocínio e diz aos alunos como resolver o problema).
2. O professor muda a ênfase dos significados, conceitos ou compreensão para a correcção ou perfeição das respostas.
3. Não é dado tempo suficiente para lidar com aspectos exigentes da tarefa, ou é dado demasiado tempo e os alunos distraem-se da tarefa.
4. Problemas de gestão da sala de aula impedem o envolvimento apoiado em actividades cognitivas de nível elevado.
5. A tarefa é inadequada para um dado grupo de alunos (por exemplo, os alunos não se envolvem em actividades cognitivas de nível elevado por causa da falta de interesse, motivação ou conhecimento prévio necessário para a realizar; as expectativas das tarefas não estão suficientemente claras para colocar os alunos num adequado espaço cognitivo).
6. Os alunos não são responsabilizados pelos resultados ou processos de nível elevado (por exemplo, embora se lhes diga para explicar o seu pensamento, são aceites explicações incorrectas ou pouco claras; é dada a impressão aos alunos que o seu trabalho não será tido em consideração para a avaliação).

Figura 4. Factores associados com a manutenção e declínio de exigências cognitivas de nível elevado

manifestaram a sua concordância com os factores que identificámos. Uma professora comentou que concordava com todos os factores indicados e que podia pensar em situações em que cada um desses factores tinha contribuído para o sucesso ou fracasso de uma aula particular. Disse, contudo, que, por si só, não teria sido capaz de identificar cada um deles. Explicou, por exemplo, que frequentemente forneceu aos alunos os critérios a usar na avaliação de um certo problema, dando-lhes, desta forma, meios de gerirem o seu próprio progresso, mas que nunca pensou nestes critérios como um factor que podia contribuir para manter um envolvimento cognitivo de nível elevado.

A lista parecia descrever um conjunto de factores e condições de sala de aula, com os quais os professores imediatamente se identificaram. Embora muitos dos factores reflictam práticas comuns entre os professores, tais como estabelecer frequentemente conexões conceptuais e basear-se no conhecimento prévio dos alunos, até então os professores não tinham relacionado estas acções e decisões com a implementação bem sucedida da tarefa.

Usando o quadro de reflexão

O quadro não pretende ser uma prescrição rígida; em vez disso, é uma ferramenta para reflexão. Quando bem usado, deverá chamar a atenção para o que os alunos estão de facto a fazer e a pensar durante as aulas de Matemática. Este foco no pensamento dos alunos, por sua vez, ajuda o professor a adaptar o ensino de modo a que este possa corresponder e apoiar as tentativas dos alunos de raciocinar e compreender o sentido da Matemática.

Ron Castelman considerou que o quadro era útil no seu esforço de incentivar o envolvimento dos alunos em tarefas de nível elevado. Com a ajuda dos seus colegas, Ron compreendeu como as suas acções na sala de aula influenciavam a aprendizagem dos alunos. Ter colegas que apoiam, ajudam a reflectir e dão *feedback* é uma ajuda inestimável. Contudo, o quadro pode ser usado em vários contextos. Na secção seguinte, fazemos duas sugestões sobre como o professor pode usá-lo como instrumento para a reflexão sobre a própria prática.

Professores observando professores

Trabalhe com um colega para estabelecer uma calendarização para observar e ser observado. Reuna-se posteriormente para discutir a aula e fazer sugestões para a melhorar. O quadro pode ser usado para alcançar o que se procura e se pretende discutir.

Ao observar, pense com atenção sobre as mensagens que estão a ser transmitidas aos alunos acerca do que se espera que eles façam, como o devem fazer e os recursos que devem usar. Pode tentar resolver a tarefa, você mesmo, para ter a certeza que entende o que é necessário para a resolver. À medida que os alunos trabalham na tarefa, desloque-se pela sala, indo de mesa em mesa ou de grupo em grupo, ouvindo e observando, atentamente, para perceber a profundidade com que os alunos estão a abordar ideias matemáticas significativas.

Estão os alunos a lidar com significados matemáticos enquanto trabalham? Estão as suas palavras fundamentadas em evidência e raciocínio matemático? Ou permanecem no nível de procedimentos e símbolos memorizados que não estão relacionados com as ideias essenciais?

Posteriormente, se possível antes do fim do dia, reuna-se com o seu colega para discutir a observação. Comecem por estabelecer um consenso sobre o segmento do tempo de aula usado com a «tarefa» e sobre o que podem considerar como fases de apresentação e implementação. Depois, discutam as exigências cognitivas durante cada fase. Esta parte da discussão resulta melhor quando o observador dá primeiro a sua opinião relativamente às exigências cognitivas da tarefa; em seguida, o professor comenta estas opiniões, assinalando se concorda ou discorda e porquê. Desta maneira, o observador será forçado a dar *feedback* crítico e será menos tentado a desculpar diferenças de opinião diferenças que são importantes para haver crescimento.

Se os dois concordarem que uma ou mais tarefas foram apresentadas a um nível elevado de exigência cognitiva, discutam se essas exigências foram mantidas durante a fase de implementação ou regrediram para um trabalho menos desafiante. Em qualquer das situações, a peça essencial desta parte da discussão é a identificação dos factores da sala de aula que influenciaram a manutenção ou declínio do nível cognitivo da tarefa. A maioria dos professores acha esta parte do quadro a mais fascinante, provavelmente porque ela se reflecte mais directamente no que estão a fazer bem ou que podem melhorar. Também deverão despender tempo a discutir tarefas que identificam como estando a um nível reduzido numa fase de apresentação, concentrando-vos sobre como a tarefa poderia ser alterada para se tornar mais desafiante.

Professores observando-se a si próprios

Se não tem um colega com o qual se possa sentir confortável observando e sendo observado, tente gravar em vídeo o seu próprio ensino. Em seguida, pode reflectir sobre o seu ensino numa altura que seja conveniente, calmamente e em privado. Usar o vídeo para reflectir pode, de facto, ser mais vantajoso do que a reflexão baseada na memória ou em notas. Por exemplo, memórias de acontecimentos de sala de aula não são tão objectivas como as que são gravadas pelo vídeo. Além disso, o vídeo permite-lhe ver e tornar a ver uma determinada parte, tentando perceber exactamente o que se passava no pensamento dos alunos enquanto eles trabalhavam numa tarefa específica.

Então, e qual é o resultado?

A evidência obtida através da análise dos resultados de turmas de escolas dos 2.° e 3.° ciclos do QUASAR, revelaram que os alunos que obtiveram melhores resultados em provas do projecto relativamente a raciocínio e resolução de problemas, estavam em turmas nas quais as tarefas eram frequentemente apresentadas e implementadas em níveis elevados de exigência cognitiva (Stein e Lane, 1996). Para estes alunos, ter a oportunidade de trabalhar em tarefas desafiantes num ambiente de sala de aula incentivador, traduziu-se em ganhos substanciais de aprendizagem, avaliados por um instrumento especialmente concebido para medir o tipo de resultados de aprendizagem dos alunos defendido pelas normas profissionais de ensino do NCTM.

Notas

1 Translated and reprinted with permission from Mathematics Teaching in the Middle School, copyright January, 1998 by the National Council of Teachers of Mathematics. All rights reserved. NCTM is not responsible for the accuracy or quality of the translation.

2 *Middle school*, no original. As *middle schools* têm, usualmente, alunos dos 6.°, 7.° e 8.° anos.

Referências

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psycologist, 23*, 167–80.

Hart, L. C., Schultz, K., Najee-ullah, D., & Nash, L. (1992). Implementing the professional standards for teaching mathematics: The role of reflection teaching. *Arithmetic Teacher, 40*, 40–42.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Professional standards for teaching mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Silver, E. A., & Stein, M. K. (1996). The QUASAR project: The ‹revolution of the possible› in mathematics instructional reform in urban middle schools. *Urban Education, 30*, 476–521.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal, 33*, 455–88.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation, 2*, 50–80.

Bibliografia

Bouck, M., Keusch, T., & Fitzgerald, W. M. (1996). Implementing the professional standards for teaching mathematics: Developing as a teacher of mathematics. *Mathematics Teacher, 89*, 769–73.

Brown, C.A., & Smith, M. S. (1997). Implementing the professional standards for teaching mathematics: Supporting the development of mathematical pedagogy. *Mathematics Teacher, 90*, 138–43.

Romagnano, L. R. (1994). *Wrestling with change: The dilemmas of teaching real mathematics.* Portsmouth, NH: Heinemann Educational.

Mary Kay Stein, University of Pittsburg, EUA
Margaret Schan Smith, Pennsylvania State University, EU

Tradução: Alunos de mestrado em Educação Matemática da FCUL
Revisão: João Pedro da Ponte e Joana Brocardo

Manuais digitais ou manuais em papel, eis a questão!

Diz este estudo divulgado pela Lusa em 11 Novembro de 2009 que pais e filhos preferem os clássicos manuais escolares aos manuais digitais. Parece-nos relevante reflectir um pouco sobre esta alegada preferência, numa altura em que, por um lado, os recursos educativos digitais (RED) são cada vez mais diversificados e, por outro lado, de fácil acesso e são apontados alguns defeitos aos manuais escolares.

Será que estes resultados que aparentemente são contraditórios com os tempos que vivemos, não são reflexo das dificuldades na mudança do paradigma papel para um paradigma estritamente digital? Senão vejamos: já todos lemos e ouvimos referências às pesadas mochilas que os jovens transportam diariamente para a escola e aos seus efeitos nefastos para a saúde. Invariavelmente, no mês de Setembro de cada ano, assistimos nos jornais televisivos a peças em que pais e livreiros são entrevistados, pronunciando-se sobre o elevado custo dos manuais escolares. Vivemos uma época em que as preocupações ecológicas estão muito presentes e os apelos às restrições no consumo do papel são frequentes.

Este ano lectivo, em que decorre a primeira fase da generalização do Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico, as escolas que estão a trabalhar com o novo programa, na ausência de manuais em papel produzidos pelas editoras, têm acesso a um conjunto de recursos disponibilizados digitalmente através do site da DGIDC.

Foi recentemente publicado pela OCDE um estudo intitulado *Beyond Textbooks: Digital Learning Resources as Systemic Innovation in the Nordic Countries* (`http://www.ocde.org`). Esta publicação foca-se nos recursos digitais enquanto promotores da inovação e pretende trazer pistas sobre a forma como os recursos digitais promovem a aprendizagem. A partir de estudos de caso levados a cabo nos países nórdicos, este relatório pretende dar indicações aos decisores nestas áreas sobre a qualidade da aprendizagem decorrente dos processos de inovação que têm vindo a ser implementados. Processos


Público

Manifestações
A antiglobalização quer chegar à idade adulta

Copenhaga 2009
Novo canal sobre as alterações climáticas

Facebook
Revolta por de mudanç sistema de privacidade

JORNAL DO DIA | PDF | VÍDEOS | MULTIMÉDIA | INFOGRAFIAS | BLOGUES | DOSSIERS | LOJA | ASSINATURAS | CONTACT

MUNDO POLÍTICA ECONOMIA DESPORTO SOCIEDADE EDUCAÇÃO CIÊNCIAS ECOSFERA CULTURA LO

Consultório de Justiça | Mapa "verde" de Portugal | Hotspots gratuitos de Internet | Ano Internacional da Astronomia 2009 | Copenhaga (

Estudo

Maioria dos pais prefere que filhos estudem pelos manuais

11.11.2009 - 11:19 Por Lusa

Votar | 5 votos ★★★ 2 de 2 notícias em Educação « anterior

A grande maioria dos encarregados de educação (80 por cento) prefere os manuais escolares a outros recursos e 70 por cento dos alunos gosta de estudar por estes livros, segundo um estudo realizado pelo Observatório dos Recursos Educativos.

Ana Luísa Silva (arquivo)

Os inquiridos apontam dois problemas habituais: o peso do conjunto de manuais e o preço

1467 leitores
21 comentários

FUNCIONALIDADES

O trabalho revela que a opção dos pais se deve essencialmente à possibilidade de tratamento de todos os conteúdos num único recurso educativo e também a uma questão de confiança, já que o manual é normalmente "o guião do professor", disse o coordenador do estudo, Adalberto Dias de Carvalho.

In Público on-line, 11 de Novembro de 2009

esses que passam justamente pelo recurso a recursos digitais.

Não podemos ignorar que os nossos alunos fazem hoje parte de uma geração a que a literatura sobre a literacia no Séc. XXI se refere como Digital Natives. Numa conferência recente, um neurologista[1] envolvido no estudo dos impactos das TIC na educação, refere-se a esta mesma geração como Geração Depois do Google (GDG), caracterizando o seu pensamento como digital, em vez de analógico como o das gerações anteriores.

Será a lógica do manual escolar em papel compatível com a GDG? Os pais, segundo este estudo, alegam poder acompanhar melhor o percurso dos filhos tendo por referente o manual escolar adoptado.

Mas os pais e a generalidade dos professores fazem parte de uma outra geração: a Geração Antes do Google (GAG). A GAG precisa do guião em papel. E a GDG como aprende? Como compatibilizam os diferentes recursos a que têm acesso?

Diz o estudo divulgado pela Lusa que a maioria dos alunos não vai consultar os sítios indicados nos manuais escolares como fontes de informação adicionais. Mas ninguém tem dúvida que a GDG usa a Web e não é só para jogar ou confraternizar nas redes sociais. Perante a solicitação de descobrir o significado de um novo vocábulo, o Google vem antes do dicionário.

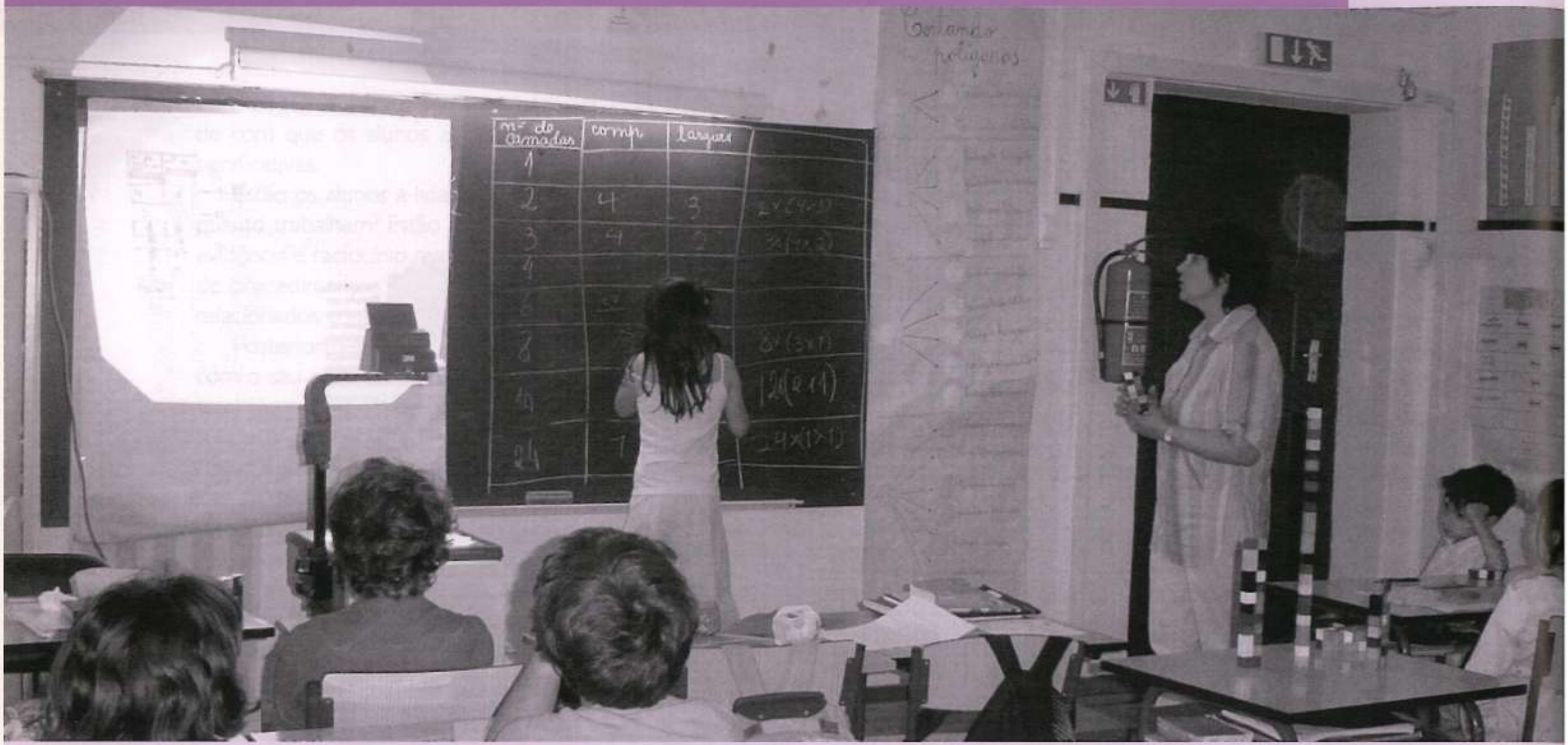
Importa ainda não esquecer que entre as mais importantes competências dos cidadãos do séc. XXI, se encontra a capacidade para procurar, seleccionar, produzir e disponibilizar/partilhar informação.

Será que estamos perante uma enorme dificuldade da GAG em encontrar um papel para o manual escolar neste novo mundo? Será que o manual escolar já não devia ser o que tem sido, não só no seu suporte como no seu formato? Que formato(s) poderá ter um manual que compatibilize o papel informativo com o papel de guião orientador e, ainda, com o papel de desencadear actividades relevantes para a aprendizagem dos alunos?

Nota

1 A apresentação do Prof. Duaan Meako intitulada: «Quo Vadis Digital Education in Digital Era?» pode ser encontrada em `http://pdwslovakia.blogspot.com/`

Ana Luísa Paiva
Nuno Candeias



A experimentação do novo Programa de Matemática

Reportagem numa turma de 3º ano em Évora

Ana Paula Canavarro
Maria Manuela Vicente

Ainda nem eram nove horas mas o calor já se sentia bem naquele início de Junho em que fomos à EB1 do Rossio de Évora. O forte toque de entrada inaugurou os barulhos matinais, seguindo-se-lhe as corridas dos meninos que subiam para a sua sala no primeiro andar. Pareciam vir com vontade de ali estar, largavam apressados as mochilas junto às cadeiras, sentavam-se e tiravam o material escolar sem perder tempo. As professoras Helena Aleixo e Amélia Martins cumprimentavam todos com ar bem disposto. Não demoraram a começar e foram directas ao assunto.

Professora Helena: Hoje vamos tentar resolver um problema com base numa caixa de bombons. Já foi retirada do mercado mas nós construímos um modelo parecido…

E levanta na mão uma caixa transparente cheia de chocolates iguais que mostra aos alunos (figura 1).

Aluno, sorrindo: Professora Lena, e é para comermos os bombons?

Professora Helena: Para já é para resolver um problema. Como vamos representar numa expressão matemática o número de bombons que estão nesta caixa?

A professora deu alguns instantes aos alunos que não reagiram de imediato. Por pressentir a dificuldade da questão, sugeriu que se concentrassem numa só camada de bombons da caixa.

Professora Helena: Vamos olhar para a primeira camada. Como podemos representar o número de bombons numa expressão matemática?

João: 6 × 2 ou 2 × 6.

Marta: 2 em coluna e 6 em linha.

Professora Helena: O que representa o 6?

Marta: O número da linha.

Professora Helena: O número de bombons que há em cada linha. E o 2?

Ana: A coluna.

A professora procurava certificar-se de que os alunos compreendiam o significado das expressões que verbalizavam e só depois insistiu numa representação referente ao número total de bombons.

Professora Helena: Como representar numa expressão as duas camadas?

Miguel: 12 × 2.

A professora regista no quadro esta expressão e questiona a turma:

Professora Helena: O que é o 12?

Miguel: O 12 representa cada uma das camadas.

Professora Helena: E o 2?

Figura 1. Caixa de bombons apresentada aos alunos

Caixas de bombons

A professora Paula recebeu uma caixa de bombons igual a esta. Sabendo que a caixa tem 24 bombons, descobre outras disposições que permitam arrumar estes bombons.

Figura 2. Tarefa proposta por escrito aos alunos

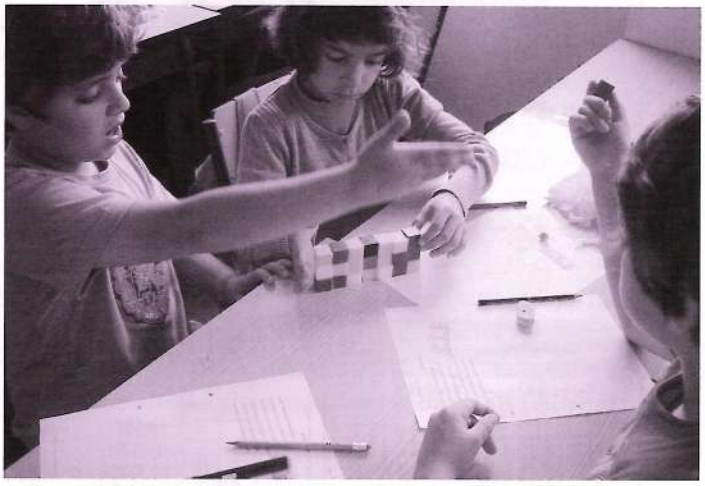


Figura 3. Alunos exploram a tarefa em grupo

Pedro: As duas camadas.

Professora Helena: Poderemos representar de outra fora?

Marta: Como na caixa há 24 bombons podemos fazer $6 \times 2 + 6 \times 2$.

A professora regista no quadro esta expressão e de novo questiona:

Professora Helena: Falta aqui alguma coisa?

Martinho: Parêntesis.

Professora Helena: Exactamente.

Coloca então os parêntesis para vincar a associação de 6×2, enquanto uma outra aluna acrescenta:

Diana: Também pode ser $2 \times (6 \times 2)$.

A professora anuiu, escreveu esta expressão no quadro, comentando que qualquer uma delas era adequada.

Anunciou de seguida aos alunos que iriam trabalhar em grupo. Em menos de um minuto todos se acomodaram de modo a se juntarem aos colegas do seu grupo e a criarem um espaço de trabalho comum. As professoras distribuíram as folhas com o problema (figura 2), uma por aluno, e cubos com e sem encaixe, 24 de cada tipo por cada grupo.

Os alunos concentraram-se de imediato na leitura do problema, identificando rapidamente o que teriam que fazer:

Miguel: Diz para descobrirmos outras disposições para colocar os bombons.

Antes de os alunos iniciarem o trabalho autónomo, a professora Helena alertou:

Professora Helena: Já sabem que as camadas são todas iguais e não pode sobrar bombom nenhum. Vamos usar os cubinhos. À medida que vão descobrindo formas de arrumar os bombons, vão registando no acetato.

A utilização de materiais manipuláveis e a realização de registos que possam mostrar uns aos outros de forma eficaz, pareceu ser algo com que os alunos estavam bastante familiarizados. A produção dos acetatos com desenhos e indicações explícitas pareceu decorrer com relativa facilidade.

Os alunos evidenciaram também grande familiaridade com o trabalho em grupo, que fazem de forma responsável (figura 3). Em alguns grupos dividem entre si tarefas sem hesitações nem discussões: decidem quem experimenta com os cubos, quem escreve as expressões nas folhas, quem passa para o acetato.

Rapidamente começaram a surgir nos grupos diferentes formas de dispor os 24 bombons. Os registos dos grupos são diversificados: alguns grupos recorrem às vistas laterais e de topo das caixas, revelando o estabelecimento de conexões com outras tarefas anteriormente realizadas sobre visualização espacial. Outros registam primeiro as expressões numéricas ou números organizados em tabelas; outros tentam desenhar cada uma das novas caixas descobertas em perspectiva. É notória a preocupação dos alunos em dar sentido e legibilidade às representações que adoptam, que são muito completas e detalhadas.

As professoras passam nos grupos para observar o trabalho e retirar as dúvidas que surgiam sobre a eficácia das representações:

Ricardo: Professora, como vamos representar esta?

Professora Amélia: O que te parece?

Ana: Podemos representar a camada de cima.

Professora Amélia: Mas só a de cima não chega...

Pedro: Depois representamos também a vista de frente.

Professora Amélia: E isso funciona? Já nos mostras, faz lá!

Dirigindo-se à turma em geral, a professora sintetiza as recomendações:

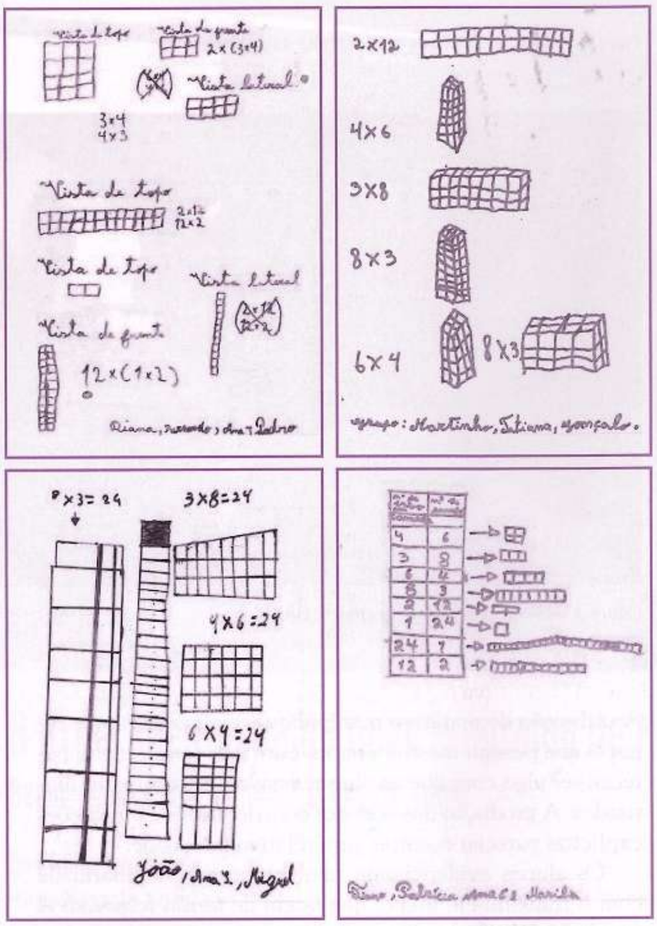


Figura 3. Acetatos de quatro grupos com diferentes tipos de representações adoptadas pelos alunos

Professora Amélia: Fazem o desenho, mas depois não se esqueçam de representar a expressão numérica correspondente.

Depois de as professoras Helena e Amélia conferirem que no conjunto dos grupos já tinham sido identificadas todas as soluções possíveis, decidiram interromper o trabalho dos alunos. A professora Helena pediu aos alunos que se preparassem para a apresentação e discussão colectiva e finalizassem os seus acetatos (figura 3).

Eram então 10:15. Os que estavam sentados de costas para o retroprojector ajeitaram rapidamente a cadeira e todos ficaram com postura atenta e de interesse para o que se ia seguir (figura 4).

A professora Helena fez no quadro uma tabela com quatro colunas para registar o número de camadas, o número de bombons na dimensão comprimento da caixa, o número de bombons na dimensão largura da caixa e a expressão numérica correspondente ao total de bombons. O seu objectivo foi o de ir registando de forma ordenada as diferentes descobertas dos grupos após a sua apresentação, discussão e validação colectiva.

Antes de começar as apresentações, fez um levantamento na turma sobre o número possível de camadas, tendo a primeira coluna sido preenchida com a ajuda de todos. Os

Figura 4. Ambiente da aula na fase de discussão

alunos justificaram não ser possível haver cinco camadas pelo facto de o «cinco não se pode multiplicar por outro número para dar 24». O mesmo raciocínio foi feito para todos os outros números não divisores de 24. A tabela ficou então organizada por ordem crescente do número de camadas dos bombons, como se reproduz na figura 5.

Os grupos foram ao quadro respeitando a ordem pela qual se ofereciam, mas com uma condição: o grupo seguinte tinha de apresentar uma descoberta diferente das que já haviam sido discutidas e registadas.

Todos os grupos recorreram ao modelo que haviam construído com os cubos para apoiar a sua explicação e ilustrar melhor as representações do acetato produzido. O porta-voz caracterizava a disposição dos bombons, referindo-se ao número por cada uma das dimensões da caixa e explicando a sua relação com a expressão numérica que propunha.

A professora ouvia atentamente e colocava questões, procurando ajudar os alunos a traduzir o seu registo para o registo que pretendia que realizassem na tabela geral. As maiores dificuldades que os alunos apresentavam tinham a ver com a distinção entre o número de camadas de cada construção e a constituição da camada propriamente dita. Esta distinção não era muitas vezes linear, nomeadamente

nº de camadas	comprimento	largura	expressão
1			
2			
3			
4			
6			
8			
12			
24			

Figura 5. Reprodução da tabela preenchida apenas com o número possível de camadas de bombons na caixa

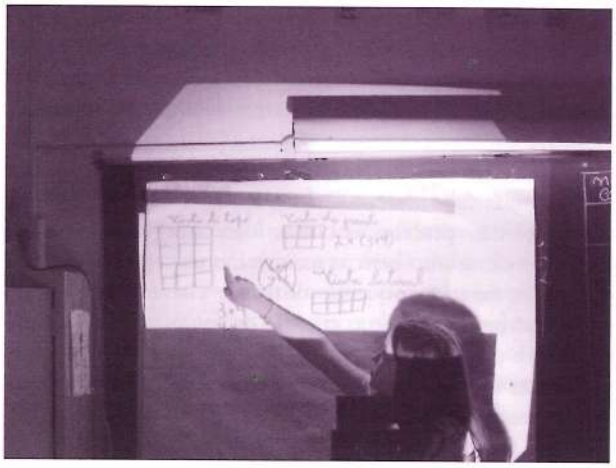


Figura 6. Diana apresenta a proposta do seu grupo recorrendo ao acetato

Figura 7. Professora Helena no momento de síntese das conclusões

porque a mesma construção pode ter diferentes interpretações conforme a posição em que é colocado no espaço — por exemplo, um sólido composto por $3 \times 4 \times 2$ cubos, tanto pode ser visto como tendo 3 camadas de 4×2 cubos como tendo 2 camadas de 3×4 cubos. No entanto, em geral os alunos conseguiam identificar bastante bem as diferenças e tinham sucesso na caracterização dos seus sólidos que serviam de modelo às possíveis caixas de bombons, como se pode observar no seguinte excerto relativo à apresentação de um grupo cujo porta-voz era Diana (figura 6):

Professora Helena: Agora a Diana vai mostrar-nos como é que eles representaram.

Diana: Nós pusemos 12 na base, é 3×4.

Professora Helena: E quantas camadas fizeram?

Diana: Duas.

Professora Helena: Onde vamos registar esse?

Diana: Na linha das 12 camadas.

Ricardo: Não! Os bombons é que são 12 por camada...

Professora Helena: Pomos na linha do 12?

Diana: No 2.

Professora Helena: E a expressão?

Diana: $2 \times (3 \times 4))$.

Professora Helena: Já sabem que o 2 é o número de camadas, o 3 o número de cubos do comprimento e o outro 4 o número de cubos da largura.

A professora pedia sempre aos alunos que completassem a tabela com o registo de forma organizada, o que contribuiu para que não repetissem soluções e no final se certificassem que haviam descoberto todas as possibilidades de arrumar os 24 bombons. Esta organização ajudou também a eliminar as representações que correspondiam à mesma disposição mas em posição diferente, o que ocasionou o estabelecimento de conexões com a propriedade comutativa da multiplicação.

Findo o registo da tabela, alguns alunos reparam também, de forma espontânea, que havia relações entre os factores das multiplicações que estavam registadas no quadro.

Tiago: Professora Lena... Também está ali outra coisa... um número é o dobro e o outro é a metade... 2 é o dobro de 1 e 6 é metade de 12...

O aluno apontava para a expressão $2 \times (1 \times 12) = 2 \times (2 \times 6)$ escrita no quadro e a professora sublinhou-a com o giz de cor, incentivando:

Professora Helena: Ah, pois é. Reparou muito bem... O que é que se passa ali?

Tiago: É o dobro e a metade...

Patrícia: E também dá com o triplo... 3 é triplo de 1 e 4 é a terça parte de 12.

A professora sublinhou-a também esta expressão $2 \times (1 \times 12) = 2 \times (3 \times 4)$. Repetiu as descobertas dos alunos com ar curioso e comentou:

Professora Helena: Pois é! Se calhar temos de investigar isto noutro dia... O que é que se passará aqui? Fica para outro dia que agora vamos terminar o nosso problema dos bombons!

Da análise conjunta da tabela e dos modelos construídos com os cubos, concluíram, em discussão orquestrada pela professora (figura 7), que existiam apenas seis distintas disposições possíveis se não considerassem a sua posição no espaço (figura 8), apesar de terem conseguido escrever um maior número de expressões cujo produto era 24.

E assim findou esta actividade matemática, era quase meio-dia, depois de prolongada discussão em que as descobertas matemáticas dos alunos foram valorizadas.

As representações dos alunos, quer as construções com os cubos, quer as expressões simbólicas por eles apontadas, constituíram objectos de análise genuínos e reconhecidos colectivamente como soluções válidas, num ambiente em que a comunicação matemática assumiu uma enorme importância, nomeadamente na apresentação e explicação das propostas dos alunos. Além disso, o desenvolvimento do raciocínio algébrico esteve presente em diversas dimensões, não só pelos processos que implicou ao nível da sistematização das soluções encontradas, em especial para garantir que

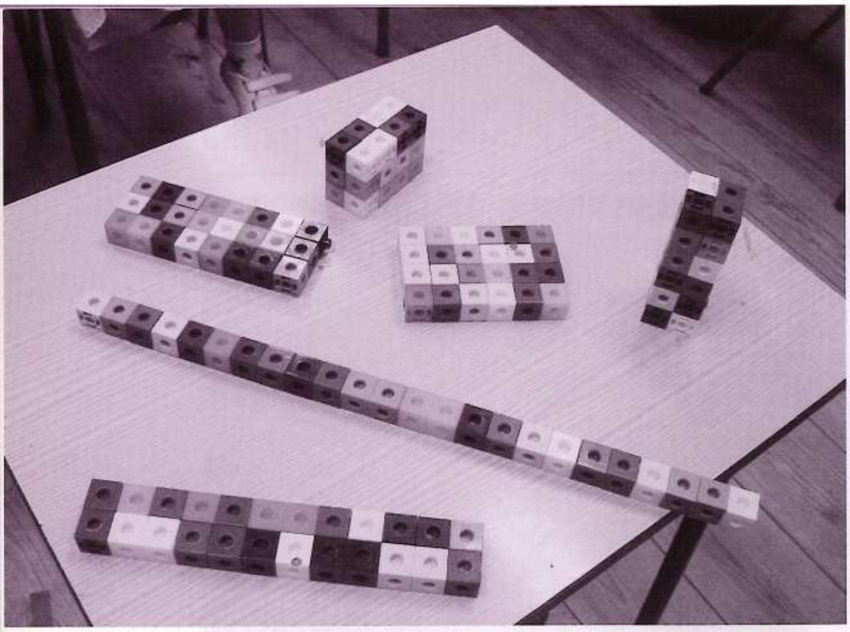


Figura 8. As seis possibilidades distintas de dispor os bombons

todos os casos estavam encontrados e eram distintos, mas também na própria escrita de expressões simbólicas pelos alunos, num contexto onde lhes puderam dar sentido.

Por último, queremos ainda dizer que pelo meio de todo este trabalho os alunos gozaram, no tempo devido, o seu merecido intervalo da manhã, mas voltaram à sala de aula tão entusiasmados e prontos para trabalhar que passados exactamente dois minutos de entrarem tinham retomado a discussão como se nunca a tivessem interrompido. Também para confirmar que pode ser assim valeu a pena lá ir.

A voz dos alunos

Depois desta aula, quisemos falar com alguns alunos para saber a sua opinião sobre a Matemática e a forma como as professoras a ensinavam. Ouvimos o Gonçalo, menino tímido que até ao 2° ano tinha estado noutra escola, para saber se notava algumas diferenças. E ele explicou: «Gosto mais agora... antes andava noutra escola e não aprendia muita Matemática... lá não apresentávamos os trabalhos, só fazíamos umas continhas e dávamos à professora... não apresentávamos, não fazíamos nada, a professora dizia se estava certo ou não. Aqui apresentamos, fazemos todos juntos para perceber o que os outros fizeram para aprendermos mais técnicas para depois sabermos mais».

O foco na comunicação matemática não foi apenas reconhecido pelo Gonçalo. Na realidade, outros alunos valorizam esta dimensão das aulas a que se referem por «fazer apresentações» e que acontece regularmente, mesmo quando não preparam acetatos para as apresentações. Por exemplo, o Martinho, aluno com algumas dificuldades na aprendizagem da Matemática, afirma o seu gosto por expor o que pensa aos colegas: «Gosto mais é de explicar as coisas que fiz, gosto de fazer também mas gosto de explicar algumas coisas à minha turma».

A Marta, aluna mediana em Matemática, também valoriza «as apresentações», vendo-a como uma hipótese de complementar o seu trabalho e por isso aprender mais: «Fazemos problemas e depois apresentamos... vai um do grupo explicar e os outros que estão a ver fazem perguntas. Já fazíamos um bocadinho no ano passado mas era com problemas muuuuuuuuuito mais fáceis. Com as apresentações podemos ficar a saber mais coisas, por exemplo os vários tipos de caixas que podemos fazer porque senão só sabíamos as nossas».

A Patrícia, aluna com boas notas em Matemática mas com alguma falta de confiança porque, como ela explica, «às vezes não percebo as coisas logo à primeira», parece compreender muito bem as mais valias das apresentações e discussões na turma, que ela distingue claramente de ir ao quadro só para avaliar a correcção da resposta. Nas suas palavras: «É divertido ver os trabalhos das outras pessoas, que é para ver se está alguma errada, se está muito bem feito, o que é que está diferente da nossa, das nossas coisas,... Por exemplo, temos uma coisa mal num trabalho e não sabemos... e as outras pessoas têm bem,... Estamos a ver o trabalho e percebemos logo o que temos mal! (...) Se são os outros que têm alguma coisa mal, nós podemos ajudá-los e corrigir o que eles têm mal. Se tiverem todos tudo bem... [a apresentação serve] para vermos como é que eles conseguem fazer melhor o trabalho, de que maneira se desenrascam em grupo e isso.

As apresentações a que os alunos se referem estão quase sempre associadas ao trabalho em grupo, uma metodologia à qual reconhecem vantagens ao nível da promoção da aprendizagem. Martinho afirma a propósito da resolução de um problema que considerou difícil: «Porque também era um bocadinho muito difícil mas, mas os meus companheiros também ajudaram-me e consegui fazer o [problema] dos telefonemas... porque... no início ainda não conseguia, ainda não sabia algumas coisas... depois eu lembrei-me de algumas coisas e consegui fazer com a ajuda dos meus colegas».

Os problemas marcam presença no discurso de todos os alunos que entrevistámos, mesmo no da aluna que manifestou o seu gosto por fazer contas, a Marta: «Gosto de fazer contas, de subtrair, de multiplicar... gosto de fazer problemas... e problemas que têm contas. Por exemplo, fizemos um problema com a professora Amélia... em cada dia o Pedro dava três folhas aos dois periquitos que estavam em gaiolas... e depois davam uns determinados dias... e nós [tínhamos de descobrir]quantas folhas de alface precisava de dar aos periquitos nos dias e quanto dinheiro é que ele gastava para comprar as alfaces». Referem-se aos problemas pelos nomes, denunciando que se tratam de problemas com histórias e contextos que retiveram e não de exercícios típicos. Todos parecem encarar os problemas como aquilo que mais gostam de fazer em Matemática, justificando essencialmente essa preferência pelo desafio que estes colocam. Diana, aluna comunicativa e com facilidade em Matemática, revela mesmo que gosta de problemas difíceis e, como exemplo de um seu preferido, refere um problema que envolve raciocínio combinatório: «Problemas, problemas difíceis, gosto de resolver! Como um trabalho que a gente fez na aula que era o *Lanche favorito* (...). Tinha sandes, tinha sumos e tinha fruta e a gente tinha de preparar várias coisas diferentes. Vários lanches diferentes com essas coisas.» O Martinho reforça esta ideia: «O que gostei mais foi fazer problemas», e elege o dos «azulejos» e o dos «meninos que falavam ao telefone» como os seus preferidos. Já a Patrícia teve como problema preferido «descobrir as planificações do cubo, com os pentaminós com mais um quadradinho, que era a tampa da caixa». O Gonçalo não indicou nenhum problema ou tarefa favorita mas fala do seu gosto em descobrir: «O que eu gosto mais é de descobrir, descobrir e desenhar!» Não admira pois ouvi-lo a falar entusiasmado das Matematíadas, nome dado a «uns problemas que as professoras dão às vezes nas aulas», explica ele enquanto mostra o seu dossiê organizado em que guarda as folhas com os problemas resolvidos. Detém-se sorrindo na folha do problema *Estrelas aos pedaços*, e comenta: «Este gostei muito» — afinal sempre parece ter um preferido.

Interessante é também notar a diversidade de respostas destes cinco alunos quando lhe perguntamos sobre o que de mais importante aprenderam este ano em Matemática. O Gonçalo reconhece valor aos algoritmos (refere-se ao da multiplicação) embora refira que gosta mais de fazer as contas mentalmente; Diana recorda aprendizagens sobre «gráficos» e também «outras tabuadas que ainda não tinha aprendido», bem como o algoritmo da multiplicação e a divisão. Martinho refere uma grande lista: «Fazer contas, fazer esquemas, fazer problemas, subtrair, contas de vezes e etc... O metro e os centímetros, unidades do comprimento e também de... oi,... eh pá, esqueci!» Marta, a adepta das contas, detém-se mais na explicação da divisão: «Aprendi divisões. Por exemplo, temos 12 e, por exemplo, temos 4 meninos, 12 bombons pelos 4 meninos... primeiro fazia a multiplicação 3 × 4 que dá 12 e depois dividia 12 por 4 e já sei que dá 3.» Quando lhe perguntámos de seria capaz de dividir com números maiores, sorriu meia atrapalhada mas, em resposta ao nosso desafio de tentar dividir 175 por 5, respondeu: «Aí tinha de fazer contas!... hammm 175... acho que sim... ia dividindo os bombons de 5 em 5... o 175 a dividir por 5 meninos... hammm... dividia os 100 e depois os 70 e depois os 5...». Que tal? Será isto compreender a divisão?

Desta conversa, ficam ideias-chave do ponto de vista dos alunos: trabalho em grupo, apresentações e discussões, confronto de ideias, problemas e desafios matemáticos, aprendizagem de vários temas, incluindo cálculo mental, algoritmos, esquemas e gráficos, medida, e outros tópicos que ficaram certamente por mencionar. Traduzirão estas ideias as preocupações e investimentos das professoras?

