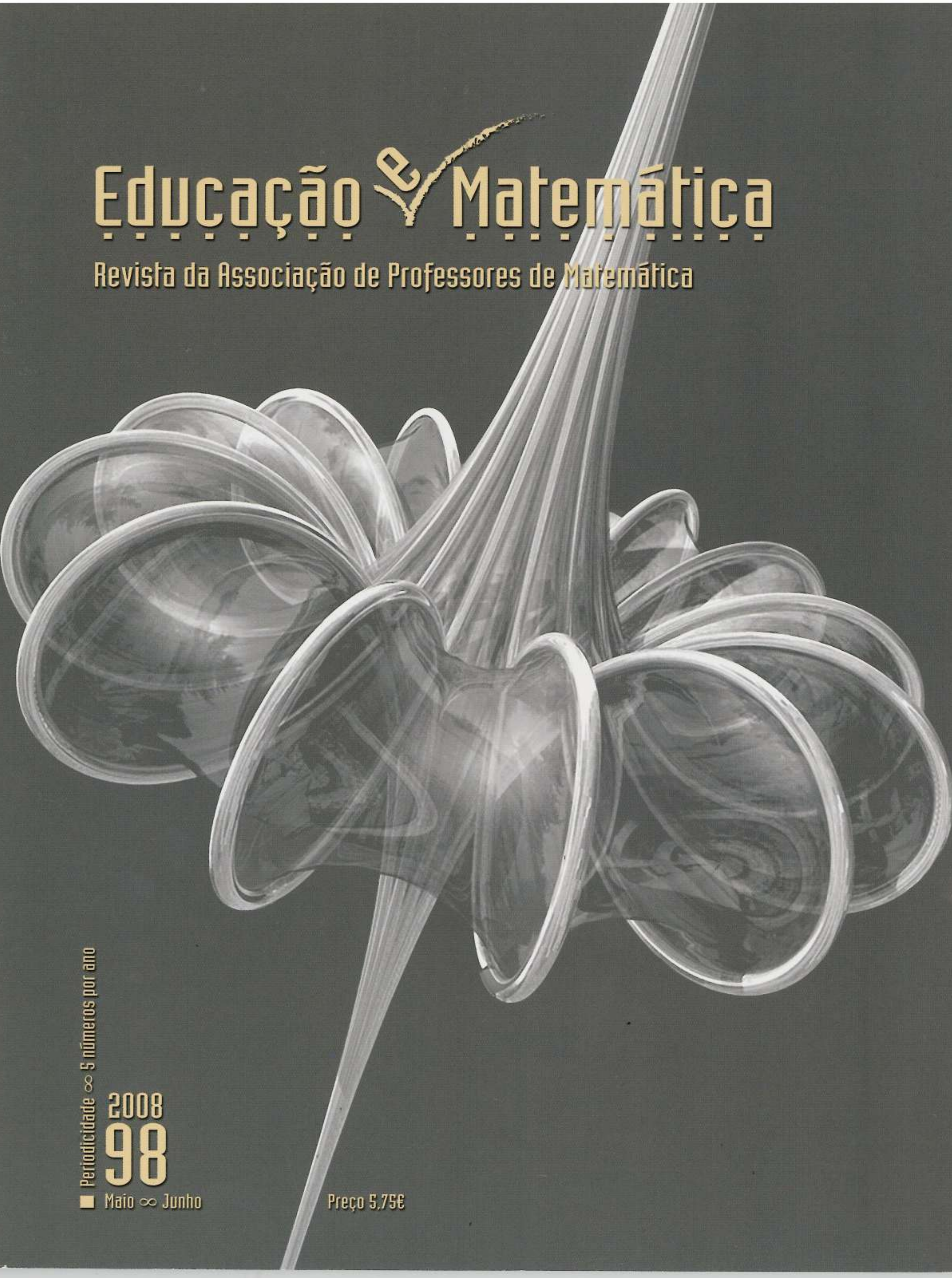
Educação e Matemática

Revista da Associação de Professores de Matemática



Periodicidade ∞ 5 números por ano

2008

98

Maio ∞ Junho

Preço 5,75€

ficha técnica

EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA

Directora Ana Paula Canavarro
Subdirectora Adelina Precatado
Redacção Ana Luísa Paiva
Alice Carvalho
António Fernandes
Cláudia Fialho
Helena Amaral
Helena Rocha
Isabel Rocha
Joana Brocardo
Manuela Pires
Nuno Candeias
Paulo Dias

Colaboradores Permanentes
A. J. Franco de Oliveira Matemática
José Duarte Tecnologias na Educação Matemática
José Paulo Viana O problema deste número
Lurdes Serrazina A matemática nos primeiros anos
Maria José Costa História e Ensino da Matemática
Rui Canário Educação

Capa António Marques Fernandes
Paginação Gabinete de Edição da APM

Entidade Proprietária
Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, 27–A, 1500–236 Lisboa

Data da publicação Junho 2008
Tiragem 4000 exemplares
Periodicidade
Jan/Fev, Mar/Abr, Mai/Jun, Set/Out e Nov/Dez

Impressão
Etigráfe, Artes Gráficas, Lda
Rua Major Rosa Bastos, 55 A–B, Montemor
2670–502 Loures

Depósito Legal nº 72011/93
Registo no ICS nº 124051
ISSN 0871-7222

Porte Pago

Sobre a capa

A pseudo-esfera é uma superfície particularmente interessante já que fornece um modelo da geometria hiperbólica (não-euclidiana). Variando parâmetros nas equações que descrevem a pseudo-esfera, pode obter-se uma variedade de novas superfícies, designadas pseudo-esféricas. O objecto na capa do presente número representa uma das superfícies dessa família.

António M. Fernandes

Saíu da revista

João Torres deixou de integrar a redacção da revista *Educação e Matemática*. Pelo empenho e contributo dado, queremos deixar o nosso grande obrigado.

Neste número também colaboraram

Ana Paula Silva, Carlos Miguel Ribeiro, Cristina Loureiro, Cristina Mota, Eduardo Veloso, Elvira Santos, Henrique Guimarães, João Pedro Ponte, José Manuel Matos, Leonor Santos, Lurdes Figueiral, Maria do Carmo Chaves, Maria do Céu Sousa.

Correspondência

Associação de Professores de Matemática
Rua Dr. João Couto, Nº 27–A, 1500–236 Lisboa
Tel: (351) 21 716 36 90
Fax: (351) 21 716 64 24
E-mail: revista@apm.pt

Nota

Os artigos assinados são da responsabilidade dos seus autores, não reflectindo necessariamente os pontos de vista da Redacção da Revista.

Editorial

Dois anos depois, vinte anos depois...

Renovar o currículo, melhorar o ensino, melhorar a aprendizagem

Henrique Manuel Guimarães

"O êxito de um processo de renovação exige a colaboração dos vários sectores intervenientes ou potencialmente interessados [...] [e] é precisa uma acção mais sistemática e orquestrada para se produzirem mudanças efectivas nas escolas [o que] implica ganhar para o debate das questões ideológicas ou dos problemas práticos, obviamente em graus diversos, a generalidade dos professores de Matemática, os alunos, a comunidade dos matemáticos, as autoridades educativas e escolares, e a própria opinião pública"[1].

Em 1986, foi aprovada a nova lei de bases do sistema educativo português e com ela o ensino básico, "universal, obrigatório e gratuito", passa de seis para nove anos. Assim, o que em alguns países do norte da Europa acontece já há mais de um século, começa em Portugal há apenas pouco mais de vinte anos. Começa!...[2]

No mesmo ano, era criada a Associação de Professores de Matemática que assume como primeiro dos seus objectivos "promover o desenvolvimento do ensino da Matemática" e no seio da qual logo toma lugar de grande destaque, a agenda de renovação do currículo e programas desta disciplina.

Dois anos depois, em Abril de 1988, a APM tem, em Vila Nova de Milfontes, um dos 'pontos altos' desta agenda, ao promover um seminário sobre a renovação curricular em Matemática que reuniu, durante quatro dias, cerca de vinte e cinco professores e investigadores para discutir alguns dos problemas essenciais dessa renovação nos ensinos básico e secundário.

Deste seminário, dos textos aí discutidos, resultou o pequeno livro "Renovação do Currículo de Matemática" publicado imediatamente a seguir à sua realização e que se destinava a "servir de referência fundamental para os sócios da APM nas discussões sobre o novo currículo". A reforma educativa dera já os primeiros passos e a elaboração de novos currículos e programas estava para começar.

"Finalmente, os programas antigos vão acabar". É assim que se inicia o editorial da *Educação e Matemática* em número duplo temático para o último semestre de 1991 — ano em que os 'novos programas' para o 2° e 3° ciclos do ensino básico e para o ensino secundário foram publicados — e que abre a série dos números temáticos da revista, desde então todos os anos publicados. Nesse ano o tema — como não podia deixar de ser — foram os novos programas. E diz-se mais, neste editorial:

"Não podemos deixar de sentir satisfação ao constatar que ideias e perspectivas há muito defendidas, sobretudo ao nível das opções metodológicas, estão finalmente expressas, "preto no branco", na letra dos novos programas: a resolução de problemas, a observação, exploração e experimentação associadas aos aspectos intuitivos da Matemática, a utilização da calculadora e do computador, a utilização de materiais, o papel da Matemática na interpretação do mundo real."

Não seriam ainda, como também se dizia, "os programas do nosso contentamento", mas fez-se questão de se chamar a atenção para o facto de conterem "elementos positivos de mudança", certamente para "aprofundar e desenvolver", mas que permitiam "maior margem de manobra ao trabalho do professor". Estes elementos positivos e muitas das ideias e perspectivas que, com satisfação, se reconheciam nos programas que chegavam, referiam-se e traduziam algumas das preocupações discutidas no seminário de Milfontes e expressas no livro que dele resultou, e procuravam incorporar 'as novas orientações curriculares' da época para o ensino da Matemática.

Em Abril deste ano passaram vinte anos da realização do seminário e, no Maio que findou, vinte anos da primeira edição do livro então produzido. O parágrafo de abertura do livro começa assim: "Os níveis de insucesso em Matemática, qualquer que seja o sentido em que se usa a expressão 'insucesso', são hoje um factor de grande apreensão" e, mais à frente, pode ler-se: "mas, igualmente alarmante, e talvez mais significativo, é o que se passa com muitos daqueles que, apesar de tudo, conseguem concluir o 9° ano ou o 12° ano (...) [e] são muitas vezes incapazes de resolver os problemas mais simples da vida corrente, ou surgidos no início de estudos posteriores, ou suscitados pela inserção numa actividade de natureza profissional".

Todos nós temos consciência que a situação, a este respeito, não mudou muito. Como já aqui escrevi, hoje temos *mais* escola mas falta-nos ainda *melhor* escola. Melhor ensino, melhores aprendizagens. Todos com certeza sentimos isto.

Vinte anos depois de Milfontes, terminado um processo de reajustamento do programa de Matemática que ainda vigora, estamos outra vez num ambiente de renovação curricular. Está homologado um novo programa de Matemática para o ensino básico cuja generalização, nos primeiros anos de cada ciclo, como se espera, começará já em 2009.

Como vai ser?

Vai ser, tem que ser, com o professor, com os bons professores que temos, sobretudo. Nenhum programa, por si só, melhora o ensino e melhora as aprendizagens. E não há programa algum que torne um mau professor num bom professor.

Mas é preciso mais tempo — já era preciso antes — mais tempo de aulas para os alunos, mais tempo, do professor, para as aulas. Tempo para as preparar, para analisar e discutir o seu trabalho, para prosseguir com seriedade e profundidade a sua formação científica, didáctica, educacional. Tempo para estudar, para ler, para se cultivar.

E é preciso mais formação de professores — já era preciso antes — no 1° ciclo, no 2° ciclo, no 3° ciclo. Formação *com* os programas, não *para* os programas, alargando e aperfeiçoando a que está em curso, para manter sustentada e continuadamente um processo de acompanhamento que valorize a intervenção nas escolas e a acção do professor em aula. E materiais de apoio ricos e diversificados, para o professor, para as aulas, para os alunos.

E, qualquer que seja a acção em plano, como também já escrevi, terá que ser uma acção da e na escola, do(s) e com o(s) professores, com "autonomia e responsabilidade", "melhoria de condições e processos de ensino", "reforço" e "apoio do trabalho colectivo" dos professores da Matemática.

Em tudo isto, retomando a epígrafe repescada de Milfontes, é indispensável a "colaboração de todos os sectores intervenientes" e envolver no processo todos os interessados. Crítica e empenhadamente. A APM, como a associação dos professores de Matemática, terá aqui que estar sempre na primeira linha.

Se assim for, acredito, o ensino vai melhorar, as aprendizagens vão melhorar. Mas, como tão bem sabemos, não vai ser em três anos.

Notas

1 Em "Os grandes objectivos e orientações fundamentais para o ensino da Matemática", texto preliminar discutido no primeiro dia do seminário de Milfontes (texto policopiado s/d, p. 11–12)

2 É por isso que nunca me soou muito bem ouvir dizer a responsáveis da administração, por vezes em tom quase de reprimenda, que, em Portugal, estamos a gastar mais em Educação do que se gasta na Europa (independentemente de se poder 'gastar melhor'). Pois, e desde há quanto tempo? Se queremos melhorar, assim terá que ser, e certamente durante mais tempo ainda.

Henrique Manuel Guimarães
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Sessão de abertura: Lurdes Figueiral, Paulo Abrantes e Franco de Oliveira [fotografia de H.M.Guimarães]

Renovação do Currículo de Matemática

Nos 20 anos do Seminário de Milfontes

Henrique Manuel Guimarães

Em 1986, criada que estava a APM, a vontade de mudar o ensino da Matemática que vinha já de há vários anos, tornou-se uma das preocupações principais no âmbito da Associação e a renovação curricular na disciplina, cuja necessidade e urgência se sentia e exprimia cada vez mais entre os professores, depressa se tornou um dos temas de trabalho principais. Em 1987, na declaração de divulgação do primeiro ProfMat da era APM, que se realizaria em Bragança no mês de Setembro, a sua comissão organizadora anuncia, como preocupação "unânime" do encontro, a seguinte questão: "Educação Matemática no virar da década de oitenta — que realidades? que mudanças?". Na sessão final deste ProfMat, numa intervenção de Paulo Abrantes, membro da Direcção da APM, a renovação do currículo e dos programas de Matemática foi lançada como o tema forte para o ano lectivo que começava.

De facto, na sequência deste encontro, tomou corpo a ideia da realização de um seminário promovido pela APM, com o propósito principal de preparar um conjunto de documentos que pudesse servir de base para uma discussão sustentada, e tão alargada quanto possível entre os professores de Matemática, sobre os problemas essenciais da renovação curricular desta disciplina, no ensino básico e no ensino secundário. Passaram, no último Abril, 20 anos sobre a data em que se realizou este seminário — "O seminário de Milfontes", como ficou conhecido — uma das realizações mais importantes da APM e também certamente uma das mais emblemáticas.

A organização do seminário: objectivos, temas e metodologia de trabalho

Ainda em 1987, para preparar o seminário, foi constituída uma comissão com o encargo de delinear um programa de trabalho centrado nas principais questões que se colocavam à renovação do currículo de Matemática e que envolvesse

2. **Programa**. O quadro seguinte apresenta uma visão global do programa do Seminário:

	segunda dia 4	terça dia 5	quarta dia 6	quinta dia 7	sexta dia 8
9:00		s. plenária Tema 1	s. plenária Tema 2	s. plenária Tema 3	s. plenária Tema 4
10:30		trabalho de grupo	trabalho de grupo	trabalho de grupo	trabalho de grupo
12:30					
14:30		trabalho de grupo	trabalho de grupo	trabalho de grupo	trabalho de grupo
18:30		s. plenária tema especial	s. plenária tema especial	s. plenária tema especial	
20:00					
21:30	s. plenária apresentação				s. plenária final

Programa do seminário

APM — Vila Nova de Milfontes, Abril de 1988

Seminário sobre a Renovação do Currículo e Programas de Matemática

Informação geral e programa

1 **Participantes**. O tipo de trabalho que se pretende realizar aconselha e a disponibilidade em alojamentos impõe um número limitado de participantes. O Seminário decorrerá nas instalações do Colégio de N. S. da Graça, onde foram reservados quartos para os participantes cuja lista completa se apresenta a seguir:

Alice Inácio. Ensino Secundário. Instituto de Orientação Profissional.
Almeida e Costa. Comissão da Reforma do Sistema Educativo.
Ana Leitão. Escola Superior de Educação de Bragança.
Augusto Franco Oliveira. Faculdade de Ciências de Lisboa - Dep. Matemática.
Brigitte Thudichum. D. G. Ensino Secundário - Divisão de Programas e Métodos.
Cristina Loureiro. Ensino Secundário.
Dinis Pestana. Faculdade de Ciências de Lisboa - Dep. Estatística.
Eduardo Veloso. Projecto Minerva.
Gertrudes Amaro. Escola Superior de Educação de Castelo Branco.
Henrique M. Guimarães. Faculdade de Ciências de Lisboa - Dep. Educação.
Jaime C. e Silva. Faculdade de Ciências de Coimbra - Dep. Matemática.
João Pedro Ponte. Faculdade de Ciências de Lisboa - Dep. Educação.
José Portela. Ensino Secundário. ESE de Viana do Castelo.
Leonor Barão. Ensino Preparatório.
Leonor Cunha Leal. Ensino Secundário.
Leonor Filipe. Ensino Preparatório. ESE de Lisboa.
Luís Oliveira. Ensino Primário.
Lurdes Cangueiro. Ensino Preparatório.
Lurdes Figueiral. Ensino Secundário.
Lurdes Serrazina. Escola Superior de Educação de Setúbal.
Manuel Rangel. Ensino Primário. ESE de Lisboa.
Manuel Saraiva. Universidade da Beira Interior - Dep. Matemática.
Maria do Loreto Couceiro. Ensino Secundário. FCT da Universidade Nova.
Odete Bernardes. Ensino Preparatório.
Paulo Abrantes. Faculdade de Ciências de Lisboa - Dep. Educação.
Raul Fernando Carvalho. Escola Superior de Educação de Setúbal.

Lista de partipantes

todos os participantes e estimulasse a discussão e o comentário crítico.

No dia 17 de Dezembro desse ano, pelas 21 horas, numa reunião em casa de Leonor Filipe[1], então presidente da Direcção da APM, foram assumidas as primeiras decisões tendo em vista a realização do seminário. A data e o local do encontro — 5 a 8 de Abril e Vila Nova de Milfontes — o número de pessoas a convidar para participar nos trabalhos — entre 25 e 30 — e uma primeira enumeração dos temas a abordar: "A filosofia, estilo e organização desejáveis para o currículo nos vários níveis de ensino", "Os grandes objectivos e orientações principais para o ensino da Matemática", "A organização e natureza das actividades de aprendizagem e o papel do professor e dos alunos" e "O papel da tecnologia, em especial [d]os computadores e calculadoras". Esta enumeração — que viria a ser, por outra ordem e com pequenas alterações, a dos temas do seminário — aparece também na "Proposta de organização — doc. 3"[2] onde constam igualmente os seus objectivos: "debater as principais questões ligadas à renovação curricular em Matemática no nosso país" e "redigir um conjunto de posições para submeter a um debate mais alargado". O seminário, diz-se ainda na Proposta de organização, "deverá proporcionar paralelamente alguma discussão a respeito de temas que sendo tradicionalmente não-curriculares, poderão vir a integrar futuramente os currículos de Matemática".

Para além dos objectivos e das áreas ou temas para o "Seminário sobre a renovação do currículo e programas de Matemática", como passou a ser designado e a figurar nos documentos preparatórios, discutiu-se, na reunião que referi, a metodologia a seguir na sua preparação e condução. Este aspecto mereceu sempre grande atenção e a metodologia de trabalho que viria a ser adoptada foi sem dúvida um dos aspectos mais interessantes do seminário e porventura dos contributos organizativos mais importantes para o seu sucesso. No primeiro esquema realizado para esta metodologia, também expresso na "Proposta de organização", avançavam-se já as seguintes ideias:

- para cada tema devia ser redigido, antes do seminário "um documento preliminar elaborado por uma ou duas pessoas[3] e discutido por um pequeno grupo";
- seria dedicado um dia a cada tema, começando os trabalhos com uma sessão plenária que incluiria "uma apresentação do documento preliminar relativo ao tema (pelo seu autor, ou autores), seguida de uma apresentação de comentários críticos (a cargo de uma pessoa especialmente destacada para o efeito)";
- seguir-se-ia, no resto do dia, "trabalho em pequenos grupos para análise pormenorizada do documento, discussão sistemática do tema respectivo, e apresentação de propostas e sugestões" terminando com uma sessão de trabalho com o autor do texto base discutido;
- o seminário encerraria com uma sessão plenária para fazer o balanço dos resultados dos trabalhos e da metodologia que tinha sido seguida.

Ainda no que se refere à metodologia de trabalho, propôs-se a constituição de uma equipa por tema, formada por um elemento de cada um dos grupos de trabalho, incluindo o autor ou autores do texto respectivo, que seria "posteriormente responsável por decidir da forma a dar a um documento final sobre o tema".

O número de participantes para que se apontou devia ser completado considerando critérios de "ordem geográfi-

Em sessão plenária, na abertura dos trabalhos, da esquerda para a direita: Leonor Santos, Maria José Delgado, Manuel Saraiva, Alice Inácio, Eduardo Veloso, Lurdes Cangueiro; de costas: Paulo Abrantes e Lurdes Figueiral que coordenavam a sessão [fotografia de H.M.Guimarães]

ca" mas sobretudo procurando alguma representatividade de "Universidades-área da Matemática, Universidades-área da Educação Matemática, Escolas Superiores de Educação; Ensino Secundário, Ensino Preparatório, Ensino Primário, Serviços do Ministério".

Como curiosidade, a organização estimou na altura um custo global de 1500$00 diário por participante, para o apoio logístico, refeições e alojamento que seria no Colégio de Nossa Senhora da Graça da vila alentejana que acolheu o seminário.

Tanto quanto recordo, não houve muitas mais reuniões preparatórias. Tenho no entanto breves apontamentos de um outro encontro a 18 de Março de 1988, desta vez nas instalações da Faculdade de Ciências de Lisboa na avenida 24 de Julho, onde foram tomadas duas outras decisões sobre o seminário: cada um dos textos base seria comentado por duas pessoas na sessão em que seria apresentado, e foram constituídos quatro grupos de quatro pessoas cada, incluindo o autor do texto, para fazer "redacção síntese", tendo em conta o trabalho no seminário. Entretanto, com data de 13 de Março, tinha seguido para todos os convidados o documento "Informação geral e programa", acompanhando três dos textos base já elaborados.

Em seminário

"Está previsto que os participantes cheguem ao Colégio de N. S. da Graça, em Vila Nova de Milfontes, Segunda-feira dia 4 de Abril, até às 21.30h, para a realização de uma reunião destinada a fixar definitivamente o programa e ajustar questões organizativas". Esta indicação vem expressa no documento de informação geral referido que incluía a lista completa dos participantes, o programa do seminário, os temas que seriam objecto de discussão e a ordem por que seriam abordados, bem como indicações de carácter prático e sobre o funcionamento do seminário. Este documento dava particular atenção às "Sessões plenárias matinais", dedicando-lhes um texto em página separada, com orientações pormenorizadas para o seu desenvolvimento. "Estas sessões", diz-se no texto, "terão a duração aproximada de uma hora e um quarto e decorrerão do seguinte modo:

— durante os primeiros vinte a trinta minutos, será feita uma breve exposição das principais questões (propostas, alterações ao texto base, etc), surgidas nas discussões de grupo do dia anterior.

— o autor do texto que introduz o tema a ser discutido durante esse dia fará uma apresentação do mesmo (max. 15 min.).

— seguir-se-ão duas críticas ao documento, feitas por dois participantes (2 × 15 min.)."

O mais interessante todavia, e porventura, em alguma medida, mais invulgar, são as considerações aí feitas sobre o que se esperava do comentário aos textos e sobre a forma como estes deviam ser encarados. Estas considerações revelam bem a importância dada à análise crítica e à discussão dos documentos, bem como ao envolvimento de todos os participantes nos trabalhos, para uma efectiva apropriação das orientações e recomendações curriculares que viessem a ser produzidas.

As duas críticas a realizar no início da sessão destinavam-se a "abrir a discussão" que iria decorrer ao longo de todo dia. Importava, portanto, não "esgotar a discussão mas motivá-la", sublinhando-se que os comentadores, através de "uma leitura ainda mais cuidada" do texto, deviam identificar não apenas "as insuficiências, as afirmações mal apoiadas e as questões importantes que não foram consideradas", mas igualmente "as deficiências de estrutura" e "questões de estilo" do texto apresentado. Para além disto, recomendava-se a adopção de "uma perspectiva tão larga quanto possível" na crítica aos textos que devia ser "incisiva e franca", sem

Grupo de trabalho 1, no tema 3 — Quinta-feira, dia 7. [Da esquerda para a direita: João Pedro da Ponte, Dinis Pestana, Odete Bernardes, Ana Leitão [de costas], Leonor Santos.

Grupo de trabalho 4, no tema 4 — Sexta-feira, dia 8. [Da esquerda para a direita: Eduardo Veloso, José Henrique Portela [de costas], Maria José Delgado, Odete Bernardes, Alice Inácio [encoberta] e Raul Carvalho [fotografias de H.M.Guimarães]

temer considerar o texto "no todo ou em parte, muito insuficiente ou necessitando de uma remodelação completa". Estas considerações terminam salientando que os documentos propostos deviam ser vistos como "pontos de partida" e encarados, não como sendo "*dirigidos* aos participantes do seminário, mas destina[ndo]-se a ser *assumidos* por estes, depois de alterados ou substituídos" (itálicos no original).