A voz das professoras Helena e Amélia

Voltámos no final de Junho à escola e entrevistámos as duas professoras que trabalham em estreita colaboração no dia-a-dia. Foi Helena, a professora que dá continuidade à turma, quem assumiu a responsabilidade inerente a ser experimentadora do novo programa, mas Amélia acompanha tudo em cumplicidade e também desenvolve tarefas matemáticas com os alunos. Quando lhes perguntámos o que é novo neste programa, as primeiras respostas vieram em função dos conteúdos programáticos. Helena exemplifica: «Há alguns tópicos que são efectivamente novos.... Orientação espacial com coordenadas, organização de dados e elaboração de gráficos, fracções com vários sentidos, frisos e simetrias... O pensamento algébrico é uma questão completamente nova, eles tentarem fazer uma generalização a partir de uma experiência matemática que fizeram....»

Para além destas novidades, as professoras reconhecem neste programa uma nova abordagem ao cálculo. Helena explica: «O facto de utilizarem vários tipos de registos de cálculo... nós dávamos uma receita, fazia-se o algoritmo e estava o assunto resolvido. Agora eles têm maneiras de calcular muito diversas. De facto, conseguem resolver alguns tipos de problemas que antigamente nós não conseguíamos que eles resolvessem senão no 4° ano, porque tinham de usar o algoritmo da multiplicação e da divisão... Hoje em dia eles conseguem fazer os cálculos a partir de conhecimentos muito básicos. Com a recta e utilizando a adição e a subtracção, eles conseguem resolver problemas de multiplicação e de divisão.»

Mas com o desenrolar da conversa, o foco desvia-se para a dinâmica da aula, que se afastou decisivamente do paradigma de *dar matéria, aplicar e treinar*. Helena explica que actualmente os alunos aprendem com mais autonomia: «A principal diferença é o trabalho dos alunos. Essencialmente, apelar-se a que eles trabalhem, que apresentem os trabalhos, que eles escrevam, que falem sobre Matemática. Outra coisa diferente é nós não lhe darmos receitas. Ensinamos a fazer determinadas coisas que têm de aprender mas não lhes damos receitas como antigamente dávamos... eles têm de descobrir por eles a maneira de o fazerem. E muitas vezes descobrem o conhecimento matemático a partir de um desenho, a partir de uma representação que fazem, que os orienta... eles conseguem depois passar aquilo para uma linguagem matemática e aprender coisas novas».

Esta forma de trabalhar traz, segundo as professoras, vantagens para a aprendizagem dos alunos com maiores dificuldades. Amélia afirma: «A maneira como nós trabalhamos em sala de aula fez-lhes ganhar confiança. Os meninos com dificuldades de aprendizagem conseguem trabalhar muito mais do que aquilo que conseguiam com o programa antigo... são eles que fazem, são eles que constroem, sentem-se valorizados e não têm de estar para ali a mecanizar uma coisa que não lhe dizia nada.»

Assim, as professoras revelam uma ideia do novo Programa de Matemática que inclui aspectos metodológicos determinantes no modo como os alunos aprendem Matemática. Sabem que estes aspectos dependem decisivamente da sua forma de conduzir a aula e muitos já vinham por elas a ser experimentados no âmbito da sua participação no Programa de Formação Contínua em Matemática. Helena recorda que foi aí que começou o seu investimento no trabalho de grupo com esta turma, de que é professora desde o 1° ano, e a exploração de tarefas de natureza mais aberta que realizava essencialmente nas aulas em que era acompanhada pela formadora. Na qualidade de experimentadora, passou a adoptar esta forma de trabalho com mais regularidade, embora ainda sinta algumas dificuldades na gestão deste tipo de aula, em particular na fase de síntese: «Eu muitas vezes não prevejo ainda bem como é que se sistematiza tudo. Como é que se faz a sistematização final? Trabalhou-se nisto, naquilo... Como é que no final se vai organizar aquilo tudo para que fique tudo arrumado e eles aprendam?» Também Amélia reflecte esta preocupação: «Isto nunca fez parte da nossa vida. Aquilo era assim: o aluno fazia o problema, entregava-o e o professor levava para casa e corrigia. Era o certo e o errado. E agora tem de ser da nossa parte uma aprendizagem muito profunda, tem que haver um grande investimento nosso para conseguirmos perceber realmente como é que se arruma e como é que se tira dali o que os alunos aprendem — que, no meu caso, é também o que o professor aprendeu... (sorrindo)».

As professoras referem ainda outras dificuldades que se prendem com a gestão curricular. Na ausência de manual escolar que «sirva de âncora», a preparação lectiva representa um desafio acrescido. Helena comenta: «Construir cadeias de tarefas adequadas foi mais difícil foi tudo... (rindo). Primeiro a escolha, a sequência das tarefas a realizar num tópico. O que vamos fazer? O que é que uma tarefa tem que outra não tem? Será que aquela tarefa acrescenta alguma coisa ou é a mesma coisa apresentada de outra maneira? Isso foi e continua a ser um desafio muito grande.»

As professoras referem que a gestão curricular no 1º ciclo tem sido apoiada por uma equipa da DGIDC, em especial por Hélia Sousa, através de reuniões regulares de trabalho entre experimentadores e participação em algumas aulas. Helena reconhece muita utilidade a este trabalho pois, apesar de já ter participado no PFCM durante dois anos, ainda não se sente totalmente preparada para contrariar a prática instalada: «Nós especializámo-nos num programa durante vinte anos ou mais... agora falham coisas, existem fragilidades nos conhecimentos que temos... temos de estudar aquilo, temos de estudar isto, temos de ver o que sai das tarefas.»

Esta necessidade de estudar é também referida por Amélia que participa em 2009/10 no PFCM pela segunda vez: «Eu este ano senti-me muito mais aluna do que professora porque eu... aqueles desafios que estamos a pôr aos alunos são também para nós... na formação já sentia mas agora tem de ser todos os dias com os alunos».

Percebe-se pois que estas professoras respondam sem hesitar quando lhes perguntamos por aquelas que consideram ser as condições de sucesso para a implementação nacional do NPMEB: formação, acompanhamento, trabalho entre colegas, estudar, ter responsabilidade. A par disto, referem serem precisas muitas horas de dedicação a este trabalho que, na sua perspectiva, parece envolver uma revolução no ensino da Matemática que praticaram durante anos. Amélia, professora há mais de três décadas, ri-se ao contar que no dia anterior deitou fora materiais que usava há anos: «Eu olhei para aquilo e pensei assim: Eu sei que nunca mais vou usar isto, vou deitar fora!» Helena comenta que a colega parece falar de roupa velha que passou de moda e conclui: «Realmente é mesmo assim. Nós agora já vemos a Matemática para os gaiatos duma forma completamente diferente, nós nunca mais os vamos pôr a fazer exercícios que antes fazíamos, que só fazíamos daquilo. Agora sabemos que eles podem trabalhar de outras maneiras e aprender outras coisas e isso depende do que nós fazemos na aula, depende mesmo de nós, do professor. O que o novo programa pede é um novo professor.»

Ana Paula Canavarro
Universidade de Évora

Maria Manuela Vicente
Universidade de Évora e EB1 André de Resende

Materiais para a aula de Matemática

Como arrumar os bombons?

Na aula que acompanhámos na turma de 3º ano (reportagem nesta revista), as professoras colocaram aos alunos uma tarefa que implica a identificação das diferentes formas de obter o produto 24 a partir de três factores, e a compreensão de que estas diferentes formas estão associadas a diferentes caixas com posições distintas no espaço. Sublinhamos dois aspectos fundamentais da forma como a actividade dos alunos decorreu. Em primeiro lugar, permitiu explorar conexões entre geometria e números e operações, pois cada disposição distinta, correspondente a uma posição concreta da caixa de bombons no espaço, obriga à escrita de uma expressão numérica onde a ordem dos factores não é arbitrária. Em segundo lugar, a sequência de fases de exploração da tarefa permitiu rentabilizar as descobertas de cada grupo para a exploração mais completa feita já com toda a turma. Na realidade, os alunos tiveram um tempo para compreender individualmente o que era pedido, trabalharam em pequeno grupo para conseguir algumas descobertas ainda que não todas e, como resultado da discussão em plenário, sintetizaram as conclusões que foram validadas colectivamente.

Na aula da reportagem, a tarefa foi introduzida a partir da observação da caixa de bombons que a professora levou para a sala de aula e explorou com os alunos para introduzir a questão a investigar, o que resultou muito bem. No entanto, para quem quiser adoptar esta tarefa para a sala de aula e preferir fazê-lo de uma forma mais estruturada, deixamos na página seguinte uma sugestão de ficha de trabalho.

Ana Paula Canavarro
Universidade de Évora

Como arrumar os bombons?

A Paula recebeu uma caixa de bombons igual a esta. É uma caixa com 24 bombons, dispostos em duas camadas, cada uma com doze bombons.

1. Observa a fotografia com atenção e escreve uma expressão numérica que represente o número de bombons que existe em cada uma das camadas da caixa e outra que represente o número de bombons que existe em toda a caixa.

2. Uma aluna do 3° ano escreveu a seguinte expressão: $2 \times (2 \times 6)$. Concordas com ela? Explica o que pensas.

3. Existirão outras disposições possíveis para arrumar 24 bombons numa caixa? De que forma? Dá um exemplo.

4. Descobre todas as disposições em que se podem arrumar 24 bombons, indicando para cada uma delas o número de camadas, o número de bombons por camada e de que forma estão dispostos na largura e comprimento da caixa. Regista as tuas descobertas de modo a que as possas apresentar e explicar aos colegas da turma. Não te esqueças de escrever as expressões numéricas respectivas.

5. Numa tabela com colunas como as seguintes, regista todas as descobertas de diferentes caixas realizadas pela tua turma.

Número de camadas	N° de bombons na largura	N° de bombons no comprimento	Expressão numérica do número total de bombons

6. Analisa a tabela. Afinal, de quantas maneiras diferentes se podem dispor os 24 bombons?

As Capacidades Transversais no Novo Programa do Ensino Básico

Desafios da sua integração

Margarida Rodrigues

Como estão integradas as capacidades

Um dos pontos fortes do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB) é, no meu ponto de vista, a sua ênfase nas capacidades transversais, nomeadamente a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio matemáticos. Poderemos questionar, em primeiro lugar, em que medida é que a integração curricular destas três capacidades constitui um aspecto distintivo do NPMEB. Se analisarmos os programas anteriores de Matemática do ensino básico, constatamos que os mesmos referenciam o desenvolvimento destas capacidades como uma das finalidades do ensino da Matemática no ensino básico, fazendo também parte dos objectivos gerais de ciclo. Não se trata, pois, de uma novidade: algo eventualmente ausente nos anteriores programas. O que me parece que é nitidamente distintivo é o modo como se encara a sua integração curricular no NPMEB. Os programas anteriores deram um passo significativo ao alargar o conceito de conteúdo, enquanto componente do currículo, uma vez que deixa de estar circunscrito unicamente aos conhecimentos para contemplar também os valores, as atitudes, as capacidades e aptidões a desenvolver. No entanto, nesses programas, as várias dimensões do conteúdo curricular eram apresentadas como sendo complementares, cabendo ao professor a sua contemplação equilibrada, o que pressupõe uma certa visão cartesiana de dualidade, neste caso, não de corpo-mente, mas de capacidades-conhecimentos.

No NPMEB, as capacidades a desenvolver nos alunos são encaradas como transversais a todo o currículo, estando presentes no ensino de todo e qualquer tópico programático. Não se trata de as ver como complementares aos conhecimentos mas sim como integrantes dos mesmos. É essa integração que justifica a forte visibilidade que é dada às capacidades ao longo das várias secções do NPMEB, quer de carácter geral quer específico de ciclo. Existe uma secção designada *Capacidades transversais*, em cada um dos ciclos, organizada do mesmo modo que as restantes secções alusivas aos vários temas matemáticos. A paridade conferida às capacidades e aos temas matemáticos não pode ser interpretada como um tratamento segmentado, mas sim como uma valorização das capacidades, que merecem uma atenção particular e específica, possuindo, também, e por si só, um propósito principal de ensino, objectivos gerais de aprendizagem, indicações metodológicas, tópicos e objectivos específicos. No entanto, esta apresentação corresponde a uma opção de organização de um documento escrito e não a uma visão segmentada. Seria impensável supor que um professor, na sua planificação anual, reservaria umas tantas aulas para abordar cada um dos temas matemáticos e outras tantas aulas para trabalhar cada uma das capacidades[1]. Tal visão segmentada contraria o significado de transversalidade das capacidades, bem explícita na parte geral do NPMEB que enquadra as secções de ciclo. O facto de o desenvolvimento das capacidades surgir como um dos objectivos gerais de aprendizagem nos diversos temas matemáticos dos três ciclos ressalta também a ideia da sua transversalidade e integração na aprendizagem dos temas matemáticos.

A transversalidade justifica-se pela importância destas três capacidades na aprendizagem da Matemática, já que se encontram intimamente associadas à promoção da compreensão matemática. Além da transversalidade das capacidades, há que destacar também o modo como as mesmas se articulam e conjugam. De facto, embora possam ser caracterizadas de forma distinta na sua especificidade, cada uma delas pode alimentar e contribuir para a constituição mútua das restantes.

Alguns aspectos críticos relativos ao raciocínio matemático

Contrariamente às restantes capacidades, que apresentam os mesmos subtópicos nos três ciclos, não obstante existir uma evolução ao longo dos mesmos, evidenciada nos objectivos específicos, o raciocínio matemático apresenta diferentes subtópicos. O desenvolvimento da capacidade de demonstração é encarado no NPMEB como um processo evolutivo ao longo da escolaridade, desde o 1.º Ciclo, em que as crianças começam por justificar as conclusões com base em exemplos particulares, evoluindo para justificações gerais, tal como se pode ler no quinto objectivo geral de aprendizagem. No entanto, o facto de a demonstração surgir unicamente no 3.° Ciclo pode ser interpretado como algo que só se começa a trabalhar nesse ciclo, quando a ideia é atingir-se uma maior formalização neste ciclo, pressupondo todo um trabalho precursor antes. E nem sempre se trata de trabalho precursor pois a demonstração pode ser trabalhada nos 1.° e 2.° Ciclos. A demonstração por contra-exemplo é um método, em particular, acessível aos alunos mais novos. A indução e dedução também aparecem unicamente como subtópicos no 3.° Ciclo quando estes tipos de raciocínio são iniciados desde o 1.° Ciclo. No entanto, no 2.° Ciclo, pode ler-se num dos objectivos específicos: «Formular e testar conjecturas e generalizações e justificá-las fazendo deduções informais» (p. 47). Será a formalização o critério usado no NPMEB para a explicitação de algo como subtópico? Parece ser esse, de facto, o critério, conforme se pode interpretar pela leitura de um dos objectivos específicos presente no 3.° Ciclo: Distinguir uma argumentação informal de uma demonstração (p. 64). Pode subentender-se que uma demonstração no contexto escolar nunca será informal. Discordo desta visão, conforme fundamentarei a seguir, recorrendo a um exemplo concreto.

Atentemos no seguinte registo[2] de um par de alunos do 6.° ano, a propósito da justificação de o número de eixos de simetria dos polígonos regulares ser igual ao número de lados:

No caso dos ímpares há tantos eixos de simetria quantos os vértices ou lados porque passa um eixo por cada lado ou vértice. No caso dos pares há tantos eixos de simetria quantos os vértices ou lados porque um eixo passa por 2 lados (metade) e 2 vértices (metade). Juntam-se as duas metades e fica o número de eixos igual ao número de lados ou vértices.

Considero que este é um exemplo de uma demonstração elaborada no 2.° Ciclo, em formato narrativo e informal, já que satisfaz as duas condições para que um argumento matemático possa ser considerado uma demonstração, a generalidade e a dedução lógica. Uma demonstração realizada por alunos não tem que conter, necessariamente, um conjunto de frases simbólicas formais encadeadas de uma forma lógica e dedutiva (Simpson, 1995). De acordo com estudos empíricos (Healy e Hoyles, 2000; Rodrigues, 2008), os alunos tendem mais a argumentar informalmente num estilo narrativo do que a usar argumentos algébricos formais, sendo também mais bem sucedidos nos seus argumentos narrativos. Tal como Healy e Hoyles (2000), considero importante explorar as potencialidades dos alunos na argumentação informal e narrativa, admitindo-a como uma forma de raciocínio demonstrativo.

Um outro aspecto problemático é o facto de a demonstração, apesar de incluída na capacidade transversal no 3.° Ciclo, surgir também e unicamente no tema *Geometria*, nesse ciclo, o que pode ser perigosamente interpretado como sendo o único domínio onde se deverá trabalhar a demonstração. A maior visibilidade da demonstração neste tema pode ser justificada pelo facto de a geometria ser o ramo da Matemática que melhor se presta para a produção de demonstrações que promovam a compreensão matemática já que a maior parte delas tem uma função explicativa (Hanna, 2000). Mas tal constatação não pode conduzir ao retorno de uma visão tradicional, segundo a qual a demonstração era unilateralmente associada à geometria, contrariando, assim, a ideia de transversalidade curricular.

Por fim, também não se entende muito bem por que razão a justificação é subtópico nos 1.° e 2.° Ciclos, desaparecendo no 3.° Ciclo para dar lugar à demonstração. Claro que no âmbito do processo evolutivo que referi atrás, a actividade de justificação é precursora da demonstração, já que os alunos começam por justificar as suas afirmações apoiando-se em exemplos particulares, evoluindo para justificações cada vez mais gerais. Quando uma justificação é geral e encerra um raciocínio dedutivo, esta justificação já se pode considerar uma demonstração. Aliás, ao valorizarmos sobretudo a função explicativa da demonstração no contexto escolar (Hanna, 2000; Hersh, 1993, 1997), teremos de assumir que a justificação encontra-se no cerne da demonstração, devendo portanto manter-se como subtópico no 3.° Ciclo.

Que desafios se nos colocam?

O maior desafio dos professores é a efectiva integração curricular das capacidades transversais precisamente porque entra profundamente nas suas práticas profissionais. Este é o ponto do NPMEB que, a meu ver, mais dificilmente se aproximará, a curto prazo, do currículo em acção. Todos sabemos que não é pelo facto de algo se encontrar prescrito que passará a integrar a realidade da prática curricular. E, presentemente, ainda existe uma grande distância, na generalidade das escolas do nosso país, entre a perspectiva da integração curricular das capacidades transversais presente no NPMEB e o currículo em acção, no que respeita a este aspecto. Entendendo o currículo, não como sinónimo de documentos escritos, sejam eles o *Currículo Nacional* ou o NPMEB, mas sim como um projecto formativo resultando da interacção entre a intencionalidade planificada e as experiências vividas no contexto escolar (Pacheco, 2001), temos de o equacionar enquanto processo dinâmico pois «o currículo é, contudo, e principalmente, aquilo que os professores fizerem dele.» (Roldão, 1999, p. 21).

Devo, no entanto, ressaltar todo o trabalho que tem sido feito ao nível da Formação Contínua de Matemática para Professores dos 1.° e 2.° Ciclos (FCMP) que, dada a sua característica de acompanhamento efectivo das práticas dos professores, tem contribuído para minimizar essa distância. É, pois, no campo da formação dos professores, seja ela inicial ou contínua, que temos de continuar a investir. A entrada do formador na sala de aula, introduzida pela primeira vez com a FCMP, detém um papel essencial nesse contributo para a reflexão sobre a prática e mudança de estilo de ensinar. Seria desejável que essa modalidade de formação se estendesse também ao 3.° Ciclo na fase de implementação do NPMEB pois estou convicta que a modalidade, a aplicar neste nível de ensino, de Oficinas de Formação de curta duração, sem acompanhamento de aulas, tem um alcance muito limitado no que respeita à integração curricular das capacidades transversais.

Saliento, ainda, a lentidão com que se efectivam as mudanças em educação. Não tenhamos, pois, ilusões, quanto a efeitos esperáveis a curto prazo desse mesmo trabalho ao nível da Formação. Muito se tem avançado, digo eu. Qualquer alteração que um professor faça na sua prática profissional habitual, por menor que nos pareça, ao manter ainda uma elevada distância ao que se encontra prescrito, tem de ser encarada como um grande avanço. Ninguém muda radicalmente, de um dia para o outro, o seu modo de ensinar. Todo o professor vai mantendo o que habitualmente faz, ao mesmo tempo que vai introduzindo e experimentando novos aspectos na sua prática profissional. De acordo com Sacristán (1991/2000), o professor tem de atender aos esquemas teóricos — «aglomerados mais ou menos estruturados de crenças e valores» (p. 216) — que legitimam as suas práticas, ao mesmo tempo que vai readaptando a sua identidade profissional. Se os estilos de docência se caracterizam pela sua continuidade ao longo do tempo, as mudanças neles operadas nunca são feitas de forma abrupta, mas sim gradual e lentamente.

Um outro desafio é como conseguir tempo para trabalhar de forma integrada as capacidades transversais. O constrangimento do tempo é um problema verdadeiramente sentido pelos professores. No entanto, na minha perspectiva, o aumento da carga horária de Matemática pode atenuar o problema mas não o resolverá. Este desafio prende-se com o desenvolvimento de uma nova forma de abordar a gestão curricular: uma forma integrada e conectada e não compartimentada.

O código de mosaico tem predominado nas práticas curriculares, quer no que respeita à justaposição das disciplinas quer na gestão curricular da própria disciplina de Matemática. Olha-se para a listagem de tópicos e no âmbito de uma planificação anual, procede-se à distribuição segmentada dos mesmos ao longo do tempo. Esta forma de gerir o currículo levanta problemas a diversos níveis. Em primeiro lugar, revela muito pouca eficácia no que respeita às aprendizagens dos alunos. Um conteúdo que é abordado numa dada altura e que não volta a ser trabalhado e mobilizado repetidamente, ou melhor, em espiral, ao longo do ano e de todo o ensino básico, tende a manter-se num saber inerte, destinado a rapidamente ser esquecido. Em segundo lugar, torna a gestão do tempo um problema quase intransponível quando se equaciona o tempo necessário à efectiva integração curricular das capacidades transversais.

Daí que a discussão sobre a opção de um ou outro percurso temático de aprendizagem me pareça pobre, por este ponto de vista. Há que olhar para uma sequência linear e operá-la de modo a que numa mesma tarefa sejam estabelecidas conexões entre vários tópicos apresentados separadamente nessa sequência, uma vez que os conceitos matemáticos estão inter-relacionados. Uma gestão curricular envolvendo conexões matemáticas dotará os alunos de uma competência matemática qualitativamente superior, pois o saber que é fecundo é inter-relacional e conectado, e simultaneamente libertará tempo para uma integração continuada e não pontual das várias capacidades transversais. Esta nova gestão curricular é a única forma, penso eu, de transformar a escola numa instituição capaz de oferecer um currículo enquanto lugar produtor de um «saber em uso, activo e actuante» (Roldão, 2003, p. 45), ou seja, enquanto lugar das competências.

Notas

1 Esta situação ocorreu no Reino Unido, onde a apresentação, no Currículo Nacional instituído em 1995, de uma unidade exclusivamente dedicada ao raciocínio matemático, separada das outras unidades alusivas aos temas matemáticos, levou a que muitos professores trabalhassem os processos inerentes ao raciocínio matemático separadamente dos restantes conteúdos (Jaworski, 1994).

2 Este registo foi extraído do portefólio de uma minha formanda, Maria José Marques, no âmbito do Programa de Formação Contínua de Matemática para Professores dos 1.° e 2.° Ciclos.

Referências

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, *44*(1–2): Proof in Dynamic Geometry Environments, 5–23.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(4), 396–428.

Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, *24*(4), 389–399.

Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* New York: Oxford University Press.

Jaworski, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. London: The Falmer Press.

Pacheco, J. (2001). *Currículo: Teoria e práxis* (2ª ed.). Porto: Porto Editora.

Rodrigues, M. (2008). *A demonstração na prática social da aula de Matemática*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Lisboa.

Roldão, M. (1999). *Os professores e a gestão flexível do currículo: Perspectivas e práticas em análise*. Porto : Porto Editora.

Roldão, M. C. (2003). O lugar das competências no currículo — ou o currículo enquanto lugar das competências? In Associação de Professores de Matemática (Ed.), *Actas do ProfMat 2003* (pp. 41–48). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Sacristán, J. (2000). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática* (3ª ed.). Porto Alegre: Artmed. (Obra original em espanhol publicada em 1991)

Simpson, A. (1995). Developing a proving attitude. In Institute of Education (Ed.), *Conference Proceedings: Justifying and Proving in School Mathematics* (pp. 39–46). London: University of London.

Margarida Rodrigues
ESE/IP de Lisboa

O testemunho dos professores experimentadores

A experimentação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico iniciou-se em 2008/09, em 40 turmas de 1°, 3°, 5° e 7° anos de escolaridade. A *Educação e Matemática* quis divulgar o testemunho dos professores experimentadores sobre a experiência de leccionação do NPMEB. A recolha de dados foi feita em Julho de 2009, através de um inquérito ao qual responderam 38 dos envolvidos (20 professores de 1° ciclo, 10 de 2°, e 8 de 3° ciclo).

	1.° ciclo	2.° ciclo	3.° ciclo	Total
0 a 3	1			1
4 a 8	2			2
9 a 13	4	2	1	7
> 14	13	8	7	28
Total	20	10	8	38

Tabela 1. Número de anos de experiência dos professores experimentadores

O professor experimentador

A maioria dos professores experimentadores tem uma vasta experiência profissional. Isto verifica-se em todos os ciclos (tabela 1) e em especial no 3°, no qual perto de 90% lecciona há mais de 14 anos.

A participação no Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1° e 2° ciclos é um dado muito significativo na caracterização dos professores experimentadores. Dos vinte professores de 1° ciclo, três tiveram apenas um ano de formação, mas a maioria teve dois anos de formação. Sete dos professores de 2° ciclo (70%) também participaram neste Programa de Formação.

A totalidade dos professores de 2° ciclo, bem como a maioria dos professores de 3° ciclo, estiveram envolvidos no desenvolvimento dos Planos de Matemática I (na altura não se aplicava ao 1° ciclo).

As motivações que levaram os professores a aderir à experimentação do NPMEB são variadas (tabela 2). A oportunidade de desenvolvimento profissional surge como a razão preferencial, sendo referida por mais de metade dos professores, e com forte expressão entre os do 1° ciclo (75%). Cerca de 40% dos professores revela que se sentiu desafiado por esta experiência. Para os professores do 1° e 2° ciclos, o facto de terem participado no Programa de Formação Contínua em Matemática proporcionou motivação para a experimentação, assim como o desejo de melhorar o ensino da Matemática, também referido por alguns professores do 3° ciclo. A oportunidade de desenvolver trabalho colaborativo é ainda referida por cinco professores de 2° e 3° ciclos, que revelam apreço pelo «conjunto de professores experimentadores» e reconhecem competência aos «formadores» que sabiam ter como acompanhantes do processo.

	1.° ciclo	2.° ciclo	3.° ciclo	Total
Desenvolvimento profissional	15	4	4	23
Desafio	7	6	2	15
Melhorar o ensino/aprendizagem da Matemática	5	1	2	8
Resultado da participação no PFCM	5	3	0	8
Oportunidade de trabalho colaborativo	0	3	2	5
Boa relação com a Matemática	3	0	0	3
Filosofia subjacente ao Programa	0	1	0	1
Gostar de inovar	0	0	1	1

Tabela 2. Razões de adesão à experimentação por parte dos professores

Caracterização das turmas da experimentação do NPMEB

A turmas dos 38 professores que responderam a este inquérito totalizavam 800 alunos, com uma distribuição equilibrada pelos quatro anos de escolaridade em experimentação (figura 1). Das dez turmas de 3° ano, sete mantiveram o professor do ano anterior. No caso dos 1°, 5° e 7° anos não se coloca a questão da continuidade pedagógica por razões de organização do sistema educativo português. Assim, a grande maioria das turmas da experimentação conheceu o seu professor neste contexto.

Na caracterização das turmas em termos de comportamento/(in)disciplina, numa escala de cinco níveis que varia de «muito problemática» a «muito boa», e em termos de aptidão para a aprendizagem, numa escala de cinco níveis que varia de «muitas dificuldades» a «muito boa», as turmas de 1° ano parecem dis-

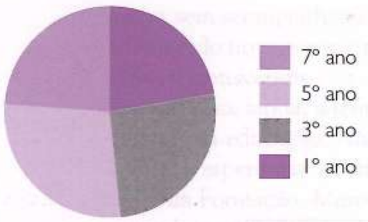


Figura 1. Distribuição dos alunos pelos anos de escolaridade

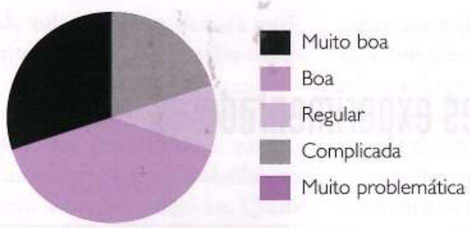


Figura 2. Comportamento das turmas de 1° ano de escolaridade

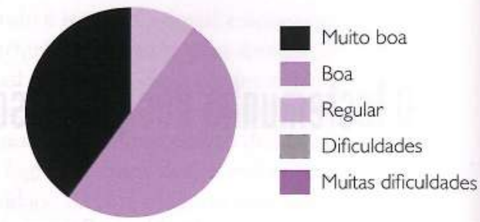


Figura 3. Aptidão para a aprendizagem das turmas de 1° ano de escolaridade

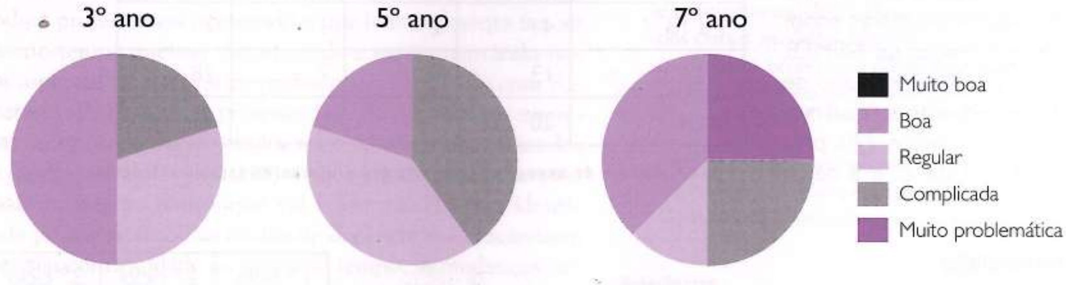


Figura 4. Comportamento das turmas de 3°, 5° e 7° anos de escolaridade

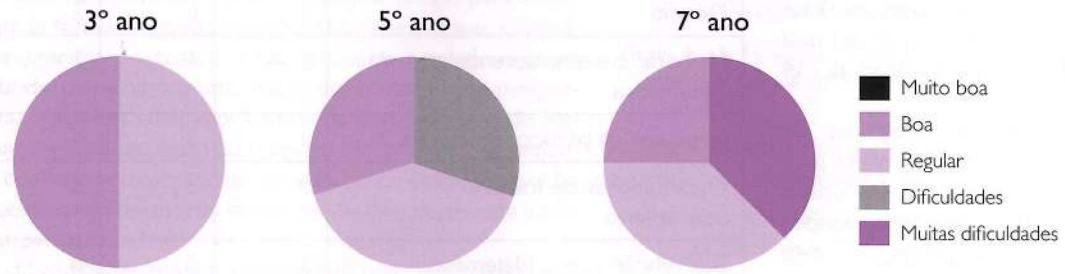


Figura 5. Aptidão para a aprendizagem das turmas de 3°, 5° e 7° anos de escolaridade

tinguir-se das outras (figuras 2 e 3). São maioritariamente referidas pelos professores como tendo um comportamento bom ou muito bom (70%) e um nível de aprendizagem bom ou muito bom (90%).

Em relação aos restantes anos de escolaridade, a caracterização das turma é diferente. Saliente-se que nestes três anos de escolaridade nenhuma turma é referenciada como muito boa, quer em termos de comportamento, quer em termos de aprendizagem. No que diz respeito ao comportamento, a situação das turmas parece agravar-se à medida que se avança nos anos de escolaridade (figura 4). No 3° ano, a maioria das turmas é considerada regular ou boa, no 5° ano a maioria é considerada complicada ou regular e no 7° ano metade das turmas são consideradas com comportamentos complicados ou muito muito problemáticos, sendo esta última categoria referida apenas neste ciclo.

Em termos de aptidão para a aprendizagem (figura 5), o mesmo fenómeno parece verificar-se: à medida que os anos avançam, avançam as dificuldades na aprendizagem. Assim, no 3° ano as turmas são consideradas regulares e boas, no 5° ano já são identificadas turmas com dificuldades e no 7° ano, surgem turmas com muitas dificuldades, sendo apenas 25% consideradas boas.

Deste modo, enquanto que as turmas de 1° ano podem ser consideradas como turmas com excelentes condições para se desenvolver um trabalho mais exigente, as turmas dos anos seguintes, e agravando-se no 7° ano, são turmas absolutamente «normais».

Perspectivas sobre o NPMEB

Pedimos aos professores experimentadores que indicassem três pontos fortes e três pontos fracos relativamente ao novo programa, para o ano que leccionaram.

Os pontos fortes mais assinalados foram as capacidades transversais (74%) e as orientações metodológicas (66%), seguidos da existência de novos temas e conteúdos (47%). As capacidades transversais são indicadas em especial pelos professores do 1° ciclo (80%), mas também têm relevo para os professores do 2° ciclo (70%) e do 3° ciclo (63%). As orientações metodológicas são o ponto mais forte do programa para os professores do 2° ciclo (80%), sendo também apontadas por 65% dos professores do 1° ciclo e 50% dos professores do 3° ciclo. Os no-

Figura 6. O NPMEB proporcionou melhores aprendizagens aos alunos?

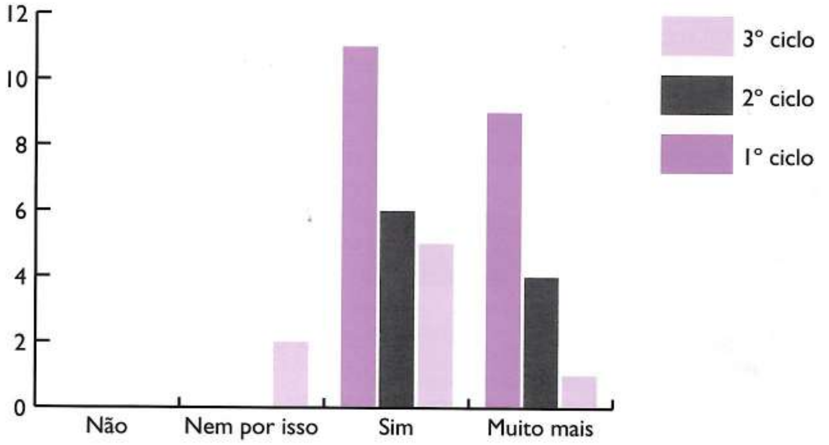


Figura 7. O NPMEB proporcionou relação mais favorável com a Matemática?

vos temas/conteúdos merecem destaque, tendo 50% dos experimentadores do 1° ciclo referido o desenvolvimento do sentido do número e 40% do 2° ciclo a abordagem dos racionais. As restantes escolhas dos experimentadores foram mais dispersas e diziam respeito às aprendizagens promovidas, articulação entre ciclos, conexões entre conceitos. Um aspecto curioso nesta análise é o facto de 75% dos professores experimentadores do 3° ciclo referirem a planificação centrada em tarefas/cadeias de tarefas como ponto forte do programa, dando relevo ao modo como o estão a trabalhar.

Seguem-se algumas expressões que ilustram o sentir dos experimentadores: «aprendizagem centrada em cadeias de tarefas que desenvolvem nos alunos um desenvolvimento crescente de competências»; «a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática são pontos fortes que desenvolvem intelectualmente o aluno»; «a existência de um percurso integrador dos diferentes temas/tópicos matemáticos planificando-se uma sequência de tarefas para desenvolvimento dos tópicos».

A extensão do programa é o ponto fraco mais referido, apontado por 53% dos experimentadores. Esta opinião tem especial incidência no 2° ciclo (100%) e no 3° ciclo (88%).

Balanço das aprendizagens dos alunos

Os professores experimentadores consideram quase unanimemente que o NPMEB proporciona melhores aprendizagens matemáticas aos alunos (figura 6), sendo que os do 1° ciclo têm uma posição mais favorável, com 45% a considerar que proporciona muito melhores aprendizagens. Como factores que contribuiram para estes resultados é salientado o trabalho no desenvolvimento de capacidades transversais como o mais significativo. O desenvolvimento do sentido de número, o desenvolvimento do cálculo mental, o estabelecimento de conexões e a valorização da construção do conhecimento também são também referidos, embora com um peso menor. Os restantes factores assinalados são uma maior motivação dos alunos, a ênfase na compreensão e o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma maior autonomia e responsabilidade atribuída aos alunos e uma mais significativa utilização de recursos.

Na opinião dos professores experimentadores, são as cadeias de tarefas e a utilização de materiais que se revestem de importância no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas e de comunicação. Os alunos são identificados como «resolvedores» de problemas e salienta-se a aquisição de «ferramentas» que serviram de suporte às aprendizagens e ao desenvolvimento de estruturas mentais significativas. Além da motivação e de uma alteração significativa face à aprendizagem da Matemática, outros aspectos são referidos como positivos no percurso de aprendizagem dos alunos: o seu entusiasmo nas discussões, o significado que dão às aprendizagens, a diversidade de estratégias e multiplicidade de soluções que revelam, a argumentação e justificação dos caminhos escolhidos e das conclusões encontradas.

Os professores experimentadores consideram quase unanimemente que o NPMEB proporciona o estabelecimento de uma relação mais favorável com a Matemática (figura 7), sendo de realçar que 37% dos professores, sobretudo do 1° e 2° ciclo, considera que essa relação é muito mais favorável. Uma melhor predisposição e maior envolvimento dos alunos são significativas para 67% dos professores experimentadores. São ainda assinalados o aumento de autonomia e da auto-estima dos alunos e uma maior resiliência, traduzida numa atitude mais positiva e persistente face às dificuldades com que se deparam.

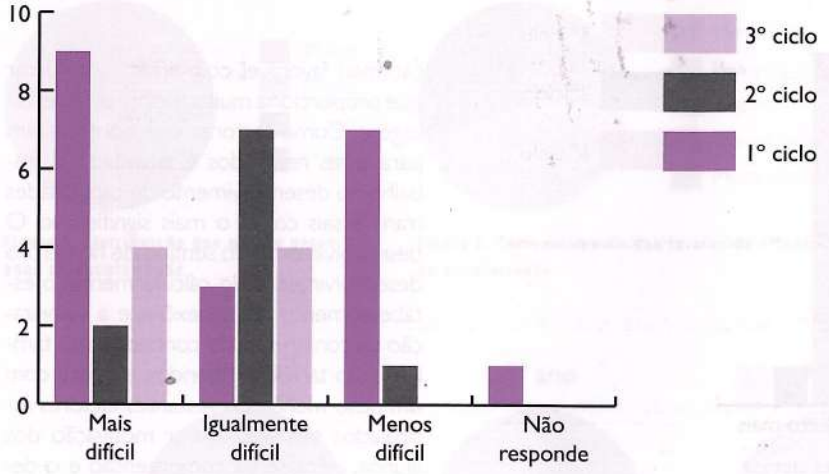


Figura 8. Dificuldades na leccionação, comparando com o anterior programa

Entre os factores identificados como tendo contribuído para esta alteração destaca-se a metodologia utilizada, as tarefas propostas e os recursos utilizados. Há ainda referências à ênfase na comunicação e à valorização dos conhecimentos anteriormente adquiridos.

Dificuldades na leccionação do NPMEB

Quanto à dificuldade de leccionação do novo programa, comparando com o anterior (figura 8), apenas 21% dos experimentadores a considera menos difícil, sendo na quase totalidade do 1° ciclo. É neste ciclo que a variação de opiniões é maior, pois enquanto 35% consideram a leccionação menos difícil, 45% consideram-na mais difícil e 15% igualmente difícil. Nos outros ciclos há maior uniformidade de opiniões dos professores. No 2° ciclo, 70% considera a leccionação igualmente difícil e 20% mais difícil e, no 3° ciclo as opiniões dividem-se igualmente entre o mais difícil e o igualmente difícil.

As características da turma, a falta de tempo e a inexperiência com o novo programa foram as principais causas apontadas por 47% dos professores, para as dificuldades na leccionação, embora com pesos diferentes nos três ciclos.

Enquanto a falta de tempo é referida por todos os professores do 2° e 3° ciclos e não é referida no 1° ciclo, a inexperiência com o novo programa tem maior relevo nas respostas do 1° ciclo (55%) e 3° ciclo (63%). As características da turma são referidas como causa da dificuldade de leccionação pela maioria dos professores do 2° ciclo (60%), mas também pelos professores de outros ciclos — 45% dos do 1° ciclo e 38% dos do 3° ciclo.

Na eleição da dificuldade principal, há também uma distinção clara entre os ciclos. A falta de tempo ganha relevo pois foi indicada por 41% dos respondentes a esta questão, todos eles dos 2° e 3° ciclos, seguida da dificuldade em planificar referida por 19% dos respondentes, todos eles do 1° ciclo.

Apoio à leccionação do NPMEB

Os professores experimentadores atribuem uma grande importância ao apoio recebido da responsabilidade da DGIDC (consultar entrevista a DGIDC). Os apoios específicos mais valorizados (figura 9) são os encontros entre experimentadores (considerado elevado por 92% dos experimentadores e razoável pelos restantes 8%) e as reuniões periódicas com responsáveis pelo acompanhamento (considerado elevado por 76% dos experimentadores, razoável por 11% e reduzido pelos restantes 13%). Em particular, todos os professores do 1° ciclo consideraram o apoio nestes dois itens elevado. Sobre os materiais recebidos, as opiniões dividem-se entre os que consideram o apoio elevado (47%), razoável (42%) e reduzido (11%). A formação é o único item onde há professores que não classificaram o seu grau de importância (8%), sendo a opinião dos que responderam bastante favorável, pois 61% consideram-no elevado e 26% razoável. A plataforma Moodle é o item menos valorizado, sendo o seu valor reduzido para 32% dos experimentadores, razoável para 58% e elevado para apenas 11% dos professores.

Os outros tipos de apoios eventualmente recebidos pelos professores experimentadores (figura 10) são por estes menos valorizados (e alguns deles poderão não ter acontecido). No que diz respeito ao apoio do órgão de gestão da sua escola, 26% atribui pouca ou nenhuma importância, 50% uma importância razoável e 24% muita importância. Relativamente ao apoio recebido por parte dos colegas da escola, 39% atribui-lhe pouca ou nenhuma importância , 50% uma importância razoável e 11% muita importância. Nos outros dois itens há professores que não responderam, 18% (todos do 1° ciclo) relativamente ao Plano da Matemática (PM) e 42% ao Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM). Tendo em conta que o 1° ciclo não era abrangido pelo PM e o PFCM se destinava apenas a professores de 1° e 2° ciclos, faz sentido que apenas 15% dos professores do 1° ciclo considerem que tiveram apoio por parte do PM e nenhum professor do 3° ciclo o atribua ao PFCM. Assim, 8% dos experimentadores atribui muita importância ao apoio do PM e 24% razoável importância, enquanto 24% dos experimentadores atribui muita importância ao PFCM e 16% uma importância razoável.

Generalização do NPMEB

As expectactivas face a generalização do programa são claramente positivas com cerca de 69% de respostas positivas e 18% de negativas, sendo que 13% dos professores não expressaram qualquer opinião. Das escolas envolvidas na experimentação, 76% candidataram-se à implementação do novo programa no presente ano lectivo.

Os factores mais apontados pelos professores experimentadores como justificativos das expectativas negativas referem-se à resistência à mudança, ao acréscimo de trabalho, à falta de hábitos de trabalho colaborativo, à ausência de manuais. São ainda referidos com menor expressão a desmotivação dos professores, a sua atitude de pouco interessada perante a formação, e também outro fazer de outra natureza: a dificuldade em se concretizar o processo de acompanhamento em larga escala.

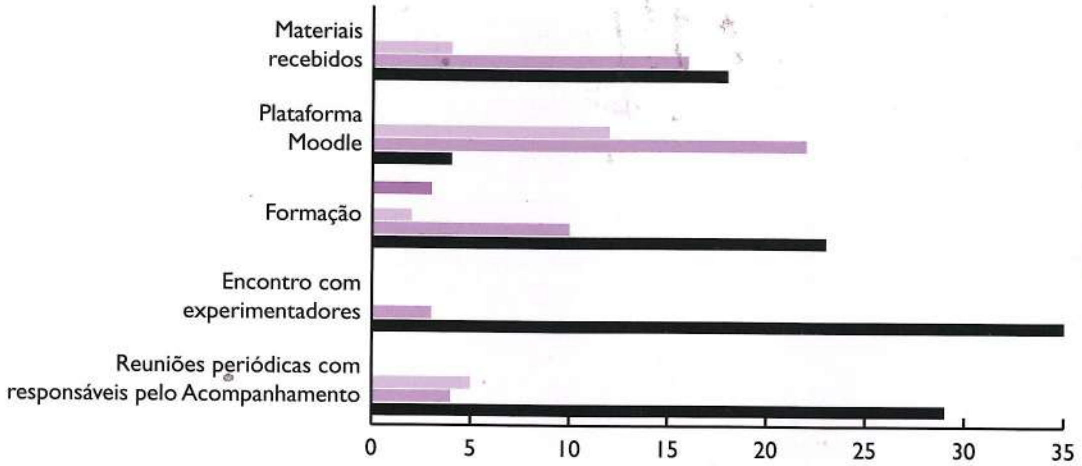


Figura 9. Apoio recebido da responsabilidade da DGIDC

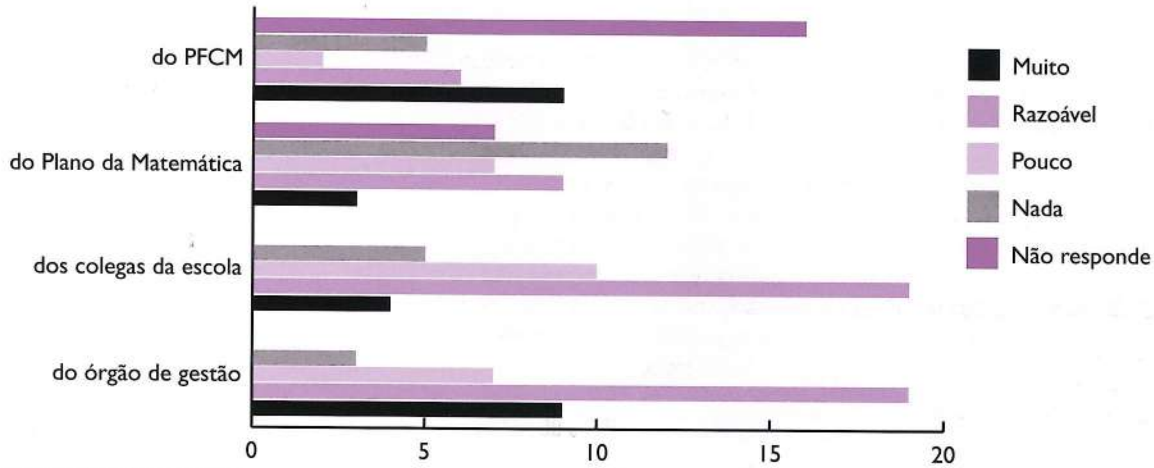


Figura 10. Outros apoios externos à DGIDC

Por seu turno, a atitude positiva dos professores face ao NPMEB e as expectativas de uma melhoria significativa das aprendizagens dos alunos, são os mais apontados como justificativos de opiniões positivas.

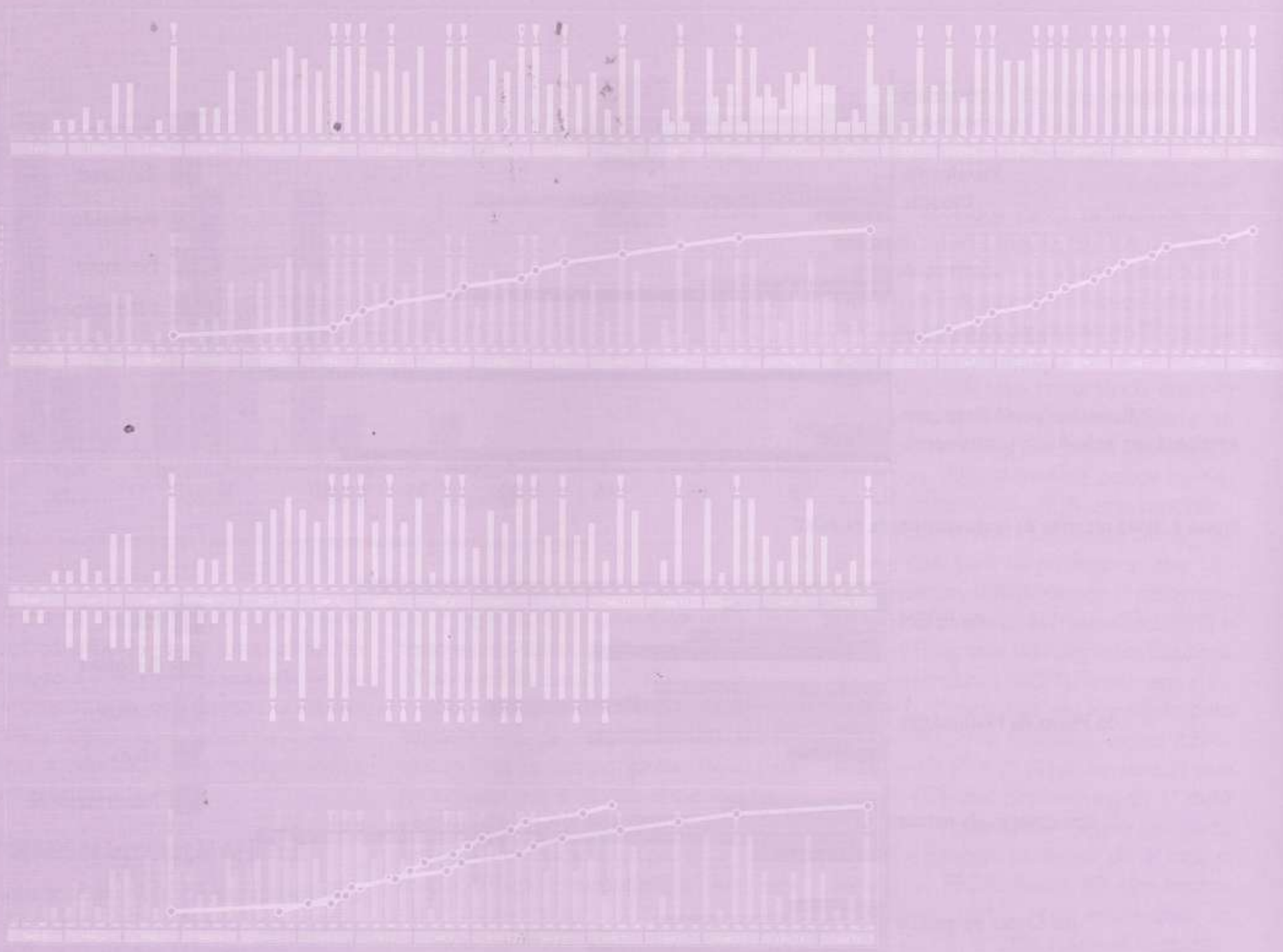
Na tentativa de identificar o «ingrediente» que melhor pode contribuir para uma generalização bem sucedida do NPMEB, a formação é o factor apontado com maior relevância pelos professores experimentadores. O apoio a nível dos recursos materiais, o trabalho colaborativo, a motivação dos intervenientes e o acompanhamento também são factores muito significativos ainda referidos. Assinala-se ainda a existência de manuais escolares adequados, a realização parcerias pedagógicas e a disponibilização de mais tempo para o trabalho colaborativo e individual.

Estas são as ideias e pontos de vista obtidos dos professores experimentadores após um ano de leccionação com o NPMEB. O seu testemunho suscita-nos algumas reflexões que partilhamos em forma de questões:

- Como rentabilizar bem o trabalho colaborativo dos professores nas escolas com vista a uma gestão curricular do NPMEB feita em cumplicidade e bem fundamentada, que tire partido dos materiais e experiências disponíveis, e simultaneamente constitua uma apropriação e adequação do NPMEB?
- Que atitude e formação por parte dos professores que apoiem a mudança da dinâmica de sala de aula de Matemática e o investimentos, em simultaneo com os conteúdos, no desenvolvimento das capacidades transversais?
- Que atitude e contributos dos órgãos de gestão dos agrupamentos/escolas são favoráveis e necessários à generalização do NPMEB?
- De que modo articular o Plano da Matemática e o Programa de Formação Contínua em Matemática de modo a favorecerem de forma mais completa a generalização do NPMEB?
- Onde ir buscar mais tempo, ou melhor — como gerir bem o tempo que existe… — para todo o investiumento que é necessário ser feito?

Terminamos parafraseando alguns dos experimentadores: É preciso tempo para os professores trabalharem colaborativamente, tempo para estudarem e «um voto de confiança».

Ana Luísa Paiva, ES+3 Padre António Vieira
Ana Paula Canavarro, Universidade de Évora
Cristina Tudella, ES 2,3 Frei Gonçalo de Azevedo
Helena Amaral, EB1 Parque Silva Porto
Manuela Pires, ES Calazaes Duarte



Organização e Tratamento de Dados no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Luísa Loura

Introdução

O mundo actual e, certamente, o mundo em que as nossas crianças e jovens virão a ser os principais actores enquanto adultos, é de constante e, talvez até, alucinante, produção de informação. Quem melhor souber gerir, organizar e extrair sinais e tendências de toda essa informação conseguirá aproveitar as melhores oportunidades, estará apto a tomar decisões bem fundamentadas e será motor de novos desenvolvimentos. A consciência destes factos está presente em todos nós e, por maioria de razão, está também presente entre os responsáveis pelas políticas de ensino da grande maioria dos países. Não é por acaso que, de há cerca de três décadas a esta parte, tópicos ligados ao tratamento estatístico de dados têm vindo a ser gradualmente integrados nos programas de matemática do ensino pré universitário. Devo dizer que, em minha opinião, nem sempre o processo correu como desejável tendo em vista o objectivo último da inclusão desses tópicos. Embora toda a gente reconheça que é imperioso dar formação nessa área tão cedo quanto possível, a verdade é que as grandes leis da teoria das probabilidades, que servem de suporte e justificam a utilização de muitas das técnicas estatísticas que constam dos programas, não são de forma alguma passíveis de ser devidamente introduzidas e explicadas aos alunos. A estatística surge muitas vezes, por isso, como um conjunto de regras para organizar dados e para obter indicadores que, desenquadrados das suas propriedades inferenciais, parecem não ser mais do que «receitas»!... Para contrariar esta percepção do que é a estatística, a formação do professor de matemática nesta área tem de ser suficientemente forte, permitindo-lhe transmitir aos alunos alguma da lógica que presidiu à escolha de certas formas de tratamento de dados em detrimento de outras. A chamada «regularidade estatística» sempre me deslumbrou e ainda hoje me surpreende. A arte de fazer revelar essa «regularidade» vai-se aprimorando ao longo do tempo e essa é mais uma razão para que se ensinem as primeiras «pinceladas» logo nos primeiros anos do Ensino Básico.

Antes de passar a uma breve análise dos temas propostos no âmbito do tema «Organização e tratamento de dados», gostaria de comentar a designação adoptada para o tema. No reajustamento ao Programa de Matemática para o Ensino Básico, programa este datado de 1991, o tema «Organização e tratamento de dados» substitui o bloco temático «Estatística e Probabilidades» que surge claramente explicitado no Currículo Nacional do Ensino Básico, de 2001. Uma leitura das competências matemáticas a adquirir no âmbito desse tema permite entender a razão que levou os autores do reajustamento a optar por uma nova terminologia. De facto, como competências gerais ao longo de todos os ciclos, o Currículo Nacional destaca

- Predisposição para recolher e organizar dados e representá-los de forma adequada, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias;
- Aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- Tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeada para o efeito;
- Aptidão para realizar investigações que recorram a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha e análise de dados e a elaboração das conclusões;
- Aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples;
- Sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção;
- O sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

Menciona ainda aspectos específicos para os 2° e 3° ciclos:

2° ciclo

- A compreensão das noções de frequência absoluta e relativa, assim como a aptidão para calcular estas frequências em situações simples;
- A compreensão das noções de moda e de média aritmética, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;
- A sensibilidade para criticar argumentos baseados em dados de natureza quantitativa.

3° ciclo

- A compreensão das noções de moda, média aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;
- A sensibilidade para decidir quais das medidas de tendência central são mais adequadas para caracterizar uma dada situação;
- A aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise da dispersão dos dados;
- O sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores e a afirmações baseadas em amostras não representativas;
- A aptidão para entender e usar de modo adequado a linguagem das probabilidades em casos simples;
- A compreensão da noção de probabilidade e a aptidão para calcular a probabilidade de um acontecimento em casos simples.

As competências acima discriminadas não fazem referência explícita ao tema de Estatística e Probabilidade e, à excepção do que concerne especificamente o tema de Probabilidade, descrevem em todos os aspectos as competências a adquirir num nível preliminar da análise estatística de dados que, para frisar bem que não contempla qualquer tipo de inferência, tem vindo a ser denominada «organização e tratamento de dados» ou «análise exploratória de dados». Esse mesmo nível de nomenclatura é utilizado nos programas de Ensino Básico de outros países — França (*Organisation et representation de données numériques*), Reino Unido (*Processing, representing and interpretting data* ou *handling data*), Irlanda (*Recognising and interpreting data*), Estados Unidos (*Data Analysis*).

Um olhar sobre os temas propostos

Do texto «Programa de Matemática do Ensino Básico» homologado no final de 2007 pelo Ministério da Educação e assinado pela equipa constituída por João Pedro da Ponte, Lurdes Serrazina, Henrique Manuel Guimarães, Ana Breda, Fátima Guimarães, Hélia Sousa, Luís Menezes, Maria Eugénia Graça Martins e Paulo Alexandre Oliveira, transcrevo aqui, da página 67, o quadro temático relativo ao tema Organização e tratamento de dados (ver tabela 1).

A primeira interrogação que muito provavelmente irá ser formulada diz respeito ao facto de se introduzir o tópico da representação e interpretação de dados logo ao nível dos dois primeiros anos do 1° ciclo do Ensino Básico. Ao lermos as indicações metodológicas ficamos com uma ideia muito clara de como conduzir o processo de aprendizagem e de quais os cuidados a ter para que os três principais con-

1.º ciclo		2.º ciclo	3.º ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.º anos		
Representação e interpretação de dados • Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos • Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll • Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas	*Representação e interpretação de dados e Situações aleatórias* • Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos • Gráficos de barras • Moda • Situações aleatórias	*Representação e interpretação de dados* • Formulação de questões • Natureza dos dados • Tabelas de frequências absolutas e relativas • Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e folhas • Média aritmética • Extremos e amplitude	*Planeamento estatístico* • Especificação do problema • Recolha de dados • População e amostra *Tratamento de dados* • Organização, análise e interpretação de dados - histograma • Medidas de localização e dispersão • Discussão de resultados *Probabilidade* • Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória • Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento

Tabela 1.

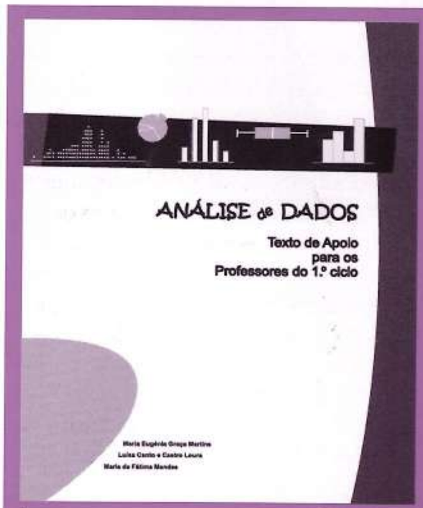
ceitos em jogo comecem a ser adquiridos – o conceito de dado, o conceito de frequência e o conceito de distribuição. O professor deve ter uma ideia clara de que são estes os conceitos a introduzir embora não se deva depreender daqui que se comece logo a utilizar as palavras «frequência» ou «distribuição» ou a dar as suas definições. A proposta é de que se comece por tarefas de classificação e contagem de objectos e que, simultaneamente, se organize a informação em diagramas de Venn e de Carroll. Estes últimos diagramas são especialmente indicados para dados que podem ser classificados de acordo com duas características, cada uma com duas ou mais categorias. No exemplo que surge no programa, parte-se de uma colecção de números inteiros e solicita-se a sua organização de acordo com serem pares ou ímpares e com serem ou não inferiores a 20. Com exemplos simples bem escolhidos, noções mais delicadas como a de dado bivariado já poderão, desta forma, começar a ser intuídas. De facto, a principal dificuldade que poderá vir a existir na implementação em aula de tarefas ligadas ao tema da Organização e tratamento de dados, reside na selecção de bons exemplos. O programa fala em situações do dia-a-dia e da vida familiar e escolar dos alunos e também em motivar os alunos para que formulem questões cuja resposta dependa da recolha de dados. Dois cuidados há, no entanto, a ter ao nível do 1° ciclo: o número de categorias em que os dados são, à partida, passíveis de ser classificados deverá ser relativamente baixo; deverá ser dada orientação para que em algumas das situações a analisar se venha a recolher dados de natureza quantitativa discreta (n° de irmãos, n° de dias da semana em que comeram sopa ao jantar, etc). Os dados de natureza quantitativa têm uma segunda dimensão de leitura gráfica que está estreitamente ligada ao conceito de distribuição, dimensão essa que também pode começar a ser despertada através de perguntas do tipo «há mais alunos com mais do que 2 irmãos ou há mais com menos do que dois irmão?» Escolhidos os bons exemplos, a organização dos dados e a construção de representações gráficas adequadas serão certamente pretexto para tirar partido da criatividade dos alunos, principalmente se se recorrer a materiais decorativos de forte impacto visual. O programa do 1° ciclo refere ainda a realização de experiências, nomeadamente jogos com dados, cujos resultados possam ser considerados como aleatórios e indica alguns exemplos de perguntas que deverão ser feitas aos alunos para que estes comecem a conseguir graduar acontecimentos numa escala que vai do menos provável ao mais provável.

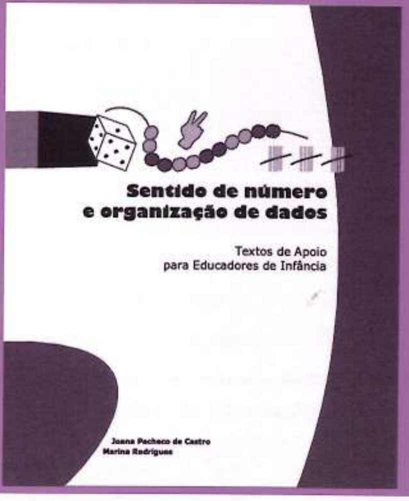
Tendo havido anteriormente um primeiro contacto com a noção de distribuição de dados quantitativos, o 2.° ciclo irá já contemplar a análise exploratória de dados de natureza quantitativa contínua e o uso de um mais amplo reportório de medidas estatísticas. Para além da moda, os alunos passam a dispor agora da média aritmética, extremos e amplitude para descrever um conjunto de dados. A amplitude é, a este nível, o único indicador de dispersão a ser utilizado. Distinguem os diversos tipos de dados e identificam as representações gráficas consoante a sua adequação e utilidade na análise e interpretação da situação: gráficos de barras, gráficos circulares ou diagramas de caule-e-folhas. Ao nível do 2° ciclo, o quadro temático nada refere quanto ao tópico da probabilidade mas, no texto do Programa para o Ensino Básico, pode ler-se «... Dando seguimento ao trabalho com a incerteza iniciado no 1.° ciclo, os alunos continuam o estudo de situações aleatórias simples e realizam experiências que possibilitam a exemplificação da regularidade a longo termo, consolidando, simultaneamente, o vocabulário básico relativo a situações aleatórias.»

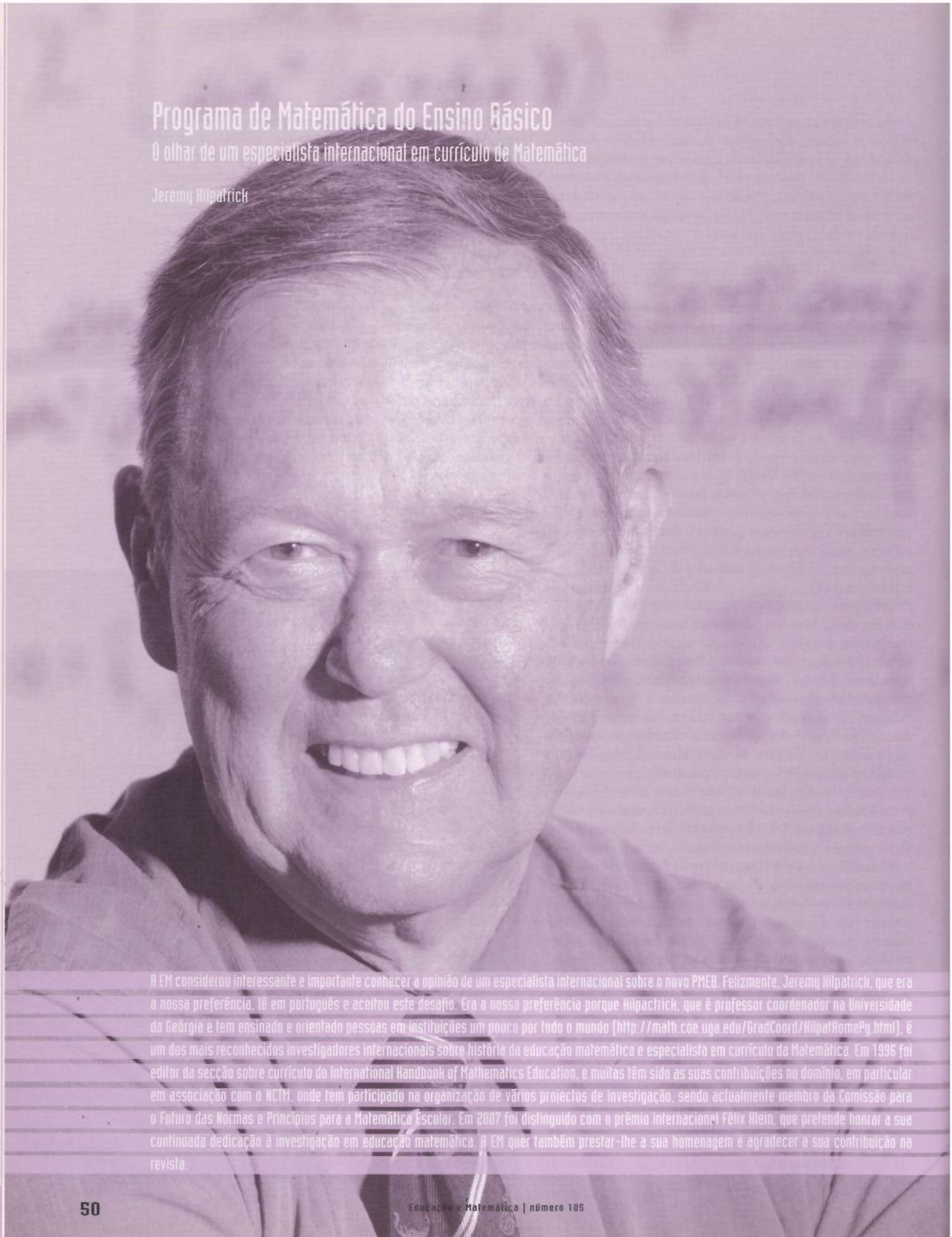
Quanto aos tópicos a desenvolver no tema da Organização e tratamento de dados ao nível do 3° ciclo do Ensino Básico, uma análise mais pormenorizada dos conteúdos faz-me chamar a atenção para o facto de que se tenha optado por não incluir o desvio padrão como uma das medidas de dispersão a dar a conhecer ao nível do Ensino Básico. De acordo com o que se indica no reajustamento do Programa «... O 3.° ciclo alarga o reportório das medidas estatísticas — incluindo o estudo da mediana, quartis e amplitude interquartis — e das formas de representação de dados — com os diagramas de extremos e quartis». É, a meu ver, uma opção correcta pois, se para a média é relativamente fácil transmitir aos alunos a sua elevada vulnerabilidade em situações de grande enviesamento, salientando, nesses casos, a mediana como um melhor indicador da localização da zona central dos dados, a fórmula de cálculo do desvio padrão e a discussão das suas propriedades como indicador da variabilidade em torno da média subentende uma capacidade de abstracção que, em geral, só consegue ser atingida em ciclos de estudos subsequentes. Outro aspecto que destaco como positivo no que refere à proposta para o 3° ciclo, tem a ver com as indicações metodológicas respeitantes ao tema da probabilidade. Ao especificar que os alunos «devem estimar ou calcular probabilidades, quer utilizando a frequência relativa (conceito frequencista de probabilidade), quer considerando situações simples onde se possa admitir que os resultados da realização da experiência aleatória são igualmente possíveis (conceito clássico de Laplace)», está-se a distinguir claramente o cálculo de probabilidades usando técnicas de contagem e a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis (o que só faz sentido em espaços de acontecimentos elementares equiprováveis) da «estimação» da probabilidades através da frequência relativa. Embora não seja possível, a este nível, dar uma «medida» do erro que se comete ao estimar, dessa forma, uma probabilidade, a definição frequencista de probabilidade permite, pelo menos, dizer que esse erro diminui à medida que a dimensão da amostra aumenta. Por outro lado, ao salientar que a frequência relativa é um bom estimador da probabilidade em contextos em que se considere razoável que a experiência tenha sido realizada em idênticas condições e de forma a que haja independência nas sucessivas realizações, permite dar um novo sentido à análise estatística de dados e aponta para a inevitável intervenção da teoria da probabilidade em fases posteriores de inferência para lá da amostra em estudo.

Um comentário final sobre a má percepção que os alunos, de uma maneira geral, têm sobre as verdadeiras dificuldades dos tópicos ligados à Estatística. No que respeita ao uso de noções e de técnicas matemáticas esses tópicos podem ser considerados como bastante acessíveis mas os erros que os alunos cometem na abordagem de problemas novos em que tenham de ser eles próprios a levantar as questões e a conceber as formas de recolha e análise dos dados, revelam que existem deficiências graves ao nível do domínio dos conceitos e das ilações que se podem ou não tirar dos diversos indicadores e das múltiplas formas de fazer revelar os padrões subjacentes aos dados. O destaque que é dado ao tema «Organização e tratamento de dados» nesta concretização do reajustamento ao Programa de Matemática do Ensino Básico, com a sua referência explícita ao nível dos três ciclos, incluindo as duas etapas do 1° ciclo irá, certamente, contribuir para um aumento real da literacia estatística e da capacidade de realização e interpretação de estudos estatísticos que recorram a uma correcta recolha e análise exploratória de dados.

Luísa Loura
Faculdade de Ciências e Centro de Estatística e Aplicações, Universidade de Lisboa







Programa de Matemática do Ensino Básico

O olhar de um especialista internacional em currículo de Matemática

Jeremy Kilpatrick

A EM considerou interessante e importante conhecer a opinião de um especialista internacional sobre o novo PMEB. Felizmente, Jeremy Kilpatrick, que era a nossa preferência, lê em português e aceitou este desafio. Era a nossa preferência porque Kilpactrick, que é professor coordenador na Universidade da Geórgia e tem ensinado e orientado pessoas em instituições um pouco por todo o mundo (http://math.coe.uga.edu/GradCoord/KilpatHomePg.html), é um dos mais reconhecidos investigadores internacionais sobre história da educação matemática e especialista em currículo da Matemática. Em 1996 foi editor da secção sobre currículo do International Handbook of Mathematics Education, e muitas têm sido as suas contribuições no domínio, em particular em associação com o NCTM, onde tem participado na organização de vários projectos de investigação, sendo actualmente membro da Comissão para o Futuro das Normas e Princípios para a Matemática Escolar. Em 2007 foi distinguido com o prémio internacional Félix Klein, que pretende honrar a sua continuada dedicação à investigação em educação matemática. A EM quer também prestar-lhe a sua homenagem e agradecer a sua contribuição na revista.

Os autores do novo Programa de Matemática para a educação básica em Portugal (Ponte *et al.*, 2007) enfrentaram um dilema complicado: como rever o programa antigo de modo a que os professores o reconheçam. Tal como está assinalado na introdução do documento, os autores pretendiam ajustar o programa, de forma a que ele reflectisse: a) o Currículo Nacional de 2001; b) os avanços existentes no conhecimento que temos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática; c) a necessidade de uma melhor articulação entre ciclos de escolaridade. Contudo, ao fazerem formulações completamente novas das finalidades e objectivos, proporem três capacidades transversais que complementam os temas de conteúdo matemático, e quatro eixos que reorganizam os temas que atravessam os três ciclos de escolaridade, os autores correram o risco de confundirem os professores relativamente à forma como o novo programa se relaciona com o programa antigo. A minha falta de conhecimento sobre o programa antigo não me permite julgar a forma como foi conseguido este equilíbrio complexo que permitiria aos professores o reconhecimento do programa, como algo não radicalmente novo. No entanto, posso afirmar que o novo programa parece não ser uma mera actualização e se apresenta de acordo com a actual perspectiva sobre o conhecimento matemático que a educação básica deve proporcionar aos alunos nos dias de hoje.

Uma das características do programa que pode ser problemática é a organização por ciclos de escolaridade e não por ano. No caso do 1° ciclo, o programa está estruturado em duas etapas (1° e 2° anos e 3° e 4° anos), não existindo outras subdivisões, como acontecia no programa anterior. Apesar de podermos argumentar, como os autores deste programa fazem, que esta estrutura permite uma flexibilização que os professores podem usar na organização do programa, não é menos verdade que também acarreta confusão no que respeita à altura em que certo tópico deve ser ensinado. Para mim não é claro que o abandono da organização anual melhore o ensino. Dito isto, considero que a apresentação pormenorizada das orientações metodológicas gerais, da gestão curricular e da avaliação, feita no documento, é significativa e potencialmente constitui uma boa ajuda para os grupos de professores que vão tentar colocar estas ideias novas em prática.

Finalidades e objectivos gerais

As duas finalidades que têm a ver com, primeiro, a aquisição e utilização do conhecimento matemático e, segundo, com o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática e à sua valorização, estão alinhadas com finalidades propostas noutros países, em todo o mundo. Apesar da segunda finalidade ser posta de lado nalgumas discussões sobre o porquê do ensinar Matemática, em parte porque a sua realização é difícil de quantificar, continua a ter grande importância crítica se a Matemática ensinada nas escolas de um país é bem aprendida e se será judiciosamente utilizada no decurso da vida. O desdobramento da primeira finalidade em quatro aspectos (Ponte *et al.*, 2007, p. 3) é consonante com outros esforços de descrição de finalidades da Matemática escolar, incluindo os princípios e normas elaborados pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2001), o plano curricular da Matemática de Singapura (Dindyal, 2005; Ginsburg, Leinwand, Anstrom & Pollock, 2005) e textos directores de outros países (Begg, 1996).

O documento programático para a educação básica enuncia nove objectivos gerais (Ponte *et al.*, 2007, pp. 4–6). Os tópicos destes objectivos — conhecimento, compreensão, representações, comunicação, raciocínio, resolução de problemas, conexões, fazer Matemática e apreciar a Matemática — são aspectos familiares a leitores de normas e directivas para o currículo da Matemática. Em particular, encaixam-se consideravelmente nos princípios e normas do NCTM (2000), nos aspectos na construção da proficiência matemática (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001, p. 5), e na organização matemática da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OECD, 2003).

Uma observação importante sobre os objectivos é feita na seguinte frase: «Estes objectivos gerais interligam-se profundamente e não envolvem uma relação de ordem entre si» (Ponte *et al.*, 2007, p. 6). Esta formulação é semelhante à forma como os aspectos da proficiência matemática foram introduzidos e trabalhados (Kilpatrick *et al.*, 2001). Os esquemas organizativos têm de conter listas e é frequente que os leitores associem a ordem na lista como um indicador de prioridade, de importância ou valor relativos. Mesmo quando os itens duma lista são escritos com a intenção de serem inter-relacionados e mutuamente suportados, por vezes os professores respondem que vão trabalhar um dos aspectos e deixar os outros para serem abordados posteriormente. Será importante que passe a mensagem de que estes objectivos devem ser abordados em simultâneo, uma vez que estão relacionados entre si e se reforçam mutuamente.

Capacidades transversais e temas matemáticos

As capacidades transversais (resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática) são três das cinco apelidadas normas de processo identificadas pelo NCTM (2000) para darem «ênfase às maneiras de adquirir e utilizar os conhecimentos sobre os conteúdos» de conhecimento (p. 29). De modo semelhante, os quatro eixos para a reorganização temática (números e operações, pensamento algébrico, pensamento geométrico e tratamento de dados) são quatro das cinco normas de conteúdo do NCTM. A medida, considerada separadamente pelo NCTM, está associada com a geometria no 1° ciclo. No documento, a sua existência é várias vezes mencionada mas interrogo-me se vai ter o peso que merece. A probabilidade, que o NCTM liga ao tratamento de dados, só aparece no 3° ciclo, o que parece ser um pouco tarde em relação ao que é recomendado em certos países (Franklin *et al.*, 2007; NCTM, 2000) mas está de acordo com o que acontece noutros países. Em geral, os eixos temáticos e as capacidades estão de acordo com o conteúdo e os processos matemáticos identificados pela OCDE (2003, pp. 34–41).

Um aspecto novo do programa consiste em que «as representações fraccionária e decimal dos números racionais surgem agora em paralelo» (Ponte *et al.*, 2007, p. 7). Não tenho conhecimento de nenhum outro país em que se tente uma introdução em paralelo e estou com curiosidade em saber como se vai conseguir levar isso à prática. Embora pareça uma idéia razoável, interrogo-me não só sobre o modo como os professores vão orquestrar estes dois sistemas de representação, mas também se os alunos serão capazes de aprender ambos em simultâneo. Consigo ver como se pode gerir o paralelismo nos 2° e 3° ciclos, mas não vejo como possam ser introduzidos juntamente no 1° ciclo. Talvez eu não esteja a interpretar bem o significado da palavra *«paralelo»* na frase anterior. Claro que a utilização da recta numérica deve ajudar os alunos quando aprendem não só os números racionais mas também como os representar.

O professor de Matemática e mudança do currículo

Num simpósio realizado recentemente em Valência (Paradigmas em Educação Matemática para o séc. XXI: Partilha de Experiências Educativas com a Ásia — ver `http://www.casaasia.es/matematicas/eng/index.html`) os oradores de países da Ásia Oriental, como Singapura, China e Coreia, referiram que os professores desses países recebiam muito apoio aquando da revisão do currículo da Matemática. Em contraste, parece que os professores na Europa e da América do Norte não têm um apoio igual. Desde há muito tempo que defendo a opinião de que a mudança curricular tem de ser local e começar pelo professor (Kilpatrick, 2009) e, consequentemente, qualquer esforço a nível nacional para alterar o currículo da Matemática escolar deve ser acompanhado a nível local de esforços para apoiar os professores nesse processo de mudança. Espero que as autoridades portuguesas estejam a tomar medidas para ajudar os professores que vão implantar o novo programa.

Na minha apresentação no simpósio de Valência, citei (em português e inglês) o parágrafo que se segue, retirado do Programa de Matemática do ensino básico:

> Os tópicos matemáticos são apresentados de forma sistematizada e sintética e, na maior parte dos casos, o seu tratamento em sala de aula terá de seguir uma lógica muito diferente da que orienta a sua apresentação no programa. Este não deve, assim, ser lido como um guia directo para o trabalho do professor em cada tema, mas sim como uma especificação dos assuntos que devem ser trabalhados e dos objectivos gerais e específicos a atingir (Ponte *et al.*, 2007, p. 2).

Utilizei a citação para realçar a importância de reconhecermos o papel crítico do professor na criação de um currículo vivo na Matemática escolar, a partir de um plano organizativo que tenha uma lógica diferente. Qualquer que seja o documento disponibilizado pelo Ministério da Educação, em qualquer país são os professores que devem criar o currículo que os alunos experienciam. O *Programa de Matemática do ensino básico* representa um grande passo em direcção à melhoria dessa experiência. Agora, é a vez dos professores de Matemática portugueses darem esse passo.

Referências

Begg, A. (1996). Mathematics curriculum decisions: Back to basics. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*, 479–487.

Dindyal, J. (2005, August). *An overview of the Singapore mathematics curriculum framework and the NCTM Standards*. Paper presented in Topic Study Group 3 (Secondary Curriculum) at the Third East Asia Regional Conference on Mathematics Education, Shanghai, Nanjing, and Hangzhou, China. Available: `http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/TSG3.htm`

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Schaeffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K–12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association.

Ginsburg, A., Leinwand, S., Anstrom, T., & Pollock, E. (2005). *What the United States can learn from Singapore's world-class mathematics system (and what Singapore can learn from the United States): An exploratory study*. Washington, DC: American Institutes for Research, 2005.

Kilpatrick, J. (2009). The mathematics teacher and curriculum change. *PNA: Revista de Investigación en Didáctica de la Matemaática*, *3*, 107–121.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press. Available: `http://www.nap.edu/`

National Council of Teachers of Mathematics. (2000), *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author. Available: `http://standards.nctm.org/`

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: Author.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Graça Martins, M. E., & Oliveira, P. A. (2007, December). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação. Available: `http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf`

Jeremy Kilpatrick

Universidade da Geórgia, EUA

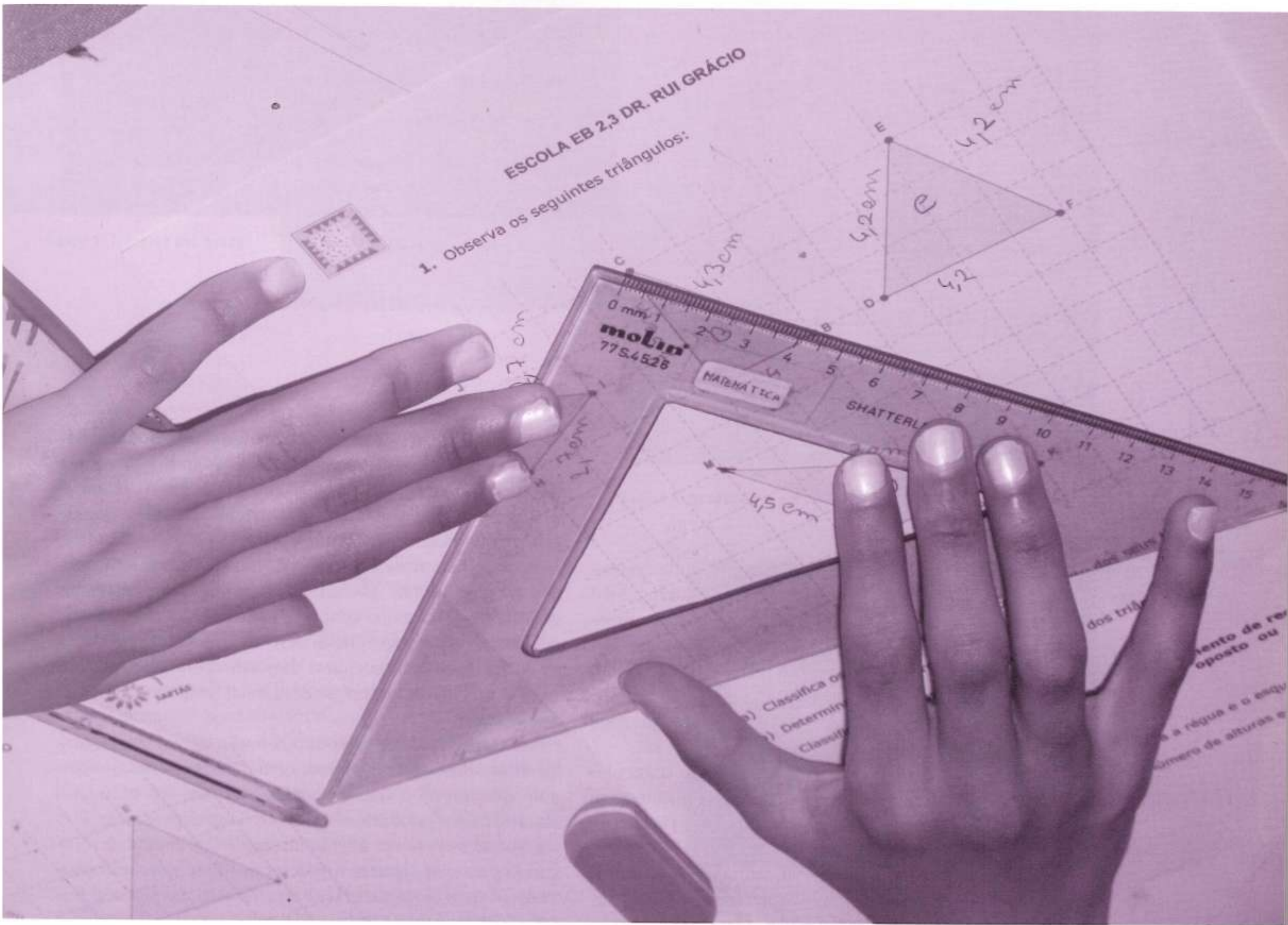
Tradução: Fernando Nunes

Revisão: Ana Paula Canavarro, Cristina Tudella, Manuela Pires

A experimentação do novo Programa de Matemática

Reportagem na turma do 5º ano em Montelavar

Ana Cristina Tudella
Claúdia Canha Nunes

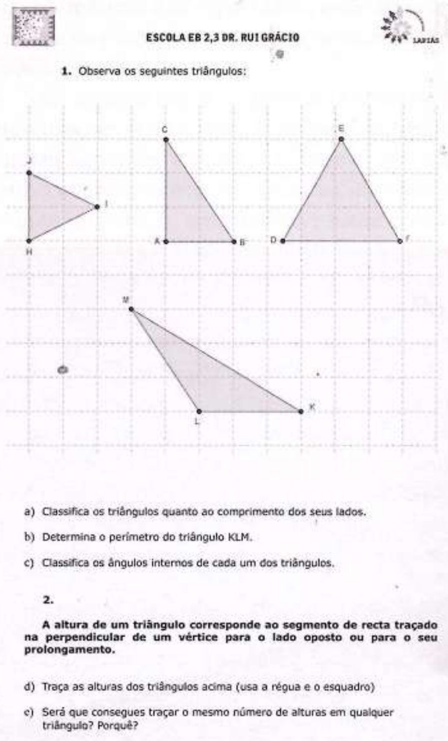


Na sala de aula, triângulos e mais triângulos...