Foi esta a informação enviada, com o programa do seminário e os textos preliminares, aos convidados a participar no seminário que vieram de várias regiões do país — Bragança, Castelo Branco, Coimbra, Covilhã, Lisboa, Porto, Setúbal e Viana do Castelo — e de diversas instituições — escolas, universidades, escola superiores de educação e serviços do ministério — cobrindo os vários níveis de escolaridade, do ensino primário ao ensino superior. Em Milfontes, Lurdes Figueiral, à época professora no colégio onde o seminário decorreu, foi quem recebeu os participantes e garantiu a sua acomodação, bem como o apoio necessário ao seu desenrolar.

"Durante quatro dias, de manhã à noite, 25 professores e investigadores discutiram alguns dos problemas essenciais da renovação do currículo de Matemática dos ensinos básico e secundário. Correspondendo a um convite da Associação de Professores de Matemática, reuniram-se num seminário que decorreu entre 5 e 8 de Abril nas instalações do Colégio de Nossa Senhora da Graça em Vila Nova de Milfontes". É assim que começa a introdução do *livrinho amarelo* "Renovação do currículo de Matemática" (ver páginas 9–11 desta revista) onde se reuniram os textos apresentados, discutidos e trabalhados no seminário.

Seguindo de perto o programa anunciado, os trabalhos começavam cedo, depois do pequeno almoço servido no colégio onde todos os participantes estavam alojados. Iniciavam-se com a sessão plenária relativa ao tema agendado, a que se seguia o trabalho em pequenos grupos só interrompido para o almoço, igualmente servido no colégio. No final da tarde, dedicada a um "tema especial", outra sessão plenária encerrava o dia de trabalho (recordo que Franco Oliveira e Dinis Pestana, ambos da Faculdade de Ciências de Lisboa, falaram de Geometria e Estatística respectivamente).

Em cada um dos quatro dias do seminário, funcionaram quatro grupos de trabalho com cinco ou seis pessoas, previamente constituídos e de forma a que, de dia para dia, cada grupo tivesse uma composição diferente, também com alguma diversidade no que respeita ao vínculo institucional dos seus elementos. O primeiro tema a ser trabalhado foi "Os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o ensino da Matemática", no segundo dia discutiu-se "A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor", depois, o terceiro dia foi dedicado ao tema "Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática" e, por fim, no último dia, "O estilo e a organização desejáveis para o currículo de Matemática nos vários níveis".

Dia a dia, tema a tema, cumpriu-se o programa previsto, com a apresentação e comentário inicial dos textos previamente preparados e recebidos pelos participantes com antecedência; com o trabalho nos grupos, em salas separadas, a analisar e discutir, demorada e detalhadamente, cada texto, onde os sublinhados e pontos de interrogação, emendas, acrescentos e outras anotações aumentavam à medida que a discussão decorria; com o trabalho das equipas de relatores que, no final de cada dia, elaboraram as sínteses da análise dos vários grupos, a serem apresentadas no início da sessão plenária matinal do dia seguinte.

Dia a dia, texto a texto, cada um dos temas propostos foi trabalhado num ambiente em que se sentia a 'presença' dos primeiros *Standards* NCTM, acabados de divulgar em versão *working draft*, mas que vários dos presentes conheciam e que tiveram uma influência importante nos textos

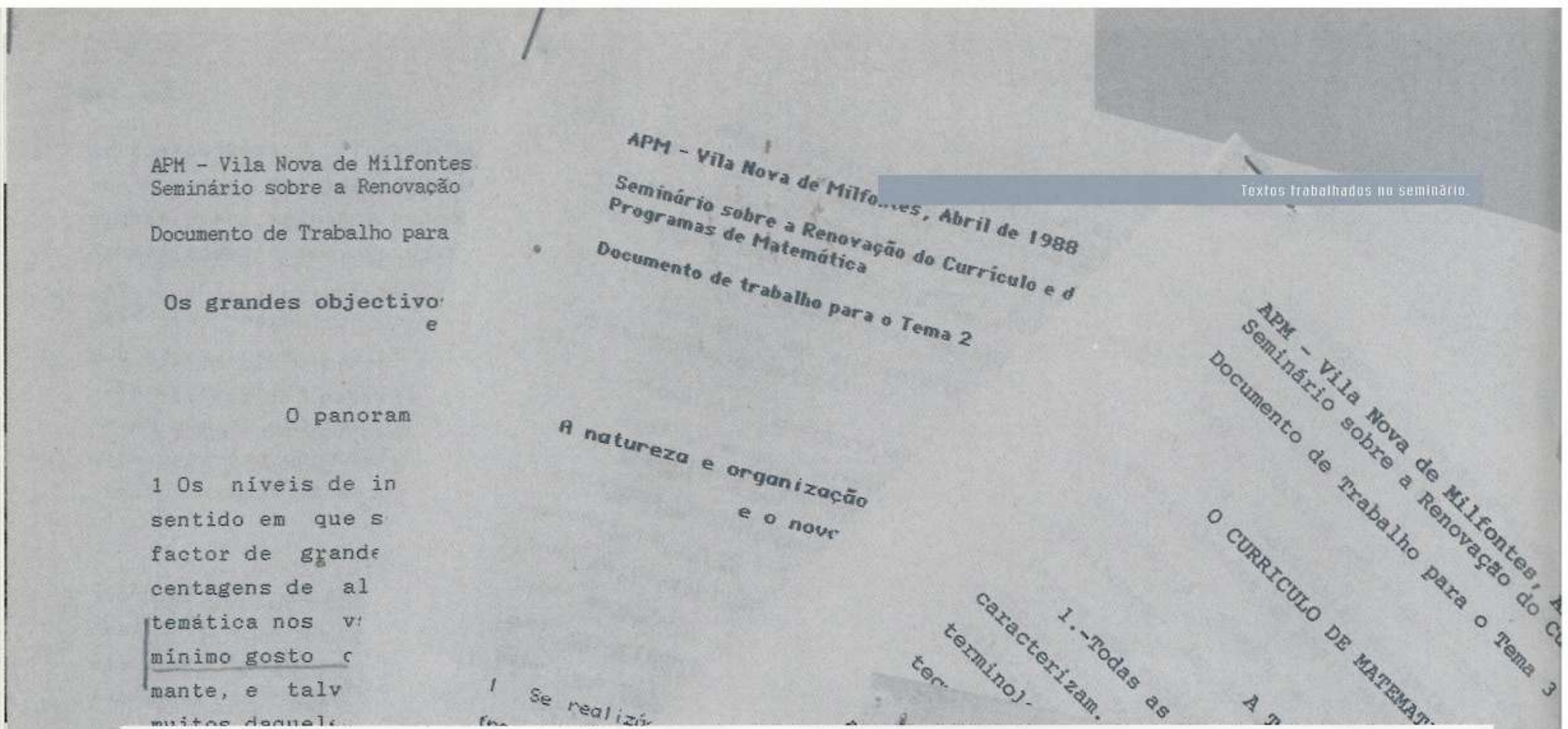
Em almoço [ou jantar?]. De frente para trás do lado esquerdo: José Henrique Portela e Paulo Abrantes; e, do lado direito: Darlinda Moreira, Lurdes Figueiral, Leonor Santos, Odete Bernardes, Cristina Loureiro, Maria José Delgado, Jaime Carvalho e Silva e João Pedro da Ponte [fotografia de H.M.Guimarães].

apresentados, três dos quais os referiam directamente. Desse trabalho, recolheram-se contributos de cada um dos grupos que, manuscritos ou dactilografados, chegaram às equipas que iriam elaborar o documento final, tendo sido alguns deles mesmo policopiados e distribuídos no seminário. Por exemplo, do tema 2 — sobre a natureza das actividades de aprendizagem — em que o texto em análise, ao que me lembro, levantou alguma polémica, o grupo de relatores, para além das questões de consenso, apresentou uma "proposta para alguns pontos controversos do texto base" respectivo, com formulações alternativas para esses pontos. E, do tema 3 — sobre as calculadoras e computadores — o "Relato dos relatores", na síntese da discussão em que apresentou os "comentários, críticas e sugestões" ao texto base, consensuais nos vários grupos, recomendava sobre as calculadoras, por exemplo, "detalhar mais a sua utilização", "fundamentar com resultados da investigação", incluindo uma menção à "aproximação dos computadores". E, relativamente a estes últimos, saliento as recomendações para "desenvolver a referência aos programas [computacionais] de demonstração", para "destacar mais a folha de cálculo", "explicar melhor a utilização dos programas de gráficos estatísticos" e "reduzir a referência aos programas de manipulação simbólica". Entre as recomendações de apenas alguns grupos, fica aqui o registo da necessidade de "dar mais indicações acerca do possível papel no ensino da Matemática de outras tecnologias, nomeadamente ligadas ao vídeo e telecomunicações" e de "descrever com pormenor (e de desmontar) os diversos argumentos usualmente avançados contra a utilização das calculadoras" e a interrogação: "Computadores na sala de aula no Ensino Primário: opção a curto ou a médio prazo?"

No decurso dos trabalhos, vieram ainda 'a lume' duas questões que o seminário não aprofundou mas que mereceram alguma atenção: a avaliação das aprendizagens e a formação de professores. Num caso e noutro, trata-se de duas questões que são ainda hoje questões de grande importância, problemáticas e como sabemos tantas vezes sujeitas a controvérsia.

Sobre a primeira, com várias referências nos grupos, Paulo Abrantes viria a elaborar um curto documento que foi distribuído no último dia dos trabalhos. Este documento de uma página faz curtas menções a princípios e instrumentos de avaliação mas, fundamentalmente, chama a atenção para a necessidade do aprofundamento da questão no âmbito da APM.

Em relação à formação de professores, durante o seminário circulou um documento mais desenvolvido (sete páginas) — "Formação de professores - várias inquietações e uma emergência" — salvo erro da responsabilidade de Raul Carvalho, onde se faz uma breve análise do panorama no nosso país, na altura com uma reforma educativa em curso. "Será que estão a ser tidas em conta, nos programas de For-



mação Inicial, as preocupações expressas nos documentos da Reforma Educativa?", pergunta-se no documento, "será que as universidades, só por si, darão resposta (também quantitativa, no caso da Matemática) às necessidade do sistema?". Como ilustração, é apresentada a situação das escolas secundárias do distrito de Setúbal relativamente às habilitações profissionais dos professores de Matemática — "209 (duzentos e nove) horários, em 515, atribuídos a docentes sem habilitação própria, num distrito confinante com Lisboa" — chamando-se a atenção para a necessidade de uma "solução de emergência" que respondesse com eficácia ao problema que se assumia como muito generalizado. Era preciso "procurar caminhos inovadores" para a formação, nomeadamente a inicial, e com urgência "tomar medidas que dignifiquem a carreira docente, particularmente a de professor de Matemática, e aliciem os jovens para aquela profissão".

Passados vinte anos

O "Seminário de Milfontes" foi uma das primeiras realizações da APM e, com a publicação "Renovação do currículo de Matemática" que resultou do trabalho aí desenvolvido, está ainda hoje entre as realizações mais relevantes da APM que ficou na história pela sua importância e influência, nomeadamente no que se refere ao processo de renovação curricular do ensino da Matemática. Ficou certamente também na memória dos que tiveram a oportunidade de nele participarem, pelo ambiente que aí se viveu, durante os trabalhos e nos momentos de descanso e convívio, pelas discussões estimulantes que tiveram lugar, pelo sentimento de participação num trabalho colectivo com objectivos muito partilhados.

"O desafio que se nos coloca hoje", diz-se no texto preparado para o primeiro tema do seminário, é "enfrentar uma situação complexa que envolve problemas relativos aos lugar da escola na sociedade, ao estilo e organização do currículo, à natureza das actividades escolares e ao papel dos professores, à influencia da tecnólogia". Passaram vinte anos e é verdade que muitos passos importantes, e na direcção certa foram dados, mas reconheceremos todos a perturbante actualidade do que é dito nesta frase. O que, parece-me, só quer dizer que apenas resta insistir, insistirmos. E, tal como também é dito no mesmo texto, sublinhar que "o êxito de um processo de renovação exige a colaboração dos vários sectores intervenientes ou potencialmente interessados", que mudanças efectivas nas escolas só são possíveis congregando para a discussão "das questões ideológicas ou dos problemas práticos", esses interessados e intervenientes, que é preciso ganhar para essa discussão "a generalidade dos professores de Matemática, os alunos, a comunidade dos matemáticos, as autoridades educativas e escolares, e a própria opinião pública". Neste esforço, não penso que seja excessivo dizê-lo, a APM pode e deve estar (ainda) mais presente, pode e deve ter um papel (ainda) mais forte.

Notas

1 Num registo manuscrito com apontamentos dessa reunião, tenho ainda anotado a presença de Eduardo Veloso, João Pedro da Ponte e Paulo Abrantes (da comissão organizadora do seminário, de que também fiz parte) e, ainda, Lurdes Serrazina e Odete Bernardes.

2 Na verdade, com uma ligeira modificação na formulação no último tema: "Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino aprendizagem da Matemática". Trata-se de documento não datado nem assinado que não sei se foi discutido na reunião mencionada ou se resultou dela.

3 Para os quatro temas centrais do seminário — Os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o Ensino da Matemática, A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor, Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e O estilo e a organização desejáveis para o currículo de matemática nos vários níveis — foram produzidos textos base elaborados, respectivamente, por Paulo Abrantes, Eduardo Veloso com a participação de Lurdes Serrazina, João Pedro da Ponte e Henrique Manuel Guimarães.

Henrique Manuel Guimarães
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Renovação do Currículo de Matemática
— O 'livrinho' amarelo

Henrique Manuel Guimarães

Do Seminário de Milfontes, que a Associação de Professores de Matemática promoveu em Abril de 1988 sob o lema da *Renovação do Currículo de Matemática* (ver páginas 3–8 desta revista), resultou uma pequena brochura cuja primeira edição logo se seguiu ao seminário, publicada no mês Maio. No 'económico' formato A5, que caracterizou as primeiras publicações da APM, e em cerca de noventa páginas, reuniam-se numa edição 'agrafada' os textos trabalhados no encontro, já numa versão que contemplava os contributos da discussão a que cada um deles tinha sido submetido, nos quatro dias que o encontro durou.

Tomando para título o lema do seminário, a capa amarela da publicação incluía como subtítulo "*Documentos para discussão — I*", a encimar os cinco pontos do 'sumário' do livro, postos em destaque no centro da capa pelo bordo negro do rectângulo em que se inscreviam. "*Critica, Altera, Participa*" é o 'rodapé' do sumário, com letras de caixa alta, enfatizando o apelo à continuação do debate e ao seu alargamento aos associados da APM e a mais professores de Matemática. Estávamos em tempos de reforma educativa e os novos programas anunciavam-se.

Se a primeira edição da *Renovação do Currículo de Matemática* saiu em Maio, produzida em 500 exemplares, a segunda, distribuindo mais 400, foi publicada ainda no mesmo ano, em Novembro, mantendo a mesma capa, agora cartonada e numa encadernação a cola. Entretanto, o Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério de Educação tinha publicado em Julho uma edição de 2000 exemplares, numa iniciativa da Comissão de Reforma do Sistema Educativo que, reconhecendo a importância do documento, o editava para uma distribuição mais ampla pelas escolas. Esta edição integrou uma colecção de "Estudos" da responsabilidade da Comissão que, como consta na contracapa do livro, justificou o patrocínio da "reflexão produzida sobre a 'renovação do currículo de Matemática', em iniciativa originária da Associação de Professores de Matemática", pela importância desta disciplina, tendo como seguro que ela seria "um dos pilares do currículo da escolaridade básica", qualquer que fosse a organização que esse currículo viesse a assumir. Assim,

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

RENOVAÇÃO DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

Documentos para discussão - I

1. A situação actual e o passado recente do ensino da Matemática.
2. Um currículo para Educação Matemática. Alguns pressupostos, princípios e orientações.
3. Os grandes objectivos para o ensino da Matemática.
4. A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor.
5. O currículo de Matemática e as novas tecnologias.

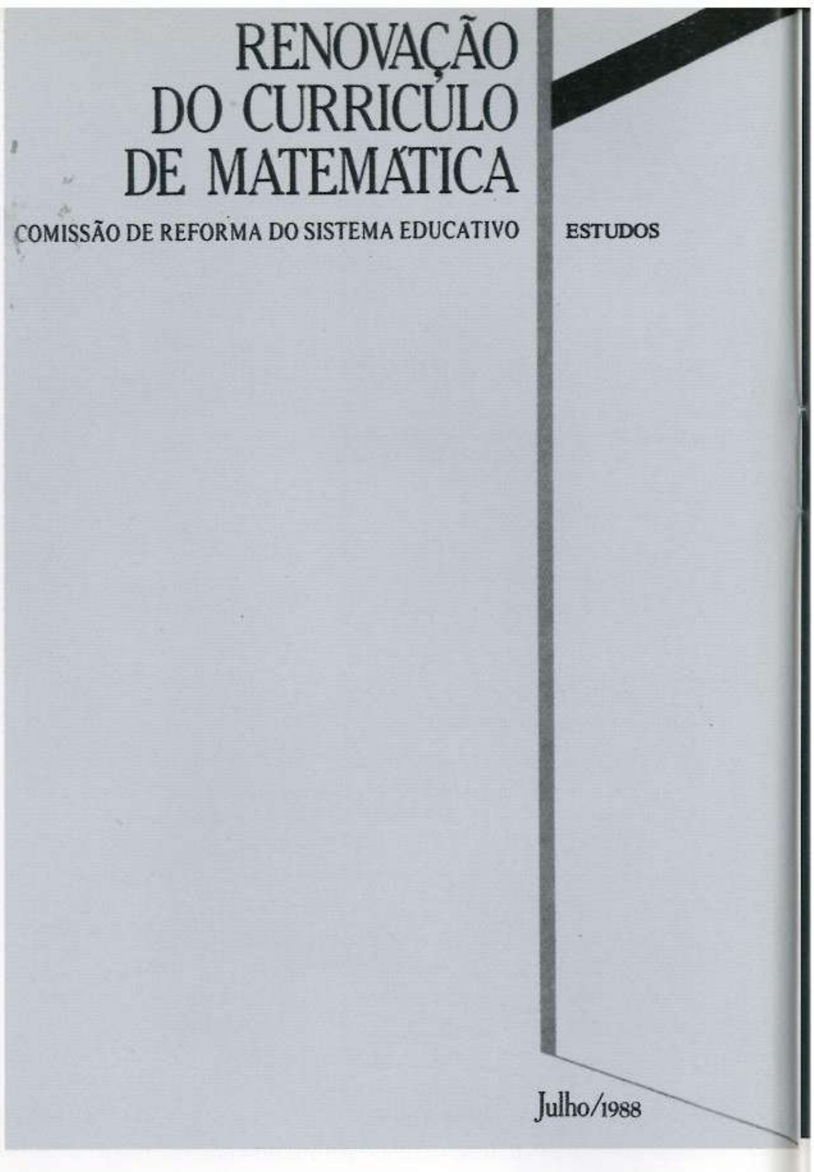
CRITICA∗ALTERA∗PARTICIPA

Seminário de V. N. de Milfontes Abril 1988

Capa da 1ª edição

acrescenta ainda a nota da contracapa: "promove-se agora a divulgação dos textos produzidos, de forma a facultar o seu conhecimento às diferentes escolas e permitir um debate alargado"[1].

Não tinham ainda passado dois anos e a APM lançava, em Abril de 1990, a terceira edição do livro com mais 750 exemplares[2]. Assim, o 'livrinho amarelo'[3], apenas em edições da responsabilidade da Associação, ultrapassava em exemplares o número dos seus associados que, por essa altura, não iria muito além dos 1500 (no final desse ano chegaria aos 2000).

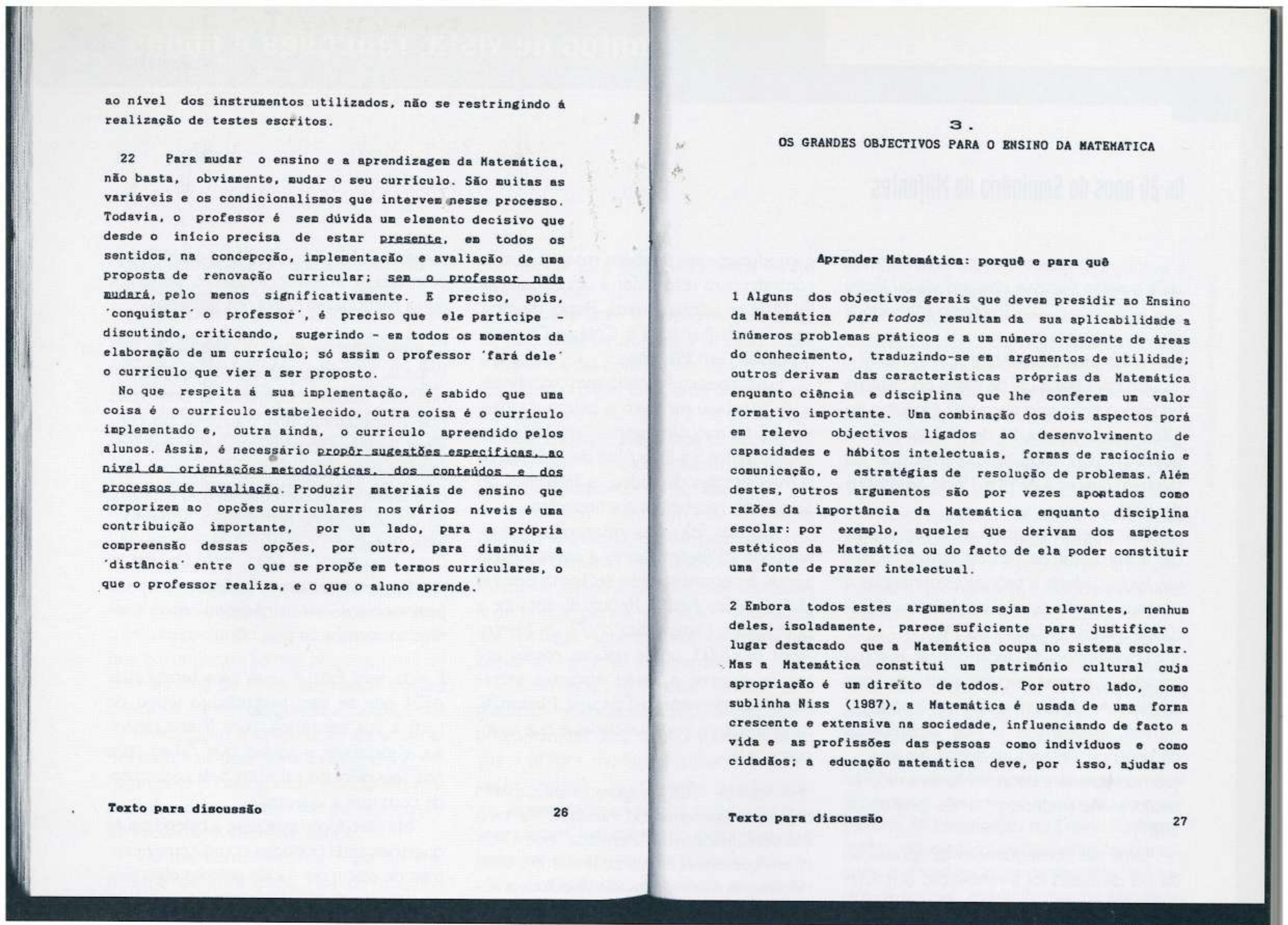


Nesta página: Capa da edição do GEP—ME.
Na página seguinte: 1ª edição, pp. 26—27.

Para uma discussão sustentada entre os professores

O Seminário de Milfontes foi proposto para discutir com sustentação e profundidade um conjunto de questões que na altura se consideravam essenciais para a renovação do currículo de Matemática, tendo em vista a produção de um documento com as principais ideias e orientações curriculares relativamente a essas questões. "Os textos que a seguir se apresentam", diz-se na introdução da primeira edição do livro que resultou daquele encontro, "são o produto do trabalho realizado [no seminário] e constituem documentos para submeter agora a um debate alargado entre todos os membros da Associação e, em geral, entre os professores de Matemática" (p. i).

Quatro foram os textos previamente redigidos para serem trabalhados no seminário, e quatro são os capítulos que constituem o núcleo do livro, apresentados na seguinte sequência: "Um currículo para Educação Matemática: alguns pressupostos princípios e orientações", "Os grandes objectivos para o ensino da Matemática", "A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor" e, "O currículo de Matemática e as novas tecnologias". Estes capítulos correspondem aos textos base do seminário, existindo ainda um capítulo introdutório de contextualização — "A situação actual e o passado recente do ensino da Matemática" — que foi redigido a partir de dois daqueles textos para evitar repetições. A primeira edição foi composta e paginada na 'sede' da APM, então na avenida 24 de Julho em Lisboa, adoptando-se, em cada um dos capítulos, a redacção por parágrafos numerados que tinha sido decidida para os textos apresentados no seminário. O original para duplicação, salvo erro, foi produzido numa impressora de agulhas e, em todas as páginas, o rodapé "Texto para discussão" sublinhava a intenção da publicação que a Direcção da APM assumia na sua introdução: "A principal observação que deve ser feita a propósito dos textos que agora se publicam é a de que eles constituem um conjunto de documentos para discussão" (p. iii). Ao apelo para o estudo, crítica e comentário alargado entre os professores de Matemática — "sejam ou não sócios da APM" — das ideias e orientações que o livro apresentava, a Direcção acrescentava ainda que os documentos reunidos na publicação não deviam ser vistos "como posições da Associação, senão no sentido em que constituem material para reflexão e discussão"



ao nível dos instrumentos utilizados, não se restringindo à realização de testes escritos.