Chegámos a Montelavar, uma recente vila do Concelho de Sintra, às 7:15 da manhã, uma hora antes do nosso encontro marcado com a professora Irene Segurado. Não que sejamos demasiado pontuais, mas não conhecíamos a escola e estávamos com receio de apanhar demasiado trânsito, na célebre IC19, naquele solarengo dia do início de Junho.

A Irene, professora na escola EB 2/3 Dr. Rui Grácio, é uma das professoras experimentadoras do NPMEB. Tem uma turma piloto do 5.° ano de escolaridade, com vinte alunos, mas apenas trabalha com dezasseis, os restantes quatro trabalham com uma professora do Ensino Especial. Podemos considerá-la uma professora privilegiada pois tem, pela segunda vez, a oportunidade de experimentar um novo programa de Matemática, visto já ter sido experimentadora do «programa antigo» no início dos anos noventa.

Recebeu-nos com a sua simpatia habitual, e nesse dia fomos «espreitar» a sua sala de aula. O tema que estava a abordar era a Geometria, mais precisamente o tópico alturas de triângulos.



ESCOLA EB 2,3 DR. RUI GRÁCIO

1. Observa os seguintes triângulos:

a) Classifica os triângulos quanto ao comprimento dos seus lados.

b) Determina o perímetro do triângulo KLM.

c) Classifica os ângulos internos de cada um dos triângulos.

2.

A altura de um triângulo corresponde ao segmento de recta traçado na perpendicular de um vértice para o lado oposto ou para o seu prolongamento.

d) Traça as alturas dos triângulos acima (usa a régua e o esquadro)

e) Será que consegues traçar o mesmo número de alturas em qualquer triângulo? Porquê?

Figura 1. A Tarefa

Figura 2. Apresentação da tarefa

Com esta proposta de trabalho (figura 1) Irene pretendia, por um lado, recordar aspectos relativos aos triângulos e suas características, nomeadamente a sua classificação quanto aos lados (já trabalhado anteriormente) e quanto aos ângulos, por comparação com o ângulo recto; por outro lado, pretendia que os alunos traçassem as alturas de triângulos, e formulassem conjecturas sobre o número de alturas que cada triângulo tem.

Na primeira questão são apresentados quatro triângulos e pede-se aos alunos que, para cada um deles, os classifiquem quanto ao comprimento dos lados, determinem o perímetro, e classifiquem os ângulos internos.

Na segunda questão é dada uma definição de altura de um triângulo — *A altura de um triângulo corresponde ao segmento de recta traçado na perpendicular de um vértice para o lado oposto ou para o seu prolongamento* — e pede-se aos alunos que tracem as alturas dos triângulos, recorrendo à régua e ao esquadro. Por fim, questionam-se os alunos sobre o número de alturas que conseguem traçar em qualquer triângulo.

No início da aula os dezasseis alunos reuniram-se com naturalidade, em grupos de quatro, Notando-se que estão habituados a trabalhar deste modo e já conhecem a constituição dos grupos. Estão animados! Parecem gostar deste modo de trabalhar. Estão também entusiasmados com a nossa presença pois estão desejosos de «aparecer» numa revista.

A Irene distribuiu a tarefa e o material de desenho, chamando a atenção de que mais tarde daria indicações sobre a forma como deveriam trabalhar com o esquadro. Começa por ler a tarefa, certificando-se que os alunos sabem do que está a falar, fazendo assim, uma breve revisão de conceitos, com a sua contribuição (figura 2). Para realizar esta tarefa é importante que os alunos saibam classificar triângulos quanto aos lados e que conheçam as noções de ângulo e de perímetro — por isso a Irene, nesta fase inicial da aula, tenta assegurar-se que os alunos dispõem dos conhecimentos necessários para a realização das tarefas propostas de forma autónoma.

Os aspectos de notação também são salientados. Questiona os alunos sobre a forma como se representa o triângulo que se está a ver, apontando para um dos triângulos da tarefa. Os alunos relembraram-se. Depois perguntou-lhes «Como se escreve um ângulo interno?». Os alunos vão lançando para o ar algumas hipóteses que lhes parecem razoáveis, mas não conseguem lá chegar (era um assunto não tratado anteriormente). A Irene desenhou então, no quadro, o ângulo e a respectiva notação. Aproveita, ainda, para perguntar aos alunos que ângulos conhecem. Por fim, chama a atenção dos alunos para a importância de registarem, de forma adequada, todas as conclusões a que forem chegando.

Após a introdução da tarefa os alunos iniciam o trabalho autónomo. Durante esta fase, a Irene foi circulando pelos diferentes grupos, apoiando e questionando de forma a perceber as dificuldades e dúvidas que foram surgindo. E nós aproveitámos e... também circulámos pela sala, observando o trabalho dos alunos.

A primeira dúvida que surgiu prendeu-se com a medida do comprimento dos lados dos triângulos. Os alunos medi-

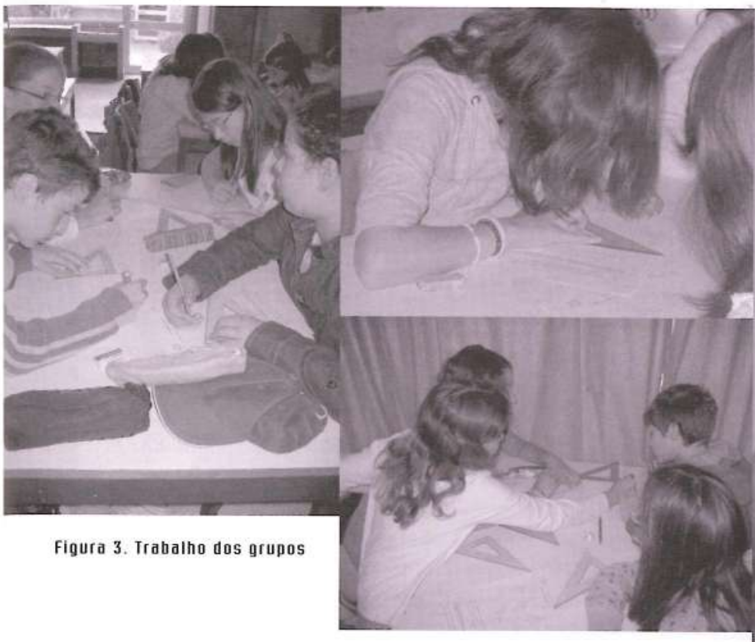


Figura 3. Trabalho dos grupos

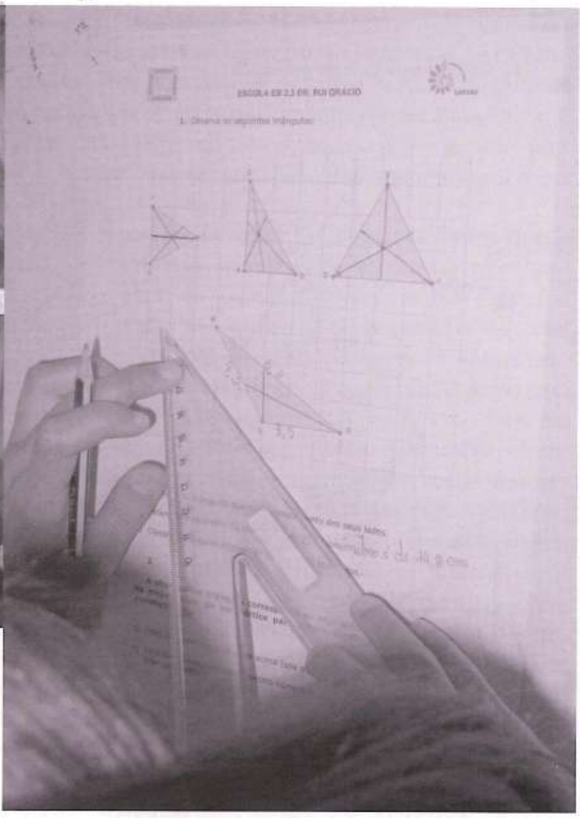


Figura 4. Desenhando «alturas»

ram os mesmos segmentos e, inclusive em cada grupo obtiveram medidas diferentes. Por exemplo, para uns o lado JI media 2,7 cm e, para outros, 2,6 cm. Cada um achava que tinha certo, repetira a medição e achava que não se tinha enganado. Chamaram a professora pois queriam saber quem tinha razão. A Irene explicou-lhes que ambos tinham medido de forma correcta, as diferenças dependiam da forma como estava representado o objecto a medir, uma vez que os vértices estavam representado por pontos demasiado grandes.

Nesta primeira tarefa as dificuldades maiores prenderam-se com a utilização da notação matemática. Após a realização da alínea c) pelos diferentes grupos, a professora corrigiu a primeira questão com o grupo turma, aproveitando para chamar a atenção dos alunos para as características dos esquadros que usavam, nomeadamente o facto de terem um ângulo recto. Aproveitou igualmente para introduzir a classificação dos triângulos quanto aos ângulos, por comparação com o ângulo recto, que não tinha ainda sido trabalhada com os alunos.

Em seguida, os alunos retomaram o trabalho nos pequenos grupos, e começaram a traçar as alturas dos triângulos. Num dos grupos os alunos desenharam três «alturas» mas não respeitando a perpendicularidade destas em relação à base (figura 4).

Noutro grupo (figura 5), os alunos representaram uma ou duas alturas e formularam a seguinte conjectura: «Os triângulos só podem ter duas alturas», e tentaram justificar essa conjectura com o recurso aos triângulos que constavam da tarefa.

Um terceiro grupo, que conseguiu traçar as três alturas de cada triângulo, formulou a seguinte conjectura: «As alturas têm todas que se reunir num ponto». A Irene pretendia ainda nesta aula discutir as respostas e as conjecturas elaboradas pelos alunos, levando-os a concluir que os triângulos, sejam eles quais forem, têm sempre três alturas. Porém, depressa chegou o final da aula e a discussão final ficou adiada para a aula seguinte.

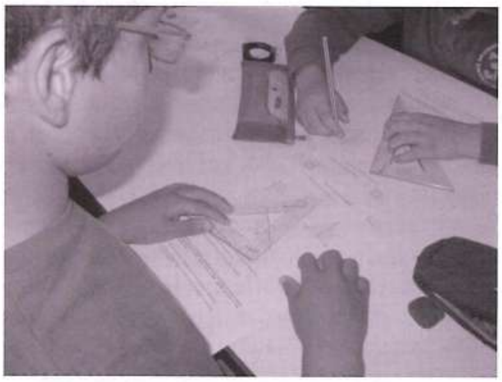


Figura 5. Verificando a perpendicularidade das «alturas»

Depois desta aula, à conversa com a Irene...

Pretendíamos conhecer a sua experiência com o novo programa de Matemática e perceber as potencialidades, dificuldades e, sobretudo, os desafios que este trabalho lhe veio proporcionar. Quando questionada sobre o que é mais difícil na leccionação deste programa, refere a gestão do tempo:

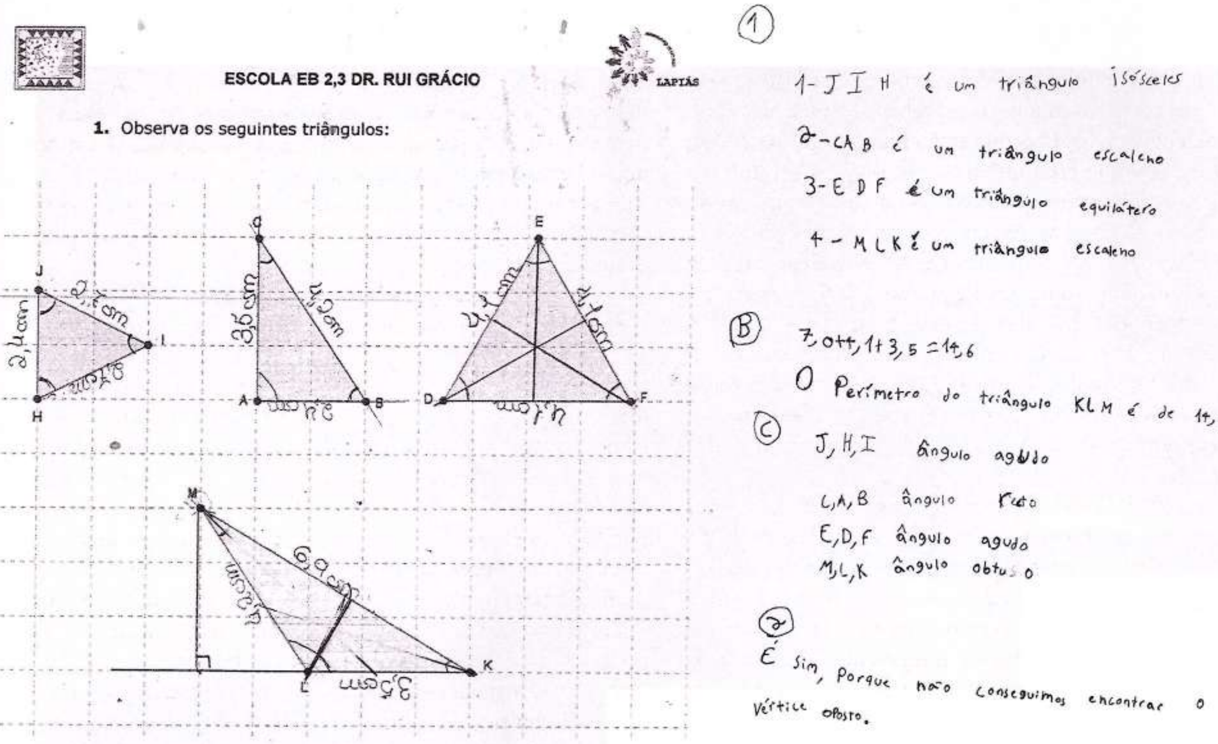


Figura 6. Produções de alunos

«As tarefas são mais ricas, mas demoram o dobro do tempo. É preciso dar tempo aos alunos para pensarem (...) e nós, por vezes, construímos as tarefas para um bloco, mas acabámos por demorar três.» Por exemplo, a aula a que assistimos estava pensada para 90 minutos, mas não se conseguiu trabalhar tudo o que a Irene pretendia: «(...) Os alunos não estiveram a «pastelar». Eles precisavam de viver a situação para a compreenderem. Era importante que eles colocassem o esquadro sobre a figura, e percebessem que não estavam a desenhar rectas perpendiculares.» Tal como refere, nesta metodologia de trabalho, em que os alunos exploram a situação e o professor adia a indicação do erro, levando-os a descobrirem-no por si próprios, é um dos factores que requer uma gestão do tempo mais flexível e adaptável ao contexto de cada tarefa e de cada grupo de alunos.

Várias são as questões que se colocam, quer na preparação da aula, quer durante a própria aula. Irene exemplifica: «Que tempo dar aos alunos? Sabemos que nem todos os alunos (grupos) têm o mesmo ritmo de trabalho. Quando é que se deve parar uma actividade? E depois, os que não fizeram completamente a tarefa, será que a percebem? Será que aprendem? São desafios que teremos que enfrentar». Apesar destas dificuldades, quase no fim do primeiro ano lectivo à frente de uma turma piloto, o balanço que a Irene faz da implementação deste novo programa é positivo. Considera que os professores envolvidos neste exigente projecto formaram um grupo heterogéneo que ganhou muito com esta experiência. Discutem bastante, quer sobre os materiais construídos, quer sobre a sua aplicação. Dessas discussões nascem muitas tarefas, como por exemplo a tarefa trabalhada na aula a que assistimos. Um outro aspecto que considerou particularmente relevante, foi a articulação vertical entre os professores experimentadores do 1.° ao 3.° ciclo, que permitiu conhecer melhor o trabalho que é desenvolvido ao longo dos três ciclos de ensino.

Em relação à sua prática, vê espelhado neste novo programa as metodologias que já utilizava, mas considera-o muito mais exigente do ponto de vista das aprendizagens. Em particular, tem a convicção que não são as alterações a nível dos tópicos matemáticos ou da sua organização que são mais significativas mas sim a explicitação, no programa, das capacidades transversais. Na sua opinião, é aí que está o aspecto mais forte: «A grande diferença deste programa é a maneira de explorar as coisas, dando especial atenção às capacidades transversais».

Para Irene, o grande desafio que se coloca aos professores está sobretudo nas tarefas escolhidas e na dinâmica criada na sala de aula. Ambas têm que proporcionar nos alunos o desenvolvimento das capacidades transversais e a construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos.

Ao longo do ano foram construídas e trabalhadas com os alunos cadeias de tarefas que proporcionam o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e da resolução de problemas: «O facto de se dar mais importância às capacidades transversais leva a que os alunos, com este programa, aprendam que têm que justificar sempre tudo o que fazem e com uma linguagem correcta». Revela-se uma aprendizagem lenta mas que, na opinião da Irene, dará frutos mais tarde, contribuindo para uma compreensão da Matemática, enquanto disciplina lógica e coerente: «Os alunos estão habituados a argumentar e a defenderem as suas ideias. Sabem que as coisas não são por acaso... têm todas razão de ser». Além disso, acrescenta ainda que «a compreensão das ideais matemáticas é procurada no momento da sua aprendizagem».

Um outro aspecto que salienta como interessante é a exploração do erro — «os alunos percebem que não há qualquer problema em errar porque estão habituados a explicar, e a perceber porque erraram». No entanto, Irene sublinha que «não quer dizer que eles façam as tarefas à toa, eles empenham-se e se erram, aprendem com os próprios erros.»

Em relação aos temas matemáticos, Irene elege o tópico Números Racionais como aquele em que gostou particularmente de trabalhar este ano, especialmente pela mudança que trouxe à forma como costumava trabalhar: «trabalhar fracções, nos seus múltiplos significados, decimais e percentagens ao mesmo tempo, foi rico, interessante e trouxe algumas surpresas na forma como os alunos resolveram alguns problemas».

A dificuldade de gestão de tempo leva Irene a expressar que, neste ano, precisava de fazer exercícios de consolidação com os seus alunos, mas que lhe faltou tempo. Esses exercícios, que na sua opinião não deverão ser em número exagerado são importantes: «Por exemplo, nesta aula [a que assistimos], os alunos queriam falar em segmento de recta, mas não sabiam muito bem como, por outro lado, ainda trocavam a classificação de triângulos». Uma hipótese que avança para colmatar esta dificuldade é, na área curricular não disciplinar de Estudo Acompanhado, os alunos trabalharem Matemática, acabando por usar esse tempo para consolidar alguns conhecimentos.

Uma outra estratégia que, para além de colmatar esta dificuldade, permite uma melhor compreensão do que é a Matemática, é tirar o máximo partido das conexões matemáticas. Segundo refere, os tópicos devem ser trabalhados recorrentemente: «Os alunos não têm que aprender tudo na primeira vez com que trabalham os conceitos, estes deverão ser construídos, amadurecidos e consolidados ao longo do tempo». Foi o que aconteceu nesta aula que observámos: «A tarefa serviu para retomar conteúdos já estudados anteriormente e acrescentar alguma coisa ao que os alunos já sabiam».

Outra dificuldade também sentida este ano e que deverá ser sentida durante o período de transição, é o facto de se ter que trabalhar tópicos do 1.° ciclo que os alunos já deveriam conhecer. O mesmo se passa ao nível das capacidades transversais, que poderiam estar mais desenvolvidas se o trabalho feito anteriormente tivesse ido nesse sentido. Este actual «patamar» em que estão as aprendizagens dos alunos vem dificultar um pouco mais a gestão do trabalho em sala de aula e, consequentemente, do tempo. A título de exemplo, Irene referiu o trabalho com os números racionais que acabou por ocupar grande parte do 2.° período — demasiado tempo, na sua opinião.

Esta dificuldade na gestão do tempo pode, se os professores se não estiverem habituados a trabalhar nesta perspectiva ou não tiverem uma formação adequada no NPMEB, condicionar as aprendizagens dos alunos. Na opinião da Irene, os professores poderão até propor aos seus alunos actividades interessantes, mas se passarem rapidamente a uma formalização e uma consolidação dos conhecimentos, fará com que se perca a compreensão efectiva dos saberes. Irene dá como exemplo o conceito de percentagem: «Os alunos podem percebê-las e encontrarem-nas recorrendo, por exemplo, a barras, mas precisam de trabalhar deste modo durante algum tempo, para lhes permitir compreender a noção. Se se formalizar demasiado cedo, os alunos podem «decorar» uma forma de a calcular, sem na realidade compreenderem o que estão a fazer».

Quando questionada sobre as condições para que o NPMEB possa ser bem sucedido, Irene destaca três: tempo, formação e manuais. Destas, considera as duas primeiras fundamentais, pois sem elas não se conseguirá trabalhar de forma adequada: o *tempo* em duas vertentes — «Mais *tempo* para trabalhar a Matemática com os alunos, e *tempo* para que os professores trabalhem em conjunto nas escolas». Na sua opinião, as direcções das escolas têm aqui um papel importante. Será pertinente que proporcionem aos professores as condições necessárias para trabalharem com qualidade, nomeadamente permitindo momentos comuns de trabalho. Além disso, nos próximos anos o Plano da Matemática II poderá também dar alguma ajuda, possibilitando às escolas elaborar/reformular os projectos no sentido de dar mais tempo à Matemática. A segunda condição, igualmente fundamental para Irene, é a formação de professores no NPMEB: «É importante que exista uma formação, com qualidade e espaçada no tempo, para que os professores possam aprender, reflectir e amadurecer ideias». A terceira condição que Irene aponta é a existência de manuais adequados, ou seja, «que os manuais que sairão em 2010 estejam não só de acordo com as orientações curriculares, mas também com a filosofia do programa».

Quando compara as duas experiências enquanto professora de turmas piloto, (actual e início dos anos 90), Irene refere algumas preocupações relativamente à forma como ocorrerá a generalização do NPMEB e espera que os aspectos negativos do passado sejam tidos em conta: «A filosofia e o espírito do programa da altura da experimentação [início dos anos 90], não é o que actualmente é mais trabalhado nas escolas. Com o tempo foi-se perdendo a essência do programa» — e isto poderá estar associado à forma como os manuais têm sido reformulados ano após ano, ou pela falta de formação dos professores aquando dessa generalização.

Falámos ainda com um grupinho de alunos...

A seguir à aula falámos com seis dos alunos desta turma. Uma amostra aleatória mas bastante homogénea, pois todos os alunos gostavam de Matemática, e cinco elegeram-na como a sua disciplina favorita. «Gosto Muito!» — responderam quase em uníssono quando lhes perguntámos se gostavam desta disciplina.

Quando questionados sobre o que aprenderam este ano, referiram o tópico que mais gostaram — «Números racionais — Foi o que trabalhámos mais.. [...] Foi giro... tínhamos muitas tarefas com as mesmas personagens. [...] Resolvemos problemas, usámos tabelas, barras numéricas, [...]». Vários alunos destacaram outras tarefas, ainda neste tema, das quais tinham gostado particularmente de trabalhar, nomeadamente: *Terreno nas aldeias* — tarefa incluída na Brochura da DGIDC dos números racionais não negativos do 5.° ano que, para além de conter problemas que envolvem números racionais, procura levar os alunos a descobrirem os algoritmos da adição e da subtracção de fracções; *Descontos na Bit-@-Byte* — tarefa também incluída na brochura dos racionais, sobre o tópico Percentagens.

Um dos alunos referiu que também tinha gostado muito dos sólidos geométricos. «Uma vez a professora deu-nos uma folha com monumentos e nós tínhamos que identificar os sólidos». Outra aluna também salientou uma tarefa deste tema — a classificação dos sólidos: «Tínhamos que fazer grupos com os sólidos, pensando nas várias características... foi muito giro!»

Outro aluno referiu que tinha gostado muito de «Debruar tapetes» — tarefa de investigação do *ClicMat*, que consiste em fixar uma quantidade de fita para debruar um tapete rectangular, descobrir as dimensões do tapete com a maior área que é possível fazer, exactamente com essa quantidade de fita - Esta tarefa foi realizada, em pares na sala de aula, recorrendo aos computadores portáteis da escola.

Quando questionados sobre o que gostaram menos, responderam novamente em uníssono: «nada!». Apenas a Joana referiu que não tinha gostado muito do mínimo múltiplo comum e do máximo divisor comum «porque tive muitas dúvidas durante o trabalho», afirmou.

Em relação às metodologias na sala de aula, os alunos referiram que costumam trabalhar em grupo. «Nas fracções tínhamos outros grupos, mas eu gosto mais deste... não tem raparigas!» — disse um dos alunos, referindo-se ao grupo de trabalho em que tinha estado a realizar as tarefas da altura dos triângulos. «Gosto de trabalhar em grupo... mas é conforme os grupos e conforme as tarefas. Há umas tarefas mais difíceis que eu gosto de estar sozinha no meu cantinho, concentrada!», acrescentou uma outra aluna.

Referindo-se às potencialidades do trabalho em grupos heterogéneos, uma das alunas referiu a ajuda que é dada aos alunos mais fracos: «Há um bocadinho, a Joana encontrou uma estratégia para explicar ao Ricardo os ângulos (recto, agudo e obtuso)!».

Durante a discussão das tarefas «a professora percorre todos os grupos e calha, mais ou menos, uma pergunta a cada grupo, e depois cada grupo tem que responder. Se concordamos é muito mais rápido, mas se não concordamos... aí torna-se mais complicado!»

Apesar de estarem no início do 2.° ciclo, questionámo-los sobre as diferenças que encontram entre a forma como trabalharam este ano e a experiência de trabalho no 1.° ciclo: «No 4.° ano não trabalhávamos com muitas tarefas... era mais com o livro e o caderno!» – referiu uma aluna. «E não eram problemas... nem trabalhávamos em grupo!» — acrescentaram outros alunos. «Este ano temos livro, mas não trabalhamos muito com ele. Só quando demos os sólidos. [...] Às vezes para trabalhos de casa! [...] A professora faz-nos sínteses das tarefas».

Reflectindo um pouco sobre esta nossa conversa com os alunos é interessante verificar os vários aspectos que eles salientaram. Apesar de não terem o discurso didáctico, referiram aspectos essenciais do novo programa, que consideraram significativos, como são a resolução de problemas e a comunicação matemática.

E assim, terminámos a nossa visita à escola de Montelavar e esta reportagem com a Irene sobre a experimentação do Novo Programa. Ficámos cheias de vontade de iniciar a implementação deste programa, embora conscientes de que temos pela frente um grande desafio e uma longa caminhada a fazer com os nossos colegas de agrupamento e com os nossos alunos.

Ana Cristina Tudella
Escola ES 2/3 Frei Gonçalo de Azevedo, S. Domingos de Rana
Cláudia Canha Nunes
Escola EB 2/3 Fernando Pessoa, Lisboa

Materiais para a aula de Matemática

Debruar tapetes

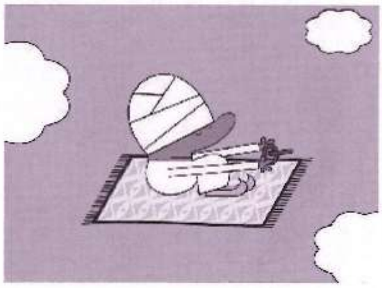
Na entrevista que fizemos aos alunos da turma do 5° ano foi referida, por mais do que um aluno, a tarefa «Debruar tapetes», incluída no conjunto de actividades interactivas do ClicMat, como sendo uma das tarefas que mais tinham gostado de realizar na sala de aula.

Esta tarefa de exploração/investigação tem por objectivo descobrir, entre rectângulos equiperimétricos, qual deles maximiza a área. O ClicMat surge aqui, não só como elemento motivador do trabalho, como também recurso possibilitador da realização de um número significativo de experiências, quer escolhendo a quantidade de fita (perímetro), quer escolhendo as medidas para os diferentes lados do rectângulo (L1 e L2). Proporciona assim momentos de formulação e de teste de conjecturas, bem como a discussão de ideias e de relações entre conceitos matemáticos.

Uma outra vantagem deste software é o de proporcionar conexões entre vários temas matemáticos. Quando os alunos escolhem as medidas dos lados do rectângulo, o ClicMat, para além de apresentar a tabela com os dados escolhidos (L1 e L2) e de calcular a área do rectângulo que eles definem, representa-o geometricamente e exibe num referencial cartesiano o valor da área correspondente ao valor de L1.

A seguir apresentamos uma proposta de trabalho para a exploração desta situação, baseada na tarefa que os alunos da Irene Segurado realizaram na sala de aula.

Ana Cristina Tudella, ES 23 Frei Gonçalo de Azevedo



Debruar tapetes

Abre o ClicMat. Procura a investigação «Debruar Tapetes» e clica sobre ela. Antes de iniciares a tarefa, clica sobre «mais instruções» e lê com atenção o texto que te é apresentado. Depois fecha essa janela e prepara-te para investigar.

1. Escolhe um comprimento de fita para debruar o tapete e coloca-o no ClicMat. De seguida, vai atribuindo diferentes pares de valores possíveis para os lados desse tapete e coloca-os na tabela do ClicMat. O que observas?

2. Repara na área dos rectângulos que obtiveste. É sempre a mesma? Varia?

3. Para o comprimento de fita que escolheste, existe algum tapete que tenha área maior do que todos os outros?

4. Preenche a seguinte tabela com as respostas à questão 3 de todos os casos descobertos na turma.

	1° Caso	2° Caso	3° Caso	4° Caso	5° Caso	6° Caso	7° Caso	8° Caso	9° Caso	10° Caso	11° Caso	12° Caso
Comprimento da fita												
Maior área												
Lado 1												
Lado 2												

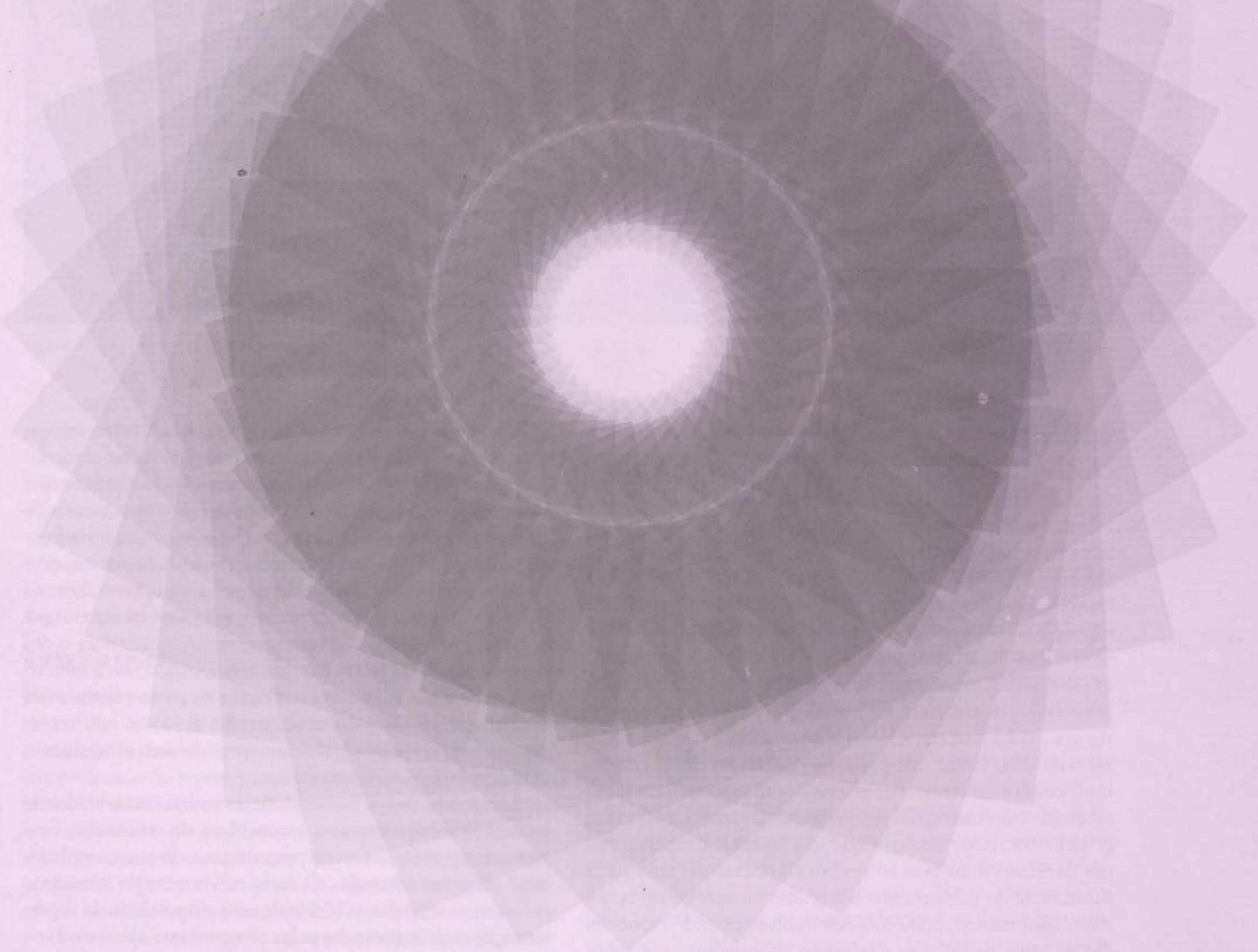
5. Com base na análise da tabela anterior, formula uma conjectura quanto à forma e dimensões de um dado tapete rectangular que, para um dado perímetro, tem a maior área.

6. Como poderás verificar se a tua conjectura é verdadeira? Usa o ClicMat para experimentares, para um dado perímetro, como varia a área de «todos» os rectângulos que se podem construir com esse perímetro.

Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Contributos para uma gestão curricular reflexiva

Cristina Loureiro



Este texto sobre o novo programa de Matemática assume um carácter duplo: uma perspectiva crítica e algumas sugestões práticas. De certa forma pretende articular um currículo experimentado, que foi objecto de acompanhamento em sala de aula no âmbito do programa de formação contínua em Matemática para professores do 1° e 2° ciclos, com um currículo proposto, as orientações do programa. É um compromisso entre estas orientações e a necessidade de desenvolver práticas de ensino de geometria que desocultem os processos cognitivos que lhe estão subjacentes.

Um dos aspectos mais importantes da organização deste programa são as capacidades transversais. É pena que a visualização e a representação não tenham sido distinguidas como tal, pois embora sendo capacidades indissociáveis da geometria não são exclusivas desta área temática. Aliás, é amplamente assumido que um dos grandes valores da geometria é o seu contributo para a representação e para a visualização, e vice-versa, como vários autores defendem (Duval, 1998; Goldin, 2002; Battista, 2007). Ao destacar as capacidades transversais como um pano de fundo sempre presente na planificação curricular, a falta destas duas capacidades pode desvalorizar o seu papel no trabalho em geometria, apesar das várias referências metodológicas que estes dois termos têm nas várias indicações sobre o desenvolvimento do tema. Assim, o ponto de partida para o trabalho sobre os tópicos de geometria e medida tem que partir da articulação de todas as dimensões deste programa (finalidades, objectivos gerais e capacidades transversais) e incluir com especial destaque a visualização e a representação.

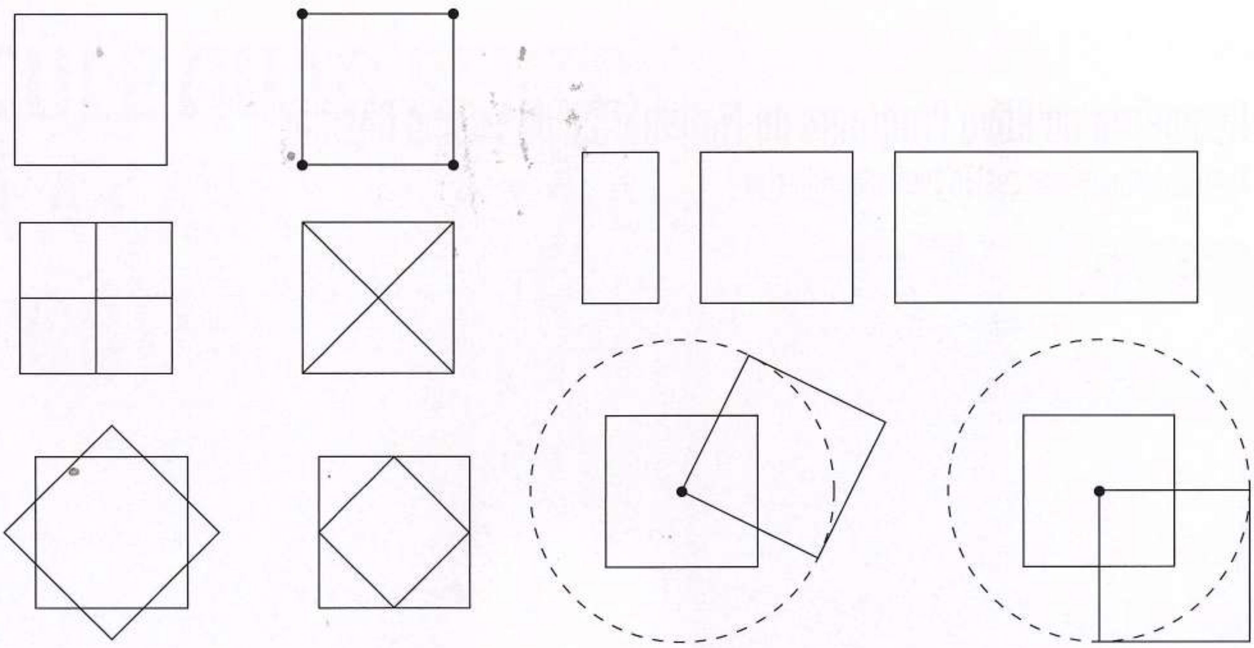


Figura 1

Visualização e raciocínio visual

O desenvolvimento de capacidades de visualização constitui já uma preocupação de muitos professores e é objecto de actividades realizadas pelas crianças. Para tal, tem sido uma referência indispensável o artigo de Gordo e Matos (1993) publicado na revista *Educação e Matemática* n.° 26. No entanto, é hoje defendido que a visualização em matemática não se resume a um conjunto de capacidades e não é exclusiva dos objectos geométricos. Os estudiosos do raciocínio visual têm evidenciado a necessidade de o ensinar e desenvolver e destacam o seu papel de pilar na demonstração rigorosa (Goldenberg, Cuoco e Mark, 1995; Duval, 1998; Hershkowitz, 1998). Em suma, a visualização deve ser assumida como uma componente fundamental do raciocínio geométrico e do raciocínio matemático em geral. Goldenberg et al (1995, p. 6) afirmam que «ao ignorar a visualização, um currículo falha não só no envolvimento de uma parte substancial do pensamento dos alunos ao serviço do raciocínio matemático, como no desenvolvimento de capacidades de visualização para explorar e argumentar visualmente». Além destas perdas, este investigador afirma que, para muitos alunos, a visualização e o raciocínio visual são uma âncora para o pensamento matemático e também a primeira oportunidade para participarem na actividade matemática. Goldenberg é um dos mentores dos hábitos de pensamento, apresentados nas revistas *Educação e Matemática* n.°s 47 e 48, e que faz bem revisitar de vez em quando.

Visualização e representação

Há muitas maneiras distintas de ver o quadrado como figura isolada ou ligada a outras (figura 1). Maneiras diversas de o ver e representar servem raciocínios visuais diferentes. Assim, a imagem mental de quadrado que os alunos têm de construir ao longo da sua aprendizagem deverá partir de actividades que lhes proporcionem o contacto com estas e com muitas outras representações, tanto isoladas como ligadas. Esta diversidade ilustra para uma figura elementar, o quadrado, como é grande o número de relações possíveis de estabelecer entre o todo e as partes e entre esta e outras figuras. Qualquer figura geométrica é representada por um protótipo que não pode ser rígido e que deve ir evoluindo ao longo da aprendizagem. A investigação tem mostrado que os protótipos rígidos das figuras geométricas regulam o desenvolvimento do raciocínio geométrico da criança ao longo de toda a sua vida. Se os exemplos e contra-exemplos da experiência vivida pelas crianças são rígidos e não representam toda a variedade de elementos de uma classe, assim também serão os seus conceitos.

Justifica-se pois a necessidade de realizar actividades de geometria sobre estruturas geométricas diversificadas, com objectos geométricos em representações diversas, estabelecendo ligações entre elas. O desenvolvimento do raciocínio geométrico tem que se servir de uma diversidade de representações e de acções adaptadas ao raciocínio a desenvolver. Assim, os materiais que permitem representar os objectos geométricos devem ser escolhidos em função das estruturas geométricas que se pretendem trabalhar. Os materiais estão ao serviço das estruturas e não o contrário como tantas vezes acontece, são um meio, não um fim. A geometria dinâmica, bem como *applets* interactivos também têm um papel fundamental que é preciso ligar com a utilização de estruturas geométricas manipuláveis.

Desenhar e pintar com lápis em papéis diversos, representar no geoplano ou com figuras padrão de diversa natureza (tangran, blocos padrão, polydrons, ...), representar com barras articuladas, representar com quadrados ou com cubos, compor e decompor, recortar e dobrar, representar com vistas e em perspectiva, recorrer a espelhos, miras e outros modelos físicos, planificar e montar, são acções ineren-

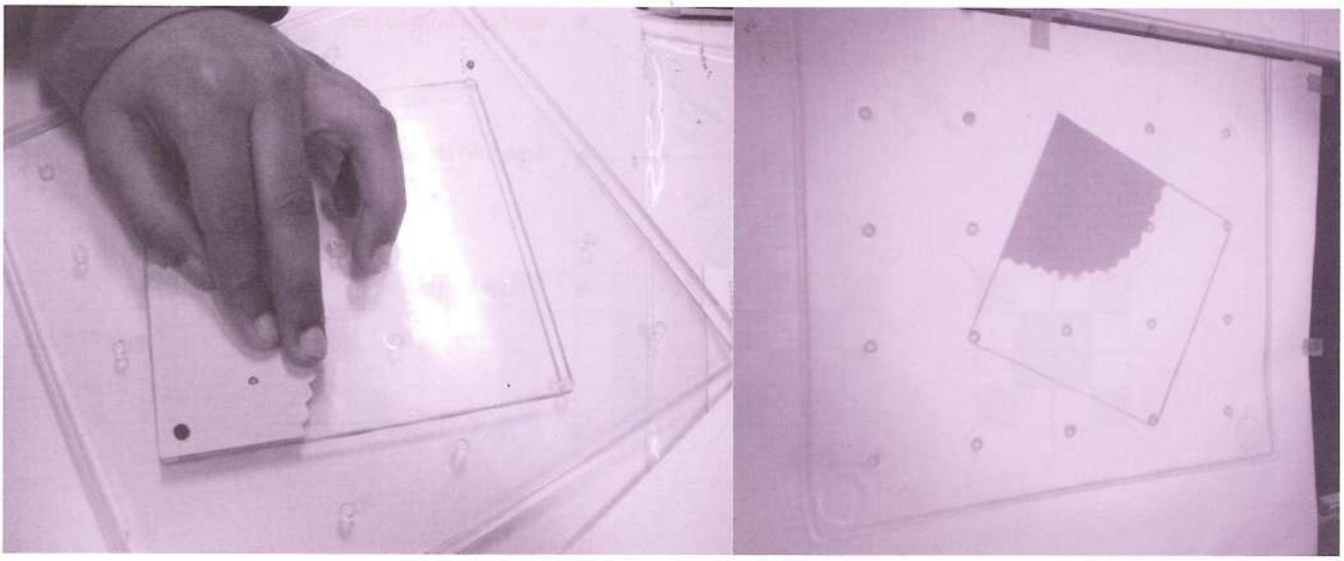


Figura 2

tes à representação que devem ser vividas pelas crianças ao longo de todo o ensino básico. Passar de uma representação para outra e estabelecer relações entre diversas representações são passos indispensáveis para a construção de imagens mentais. Que configuração está na cabeça de cada um de nós quando referimos um quadrado ou um cubo? É uma configuração estática ou dinâmica? Isolada ou ligada? Rígida ou flexível e transformável?

Raciocínio geométrico

Há muitas formas de encarar a geometria como conteúdo de ensino. Michael Battista apresenta-a como «uma rede complexa de interligações entre conceitos, modos de pensar, e sistemas de representação que são usados para conceptualizar e analisar ambientes espaciais físicos e imaginados» e avança ainda que «subjacente à maior parte da geometria está o raciocínio espacial, que é a capacidade para «ver», analisar e reflectir sobre objectos espaciais, imagens, relações e transformações (Battista, 2007, p. 843).

Esta perspectiva orienta-nos para a valorização do raciocínio geométrico que Duval (1998) destaca ao afirmar que «a geometria, mais do que as outras áreas da matemática, pode ser usada para descobrir e desenvolver diferentes modos de raciocínio», defendendo que o alcance do ensino da geometria para todos é desenvolver as capacidades de representação visual e as capacidades de raciocínio, favorecendo a sinergia entre esses dois processos. Duval alerta para o perigo do ensino da geometria poder ter muitas vezes o estranho efeito de fazer os alunos regredirem e perderem muita da sua eficiência natural nesta área.

O trabalho em geometria não deve centrar-se apenas nos objectos geométricos, devendo atender muito mais às acções que podem ser aplicadas sobre eles, sob pena das crianças só aprenderem nomes de figuras e começarem a distingui-las apenas pelo seu aspecto ou posição. As acções como classificação, composição, decomposição, construção e transformação devem ter um destaque especial ao longo de toda a aprendizagem.

Famílias de figuras geométricas

Na primeira parte deste artigo procurei registar de uma forma crítica algumas fragilidades do programa, apontando orientações simples para as ultrapassar. Desenvolvo agora um pouco mais estes apontamentos com algumas sugestões de tarefas, enquadradas por uma ideia muito forte a que tenho dado especial atenção, o estudo de famílias de figuras geométricas.

Ao longo da minha experiência de acompanhamento de aulas de geometria, tenho vindo a concluir que uma das boas ideias para a abordagem da geometria é a criação de famílias de figuras geométricas finitas e com um pequeno número de elementos. Os poliminós e os polidiamantes são alguns exemplos já bastante conhecidos. Na geometria 3D os poliedros platónicos, os arquimedianos e os deltaedros convexos são também bons exemplos. Um aspecto interessante é a atracção que estas famílias exercem, pois permitem confrontar os interlocutores com situações inesperadas e desafiantes, quer pelas características quer pelo número de elementos. O facto de haver invariantes entre as figuras oferece a possibilidade de gerar mais elementos ou de nos confrontarmos com a necessidade de provar que já estão representados todos os elementos da família. Esta necessidade de representação é também um motor importante de utilização de técnicas de representação matemática. Avanço com alguns exemplos.

1º exemplo

Habituámo-nos a olhar para o geoplano de 5 por 5 como um material manipulável. Olhemos para ele como um plano euclidiano, finito, limitado e discreto suporte de interessantes

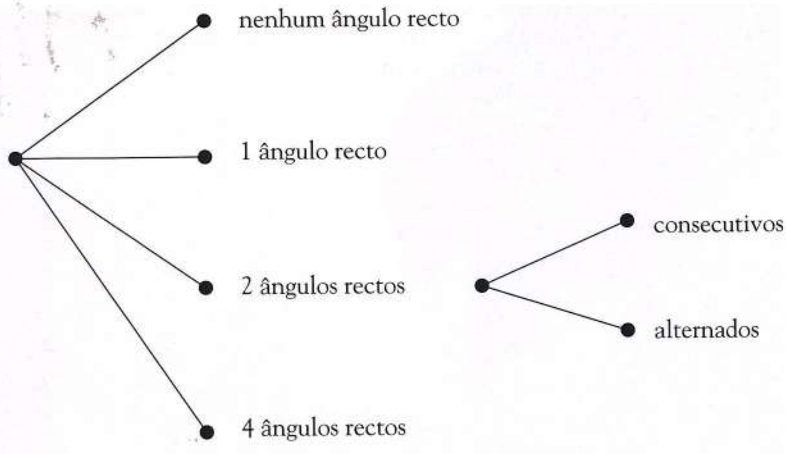


Figura 3

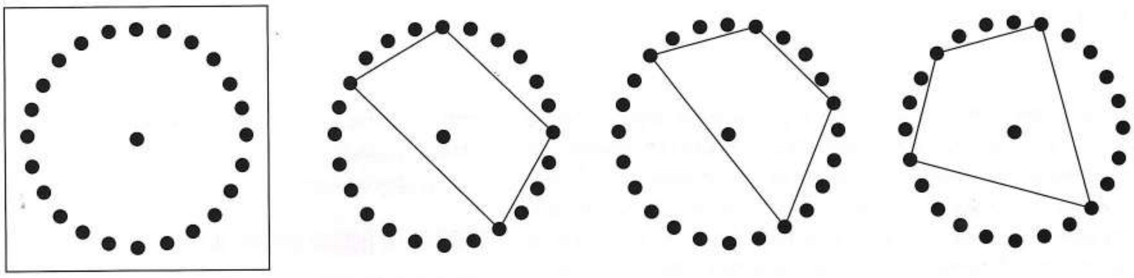


Figura 4

famílias de figuras. A seguinte sequência de tarefas ilustra bem esse potencial:

> *Descobrir todos os quadrados diferentes, (família Q).*
>
> *Descobrir todos os rectângulos diferentes, (família R).*
>
> *Descobrir quadriláteros com pelo menos um ângulo recto (família T).*
>
> *Classificar os quadriláteros obtidos.*

Esta sequência pode ser utilizada em qualquer nível de ensino. No 1° ciclo as duas primeiras questões ficam pela descoberta de todos os casos, sem a exigência de provar que não há mais nenhum elemento possível para o conjunto, no 2° ciclo pode ir esboçando-se esta prova e no 3° ciclo a sua exigência já é adequada. A ordem escolhida para as tarefas é decisiva porque permite introduzir, na primeira actividade, um pequeno instrumento de cartolina, o detector de ângulos rectos, visível na figura 2, com o qual os alunos aprendem a decidir se um ângulo é ou não recto, sem precisarem do peso da formação do conceito de ângulo nem da sua medição em graus. Este tipo de decisão é indispensável para identificar quadrados e rectângulos nas «posições inclinadas» no geoplano, isto é, aqueles cujos lados não estão sobrepostos à rede invisível de rectas paralelas e perpendiculares definidas pelos seus pontos. Para alunos mais novos ou mais inexperientes, a primeira actividade é também importante para aprender a representar quadrados em papel ponteado introduzindo uma técnica útil que é marcar primeiro os 4 vértices e só depois traçar os lados, identificando assim elementos de uma figura plana.

Esta sequência permite ir vivendo a discussão sobre o facto de os quadrados serem considerados também como rectângulos. Alguns alunos aceitam bem esta ideia, mas outros nem por isso. A terceira actividade permite relançar esta discussão ao abrir as portas para várias classificações possíveis, em que uma delas aponta claramente para a criação de uma classe interessante, a classe dos rectângulos onde estão incluídos os quadrados (figura 3).

Esta classificação, quanto ao número de ângulos rectos, é pouco comum. Na perspectiva geométrica, ela não se enquadra na geometria absoluta e sim na geometria euclidiana, atendendo a que parte da incorporação implícita do axioma das paralelas e assim corresponde a um nível de conceptualização mais elementar, como defende Bongiovanni (2009). O seu grande valor didáctico é ser uma classificação que arruma naturalmente a classe dos rectângulos, onde se incluem os quadrados, como a classe dos quadriláteros com 4 ângulos rectos. O destaque de uma classe de quadriláteros obtida desta forma ajuda a construir o conceito de rectângulo no sentido lato que o programa preconiza (p. 22).

Nestas tarefas o raciocínio geométrico está presente na identificação de invariantes entre os elementos de uma fa-

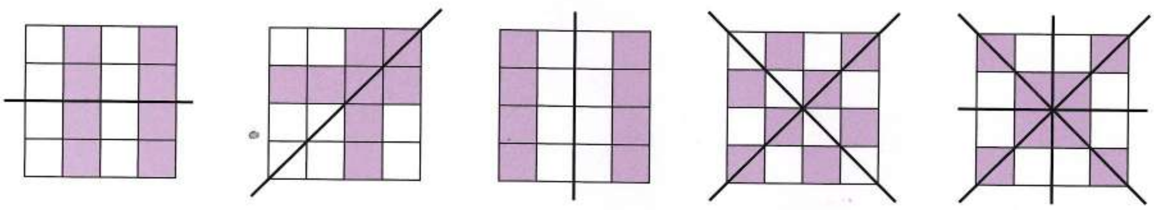


Figura 5

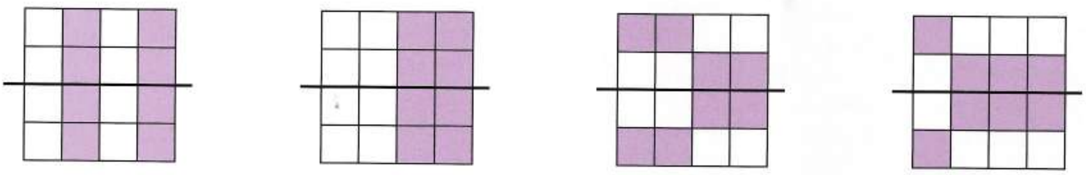


Figura 6

mília, na classificação aberta, na construção de figuras que respeitem uma conjunção de condições. Com os alunos mais velhos surge o raciocínio de demonstração para garantir que se obtiveram todos os elementos da família. É possível continuar a aprendizagem e portanto avançar mais no raciocínio geométrico. Por exemplo: obter um processo geométrico para identificar ângulos rectos em quadriláteros no geoplano, e demonstrar a validade do processo; igualmente para a identificação de lados paralelos em quadriláteros; descobrir todos os quadriláteros, mas agora num geoplano de 3 por 3.

2º exemplo

Uma família de quadriláteros cíclicos criados num geoplano circular com 24 pontos é outro exemplo rico para estudar (figura 4). Sobre estes elementos é interessante estudar classificações, congruência de figuras, congruência de ângulos e de lados, posições relativas de lados e simetria. Um bom exemplo de raciocínio geométrico é chegar a processos para obter lados congruentes, lados perpendiculares e lados paralelos nos quadriláteros desta família.

3º exemplo

Habituámo-nos também a encarar os quadrados de material manipulável como uma unidade de medida de fácil utilização. Mas estes quadrados congruentes também são favoráveis à construção de famílias de objectos geométricos.

Descobrir composições de 16 quadrados, 8 de uma cor e 8 de outra, que tenham simetria de reflexão. Para cada composição identificar os eixos de simetria. Representar cada composição em papel quadriculado e marcar os eixos.

Classificar as composições existentes.

Procurar mais elementos de cada classe obtida. Demonstrar a possibilidade de encontrar ou não mais elementos para cada classe.

A figura 5 mostra representantes de várias classes possíveis de obter. A descoberta de invariantes entre os elementos desta família é de um nível de raciocínio geométrico mais elevado pois exige a capacidade de ir além do aspecto das figuras. As composições da figura 6 pertencem todas à mesma classe pois ficam invariantes para a mesma transformação geométrica, uma reflexão com eixo paralelo a dois lados do quadrado. As outras composições da figura 5 pertencerão a outras classes pois admitem reflexões com eixos em outras posições relativas.

Esta família de composições permite fazer uma iniciação à reflexão, como transformação geométrica a ensinar, como preconiza o programa (pp. 22 e 23), preparando o caminho para o estudo de figuras com simetria, aquelas que ficam invariantes para determinadas transformações geométricas. Com a intenção de avançar neste estudo, podemos levar os

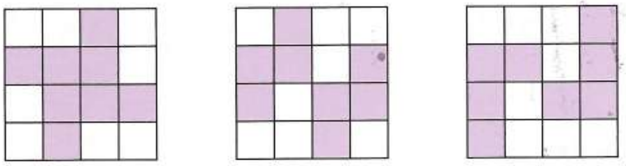


Figura 7

alunos a criar também composições com simetria de rotação, (figura 7).

As transformações geométricas, tópicos novos na Geometria, e a simetria em sentido amplo (GTG, 2006), que não é explicitamente referida nos tópicos deste programa, combinam muito bem visualização, representação e raciocínio geométrico. No entanto, são uma temática crítica deste programa sobre a qual os conceitos matemáticos deverão ser objecto de especial atenção na produção de materiais de apoio e na formação de professores.

Uma rede de percursos

Estes três exemplos de percursos de ensino apresentados, embora curtos e muito sumariamente discutidos, têm um potencial de continuidade tanto para percursos de ensino sobre medida, como para outros percursos de ensino de geometria no plano ou no espaço. Eles ajudam a encarar os tópicos de geometria do programa de uma forma flexível, aberta e não compartimentada, que permite que sejam retomados ao longo dos três ciclos de escolaridade. Ilustram como é possível partir dos conhecimentos dos alunos, com tarefas de compreensão muito simples, passíveis de propor oralmente, e com uma forte natureza investigativa. Exemplificam também como as definições, as propriedades e os conceitos em geometria são um fim e não o princípio. Fundamentalmente, mostram como visualização, representação e raciocínio geométrico podem ser o foco na aprendizagem da geometria, integrando os tópicos do programa mas sem lhes dar a primazia. Para além de tudo isto, identificam uma aprendizagem da geometria que se articula muito bem com as três capacidades transversais preconizadas no programa, resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação.

Referências Bibliográficas

Battista, Michael T. (2007). The Development of Geometric and Spatial Thinking. In Frank K. Lester, Jr. (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 843–908. NCTM.

Bongiovanni, Vincenzo (2009). Um outro olhar sobre definições «equivalentes». *Educação e Matemática*, n° 101, 36. APM.

Duval, Raymond (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana e V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 29–83. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Goldin, A. Gerald (2002). Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. Lyn D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 197–218. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Goldenberg, E. Paul, Cuoco, Albert e Mark, June (1998). A Role for Geometry in General Education. In R. Lehrer e D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*, 3–44. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Gordo, Mª F. e Matos, J. M. (1993). Visualização espacial: algumas actividades. *Educação e Matemática*, n° 26. APM.

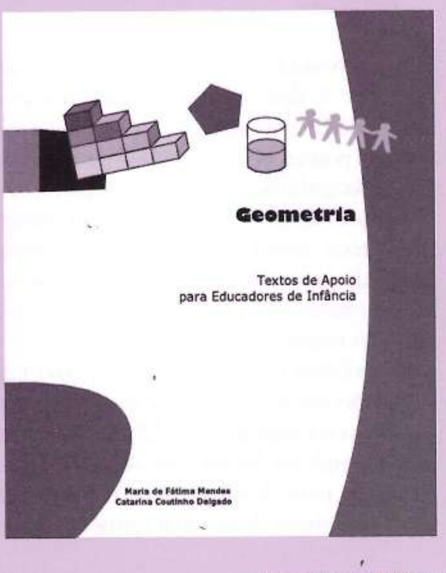
GTG (2006). Simetria. *Educação e Matemática*, n° 88, 9–11. APM.

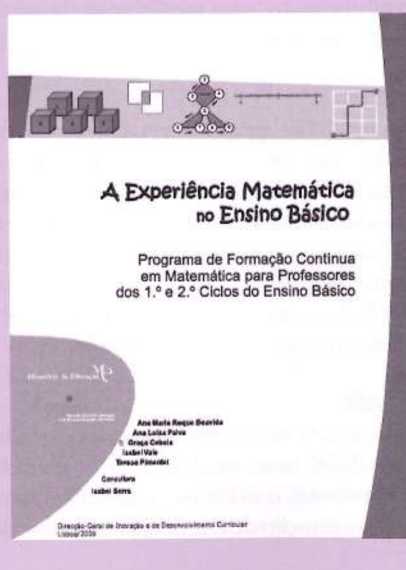
Hershkowitz, Rina (1998). About Reasoning in Geometry. In C. Mammana e V. Villani (Eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 29–83. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.

Ponte, J. Pedro et al. (2008). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Cristina Loureiro

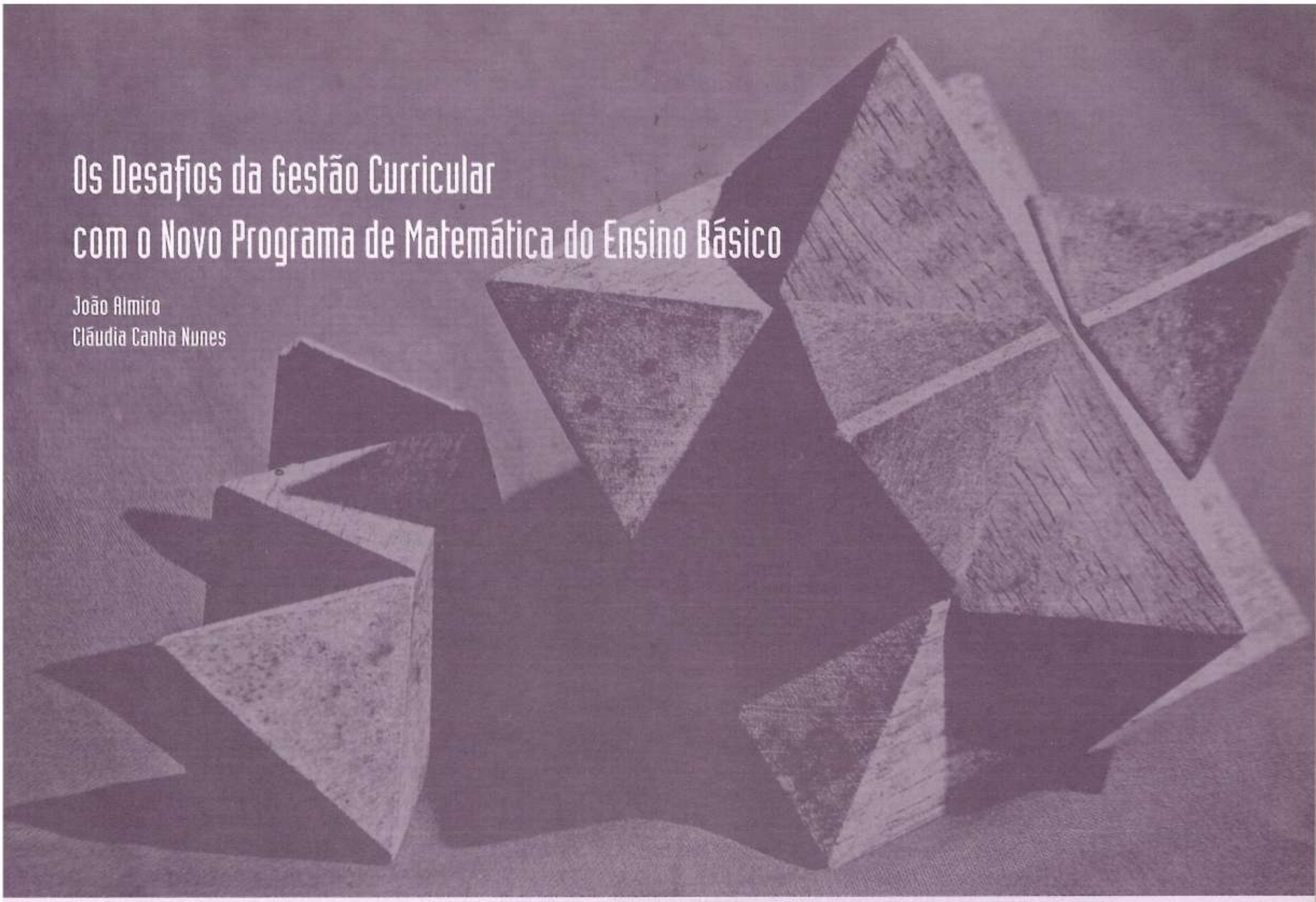
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa





Os Desafios da Gestão Curricular com o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

João Almiro
Cláudia Canha Nunes



Um dos aspectos fundamentais da prática profissional do professor é a sua gestão do currículo, em especial o modo como atende aos objectivos e temas nele indicados e como tem em conta as características dos alunos e as condições e recursos da escola. A gestão do currículo torna-se particularmente complexa quando se procuram concretizar práticas profissionais inovadoras tendo como referência as orientações curriculares preconizadas nos documentos oficiais.

Gestão Curricular

É usual distinguir diversos significados de currículo. Assim, podemos falar do currículo prescrito (ou formal) dos normativos legais, do currículo mediado (por exemplo, pelos manuais escolares), do currículo planificado (ou moldado) pelo professor para as suas aulas, do currículo em acção posto em prática pelo professor na sua sala de aula, do currículo aprendido pelos alunos e do currículo avaliado, por exemplo, através de exames nacionais (Gimeno, 1989; Ponte, 2005; Stein, Remillard & Smith, 2007). A gestão curricular representa então o conjunto de acções do professor que contribuem para a construção do currículo na turma. Como refere Ponte (2005), a gestão curricular tem a ver, essencialmente, com o modo como o professor interpreta o currículo prescrito e o concretiza a dois níveis: um nível macro, que respeita à planificação da prática lectiva (currículo moldado), e um nível micro, que corresponde à sala de aula, com a realização da sua prática lectiva (currículo em acção). O modo como o professor percepciona a aprendizagem dos alunos, assume grande importância no processo de gestão curricular. O professor vai reajustando tanto o seu currículo moldado como o seu currículo em acção, tendo em conta a avaliação e reflexão periódica que faz das suas práticas profissionais. Como gestor do currículo, o professor tem hoje novos desafios a enfrentar, decorrentes das exigências da sociedade moderna e da diversificação do público escolar, bem como do papel mais complexo que lhe é atribuído pelos documentos curriculares actuais para o ensino da Matemática como agente facilitador das aprendizagens.

Ao planificar a prática lectiva, o professor selecciona um conjunto de tarefas. Estas podem ser de natureza homogénea (exercícios) ou diversa (incluindo, por exemplo, exercícios, problemas, investigações, projectos e tarefas de modelação) e podem ter um enunciado apenas com terminologia matemática ou remeterem para contextos diversos (Ponte, 2005). De acordo com os documentos curriculares actuais (ME-DGIDC, 2007; NCTM, 2000), as tarefas a propor devem contribuir para que o aluno desenvolva uma visão abrangente sobre a actividade matemática, promover a sua compreensão dos processos matemáticos e ajudá-los a desenvolver o seu raciocínio matemático.

Blocos	Tópicos	Objectivos específicos
1		
2		• Identificar e assimilar pares ordenados no plano cartesiano.
3	• Conceito de função e de gráfico de uma função	• Interpretar a variação numa situação representada por um gráfico.
4		• Conceito de função e de gráfico de uma função • Conceito de função e de gráfico de uma função
5		• Analisar situações de proporcionalidade directa como função do tipo $y = kx$.
6	• Proporcionalidade directa como função	• Representar algebricamente situações de proporcionalidade directa. • Representar gráfica e algebricamente uma função linear. • Relacionar a função linear com a proporcionalidade directa.
7	• Função linear	• Relacionar as representações algébrica e gráfica das funções lineares. • Resolver problemas e modelar situações utilizando funções.
8		• Interpretar a variação de uma função representada por um gráfico, indicando intervalos onde esta é crescente, decrescente ou constante.

Quadro 1. Funções

O manual escolar é um material curricular com grande tradição no contexto educativo e ocupa um papel central na sala de aula, influencia o trabalho dos professores e contribui para delimitar o conhecimento dos alunos (APM, 1998; Ponte, 2005). De um modo geral, os professores usam o manual para seleccionar tarefas, para organizar o seu trabalho lectivo e para propor aos alunos na sala de aula ou como trabalho de casa. Neste sentido, o manual constitui um mediador fundamental entre as diversas dimensões do currículo, nomeadamente, o currículo enunciado e prescrito pela administração central e o currículo aprendido pelos alunos.

A gestão curricular constitui, por isso, um processo complexo, podendo ser feita a vários níveis, um mais geral, para todo o ano ou unidade didáctica e outro mais específico, para uma aula ou várias aulas. Cabe ao professor tomar decisões e adaptar o currículo, seleccionando as tarefas, as estratégias de sala de aula e os materiais curriculares que mais se adequam aos objectivos e finalidades do ensino da Matemática. Igualmente, cabe-lhe a responsabilidade de avaliar a aprendizagem dos alunos e reflectir sobre as suas práticas, regulando o processo de ensino-aprendizagem e monitorizando o sucesso da aprendizagem dos seus alunos.

Matemática: da teoria à prática

No livro *O Professor e o Desenvolvimento Curricular* (GTI, 2005), podemos encontrar um conjunto de experiências vividas pelos autores dos textos centradas na gestão, concretização e desenvolvimento do currículo, que mostram que a gestão do currículo se torna cada vez mais complexa no contexto multicultural das salas de aula actuais. No entanto, é possível perceber que se podem equacionar estas questões se se envolverem activamente os diferentes actores do processo educativo.

No actual contexto do *Novo programa de Matemática do Ensino Básico* (ME-DGIDC, 2007) e com a experiência de um ano lectivo vivida a leccionar este programa[1] e aqui relatada pelo primeiro autor, que considerações poderemos fazer sobre os desafios que os professores irão enfrentar nos próximos anos ao iniciarem o seu trabalho com o novo programa?

Ao fim do primeiro ano de trabalho posso afirmar que vivenciei alterações a três níveis. Num primeiro nível, a decisão sobre o percurso de aprendizagem a seguir. O programa preconiza que: «Ao fazerem a gestão curricular, os professores analisam os temas matemáticos a leccionar, bem como os objectivos de aprendizagem da Matemática (gerais e específicos) definidos no programa para o ciclo, distribuindo-os pelos anos, períodos lectivos, unidades curriculares e aulas» (ME-DGIDC, 2007, p.11).

Importa realçar que todo o trabalho realizado este ano lectivo foi feito colaborativamente, pelo grupo de professores que leccionaram as turmas piloto, acompanhados pelos autores dos programas e da DGIDC, o que se revelou essencial em todas as decisões de gestão curricular que tivemos que tomar. Não imagino o que poderia ter sido este trabalho sem o óptimo ambiente de partilha das experiências que vivemos no decorrer deste ano.

Foi necessário decidir por onde começar. Tendo como ponto de partida a análise do documento de trabalho distribuído pelo Ministério, *Percursos temáticos de aprendizagem*, discutiu-se qual deveria ser a primeira unidade a leccionar. Optou-se pelo Percurso B que inicia com os «Números inteiros» em detrimento do Percurso A que começa com o «Tratamento de dados». Não foi uma decisão fácil pois é simples encontrar argumentos a favor de cada um dos percursos.

Num segundo nível, a preparação das unidades didácticas. A selecção e a construção de tarefas tomaram um papel

Notas	Tarefas		Instrumentos	
	1. Ponto por ponto		Papel e lápis	
	2. Tarifários		Papel e lápis	
	3. Comparando Tarifários		Folha de cálculo	Papel e lápis
• Identificar o domínio, o contradomínio e determinar imagens de objectos quando a função é dada por uma tabela e por um gráfico.	4. Máquina das perguntas		Papel e lápis	
• Dar destaque ao conceito de função como relação entre variáveis. • Determinar imagens de objectos quando a função é dada por uma expressão algébrica.	5A. Perímetros	5B. Perímetros	Programa de matemática dinâmica	Papel e lápis
• Propor a análise de gráficos que traduzam casos de proporcionalidade directa em contextos da vida real.	6. Várias representações		Papel e lápis	
• Identificar a imagem dado o obecto e o objecto dada a imagem, a partir da representação gráfica de uma função linear. • Propor a representação algébrica de uma função linear sendo dado um objecto não nulo e a sua imagem.	7. Combustíveis		Papel e lápis	
	8. Passeio a pé		Papel e lápis	

central na gestão do programa. Tendo por modelo os materiais de apoio ao professor que nos foram disponibilizados pelos autores do programa, também nós, professores experimentadores, construímos cadeias de tarefas nas unidades em que não tínhamos esses materiais. Mas, porquê pensar em cadeias de tarefas?

A ideia principal é pensar a unidade didáctica como um todo, em que é importante ter em conta que «o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos» (ME-DGIDC, 2007, p. 8).

Igualmente deve estar pressuposto que, nestas tarefas, o processo ensino-aprendizagem tem de prever momentos de confronto de resultados e discussão de estratégias, considerando várias representações matemáticas, tendo como ideia orientadora que fazer, argumentar e discutir, surgem como actividades com uma importância crescente na aprendizagem da Matemática.

O Quadro 1 é um exemplo de um quadro resumo de uma cadeia de tarefas, neste caso para a unidade de funções, extraído de *Sequências e Funções — Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3.º ciclo — 7.º ano* (Ponte, Matos e Branco, 2009), disponibilizado pela DGIDC.

O terceiro nível de alterações foi relativo à sala de aula. A estrutura da grande maioria das aulas alterou-se completamente e passou a ser a seguinte: introdução da tarefa, trabalho de grupo com os alunos, discussão em grande grupo e conclusão onde se faz a síntese dos tópicos trabalhados e a introdução dos assuntos novos. A informação nova surge na aula sempre no fim de explorações realizadas pelos alunos e nos momentos de discussão e síntese sem ter por base a exposição realizada pelo professor no início da aula.

Como exemplo, mostra-se na figura 1 um extracto de uma tarefa que utilizámos para introduzir a multiplicação de números inteiros negativos. Os alunos até ao momento nunca tinham multiplicado números negativos, mas devido ao modo como a tarefa está construída, fizeram os produtos sem dificuldades raciocinando e tendo por base as regularidades e simetrias da tabela. As regras e as propriedades da multiplicação de números inteiros surgiram em grande grupo com a discussão das questões 1.2. e 1.4.

Mas houve outros desafios que nos foram colocados por este programa. O primeiro e o mais significativo foi a preocupação que passei a ter com as capacidades transversais: a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Nenhuma tarefa foi pensada sem reflectirmos sobre esta pergunta: mas que capacidades transversais é que se podem explorar com esta tarefa?

A resolução de problemas é considerada, e de acordo com o programa, como uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos, tendo como meta que os alunos adquiram desembaraço a resolver e a formular problemas, analisando diferentes estratégias para a resolução de uma situação.

Por sua vez, a comunicação matemática é uma capacidade transversal a todo o trabalho que se realiza na nossa disciplina. Para além da comunicação oral nos momentos de trabalho de grupo e de discussão em grande grupo, essenciais quando as metodologias de aula pretendem estar centradas na actividade do aluno, também a comunicação escrita esteve presente, com grande importância, em muitas das tarefas que foram construídas. Para além da justificação por escrito dos raciocínios e procedimentos, que passou a ser um hábito nas aulas, também foram pedidas aos alunos composições matemáticas e relatórios, o que para eles não foi uma tarefa nada fácil.

Tarefa: Multiplicação de números inteiros

Como sabes, multiplicar tem a ver com a soma de parcelas repetidas. Por exemplo: $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$ e, naturalmente,
$4 \times (-3) = -3 + (-3) + (-3) + (-3) = -3 - 3 - 3 - 3 = -12$

1.

1.1. Completa a tabela de multiplicação seguinte

x	–4		–2	–1	0					+5
+4	–16							+12		
						+3				
0					0					
									–4	
–3		+9								
–5	+20									

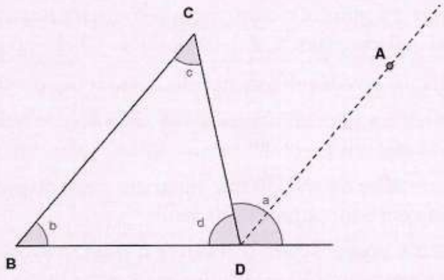
1.2. Completa as seguintes frases:
   1.2.1. O produto de um número por +1 é ....
   1.2.2. O produto de um número por –1 é ....
   1.2.3. O produto de um número por 0 é ....
   1.2.4. O produto de dois números negativos é sempre ....

1.3. Identifica números diferentes que tenham quadrados iguais ....

1.4. Na tabela que preencheste, identifica duas regiões em que os produtos
   1.4.1. São positivos e explica para que factores isso acontece.
   1.4.2. São negativos e explica para que factores isso acontece.

Figura 1.

2. Num triângulo, um ângulo externo ($\angle a$) é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes ($\angle b$ e $\angle c$).



Resolução 1: Este grupo de alunos chamou às duas partes de a: a1 e a2 e usou o paralelismo dos lados dos ângulos.

Demonstração: (AD ∥ BC)

Passos	Justificações
b = a2	Porque são ângulos agudos de lados paralelos
C = a1	Porque são ângulos agudos de lados paralelos
a = B+C	Porque a = a1+a2

Resolução 2: Este grupo de alunos usou as relações entre as medidas das amplitudes dos ângulos.

Demonstração: (AD ∥ BC)

Passos	Justificações
∡b + ∡c + ∡d = 180°	Porque a soma dos ângulos internos é 180°
∡d + ∡a = 180°	Porque ∡d+∡a = ângulo raso
∡b + ∡c = ∡a	[illegible]

Figura 2.

Também o raciocínio matemático foi tido em conta, planificando-se as unidades de modo a proporcionar aos alunos explorações e investigações tendo em vista o desenvolvimento do raciocínio indutivo dos alunos na identificação de definições e propriedades, não esquecendo a capacidade de argumentação apoiada em procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos. Pensámos também em criar oportunidades para os alunos elaborarem raciocínios dedutivos, propondo-lhes a realização de cadeias curtas de deduções, tanto na resolução de problemas como na elaboração de demonstrações simples.

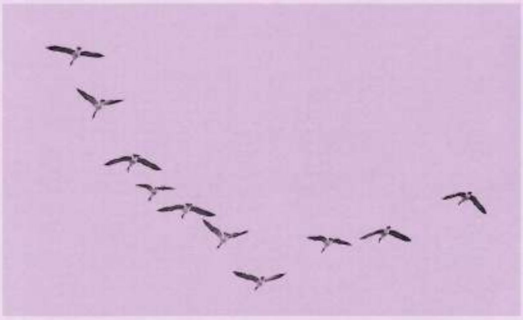
Trabalhar a demonstração com alunos destas idades foi realmente um dos maiores desafios que este programa nos trouxe. Tive algumas dúvidas quando propus aos alunos a produção de demonstrações formais, em especial no ensino da unidade de Triângulos e Quadriláteros. Por um lado, parecia-me difícil que alunos deste nível etário conseguissem cumprir estes objectivos, por outro quero acreditar que o início deste trabalho com alunos mais novos pode ser profícuo para o resto da escolaridade.

Não foi um trabalho fácil e muitos alunos registaram dificuldades, para as quais pode ter contribuído alguma inexperiência da minha a tratar este tema. Nessas aulas foi privilegiado o trabalho de grupo e fiquei com dúvidas se neste primeiro contacto com demonstrações não seria preferível realizar discussões em grande grupo. Hesito, também, se será sensato solicitar aos alunos demonstrações com uma apresentação muito formal ou se devemos aceitar que as justificações que os alunos conseguem fazer sejam as demonstrações possíveis nestas idades. Foram várias as questões que ficaram por responder e que remetemos para posterior discussão. Acredito que com o decorrer dos anos, venhamos a encontrar melhores estratégias e melhores tarefas para levar à prática esta orientação do programa e que as dúvidas e hesitações venham a ser ultrapassadas.

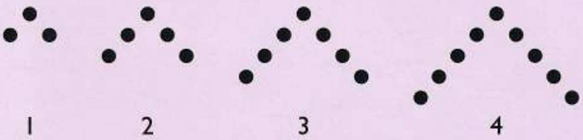
Tarefa 1 — Voo em «V»

7.º ano (2008/2009)

1. Algumas espécies de aves migratórias voam em bando, formando uma configuração em «V». Será que este tipo de organização lhes facilita o voo? Diversas equipas de cientistas têm investigado esta questão, procurando compreender as vantagens que podem surgir da aplicação deste conhecimento da natureza à aviação.



Na sequência que se segue, cada figura representa um bando, cada ponto simboliza uma das aves que lhe pertence e, de figura para figura, o número de aves vai sempre aumentando. Eis os primeiros quatro termos desta sequência:



Nas questões seguintes explica o teu raciocínio recorrendo a palavras, esquemas, cálculos ou símbolos.

1.1. Descreve de que modo se pode construir a figura associada ao 5.º termo?
Quantos pontos terá?

1.2. Quantos pontos terá a figura associada ao 100.º termo desta sequência?

1.3. Existe alguma figura nesta sequência com 86 pontos? Se existir, determina a ordem que lhe corresponde.

1.4. Existe alguma figura nesta sequência com 135 pontos? Se existir, determina a ordem que lhe corresponde.

1.5. Descreve uma regra que permita determinar o número total de pontos de qualquer figura desta sequência.

1.6. Escreve uma expressão algébrica que possa traduzir a regra descrita na questão anterior.

Extraído de *Sequências e Funções — Materiais de apoio ao professor* (Ponte, Matos e Branco, 2009)

Figura 3.

Na figura 2 ilustramos uma das demonstrações sugeridas numa tarefa onde se propunha que os alunos fizessem seis demonstrações simples, em trabalho de grupo. Mostram-se as resoluções de dois grupos de alunos, depois um grande apoio do professor.

Outro dos aspectos onde também houve mudanças significativas foi o aparecimento do estudo da Álgebra muito mais cedo do que o que se passava no antigo programa. As primeiras expressões algébricas surgiram naturalmente integradas nas sequências, logo no fim do trabalho com os números inteiros e os alunos tiveram uma reacção muito positiva. Contrariamente àquilo que esperava, um grande número de alunos começou a manusear variáveis com grande naturalidade e sem apresentar grandes dificuldades o que me estimulou bastante a fazer propostas de trabalho que à partida duvidava que fossem adequadas para os alunos no início do 7.ºano de escolaridade.

Foi com a tarefa «Voo em V»que surgiram as primeiras expressões algébricas. A reacção da maioria dos alunos foi muito positiva. Apresentam-se, nas figuras 3 e 4, respectivamente, a tarefa e a resolução de um dos grupos, que desenvolveu o seu trabalho de forma autónoma.

Quanto às dificuldades vividas no decorrer deste ano lectivo, a falta de tempo foi, sem dúvida, a principal. Este programa sugere um trabalho exigente e continuado com os alunos, pelo que dois blocos de noventa minutos não são de modo nenhum suficientes para o implementar com seriedade. Penso que a experiência desenvolvida este ano com as turmas piloto mostrou esse facto claramente. Esperamos que o Ministério de Educação reconheça, brevemente, a impossibilidade do cumprimento deste programa com estes tempos lectivos e aja em conformidade.

Outra dificuldade teve a ver com a condução de aulas. Como já foi referido, foram muitos os momentos em que

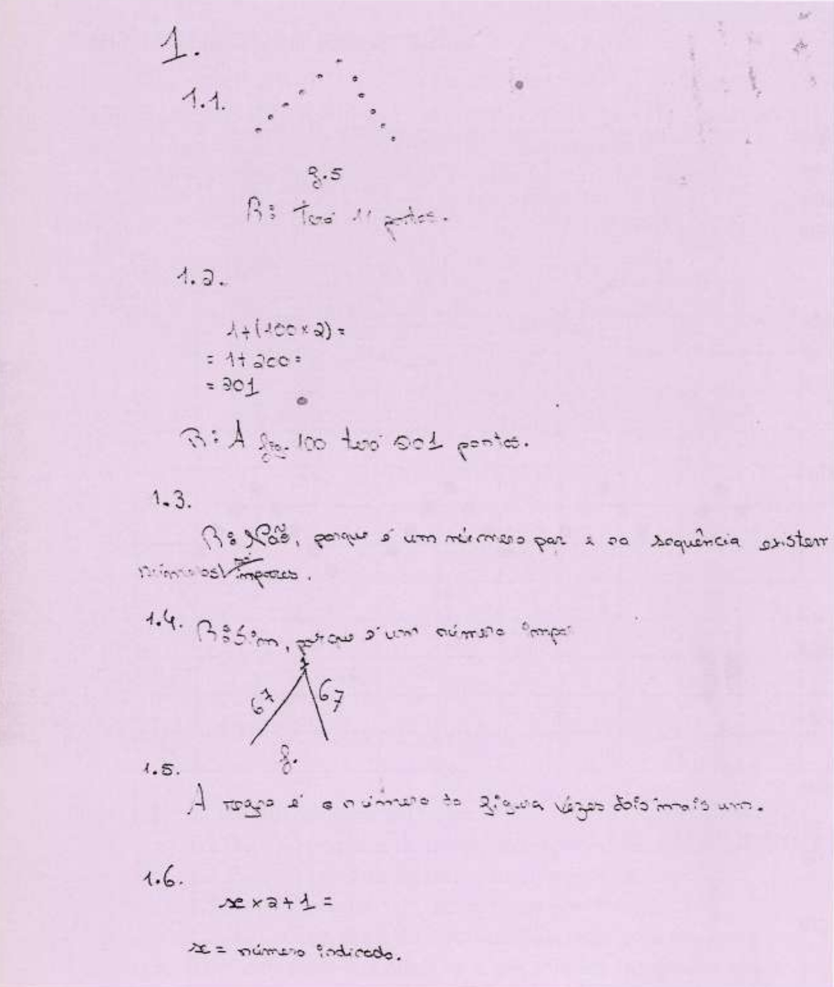


Figura 4.

os alunos estiveram a trabalhar em grupo e foram muitas as discussões que realizámos em grande grupo, que como todos sabemos não são fáceis de moderar com turmas com mais de vinte alunos, especialmente com alunos desta idade e pouco habituados a este tipo de aulas.

Também a avaliação teve que ser pensada com cuidado para ser adequada e coerente com esta prática e foi outra das dificuldades sentidas. Todos os testes incluíram itens onde foram enfatizadas as capacidades transversais, incluindo variadíssimos problemas, questões a apelar ao raciocínio, nomeadamente demonstrações e justificações, e onde a comunicação matemática esteve muitas vezes presente, através da comunicação escrita e através da utilização de várias representações. Para além dos testes, foram também recolhidas informações do trabalho dos alunos, individual e em grupo, através da resolução de problemas, de actividades de investigação, de composições matemáticas e ainda relatórios.