22 Para mudar o ensino e a aprendizagem da Matemática, não basta, obviamente, mudar o seu currículo. São muitas as variáveis e os condicionalismos que intervem nesse processo. Todavia, o professor é sem dúvida um elemento decisivo que desde o início precisa de estar presente, em todos os sentidos, na concepção, implementação e avaliação de uma proposta de renovação curricular; sem o professor nada mudará, pelo menos significativamente. E preciso, pois, 'conquistar' o professor', é preciso que ele participe - discutindo, criticando, sugerindo - em todos os momentos da elaboração de um currículo; só assim o professor 'fará dele' o currículo que vier a ser proposto.

No que respeita à sua implementação, é sabido que uma coisa é o currículo estabelecido, outra coisa é o currículo implementado e, outra ainda, o currículo apreendido pelos alunos. Assim, é necessário propôr sugestões específicas, ao nível da orientações metodológicas, dos conteúdos e dos processos de avaliação. Produzir materiais de ensino que corporizem as opções curriculares nos vários níveis é uma contribuição importante, por um lado, para a própria compreensão dessas opções, por outro, para diminuir a 'distância' entre o que se propõe em termos curriculares, o que o professor realiza, e o que o aluno aprende.

Texto para discussão 26

3.

OS GRANDES OBJECTIVOS PARA O ENSINO DA MATEMATICA

Aprender Matemática: porquê e para quê

1 Alguns dos objectivos gerais que devem presidir ao Ensino da Matemática *para todos* resultam da sua aplicabilidade a inúmeros problemas práticos e a um número crescente de áreas do conhecimento, traduzindo-se em argumentos de utilidade; outros derivam das caracteristicas próprias da Matemática enquanto ciência e disciplina que lhe conferem um valor formativo importante. Uma combinação dos dois aspectos porá em relevo objectivos ligados ao desenvolvimento de capacidades e hábitos intelectuais, formas de raciocínio e comunicação, e estratégias de resolução de problemas. Além destes, outros argumentos são por vezes apontados como razões da importância da Matemática enquanto disciplina escolar: por exemplo, aqueles que derivam dos aspectos estéticos da Matemática ou do facto de ela poder constituir uma fonte de prazer intelectual.

2 Embora todos estes argumentos sejam relevantes, nenhum deles, isoladamente, parece suficiente para justificar o lugar destacado que a Matemática ocupa no sistema escolar. Mas a Matemática constitui um património cultural cuja apropriação é um direito de todos. Por outro lado, como sublinha Niss (1987), a Matemática é usada de uma forma crescente e extensiva na sociedade, influenciando de facto a vida e as profissões das pessoas como indivíduos e como cidadãos; a educação matemática deve, por isso, ajudar os

Texto para discussão 27

(p. iv). E, para além disto, chamava a atenção que os textos produzidos não abarcavam todos os grandes problemas da renovação do currículo de Matemática. De fora, como é dito, tinham ficado temas e problemas relativos "às condições necessárias para a implementação de um novo currículo", bem como a questões como "critérios específicos de escolha de conteúdos", "princípios formas e instrumentos de avaliação do trabalho dos alunos", "formação de professores" e "mecanismos de reavaliação global do próprio currículo" (p. iv).

O livro "Renovação do currículo de Matemática" está entre as primeiras publicações da APM, que começaram a surgir logo em 1986, ano da criação da Associação, e na sua maioria traduziam preocupações com o currículo de Matemática, incidindo sobre questões gerais de orientação curricular ou sobre aspectos particulares do seu desenvolvimento. Em 1988, vivia-se um clima de reforma no ensino e sabia-se que os novos programas de Matemática estavam para vir. Com o seminário de Milfontes e o livro que dele resultou, a APM dava um contributo importante para a reflexão e debate necessários sobre o sentido da mudança que se desejava para esses programas, naturalmente, mas também para as práticas em aula, tendo em vista a melhoria do ensino e das aprendizagens em Matemática.

Notas

1 Na capa desta edição existe alguma ambiguidade relativa à responsabilidade da iniciativa da elaboração do documento, ambiguidade que se mantém no verso da folha de rosto, onde, porventura por desconhecimento, é dito: "Documento elaborado no âmbito das actividades da Comissão de Reforma do Sistema Educativo pela Associação de Professores de Matemática".

2 Uma 4ª edição de 500 exemplares seria ainda realizada em Dezembro de 1995, elevando a tiragem total para 2150 exemplares, hoje totalmente esgotada.

3 Há pouco tempo, escrevia já este texto, muito espantado fiquei quando descobri que o João Pedro da Ponte possui um exemplar de capa verde clara. Uma excepção, rara certamente, que não sei explicar.

Henrique Manuel Guimarães
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

Os 20 anos do Seminário de Milfontes

é o nosso começo que visitamos,
não o nosso fracasso, obscuridade ou limite
Tolentino Mendonça

Foi há 20 anos e era Abril!

Em Portugal, a Lei de Bases do Sistema Educativo tinha sido aprovada em Julho de 1986 e publicada a 14 de Outubro, havia portanto dois anos, tempo esse que viu também nascer a APM a 19 de Setembro de 1986.

Era o tempo, há 20 anos, de começar a entrançar os fios de tantas iniciativas avulsas, ideias e teorias, experiências e vontades, como as que surgiram na década inaugurada em Abril de 74.

Era o tempo de lançar pedras às águas paradas e formar círculos cada vez mais amplos. As águas moviam-se, encrespavam-se, agitavam-se e nós dizíamo-nos da urgência de não as deixar aquietar... (como escrevia a Leonor Moreira na *Educação e Matemática*, nº 1 de Janeiro de 1987)

Uma das consequências da aprovação da Lei de Bases foi a renovação dos Currículos e dos Programas do Ensino Básico — que, estruturado em três ciclos, elevava para 9 anos a escolaridade obrigatória — e do Ensino Secundário – que passou a integrar, como ano próprio deste ciclo, o 12º.

Com um ano de vida, a APM, no ProfMat87 em Bragança, define a *Renovação dos Currículos e dos Programas* como o seu principal tema de trabalho para o ano 87/88 e, terminado esse ProfMat, começa a preparar um Seminário com a finalidade de se dedicar ao estudo, à discussão e à elaboração de propostas de reflexão sobre o tema — fulcral no âmbito da Reforma Educativa então no terreno — de forma a promover um debate alargado do mesmo.

Por razões absolutamente circunstanciais — dessas sortes que se têm na vida — e pela mão do Eduardo Veloso, tive o privilégio de ser a anfitriã do Seminário.

Eu quase iniciava a minha carreira profissional. Tinha terminado o meu curso e feito o estágio no Porto, donde sou natural e onde tinha decorrido, até então, a minha vida. Fiquei imediatamente efectiva e imediatamente também rescindi o meu contrato para responder a um convite de D. Manuel Falcão, à data Bispo de Beja, para ir trabalhar para o Colégio Diocesano situado em Milfontes.

Eu já amava o Alentejo sem o conhecer e ele retribuiu-me com a beleza daquele lugar. E foi naquele lugar — em Milfontes — que, entre 5 e 8 de Abril de 1988, eu fiz o mais simples de todos os trabalhos do Seminário: receber os participantes.

Volvidos 20 anos, retorno ao Seminário de Milfontes, como a esses lugares aonde incessantemente se torna porque são o nosso futuro. Retiro da estante a Educação e Matemática nº 72, de Março/Abril de 2003, onde, poucos meses antes de morrer, o Paulo Abrantes escrevia o seu derradeiro Editorial, Matemática, projectos e oportunidades e que assim começava:

"Em Abril de 1988, faz agora 15 anos, a APM organizou um seminário intitulado "Renovação do Currículo de Matemática", numa altura em que estava em curso uma importante reforma do sistema educativo, incluindo a elaboração de novos programas para todas as disciplinas. Do seminário, saiu um livro com o mesmo título que vale a pena recordar."

Volvidos 20 anos, retorno a esse livro — ao *Livrinho Amarelo*, como familiarmente o conhecemos. E detenho-me, sobretudo, na Introdução (se me lembro, esta *Introdução* foi escrita pelo próprio Paulo, enquanto membro da Direcção de então), retendo alguns aspectos desta realização que me parecem, ainda hoje, essenciais:

1. "A prioridade atribuída a este tema [a renovação do Currículo] não precisa de ser justificada (...) de tal modo a reforma do sistema educativo se impôs como o foco central de debate na área da Educação no nosso país."

Uma lição associativa dos nossos primeiros anos de vida: a atenção aos temas e aos momentos candentes da Educação, a intervenção pública qualificada (porque preparada), a facilitação da reflexão e do debate...

2. "Uma comissão organizadora preparou (...) e concebeu uma forma de funcionamento colectivo em Vila Nova de Milfontes destinada a envolver todos os presentes numa participação activa nos trabalhos."

O envolvimento activo, a construção participada, o debate iluminador mostraram que um trabalho conjunto é bem mais que o somatório dos trabalhos do conjunto e estes são processos que, resistentemente, talvez seja importante manter operantes na Escola, entendendo esta, ainda, como lugar de referência e aprendizagem social.

3. "Os participantes no seminário (...) são professores de vários níveis de ensino e de diversos pontos do país..."

E esta sim! Esta é uma característica da APM que se tem mantido ao longo de toda a sua existência, com frutos pessoais, associativos e sociais que, talvez para nós, seja difícil de valorizar, pela naturalidade com que a vivemos...

Na *Introdução* segue-se a referência às questões seleccionadas como temas centrais de discussão — *Os grandes objectivos e as orientações fundamentais para o ensino da Matemática; A natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor; Os computadores e as calculadoras e o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e O estilo e a organização desejáveis para o currículo de Matemática nos vários níveis* — e explica-se como deram lugar aos documentos finais, com a reformulação feita no decorrer dos trabalhos do Seminário e que contemplou também a inclusão de um capítulo introdutório: *A situação actual e o passado recente do ensino da Matemática.*

Só pelo enunciar dos temas, percebemos que, precocemente, a APM catapultou para o terreno e para o debate público, a vontade de mudança que então se vivia e as inquietações que, ao longo destes últimos 20 anos, têm mobilizado os professores de Matemática e os investigadores em Educação no nosso país. E se relermos os documentos percebemos que, com excepção dos aspectos mais datados como podem ser os que se prendem com as "novas tecnologias" (com os exemplos referidos, não com os princípios consignados), a actualidade do que aí é dito não só permanece, como nos sabe a novo.

Não queria ainda deixar de referir duas observações e um agradecimento com que esta *Introdução* termina. As observações são sobre a "não uniformidade" no tratamento das questões abordadas e sobre a "não exaustão" do elenco dos temas considerados de maior importância. Hoje parecem-me significativas estas observações. Significativas de uma atitude não paralisada nem paralisante, que não se assusta, nem com as diferenças, nem com a dimensão dos problemas a enfrentar. E o agradecimento, "um agradecimento muito profundo (...) a todos os colegas que participaram [e que prescindiram] de uma semana de férias, abdicando do seu descanso e interrompendo as suas tarefas de investigação e preparação de actividades escolares, para corresponderem generosamente e com grande sentido das responsabilidades ao convite da Associação de Professores de Matemática."

Faz-me bem esta "fala". Fala de gratidão e de gratuidade. Fala de trabalho colaborativo. Fala de responsabilidade, preparação, reflexão, intervenção.

Volvidos vinte anos, esta fala reconcilia-me com o sentido da minha vocação educadora. Restaura em mim a confiança e a esperança na Escola. E leva-me a ultrapassar a desistência diante das ameaças que a cercam.

Lurdes Figueiral

Renovação do Currículo de Matemática

A resposta imediata é que as ideias preconizadas neste documento são difíceis, muito difíceis de implementar. Elas exigem do professor conhecimento matemático abrangente e seguro, uma formação didáctica sólida e consistente. Exigem também condições para o desenvolvimento profissional que não estão ainda muito disseminadas.

Há vinte anos houve uma bela onda de ilusão. Apesar do que já se sabia sobre a influência das concepções dos professores, sobre o papel das parcerias e dos recursos, sobre a formação e os constrangimentos sociais, entre outras coisas, não se pensou que a implementação de muitas das ideias propostas iria ser tão difícil.

Não quero dizer com esta afirmação que não se deveria ter avançado para a divulgação daquelas ideias. Acho que foi um momento muito importante de discussão e de síntese para a educação matemática em Portugal. Aquele documento era necessário. Digo mais, indispensável.

Penso que, se tivesse havido uma maior consciência das dificuldades, talvez pudessem ter sido preconizadas e levadas à prática medidas facilitadoras dessa implementação. Talvez tenha havido alguma ingenuidade ao pensar que os professores iriam naturalmente organizar-se e trabalhar em equipa, que o acesso aos recursos educativos necessários iria ser fácil, que a ditadura dos manuais seria derrubada, que iriam existir boas condições de trabalho nas escolas. É importante lembrar que esse documento foi produzido num momento de mudança educativa global, em que muitos de nós sentiram possível concretizar vários ideais educativos.

Para além do que escapou nesse documento e nas acções sobre a educação, o desenvolvimento tecnológico excedeu as expectativas. Há vinte anos não se imaginava a acessibilidade e potencial que hoje a internet nos dá, o desenvolvimento de software para aprender matemática, as actividades interactivas que existem.

Isto é, uma boa combinação do potencial tecnológico actual com uma atenção especial às dificuldades poderia ter criado algumas facilidades à implementação daquelas ideias.

Mas também não era previsível, ou pelo menos não era previsível pelos educadores matemáticos, matemáticos e professores que estiveram ligados à elaboração do documento, a evolução social e económica e as pressões decorrentes dessa evolução. Hoje exige-se uma escola muito mais eficaz, rentável e produtiva a curto prazo. Isso revê-se na exigência de bons resultados escolares em provas tipo exame. Este tipo de exigências são muito difíceis de conciliar com a perspectiva de desenvolvimento de competências prevista na renovação do currículo.

Sublinho aqui as ideias desenvolvidas no ponto "Sobre o novo papel do professor" (pp. 70 a 74). Entre estas destaco um novo papel que se afasta bastante da generalidade das práticas presentes, papel este que coloca o professor perante dificuldades que nunca se habituou a resolver. Destaco também as preocupações com as alterações necessárias na formação inicial e contínua. E ao reler estas preocupações com o trabalho do professor, quero evidenciar um parágrafo a meu ver muito significativo.

"63 No sentido de apoiar verdadeiramente o professor, devem ser criados núcleos ou centros de investigação no Ensino da Matemática, em contacto permanente com as escolas e envolvendo os professores dos vários níveis, que mantenham uma constante discussão acerca dos problemas da aprendizagem da Matemática e produzam material de apoio."

Dezassete anos depois, o programa de formação contínua em Matemática para professores do 1° ciclo começou a corporizar em algumas ESEs a ideia destes núcleos. Mas ainda estamos muito longe de concretizar a intenção preconizada em 1988.

Penso que houve um esforço por integrar algumas propostas de renovação. No entanto não podemos deixar de pensar nas marcas que estes últimos 20 anos trouxeram. Parece-me que uma das ideias mais saliente na nova proposta de programa foi a preocupação com a realidade. Entendo aqui realidade como o conhecimento sobre os professores e sobre as suas condições de trabalho.

Foi muito contido nesta proposta o esforço de inovação. Não há cortes com os programas anteriores. Continua a haver um domínio e uma sobrevalorização dos tópicos de conteúdo matemático relativamente aos conteúdos processuais, como a resolução de problemas e a comunicação.

Devo evidenciar o destaque dado às capacidades transversais. Tenho dúvidas, no entanto, se a organização do programa, tal como está, ajuda a implementar o desenvolvimento das capacidades transversais previstas.

Assim, parece-me que esta nova proposta de programa não é tão ousada quanto algumas ideias da Renovação do Currículo de Matemática me poderiam fazer pensar que seria possível vinte anos depois.

Pode parecer uma contradição afirmar que continua a haver necessidade de renovação.

Documentos como a *Renovação do Currículo de Matemática* serão sempre necessários. Mesmo não tendo um impacto muito grande nas práticas dos professores, eles são uma luz orientadora para onde nos queremos dirigir. Determinam assim muitas experiências inovadoras que são indispensáveis para conhecermos melhor como se aprende e quais as dificuldades e vantagens de determinadas metodologias de ensino.

Por exemplo, a realização de actividades de investigação, que tem tido alguma expressão nos nossos currículos praticados, decorre das orientações deste documento. A *Renovação do Currículo de Matemática* foi o primeiro documento público de ampla divulgação a referir e a apontar o potencial deste tipo de experiência de aprendizagem.

Uma nota final. A vivência em Mil Fontes da discussão da *Renovação do Currículo de Matemático* foi uma experiência profunda e marcante. Vinte anos depois poderia ser um catalizador de energias a elaboração de um novo documento, situado nos difíceis tempos de hoje. Para terminar e em jeito de reflexão.

"8 Todo o currículo é histórico. Cada época tem características (culturais, sociais, ...) diferentes que ao longo dos anos se vão modificando e que se repercutem na escola. De uma certa forma ou de outra, o currículo incorpora essas características e é, em termos educacionais, uma sua expressão."

Cristina Loureiro

1. O documento de Milfontes *Renovação do Currículo de Matemática* tem uma importância central na educação matemática portuguesa. Debruçando-se sobre uma questão central do ensino da Matemática — as grandes orientações curriculares — constitui na prática o seu manifesto fundador. Fá-lo com vigor, com ideias bem trabalhadas e com poder de comunicação, tendo desempenhado um papel importantíssimo nos primeiros anos da APM. Hoje, infelizmente, não é fácil obtê-lo — não existe, por exemplo, na loja virtual da associação. Há que consultá-lo em bibliotecas ou pedir a alguém uma fotocópia... É pena, pois é um documento que merece ser lido, discutido, analisado e perspectivado em termos históricos — como procuro fazer todos os anos nas aulas onde se trabalham questões de natureza curricular. Trata-se, indiscutivelmente, de uma referência incontornável sobre o ensino da Matemática em Portugal.

Este documento, como se sabe, teve como base quatro textos feitos por Eduardo Veloso, Henrique Guimarães, Paulo Abrantes e eu próprio. Quando releio a parte dedicada às novas tecnologias, onde tive especial envolvimento, penso que as grandes ideias continuam actuais. No entanto, presentemente é possível concretizá-las de formas muito mais eficazes do que as então propostas graças ao surgimento de softwares que na altura não existiam e à grande evolução da qualidade e quantidade dos recursos tecnológicos disponíveis nas escolas. Mas o meu capítulo favorito é aquele onde se fala da actividade matemática do aluno. Descontando uma certa dificuldade em falar da resolução de problemas (considerada como tradução pobre de *problem solving*), descreve-se de forma convincente o que pode ser o trabalho matemático na sala de aula. Fala-se de conceitos fundamentais como problemas, explorações, investigações, projectos, comunicação e argumentação matemática.

Claro que nada disto apareceu por acaso. No período que se seguiu ao primeiro ProfMat (1986 e 1987) muito se discutia em torno destas questões. Nos primeiros cursos de mestrado que então se realizavam na FCUL estudava-se o livro "A experiência matemática" de Philip Davis e Reuben Hersh e os textos de George Pólya sobre resolução de problemas. A versão *draft* dos *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* do NCTM foi discutida em diversas sessões organizadas para o efeito. As ideias sobre novas tecnologias fundamentavam-se nas perspectivas inovadoras de *Mindstorms* de Seymour Papert, o criador da linguagem Logo, então usada com grande entusiasmo em experiências pioneiras nos vários ciclos de ensino. Foi deste caldo de cultura, onde interagiam investigadores e professores, num contexto de discussões académicas e de realização de projectos, complementado naturalmente por muitas leituras e reflexões, que foram ganhando forma muitas das ideias que acabaram por ser vertidas no documento.

As perspectivas enunciadas no documento de Milfontes têm inspirado, ao longo dos anos, o trabalho de muitos professores e influenciaram os documentos posteriores de índole curricular. No entanto, se é verdade que certas passagens ainda hoje conservam plena actualidade, há outras que estão claramente datadas. Isso é verdade, por exemplo, no que respeita ao trabalho do professor — campo em que muito se estudou e aprofundou de então para cá. Trata-se de um aspecto que foi depois aprofundado no *Relatório Matemática 2001* — outro documento central na vida da APM — e em muitos estudos realizados noutros contextos institucionais. É também verdade no que se refere à concepção de currículo/programa, que conheceu entretanto várias concretizações no nosso país, nos diversos níveis de ensino. Na verdade, existe em Portugal uma rica experiência de documentos de índole curricular — programas de diversos tipos, planos de organização do ensino-aprendizagem, aspectos da competência matemática, brochuras, etc. — bem como em estudos sobre os documentos programáticos de outros países, que nos levam a compreender hoje muitas questões que seria impossível perceber em 1988.

2. As propostas de renovação curricular do documento de Milfontes devem ser vistas, por isso, na perspectiva do que realmente eram — uma sistematização e fundamentação da crítica ao "ensino tradicional" e ao falhanço da reforma da Matemática moderna. Esta crítica apoiava-se na perspectiva da resolução de problemas e da integração curricular das novas tecnologias, num quadro de valorização da actividade de investigação matemática e da utilização da Matemática em contextos diversos. As suas perspectivas gerais continuam perfeitamente válidas — e estão contempladas, de um ou de outro modo, nas orientações curriculares actuais. As formas de concretização sugeridas neste documento, em muitos pontos, hoje já não fazem grande sentido, dada a evolução verificada.

A passagem das "grandes ideias" à sua concretização prática é sempre muito mais complexa do que o que inicialmente se imagina. Por isso, o que se passa hoje em dia no ensino da Matemática em Portugal, nas salas de aula, não está em muitos casos consentâneo com o que se diz neste documento. Os problemas colocados pela concretização da renovação curricular envolvem vários níveis que mal foram abordados naquela altura: Como fazer a formação de professores? Como disponibilizar materiais inovadores aos professores e alunos? Quem os pode produzir e como? Como promover a sua qualidade? Como criar redes profissionais de suporte à mudança das práticas de ensino? Como transformar a avaliação de elemento de bloqueio em alavanca de mudança? Qual o papel das escolas nesse processo? E qual o papel e a responsabilidade das estruturas associativas?

3. Hoje em dia vivemos um novo período de mudança curricular no ensino básico. Existe uma oportunidade real de renovação, criada pela aprovação do novo programa de Matemática em Dezembro de 2007. Neste campo, o momento é muito mais de acção do que de discussão. O trabalho para o desenvolvimento do sentido do número, do sentido espacial, do pensamento algébrico dos alunos, o desenvolvimento das capacidades transversais — resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática —, a valorização das representações matemáticas e das conexões, do uso da tecnologia, da diversificação das tarefas, incluindo os contextos realistas, tudo isso são elementos centrais de um ensino da Matemática profundamente renovado, e são apontados por este programa.

Não me parece, por isso, que faça sentido reeditar Milfontes para fazer um novo documento de cunho curricular. Isso não significa, no entanto, que falte matéria para discutir no movimento associativo dos professores de Matemática. Pelo contrário, penso que é urgente uma reflexão aprofundada, sobre os *problemas actuais* no ensino da Matemática em Portugal: Quais são os factores que contribuem para que as aprendizagens matemáticas dos alunos continuem a ficar muito aquém do que pretendemos? Como lidar com estes factores? Como desenvolver a nossa capacidade de comunicação com os alunos, os pais e a sociedade, apresentando a uma visão estimulante sobre o ensino da Matemática e promovendo uma verdadeira educação matemática para todos? Como enfrentar a campanha *back to basics* que procura diariamente desacreditar o trabalho dos professores de Matemática e instituir o regresso ao ensino do passado justamente criticado em Milfontes? Como estabelecer uma base sólida de colaboração entre todos aqueles que se interessam genuinamente pelos problemas do ensino da Matemática, ultrapassando perspectivas corporativas e redutoras?

Recordar Milfontes em 2008 deve servir sobretudo para pensar nestas questões.

João Pedro da Ponte
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

O seminário de Vila Nova de Milfontes ficar-me-á para sempre associado a sentimentos fortemente positivos — a um grande entusiasmo para resolver problemas colaborativamente com outros, nos nossos tempos livres (o que quer dizer à noite), ao nascimento de amizades que resistem a 20 anos de "encontros e desencontros", e a um novo direccionamento do meu percurso profissional. Mas não foi sobre estes aspectos que me pediram que escrevesse estas linhas. Ficam para outro tempo e contexto ...

Não tenho dúvidas em afirmar que o seminário de Vila Nova de Milfontes foi um marco histórico no desenvolvimento curricular do ensino da Matemática em Portugal. De anos e anos de quase estagnação, foi iniciado um processo que dificilmente poderia vir a retroceder. Estava lançada uma dinâmica de atenção e discussão sobre o currículo de Matemática, quer no que respeita à sua natureza, princípios e orientações, quer às finalidades, objectivos e experiências matemáticas para a aprendizagem da Matemática.

Ao reler a publicação dos textos então produzidos, fica-nos uma primeira impressão de que tudo poderia ter a data de hoje. Afirma-se, por exemplo, que "o currículo, num sentido lato, é um conjunto organizado de objectivos, orientações metodológicas, conteúdos e processos de avaliação (...) um currículo deve possuir eixos fundamentais claros e explícitos" (APM, 1990, p. 25) e ainda que "a tarefa de renovar a Matemática escolar apresenta-se hoje muito complexa" (APM, 1990, p. 15), proposições certamente ainda hoje válidas e consensuais. Mas o reconhecimento da actualidade de muito que então era escrito, gera em mim uma grande perturbação. Passaram-se 20 anos, a sociedade mudou, criando novos desafios à Escola e ao ensino da Matemática, em particular. Já não somos os mesmos, de há duas décadas. Fomos evoluindo, à medida que aprendemos com as experiências profissionais que vivemos. Coloca-se então a questão: Será que um seminário de Vila Nova de Milfontes em 2008 publicaria textos exactamente iguais? Vou procurar responder a esta questão centrando-me exclusivamente na avaliação das aprendizagens em Matemática.

Os textos de Vila Nova de Milfontes não dedicam especial atenção à avaliação das aprendizagens, mas existem algumas referências feitas de forma articulada com outras dimensões, contribuindo, deste modo, para um tratamento de acordo com o que é afirmado sobre o currículo: "o currículo deve ser consistente, isto é, não deve ser contraditório nos seus pressupostos, princípios e orientações, bem como nos objectivos, metodologias e processos de avaliação que propõe; isto quer no interior de cada uma destas componentes quer entre cada uma delas" (APM, 1990, p. 29).

Entre as referências feitas sobre a avaliação sumativa, seja interna ou externa, ao caracterizar-se a situação que então se vivia, pode ler-se que:

> De um modo sumário, o panorama actual do ensino da Matemática nas nossas escolas é marcado por (...) uma avaliação consistindo quase exclusivamente em testes e exames dirigidos para aqueles objectivos [cognitivos de níveis mais baixos – memorização de factos, algoritmos e técnicas de resolução de tipos pré-estabelecidos de exercícios] (...) O ensino da Matemática não está orientado para desenvolver e avaliar os processos e estratégias de raciocínio, nem as capacidades necessárias para enfrentar e resolver problemas novos (...) Ao mesmo tempo, as actividades escolares são desprovidas de qualquer contexto e não admitem margem para dúvidas, apresentando a Matemática como uma disciplina do tipo "certo ou errado". (APM, 1990, pp. 10–11)

Do exposto, reconheço diferenças entre a realidade descrita e a actualidade. Embora os estudos entretanto desenvolvidos no âmbito das práticas avaliativas continuem a apontar para um uso predominante dos testes, começam a ser utilizados outros instrumentos de avaliação. Nos dias de hoje, procura-se testar não apenas objectivos de nível baixo, mas também a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação. Disso são prova alguma das questões das provas de aferição e do exame do 9º ano de escolaridade. Do mesmo modo, há a intenção de estabelecer relações explícitas entre a matemática e a realidade. É certo que muito há ainda a fazer. Ao restringir, por exemplo, a avaliação externa (seja ela exames ou provas de aferição) a um certo tipo de instrumento específico (prova escrita individual realizada sem consulta e em tempo limitado) estamos necessariamente a reduzir aquilo que é possível testar. Também nem sempre os contextos da realidade estabelecem relações significativas, não sendo mais do que uma estratégia usada por professores para motivar os alunos, isto é "um papel de embrulho" que se espera seja reluzente e atractivo. Assim, posso afirmar que estamos caminhando, mas que nos falta ainda muito a percorrer.

Nas diversas orientações para a avaliação, que se podem encontrar nos textos publicados do seminário de Vila Nova de Milfontes, podemos identificar (i) o foco na natureza formativa da avaliação, "ao nível das intenções privilegiando a sua componente formativa" (APM, 1990, p. 34); e (ii) o recurso a uma diversidade de processos avaliativos, "ao nível da forma, integrando desempenhos orais e escritos, individuais e de grupo, auto e heterocríticos" (APM, 1990, p. 34) e de instrumentos de avaliação, "ao nível dos instrumentos utilizados, não se restringindo à realização de testes escritos" (APM, 1990, p. 34), de modo a ser possível cobrir as múltiplas dimensões do saber matemático. Certamente que subscrevo estas orientações. Contudo, estou convicta que nos dias de hoje algumas destas ideias seriam mais clarificadas. É o caso do papel central do aluno nos processos avaliativos de natureza reguladora. Este papel é praticamente omisso em 1988 (a única referência que encontro é nos termos auto e heterocríticos do excerto anteriormente transcrito). Também no que respeita ao significado de avaliação formativa se pode identificar evolução, encarando-a actualmente como um processo que vai coexistindo com o ensino e aprendizagem, concretizada no quotidiano do trabalho da sala de aula, através de procedimentos mais ou menos informais marcados pela intencionalidade, como a observação e o feedback, oral e escrito.

Em síntese, e fazendo minha uma ideia apresentada recentemente em Portugal por Cathy Seely (ex-presidente do NCTM) à medida que vamos progredindo metas mais exigentes deverão ser definidas. Devemos ser continuadamente exigentes e nunca baixarmos os braços com o que já conseguimos fazer.

Leonor Santos, DEFCUL, CIE, DIFMAT, Projecto AREA

Milfontes 20 anos depois

Visto à distancia de 20 anos o Seminário de Milfontes e a publicação *Renovação do Currículo de Matemática* que dele resultou continuam, na minha perspectiva, a constituir um marco único na Educação Matemática portuguesa. Estávamos numa época de reforma educativa e entre os participantes no Seminário incluíam-se membros da equipa que no Ministério da Educação estava a elaborar os novos programas de Matemática. A partir de um conjunto de textos, elaborados previamente, por um grupo restrito, os participantes no Seminário realizaram uma discussão profunda dos mesmos, tendo daí resultado aquela publicação. De referir que, para além de outros, um dos documentos que influenciou quer a construção inicial das propostas de texto quer a sua discussão foi a versão *draft* do *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* que tinha sido publicada pelo NCTM, em 1987 e que veio depois a dar origem às Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (APM, IIE, 1991).

Das propostas do Seminário destaco a recomendação que viria depois a ser espelhada nos programas de 1990 e 1991 no que diz respeito ao papel da resolução de problemas como o aspecto central da actividade matemática. Para além das recomendações sobre resolução de problemas, refere-se a necessidade de proporcionar aos alunos experiências matemáticas diversificadas e de promover a reflexão individual e em grupo sobre essas experiências. Questiona-se a natureza das actividades na aula de Matemática e refere-se que, para além da resolução de problemas, os alunos devem ser envolvidos em actividades onde a formulação de conjecturas, a argumentação e a demonstração tenham lugar. O papel das tecnologias no ensino da Matemática constitui o último capítulo do livro. Todos estes aspectos continuam a fazer parte das orientações curriculares actuais para o ensino da Matemática e estão incluídas no novo Programa de Matemática para o Ensino Básico, embora por vezes com uma linguagem diferente, incorporando dados da investigação entretanto realizada. É o caso da comunicação em Matemática, que não aparece formulada do mesmo modo, mas que está presente em muitas partes do documento de Milfontes.

Como também já é referido no documento de Milfontes o papel do professor continua hoje a ser primordial no processo de renovação do currículo de Matemática. São importantes os documentos curriculares, mas são os professores que os põem em prática. A recomendação feita então de que os professores devem dispor "de materiais de ensino que corporizem as orientações curriculares" mantém-se actual. Mas a tarefa de concretização do currículo exige um esforço conjunto dos professores ao nível da escola/agrupamento, pois como é referido "uma coisa é o currículo estabelecido, outra coisa é o currículo implementado e, outra ainda, é o currículo aprendido pelos alunos" (p. 26). Para que a discrepância entre eles vá sendo atenuada é necessário pensar a organização do trabalho escolar de modo que os professores tenham espaços para desenvolver trabalho colaborativo, para que possam, colectivamente, discutir, apropriar-se e concretizar com os seus alunos as orientações curriculares.

Lurdes Serrazina

Não estou nem tenho observado directamente, nos últimos anos, o trabalho dos professores e não estou portanto em condições de fazer com suficiente rigor uma apreciação da sua evolução nas duas últimas décadas. Julgo no entanto que é importante perceber que os aspectos relativos ao trabalho dos professores foram sobretudo tratados, no documento publicado em 1988, nos capítulos 4 e 5, que ultrapassavam o sentido estrito do título Renovação do Currículo de Matemática para se preocuparem com a "natureza e organização das actividades de aprendizagem e o novo papel do professor" e com a utilização das "novas tecnologias". É confrontando as ideias preconizadas nestes dois capítulos e a evolução da prática dos professores que melhor se pode responder. A minha convicção é que o trabalho de muitos (mas não da maioria dos) professores reflecte hoje de forma apreciável as ideias expressas nestes dois textos, devido ao trabalho formal e informal de formação contínua desenvolvido pela APM, à acção de colegas que passaram pelo Projecto Minerva e também a um grupo de professoras e professores muito activos em defesa do uso das tecnologias, com particular destaque e êxito no que diz respeito às calculadoras gráficas.

No entanto, julgo que infelizmente uma das frases-chave do livro amarelo, logo na página 10 (edição de Abril de 1990),

"De um modo sumário, o panorama actual do ensino da Matemática nas nossas escolas é marcado por um domínio quase absoluto dos objectivos cognitivos de níveis mais baixos (memorização de factos, algoritmos e técnicas de resolução de tipos pré-estabelecidos de exercícios) e de uma avaliação consistindo quase exclusivamente em testes e exames escritos dirigidos para aqueles objectivos."

reflecte ainda em grande parte a realidade actual!

Em primeiro lugar porque

- nas Universidades os futuros professores continuam na maioria dos casos a aprender matemática "superior" — totalmente desligada da matemática elementar que irão ensinar — dessa mesma maneira, ocupando o seu tempo a resolver exercícios em aulas práticas e a treinar-se para uma multidão de testes e de exames, não chegando os complementos de educação e didáctica posteriores para contrariar os reflexos condicionados assim adquiridos; quando a maior parte chega ao momento de dar aulas, regressa rapidamente aos hábitos de ensino a que esteve sujeita e à fraca matemática que aprendeu antes da Universidade ou que está nos manuais escolares.
- e nas ESE's os futuros professores generalistas pouca matemática aprendem em geral e são obrigados mais tarde, no seu ensino, a regressar também aos fracos métodos e matemática que estão na sua memória ou nos manuais.

Em segundo lugar porque os tais muitos professores que referi e que conhecem métodos inovadores e fazem esforços para os aplicar, estão sujeitos a uma pressão enorme, permanente e de sentido contrário, num ambiente em que os objectivos são o sucesso em testes e exames de tempo limitado, onde as qualidades de perseverança, raciocínio ponderado, métodos de investigação e resolução de problemas com apoio de tecnologia, que gostariam de ver nos seus alunos, de pouco servem, quando não são até prejudiciais.

Confesso que pouco ou nada vejo que se esteja a opor realmente a esta situação.

Quanto aos mais recentes documentos curriculares e ao facto de contemplarem ou não as propostas de renovação do Seminário de Milfontes, vou apenas referir-me ao Programa de Matemática para o Ensino Básico, recentemente promulgado. E responderei com uma afirmação e dois exemplos ilustrativos.

A afirmação é a seguinte: o Programa de Matemática para o Ensino Básico é um documento conservador e retrógrado, que em pontos essenciais não reflecte e até representa um recuo em relação ao documento amarelo e seus desenvolvimentos.

O primeiro exemplo refere-se ao estilo e organização a adoptar nas propostas curriculares. Embora o capítulo 2, "Um currículo para Educação Matemática — Alguns pressupostos, princípios e orientações" não se referisse explicitamente a esta questão, detendo-se mais em considerações de ordem geral, a verdade é que nas grandes discussões sobre os novos programas para o ensino básico, nessa altura em curso de serem escritos, a questão do formato a adoptar foi intensamente debatida. Lembro-me de uma ida à Madeira de três participantes de Milfontes e redactores do documento (Paulo Abrantes, Lurdes Serrazina e eu próprio) em que nos opusemos fortemente a um formato em três colunas (tópicos, objectivos específicos e notas metodológicas) na discussão com os autores dos programas dos 2° e 3° ciclos. A nossa proposta sugeria em alternativa uma listagem indicativa das experiências matemáticas (sob a forma de exemplos de actividades, investigações, projectos, resolução de problemas) que deviam ser proporcionadas a todos os alunos durante a sua escolaridade básica. Nessa altura foi uma batalha perdida. Mas posteriormente, em 2001, quando foi publicado o Currículo Nacional, julguei que esse ponto tinha sido já ganho, quando Paulo Abrantes, então Director do Departamento da Educação Básica, escrevia na sua apresentação:

"o processo pressupõe uma transformação gradual do tipo de orientações curriculares formuladas a nível nacional: de programas por disciplina e por ano de escolaridade, baseados em tópicos a ensinar e indicações metodológicas correspondentes, para competências a desenvolver e tipos de experiências a proporcionar por área disciplinar e por ciclo e considerando o ensino básico como um todo."

E acrescentava:

"o presente documento, enquadrando os programas escolares em vigor, constitui também um guia à luz do qual se procederá a uma reformulação geral desses programas. Uma tal reformulação basear-se-á na reconsideração do papel que os programas desempenham no conjunto das orientações curriculares e implicará a consequente revisão tanto do seu conteúdo como do seu estilo e organização."

Por esta razão, o facto do Programa de Matemática para o Ensino Básico, estar baseado em "tópicos a ensinar" e manter em grande parte o "estilo e organização" do programa anterior constitui um passo atrás no progresso feito a partir da publicação do documento amarelo.

O segundo exemplo diz respeito aos objectivos e finalidades do ensino da Matemática. Uma das afirmações fundamentais do documento de Milfontes está na pág. 37, em que se afirma que a primeira razão pela qual a Matemática ocupa um lugar tão destacado no sistema escolar decorre de que "a Matemática constitui um património cultural cuja apropriação é um direito de todos". No projecto MAT789, que teve como origem principal precisamente o Seminário de Milfontes e a necessidade de uma experiência curricular prolongada de acordo com os ideias saídas desse encontro, os membros do projecto, coordenado por Paulo Abrantes, escreveram ao fim de dois anos de experiência:

"O Projecto entende que a escola deve, acima de tudo, contribuir para desenvolver a compreensão do papel e da importância da Matemática na vida dos alunos e na sociedade (ao longo da história e no presente) e para gerar atitudes positivas perante a Matemática. Para isso, deve privilegiar os processos em relação aos conhecimentos factuais e as ideias em relação às técnicas [...]

[...] As aprendizagens básicas surgirão como um sub-produto inevitável de um trabalho prolongado visando objectivos a longo prazo."

No Currículo Nacional, o capítulo referente à Matemática começa com a apresentação das duas principais finalidades da Matemática no ensino básico (pág. 57):

"A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Todas as crianças e jovens devem ter a possibilidade de

- Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza.
- Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo."

E para que não restem quaisquer dúvidas, na página seguinte afirma-se que:

"A razão primordial para se proporcionar uma educação prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural, associada ao facto de a matemática constituir uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de pensar e de aceder ao conhecimento."

Parecia assim adquirida a ideia essencial e inovadora de que a primeira finalidade da educação matemática para todos é de natureza essencialmente cultural, como tinha começado a ser apontado em Milfontes.

No entanto, os autores do novo programa assim não entenderam. E reescreveram as finalidades:

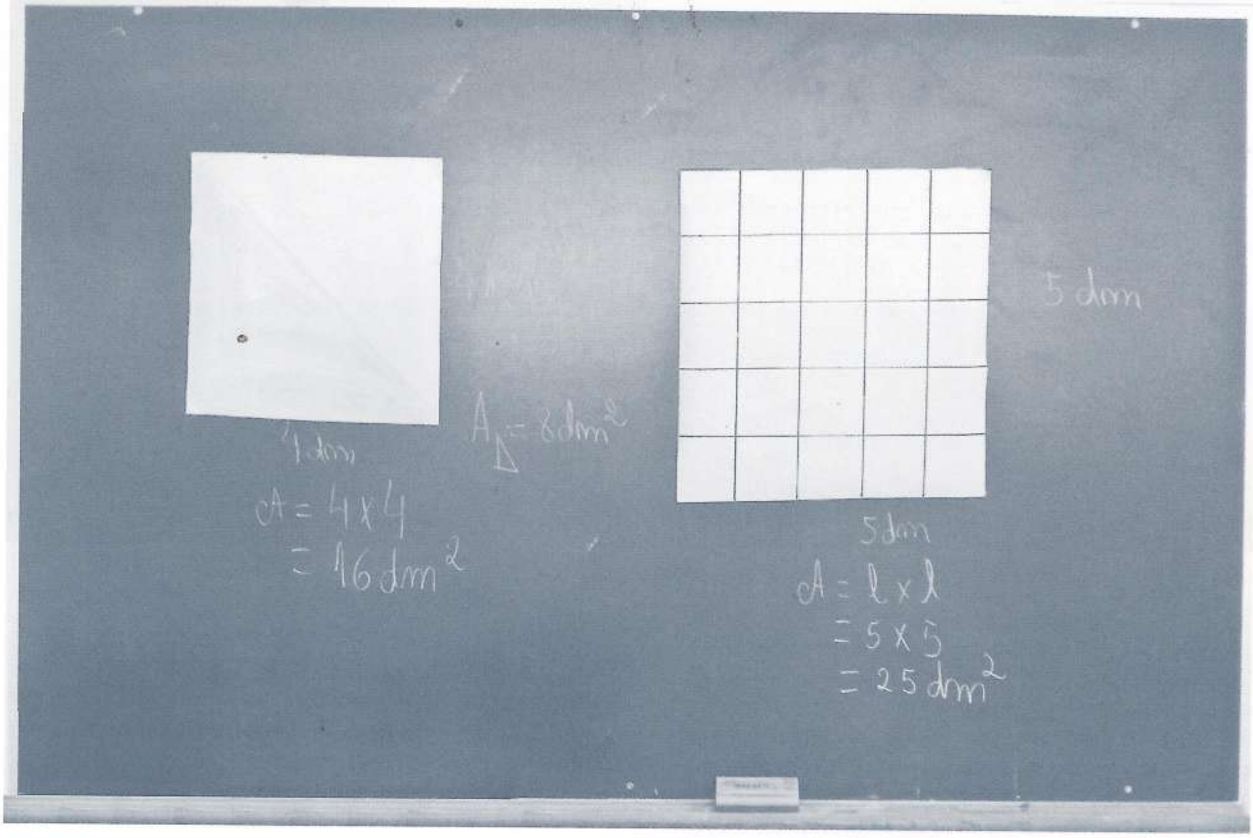
"a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática, o seu desenvolvimento e o da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência."

Também neste aspecto, foi dado um passo atrás.

Em conclusão, diria que a minha esperança neste momento é que uma geração nova de professores de Matemática retome as bandeiras de Milfontes, actualizadas para novos tempos e novas condições, e que seja movida por um ímpeto de renovação, infelizmente perdido ou muito enfraquecido na actual comunidade da educação matemática em Portugal.

Eduardo Veloso



À descoberta das fórmulas das áreas

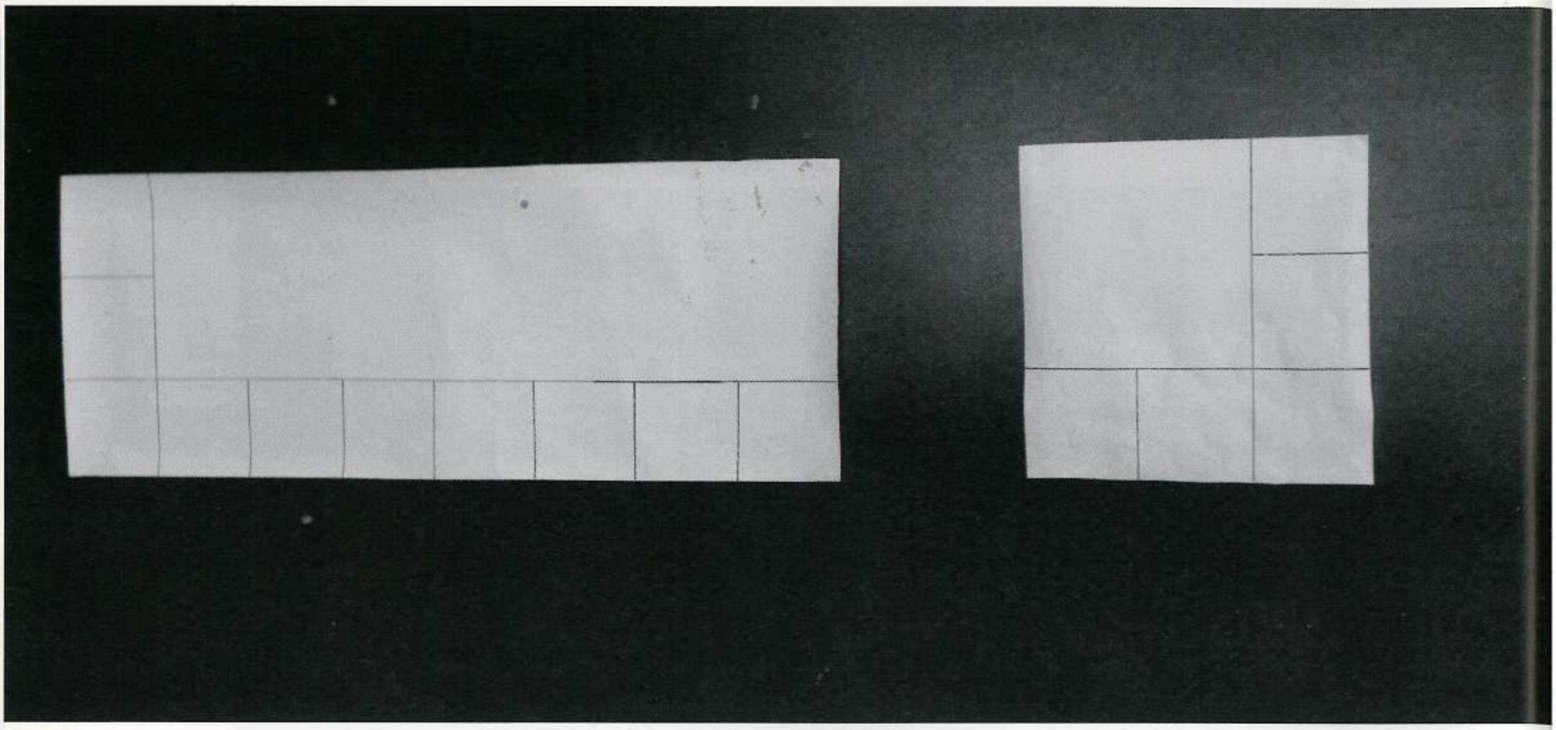
Do rectângulo ao triângulo, um percurso construtivo com alunos do 4.º ano

Maria do Carmo Chaves
Maria do Céu Sousa
Carlos Miguel Ribeiro

Este artigo descreve um conjunto de tarefas preparadas com a finalidade de que sejam os alunos a descobrir as fórmulas para o cálculo das áreas do quadrado, do rectângulo, assim como do triângulo. Não obstante o facto de, nas Orientações Curriculares e Programas do 1.º Ciclo do Ensino Básico, não se encontrar referida a determinação da fórmula para o cálculo da área do triângulo, propusemo-nos a tentar levar os nossos alunos um pouco mais além e permitir que sejam eles, já nesta fase, a descobrirem a fórmula para o cálculo da área de um qualquer triângulo rectângulo (construído a partir de um quadrado ou rectângulo).

Estas tarefas foram propostas a duas turmas, ambas com 12 alunos, do 4.º ano de escolaridade e foram preparadas num ambiente de trabalho colaborativo, entre duas professoras do 1.º Ciclo e um professor da Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve. As actividades aqui apresentadas foram realizadas pelos alunos na última de quatro aulas dedicadas ao estudo das medidas de área — durante as quais os alunos tinham já construído os conceitos de decímetro, centímetro e metro quadrados.

Para esta aula foram preparados, em papel cenário, rectângulos e quadrados de diversas medidas — a fim de serem



colocados no quadro — os quais tinham representados, num dos lados, os decímetros quadrados necessários para cobrir cada um deles e, no outro lado apenas tinham marcados os que delimitavam dois dos lados perpendiculares.
No início da actividade, feita em grande grupo, foi colocado no quadro um dos rectângulos preparados em papel cenário (três por oito), mostrando apenas os decímetros que delimitam o comprimento dos lados.

Professora: — *Então que figura é esta que eu tenho aqui, Grace?*

Grace: — *Um rectângulo.*

Professora: — *Quanto é que este rectângulo vai ter de área, Adriana?*

Adriana: — *Vinte e quatro.*

Professora: — *Vinte e quatro quê Adriana?*

Adriana: — *Decímetros quadrados.*

Professora: — *Toda a gente concorda com a Adriana?*

Alunos: — *Sim!*

Professora: — *Então agora a Adriana vai explicar-nos como é que fez.*

Adriana: — *Então, fiz três vezes oito, como está ali.*

Professora: — *Três vezes oito porquê?*

Adriana: — *Então, estão três quadrados na vertical e oito na horizontal.*

As intervenções da professora, através do diálogo interactivo com os alunos, têm por objectivo permitir que estes expressem correctamente o seu raciocínio e, ao mesmo tempo, trabalhar a oralidade — numa perspectiva de currículo transversal.

É de salientar que a Adriana, contando o número de quadrados com um decímetro de lado que cobrem a superfície do rectângulo, demonstra uma completa interiorização do modo como calcular a área de um rectângulo quando é conhecido o número de decímetros quadrados que "cabem" em cada um dos lados. Todos os alunos da turma perceberam perfeitamente o processo utilizado pela Adriana, pois estavam habituados a trabalhar, noutras situações, o modelo rectangular da multiplicação.

Até este momento não foram feitas discriminações quanto à correcção matemática de nos referirmos, indiferenciadamente, aos lados, independentemente de nos referirmos a quadrados ou rectângulos.