Conclusão

Pensamos que ficou aqui patente que o papel do professor é essencial para o cumprimento deste programa e que as decisões de gestão curricular tanto na planificação como na implementação em sala de aula, poderão fazer a diferença no modo como este programa virá a ser aprendido pelos alunos.

No entanto, consideramos que as transformações possíveis que poderemos vir a sentir na Matemática que se ensina no Ensino Básico estão muito dependentes do trabalho colaborativo que se venha a construir nas escolas, ou em redes de escolas, para o qual o acompanhamento e a formação de professores a desenvolver à volta deste programa representam contributos essenciais. Sem esse trabalho colaborativo acreditamos que a implementação deste programa está muito comprometida, pois algumas das metodologias propostas não são fáceis de levar à prática com professores isolados e sem o apoio efectivo de outros colegas que vivem os mesmos problemas, as mesmas dúvidas e os mesmos desafios. Este é, na realidade, o nosso principal desafio.

Nota

1 João Almiro leccionou em 2008/2009 na sua escola uma turma piloto do7.°ano com o Novo Programa do Ensino Básico

Referências

APM (1998). *Matemática 2001: Recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.

Gimeno, J. (1989). *El curriculum: Una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.

GTI (2005). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.

ME-DGIDC (2007). *Plano da Matemática* (retirado de `http://www.min-edu.pt/outerFrame.jsp?link=http%3A//www.dgidc.min-edu.pt/`, em 18.09.2007).

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

NCTM (2000). *Principles and standards for school Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.) *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Matos, A. E Branco, N. (2009). Sequências e Funções - Materiais de apoio ao professor com tarefas para o 3° ciclo – 7° ano. Lisboa: ME-DGIDC.

Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (vol. I, pp. 319–369). Charlotte, NC: Information Age.

João Almiro
Escola ES/3 de Tondela, Tondela

Cláudia Canha Nunes
Escola EB 2/3 Fernando Pessoa, Lisboa

Figura 1. Sessão para os pais

A experimentação do novo Programa de Matemática

Reportagem no 7º ano, no Porto

Manuela Pires
Rosa Antónia Ferreira

Na Escola Secundária Filipa de Vilhena há duas turmas do 7º ano e ambas estão na experimentação dos novos programas. Graziela Fonseca e Cristina Cruchinho, professoras das turmas A e B, respectivamente, trabalham juntas há largos anos, são amigas e, para além do trabalho conjunto que têm com os autores do programa e com os outros professores experimentadores a nível nacional, tiram vantagens do facto de estarem as duas na mesma escola, como a de fazerem assessoria nas turmas uma da outra.

Quando lhes fizemos a proposta de reportagem, de imediato aceite, fizeram-nos um desafio. Porque não vêm assistir à sessão que os alunos vão dinamizar para os pais?

E daí a visita ao Porto em dois andamentos.

Sexta-feira, 22 de Maio de 2009, final do ano lectivo, pelas 20h... O anfiteatro começa a ganhar vida. Os alunos do 7º ano chegam aos pares ou em pequenos grupos. Não parecem nervosos. Preparam o computador e a projecção, copiam ficheiros, fazem ligações... Ensaiam.

À hora marcada, pelas 20:45h, o anfiteatro estava «à cunha» (figura 1) e os pais expectantes para verem as apresentações de trabalhos de Matemática[1] realizados pelos seus filhos. *Matemática Experimental* foi a designação escolhida para a sessão a que os pais e professores assistem. Os temas escolhidos são diversos, verificando-se algum predomínio da Geometria [construção de triângulos e suas propriedades] e do uso do Geogebra. Mas os alunos também utilizam sensores [CBR] para imitar (bem) gráficos projectados, explicam como se pode medir o raio da Terra e resolvem problemas. Jaime Carvalho e Silva encerrou a sessão, proferindo a conferência «A Matemática na II Guerra Mundial», fazendo-nos sonhar com codificação e descodificação — tantos segredos para desvendar! Os alunos mostraram autonomia, experiência matemática e domínio de recursos, em particular do Geogebra. Na impossibilidade de descrevermos em pormenor as apresentações, seleccionámos uma delas. O Nuno começou assim:

Com 36 quadrados, quantos rectângulos consegues construir? Este é o nome da tarefa que nos foi dada em estudo acompanhado. Após alguma reflexão descobrimos que havia 5 rectângulos. Após sabermos quantos rectângulos era possível construir, pensámos em descobrir os perímetros. Porquê perímetros? A área, já sabíamos que era 36. Então o perímetro era o que

Comprimento	Largura	Perímetro
1	36	74
2	18	40
3	12	30
4	9	26
6	6	24
9	4	26
12	3	30
18	2	40
36	1	74

Figura 2. Tabela da variação do perímetro

Figura 3. Gráfico da função

dava mais curiosidade. Temos aqui a tabela dos perímetros dos rectângulos (figura 2). Aqui podem ver que há mais rectângulos, mas estes lados [parte sombreada da tabela] são os outros lados. Depois de sabermos os pontos, achámos que seria engraçado colocá-los no programa Geogebra. Como podem ver [o aluno explica o que faz no Geogebra], colocamos aqui os pontos dos perímetros. Quando soubemos os pontos, tínhamos que saber como chegávamos aos perímetros. Para descobrir isso, estive a pensar e cheguei a esta conclusão, y, que representa os perímetros [o aluno escreve na barra de edição do Geogebra] é igual a duas vezes, duas vezes, porquê? Duas vezes um dos lados. Porquê duas vezes trinta e seis a dividir por x? Porque a área sobre o outro lado, vai-nos dar o lado que falta. Então duas vezes, porque... Isto agora vai-nos dar todos os perímetros que se podem fazer com a área 36. Temos aqui [o Geogebra desenhava a curva que se ia ajustando aos pontos marcados], vamos ver o resultado(figura 3). O menor perímetro é 24 e não podemos saber qual é o maior. Portanto, ...[palmas]

Esta sessão perdurará na memória dos alunos e dos pais, mas também na dos vários professores da escola presentes na sessão. Verifica-se envolvência da comunidade na actividade desenvolvida e apoio da direcção da escola, cuja opinião fomos conhecer. Paula, presidente do conselho executivo, é muito directa: «Desde há três anos, a Graziela e a Cristina passaram-se para o básico. São pessoas que apostam muito na inovação e preocupadas com os resultados dos alunos. São de uma disponibilidade imensa. Não contam as horas. Eu gostava que o básico tivesse os melhores professores e às vezes ... Porque eu acho que é muito importante o básico ficar bem trabalhado.

Na quarta-feira, 26 de Maio de 2009, às 8:15h, lá estávamos para a aula do 7° B, a que se seguiria, às 10h, a aula do 7° A.

As tarefas tratadas em cada uma das aulas foram diferentes: triângulos e quadriláteros na primeira, e equações na segunda. A atitude dos alunos das duas turmas foi idêntica, a de ‹agarrar› na tarefa proposta e trabalhar.

Na aula do 7° B, após alguns minutos de conversa sobre a sessão para os pais realizada na sexta-feira anterior, Cristina apresenta a tarefa.

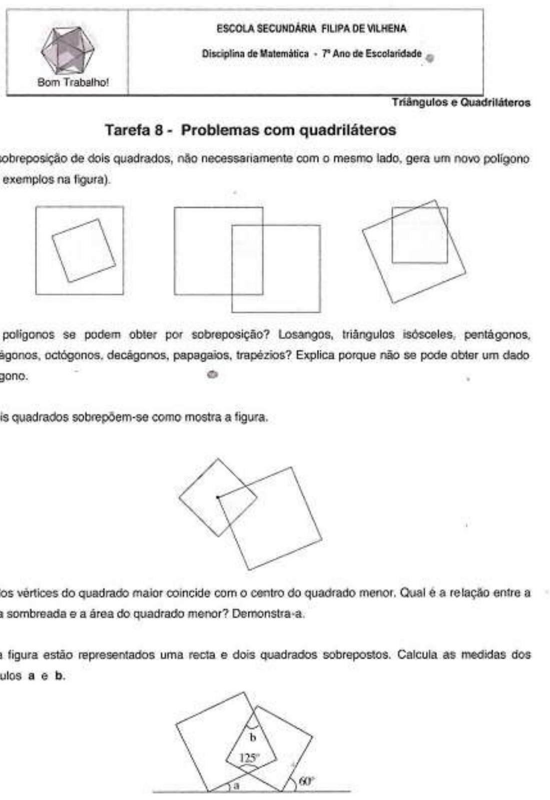
Cristina: Hoje não há computadores. Há material, quadrados em acetato, dois para cada dois alunos e depois poderão vir explicar no Geogebra as vossas conclusões. Como habitualmente, levo a folha com os vossos registos para analisar. Vamos ter três momentos de paragem para discussão, no final de cada um dos pontos.

Na tarefa *Problemas com quadriláteros* (figura 4), eram colocadas três questões. Nas questões 1 e 3, os alunos teriam que recordar, aplicar e ampliar conceitos já trabalhados, o que fizeram com gosto e empenho, sobrepondo os quadrados em várias posições, fazendo os respectivos registos (figuras 5 e 6) e calculando a amplitude dos ângulos.

Cristina circulava pela sala e ia questionando os alunos: Que triângulo é esse? Porque é que é trapézio? Porque é que os lados são paralelos? Devem registar todos os tipos de triângulos que obtiverem!

Três quartos de hora depois, fez-se a 1ª paragem.

Cristina: Vamos tirar conclusões sobre a primeira questão. Vamos discutir primeiro os triângulos. Há coisas interessantes sobre triângulos. Se tiverem a mesma conclusão que os vossos colegas, não precisam dizer, caso contrário acrescentamos.



ESCOLA SECUNDÁRIA FILIPA DE VILHENA

Disciplina de Matemática - 7º Ano de Escolaridade

Bom Trabalho!

Triângulos e Quadriláteros

Tarefa 8 - Problemas com quadriláteros

1. A sobreposição de dois quadrados, não necessariamente com o mesmo lado, gera um novo polígono (ver exemplos na figura).

Que polígonos se podem obter por sobreposição? Losangos, triângulos isósceles, pentágonos, hexágonos, octógonos, decágonos, papagaios, trapézios? Explica porque não se pode obter um dado polígono.

2. Dois quadrados sobrepõem-se como mostra a figura.

Um dos vértices do quadrado maior coincide com o centro do quadrado menor. Qual é a relação entre a área sombreada e a área do quadrado menor? Demonstra-a.

3. Na figura estão representados uma recta e dois quadrados sobrepostos. Calcula as medidas dos ângulos **a** e **b**.

Figura 4. Tarefa proposta do 7ºB

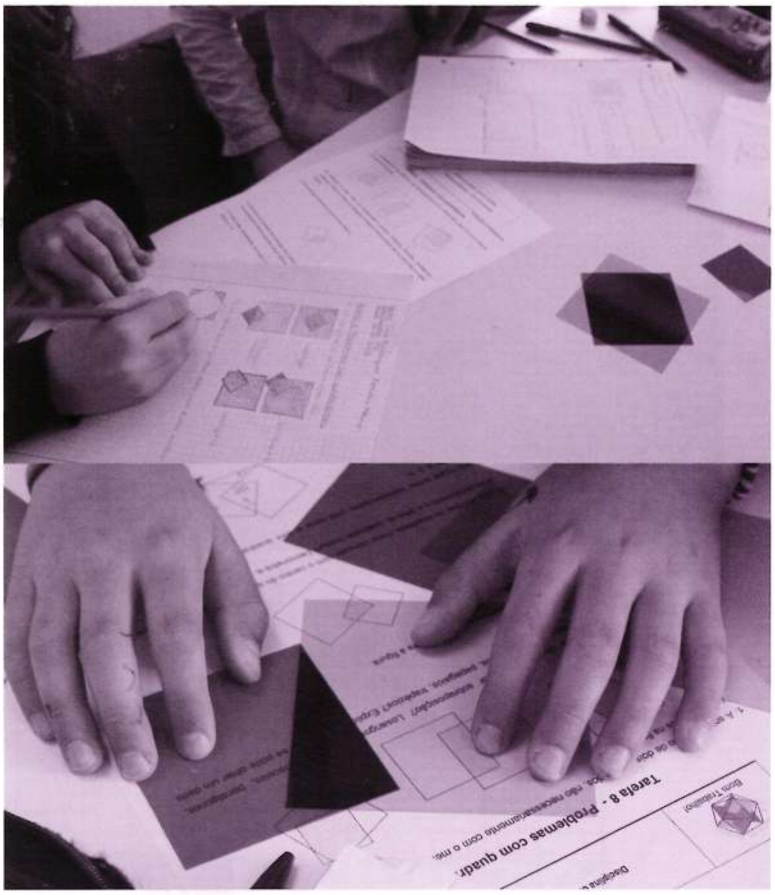


Figura 5. Descobrindo polígonos

Rafael vai mostrar o primeiro triângulo, que é isósceles, mas foi difícil rodar as figuras no quadro interactivo, pelo que se optou por acompanhar a explicação usando os quadrados de acetato.

Cristina: Triângulo isósceles porquê?

Rafael: Tem dois lados iguais, é isósceles.

Cristina: Isso é quanto aos lados. E quanto aos ângulos?

Rafael: Rectângulo

Cristina: Porquê?

Rafael: O ângulo recto é formado pelos lados do quadrado.

Cristina: O Pedro e a Salomé tem uma conclusão interessante sobre triângulos, digam lá.

Pedro: Não se podem obter triângulos equiláteros, porque só se podem obter triângulos rectângulos.

Cristina: E porque é que não pode haver equiláteros?

Pedro: Porque os triângulos equiláteros não podem ter ângulos rectos.

Cristina: Mas porquê?

Pedro: Porque têm os lados todos iguais, logo têm os ângulos todos iguais, têm de ser 60 graus.

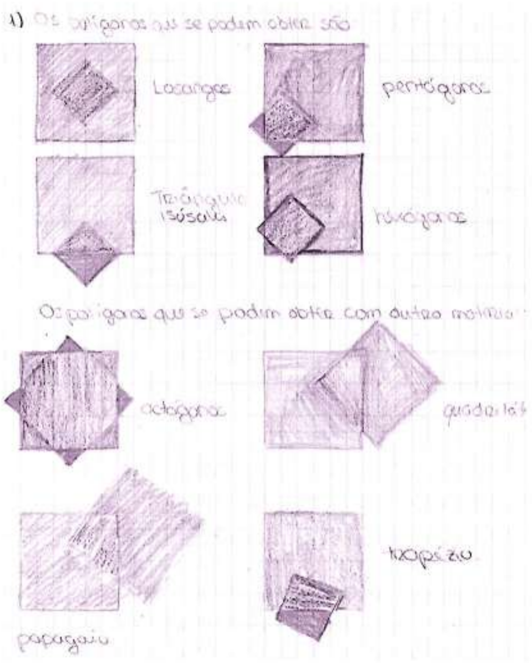


Figura 6. Registo dos polígonos obtidos

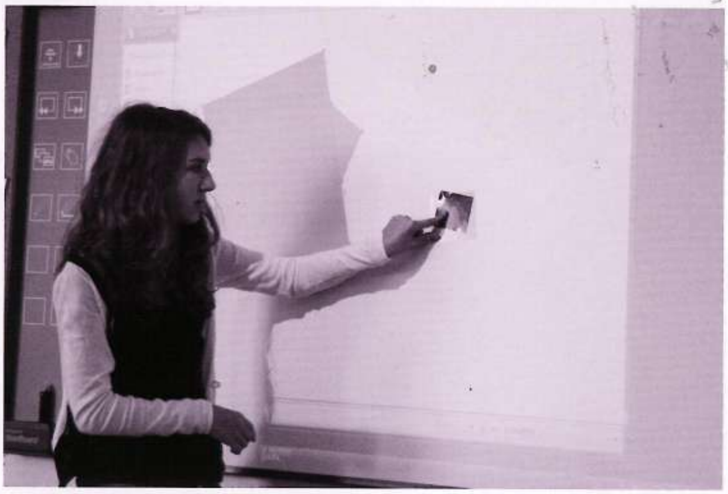


Figura 7. Discussão dos resultados

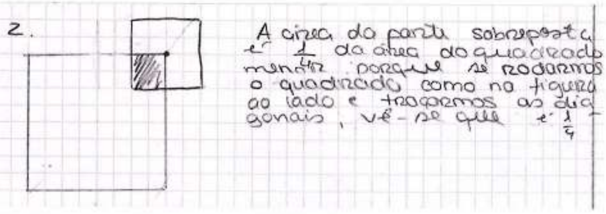


Figura 8. Conjectura sobre a relação entre as áreas

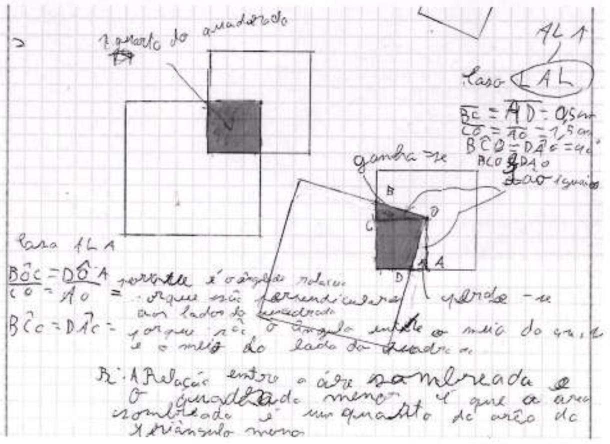


Figura 9. Demonstração da conjectura

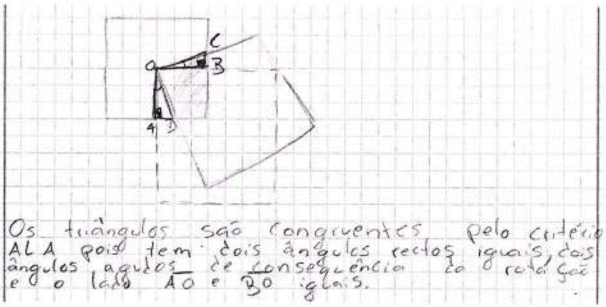


Figura 10. Demonstração da conjectura

E a bom ritmo foram sendo mostrados os polígonos obtidos, triângulo rectângulo escaleno, octógono, pentágono, hexágono, heptágono (figura 7).

Cristina: Espero que as coisas estejam registadas. Arrumámos as ideias. Vamos para os quadriláteros. Estão a fugir aos quadriláteros. Ah! um trapézio.

Cristina: Porque é trapézio?

Ricardo: Porquê? Tem 2 lados opostos paralelos.

Cristina: Porque são paralelos?

Ricardo: São lados opostos do quadrado.

Após mais alguns quadriláteros, Cristina, preocupada com o tempo pois quer discutir nesta aula a segunda questão que envolve demonstração, pára a discussão e os alunos voltam ao trabalho de grupo

Os alunos rodavam o quadrado menor sobre o maior e todos os grupos conjecturaram que a área sombreada é um quarto da área do quadrado menor. No entanto, a maioria apenas verificou a conjectura para o caso concreto em que os lados dos quadrados ficam paralelos (figura 8). Outros grupos tentaram demonstrar a relação entre as áreas recorrendo aos casos de congruência de triângulos.

No caso da resolução representada na figura 9, os alunos rodaram um dos quadrados sobre o outro e aperceberam-se que os ângulos obtidos por rotação eram congruentes, pois o que se ‹perde› de um lado ‹ganha-se› no outro.

Ricardo: Se rodarmos continua com a mesma área.

Cristina: Mas porquê?

Ricardo: Dá sempre a mesma área.

Cristina: Qual é a relação?

Ricardo: É um quarto. O que aumenta aqui diminui aqui. O que perde aqui é o que ganha aqui.

Cristina: Convence-me. Porque desenhaste os triângulos?

B
o
m
T
rabalho!

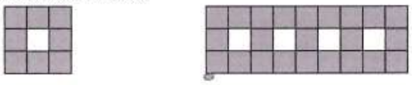
ESCOLA SECUNDÁRIA FILIPA DE VILHENA

Disciplina de Matemática - 7º Ano de Escolaridade

Equações

Tarefa – Uma Outra Visão de Padrão[1]

1. Considera as seguintes figuras:



a) Desenha a figura número 2.
b) Completa a tabela:

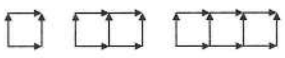
Número da figura (n)	Número total de quadrados cinzentos (c)
1	8
2	
3	
4	
...	...
10	

c) Assinala as expressões algébricas que podem ser usadas para calcular o número de quadrados cinzentos em qualquer figura (a letra *c* representa o número total de quadrados cinzentos e *n* representa o número do padrão). Explica as tuas escolhas.

$2n+3(n+1)$ $5(n-1)+8$ $8+5n$ $3(2n+1)-n$

d) Utilizando uma das expressões válidas:
Indica qual é:
i) o número de quadrados cinzentos da figura número 45;
ii) o número da figura que tem 88 quadrados cinzentos;
iii) o número da figura que tem 133 quadrados cinzentos.
Existe alguma figura que tenha 138 quadrados cinzentos? E 276? Se sim, indica o número da figura, se não, explica porquê.

2. Observa a seguinte sequência.



a) Desenha a 6ª figura da sequência. Quantas setas tem?
b) Qual é o número total de setas da 121ª figura da sequência? Explica como chegaste à resposta.
c) Determina o termo geral da sequência.
d) Utiliza uma equação para calcular o termo da sequência que tem 1738 setas.
e) Existe alguma figura que tenha 2429 setas? Justifica a resposta.

Figura 11. Tarefa proposta do 7ºA

Figura 12. Trabalho de grupo

b)

Número figura(n)	Número total quadrados cinzentos
1	5(1-1)+8 = 8
2	5(2-1)+8 13
3	5(3-1)+8= 18
4	5(4-1)+8 23
...	...
10	5(10-1)+8 = 53

c ☒ 5(n-1)+8

Figura 13. Verificação

Ricardo: Para saber a área. Os dois triângulos são iguais. Este lado vai andar o mesmo. Os ângulos são congruentes.

Cristina: E como chegas à conclusão que os dois triângulos são congruentes? Qual a matéria que vão utilizar para justificar?

Ricardo: A congruência. LAL.

Verificaram que cada um dos lados OA e OC era metade do lado do quadrado menor. Depois, procuraram o caso de congruência de triângulos que lhes permitisse concluir que os dois triângulos eram congruentes. No entanto, seleccionaram o caso LAL, para o qual não tinham evidências. Questionados sobre como podiam ter a certeza sobre a congruência dos segmentos BC e AD, hesitaram, foram pensar melhor e reformularam a resolução (figura 10), demonstrando que a área sombreada é sempre um quarto da área do quadrado menor.

No final da aula, ainda iniciaram a discussão sobre a conjectura, mas só houve tempo para explorar um caso particular (correspondente à figura 8). A discussão colectiva sobre a demonstração ficaria para a aula seguinte.

Na aula do 7º A, os alunos trabalharam a tarefa *Uma outra visão de padrão* (figura 11) e foi com muita satisfação que a agarraram (figura 12). Graziela e Cristina apoiam o trabalho dos grupos.

Na questão 1, após desenharem a figura pedida e preencherem a tabela, os caminhos seguidos pelos alunos foram diversos. Alguns basearam-se na verificação, substituindo n pelo número de ordem de cada figura e confirmando se o número de quadrados cinzentos estava de acordo com a contagem ou com os valores encontrados no preenchimento da tabela (figura 13).

Outros alunos, após completarem a tabela baseados na regularidade que encontraram (cada figura tem sempre mais 5 quadrados cinzentos do que a anterior), descobriram o ter-

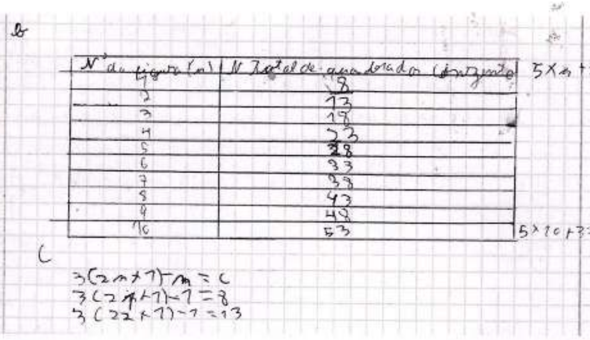


Figura 14. Termo geral 5n+3 e verificação

mo geral, $5n+3$, que não fazia parte das opções dadas. Depois, seleccionaram uma das expressões dadas e foram verificar, substituindo n pelo número de ordem da figura, se a expressão permitia calcular o número de quadrados cinzentos (figura 14).

No grupo da Beatriz procuraram a expressão, observando atentamente as figuras. Um dos alunos dizia: «É n vezes o número de quadradinhos». E a Beatriz, dizia: «Olha, se reparares é o n° de quadradinhos à volta, mas na segunda, tira-se 3. É $n\times5$ mais 3. Dá em todos. $1\times5+3$ dá 8; $2\times5+3$ dá 13. Se o número da figura for n é $n\times5+3$. Se n for 10 é $10\times5+3$, igual a 53. As expressões que dão são a segunda e a quarta. Professora, pode vir aqui? Arranjámos outra expressão, também a podemos usar?» Cristina, que estava em assessoria, questiona: «Que relação há entre as expressões que acham que servem? Se têm 3 que servem, como é que as expressões têm que ser entre si?». «Equivalentes». «Como é que podemos ver se são equivalentes? A resposta à tua questão é sim, podem usar a vossa, mas como podemos ver se são equivalentes?» Agora quero mais, foi o desafio de Cristina.

Num outro grupo, completaram a tabela observando a forma como construíam cada figura por junção de anteriores. Obtinham a segunda duplicando a primeira, juntando os dois quadrados e retirando os três quadrados cinzentos que se sobrepunham. Obtiveram a 5ª figura juntando a 1ª e a 4ª, retirando os três quadrados da sobreposição. Fizeram a 10ª figura, duplicando a figura 3 e subtraindo 3. Generalizaram este processo e aplicaram-no em todas as situações, ou seja, juntam duas figuras e tiram 3 quadrados, que são os que coincidem. No caso dos 88, observaram que era maior que 68. Experimentaram o 13 e o 14 e não dava. A figura 15 tem 78, já só faltam 10, como o passo é 5 faltavam duas figuras, logo era a 17ª figura.

Ficámos conquistadas com o pensamento algébrico que os alunos revelaram. Alguns estavam meio perdidos na forma de ‹atacar› o problema, mas havia sempre alguém no grupo que encaminhava e explicava uma forma de avançar.

Apesar do tempo ter sido quase todo dedicado ao trabalho autónomo e à discussão dentro de cada grupo, foi feita uma síntese final que foi uma mais valia. Graziela coordena as apresentações e a discussão. Sucessivamente, os alunos foram explicar os processos dos respectivos grupos. Chama-nos a atenção a descoberta de Inês: «A figura 1 tem 9 quadrados, é 3×3, e tirei 1, deu 8. Na segunda tem 3 de largura e 5 de comprimento e agora tiro 2, na terceira 3×7 e tiro 3. O 3 mantém-se constante. «Porquê?». «É a largura. Porque eu descobri que no comprimento anda de dois em dois e daí o 2n, mas não podia ser que dava os n°s pares. Então dá a expressão $[3(2n+1)-n]$. Isto é um rectângulo e do rectângulo eu tiro os quadrados brancos.»

Nem todos os grupos resolveram as questões 1.d) e 2. Ficámos com a impressão de que o processo que envolvia a descoberta do termo geral fazia sentido para todos os alunos, mas o processo formal de resolução de equações ainda estava no início. Certamente a partir dos erros cometidos e da sua análise se chegará lá, mas este é assunto para as próximas aulas, que já são escassas, ou para o 8° ano.

A voz das professoras

Quisemos saber o que orientou o trabalho das professoras ao longo do ano e Cristina respondeu prontamente: «No geral foram as tarefas». Perante a dúvida se já não faziam antes este tipo de tarefas, também é muito afirmativa: «O tipo sim. A cadeia não. A cadeia tão marcante, tão... A sequência. Nunca tinha experimentado uma cadeia tão organizada.»

Graziela clarifica a ideia: «A nossa prática mais usual é: hoje dou isto, amanhã dou aquilo e não pensávamos numa sequência tão alargada.» Cristina concorda e reforça: «Agora é mais consciente. A cadeia de tarefas é mais alargada e prolongada no tempo; preparamos o caminho previamente e com um cuidado maior em tentar abranger tudo. Fazemos uma listagem, esta tarefa vai dar isto, aquilo e aqueloutro, depois fazemos uma *check list*, voltamos a olhar para o programa e vamos ver se já cobriu tudo.» E acrescenta: «Uma coisa marcante para mim foi o Geogebra». Questionámos: «Mas já usavas programas de Geometria dinâmica. Porquê esse significado especial?», ao que Cristina responde: «Se recuarmos a outro 7° ano, o uso de programas de geometria dinâmica não foi tão sistemático. Em onze tarefas de Geometria, sete foram realizadas com recurso ao Geogebra. Mas o que se passa tem muito a ver com a organização do nosso trabalho de experimentadores das turmas piloto, pois reuníamos mensalmente, às vezes com intervalo de seis, sete semanas. E, em particular, o que foi mais forte para mim, foi o subgrupo do 7° ano da nossa região, pois nós quatro reuníamos todas as sextas-feiras, começamos sempre às 9h e vamos almoçar às 2, 3h. É um trabalho muito forte». Graziela acrescenta: «Nós tínhamos os materiais propostos pelos autores, mas nas reuniões discutíamos muito as reformulações a introduzir e, quando produzimos os materiais, agarramo-nos muito a eles. Gostamos deles. Foi com muita convicção que os experimentámos. Agora, há um compromisso entre todos. Às vezes íamos um pouco atrasadas e os outros colegas já tinham experimentado e o entusiasmo deles contagiava-nos. Eles diziam, os miúdos fizeram assim e assado e nós ficávamos cheias de vontade de ver como é que os nossos iriam fazer. Não nos passaria pela cabeça não fazer e sentíamo-nos apoiados. E também víamos logo o que tinha corrido menos bem e reformulávamos. E também queríamos dizer como nos correu.»

Durante o ano, o processo foi tão intenso que se tornou difícil dizer com clareza se as diferenças observadas são por causa do programa ou por estarem no grupo dos experimentadores. Sentem-se com o compromisso de fazer o que é decidido pelo grupo e ganha corpo e importância a ideia de que o trabalho sistemático e exaustivo sobre um tema melhora as aprendizagens. Esta ideia estende-se à organização e dinâmica da aula. Aliás, pensar cada tarefa para um bloco e organizar a aula em quatro momentos (apresentação da tarefa, trabalho autónomo dos alunos; discussão colectiva e síntese final) têm sido assuntos muito discutidos nas sessões de trabalho dos experimentadores. As duas professoras consideram esta organização importante para o desenvolvimento da capacidade de comunicação e para os alunos se habituarem a sistematizar e tirar conclusões, mas referem que em algumas tarefas pode ser contraproducente interromper o trabalho, quando cada grupo está a chegar a conclusões e não se prevê que os alunos ‹entrem› na discussão colectiva com garra. Concluem que é necessário ser flexível, salientando, no entanto, que foi muito importante a insistência na discussão e síntese final, pois não tinham essa persistência e esta foi uma mudança do programa.

Mas a equipa de reportagem ainda não estava satisfeita. Mas há ou não coisas diferentes neste novo programa em relação ao anterior?

Segundo Graziela, é mais na metodologia: «Nos conteúdos não sinto diferença, fizemos montes de coisas iguaizinhas ao que fazíamos. Ganhamos numas coisas e perdemos noutras. Por exemplo, no nosso último 7° ano, desenvolveram muito a visualização espacial, porque pegámos no espaço, nos sólidos e passámos para as planificações, ampliações e reduções e semelhanças, ligadas à proporcionalidade.» Cristina, acrescenta: « Os alunos ganharam no desenvolvimento do pensamento algébrico, nesta vertente de introdução da variável e da forma como trabalham bem o conceito de variável. Eles têm alguns casos particulares, mesmo agora na tarefa dos padrões, eles têm várias figuras, uma, duas, três e generalizam. E na escrita e na oralidade, nota-se uma diferença incrível. Está mais explícito no programa o raciocínio, a comunicação e a demonstração. No início tinha um bocado de receio, mas os putos encaixaram aquilo bem. Raciocínio demontrativo/dedutivo».

Concluem que não atingiram alguns objectivos, as semelhanças passaram para o oitavo ano e o trabalho com equações tem que ser mais consistente. E para o ano, quem vai cumprir? Depende das condições para generalização e pela experiência relatada, da organização de grupos (de escola, por exemplo) onde os professores possam preparar aulas e reflectir em conjunto. Esta é a opinião de quem já passou pela experimentação.

A voz dos alunos

Fora das aulas, ouvimos alguns alunos das duas turmas. O João Santos gosta de fazer cálculo mental, mas não gosta muito da escola, aborrece-o. O Vasco gosta de Geometria, calcular amplitudes de ângulos, dividir a figura em triângulos. Mas nenhum deles gosta de composições, nem em Português, nem em Matemática. Mas gostam do trabalho de grupo e de projectos. A Inês gosta das tarefas de 90 minutos, ou seja, gosta de uma tarefa que comece e termine e não passe para a aula seguinte. Gosta de estatística e de integrar conhecimentos. A Matemática vem em segundo ou terceiro lugar na lista de preferências. Tal como para o Paulo, cuja disciplina preferida é a Educação Física. Tiveram dificuldades no início do ano, pois a professora não ‹explicava a matéria›, mas agora estão a adorar. As dificuldades não os assustam e valorizam-nas, por vezes. O Paulo não gosta de algumas coisas, mas gosta de descobrir coisas: «Gosto de ver os ângulos, e descobrir qual é que falta. Tentar perceber o que é se tem de fazer». Quando lhe perguntámos: « Achas que a descoberta em Geometria é mais fácil?», respondeu: «É mais difícil, mas gosto mais». Gosta da aula à volta das tarefas: «É em quase todas as aulas. Porque nesta disciplina, com esta professora fazemos muitas fichas e isso é bastante engraçado porque podemos recorrer à ficha. O ano passado, a professora explicava no quadro e a gente passava. Dava matéria. Fazíamos uma ficha de vez em quando». Considera que trabalha mais, mas é mais giro. Não gosta das regras, mas também depende das regras. Gosta das regras das equações, que são fixes, mas não das regras das fracções do 5° ano. Mas do que não gosta mesmo é de corrigir: «Fazemos a ficha na aula e corrigimos. É muito aborrecido». Mas porquê, insistimos: «Porque vemos se está certo ou está errado e tentamos perceber porquê. Se não percebemos, entramos na fase de desligar». Mas, nos debates, na troca de ideias, também não é interessante? «Normalmente temos tudo bem e os que têm mal, corrigimos e discutimos».

Sente-se que o trabalho exaustivo em Geometria deu frutos, pois a generalidade dos alunos refere-se com agrado e familiaridade ao trabalho realizado. E também que o tipo de aula lhes agrada, embora alguns gostem mais da fase de trabalho de grupo do que do debate. Os relatórios não reúnem consensos. Não podíamos terminar sem matar a curiosidade: Será que o Nuno, que apresentou, na sessão para os pais, a tarefa dos 36 quadrados, descobriu à primeira a expressão da função que se ajustava aos pontos? Pedimos-lhe para contar o processo, e o Nuno repetiu convicto: «Eu sabia a área. Tinha que descobrir y, que era o perímetro. Duas vezes x, que era um lado. A área a dividir por um lado, vai dar o outro e se esse duplicar e somarmos o outro já duplicado dá o perímetro. No eixo dos x tínhamos o comprimento e nos y, o perímetro». Insistimos, um pouco ansiosas: «O processo foi complicado para ti? Tiveste curiosidade em saber qual a curva que se ajustava? Fizeste muitas experiências ou descobriste logo? Experimentaste alguma expressão antes daquela?» E o Nuno: «Não, foi só aquela».

Mais palavras para quê?

Nota

1 E também no âmbito de um projecto da Fundação Ilídio Pinto.

Manuela Pires, ES Calazans Duarte

Rosa Antónia Ferreira (Fotos), Universidade do Porto

As TIC e o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Algumas ideias de estudos recentes

Nos últimos anos, a tecnologia tem invadido as várias esferas da sociedade e isso é também visível ao nível da educação, onde o investimento em computadores portáteis, redes e quadros interactivos cresceu acentuadamente nos últimos quatro anos, sustentado em iniciativas do Plano Tecnológico para a Educação. Mas quais são os seus efeitos visíveis na escola e na sala de aula?

Na escola foram dados passos bastante significativos ao nível da informatização dos serviços administrativos e académicos, e na própria organização da escola esses efeitos estão visíveis, quer no trabalho de natureza administrativa que os professores desenvolvem, quer na sua actividade de preparação do ensino em sala de aula. No entanto, a sala de aula, continua a ser um terreno onde só de forma muito lenta se vão fazendo sentir algumas mudanças que envolvem a tecnologia. Procurar às razões para a diferença entre as elevadas promessas e expectativas que a tecnologia traz e aquilo que realmente se faz com ela, dentro da sala de aula, tem sido objecto de inúmeros debates e investigações, e ultrapassa o âmbito deste artigo.

Pretendo apenas aqui identificar alguns aspectos que considero relevantes e que decorrem de estudos recentes e de orientações curriculares internacionais, para terminar discutindo o que prescreve, no domínio da tecnologia, o novo programa de Matemática do ensino básico.

Um estudo internacional envolvendo cinco países europeus, entre os quais Portugal, desenvolvido em 2007 no âmbito do projecto IPETCCO (*Investigation in Primary Education Teachers' Confidence and Competence*) e coordenado por uma equipa de professores de que fazem parte Fernando Albuquerque Costa e Helena Peralta, da Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação, revelou alguns dados interessantes. Numa síntese que emerge da análise dos dados sobre o uso das TIC, o estudo aponta que estas não são ainda um recurso integrado nas actividades de ensino e que embora os professores saibam usar o computador, não o sabem fazer na sala de aula com os seus alunos, e quando o usam, parecem fazê-lo sem uma compreensão cabal dos princípios de aprendizagem que lhe estão subjacentes. Uma outra conclusão é a de que as TIC não alteraram significativamente as atitudes, os papéis, e as formas de ensinar e de aprender.

Na página do projecto IPETCCO na Internet, refere-se que «factores como a competência e o grau de confiança dos professores parecem ser decisivos para os processos de inovação que se pretendem implementar nas práticas educacionais. O *espaço* permitido do ponto de vista curricular, bem como os níveis de confiança e de competência dos professores, em particular nas TIC, são pois variáveis a considerar quando a esse nível se pretende intervir em ordem a uma inovação das práticas educativas».

As conclusões parecem conduzir à necessidade de repensar os processos de formação dos professores, para além dos aspectos instrumentais associados ao uso da tecnologia, mas contemplando a sua integração nas práticas da sala de aula e uma reflexão e discussão sobre o seu uso, na relação com aspectos da aprendizagem.

Esta investigação vem no mesmo sentido e complementa o que outros estudos internacionais têm referido, nomeadamente que a marginalização das TIC na sala de aula pode dever-se à complexidade que rodeia o seu uso, em especial a necessidade de repensar os motivos curriculares e pedagógicos. Na verdade, as preocupações da investigação há muito se deslocaram da análise do potencial e obstáculos do uso das TIC para o papel mediador da ferramenta, as tarefas, o papel do professor e para o estudo de trajectórias de aprendizagem em ambientes preparados, em que as TIC funcionam como janelas sobre o que os alunos fazem, o que exige um equilíbrio entre a actividade de construção no computador e a reflexão sobre essa actividade.

No entanto, não são também de desprezar como factores que condicionam uma utilização mais alargada das TIC em muitas escolas portuguesas, as condições de manutenção dos equipamentos (baterias nos portáteis, aspectos de licenciamento e actualização do *software* e de segurança) e a logística associada à requisição das salas com equipamentos ou do seu armazenamento e transporte, no caso dos portáteis.

Em resumo, diversos factores podem contribuir para dificultar a integração curricular das TIC, mas um deles parece residir na complexidade que a rodeia, e que passa por: seleccionar a ferramenta apropriada, organizar os desafios a colocar aos alunos e elaborar um planeamento didáctico coerente e integrado nas demais actividades curriculares, diversificando as tarefas e experiências de aprendizagem a proporcionar aos alunos.

Procurarei, em seguida, salientar a abertura que as orientações curriculares recentes trazem para as TIC, em documentos internacionais de referência e no currículo oficial português.

As TIC no currículo em Portugal e as orientações internacionais recentes

O movimento de renovação que se agrupou em torno da Associação de Professores de Matemática (APM) e que organizou um Seminário em 1988, de onde saiu o documento *Renovação do currículo de Matemática*, perspectivava já, entre um conjunto de indicações curriculares, a utilização de calculadoras e computadores no processo de ensino-aprendizagem e a necessidade de diversificar os modos de trabalho com os alunos e o tipo de tarefas.

Mais tarde, em 2001, o *Currículo Nacional do Ensino Básico: competências essenciais*, apontava para a necessidade de os alunos terem oportunidades de usar recursos de natureza diversa, como as tecnologias de informação e comunicação e os materiais manipuláveis. Já aí, os computadores são identificados como recursos a usar na aprendizagem da matemática, nomeadamente envolvendo ferramentas como a folha de cálculo, programas de gráficos e Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), explorando as potencialidades educativas da Internet e privilegiando experiências de aprendizagem que envolvam a resolução de problemas e as actividades de investigação.

Relativamente ao novo programa de Matemática do ensino básico, homologado em 2007 (Ponte *et al.*, 2007), reconhece-se uma evolução significativa relativamente aos anteriores programas, na forma como a tecnologia é referida no documento e do seu importante papel na aprendizagem, sugerindo-se alguns caminhos, nomeadamente nas indicações metodológicas para a abordagem dos diferentes temas do currículo.

Este documento integra algumas preocupações que estão presentes em orientações internacionais recentes, pelo que vale a pena identificar os principais aspectos referidos nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*, um documento editado pelo NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) em 2000, traduzido pela APM em 2007 (NCTM, 2007). No Princípio da Tecnologia, o documento refere que as tecnologias «proporcionam imagens visuais das ideias matemáticas, facilitam a organização e a análise de dados, e realizam cálculos de forma eficaz e exacta» (p. 26), e podem servir de apoio a investigações dos alunos. Esta possibilidade que os alunos têm de explorar e analisar muitos exemplos e diferentes formas de representação, constitui um desafio a colocarem e explorarem conjecturas, processos que não ocorrem facilmente em situações de trabalho tradicionais com lápis e papel.

A visualização de noções e conceitos matemáticos sob múltiplas perspectivas, a observação de alterações e invariantes nas propriedades de uma figura, num ambiente de geometria dinâmica ou a observação de variações, por alteração de valores em fórmulas numa folha de cálculo, podem constituir desafios à imaginação e ao raciocínio. No entanto, o documento considera que estas possibilidades só serão plenamente aproveitadas no contexto de tarefas e desafios apropriados feitos pelo professor e de discussões que este conduza na sala de aula.