Professora (indica no rectângulo o lado mais pequeno): — *E alguém sabe como é que se chama este lado aqui do rectângulo?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *O lado mais pequeno vai ser a largura...*

Jordan: — *Então tem três decímetros quadrados de largura.*

Ivan: — *Não! Tem três decímetros de largura, os quadrados é que lá cabem três vezes.*

Nem todos os alunos têm ainda clara a diferença entre medidas de comprimento e de área, mas, uma vez que nem todos estão confusos, e têm por hábito esclarecer as dúvidas uns dos outros, rapidamente, e através da discussão — trabalhando também assim a oralidade — em grande grupo, esses conceitos são clarificados. Pela justificação apresentada pelo Ivan podemos concluir que as experiências matemáticas, vivenciadas anteriormente, lhe permitiram construir um entendimento claro da diferença entre medida de área (decímetros quadrados) e medida de comprimento (decímetros).

Professora: — *Este aqui é o lado maior que se vai chamar...?*

Alunos: — *Comprimento.*

Ivan: — *Tem oito decímetros de comprimento.*

Inês: — *Professora eu fiz... contei os de baixo e fiz, oito, mais oito, mais oito.*

Professora: — *E será que podemos fazer de outra maneira?*

Adriana: — *Três vezes oito.*

Professora: — *Então a Adriana fez três vezes oito, ou também podemos fazer o quê?*

Alunos: — *Oito, mais oito, mais oito.*

Professora: — *Muito bem, e a Adriana multiplicou este lado por este, (largura por comprimento) não haverá outra maneira?*

Alfie: — *Sim, também podemos fazer oito vezes três.*

Beatriz: — *E continuava a dar vinte e quatro...*

Inês: — *Aqui também dava três, mais três mais três, ..., mais três.*

Professora: — *Sim, e aí estavas a fazer o quê?*

Ivan: — *Oito vezes três.*

Os alunos, para além de se terem apropriado do modo de determinar a área de um rectângulo, utilizam já, com relativa facilidade, as propriedades da multiplicação. A utilização, ainda que informal, ou talvez por isso, das propriedades da multiplicação leva a que os alunos, quando tomarem contacto com a formalização desses conceitos (6.° ano de escolaridade) eles não lhes sejam de todo estranhos e seja apenas e só um nome a dar a algo com que eles estão já familiarizados.

Professora: — *Perceberam? Então será que podemos arranjar uma forma de calcular a área do rectângulo?*

Alfie: — *Sim, fazemos largura vezes comprimento.*

Alunos: — *Ou comprimento vezes largura, dá sempre a mesma coisa!*

Evidencia-se uma clara compreensão da propriedade comutativa da multiplicação associada a uma já elevada capacidade de abstracção de efectuar a transposição do particular para o geral.

É importante clarificar que, quando os alunos se referem à multiplicação do comprimento pela largura, estão a fazê-lo como modo simplificado de somas sucessivas (linhas por colunas, ou o contrário), ou seja, estão a calcular o número de quadrados necessários para cobrir a superfície e não a multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura — modelo rectangular da multiplicação.

De modo a possibilitar a validação da sua conjectura, e ao mesmo tempo permitir a transformação, nesta fase, num teorema por si construído, é então *virado ao contrário* o rectângulo em papel cenário (que tem do outro lado todos os decímetros quadrados representados).

Maximiliam: — *Então agora viramos para ver se está certo.*

Professora: — *Vocês disseram que dava quanto?*

Alunos: — *Vinte e quatro.*

Professora (ao mesmo tempo que vira o rectângulo colado no quadro.): — *Então se a fórmula estiver bem e se vocês não se enganaram... tem que dar...?*

Alunos: — *Vinte e quatro.*

Naísa: — *Parece aquela coisa do preço certo...*

O facto de os alunos poderem comprovar as suas conjecturas torna os resultados obtidos mais fortes e evidentes, facilitando a compreensão dos mesmos, de tal forma que são feitas comparações com as suas vivências e experiências fora do meio escolar.

De modo a abordar a fórmula da área do quadrado a professora cola no quadro um quadrado apenas com os lados delimitados.

Professora: — *O que é isto que eu tenho aqui?*

Andreia: — *É um quadrado.*

Professora: — *E o que é um quadrado?*

Ivan: — *É uma figura geométrica, como o rectângulo, mas com os lados todos iguais.*

Professora: — *Então aqui eu vou ter comprimento e largura?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *Então, Jordan, qual é a área?*

Jordan: — *Nove decímetros quadrados.*

Inês: — *Porque o três vezes o três dá nove.*

Professora: — *Então e aqui o que é que é cada três?*

Inês: — *O número de quadrados...*

Vladelena: — *Dos lados.*

Professora: — *Então, para calcular a área o que é que fizeram aqui?*

Ivan: — *Multiplicámos um lado pelos quadrados do outro.*

Professora: — *Então, qual vai ser a fórmula para calcular a área do quadrado?*

Vladelena: — *Lado vezes lado.*

Apesar de não terem ainda uma linguagem matematicamente correcta — quer na definição de quadrado quer quando se referem à medida dos lados do mesmo, podemos constatar que estes alunos têm uma noção clara e desenvolvida de que, se os lados têm a mesma medida, então terão de ter também o mesmo nome.

As intervenções da Inês, da Vladelena e do Ivan, ao complementarem-se, demonstram que efectivamente não há confusão entre medidas de comprimento e de área pois têm bem claro que estão a contar quadrados.

Depois de terem descoberto as fórmulas para o cálculo da área do quadrado e do rectângulo é então tempo de ver se estes mesmos alunos conseguem realizar a transposição, quando se lhes fornece "apenas" a medida do lado de uma destas figuras geométricas (sem os quadrados desenhados nos lados). Com esse objectivo é então colocado no quadro um rectângulo sem qualquer medida ou representação.

Professora: — *Que figura é que vos parece que é esta?*

Alunos: — *Um quadrado... um rectângulo.*

Professora: — *Como podemos tirar as dúvidas?*

Alunos: — *Vamos medir!*

As dúvidas dos alunos surgiram pois o rectângulo tinha de comprimento e largura, quatro e três decímetros respectivamente.

Professora (coloca a régua para medir a largura): — *Então digam-me lá quanto é que mede deste lado.*

Alunos: — *Três decímetros.*

Professora: — *Então e este quanto é que mede?*

Alunos: — *Quatro! É um rectângulo.*

Professora: — *É um rectângulo, então como é que eu faço para calcular a área?*

Jordan: — *Três vezes quatro.*

Professora: — *E isso dá...?*

Jordan: — *Doze decímetros quadrados, pois cabem lá doze quadradinhos daqueles.*

É de salientar que nesta altura estes alunos, ao contrário de muitos outros, têm já claro que para o cálculo da área, apesar de dizerem que é comprimento vezes largura, estão a determinar o número de quadrados que cobrem a superfície, fazendo $3 \times 4\ dm^2$ ou $4 \times 3\ dm^2$, dependendo se estão a contar por colunas ou linhas, mas nunca $3\ cm \times 4\ cm$.

Com este tipo de exemplos e diálogos é possível avaliar até que ponto os alunos compreenderam e/ou clarificaram efectivamente as diversas construções que foram realizando ao longo da actividade. Um exemplo disso é o Jordan que, desde a altura em que se pretendia determinar a área do rectângulo apenas com as medidas do comprimento e da largura (vide segundo episódio), clarificou a diferença entre as noções de comprimento e área.

A actividade prosseguiu no sentido de ir ao encontro da realidade diária dos alunos e de lhes proporcionar a oportunidade da tomada de consciência, por meio de um exemplo, de que o que tinham estado a trabalhar tem efectivamente uma aplicação prática.

Professora: — *No outro dia vocês perguntaram qual era a área da sala e eu disse que era 28 metros quadrados. Acham que peguei em placas de um metro de lado e andei a ver quantas vezes elas cabiam na sala?*

Alunos: — *Não!*

Professora: — *Então como foi?*

Vladelena (apontando para as paredes da sala): — *Mediu e fez isto vezes aquilo...*

Alunos: — *Largura vezes comprimento.*

Professora: — *Se a sala tem de área 28 metros quadrados, quais é que acham que são as medidas do comprimento e da largura? Imaginem lá, quanto é que podem medir as paredes.*

Inês: — *Seis... quatro vezes seis...*

Professora: — *E isso dá...?*

Ivan: — *Sete, quatro vezes sete, que dá vinte e oito.*

Ao efectuarem estimativas, utilizando a divisão como propriedade inversa da multiplicação, os alunos estreitam a ligação com o que tinham descoberto anteriormente, mas numa abordagem mais "matemática escolar", com a utilização desses conceitos no meio que os rodeia. Esta utilização é também evidenciada nos valores estimados para as medidas da sala, medidas essas que se aproximavam do efectivo valor real.

Numa fase final da actividade, e com o objectivo de possibilitar aos alunos a descoberta da fórmula para o cálculo da área do triângulo, foi colocado no quadro um dos quadrados em papel cenário — completamente limpo — igual ao que tinha sido utilizado anteriormente. A professora marcou então uma das suas diagonais, pintando, com giz, um dos triângulos obtidos.

Professora: — *Que figura é esta que eu tenho aqui pintada?*

Alunos: — *Um triângulo.*

Professora: — *E quanto é que acham que este triângulo vai ter de área?*

Vladelena: — *Um, dois, três, ..., dez.*

Professora: — *Então vamos lá a pensar. Nós vimos que a área deste quadrado é de quanto?*

Alunos: — *Vinte e cinco decímetros quadrados.*

Professora: — *Qual é a relação deste triângulo com o quadrado?*

Alunos: — *Metade!*

Inês: — *Então é metade de vinte e cinco.*

Apesar de o quadrado exposto no quadro não estar dividido em quadrados com um decímetro de lado, a Vladelena tentou estimar, sem que tivesse sido necessário solicitá-lo, o número destes necessários para o cobrir, evidenciando assim um tipo de hábito de trabalho conducente à criação de uma aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas.

Através do diálogo, não socrático, com a professora, a globalidade dos alunos evidencia capacidade de fazer analogias entre os diversos conteúdos, associando metade do valor da área do quadrado à figura que se obtém traçando uma das suas diagonais.

Professora: — *E quanto é que é metade de vinte e cinco?*

Ivan: — *Hum... quinze?*

Professora: — *Quanto é que é metade de vinte e quatro?*

Alunos: — *Doze...*

Ivan: — *Doze vírgula cinco.*

Professora: — *Então se a área deste triângulo é doze vírgula cinco decímetros quadrados, qual é a área do triângulo de cima?*

Alunos: — *Tem de ser também de doze vírgula cinco pois os dois são o quadrado.*

Mais uma vez, por estimativas, os alunos efectuam aproximações de modo a calcular, sem recurso ao algoritmo, metade de vinte e cinco. Nesta situação a professora desempenha o papel de clarificadora dos conteúdos, efectuando uma ligação entre o cálculo das áreas do triângulo e do quadrado, metade e dobro.

A mesma actividade é realizada com alguns dos rectângulos utilizados, de modo a permitir aos alunos a verificação da sua conjectura referente ao modo de calcular a área de um triângulo obtido a partir de uma das diagonais de um quadrado ou rectângulo.

Enquanto professores, uma das grandes aprendizagens que podemos retirar da realização destas actividades é que, ao serem os alunos a descobrir as fórmulas conducentes ao cálculo das áreas do quadrado, do rectângulo e do triângulo elas jamais serão esquecidas pois foram efectivamente compreendidas. Permitiu-nos ainda constatar que, desta forma, ficaram com a ideia clara de que para calcular uma área não vão multiplicar a medida do comprimento pela medida da largura (e dividir por dois, no caso do triângulo), mas sim calcular o número de decímetros quadrados necessários para cobrir a superfície que pretendem.

Consideramos que será importante fornecer aos nossos alunos uma diversificada mostra de actividades e vivências de modo a que estes possam, partindo destas experiências significativas, e de todas as anteriores, ir construindo o seu conhecimento matemático. Esta construção, por parte do aluno, está, em grande parte, dependente do papel desempenhado pelo professor e da abordagem efectuada, quer na preparação das tarefas quer no decurso das próprias actividades, pois apenas com uma postura que, tendo sempre presente o conteúdo que se pretende trabalhar, baseia o processo de ensino/aprendizagem na experimentação, acção, comunicação, ..., é possível iniciar, no aluno, o desenvolvimento de uma semente conducente à auto-aprendizagem.

Maria do Carmo Chaves
EB1 Porches

Maria do Céu Sousa
EB1 Carvoeiro

Carlos Miguel Ribeiro
Escola Superior de Educação da Universidade do Algarve

Corrida dos Números

Nº de jogadores: 2 a 5
Nível de ensino: 7º ano de escolaridade

Material necessário: tabuleiro do jogo, um dado com três faces com sinal + e outras três com sinal –, uma marca para cada jogador, uma folha de registo de pontuação

Objectivo do jogo: trabalhar a adição de números inteiros relativos e a sua ordenação enquanto os jogadores procuram alcançar a maior pontuação possível

Preparação do jogo
O tabuleiro é colocado no centro da mesa e cada jogador escolhe uma marca que coloca na casa de partida (casa no canto inferior esquerdo do tabuleiro). A folha de registo de pontuações é preenchida com o nome dos jogadores e a cor da sua marca. Escolhe-se quem é o primeiro a jogar e dá-se início à partida.

Modo de jogar
Na sua vez cada jogador lança o dado e desloca a sua marca para uma casa adjacente àquela em que se encontra. Esta casa pode ser qualquer uma à sua escolha, desde que não se encontre ocupada por outro jogador e o caminho que as une tenha um número com o sinal que saiu no dado. Caso não exista nenhuma casa nas condições requeridas o jogador perde a vez.

A jogada termina com o jogador a registar a pontuação obtida na jogada (o valor do caminho percorrido) e com a adição desse valor à pontuação obtida até então, para determinar a pontuação total.

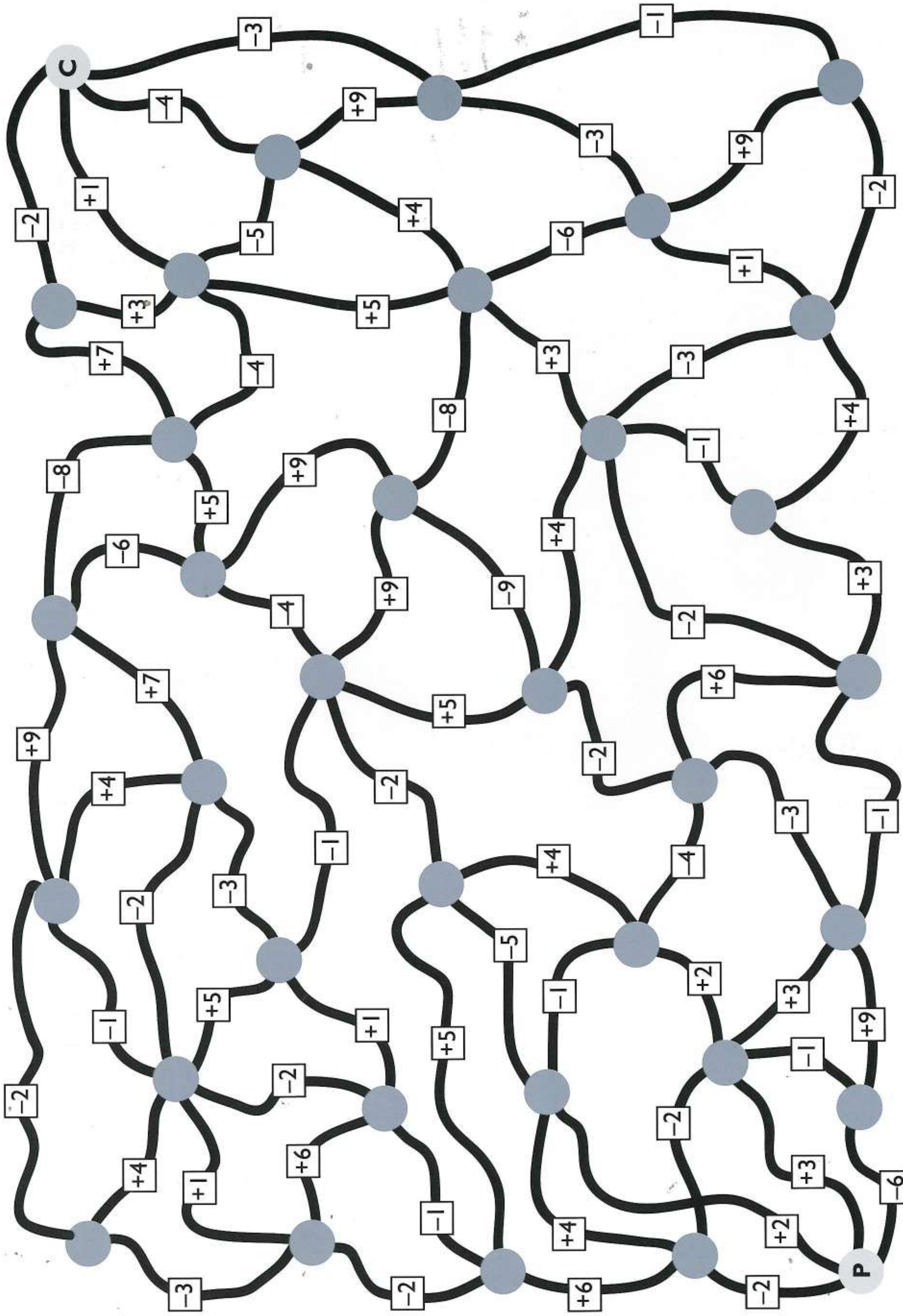
Fim do jogo e determinação do vencedor
O jogo termina quando um jogador alcançar a casa da chegada (casa no canto superior direito do tabuleiro) ou quando todas as casas da folha de registo de pontuações estiverem preenchidas.

O vencedor será o jogador que tiver a pontuação mais alta no momento em que o jogo termina... e não necessariamente o primeiro jogador a alcançar a casa da chegada.

Helena Rocha

Grelha de Pontuação

Nome do jogador ______		Nome do jogador ______		Nome do jogador ______		Nome do jogador ______		Nome do jogador ______	
Cor ______		Cor ______		Cor ______		Cor ______		Cor ______	
Pontuação		Pontuação		Pontuação		Pontuação		Pontuação	
nesta jogada	total	nesta jogada	total	nesta jogada	total	nesta jogada	total	nesta jogada	total


C
P

XVII Encontro de Investigação em Educação Matemática

O XVII Encontro de Investigação em Educação Matemática, promovido pela Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, realizou-se em 19 e 20 de Abril de 2008, em Vieira de Leiria — Praia. O encontro foi organizado em quatro grupos que pretendiam discutir na especialidade o tema aglutinador "As Tecnologias e a Educação Matemática". Os dois primeiros grupos de discussão incidiram sobre as calculadoras: um sobre as Calculadoras básicas e científicas, o outro sobre as Calculadoras gráficas no ensino e aprendizagem da Matemática. O terceiro pretendeu congregar a discussão em torno do Software no ensino e aprendizagem da Matemática, e, por último, o grupo que se debruçou sobre a Internet e aprendizagem da Matemática. O Encontro proporcionou ainda sessões plenárias tendo como convidados os conferencistas: Colette Laborde da Universidade Joseph Fourier de Grenoble, João Filipe Matos da Universidade Lisboa, Kenneth Ruthven da Universidade de Cambridge, e, Matias Camacho da Universidade La Laguna de Tenerife.

No início deste encontro verificou-se a grande preferência dos participantes pelo tema "Software no ensino e aprendizagem da Matemática". A expressão deste interesse ficou patente quando foi necessário encerrar as inscrições no participante número 43, tendo em conta que o segundo grupo, na preferência dos participantes — Calculadoras gráficas no ensino e aprendizagem da Matemática — registou 16 inscrições. Dado que a minha preferência era comum à da maioria dos professores participantes neste encontro, decidi que seria interessante possibilitar aos leitores desta revista uma visão sobre o que se discutiu neste grupo, dinamizado por Hélia Oliveira da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e António Domingos da Universidade Nova de Lisboa.

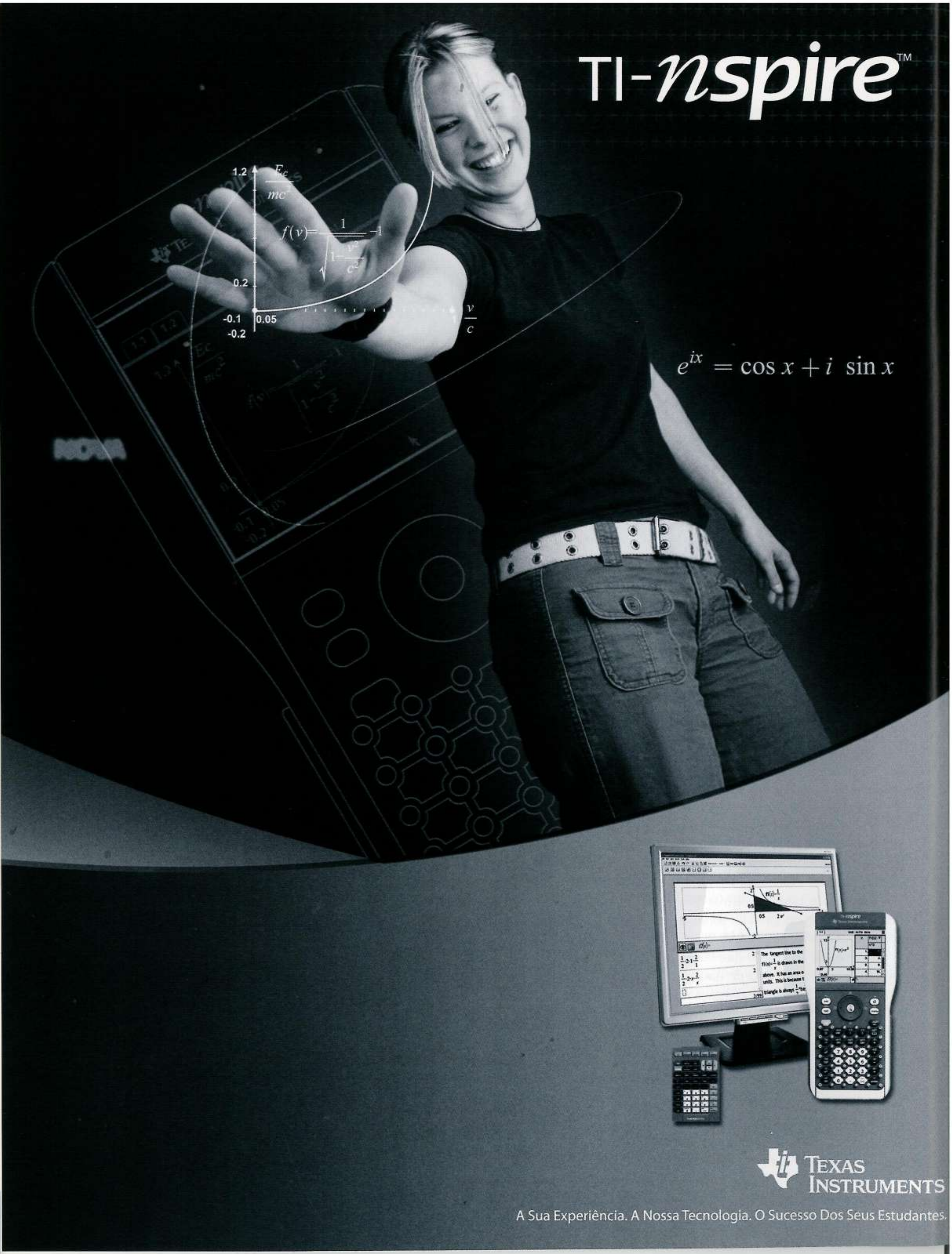
As comunicações apresentadas funcionaram como ponto de partida para um debate de ideias e estavam organizadas em três temas: Software de Geometria Dinâmica; A utilização da Folha de Cálculo e Quadros Interactivos; e, por último, Software educativo e as práticas profissionais. O debate

de ideias aconteceu ao longo de dia e meio de trabalhos. Assim, foi possível ouvir relatos de experiências sobre a utilização de GSP, em sala de aula, em que os alunos demonstraram empenho e preocupação com as suas produções. Outros testemunhos evidenciaram a utilização do software dinâmico para favorecer o estabelecimento de conexões entre tópicos matemáticos, através da modificação da construção em tempo real. Mas também, foi possível conhecer uma experiência em que os alunos, estando preocupados com o exame que iriam realizar, se demarcaram do trabalho com o computador por sentirem as actividades como lúdicas. Foi inevitável que a discussão se tivesse gerado em torno do termo "actividade lúdica", havendo aqueles para quem o termo não incomoda, mas também outros que pensam que o carácter lúdico teve preponderância sobre os aspectos matemáticos nas actividades desenvolvidas.

Uma outra discussão que surgiu de forma mais acalorada foi perante o relato de uma experiência com quadros interactivos (QI) com a utilização de software disponibilizado na galeria. Questionou-se esta forma de utilização do QI e na opinião de alguns participantes existem outras valências sobre as quais não se fez qualquer referência, como por exemplo, a possibilidade de produzir uma memória da aula, a qual pode representar uma mais valia no trabalho da disciplina. Assim, ao longo deste primeiro dia de discussão foi sendo notória a necessidade de se produzirem materiais adequados ao software em utilização que acrescentem algo à aprendizagem do aluno. Esta preocupação manifestada durante os vários momentos de discussão teve expressão na sessão plenária onde tive o prazer de ouvir Colette Laborde em que na sua apresentação intitulada "Multiple dimensions involved in the design of tasks making full use of dynamic geometry", referiu o facto de que ainda são poucos os professores que constroem materiais específicos para a utilização de software dinâmico usando-se, portanto, materiais já construídos para outro suporte de aprendizagem. Deste modo, vincou a necessidade de se criar ou adaptar tarefas em que a utilização de programas dinâmicos possam fazer a diferença na aprendizagem e rentabilizar todo o potencial da experiência colocada aos alunos.