Outro aspecto a salientar e que a investigação também tem vindo a reconhecer, é que o trabalho com a tecnologia pode funcionar como uma janela acerca das percepções dos alunos sobre a matemática, permitindo que o professor observe e recolha informação sobre os seus processos de raciocínio para a avaliação.

Finalmente, o NCTM (2007) afirma que a tecnologia influencia o que é ensinado e quando, uma vez que os alunos mais novos podem trabalhar com valores reais, recolhidos directamente de periféricos físicos ou pesquisados na Internet, investigar, modelar e resolver problemas complexos e que «a tecnologia permite ainda esbater algumas das fronteiras artificiais existentes entre os diversos tópicos da álgebra, da geometria e da análise de dados» (p. 28).

As TIC e o novo Programa de Matemática do Ensino Básico

As orientações metodológicas gerais do novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007), sugerem que os alunos devem ser confrontados com uma variedade de representações das ideias matemáticas e ser capazes de passar informação de uma forma de representação para outra. Ora hoje encontramos várias ferramentas computacionais versáteis que facilitam esta abordagem, como é o caso da folha de cálculo, dos Ambientes de Geometria Dinâmica e de alguns *applets*, pequenos programas disponíveis na Internet que permitem a interactividade com o utilizador e que se organizam, normalmente, em torno de um tópico específico (ver exemplos concretos de *sites* de referência com *applets*, nos números 99, 101 e 104 da Revista *Educação e Matemática*).

Como sabemos, uma integração curricular adequada destas ferramentas exige do professor um trabalho adicional para conhecer e seleccionar a mais apropriada, pensar nos desafios a colocar aos alunos e integrá-los num plano didáctico com tarefas que proporcionem experiências de aprendizagem diversificadas, uma das exigências com que o professor se confronta no domínio da gestão do currículo.

É assim que se afirma que, «ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objectos geométricos. O seu uso é particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações, casos em que os cálculos e os procedimentos de rotina não constituem objectivo prioritário de aprendizagem, e a atenção se deve centrar nas condições da situação, nas estratégias de resolução e na interpretação e avaliação dos resultados» (p. 9).

No domínio dos *Números* e *Cálculo*, a utilização da calculadora no 1° ciclo pode auxiliar na exploração de regularidades numéricas, em tarefas de investigação e na resolução de problemas, trabalho que continua no 2° ciclo, possibilitando «a elaboração e análise de estratégias de cálculo mental que auxiliam no desenvolvimento do sentido de número» (p. 33). Neste ciclo, sugere-se a integração da folha de cálculo e dos *applets*, em experiências envolvendo números e regularidades, permitindo um «trabalho com situações reais que sem estes recursos seriam difíceis de realizar» (p. 33).

Relativamente ao 3° ciclo, refere-se que a utilização adequada da calculadora «permite ao aluno concentrar-se nos aspectos estratégicos do pensamento matemático ao resolver problemas e investigar regularidades numéricas» (p. 49). Esta interpretação e o facto da abordagem metodológica sugerida considerar a investigação de regularidades numéricas uma das «actividades principais na didáctica dos números neste ciclo» (p. 48), associada com a formulação e teste de conjecturas, sugerem a folha de cálculo como uma ferramenta apropriada, embora tal não seja referido no documento.

No tema *Geometria* e *Medida*, já no 1° ciclo se sugere o recurso a applets como forma de enriquecimento das aprendizagens, por permitirem «a realização de jogos e outras actividades de natureza interactiva» (p. 21). O uso destas pequenas aplicações e o recurso a Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), no 2° ciclo, «favorecem igualmente a compreensão dos conceitos e relações geométricas, pelo que devem ser também utilizados» (p. 37).

No 3° ciclo é claramente incentivado o uso de AGD, reconhecendo-se que, «tanto os recursos computacionais, como os modelos geométricos concretos, permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática» (p. 51).

No domínio da *Álgebra*, a folha de cálculo é reconhecida, no 2° ciclo, como «um recurso tecnológico importante no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que permite realizar com rapidez experiências com números e pôr em evidência relações numéricas» (p. 40) e, no 3° ciclo, como um «bom recurso para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas» (p. 56). Embora não seja referido no programa, considero que existem, no entanto, inúmeros *applets* com potencialidades na exploração de tópicos como as expressões polinomiais, as sequências, as funções e as equações, tópicos algébricos privilegiados ao nível do ensino básico.

Relativamente ao tema *Organização e Tratamento de Dados*, o novo programa reconhece que no trabalho a realizar no 2° ciclo, a folha de cálculo permite que os alunos organizem e representem dados em tabelas e gráficos, e através da Internet possam aceder a informação estatística proveniente de diferentes fontes. «A calculadora e o computador são instrumentos fundamentais no trabalho a realizar neste tema, uma vez que permitem que os alunos se concentrem na escolha e justificação dos métodos a usar, na análise de dados e na interpretação de resultados, libertando-os de cálculos demorados» (p. 43). No 3° ciclo, as indicações metodológicas para este tema, apontam para que «os alunos devem usar recursos tecnológicos — por exemplo, calculadora gráfica ou folha de cálculo — para representar, tratar e apresentar a informação recolhida» (p. 60), nomeadamente pelas possibilidades de tratar grandes volumes de dados, pelas diferentes formas de representação gráfica que permitem e pela facilidade em recorrer ao cálculo de diferentes medidas estatísticas.

Também ao nível das *capacidades transversais*, no domínio da resolução de problemas, se reconhece na tecnologia uma mais-valia para a aprendizagem. É neste sentido que, no 3° ciclo, se sugere que se deve promover «a utilização adequada de recursos tecnológicos como apoio à resolução de problemas e à realização de actividades de investigação permite que os alunos se concentrem nos aspectos estratégicos do pensamento matemático» (p. 62).

Em *resumo*, podemos de algum modo dizer que o novo programa de Matemática do ensino básico contempla algumas das preocupações, quer da investigação, quer das orientações curriculares internacionais, no que respeita à integração curricular das TIC. Estas preocupações convergem na valorização da tecnologia, desde as calculadoras básicas às calculadoras gráficas, aos computadores e à Internet, com fortes potencialidades na abordagem aos principais domínios temáticos dos programas do ensino básico. As principais ferramentas computacionais referidas passam principalmente pela folha de cálculo, os ambientes de geometria dinâmica e os *applets*, oferecendo múltiplas representações dinâmicas e facilitando a transição entre elas, permitindo a interactividade com objectos matemáticos e uma melhor visualização dos conceitos e incentivando a colocação de conjecturas.

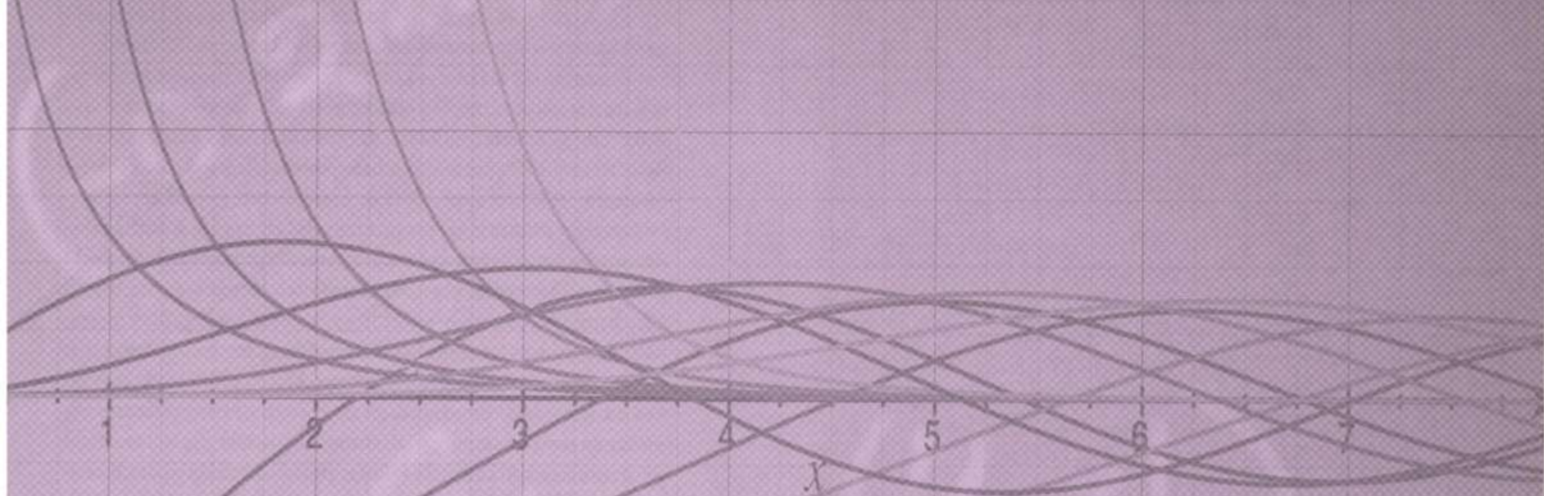
O papel do professor, com os desafios que lança, continua a ser determinante no ambiente de trabalho que proporciona na sala de aula, constituindo a resolução de problemas e as actividades de investigação contextos de trabalho favoráveis à integração da tecnologia e à exploração plena das suas potencialidades.

Pelo que foi dito, o currículo oficial não parece constituir um constrangimento a uma utilização mais alargada da tecnologia com os alunos em sala de aula. No entanto, o currículo não é apenas matéria de opção e decisão individual. Os contextos profissionais na escola, a avaliação interna e os exames, a par das concepções do professor sobre o ensino, a aprendizagem e a tecnologia, podem também influenciar o que se faz com ela, constituindo um filtro que medeia entre o currículo oficial, prescrito e o currículo implementado que realmente ‹acontece› na sala de aula.

José Duarte
ESE de Setúbal

A Álgebra no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Hélia Oliveira



A Álgebra tem tido um lugar inquestionável nos programas de Matemática do 3.° ciclo nas últimas décadas, no nosso país, reconhecendo-se a sua importância na formação matemática do aluno do ensino básico. Essa incontestada posição não deixa, muitas vezes, de ser acompanhada por um sentimento de insatisfação pela forma como alguns alunos reagem a este tema e pelo fraco desempenho e dificuldades que vão revelando. Assim sendo, o que se poderia esperar que mudasse neste domínio no Programa? Que perspectivas sobre a Álgebra escolar vem trazer o Programa de 2007? Que novos desafios se colocam ao professor? É sobre estas questões que pretendo debruçar-me no presente texto.

Uma nova forma de olhar a Álgebra escolar

Se procurarmos fazer o contraponto com o lugar da álgebra no Programa anterior (ME, 1991), verificamos que nesse programa, ao contrário do que sucede agora, a Álgebra não surgia enquanto tema individualizado, integrando-se, por um lado, no grande tema dos Números e Cálculo e, por outro, no grande tema da Estatística e Funções. Olhando de forma simplista, podemos considerar que os tópicos tradicionais da Álgebra, para além das funções, eram vocacionados para o cálculo, ou seja, diziam respeito a regras de transformação de expressões algébricas e à resolução de equações, de sistemas de equações e de inequações. Entretanto, o Currículo Nacional do Ensino Básico (DEB, 2001) já tinha introduzido o grande tema de Álgebra e Funções. Tal opção, embora assumindo que a Álgebra, propriamente dita, é um campo próximo das Funções, poderá também denotar a assumpção de que esta possui características próprias que desaconselham que se fundam os dois temas num só.

Assim poderíamos considerar que, desde logo, o que ressalta deste novo Programa é a forma de olhar para a Álgebra como grande tema que, adicionalmente, não se quer ver como somatório de vários tópicos. Para tal visão unificadora da álgebra escolar, muito contribui a opção que os autores tomaram ao usarem um termo que é, aliás, introduzido logo na primeira página do Programa: «pensamento algébrico». Embora não apresentando uma explicação do que entendem por pensamento algébrico[1], este termo é utilizado profusamente ao longo do documento, e é assumido como um dos quatro eixos fundamentais em torno dos quais se desenvolve o ensino e aprendizagem da Matemática, ao longo do ensino básico.

A ancoragem do programa na promoção do pensamento algébrico vai ao encontro de múltiplas investigações e orientações curriculares internacionais, e expressa igualmente um interesse que se tem vindo a manifestar no nosso país em termos de experiências de desenvolvimento curricular, embora de menor dimensão, algumas das quais em contexto da realização de projectos de investigação.

Do meu ponto de vista, o pensamento algébrico é, pois, a pedra de toque deste programa, no que diz respeito ao grande tema da álgebra, marcando uma diferença substancial relativamente aos programas do ensino básico anteriores, nas seguintes ideias: i) os alunos podem começar a pensar algebricamente mais cedo no seu percurso escolar; ii) a capacidade de generalização é um aspecto central na Álgebra e na Matemática, em geral, que ganha em ser promovida desde as etapas iniciais do ensino básico; iii) a utilização de simbolismo algébrico deve ser progressiva, sendo que as múltiplas representações têm um papel importante nesse contexto; iv) deve existir uma forte articulação e continuidade entre os vários tópicos da Álgebra.

No que diz respeito ao primeiro ponto, recordo que o programa refere que «a Álgebra é introduzida como tema programático nos 2.° e 3.° ciclos, e no 1.° ciclo tem já lugar uma iniciação ao pensamento algébrico» (p. 1). Portanto, não se assumindo a existência de tópicos de álgebra para o 1° ciclo, os alunos podem começar a experimentar algumas características do pensamento algébrico se lhes forem propostas certas tarefas e formas de olhar particulares para a sua actividade matemática. Por exemplo, situando-nos ao nível da aritmética, uma compreensão profunda das propriedades das operações elementares pode ser encarada como possuindo uma natureza algébrica, porque envolve uma certa capacidade de generalização (Carraher e Schliemann, 2007), na medida em que o aluno tem de ir para além da consideração dos casos particulares, abstraindo as relações presentes. O pensamento algébrico nos primeiros anos desenvolve-se, pois, no contexto de uma aritmética generalizada (Kaput, 2008). Portanto, este programa assume «a Álgebra como forma de pensamento matemático, desde os primeiros anos» (p. 7), o que não significa uma iniciação precoce do estudo da Álgebra, enquanto temática individualizada.

A partir do segundo ponto enunciado, pretendo destacar que a generalização, sendo considerada por muitos autores como aspecto central do trabalho em Matemática, e muito em particular na álgebra (Mason, Johnston-Wilder e Graham, 2005; Kaput, 2008), assume um papel importante nas opções do novo programa relativamente a este tema, nomeadamente, quando vemos o destaque que é dado à exploração de sequências e regularidades, desde o primeiro ciclo. É explicitamente referido, para esse ciclo, que o «trabalho com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, ajuda a desenvolver a capacidade de abstracção e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico» (p. 14), ou seja, existe uma intencionalidade de levar os alunos a desenvolver a capacidade de generalização, a qual se estende e aprofunda no 2.° ciclo. No documento «Álgebra no Ensino Básico» (Ponte, Branco e Matos, 2009) a relação estreita entre generalização e a álgebra é também visível quando, ao identificarem as três vertentes fundamentais do pensamento algébrico (a saber, representar, raciocinar, e resolver problemas e modelar situações), os autores indicam a propósito do segundo, aspectos tais como, relacionar (em particular, analisar propriedades) generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão de regras. Isto representa, mais do que uma entrada de novos tópicos no programa dos vários ciclos, uma nova forma de encarar a actividade matemática do aluno do ponto de vista algébrico, colocando uma grande atenção nas tarefas que são propostas e na forma como elas se vão articulando.

Relativamente ao terceiro ponto, há a destacar a reconhecida dificuldade que a utilização do simbolismo algébrico e a manipulação algébrica representam para os alunos, sendo que o programa aponta para uma progressiva utilização do simbolismo, sugerindo para o 3.° ciclo que: «é importante que sejam proporcionadas aos alunos experiências informais antes da manipulação algébrica formal (por exemplo, na resolução de equações, sistemas de equações e inequações)» (p. 55). Naturalmente que a ênfase do Programa na resolução de problemas e na realização de tarefas que envolvam a simbolização e a modelação, poderá contribuir para que, mais do que simplesmente levar os alunos a lidar com símbolos, estes desenvolvam o «sentido de símbolo» (Arcavi, 2006). A progressiva utilização de simbologia em contextos apropriados e a reflexão sobre a sua utilização é um elemento importante para o desenvolvimento de tal sentido, tal como exprimem Santos e Oliveira (2008), a propósito de um estudo com alunos do 5º ano que exploraram extensivamente padrões numéricos e figurativos.

Por outro lado, assume-se no Programa a importância de levar o aluno a usar diversas representações e a estabelecer relações entre estas (por exemplo, no 2.º ciclo), sendo que o pensamento algébrico pode ser expresso de diferentes formas, não necessariamente recorrendo ao simbolismo algébrico. Canavarro (2009) apresenta exemplos elucidativos referentes a diversos alunos de turmas do 1.º ciclo, no nosso país.

Finalmente, quanto ao quarto ponto, embora reconhecendo que as descontinuidades são inevitáveis, parece-me que existe um esforço de aproximação e de articulação dos vários tópicos da Álgebra. Para isso contribui bastante duas outras ideias que são introduzidas neste documento: relação e representação. A ideia de relação permite dar uma certa unidade a um conjunto de tópicos que tradicionalmente têm sido interpretados nos programas anteriores como «estanques», como por exemplo, o estudo de sequências, funções e equações. O trabalho com sequências, por exemplo, considerado «fundamental para o desenvolvimento da noção de variável» (p. 55), no 3.º ciclo, constitui também um alicerce importante para o desenvolvimento do pensamento funcional e constitui um contexto adequado para dar sentido à equivalência de expressões algébricas bem como às regras de simplificação das mesmas. Também a proporcionalidade directa vista como relação no 1.º ciclo (informalmente) e no 2.ºciclo (de forma explícita), surge como uma função no 3.º ciclo, não deixando por isso de manter a sua identidade enquanto relação.

Por outro lado, a ideia de representação (contemplada nos objectivos gerais) e a exploração que é sugerida para a mesma, no tema da álgebra, favorece o estabelecimento de conexões entre tópicos. Por exemplo, o conceito de proporcionalidade directa, já referido, é enriquecido pela exploração de várias representações ao longo do 3.ºciclo. A esse respeito também a tecnologia cumpre um papel importante contribuindo, segundo o programa, «para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas» (p. 56), nomeadamente através da utilização da folha de cálculo ou de *applets*.

O professor e a Álgebra dos Novos Programas: Desafios e oportunidades

Colocando-me no papel do professor que terá que passar à prática o Programa nesta área, deparo-me com algumas indefinições que podem suscitar algumas dúvidas. Uma primeira prende-se com o entendimento que no Programa é dado a generalização, por exemplo, quando se refere que, no 2.º ciclo, «a generalização das propriedades das operações aritméticas constitui uma forma de desenvolver o pensamento algébrico, representando uma diferença substancial relativamente ao ciclo anterior» (p. 40). Em que medida a generalização que os alunos farão no 2.º ciclo é substancialmente diferente da que poderão ter feito no final do 1.º ciclo, no que diz respeito às propriedades das operações aritméticas?

Outro aspecto que não me parece muito explícito, é o que se preconiza como sendo a forma e o momento adequados para se começar a suscitar o uso de linguagem simbólica, ainda que não convencional, pelo aluno. De facto, um dos objectivos específicos do 2.º ciclo é «Representar simbolicamente relações descritas em linguagem natural e reciprocamente» (p. 41), no entanto, levanta-se a questão de saber se tais relações estão condicionadas à identificação da lei de formação de uma sequência, referida no ponto anterior? Nesse caso, as oportunidades de fazer surgir a linguagem simbólica ficaria seriamente limitada. Não poderia ser apropriado, sob determinadas circunstâncias, fazer emergir o raciocínio de tipo funcional, na interpretação das sequências, mais cedo do que o que está previsto no programa?

Um terceiro aspecto que julgo poder ainda levantar algumas reservas aos professores é a utilização de tecnologias, em particular de *software* específico, para a realização de tarefas no domínio da álgebra. Face aos obstáculos que habitualmente são apontados para a utilização do computador nas nossas salas de aula, os professores necessitam não só de perceber claramente que vantagens tais ferramentas trazem à aprendizagem, como de contactar com tarefas que sejam significativas do ponto de vista matemático. Neste domínio, há ainda muito caminho para percorrer.

A interpretação de um documento curricular com a preocupação de ser sintético como este, carece de textos e recursos auxiliares que o acompanhem. A articulação entre os tópicos, as ênfases a colocar e a natureza das tarefas que podem ajudar a concretizar certos objectivos nem sempre se conseguem descortinar no Programa. Daí a extrema importância dos materiais de apoio que foram sendo concebidos, bem como do programa de formação que está em marcha. No que se refere aos materiais de apoio que se destinam à Álgebra apraz-me salientar o enquadramento que é feito e a qualidade e diversidade de sugestões e recursos que são apresentados na brochura intitulada «Álgebra no Ensino Básico» (Ponte, Branco e Matos, 2009). Trata-se de um documento com um papel formativo muito significativo e que permite observar diferentes formas de concretizar o Programa e antecipar, a partir de resultados da investigação ou de exemplos concretos de resoluções de alunos, possíveis estratégias e dificuldades. Considero, pois, que o trabalho do professor em torno desses materiais, antes e depois das aulas, como uma oportunidade significativa de desenvolvimento profissional.

É óbvio que também se levantam muitos desafios e questões neste contexto de implementação do novo Programa. Para a resposta a questões como aquelas que refiro acima, temos que contar com a margem de autonomia dos professores os quais, perante as circunstâncias particulares em que implementam o Programa, estarão em melhores condições de ajuizar sobre as opções adequadas a tomar. Entre os muitos desafios que esta nova perspectiva do desenvolvimento do pensamento algébrico acarreta, queria apenas destacar um que me parece importante porque, simultaneamente, encerra em si mesmo, muitas potencialidades: a diversidade de raciocínios com que o professor tem de lidar no dia a dia e, de modo mais abrangente, a variedade de percursos que podem existir dentro de uma mesma sala.

A concluir

O Programa de Matemática vem trazer certamente um contributo muito significativo para uma mudança de perspectiva sobre o papel e relevância da Álgebra no Ensino Básico. Esta mudança reveste-se de alguma complexidade para todos os envolvidos neste processo de mudança mas tem como suporte um conjunto de recursos que se revelam de extrema utilidade e pertinência.

A opção pela introdução de uma ideia nova, o «pensamento algébrico», afigura-se como um sinal importante de que esta área tem de ser encarada de forma diferente. Esta implica, nomeadamente, uma profunda reflexão sobre a natureza das tarefas matemáticas a propor aos alunos para contribuir para o desenvolvimento deste tipo de pensamento matemático. Afigura-se também como uma oportunidade para o professor criar e recriar, experimentar e fazer sugestões. Adivinha-se, pois, uma renovação da actividade matemática na sala de aula, que poderá ser muito estimulante quer para os alunos quer para os professores.

Nota

1 Este conceito é apresentado e discutido no documento «Álgebra no Ensino Básico» de Ponte, Branco e Matos (2009).

Referências

Arcavi, A. (2006). El desarrollo y el uso del sentido de los símbolos. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos & A. P. Canavarro (Ogrs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 29–48). Lisboa: SEM-SPCE.

Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante* 16(2), 81–118.

Carraher, D., & Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 669–705). Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing.

Mason, J., Johnston-Wilder, S., & Graham, A. (2005). *Developing thinking in algebra*. London: Sage.

ME-DEB (2001). *Currículo nacional para o ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

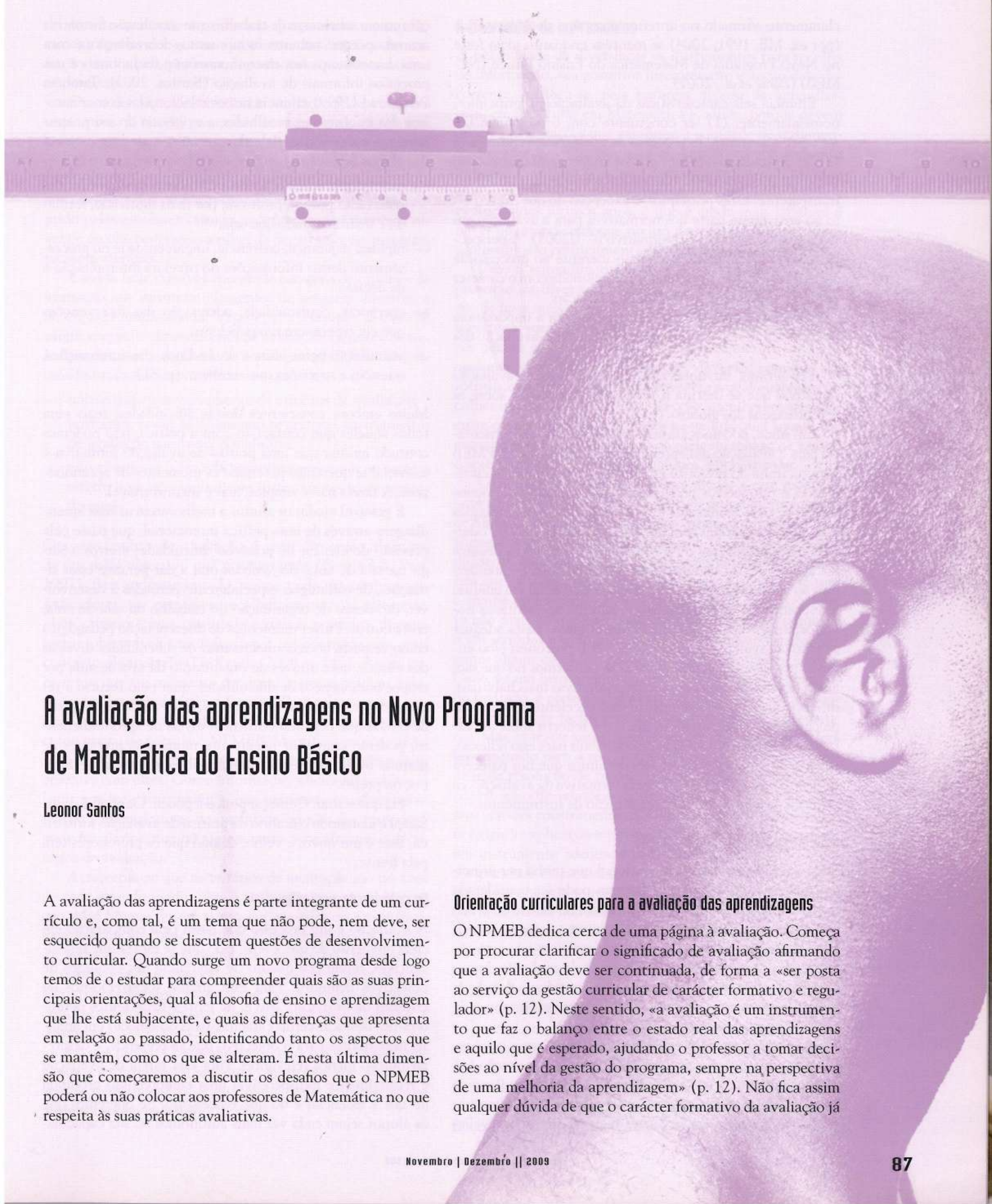
ME-DEB (1991). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem* (3.° ciclo do ensino básico, Vol. II). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação-DGIDC.

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Santos, M., & Oliveira, H. (2008). Generalização de padrões: Um estudo no 5.° ano. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín & L. B. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 474–478). Badajoz: SEIEM.

Hélia Oliveira
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa



A avaliação das aprendizagens no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico

Leonor Santos

A avaliação das aprendizagens é parte integrante de um currículo e, como tal, é um tema que não pode, nem deve, ser esquecido quando se discutem questões de desenvolvimento curricular. Quando surge um novo programa desde logo temos de o estudar para compreender quais são as suas principais orientações, qual a filosofia de ensino e aprendizagem que lhe está subjacente, e quais as diferenças que apresenta em relação ao passado, identificando tanto os aspectos que se mantêm, como os que se alteram. É nesta última dimensão que começaremos a discutir os desafios que o NPMEB poderá ou não colocar aos professores de Matemática no que respeita às suas práticas avaliativas.

Orientação curriculares para a avaliação das aprendizagens

O NPMEB dedica cerca de uma página à avaliação. Começa por procurar clarificar o significado de avaliação afirmando que a avaliação deve ser continuada, de forma a «ser posta ao serviço da gestão curricular de carácter formativo e regulador» (p. 12). Neste sentido, «a avaliação é um instrumento que faz o balanço entre o estado real das aprendizagens e aquilo que é esperado, ajudando o professor a tomar decisões ao nível da gestão do programa, sempre na perspectiva de uma melhoria da aprendizagem» (p. 12). Não fica assim qualquer dúvida de que o carácter formativo da avaliação já claramente afirmado no anterior programa de Matemática (por ex. ME, 1991; 2004) se mantém enquanto ideia forte no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB) (*Ponte et al.*, 2007).

Enuncia seis características da avaliação ou princípios, nomeadamente: (1) ser congruente com o programa; (2) ser parte integrante do processo de ensino e aprendizagem; (3) ser diversificada; (4) ser predominantemente formativa; (5) assumir o erro como natural na aprendizagem; e (6) ser transparente. Estes princípios, à excepção do que diz respeito ao erro, fazem parte dos normativos para a avaliação em vigor desde 2005 (Desp. Normativo nº 1/2005). A perspectiva do erro, enquanto fenómeno inerente ao processo de aprendizagem, está intimamente relacionada com o carácter predominantemente formativo da avaliação.

Há ainda uma chamada de atenção para a importância do professor desenvolver a capacidade de auto-avaliação dos alunos.

Por último, faz notar que existe também a avaliação sumativa, que se destina a «fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos» (p. 12).

Em suma, podemos afirmar que as orientações curriculares para a avaliação das aprendizagens expressas no NPMEB vêm na linha do prescrito em anteriores documentos curriculares e normativos portugueses para a avaliação, encontrando-se nele muitas das linhas orientadoras preconizadas a nível internacional (por ex. NCTM, 1991; 2007). Poder-se-á assim pensar que o NPMEB não coloca novos desafios aos professores de Matemática nos dias de hoje? Se atendermos ao currículo prescrito, ao documento oficial em análise, a resposta seria afirmativa, isto é, não são apresentadas novas orientações, logo não há novos desafios. Basta adequar as práticas avaliativas ao que o NPMEB preconiza e/ou entende por saber Matemática. Mas se pensarmos no que são, ainda nos dias de hoje, as práticas avaliativas mais habituais, diremos que o NPMEB constitui uma excelente oportunidade para se repensar, analisar, discutir e reflectir sobre as práticas avaliativas. No sentido de contribuir para essa reflexão, iremos, de seguida, discutir três domínios que nos parecem decisivos na avaliação: a natureza formativa da avaliação, os critérios de avaliação e a diversificação de instrumentos.

A natureza formativa da avaliação

Toda a prática avaliativa intencional que tenha por principal objectivo ajudar a aprendizagem pode ser considerada formativa. É a intenção de compreensão do estado do aluno e respectivo apoio que dá à avaliação uma natureza formativa. Nesta perspectiva, a avaliação formativa não está circunscrita apenas aos momentos formais de avaliação durante o ano lectivo, mas está presente no quotidiano da sala de aula, nos momentos das actividades de aprendizagem e de reflexão sobre essas aprendizagens.

Algumas das razões expressas pelos professores, apontadas pela investigação, que explicam porque a avaliação formativa continua a não ser uma realidade no quotidiano da sala de aula prendem-se com a dificuldade de sistematização de informação em situações mais informais de avaliação; com a sobrecarga de trabalho que a avaliação formativa acarreta porque aumenta os momentos de avaliação; e com uma desconfiança nos instrumentos não tradicionais e nos processos informais de avaliação (Santos, 2003). Também Perrenoud (1999) enuncia razões relacionadas com a natureza das informações recolhidas, a exigência do seu processamento e das acções dele decorrentes, e ainda a resposta dos alunos face a estas acções:

— quantidade, confiabilidade, pertinência das informações colectadas por um professor, por mais motivado, formado e instrumentado que seja;

— rapidez, segurança, coerência, imparcialidade no processamento dessas informações no nível da interpretação e da decisão;

— coerência, continuidade, adequação das intervenções que ele espera serem reguladoras;

— assimilação pelos alunos do *feedback*, das informações, questões e sugestões que recebem. (p. 81)

Muito embora conscientes destas dificuldades, reais para todos aqueles que contactam com a prática, não podemos contudo ignorar que uma prática de avaliação formativa é essencial se queremos potenciar os momentos de aprendizagem. A tarefa não é simples, mas é incontornável.

É possível ajudar os alunos a melhorarem as suas aprendizagens através de uma prática intencional, que passe pela previsão do elencar de possíveis dificuldades e erros a surgir na sala de aula, do *feedback* oral a dar perante essas situações, de estratégias especialmente pensadas a desenvolver, de formas de organização do trabalho da sala de aula, entre outros. Prever momentos de diferenciação pedagógica como resposta ao reconhecimento de dificuldades diversas dos alunos, quer através de organização da sala de aula por grupos homogéneos de dificuldades, quer pelo recurso a representações diversas de conceitos, quer ainda na proposta de tarefas que permitam distintos níveis de aprofundamento, poderão constituir igualmente momentos profícuos de práticas avaliativas com intencionalidade formativa (Santos, no prelo).

Há que tentar. Começar pouco a pouco. Ganhando confiança e alargando o âmbito da prática de avaliação formativa. Este é um novo, e velho, desafio que os professores têm pela frente.

Os critérios de avaliação

A avaliação é um processo que passa pela comparação em cada momento do que é feito e do que se espera que seja alcançado, tendo por quadro de referência um conjunto de objectivos definidos. Para esta análise socorremo-nos de critérios de avaliação, isto é, de lentes. Estas lentes permitem-nos destacar certas características do objecto em análise, importantes para o objectivo que se pretende, e desprezar outras, menos relevantes. Para esta tarefa de avaliação é naturalmente indispensável uma compreensão profunda do que é essencial e do que é acessório. Se queremos que os alunos sejam cada vez mais autónomos na sua capacidade de auto-avaliação é necessário que tenham um conhecimento profundo, que se apropriem, dos critérios de avaliação usados pelo professor, logo daquilo que ele considera importante.

Ora, a definição de critérios de avaliação passou a ser um imperativo, já não só por razões de ordem pedagógica, mas também por imposição superior, a partir do momento em que os normativos para a avaliação alertaram para a obrigatoriedade da escola dar a conhecer os critérios de avaliação aos Encarregados de Educação. Tal processo tem sido cumprido pelas escolas. Contudo, a definição de critérios a nível de escola, bem como a nível de departamento, merecem também atenção.

É ainda hoje possível encontrar listagens de critérios de avaliação que misturam elementos de natureza diferente e de elevada ambiguidade. Veja-se, por exemplo, o caso de surgir, enquanto ditos critérios de avaliação, os testes, os trabalhos de casa, a assiduidade e a responsabilidade. Ora de uma leitura mais atenta verifica-se que:

— não se tratam efectivamente de critérios de avaliação;
— misturam, como se do mesmo se tratasse, instrumentos de avaliação e atitudes dos alunos;
— não clarificam o tipo de aprendizagens a que se estão a referir, uma vez que indicam instrumentos e não aprendizagens.

Ora um critério de avaliação é uma dimensão abstracta de um dado objectivo que privilegiamos (Bonniol & Vial, 1997). Para ser concretizado, necessita de um conjunto de indicadores que permitam recolher informação relevante. «Um critério é uma qualidade e não é, portanto, directamente observável; um indicador é, ao contrário, um sinal concreto observável» (De Ketele, 2006, p. 145). Assim, parece-nos que é o momento de abandonarmos práticas habituais e procurarmos fazer diferente. Para tal, e no que respeita, em particular, à Matemática, por que não tomarmos como ponto de partida o NPMEB, identificar os objectivos nele definidos, e definirmos um conjunto de critérios congruentes com estes? Como informação adicional, poder-se-á listar possíveis instrumentos que permitam recolher informação para ajuizarmos da qualidade ou não das aprendizagens dos alunos, mas não fazem parte naturalmente dos critérios de avaliação.

Acrescente-se que os critérios de avaliação são no final de cada período usados para a atribuição de uma classificação. Mas há que ter em conta que a avaliação é contínua. Esta orientação curricular inviabiliza determinar a classificação final de ano através de uma média das classificações atribuídas em cada período, isto é, considerar cada período lectivo isoladamente. Note-se que neste cenário a evolução crescente da aprendizagem, objectivo primeiro do ensino, é desprezada.

Há que tentar. Começar pouco a pouco. Ganhando confiança e reformulando, seguindo um processo de sucessivos aperfeiçoamentos. Este é um novo, e velho, desafio que os professores têm pela frente.

A diversidade de instrumentos

A necessidade de diversificar os instrumentos para recolha de informação, sua posterior interpretação e acção dela decorrente, justifica-se, pela natureza diversa da aprendizagem, em particular em Matemática e, ainda, porque devem ser criadas situações que garantam a equidade de tratamento dos alunos. Creio que esta assumpção recebe consenso de todos. Contudo, a prática mais uma vez aponta para cenários um pouco diferentes. Embora se possa assistir a uma evolução nos últimos anos, o que é ainda mais habitual é haver um grande enfoque no uso do teste escrito, por vezes acompanhado pontualmente por um outro instrumento.

Ora, o entendimento que damos ao cumprimento do princípio da diversidade, passa, por um repensar dos modos de fazer mais comuns. O que aqui propomos, é desde já, inverter a «ordem dos factores», isto é, em vez de começar por decidir que vamos optar por um teste escrito, ou outro qualquer instrumento de avaliação, devemos começar por identificar o tipo de aprendizagem sobre a qual queremos recolher informação. Após esta selecção, escolheremos então, entre os instrumentos adequados a este fim, qual aquele que pensamos ser o mais adequado naquele momento de ensino e aprendizagem, e para aqueles alunos, em particular.

Uma possível tarefa que poderá ajudar a este modo de fazer será, no início do ano lectivo, o grupo de professores de Matemática da escola fazer uma listagem de todos os instrumentos de avaliação que conhece. De seguida, a partir da identificação das aprendizagens matemáticas que se desejam que os alunos adquirem e desenvolvam, feita da leitura e análise do programa, fazer corresponder duas ou três delas (e não mais do que isso senão esta tarefa perde totalmente o seu sentido) a cada instrumento de avaliação listado. Vejamos alguns casos ilustrativos. Imaginemos o teste escrito. Dado ser um instrumento que valoriza as respostas em tempo limitado, é preferencialmente adequado para testar o conhecimento de factos e procedimentos básicos matemáticos. Mas, se tratar antes de um teste em duas fases, já poderá ser adequado para a recolha de informação sobre a capacidade de resolução de problemas e do raciocínio matemático. No caso do relatório escrito, por admitir ser elaborado sem grandes constrangimentos de tempo e por normalmente exigir a explicação e justificação de processos, poderá ser um instrumento adequado para recolher informação sobre a capacidade de raciocinar e comunicar matematicamente. Há ainda que não esquecer que, por exemplo, a comunicação matemática não acontece somente na forma escrita. Há a componente oral a ter em conta, logo nenhum dos instrumentos anteriores, por serem escritos, são adequados a este fim.

É de fazer notar que uma possível razão explicativa para a sobrevalorização do teste escrito ainda na actualidade tem a ver com a credibilidade social que este instrumento apresenta sobre os restantes. A crença de que este instrumento é mais fiável e mais rigoroso (mantendo-se, deste modo, uma forte identificação com o paradigma da avaliação enquanto medida), em particular por parte dos Encarregados de Educação, leva a que os professores continuem uma prática avaliativa que nem sempre acreditam ser a mais adequada aos propósitos educacionais que definiram. Mas quem mais competente do que os próprios professores para mudarem de forma consciente e fundamentada as suas práticas e a forma de pensar da sociedade?

Há que tentar. Começar pouco a pouco. Ganhando confiança e reformulando, seguindo um processo de reconstrução de uma outra cultura de avaliação. Este é um novo, e velho, desafio que os professores têm pela frente.

A concluir

O surgimento de um NPMEB é uma oportunidade que não deve ser ignorada para repensar e aperfeiçoar as práticas avaliativas vigentes. Tornar uma realidade o enfoque na avaliação formativa, prescrito em Portugal há mais de vinte anos, é um compromisso que deveria ser assumido por todos aqueles que procuram melhorar a aprendizagem matemática dos alunos portugueses. Note-se que muita da investigação realizada neste âmbito deixa claro que práticas sistemáticas de avaliação formativa melhoram substancialmente as aprendizagens dos alunos, muito em particular aqueles que apresentam maiores dificuldades de aprendizagem (Black & Wiliam, 1998). Quando é dada oportunidade aos alunos para se auto-avaliarem e lhes são ensinadas estratégias de auto-avaliação das aprendizagens, o seu desempenho escolar é afectado de forma positiva. Os estudantes, enquanto actores activos do seu comportamento, podem ser ensinados a serem aprendizes responsáveis, apropriando-se da ideia central de que o que é importante na aprendizagem não é apenas o que se aprende, mas como se aprende (Camahalan, 2006).

Referências

Black, P. & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1), 7–74.

Bonniol, J. & Vial, M. (1997). *Les modèles de l'évaluation*. Paris: De Boeck & Larcier s.a.

Camahalan, F. (2006). Effects of self-regulated learning on mathematics achievement of selected Southeast Asian Children. *Journal of Instructional Psychology*, *33(3)*, 194–205.

De Ketele, J. M. (2006). Caminhos para a avaliação de competências. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, *40(3)*, 137–147.

ME (1991). *Organização Curricular e Programas. Ensino Básico 3° Ciclo*. Lisboa: Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário, Ministério da Educação, vol I.

ME (2004). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico — 1° Ciclo*. Lisboa: Departamento da Educação Básica. Ministério da Educação. (4ª edição)

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (obra original em inglês, publicada em 1989).

NCTM (2004). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE (obra original em inglês, publicada em 2000).

Perrenoud, Ph. (1999). *Avaliação. Da excelência à regulação das aprendizagens. Entre duas lógicas*. Porta Alegre: ARTMED Editora. (obra original em francês, publicada em 1998).

Ponte, J. P.; Serrazina, L.; Guimarães, H.; Breda, A.; Guimarães, F.; Sousa, H.; Menezes, L.; Martins, M. E. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC (disponível em http://www.min-edu.pt/outerFrame.jsp?link=http%3A//www.dgidc.min-edu.pt/)

Santos, L. (2003). A investigação em Portugal na área da avaliação pedagógica em Matemática. *Actas do XIV SIEM 2003* (Seminário de Investigação em Educação Matemática) (pp. 9–27). Lisboa: APM.

Santos, L. (no prelo). Diferenciação pedagógica: Um desafio a enfrentar. *Noésis*, 79.