Em jeito de balanço, gostaria de referir que o encontro decorreu num excelente ambiente tanto ao nível da confraternização como a nível organizacional. No que diz respeito à selecção das comunicações, relativamente ao grupo em que me inseri, serviu um dos objectivos iniciais deste encontro "Reflectir sobre a utilização das tecnologias de informação e comunicação no ensino e na aprendizagem da matemática nos diversos níveis de ensino", promovendo a acalorada intervenção das várias opiniões sobre os temas colocados em discussão.

Elvira Santos
Escola Básica 2/3 C de Álvaro Velho



TI-nspire™
$e^{ix} = \cos x + i \sin x$
Texas Instruments
A Sua Experiência. A Nossa Tecnologia. O Sucesso Dos Seus Estudantes.

A pertinência das tarefas na sala de aula

Paulo Dias

O professor deve, na aula de Matemática, propor aos alunos diferentes tipos de tarefas. Esta não é uma ideia nova, já Sebastião e Silva, em 1975, no *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática*, referia que "a modernização do ensino da matemática terá de ser feita não só quanto a programas, mas também quanto a métodos de ensino. O professor deve abandonar, tanto quanto possível, o método expositivo tradicional, em que o papel dos alunos é quase cem por cento passivo, e procurar, pelo contrário, seguir o método activo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta".

O próprio Ministério da Educação sugere, através dos diferentes documentos curriculares, que o aluno deve ter

Trabalho de Projecto

Tema:

O Ponto de partida

Ideia inicial (explicar sucintamente o que se pretende fazer)
Objectivos operacionais (para quê?)
Fundamentação (porquê?)
Equipa do projecto (quem faz o quê?)
Actividades previstas (calendarização de actividades)
Recursos materiais (necessidades)

O Trabalho do projecto

Actividade desenvolvida (trabalho escrito)
Dificuldades e desenvolvimentos inesperados
Divulgação (o que fazer ao trabalho?)
Gestão de recursos

Balanço Final

A opinião dos alunos
O balanço do professor
Comentários finais

Adaptado de
Ponte, J.P. & al. (1998). Projectos Educativos.
Ministério da Educação. DES

O trabalho da disciplina de Matemática e Física e Química tem como objectivo que os alunos sejam capazes de fazer experiências de recolha de dados, e que sejam capazes de classificar um movimento, assim como conhecer as leis dos movimentos. Pretendemos adquirir os conceitos básicos e desenvolver competências no que diz respeito à Modelação Matemática e às leis dos Movimentos da Física. (Leopoldo e Carlos, Maio 2007)

Este trabalho trata da modelação matemática em relação ao movimento. Também, irá tratar das leis do movimento da disciplina de Física e Química. (Pedro e Gilson, Maio 2007)

No trabalho vamos mostraar o que é e do que trata a modelação matemática e o porquê desta se identificar com as Leis do movimento da Física (estudados nas aulas de F.Q.). Para maior esclarecimento, decidimos retirar dados concretos, e reais para esta apresentação. Iremos recolher dados e mostrar todos os passos até aos resultados. (Marco e Ricardo, Maio 2007)

Neste trabalho vamos tratar o movimento de uma bola num período de tempo após a realização de uma experiência. Onde iremos também mostrar a aplicação da noção de modelação e das leis físicas do movimento. (José e Filomeno, Maio 2007)

Quadro 1 -

diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos (ME, 2007). Os tipos de tarefas a propor aos alunos, podem possibilitar abordagens diferenciadas, proporcionar diferentes formas de trabalho e de avaliação.

A partir do estudo Matemática 2001, realizado pela Associação de Professores de Matemática sobre a situação do ensino da matemática em Portugal, foi possível conhecer melhor os tipos de experiências matemáticas facultadas aos alunos. A equipa que realizou o estudo, no item *situações de trabalho na aula*, constatou que os exercícios eram a situação de trabalho na aula mais frequente, com 93% na soma dos valores *sempre* e *em muitas aulas*. Neste item, os professores podiam optar entre *nunca ou raramente*, *em algumas aulas*, *em muitas aulas* e *sempre ou quase sempre*, numa lista de situações que incluía exercícios, problemas, exposição pelo professor, trabalho com situações da realidade, discussão entre alunos, actividades de exploração, história da matemática e trabalho de projecto. Este aspecto levou a equipa do estudo a recomendar que a prática pedagógica deveria incluir situações de trabalho variadas.

O estudo terminou em 1998 e aponta "um conjunto de sugestões e medidas a tomar, cuja concretização depende naturalmente da decisão dos diversos intervenientes — os professores, as escolas, as instituições de formação, a administração..." (APM, 1998, p. 7). Entre essas medidas estão nomeadamente, na sala de aula: 1) a prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, a resolução de problemas e actividades de investigação; 2) a prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem.

Outro trabalho que contribuiu para a discussão sobre a diversificação de tarefas nas aulas foi o projecto MAT_{789} que decorreu entre 1988 e 1992. Através do desenvolvimento de um currículo experimental de matemática para os alunos do 7°, 8° e 9° anos de escolaridade, este currículo foi concebido numa perspectiva que destaca a intenção e a natureza interactiva, cooperativa e reflexiva da aprendizagem: "... a intencionalidade das actividades dos alunos — isto é, que essa actividade seja conduzida por objectivos de que os alunos se apropriam". Para a concretização destes objectivos, a equipa do projecto optou por destacar a ênfase na resolução e exploração de situações problemáticas, nas relações da matemática com a realidade, na realização de projectos, na utilização dos computadores e das calculadoras e no trabalho de grupo. As situações mais abertas, como os trabalhos que envolviam actividades de investigação e os projectos, desempenharam um papel significativo no envolvimento dos alunos, através da criação de oportunidades para revelar os seus trabalhos e aptidões e para mostrar os seus melhores trabalhos. Uma perspectiva inovadora na época.

No caso do processo de ensino promover a regulação das aprendizagens pelo aluno, as tarefas solicitadas assumem um papel muito importante pois têm o intuito de desencadear actividade. O significado atribuído a cada proposta e a actividade desenvolvida não são os mesmos para todos os alunos e os desenvolvimentos também serão diferentes. Assim, na aprendizagem da matemática, passa a ser fundamental ter em conta a vertente individual.

Apesar de hoje em dia existirem alguns indicadores da diversificação das tarefas na sala de aula, a apropriação generalizada de "novas" orientações curriculares e a sua concreti-

Regressão quadrática	Lei do movimento
$y = ax^2 + bx + c$ $a = -4.603001901$ $b = 10.12794569$ $c = -4,824575794$ $y = -4.603001901x^2 + 10.12794569 + -4,824575794$	$y = y0 + v0t \pm 1/2at^2$ $y0 = -4,824575794$ $v0 = 10.12794569$ $a = 2x(-4.603001901) = -9.206002802$

Quadro 2. Equações do trabalho de Marco e Ricardo

zação na acção educativa, em particular, as de carácter metodológico, são processos difíceis e demorados e constituem certamente um ponto crítico no ensino (Guimarães, 2003).

O trabalho que relato foi desenvolvido numa turma do 11° ano em 2006/2007 e teve por objectivo a abordagem do tema transversal Aplicações e Modelação Matemática e as Leis dos Movimentos em Física. Em parceria com a professora de Física e Química, desenrolou-se na modalidade de trabalho de projecto. A planificação foi realizada entre os professores e posteriormente discutida com os alunos. Para a preparação foi usado o guião *Trabalho de Projecto* (Quadro 1).

Um aspecto a salientar acerca da realização do projecto, e também uma dificuldade, foi a definição do plano de trabalho pelos alunos. A propósito da interpretação do projecto definido pelos professores, os alunos, em pares, interpretaram a proposta de forma diferente em cada grupo. Uns enquadraram o trabalho numa perspectiva mais alargada da aprendizagem nas duas disciplinas (Leopoldo e Carlos). Outros alunos estabeleceram a ligação entre as duas disciplinas, apenas no que diz respeito aos conteúdos programáticos (Pedro e Gilson). Noutra perspectiva, de maior ligação à realidade, outros alunos referiram-se à recolha de dados e à realização da experiência física que conduziu à obtenção dos mesmos (Marco e Ricardo, José e Filomeno). Ver a interpretação dos alunos.

Na fase inicial dos trabalhos, os alunos mostraram alguma dificuldade em compreender a forma de organizar as tarefas que diziam respeito às duas disciplinas. Talvez pelas suas concepções acerca da aprendizagem e pela organização da instituição ESCOLA, a planificação inicial do trabalho e a identificação de objectivos e metas a atingir estava condicionada à notação e à linguagem específica de cada disciplina. Esta concepção espartilhada pelos conteúdos disciplinares foi esclarecida pelos professores, com o intuito de alargar as perspectivas dos alunos foram mostradas algumas ligações entre as duas disciplinas. Por exemplo, foi necessário explicar e exemplificar a relação entre os diferentes parâmetros de uma equação do 2° grau e as equações do movimento unidimensional de aceleração constante (Quadro 2).

A experiência consistiu na recolha de dados, da altura, em sucessivos ressaltos, de uma bola deixada cair ao chão num plano horizontal (Quadro 3). Ao nível da recolha de dados, os alunos não evidenciaram dificuldades na manipulação dos instrumentos usados, um sensor de movimento - CBR, nem na transferência para a calculadora gráfica dos dados recolhidos.

> Experiência e Recolha de dados
>
> 1. Para realizarmos esta experiência precisamos de uma bola de basquetebol.
> 2. Precisamos de uma calculadora com o programa RANGER (se não tiver, vamos fazer a transferência de uma calculadora para a outra).
> 3. Precisamos também de um CBR, que vai calcular a distância, a velocidade e a aceleração da bola de basquetebol.
> 4. De braços esticados e levantados, um membro do grupo segurou no CBR, enquanto o outro membro segura na bola, aguardando sinal do seu colega para largar a bola de basquetebol para começar-se a realizar a experiência.
>
> Texto do relatório dos alunos Gilson e Pedro (Maio, 2007)
> No trabalho realizado em parceria com
> a Profª Débora Borges de Física

Quadro 3. A experiência no relatório de um aluno

> A experiência correu dentro do previsto no que diz respeito aos resultados, mas tivemos um contratempo que foi o seguinte: O gráfico da aceleração é uma recta horizontal paralela ao eixo das abcissas (x) mas não obtivemos a recta tivemos uma oscilação que significa um erro porque a aceleração é sempre a mesma. (José e Filomeno, Maio 2007)

Quadro 4. Conclusões

Já no tratamento estatístico, regressão e elaboração do relatório, os alunos trabalharam os conteúdos matemáticos e físicos recorrendo a diferentes ferramentas computacionais. Destaque-se o Excel, o Graphmatica e as outras aplicações disponíveis através da internet. Esta diversidade de ferramentas suscitou muito interesse e investimento por parte dos alunos e dos professores, sendo que alguns alunos optaram por aprofundar os seus conhecimentos em Matemática através do uso de uma ferramenta específica.

A oportunidade de trabalho individual foi a privilegiada apesar da recolha de dados ter sido efectuada em grupos de dois alunos. O desenvolvimento autónomo possibilitou, a cada aluno, a criação de um relatório com as fases de planificação do trabalho (experiência e recolha de dados), revisão de conceitos físicos e matemáticos, recolha e apresentação dos dados (fotos), análise de dados do ponto de vista físico e matemático (gráfico da aceleração), conclusões (Quadro 4).

Ao longo da concretização, o processo de modelação matemática e nomeadamente a procura do modelo adequado despertaram a aprendizagem crítica através da interpretação dos resultados obtidos do ponto de vista físico e desencadearam a realização de várias experiências simuladas de forma a corrigir os desvios, em relação à teoria.

Para a elaboração do relatório sobre o trabalho de projecto, estabeleceu-se um ambiente de interacção entre alunos e entre professores e alunos que funcionou como promotor da descoberta de novas relações entre os conceitos, novas aprendizagens em ferramentas tecnológicas, reforço da segurança nas ideias matemáticas, sua associação ao mundo físico e o estímulo do raciocínio, criatividade e argumentação.

Os alunos envolveram-se neste projecto de aprendizagem, através de uma participação activa e de uma gestão autónoma e responsável das metas a atingir. Desta forma foi possível estabelecer um clima de inclusão, em que cada um desenvolveu as suas aprendizagens.

Este projecto interdisciplinar, Matemática – Física, foi muito gratificante para os alunos e professores. Os alunos foram envolvidos num processo de construção de conceitos matemáticos e físicos através de dados reais e da construção de modelos matemáticos que procuravam descrever os fenómenos físicos. Apesar de ter sido ultrapassado o número de aulas inicialmente previsto, a avaliação final do projecto foi muito positiva e evidenciou a forma eficaz e entusiasmada como os alunos se aplicam quando as tarefas têm significado para eles. Vale a pena diversificar.

Referências

Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P. & Veloso, E. (1997). *MAT_{789}: Inovação curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Associação de professores de matemática (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM e IIE.

Guimarães, H. (2003). *Pontos críticos no ensino e aprendizagem da Matemática: algumas dicotomias*. Educação e Matemática nº 75: APM

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*, http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf, retirado em 5/2/2008.

Silva, José Sebastião e (1975). *Guia para a utilização do Compêndio de Matemática* (1°, 2° e 3° Vol.), Curso Complementar do Ensino Secundário, Gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério da Educação e Investigação Científica, Lisboa.

Paulo Dias
Escola Secundária da Moita

Materiais para a aula de Matemática

O problema proposto foi adaptado de Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007) e é apresentado como um problema que exige dedução e demonstração. Acompanhar a resolução de problemas com as redacções pode constituir um elemento de aprendizagem e simultaneamente de avaliação. Ao desenvolver um texto escrito, por exemplo sobre a resolução de um problema, os alunos precisam reflectir sobre o processo de abordagem e a forma como comunicam as suas ideias para se tornarem perceptíveis a outros. Esta tarefa pode exigir uma reflexão profunda em que seja necessário fazer apelo a uma cadeia de sucessivas deduções e, em níveis mais avançados, pode ser necessário incluir demonstração. É por isso que Kilpatrick diz que "o aluno que não é capaz de comunicar aquilo que fez com um problema não o resolveu verdadeiramente".

Na resolução deste problema, os alunos podem integrar os seus conhecimentos de segmentos paralelos, ângulos congruentes, ângulos verticalmente opostos, triângulos semelhantes, lados proporcionais, razões entre comprimentos, perímetro e o teorema de Pitágoras, ao nível do 8°, 9° e 10° ano. Mas, também, o problema pode ser resolvido através da construção de um modelo em Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD).

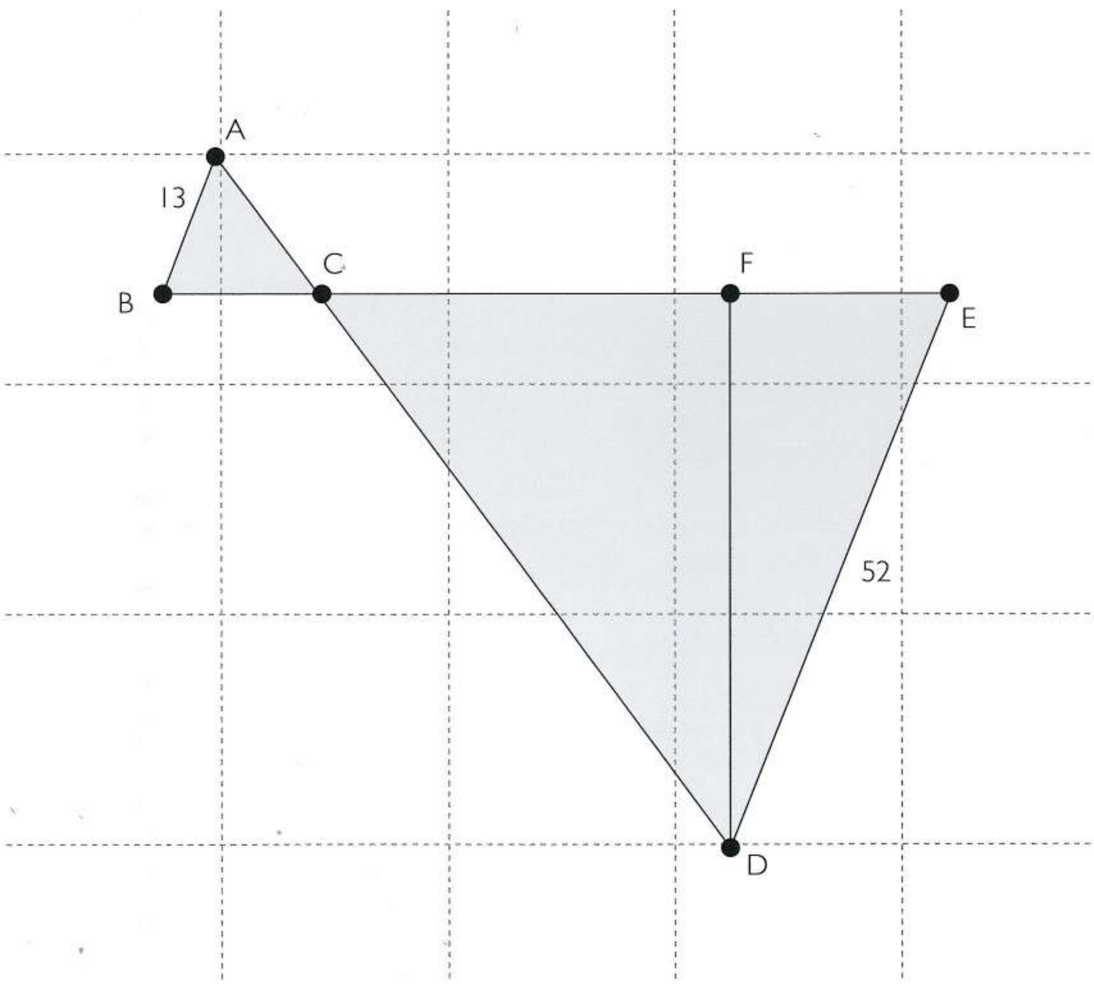
Paulo Dias
Escola Secundária da Moita

Um problema

Na figura, $[AB] \,//\, [DE]$ e $[DF] \perp [CE]$.

Determine o perímetro do triângulo ABC e o perímetro do triângulo CDE.

Explique, numa pequena redacção, de forma completa o que fez para chegar às respostas e como sabe que estão correctas.



Adaptado de Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007).

Grande Concurso Educação e Matemática 2008

O concurso proposto aos leitores da revista consistia em ir "À procura do π": *Usando apenas os algarismos $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e 0 exactamente por esta ordem, os parênteses que se quiser, e as operações adição, subtração, multiplicação, divisão e raiz quadrada, obter o resultado mais próximo de π.*

Concorreram 65 leitores, 50 na categoria A (alunos dos ensinos básico e secundário) e 15 na B (geral) e alguns dos resultados a que chegaram foram excelentes.

Relembremos primeiro que $\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ldots$

Categoria A

O vencedor, o João Pedro Vicente, aluno do 8° ano da Escola Secundária Gil Eanes em Lagos, dedicou-se exaustivamente ao problema e conseguiu obter um valor extraordinário, com seis casas decimais correctas. A fórmula é bastante complexa e usa inúmeras raízes quadradas. Para simplificar a apresentação, vamos substituir a raiz de raiz de raiz... (n vezes) por uma única raiz de índice 2^n:

$$\sqrt{1-2+3} : \sqrt{4} \times 5 + \left(\sqrt[2^{14}]{6} + \sqrt[2^{15}]{7} + \sqrt[2^{20}]{8} \right) \times$$
$$\times \sqrt[2^{24}]{9} + 0 = 3,14159248$$

De notar que o João Pedro ficaria em 3° lugar caso concorresse na categoria B.

Em segundo lugar aparece o Guilherme Carvalho da Escola Secundária Daniel Sampaio, na Sobreda, que obteve um valor também muito bom a partir de uma expressão realmente simples:

$$(1-2+3):(4+5+6-7:8)+\sqrt{9}+0 = 3,14159292$$

Curiosamente, este resultado é equivalente ao número racional $355/113$, uma boa aproximação de π conhecida há bastante tempo.

Em terceiro lugar ficou a Patrícia Rocha da Escola Secundária Camões, em Lisboa, com uma fórmula cheia de raízes que lhe deve ter dado bastante trabalho a descobrir e que apresentamos também de forma simplificada:

$$1 + \sqrt{\sqrt{2}} - \sqrt[2^5]{3} + \sqrt{4} - \sqrt[2^7]{5} - \sqrt[2^{15}]{6} +$$
$$+ \sqrt[2^{17}]{7} + \sqrt[2^{18}]{8} + 9 \times 0 = 3,14159433$$

Em quarto lugar temos o Pedro Coelho, do Instituto de Formação Bancária (IFB) — pólo do Porto, com uma expressão bastante simples:

$$\sqrt{1/23 \times (4-5+6+7+8)+9} = 3,14158642$$

Categoria B

O vencedor foi Alberto Canelas, de Queluz, com uma expressão cheia de raízes quadradas mas que permite um excelente resultado. Ei-la, em escrita simplificada:

$$\sqrt[2^2]{\sqrt[2^6]{1 \times 2} + \sqrt[2^{16}]{3} + \sqrt{4}/5 - \sqrt[2^{15}]{8} + 90} =$$
$$= 3,14159265566$$

De notar que as primeiro 8 casas decimais estão correctas. O segundo lugar foi para Jeanette Bisschop:

$$\sqrt{\sqrt{123 \times 4/5 - \sqrt{\sqrt{(\sqrt{6} \times 7 - 8)/\sqrt{90}}}}} =$$
$$= 3,141592675$$

Em terceiro lugar temos Manuel Marques, que não usa a raiz quadrada e obtém o mesmo valor racional que o Guilherme Carvalho:

$$1+2-(3+4+5)/(6 \times 7/8 - 90) = 3,14159292$$

Classificação Categoria A

1° *João Pedro Vicente* (ES Gil Eanes, Lagos), Software TI N'spire (1)

2° *Guilherme Carvalho* (ES Daniel Sampaio), Calculadora TI-84 Plus (1)

3° *Patrícia Matias da Rocha* (ES Camões, Lisboa), Diciopédia 2007 (3)

4° *Pedro Coelho*, Instituto de Formação Bancária (IFB) — pólo do Porto, Diciopédia 2007 (3)

5° *Michael Rodrigues* (Esc. Bás. 2,3/S de Mêda), Diciopédia 2007 (3)

6° *João Lemos & Ricardo Portela* (Escola Artur Gonçalves, Torres Novas), Diciopédia 2007 (3)

7° *Daniel Índias Fernandes* (Esc. Sec. Camões, Lisboa), Diciopédia 2007 (3)

8° *Paulo Jorge Alexandre* (EBI e Sec. Jean Piaget), Diciopédia 2007 (3)

9° *Miguel Neves Mota Pinto* (EB 2/3 D. Afonso III), Livro Desafios (2)

10° *Antony e David Alves* (EB 2,3 Dr. Francisco Gonçalves Carneiro, Chaves), Livro Desafios (2)

11° *Rodrigo Barão de Medeiros* (Esc. Sec. José Saramago, Mafra), Livro Desafios (2)

12° *Nicolas Fernandes Pinto* (EB 2/3/Sec de Moimenta da Beira), Livro Desafios (2)

Classificação Categoria B

1° *Alberto Canelas*, Unidade TI N'spire (1)

2° *Jeanette Bisschop*, Software TI N'spire (1)

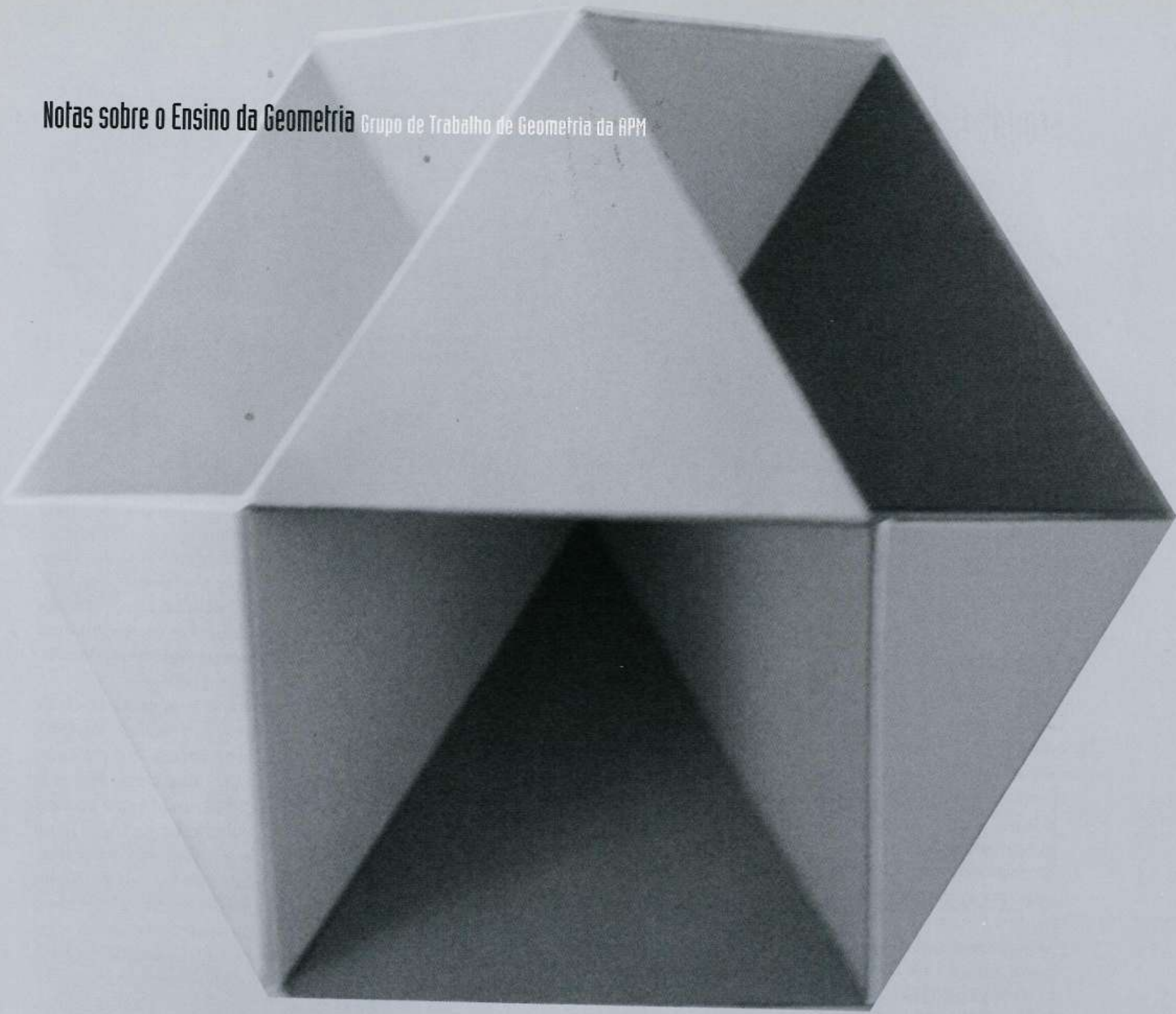
3° *Manuel Marques*, Dicionário de Matemática Elementar (2)

4° *Patrícia Sampaio*, Livro Desafios (2)

Os vencedores devem contactar a sede da APM a fim de lhes serem entregues os prémios.

(1) Oferta Texas Instruments
(2) Oferta Edições Afrontamento
(3) Oferta Porto Editora

José Paulo Viana, E. S. Vergílio Ferreira, Lisboa



Deltaedros há muitos . . .

Eduardo Veloso

Introdução

Esta nota vem na sequência de duas anteriores (EM96 e EM97), intituladas "Há vida na geometria para além dos prismas, paralelepípedos, cubos, esferas, cilindros e cones ..." e "Poliedros regulares". No fim da primeira nota dizíamos que "Em futuras notas, tentaremos mostrar (através de propostas concretas) como há vida muito interessante, na geometria, para além da circunferência e dos prismas, pirâmides, cubos, esferas, cilindros e cones...".

Propostas concretas foi uma expressão não muito bem empregue, pois as propostas concretas em aulas concretas a alunos concretos serão de preferência feitas pelos professores *concretos* desses alunos, ou seja por si, caro leitor. O que vou fazer nesta nota é sugerir um tema, para além dos "prismas, paralelipípedos, ...", a saber, o tema dos *deltaedros*.[1] Trata-se de um tema suficientemente amplo para alimentar propostas desde o 1° ciclo até ao secundário, e apenas o leitor, conhecedor da maturidade dos seus alunos e das suas

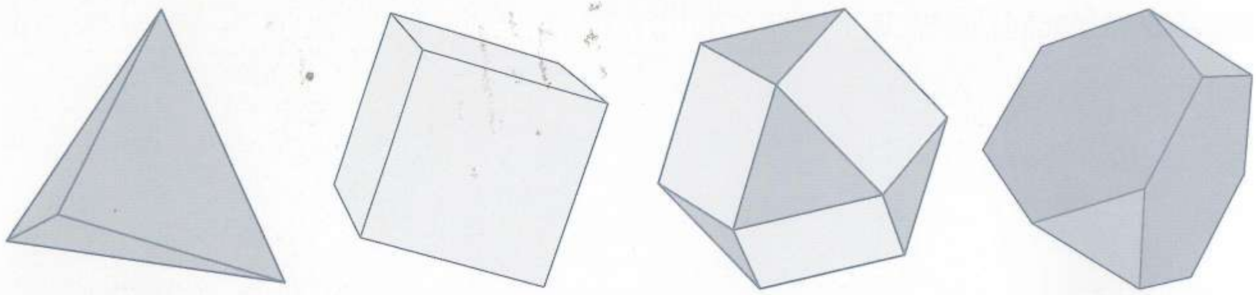


Figura 1

experiências anteriores, pode imaginar a proposta certa no momento certo. Assim, depois desta curta introdução, ocuparei o resto desta nota com alguma informação matemática sobre essa família infinita de poliedros, os deltaedros, suficientemente variada para dar origem a múltiplas propostas de investigações. Incluirei também algumas sugestões de carácter pedagógico.

Os deltaedros

Se, no mundo dos poliedros, escolhermos aqueles cujas faces são *triângulos equiláteros todos iguais*, obtemos a família dos *deltaedros*. Chamam-se assim porque a letra grega delta maiúscula — Δ — tem a forma de um triângulo. Um aspecto comum das investigações que podemos imaginar com deltaedros é a descoberta e construção concreta, com materiais apropriados, de deltaedros.

Um material apropriado para essa construção são peças (tipo *polydron*) em forma de triângulo equilátero[2]. É importante a disponibilidade de uma grande quantidade de peças triangulares, para facilitar a todos os alunos uma ampla experimentação. Os *polydrons* são um material caro e isso pode constituir um problema. Triângulos equiláteros em cartolina e fita adesiva é um material menos prático mas possível de utilizar. Um modo de poupar material é dividir os alunos em grupos e quando um grupo descobre um deltaedro os outros grupos deixam de procurar esse deltaedro.

Os três deltaedros mais conhecidos são naturalmente o tetraedro, o octaedro e o icosaedro, ou seja, os três poliedros regulares convexos de faces triangulares (ver a nota anterior sobre poliedros regulares (EM97)). A tal investigação inicial pode incluir a descoberta de alguns destes poliedros ou não, conforme seja feita antes ou depois do conhecimento dos poliedros regulares. Um modo de propor essa investigação a alunos que nunca construiram os poliedros regulares — alunos do 1° ciclo, por exemplo — pode ser espalhar sobre uma mesa quatro poliedros, por exemplo um tetraedro, um cubo, um cuboctaedro e um tetraedro truncado (fig. 1), e uma grande quantidade de triângulos equiláteros iguais aos que foram usados na sua construção.

Mostra-se aos alunos que destes poliedros, o tetraedro é o único formado apenas por triângulos equiláteros. Pede-se-lhes simplesmente que descubram outros poliedros feitos apenas com triângulos equiláteros, tantos quantos forem capazes.

Os deltaedros são em número infinito, pois podemos imaginar por exemplo um octaedro e depois colar numa das suas faces um tetraedro, e depois na face deste tetraedro outro tetraedro, e assim sucessivamente..., obtendo assim tantos deltaedros quantos quisermos! Mas os matemáticos Freudenthal e Van der Waerden demonstraram[3] em 1947 que deltaedros *convexos* apenas existem oito. Na figura 2 apresentamos os oito deltaedros convexos (acrescentámos as arestas escondidas a tracejado nos três que têm pouca simetria, para facilitar a sua visualização).

Se surgir – ou o professor provocar — a necessidade de discutir o que são poliedros convexos, a melhor maneira, julgo eu, de indicar essa propriedade é afirmar que podemos assentar um poliedro convexo, sobre uma mesa, em cada uma das suas faces. Numa investigação tudo pode acontecer, e pode ser que um aluno descubra o barco (fig. 3), um octaedro que tem tanto direito de ser chamado um deltaedro como o seu irmão regular, apenas não é convexo... Nos primeiros anos talvez seja melhor não separar convexos e côncavos (e eu diria que os que vão aparecer serão em geral os convexos), mas no terceiro ciclo a distinção entre convexos e não convexos deve ser explorada, parece-me.

No caso dos convexos existem apenas, como dissemos, os 8 da fig. 2.[4] Intuitivamente, podemos chegar à conclusão de que não podem existir mais do que 9, da seguinte forma:

Em primeiro lugar, não podem existir mais do que 17 deltaedros convexos

- com efeito, sabemos que o deltaedro com o menor número de faces é o tetraedro, pois não podem existir vértices onde concorram menos do que 3 triângulos equiláteros e conseguimos construir o tetraedro regular, que tem 4 vértices desse tipo e 4 faces;
- por outro lado, não podem existir nos deltaedros convexos mais do que 5 triângulos equiláteros concorrentes em cada vértice e "portanto" — mas é neste ponto que é exigida uma demonstração — intui-se que para se manter convexo o máximo número de faces se obtém no icosaedro, com 12 vértices deste tipo e 20 faces;
- assim, sendo o número mínimo de faces 4 e o máximo 20, poderiam em teoria existir 17, com o número de faces igual a 4,5,6, ... 20.

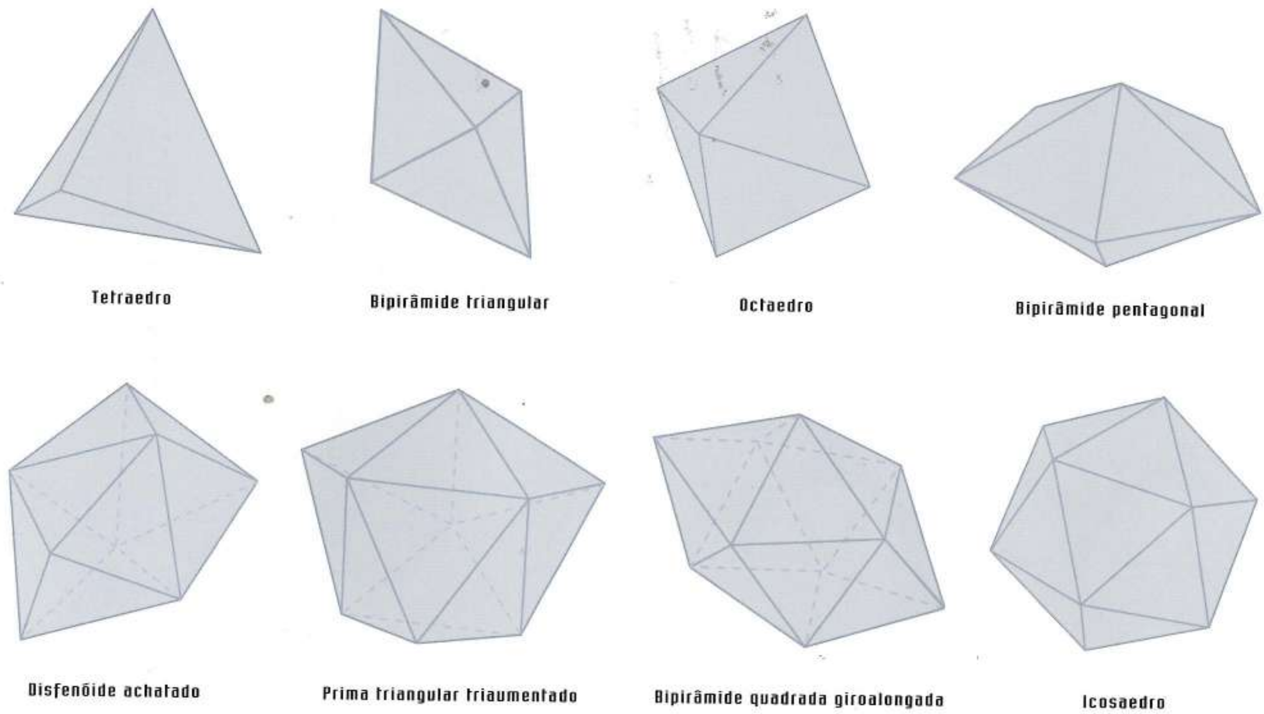


Figura 2

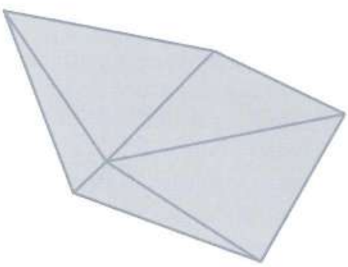


Figura 3

Deltaedros convexos		Faces	Arestas	Vértices
D_4	*tetraedro*	4	6	4
D_6	----	6	9	5
D_8	*octaedro*	8	12	6
D_{10}	----	10	15	7
D_{12}	----	12	18	8
D_{14}	----	14	21	9
D_{16}	----	16	24	10
D_{20}	*icosaedro*	20	30	12

Tabela 1

Em segundo lugar, os deltaedros convexos têm um número de faces sempre par. A demonstração deste facto é bem simples: se for F o número de faces e A o número de arestas, como as faces são triângulos, $A = 3F/2$ pois cada aresta tem duas faces adjacentes; logo o número de faces tem que ser par (pois $F/2$ tem que ser inteiro). Assim, dos 17 ficamos reduzidos teoricamente a 9 possibilidades, com 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20 lados.

O facto de não existir o deltaedro com 18 faces, e portanto de existirem apenas 8 realmente, está demonstrado nas referências bibliográficas já indicadas.

Julgamos que depois de encontrados os 8 deltaedros convexos, feitos com *polydrons*, é interessante contar as suas faces, arestas e vértices e elaborar uma tabela. Nessa tabela podem constar os nomes, mas realmente os nomes não são nada importantes e até alguns deles são muito estranhos. É uma escolha do professor, conforme a maturidade dos alunos e a sua experiência anterior com poliedros. Uma hipótese é deixar apenas os nomes dos regulares, e designar todos por D_n, sendo n o número de faces (ver tabela 1).

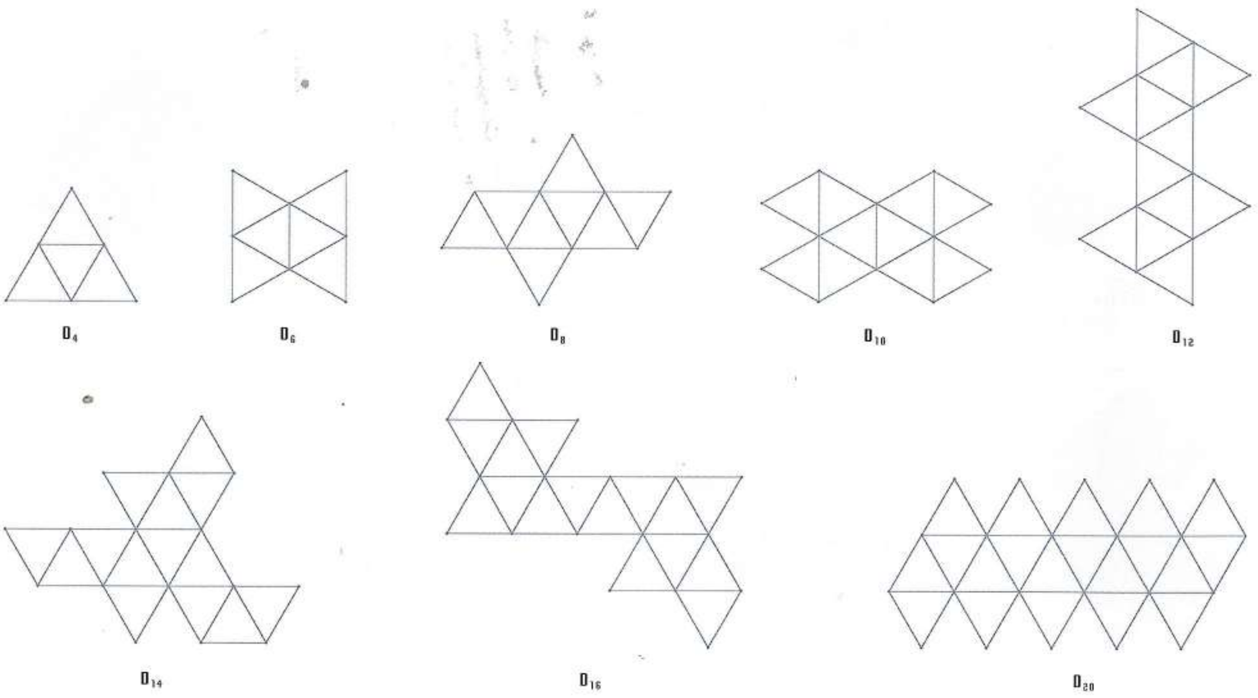


Figura 4

Naturalmente, depois de descobertos e construídos os deltaedros convexos, há que encontrar as suas planificações. Julgo que uma actividade com grande valor educativo consiste em pedir aos alunos que desenhem — sem desfazer as construções — as planificações a partir das construções em *polydron*, e depois desfazê-las cuidadosamente e verificar se se acertou, emendando as que porventura estejam erradas ou pedir a cada grupo de alunos para desenhar uma planificação e depois construir um sólido em cartolina (aqueles que ficariam em exposição). Apresentamos na figura 4 planificações dos 8 deltaedros convexos (estas planificações não são únicas!).

Deltaedros não convexos

Como já salientámos, existem infinitos deltaedros, se incluirmos os não convexos. Apresentamos um exemplo retirado do esplêndido livro *Mathematical Models*, que devia estar à cabeceira de todo o professor de Matemática...

Se num cuboctaedro (veja a fig. 1) colarmos, nas suas faces quadradas, pirâmides de base quadrada e faces laterais triângulos equiláteros, obtemos um octaedro! Mas se em vez de colocarmos as pirâmides voltadas para fora as voltarmos para dentro do cuboctaedro, retirando todas as faces quadradas e as bases das pirâmides, obtemos um poliedro não convexo em que as faces são todas triângulos equiláteros iguais — isto é, um deltaedro não convexo com 32 faces... A figura 5 tenta mostrar esse poliedro[5]. Cundy, no mesmo livro, sugere um modo rápido de o construir em cartolina. O desenho da planificação é obtido a partir da planificação de um octaedro, dividindo cada face em 4 triângulos equiláteros pelos três segmentos que unem os pontos médios dos lados. Obtemos assim a figura 6.

Para construirmos o deltaedro de 32 faces a partir desta planificação, os "vincos" a fazer nos segmentos (lados dos triângulos) por onde vamos dobrar a cartolina são de dois tipos — uns correspondem a "vales", outros a "montanhas" — como é costume. Os lados dos triângulos azuis são montanhas, todos os outros lados correspondem a vales. Na prática, os lados dos triângulos azuis são vincados numa das faces da cartolina, todos os outros na outra. As junções poderão depois ser feitas com fita adesiva transparente.

Notas

1. De resto, foi isto que Pedro Macias Marques fez na última nota, relativamente aos poliedros regulares.
2. Quando os alunos começam a trabalhar com *polydrons*, é bom dizer que vamos adoptar a seguinte "regra do jogo": cada *polydron* irá ser uma face do poliedro, portanto não dá para juntar dois ou mais *polydrons* e fazer uma face maior. Isto é — e parece-me que seria bom o professor dar exemplos como o seguinte —, não é válido juntar quatro *polydrons* triângulos equiláteros e fazer uma face triangular maior, por exemplo. Julgo que a explicação mais clara (é mais produtiva para quem como os alunos está lentamente a construir na sua cabeça o conceito de poliedro) é dizer que ao juntar polígonos para formar o

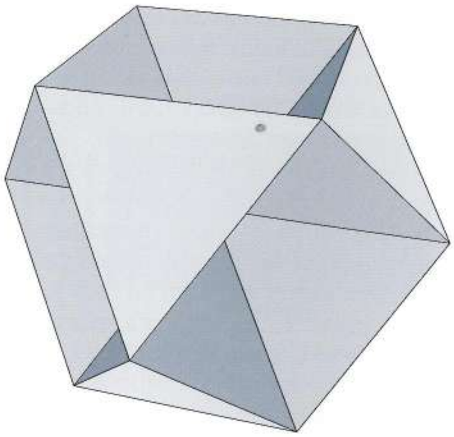


Figura 5

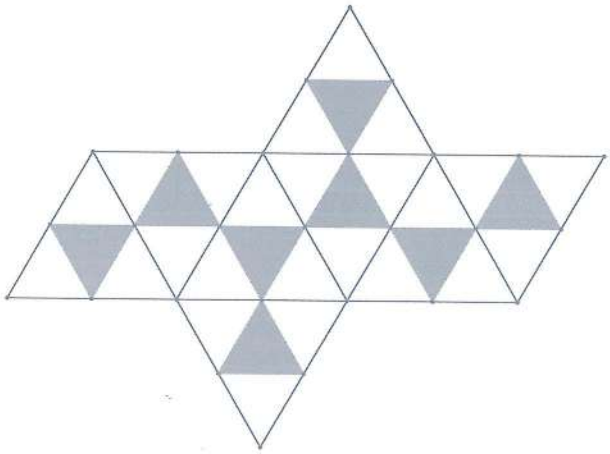


Figura 6

poliedro, todos os lados dos polígonos vão ser arestas do poliedro, haverá sempre um ângulo (mais tarde falarão em diedro, talvez) diferente de 0 quando dois polígonos têm um lado comum.

3. Referido no livro *Mathematical Models*, pág. 142, 3ª edição (ver bibliografia e *links*).

4. Não daremos aqui a demonstração completa de que existem apenas 8 deltaedros convexos. Apresentaremos apenas uma breve justificação de que em teoria apenas poderiam ser 9. Digamos que existem três partes na demonstração completa: que o número de faces está entre 4 e 20 (inclusivé nos dois extremos) — portanto em princípio poderiam existir 17 —, que o número de faces é par – portanto em princípio poderiam apenas existir 9 –, e finalmente que existem 8 porque o deltaedro com 18 faces não pode ser construído. Ver artigo de Cundy na *Mathematical Gazette* (v. bibliografia e *links*).

5. A colega Vera Viana, da APROGED, que sabe tudo sobre poliedros e que está a colaborar com o GTG, comunicou-me que o nome deste poliedro é octahemioctaedro. Aqui fica. Quando penso nestes nomes tão arrevezados de alguns deltaedros, e na paranóia dos nomes que grassa no nosso ensino de geometria elementar, imagino logo o aparecimento, em algum livro de preparação para as provas de aferição, de uma questão como a da figura 7...

Em qual das alíneas seguintes estão escritos os nomes destes poliedros na ordem correcta, da esquerda para a direita:

A) bipirâmide quadrada giroalongada, disfenóide achatado, prisma triangular triaumentado, octahemioctaedro.

B) disfenóide achatado, bipirâmide quadrada giroalongada, prisma triangular triaumentado, octahemioctaedro.

C) disfenóide achatado, prisma triangular triaumentado, octahemioctaedro, bipirâmide quadrada giroalongada.

D) bipirâmide quadrada giroalongada, octahemioctaedro, prisma triangular triaaumentado, disfenóide achatado.

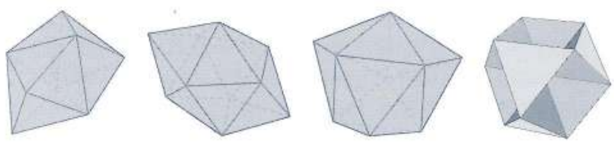


Figura 7

Bibliografia e links

Cundy, H. M. "Deltahedra." *Math. Gaz.* 36, 263–266, 1952. (`http://www.jstor.org/pss/3608204`)

Cundy, H. and Rollett, A. "Deltahedra." §3.11 in *Mathematical Models*, 3rd ed. Stradbroke, England: Tarquin Pub., pp. 142–144, 1989.

WolframMathWorld:

`http://mathworld.wolfram.com/Deltahedron.html`

Eduardo Veloso

Álgebra, pensamento algébrico e tecnologias

Trabalhar com equações e funções como domínios relacionados

A Álgebra e as TIC nos documentos de orientação curricular

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, NCTM (2007), publicados na versão original em inglês, em 2000 e recentemente traduzidos e editados pela Associação de Professores de Matemática, pretendem proporcionar uma 'orientação' e uma 'visão' global para a Matemática escolar, em que "as Normas descrevem os conteúdos e processos matemáticos que os alunos deverão aprender".

Na Norma relativa à Álgebra, aponta-se que "compreender padrões, relações e funções, constituem aspectos críticos do raciocínio algébrico" e, embora ideias e relações matemáticas complexas se possam exprimir através de notação simbólica, esta construção surge a partir de muitas experiências dos alunos com números, desde os primeiros anos.

O mesmo documento reconhece, no *Princípio da Tecnologia*, que a possibilidade que os alunos têm de explorar e analisar muitos exemplos e diferentes formas de representação, constitui um desafio a colocarem e explorarem conjecturas, processos que não ocorrem tão facilmente em situações de trabalho tradicionais de lápis e papel.

O mesmo documento refere que a aprendizagem dos alunos pode beneficiar muito da tecnologia, através, por exemplo, da observação de variações em valores dependentes por alteração das regras ou fórmulas numa folha de cálculo. Claro que estas possibilidades só serão aproveitadas no contexto de tarefas e desafios apropriados feitos pelo professor e de discussões que este conduza na sala de aula.

Na mesma linha, o livro *Teaching and Learning Mathematics — Pre-Kindergarten Through Middle School*, indica um conjunto de objectivos e actividades que devem fazer parte da formação matemática em Álgebra de todos os alunos, desde os graus K-2 até ao 6-8. Aí sugere-se que actividades como, visualizar relações numéricas através da análise de tabelas, procurar todas as combinações possíveis que respeitam uma determinada condição, que passa por constituir uma lista organizada de forma sistemática e não aleatoriamente e estender e generalizar o raciocínio proporcional com vista a tomar uma decisão, constituem aspectos importantes do trabalho preparatório algébrico (Sheffield e Cruikshank, 2005).