Leonor Santos

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Projecto AREA

ProfMat'2010
de 1 a 3 de Setembro, na Universidade de Aveiro

A Comissão Organizadora do ProfMat está a preparar a grande festa dos educadores e professores de Matemática. O programa científico inclui conferências plenárias, grandes painéis, simpósios de comunicações e sessões práticas sobre a educação em geral, sobre as iniciativas portuguesas no campo da animação, educação e formação em matemática não formal (a começar pelos jogos), sobre a experimentação dos novos programas para o ensino básico e avaliação de todas as iniciativas em curso nesse domínio, sobre o ensino da geometria e sobre a história do ensino da matemática, sobre o ensino secundário e suas variantes, para além dos diferentes pontos de vista das outras ciências a respeito da matemática. O convívio cultural, sempre associado ao ProfMat, será feito de acontecimentos que seguramente ficarão na memória dos que nele participam.

Estamos no tempo de pensar nas inscrições. De querer participar e de chamar a atenção de todos os amigos e de todos os que se interessam pelo ensino da Matemática.

A Comisssão Organizadora

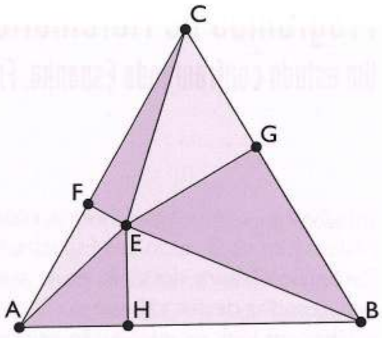
Triângulos coloridos

O professor disse aos alunos para desenharem um triângulo equilátero ABC e para escolherem um ponto qualquer E no seu interior. Depois pediu-lhes que unissem esse ponto com cada um dos vértices e que, também a partir de E, traçassem os segmentos perpendiculares a cada um dos lados do triângulo.

O triângulo inicial ficou assim dividido em seis triângulos mais pequenos que foram depois pintados alternadamente de vermelho e de amarelo.

A Catarina garante que a área total dos triângulos vermelhos é igual à dos amarelos mas a Diana afirma que isso vai depender da posição do ponto E.

Quem tem razão?



(Respostas até 25 de Abril para zepaulo@armail.pt)

Uma tarde nos matraquilhos

O problema proposto no número 103 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O Daniel, o Edgar e a Fátima passaram a tarde a jogar matraquilhos na modalidade «quem perde sai», isto é, quem perdesse um jogo saía, dando lugar no jogo seguinte àquele que tivesse ficado de fora.

O primeiro jogo foi entre o Daniel e o Edgar. Quando pararam, o Daniel tinha ganho 11 jogos e o Edgar 20.

Quantas vezes se defrontaram entre si estes dois jogadores?

Recebemos seis respostas: Alberto Canelas (Queluz), Alice Martins, Catarina Ferreira (Lamego, claro), Diana Oliveira (Famalicão), Edgar Martins (Queluz) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Com os dados do problema é impossível saber quantos jogos se disputaram no total. Como nos escreveu o Edgar Martins: «As vitórias da Fátima só adiam o confronto entre o Daniel e o Edgar». Daí a conclusão tirada pela Catarina Ferreira: «Os jogos em que a Fátima ganha são irrelevantes para o problema pois não levam a um confronto entre o Daniel e o Edgar, portanto não os vamos considerar.»

E foi assim que a maioria destes nossos leitores chegou à solução, quer tirando conclusões a partir daí, quer fazendo simplesmente a lista dos jogos disputados sem qualquer vitória da Fátima.

Eis uma possível lista de jogos, enviada pela Diana Oliveira, pela Alice Martins e pelo Pedrosa Santos (em que a primeira letra de cada jogo indica o vencedor):

Primeiro as 20 vitórias do Edgar: E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; E-D; E-F; Depois as 11 vitórias do Daniel: D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E; D-F; D-E. Contando os jogos entre o Daniel e o Edgar vemos que foram 16.

Alberto Canelas faz uma resolução completamente analítica: Vou adoptar a seguinte notação:

a = nº. de vitórias do Daniel sobre o Edgar
b = nº. de vitórias do Edgar sobre o Daniel
c = nº. de vitórias do Daniel sobre a Fátima
d = nº. de vitórias do Edgar sobre a Fátima
X = nº. de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar.

De acordo com as condições do problema temos que:

$$a + b + c + d = 31 \quad (1)$$

O nº. de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar é dado por:

$$X = a + b \quad (2)$$

Por outro lado, tirando o primeiro jogo, o Daniel e o Edgar só se voltam a encontrar quando um deles ganhar à Fátima. Portanto, o número de vezes que se defrontaram o Daniel e o Edgar é também dado por:

$$X = 1 + c + d \quad (3)$$

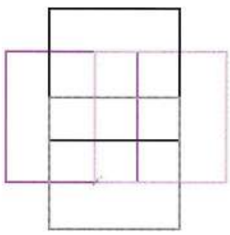
De (1), (2) e (3) resulta:

$$X + X - 1 = 31$$
$$X = 16$$

que constitui a resposta ao problema.

Ainda quadrados sobrepostos

Sobre este problema, cuja resolução foi apresentada na revista *EeM* nº 103, Leonel Vieira (Braga) escreveu-nos dando um contra-exemplo que invalida definitivamente a generalização que havia sido obtida por vários leitores e pelo responsável desta secção. Com efeito, a partir de quatro quadrados congruentes, é possível obter uma figura com um total de 18 quadrados (e não 16 como todos nós tínhamos feito).



Conclusão: o problema continua em aberto e a generalização por fazer. Obrigado, Leonel, pela brilhante organização dos quatro quadrados.

Programas de Matemática no 3º ciclo do ensino básico

Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal

Este livro, tal como o título indica, confronta os programas de Matemática no 3° ciclo em Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal. A leitura do título pode suscitar interrogações sobre a escolha destes países e do 3° ciclo. Contudo, os autores esclarecem logo na introdução as razões que levaram a esta escolha, sustentando a sua decisão num conjunto de circunstâncias relacionadas com estes países, a saber: a) o 3° ciclo do ensino básico (ou com designações similares) correspondia, na altura, ao fim da escolaridade obrigatória; b) a disponibilidade de textos curriculares oficiais em línguas de trabalho do projecto (português, espanhol, inglês ou francês); c) os resultados em provas internacionais de desempenho em Matemática serem razoáveis; d) a existência de um programa de Matemática de referência em termos internacionais; e) a existência de uma comunidade de educação matemática forte e, por fim, conseguir com essa escolha uma representação de diversas culturas europeias, em particular, latina, anglo-saxónica, nórdica e do leste europeu. Mais tarde, foi abandonada a ideia de incluir um país desta última cultura europeia por não ser possível obter documentos escritos numa das línguas atrás referidas.

Depois de um capítulo inicial sobre os motivos da selecção dos países, a natureza e propósito dos documentos de cada país, as indicações específicas para a disciplina de Matemática e a metodologia de análise, há quatro capítulos correspondendo cada um a um dos casos analisados — o caso da Espanha, da França, da Irlanda e da Suécia. O último capítulo é dedicado à comparação entre o estabelecido nos documentos curriculares dos quatro países estudados e Portugal com base nas seguintes vertentes: finalidades e objectivos, temas matemáticos orientações metodológicas e avaliação.

Fazer uma análise comparativa implica definir os itens que importa comparar e, neste caso, os autores seguindo uma metodologia de estudos de caso consideram para cada um deles um conjunto de elementos que vão desde as características gerais do sistema educativo e da organização do sistema curricular, organização do currículo, conceitos estruturantes do programa, temas matemáticos e as ideias transversais fundamentais, até às orientações metodológicas e materiais didácticos e de apoio ao professor, bem como as indicações sobre a avaliação dos alunos.

Para além de ser oferecida uma metodologia de análise documental que interessa, principalmente, a professores e investigadores no estudo de projectos alargados, mas também em projectos individuais, a leitura deste livro proporciona informações interessantes sobre vários aspectos dos sistemas educativos e, em particular, sobre os programas de Matemá-

**Programas de Matemática no 3° ciclo do ensino básico
Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal**

Autores: João Pedro da Ponte, Ana Maria Boavida, Ana Paula Canavarro, Fátima Guimarães, Hélia Oliveira, Henrique Guimarães, Joana Brocardo, Leonor Santos, Lurdes Serrazina, Manuel Saraiva.

N° páginas: 225; *Ano:* 2006.
ISBN 989-95062-0-6
Preço: 9,00 € (PVP); 6,00 € (Sócio)

tica desses países. Ficamos a saber, por exemplo, que desde 2000 os vários países têm vindo a publicar documentos curriculares de carácter geral, referindo-se ou não explicitamente ao ensino da Matemática nos ciclos de estudo correspondentes ao 3° ciclo do ensino básico. Com efeito, em Espanha esses documentos apresentam secções específicas para cada uma das disciplinas, nomeadamente, para a Matemática onde se especificam as finalidades e objectivos gerais, algumas orientações metodológicas gerais, os conteúdos matemáticos e os critérios de avaliação, sendo os dois últimos definidos para cada ano deste ciclo.

Em França existe um documento de 1994, reimpresso em 2004, que constitui o programa de Matemática, onde se apresentam indicações sobre métodos e conteúdos para cada um dos três ciclos do *Collège* (primeiro nível do ensino secundário).

Na Irlanda existe um documento publicado em 2000 que inclui as finalidades e objectivos gerais, os conteúdos matemáticos organizados para três níveis de desempenho dos alunos, bem como as finalidades específicas e os objectivos para a avaliação, em cada um desses níveis.

Na Suécia existe um documento, de 2000, que contém os requisitos impostos à educação nas diferentes disciplinas, incluindo a Matemática. Neste documento, com dezasseis secções - uma delas dedicada à Matemática - com uma organização comum onde se apresenta a finalidade da disciplina/área disciplinar, os objectivos, a estrutura e a natureza da disciplina/área disciplinar e objectivos a atingir pelos alunos. Ou seja, neste país não há documentos exclusivos para a disciplina de Matemática, a não ser os que se prendem com a avaliação.

Provavelmente, as informações mais relevantes são as que têm a ver com a análise que os autores fazem sobre os pontos de convergência e de divergência entre os países estudados, no que diz respeito aos programas de Matemática. Não sendo viável nesta breve recensão apresentar os resultados dessa análise, aconselho a leitura atenta do último capítulo onde se podem encontrar algumas discrepâncias dos programas nacionais em relação aos dos outros países mas, no geral, não tão distanciados quando, principalmente, se comparam com os de Espanha e França.

Esta publicação antecedeu o reajustamento do programa de Matemática do Ensino Básico, em 2007, e tudo leva a crer que as conclusões apresentadas no estudo foram consideradas nesse reajustamento, em particular, na clarificação das finalidades e objectivos dos documentos programáticos, nas orientações metodológicas e, também, em orientações gerais mais precisas sobre a avaliação. Deste ponto de vista a leitura deste livro contribui para a compreensão de opções tomadas no actual programa de Matemática do Ensino Básico.

O modo claro como os autores descrevem e analisam os diversos documentos facilita a leitura, permitindo a professores, especialistas e, mesmo, a pais e outros interessados no ensino e aprendizagem da Matemática o conhecimento de outros contextos, tornando possível a assunção de posições mais fundamentadas sobre esta temática. Com efeito, o tratamento aprofundado sobre os sistemas educativos de cada um dos países, em termos dos princípios, da organização, e do sistema de avaliação e, mais especificamente, dos programas de Matemática no nível de escolaridade correspondente ao 3° ciclo, possibilita ao leitor uma análise atenta e cuidadosa na comparação de diversas realidades.

Teria sido interessante a apresentação e análise de documentos curriculares relativos a um país de leste, não só pela curiosidade que, por vezes, é suscitada pela sociedade civil em torno do desempenho matemático de alunos das nossas escolas oriundos desses países, mas também por poder contribuir para a ampliação do conhecimento sobre os sistemas educativos e, em particular, os programas de Matemática.

Espero que o leitor tenha o mesmo gosto e interesse em ler este livro que eu própria experienciei, aquando da sua saída em Maio de 2006 e agora, mais recentemente, para realizar esta recensão.

Isolina Oliveira
Universidade Aberta

Opiniões sobre o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico [NPMEB]

Questionário aos participantes no ProfMat2009

A *EM* quis saber as opiniões dos participantes no ProfMat2009 sobre o Novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (NPMEB). A ideia inspirou-se no que Henrique M. Guimarães e José Manuel Matos fizeram em 1991, para a revista n.° 91, por altura da publicação dos então novos programas de Matemática.

Os dados foram recolhidos por um questionário anónimo, com sete perguntas de resposta fechada e duas de resposta aberta. Recolheram-se 81 questionários de professores dos vários níveis de ensino, desde o 1.° ciclo até ao ensino superior, e 1 questionário sem indicação do nível de ensino.

A maioria das respostas (quadro 1) são de professores que têm turmas de 3° ciclo (59%), embora também se destaque a percentagem de respostas entregues por professores do 2.° ciclo (23%). Assim, pode-se afirmar que grande parte dos respondentes lecciona ensino básico (85%).

Os respondentes têm larga experiência de ensino, pois 58% possui mais de 14 anos de experiência no ensino. Dos restantes, 19% tem entre 9 a 13 anos de experiência, 18% tem entre 4 a 8 anos e apenas 5% possuem menos de 3 anos de experiência.

1.° ciclo	3
2.° ciclo	19
Exclusivamente 3.° Ciclo	11
3.° ciclo e secundário	37
Exclusivamente secundário	9
Superior	2
Sem indicação	1
Total	82

Quadro 1. Distribuição dos professores que responderam por nível de ensino

Grau de conhecimento do NPMEB

No que diz respeito ao conhecimento sobre NPMEB (quadro 2), destacam-se 55 respostas que indicam que o conhecimento foi obtido através da leitura do documento; 40 respostas evidenciam um conhecimento informal, obtido no contacto com os colegas e 24 respostas através de sessões promovidas pelo Ministério da Educação.

Relativamente a sugestões para melhorar o conhecimento sobre o NPMEB destaca-se a necessidade de acções de formação (76%), pretensão dos professores de todos os ciclos do ensino básico e também do secundário. Outras referências com menor expressão vão para encontros (38%), contactos com responsáveis (27%) e debates (24%). Na auto-classificação sobre o grau de conhecimento do NPMEB, 26% consideram-no Bom, 40% Suficiente e 34% reduzido ou muito reduzido.

Apreciação global sobre o NPMEB

Para auscultar a opinião sobre o NPMEB, existia uma primeira questão de resposta fechada numa escala de Likert de quatro níveis, desde 1 (mais desfavorável) a 4 (mais favorável), discriminando os aspectos clareza, adequação, inovação e consistência.

As respostas foram organizadas por nível de ensino. Nem todos os professores responderam a este item: 84% deram a sua opinião sobre a clareza e inovação do programa, 83% sobre a adequação e 82% sobre a consistência. As apreciações dos que responderam são globalmente bastante favoráveis. Em relação às apreciações negativas, há uma resposta de nível 1 e a percentagem de níveis 2 não ultrapassa os 20%. O nível 3 foi o mais escolhido para avaliar cada uma das categorias: clareza (49%), adequação (53%), inovação (54%) e consistência (57%). Com nível 4, a categoria mais apreciada foi a inovação (35%), seguida da adequação (34%), consistência (31%) e, por último, a clareza (29%).

	1.° Ciclo	2.° Ciclo	Exclusivamente 3.° Ciclo	3.° ciclo e Secundário	Exclusivamente Secundário	Superior	Total
Leitura	3	13	9	25	3	2	55
Contacto informal com colegas	2	10	2	21	4	1	40
Encontros não organizados	1	4	0	6	0	0	11
Leitura de outros textos	1	4	0	5	0	0	10
Sessões promovidas pelo ME	1	5	2	11	4	1	24
Jornais, TV, rádio, ...	0	3	1	2	0	0	6

Quadro 2. Como obteve conhecimento sobre o NPMEB?

Apreciação do Programa por ciclo e global

Gráfico 1. 1º Ciclo

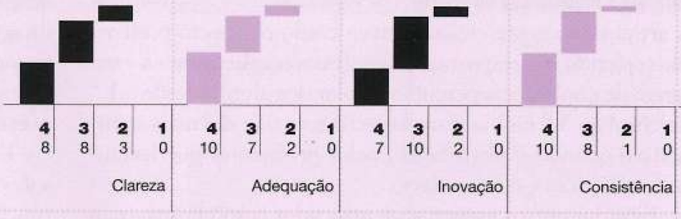


Gráfico 2. 2º Ciclo

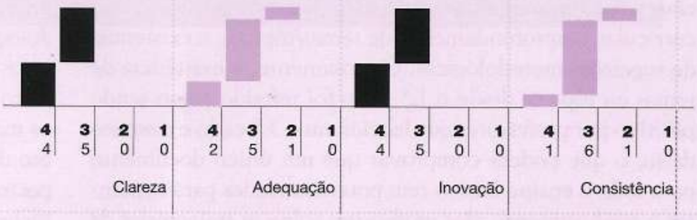


Gráfico 3. 3º Ciclo

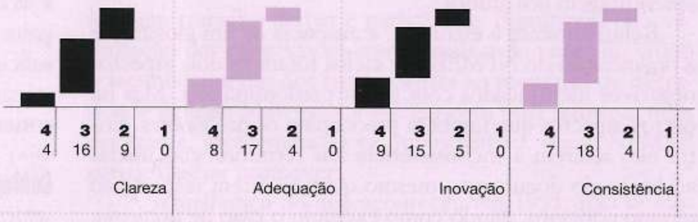


Gráfico 4. 3º Ciclo e Secundário

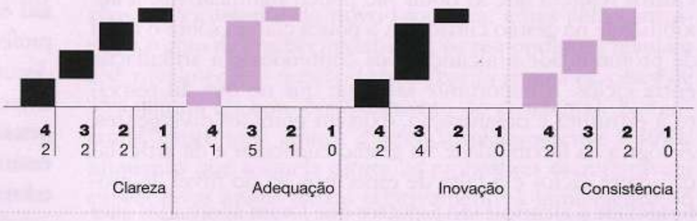


Gráfico 5. Exclusivamente Secundário

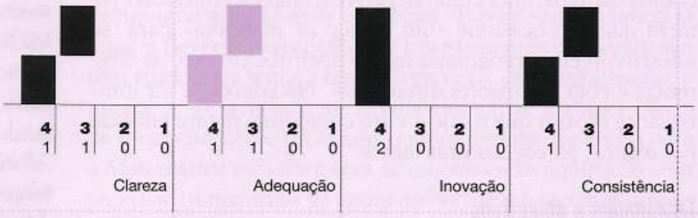


Gráfico 6. Superior

Gráfico 7. Global

Aspectos positivos e negativos do NPMEB

As questões que dizem respeito aos aspectos negativos e positivos são de resposta aberta. A diversidade de aspectos referidos implicou uma categorização que teve uma estrutura organizativa inspirada no texto publicado na E&M de 1991. Numa primeira leitura, observa-se que em 31 questionários não surgem indicações a aspectos negativos e em 27 questionários não surgem indicações a aspectos positivos.

Estrutura e organização do NPMEB

A articulação entre ciclos aparece como o aspecto positivo mais referido nas respostas. Os professores salientam «a vantagem de conhecer o percurso escolar dos alunos desde o 1.° ciclo até ao 3.° ciclo». Este aspecto torna-se tão mais significativo quando é identificado pelos professores que leccionam o 3° ciclo e o secundário.

Existem outros aspectos identificados como positivos: a clareza na linguagem, a estrutura, a flexibilidade na gestão curricular, o aprofundamento de temas/tópicos, a existencia de sugestões metodológicas. Curiosamente, a existência de temas ou tópicos desde o 1.° ciclo foi referido como sendo positivo por professores que leccionam o 3.° ciclo e o secundário, o que poderá comprovar que um único documento para todo o ensino básico tem potencialidades para aumentar o conhecimento dos professores sobre as trajectórias de aprendizagem dos alunos.

Relativamente à estrutura, a ausência de um glossário e a organização do NPMEB por ciclos foram os dois aspectos negativos identificados com maior predominância. Mas há outros aspectos que também preocupam os professores. Entre eles referem a inconsistência nas terminologias usadas ao longo do documento mesmo quando dizem respeito ao mesmo conceito, dando como exemplo o caso de *isometria*. Outros referem que as notas são pouco significativas, a flexibilidade na gestão curricular, a pouca clareza sobre o nível de profundidade a alcançar nos conteúdos e a articulação entre ciclos. É importante salientar que no que diz respeito à estrutura e organização, existem opiniões divergentes. A lógica da flexibilidade na gestão curricular e da articulação entre ciclos e a falta de especificação do nível de profundidade a alcançar são aspectos que foram apontados quer como positivos, quer como negativos. Alguns professores temem que isto ocasione «um espaço de manobra» para se «desenvolveram programas muito distintos em escolas diferentes e com professores diferentes». Não deixa de ser interessante reparar que o que é visto como uma potencialidade por alguns, parece assustar outros.

Finalidades e objectivos

Relativamente a este ponto, não se identifica a referência a aspectos positivos e os negativos também são pouco explícitos, embora três professores tenham salientado que consideram o programa pouco inovador e suportado em investigação demasiado teórica. Os questionários que se referem a este aspecto provêm de professores do 2.° e 3.° ciclo. Facilmente os professores aceitam o NPMEB como uma continuidade do programa que actualmente se encontra em vigor, embora com perspectivas metodológicas diversificadas.

Metodologias

O aspecto positivo que foi mais referido nos questionários prende-se com as indicações metodológicas, num total de 53 respostas. Estes professores são os que manifestam um conhecimento suficiente ou bom do NPMEB. No entanto, é também referido que este aspecto deveria ser melhorado e desenvolvido, «esperamos pelos materiais de apoio!». As indicações metodológicas têm maior significado para os professores do 3.° ciclo e secundário. Foi neste nível de ensino que a quase totalidade dos professores que responderam aos questionários as referiram.

Um dos aspectos negativos que mais preocupa os professores do 3.° ciclo e secundário são as dificuldades de concretização das sugestões metodológicas. Os professores, na sua generalidade, apontam a extensão do programa e as metodologias preconizadas como aspectos negativos, em alguns casos é referida a «dificuldade de implementação pelo número de tempos lectivos semanais, a dimensão das turmas, os materiais disponíveis e a metodologia preconizada». O uso da calculadora no 1.° ciclo é identificado como um aspecto negativo por um professor do ensino secundário. A inclusão das tecnologias, «nomeadamente na Geometria», e as conexões, são dois dos aspectos positivos identificados pelos professores que têm um grau de conhecimento bom ou suficiente do NPMEB. As tecnologias são referidas, predominantemente, por professores do 3.° ciclo e secundário e as conexões por professores do 2.°, 3.° e secundário.

Conteúdos

A inclusão de um tema denominado *Capacidades Transversais* no NPMEB recolhe a referência favorável de todos os professores que têm um conhecimento suficiente ou bom do documento do programa. Este aspecto é referido como positivo por professores de todos os ciclos, sem excepção. Já o pensamento algébrico é referido apenas por professores do ensino secundário e superior e a valorização do cálculo mental recolhe as preferências de professores do secundário.

A extensão do programas, a antecipação de alguns conteúdos, e a falta de um novo currículo que enquadre o NPMEB foram os aspectos negativos identificados. A preocupação com a extensão recolhe a maioria de respostas por parte dos professores e é transversal a todos os ciclos, revelando-se com maior frequência nos professores dos 1.°, 2.° e 3.° ciclos. A antecipação de conteúdos é referida como desfavorável por professores do 3.° ciclo e secundário. A falta de um currículo novo para enquadramento do NPMEB foi referido apenas num questionário.

Avaliação

Apesar da avaliação das aprendizagens dos alunos ser um aspecto polémico na implementação de qualquer programa, apenas três professores, dos que responderam ao questioná-

	1.º ciclo	2.º ciclo	Exclusivamente 3.º Ciclo	3.º ciclo e secundário	Exclusivamente secundário	Superior	Total
1	1	0	0	0	0	0	1
2	0	5	2	10	2	0	19
3	2	8	6	22	5	1	44
4	0	6	3	1	0	1	11
Não responde	0	0	0	4	2	0	6
Total	3	19	11	37	9	2	81

Quadro 3. Expectativas face à generalização do NPMEB

rio, referiram a «insuficiência de indicações relativas à avaliação» como aspecto negativo.

Expectativas face à generalização do NPMEB

Os professores respondentes têm expectativas claramente positivas relativamente à generalização do NPMEB, pois 73% assinalaram os níveis 3 e 4 nas suas respostas. Apenas 1 professor tem expectativas muito baixas. Dos respondentes, são os professores do 2° ciclo que têm as expectativas mais elevadas (quadro 3).

Considerações finais

Fazendo uma síntese das respostas ao questionário, a maioria dos professores inquiridos parecem encarar o NPMEB como um documento inovador, realçando a transversalidade entre os três ciclos do ensino básico. A importância da articulação entre ciclos parece ser bem acolhida pelos professores, e talvez isso explique porque são os professores dos ciclos mais avançados a referir-se favoravelmente quanto ao reforço do cálculo mental e introdução do pensamento algébrico, dois temas que devem ser abordados desde o 1° ciclo.

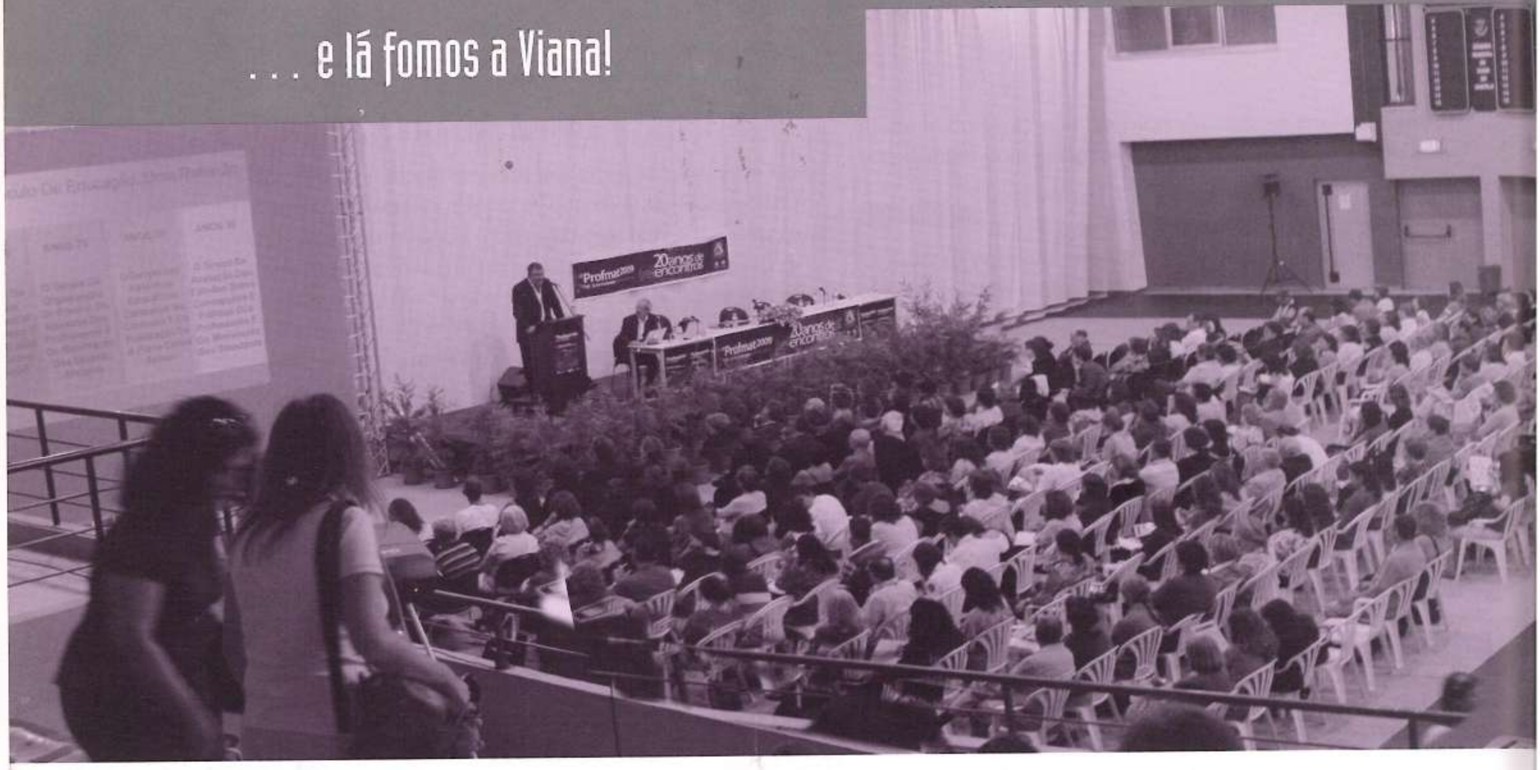
A ênfase nas capacidades transversais é vista como muito positiva pelos respondentes. Recorde-se que a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática são capacidades a desenvolver nos três ciclos e são simultaneamente encaradas como objectivos gerais do ensino da Matemática e como tema de igual estatuto a par dos outros quatro grandes temas: Números e Operações, Álgebra, Geometria, e Organização e Tratamento de Dados. As orientações metodológicas são também consideradas importantes, nomeadamente na diversificação de tarefas e das formas de trabalhos dos alunos, procurando envolvê-los num trabalho activo e participado. Significará esta valorização das capacidades transversais e do papel do aluno o reconhecimento dos respondentes ao inquérito da necessidade de uma Matemática escolar com uma natureza mais desafiante, problematizadora, investigativa, que o NPMEB parece desejar promover?

À semelhança do que aconteceu em 1991, não se evidenciam pelas respostas dadas a estes questionários oposições ao documento do novo programa, antes pelo contrário, e o grau de conhecimento que os respondentes revelam é sensivelmente o mesmo (em ambas as situações, cerca de 35% afirma ter bom conhecimento do programa). No entanto, existe uma grande diferença relativamente a 1991. Enquanto que naquela altura os professores manifestavam expectativas muito baixas relativamente à implementação dos então novos programas, actualmente os professores revelam uma atitude mais optimista. Talvez esta diferença se fique a dever à percepção dos investimentos que desta vez têm vindo a ser feitos a favor do processo de generalização: o programa foi amplamente divulgado; existe bastante oferta de formação desde há algum tempo; o plano de acção para a Matemática está em curso; as escolas estão equipadas com recursos; os materiais de apoio ao NPMEB estão disponíveis na internet para quem os procura. Ficam a dúvidas do que acontecerá a seguir, mas isso o questionário não permite dar resposta.

Alice Carvalho
Agrupamento de Alfornelos

Paulo Dias
Escola Secundária da Moita

. . . e lá fomos a Viana!



Foi com muita surpresa e alguma preocupação que recebi o convite para falar do ProfMat 2009. Surpresa, por o convite ter sido feito no meu primeiro ProfMat como aposentada; preocupação, pois o convite foi feito no fim do Encontro, o que não me deixou tempo para fazer uma ou outra «entrevista» que me daria mais dados para escrever este texto de uma forma menos pessoal.

Desde o meu primeiro ProfMat em Bragança, sou participante assídua destes encontros e tenho tido a sorte de ter conseguido estar sempre presente nesta festa da Matemática. E não me interpretem mal quando falo em festa. São uns dias de trabalho constante, por vezes muito intenso mas que nos trazem a satisfação de encontrar coisas novas, a oportunidade de trocar ideias, a alegria única que é rever os amigos que o ritmo da vida só nos permite encontrar nesta ocasião.

Foi aqui em Viana há vinte anos atrás que apresentei um trabalho pela primeira vez num ProfMat. Um poster, que resultou de um estudo feito com uma turma do 7° ano que deixou os alunos muito orgulhosos por saberem que o seu trabalho ia ser exposto num encontro de professores.

Como seria diferente este texto se me tivessem convidado para o escrever nessa altura!

Quando começamos a frequentar estes e outros encontros, tudo nos parece grande, tudo nos parece novo. Corremos de um lado para o outro, ávidos de assistir a tudo e mais alguma coisa, um pouco aflitos pois sabemos que de certeza estamos a perder algo importante que está a passar-se mesmo ali ao lado. Encontramos aqueles «nomes» que admiramos e que conhecemos só pelo seu trabalho escrito. No ProfMat estão lá, conversam connosco de igual para igual, o que nos faz pensar que um dia também poderemos nós propor a apresentação de trabalhos. E esse dia chega mais tarde ou mais cedo e lá vamos nós um pouco receosos de estarmos lado a lado com gente muito mais experiente nestas lides. E continuamos a correr de sessão em sessão.

E chega a altura em que somos convidados a fazer sessões, a participar em painéis, e... já não corremos tanto. Tornamo-nos mais experientes, mais selectivos, privilegiamos os contactos que se fazem entre as sessões, as conversas com aqueles a quem deixamos de chamar colegas e passamos a chamar amigos. Trocamos ideias, contamos as dificuldades na Escola, falamos nos êxitos e fracassos dos nossos alunos, discutimos a educação e fazemos projectos, na informalidade de uma mesa no bar da Escola ou num banco de jardim do recreio. Todos os anos voltamos para casa cheios de ideias, pensando na melhor maneira de pôr em prática novos projectos que surgiram. E regressamos a casa com as «baterias carregadas» como me dizia uma colega em Viana do Castelo.

Não resisti à tentação de voltar a pegar no programa do ProfMat 89 e olhar para dois ou três pontos de contacto com este.

Por exemplo: a Comissão Organizadora! Não é que ao fim de vinte anos, seis dos nove elementos da Comissão de 89 pertenceram também à Comissão de 2009?

Outro ponto: conferência de abertura por Domingos Fernandes que em 89 questionou «porquê mudar e como mudar» a educação matemática, para, vinte anos depois, falar em «Reinventar a Escola».

Ainda um outro: em ambos os Encontros aproximava-se uma época de mudança.

Dizia-se na nota de abertura em 89:

Num ano em que se aguarda com expectativa o desenvolvimento dos novos programas e, segundo tudo indica e todos esperam, se inicia em turmas de escolas seleccionadas, a sua experimentação no primeiro ano de escolaridade, o ProfMat 89

não podia deixar de ter este facto como uma das suas temáticas principais. Dedica-lhe assim, em particular, uma sessão plenária e quatro sessões de trabalho (...) Assim se espera dar corpo a mais uma contribuição para um maior conhecimento, discussão e reflexão em torno da reforma curricular em curso, neste caso, em torno dos novos programas de Matemática e de aspectos relacionados com a sua implementação.

E diz-se na nota de abertura de 2009:

O novo Programa de Matemática do Ensino Básico que entrará em vigor no ano lectivo 2010–11, mas que terá de certo, no próximo ano lectivo, várias escolas e agrupamentos a implementá-lo, será tema de várias sessões e conferências com discussão, culminando, no último dia do encontro, com um painel plenário sobre a sua implementação. Aí, teremos oportunidade de (re)colocar as diversas questões e procurar os consensos e as conclusões possíveis.

Em 89 à sessão plenária não se deu o nome de painel mas sim de entrevista colectiva. Um dos entrevistadores foi o nosso actual Presidente, nessa altura em representação da SPM.

Mas o convite feito foi para falar do ProfMat 2009!

É muito difícil fazer um balanço deste ou de qualquer outro ProfMat. Digo apenas que as sessões que escolhi me satisfizeram completamente. Sessões com temas interessantes, bem estruturadas, bem apresentadas, daquelas em que a postura dos dinamizadores nos recordam que só um grande conhecimento do assunto em causa permite abordar os temas tratados, com aquela simplicidade e clareza. Não me sinto nada à vontade para falar em particular desta ou daquela sessão pois seria certamente injusta para muitas outras que ficaram de fora.

Entrando já em contradição com o que acabei de dizer, mas creio que os colegas me perdoarão, destaco só uma sessão que para mim, foi uma das melhores conferências a que assisti ultimamente. Estou a referir-me à conferência do professor António Nóvoa.

Além de toda a clareza com que foi proferida, veio ao encontro de muitas das minhas preocupações (e sem dúvida da maior parte dos colegas).

Nem de propósito, os temas e muitas das ideias que o professor tão brilhantemente apresentou, tinham sido para mim, tema de uma longa conversa/discussão precisamente na noite anterior com um amigo. Mesmo a calhar!

Mas o ProfMat não é só um conjunto de conferências/comunicações e sessões práticas. As exposições têm um lugar muito importante e por uma questão de justiça destaco a retrospectiva do Seminário de Vila Nova de Mil Fontes. Notou-se que foi uma mostra feita *com o coração* pelos seus organizadores. Não percebi muito bem a razão de não aparecer no programa nenhuma referência a esta magnifica recolha de um dos momentos mais decisivos que marcaram a vida da APM.

O que posso dizer mais deste ProfMat?

No que pude observar, nada falhou. A tecnologia, agora sempre presente e que de vez em quando tem caprichos inexplicáveis, teve sempre alguém atento à resolução de eventuais problemas.

Resta aplaudir e agradecer aos colegas de Viana a simpatia e a boa organização com que nos receberam. Dizer adeus a Viana do Castelo e desejar aos colegas de Aveiro bom trabalho para o ProfMat 2010!

Lá estaremos a assistir a mais um *regresso dos professores* sempre desejosos e disponíveis para *reinventar a escola*.

Branca Silveira

O Problema do ProfMat 2009

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2009 de Viana do Castelo consistiu na resolução do problema *As Idades dos Meninos:*

A soma das idades dos meus três filhos é 14 — disse-me aquela mãe orgulhosa. — E o produto é precisamente o número que tenho estampado aqui na camisola. Como gostas de resolver problemas, vê lá se consegues descobrir quantos anos tem cada um.

Olhei para a camisola e fiz uns cálculos.

— Só assim não chego lá.

— Pois então digo-te que o do meio ficou hoje em casa porque está com gripe.

Quais são as idades dos três rapazes?

Recebemos 29 resposta, a mais rápida das quais foi a de Anabela Lemos & Cilene Lindinho: 20 minutos depois do boletim com o problema ter sido distribuído, a organização recebia a resolução.

Todas as resoluções, excepto uma, estavam certas. Foram eliminadas as que tinham pequenas incorrecções. Sobraram 14. Foi preciso fazer um sorteio para encontrar os premiados.

E agora demos a palavra a Raul Aparício & Sónia Portela para vermos como o problema pode ser resolvido.

Dado que a informação da soma e do produto é insuficiente para decidir sobre as idades dos rapazes pode concluir-se que há mais do que uma solução simultânea para a soma 14 e para o produto, que não conheço à partida.

Dado que a informação de que há um rapaz com idade intermédia permite decidir pela solução que interessa, tal leva a suspeitar de que apenas uma das soluções simultâneas é constituída por três números diferentes.

Neste momento faz todo o sentido listar as diferentes soluções possíveis para a idade dos três rapazes cuja soma seja 14, que não são tantas como isso, e verificar a partir da observação dos produtos a confirmação da suspeita e em que situação tal ocorre (Tabela 1).

Observa-se assim que há, na realidade, duas situações em que há mais do que uma solução relativamente à soma e ao produto, as de produto 40 e as de produto 72. Afastando as hipóteses em que se repetem valores temos que as idades dos três rapazes são 1, 5 e 8 anos.

Idades (soma 14)	Produto
1 – 1 – 12	12
1 – 2 – 11	22
1 – 3 – 10	30
1 – 4 – 9	36
1 – 5 – 8	**40**
1 – 6 – 7	42
2 – 2 – 10	**40**
2 – 3 – 9	54
2 – 4 – 8	64
2 – 5 – 7	70
2 – 6 – 6	**72**
3 – 3 – 8	**72**
3 – 4 – 7	84
3 – 5 – 6	90
4 – 4 – 6	96
4 – 5 – 5	100

Tabela 1

Lista de participantes

Individuais: Alice Martins; Ana Cristina Barreiras; Ana Paulino; Ana Sofia Caseiro; Avelino Sousa; Carla Josefino; Catarina Ferreira; Cristina Ortins; Daniel Castanho; Fátima Coelho; Fausto da Silva; Fernanda Trancoso; Isabel Leite; Isabel Viana; José Artur Pinto; José Gabriel Silva; José Manuel Duarte; Luísa Pacheco; Mª João Peres; Patrícia Sampaio; Paula Barros; Pedro Almeida; Ricardo Poças; Teresa Mª Santos; Valter Carlos.

Em equipa: Anabela Lemos & Cilene Lindinho; António Borralho & Joana Latas; Célia Oliveira & Isabel Pinheiro; Iva & Nuno Angelino; Raul Aparício & Sónia Portela.

Premiados e Prémios

1º. Raul Aparício Gonçalves & Sónia Portela (*Unidade TI-nSpire, oferta Texas Instruments*)

2º. Fausto da Silva (*Calculadora Gráfica Casio CFX9750*)

3º. Patrícia Sampaio (*Jogo Timberr*)

4º. José Artur Pinto (*Livro "Desafios 10", Edições Afrontamento*)

5º. Catarina Ferreira (*Livro "Desafios 10", Edições Afrontamento*)

Atenção: Os prémios devem ser levantados até 30 de Julho de 2010. Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.

APM — 2010

Modalidades de associado, preços de quotas e de assinaturas das revistas

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição de utilidade pública, sem fins lucrativos, ligada ao ensino da Matemática, de todos os níveis de escolaridade. Um dos objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais.

Modalidades de associado e seus direitos

Publicações periódicas

Todos os associados têm direito aos cinco números anuais da revista *Educação e Matemática* e ao boletim informativo APM*informação*. Os @-sócios só poderão aceder aos ficheiros em formato PDF destas publicações no nosso portal, todos os outros terão direito também a receber pelo correio as edições impressas. Todos os associados poderão usufruir de preço especial na assinatura da revista *Quadrante*.

Preços especiais na loja

Todos os associados usufruem de um desconto entre 15 e 25% na aquisição de artigos na loja, quer seja na sede ou *on-line*.

Requisição de materiais, exposições ou outros recursos

Todos os associados poderão ainda requisitar materiais, publicações, exposições ou outros do Centro de Recursos.

Outros direitos dos associados individuais

Os associados individuais terão ainda acesso aos conteúdos privados do portal da APM na Internet, a beneficiar de descontos em encontros da APM ou de outras instituições com as quais a APM tem protocolos (Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, Associações da Federação Iberoamericana das Sociedades de Educação Matemática, e outras) ou noutros eventos em que a APM venha a colaborar, a participar da vida da associação através dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais ou por outras formas e a divulgar o seu trabalho através da APM.

Associados institucionais

Os associados institucionais terão ainda direito a um exemplar das actas do ProfMat.

Preço da quota anual em 2010

Modalidades de associado individual	
Professor	50,00 €
Estudante s/vencimento	35,00 €
Aposentado	38,50 €
@-sócio	38,50 €
Residente no estrangeiro	53,50 €

Modalidade de associado institucional	
Modalidade 1 [1 exemplar EeM]	55,00 €
Modalidade 2 [2 exemplares EeM]	77,00 €
Modalidade 1 + *Quadrante*	71,00 €
Modalidade 2 + *Quadrante*	95,00 €

Para efectuar a sua inscrição, ou da sua escola, como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `http://www.apm.pt`

Assinaturas das revistas para 2010

		Educação e Matemática (inclui actas ProfMat)	*Quadrante*
Sócio individual	Portugal		12,00 €
	Estrangeiro		15,00 €
Instituições	Portugal	42,00 €	23,00 €
	Estrangeiro		27,00 €

índice

Editorial

Artigos

Secções