Em Portugal, também o novo Programa de Matemática do Ensino Básico, homologado em Dezembro de 2007, propõe nas orientações metodológicas gerais que os alunos devem ser confrontados com uma variedade de representações das ideias matemáticas e serem capazes de passar informação de uma forma de representação para outra (Ponte et. al., 2007). A grande diferença com os programas anteriores é considerar a Álgebra como uma forma de pensamento matemático: o pensamento algébrico. Este, de acordo com Ponte (2006), respeita ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação, incluindo, portanto, a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e com as funções, de manipular símbolos e ter 'sentido do símbolo', um conceito atribuído a Arcavi.

É neste sentido que defende, no domínio da Álgebra, a folha de cálculo como "um recurso tecnológico importante no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que permite realizar com rapidez experiências com números e pôr em evidência relações numéricas". Também no 3° ciclo, reconhece que essa ferramenta constitui um "bom recurso para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas".

De um modo geral, as tendências actuais expressas nos documentos de orientação curricular nacionais e internacionais convergem na valorização da tecnologia, oferecendo múltiplas representações e facilitando a transição entre elas, permitindo a interactividade com objectos matemáticos e uma melhor visualização dos conceitos, incentivando a colocação de conjecturas.

A Álgebra e as TIC nalguns estudos de investigação

A investigação recente reconhece que, a interactividade e dinamicidade que a tecnologia trouxe, mudaram as perspectivas sobre a forma como o ensino e a aprendizagem de conceitos como expressões e variáveis, podem ser vistos.

Após algum predomínio das linguagens de programação, no final da década de 80, começou a dar-se atenção à relevância das múltiplas representações no ensino da Álgebra, identificando-se as folhas de cálculo como facilitadoras de uma abordagem não-*standard* das notações algébricas.

Num estudo recente de Ferrara, Pratt & Robutti (2006), referindo o uso da tecnologia no ensino e aprendizagem de expressões e variáveis, as autoras reconhecem tendências da investigação que colocam a "ênfase na aprendizagem dos estudantes e nas múltiplas visões dos conceitos através de múltiplas representações".

Relativamente à tecnologia no ensino e aprendizagem das funções, as mesmas autoras constatam que, no currículo tradicional, o trabalho algébrico começou por ter o foco na resolução de equações simples e paralelamente emergiu uma linha em que a "simbolização esconde não um único valor mas uma variável ou parâmetro, que representam um conjunto de valores num domínio ou contra-domínio", que conduz ao estudo das funções e gráficos, considerado por vários autores como percursor do estudo do cálculo.

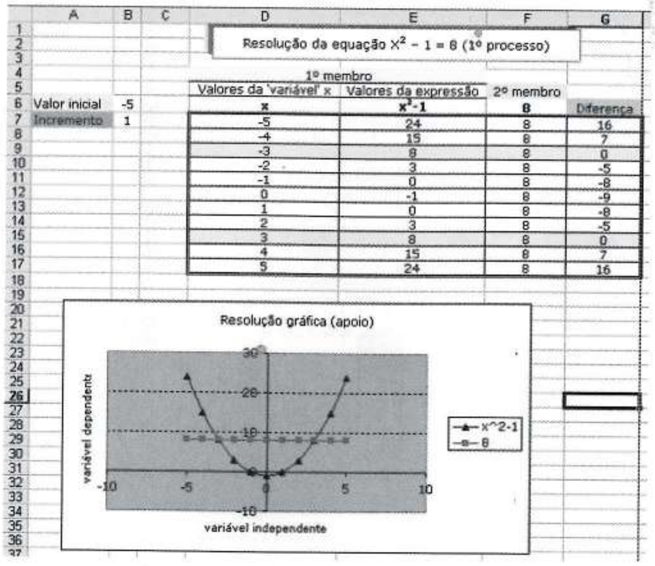


Figura 1

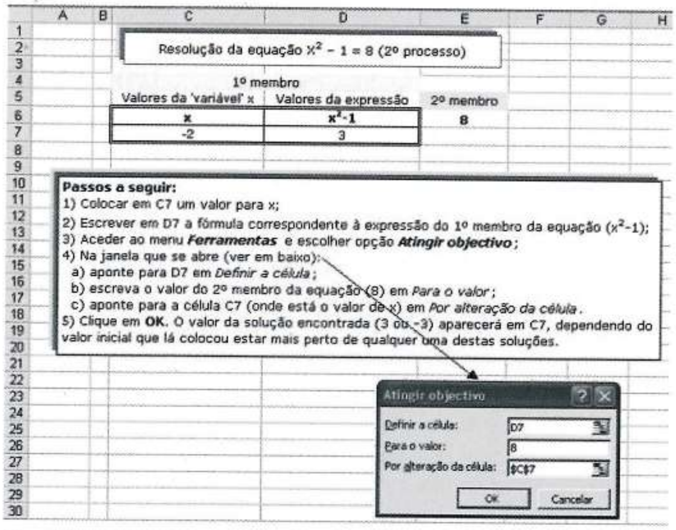


Figura 2

Também parece existir evidência de que o potencial oferecido pela tecnologia de permitir a interligação entre múltiplas representações, pode facilitar a ocorrência e construção de conexões mentais. Por exemplo, de acordo com Ferrara, Pratt & Robutti (2006), um objectivo pedagógico abrangente é ajudar as crianças a conectar dois domínios diferentes, como resolver equações e trabalhar com funções e este trabalho sobre funções baseado na tecnologia parece trazer recompensas ao nível da compreensão das equações.

Conectar dois domínios da álgebra e usar múltiplas representações

Foi a partir desta ideia de conectar dois domínios, o das equações e o das funções, que pensei em abordar a resolução de uma equação com uma folha de cálculo, usando dois processos diferentes, e recorrendo ao *applet Árvores algébricas* (em português) do site do Instituto Freudenthal (em `http://www.fi.uu.nl/en/pt/`), tentando usar as diferentes potencialidades associadas a estas ferramentas.

Tomando como exemplo a equação $x^2 - 1 = 8$ (que pode surgir da modelação de um qualquer problema de palavras), na folha de cálculo optei por um 1° processo em que a partir de um valor inicial para x e de um incremento, ambos definidos pelo utilizador, criei quatro colunas (figura 1): a primeira, (D), com um conjunto de valores para a variável x (calculados a partir das condições iniciais definidas); a coluna (E), correspondente ao 1° membro da equação, função da primeira coluna, com os valores calculados na expressão $x^2 - 1$; a terceira (F) com a constante 8, correspondente ao 2° membro da equação; e a última (G), facultativa, com a diferença entre os correspondentes valores das colunas (E-F).

Na linha (ou linhas, no caso da existência de mais do que uma solução) em que o 1° membro for igual ao 2° membro, encontramos na coluna D as soluções da equação (-3 e 3, neste caso), que são simultaneamente as abcissas dos pontos de intersecção dos gráficos das funções definidas, respectivamente, pela expressão $x^2 - 1$ e pela constante 8.

Alguma investigação, como a referida por Yerushalmy e Chazan (2003), sugere que, em particular as folhas de cálculo e as calculadoras gráficas, têm por objectivo reduzir a carga cognitiva de interacção com aspectos do simbolismo matemático e valorizam a aprendizagem de exemplos em várias representações ligadas (gráficos e tabelas). Estes autores referem que "os estudantes que usam a folha de cálculo desta forma estão trabalhando analiticamente, por oposição a sinteticamente, raciocinando com uma incógnita para a tornar conhecida", o que representa um processo bem diferente do usual envolvendo a resolução de uma equação.

Este trabalho baseia-se num método que podemos designar de 'tentativa e erro' sistemático, ou seja, num conjunto de cálculos que se vão realizando em sequência, ao mesmo tempo que se observa a relação entre as 'entradas' e as respectivas 'saídas', libertando o estudante de manipular uma equação para encontrar a solução. Esta visão, partilhada por Yerushalmy e Chazan (2003), identifica-se com o 1° processo de resolução da equação, aqui apresentado na figura 1.

Relativamente ao 2° processo, como é ilustrado na figura 2, trata-se de usar uma opção (*Atingir objectivo*) do menu *Ferramentas* da folha de cálculo, para 'obrigar ou forçar' uma expressão a tomar determinado valor e aí a ferramenta funciona como uma 'caixa negra', usando os seus algoritmos internos para realizar esse cálculo e nos devolver a solução. Mas como nos devolverá, neste caso, as duas soluções? Experimente iniciar o uso da função *Atingir objectivo* com um valor de x (em C7) positivo. Que solução obtém? E se o valor em C7 for negativo, por exemplo, -1? Qual a solução que obtém?

Estas são algumas das questões a ter em conta quando se trabalha com uma folha de cálculo, onde o 1° processo, analítico e de tentativa e erro sistemático, se apoia claramente nas múltiplas representações, neste caso, tabulares e gráficas, a par de se visualizarem as soluções da equação (as 'ditas' incógnitas) entre um conjunto de valores numéricos que se geram e variam realmente (valores que assume a 'dita' variável). Na realidade, o que temos são duas funções cujos valores de x variam livremente dentro do respectivo domínio. Só quando lhe introduzimos a restrição, neste caso, de serem iguais, condicionamos as variáveis a assumirem determinado(s) valor(es).

Finalmente o uso do *applet Árvores algébricas*, dá-nos uma aproximação às expressões simbólicas que traduzem a relação, através de um processo de construção de um modelo, com o auxílio de etiquetas de entrada/saída e de etiquetas/operadores que exige um conhecimento sobre as prioridades das operações, ao mesmo tempo que nos permite pedir uma tabela de valores para cada uma das expressões/funções e ligá-las a um gráfico onde se identificam com facilidade os pontos de intersecção, cujas abcissas correspondem, à semelhança do que aconteceu na folha de cálculo (1° processo), às soluções da equação do 2° grau, $x^2 - 1 = 8$ (ver figura 3).

Este é apenas mais um exemplo de que não basta identificar o conteúdo, neste caso, a resolução de equações. Precisamos de seleccionar os objectivos que queremos atingir, a natureza das tarefas de aprendizagem a propor, as estratégias a desenvolver e os momentos de interacção a privilegiar, tendo em conta as potencialidades e limitações da tecnologia a usar. A opção por uma tecnologia ou por um determinado processo dentro de cada uma delas, não é neutro e conduz-nos a uma abordagem diferente da álgebra, que poderá estar mais ou menos próxima daquilo a que se chama no novo Programa da Matemática do Ensino Básico, o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Mais uma vez, a natureza das tarefas, a mediação da ferramenta tecnológica e o importante papel do professor, constituem factores críticos na aprendizagem dos alunos.

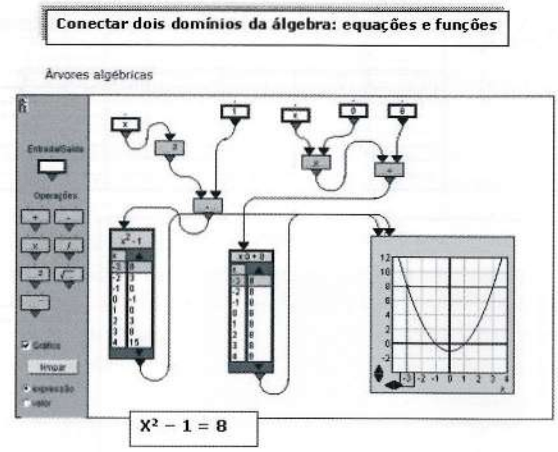


Figura 3

Bibliografia

Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti O. (2006). The role and uses of Technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutiérrez & P. Boero (Orgs), Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future (pp. 237–273). Roterdão: Sense.

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Lisboa: APM. (Trabalho original em inglês publicado em 2000).

Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale. (Org.), Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores (pp. 5–27). Lisboa: SPCE.

Ponte et al. (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Consultado em http://sitio.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf, em 1 de Março de 2008.

Sheffield, L. e Cruikshank, D. (2005). Teaching and Learning Mathematics — Pre-Kindergarten Through Middle School. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Yerushalmy, M. e Chazan, D. (2003). Flux in School Algebra: Curricular Change, Graphing Technology, and Research on Student Learning and Teacher Knowledge. In A. J. Bishop et al. (Eds.), Second International Handbook of Mathematics Education (pp. 725–755). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

José Duarte
Escola Superior de Educação de Setúbal

Tecnologias na Aprendizagem da Matemática (TAM)

um projecto de formação em desenvolvimento

Sob proposta da Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC), o Centro de Competência CRIE da ESE de Setúbal (Computadores, Redes e Internet nas Escolas), coordenou o lançamento, em 2007-2008, de um Programa de Formação Contínua na área da utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação no Ensino da Matemática, dirigido a professores do 3º ciclo, envolvidos no Plano da Matemática.

O Programa envolve este ano mais 6 Centros de Competência, sediados na EDUCOM — Algarve, Escola Superior de Biotecnologia da Universidade Católica do Porto, SoftCiências — Universidade de Coimbra, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Centro de Competência da Beira Interior e Universidade de Évora.

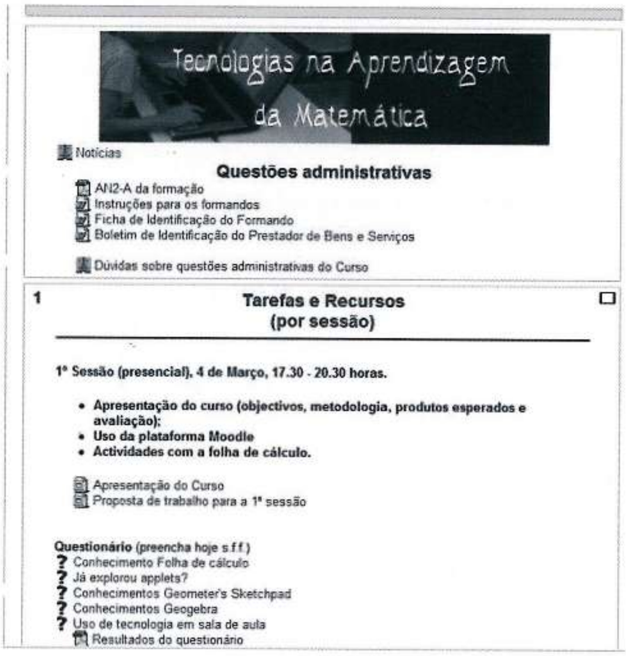
Do Programa, que foi concebido no final do ano de 2007, constam a realização de 14 edições a nível nacional de um Curso "Tecnologias na Aprendizagem da Matemática", em regime de *blended-learning*, com vista ao uso e integração curricular das TIC no processo de ensino-aprendizagem na sala de aula de Matemática, privilegiando ferramentas como a folha de cálculo, os *applets* e um Ambiente de Geometria Dinâmica, neste caso, o Geogebra. Estas tecnologias serão integradas numa proposta didáctica que será experimentada na sala de aula e da qual será realizado um relato descritivo e reflexivo a colocar numa plataforma de gestão de aprendizagem *moodle* de apoio a cada uma das edições do Curso.

Também as instituições envolvidas, através de um responsável e dos formadores dos Cursos, integrarão uma plataforma *moodle* que apoiará, à distância, o desenvolvimento do Programa, ao nível dos materiais a usar, propostas metodológicas de orientação do curso, espaços de comentário e reflexão e um fórum para recolha de boas práticas de uso das TIC que serão enviadas pelos Centros de Competência através de um processo de monitorização.

Neste momento, decorre já a 2ª metade das sessões nas 14 turmas do Curso que terminará até início de Junho, envolvendo um total de cerca de 350 professores, o que corresponde aproximadamente a 50% da procura (cerca de 700 inscritos), estando prevista a replicação de outras tantas realizações do Curso TAM até final do ano civil de 2008.

A avaliação deste Programa, testemunhos de alguns dos participantes, exemplos de tarefas e boas práticas de formação e uso das TIC no ensino da Matemática, serão objecto de informação em próximo número da Revista.

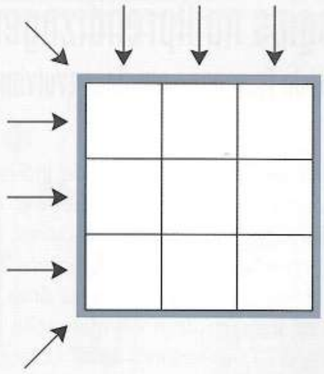
José Duarte



Múltiplos de 9 em quadrado mágico

Colocar os algarismos de 1 a 9, um em cada casa, de tal modo que os três números lidos na horizontal, os três números lidos na vertical e os dois números lidos nas diagonais principais sejam todos eles múltiplos de 9.

(Respostas até 15 de Outubro)



Números incríveis

O problema proposto no número 96 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A Graça diz que arranjou dois números tais que:

se os somar, se os multiplicar ou se dividir um pelo outro, os resultados são sempre iguais.

Quais são esses números?

Recebemos 9 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Armando Fernandes (Aveiro), Francisco Estorninho (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), Iola Ribeiro (Faro), José Paulo Coelho (Santana de Portel), Maria João Alves (Guimarães), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e Sérgio Peixoto (Braga).

Os processos utilizados na resolução do problema foram praticamente idênticos.

Se representarmos os números procurados por x e y, com $y \neq 0$, e o resultado comum das três operações por k, temos as seguintes equações:

equação (1) $x + y = k$

equação (2) $x \cdot y = k$

equação (3) $\dfrac{x}{y} = k$

Nota: alguns dos leitores não utilizaram o número k e definiram apenas duas equações,

$$x + y = x \cdot y \text{ e } x \cdot y = \frac{x}{y}.$$

De (1) e (2) vem

$$x \cdot y = \frac{x}{y} \text{ ou } x \cdot y^2 = x \text{ e portanto } y = 1 \text{ ou } y = -1.$$

Se $y = 1$, as equações (1) e (2) dariam:

$$x + 1 = k \text{ e } x = k \text{ (impossível).}$$

Se $y = -1$, pelas equações (2) ou (3) vem: $x = -k$.

A partir de (1) substituimos estes valores e temos:

$$x + y = k \Leftrightarrow x - 1 = -x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Conclusão: os números da Graça são $x = 1/2$ e $y = -1$.

Confirmação:

$$x + y = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$x \cdot y = \frac{1}{2} \cdot (-1) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}/(-1) = -\frac{1}{2}$$

O José Paulo Coelho acrescentou ainda uma resolução gráfica a partir das equações resolvidas em ordem a y.

Por uma matemática significativa. Notas sobre um encontro recente

José Manuel Matos

Entre 7 e 8 de Maio decorreu o encontro organizado pela Direcção-Geral da Inovação e do Desenvolvimento Curricular Conferência Internacional sobre o Ensino da Matemática. Debateu-se o ensino da Matemática em Portugal e divulgaram-se experiências em curso, especialmente as apoiadas pela actual equipa ministerial. Participaram cerca de 300 professores de Matemática e, para além de uma forte presença do ensino superior, intervieram responsáveis de programas oficiais dedicados ao ensino da Matemática e representantes de diversas entidades do Ministério, com especial destaque para a Ministra da Educação e outros elementos da sua equipa. Foram ainda convidados educadores matemáticos estrangeiros: Cathy Seely dos EUA, Celia Hoyles de Inglaterra e Frans Van Galen da Holanda. Dos dois dias de intensos debates gostaria de destacar alguns temas.

Em primeiro lugar, a nossa sociedade está em transformação o que nos coloca exigências centradas em mudanças de qualidade: qualidade de competências, de intervenção cívica e de vivência social. O sistema educativo é naturalmente pressionado por estas transformações, mas também por problemas internos (por exemplo, a necessidade de encontrar modos de integrar alunos problemáticos).

Os programas estiveram naturalmente em debate. Intervenções destacaram a importância e a especificidade da Matemática (o seu triplo papel de competência básica, ciência autónoma e de disciplina de serviço; a oposição entre calcular e compreender; o papel das definições; a relação com a tecnologia) e o modo como esta especificidade condiciona o seu lugar no currículo, bem como a identidade profissional dos seus professores. Discutiram-se os programas do ensino secundário, bem como os futuros programas do ensino básico e foi clara a sua actualidade quando comparados com os de outros países.

O papel das instituições mediadoras dos programas foi objecto de aprofundamento. Foi debatida a avaliação de livros de texto, bem como a importância crescente de outros ambientes de ensino (o portal Alea, as bases de dados de problemas, os jogos educativos, a internet, etc.) ou de instituições públicas dedicadas ao aprofundamento curricular, por exemplo na Holanda e em Inglaterra. Revelou-se decisivo o papel de acompanhantes da prática pedagógica quer na reforma do secundário, quer no Plano de Acção para a Matemática, cuja acção, com os professores, cria contextos de aprofundamento dos programas.

É, no entanto, às práticas de aula e às formas criativas como os professores constroem e reconstroem o currículo que gostaria de dar o maior destaque. É no nível da aula que tudo se decide e a importância da acção e da reflexão, da colaboração entre professores e da construção de uma cultura de sucesso foi bem patente. Os 145 posters revelam a sua vitalidade e criatividade. Embora as escolas e os seus professores sejam os actores decisivos, diversos participantes, desde responsáveis pelos programas até elementos da assistência vincaram bem a importância do apoio dos responsáveis governamentais.

Em suma, gostaria de destacar a importância para uma sociedade moderna da cooperação e da formação de consensos entre os diversos responsáveis (escolas, associações profissionais, instituições oficiais). A imagem mais forte que retenho deste encontro é talvez a importância da autonomia criativa das escolas e dos seus professores e do seu contraponto de responsabilidade perante as exigências sociais de uma melhor qualidade do ensino da Matemática que disponibilize a todos os alunos o acesso a uma matemática significativa usando ferramentas apropriadas.

José Manuel Matos
Faculdade de Ciências e Tecnologia

Nenhum aluno pode ser deixado para trás

Esta é a principal prioridade do ensino da Matemática nos EUA, como destacou Cathy Seely, professora da Universidade de Austin, Texas, que já foi presidente do National Council of Teachers of Mathematics, na palestra de abertura da Conferência internacional sobre o ensino da Matemática. Prioridade que, entre nós, corresponde à ideia de uma "matemática para todos". Daí a grande tarefa de diminuir o abandono escolar e resolver os problemas originados pela retenção em matemática para que "nenhum jovem fique para trás", mas como também frisou Cathy, em simultâneo, não esquecer que todos esses alunos precisam de elevados níveis de Matemática (equidade, acesso e oportunidade). E como o conseguir? A autora concretizou as necessidades dos alunos, em termos de: "mais matemática e ciência do que previamos; mais Estatística e Probabilidades; Literacia financeira; mais opções na sua escolaridade para futuras escolhas e poderem redireccionar os seus percursos; foco na resolução de problemas, raciocínio e comunicação para que utilizem os conhecimentos de forma mais versátil".

Como conciliar estes temas emergentes: matemática para todos e desenvolver todo o seu potencial para alcançarem elevado nível de competências em Matemática, é o desafio que todos os países enfrentam e que também foi discutido nos diversos painéis da Conferência.

O trabalho que, entre nós está a ser desenvolvido, quer no âmbito dos Programas de Formação Contínua em Matemática (PFCM), quer no âmbito do Plano da Matemática (PM) teve alguma visibilidade nos mais de 140 posters que se encontravam em exibição, ao longo dos dois dias.

Foi estimulante conhecer as iniciativas de outros países e outros governos, nomeadamente a do governo britânico, pela voz de Celia Hoyles, professora catedrática da Universidade de Londres que recentemente desempenhou o cargo de "Chief Advisory" para o ensino da Matemática, no governo do seu país. E o que faz um conselheiro destes? "Eu falei, fiz conferências para uma data de ministros, não só da Educação, mas todos aqueles cuja acção podia influenciar o ensino da Matemática. Eu fiz com que a voz da Matemática fosse ouvida nos círculos governamentais. Foi uma experiência única. E a mensagem que procurei passar foi a de que a Matemática é *única*, mas com *múltiplas faces*: 1) é uma disciplina nuclear/central (core subject); 2) é essencial para a vida; 3) é uma disciplina de serviço para outras áreas ". E salientou que cada uma destas *faces*, tem exigências diferentes em termos de ensino, a nível de: conteúdos a ensinar e competências a desenvolver; linguagem e pedagogia. Mas trouxe-nos ainda a sua experiência como directora do National Centre for the Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM). É uma estrutura nacional que oferece apoio profissional a todos os envolvidos no ensino e aprendizagem da Matemática através de redes colaborativas locais e regionais, de encontros nacionais e de um portal interactivo. O foco deste projecto, como ela destacou "é a Matemática, conhecimento da matemática e conhecimento didáctico fortemente ligados à prática, por isso, não se fala das outras questões da escola, como indisciplina...". E o que querem os professores deste NCETM? A necessidade, com maior evidência, recolhida através de um questionário, foi "tempo para planificar sequências de aulas, observar e rever com os colegas a implementação dessas aulas". Ao ouvirmos esta frase, não pudemos deixar de pensar no trabalho que ambas desenvolvemos no âmbito dos Programas de Formação Contínua em Matemática (PFCM), sendo, afinal, também esse o caminho que temos vindo a trilhar e que os professores formandos também valorizam.

Professores falam mais entre eles e dizem que isso está a ser bom para a Matemática

Clara Viana

Aulas de 90 minutos também estão a contribuir para uma melhor Matemática. Conferência termina hoje em Belém. SPM diz que não foi convidada

habitualmente "grandes dificuldades em Geometria". Na escola ao lado, um estabelecimento do segundo ciclo de onde vêm muitos dos seus alunos, os professores do 6.º ano muitas vezes não conseguiam chegar à parte da Geometria. Ou seja, os alunos chegavam ao 7.º ano quase a zero nesta matéria.

Ontem, sorridente, a docente contou a história no Centro Cultural de Belém, durante uma das sessões da Conferência Internacional sobre o ensino da Matemática, promovida pelo Ministério da Educação. Catarina Ferreira, que já colaborou em projectos do Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE) e pertenceu à direcção da Associação de Professores de Matemática, referiu que as conversas com os professores do segundo ciclo já lhe permitiram preparar o ano de estreia do terceiro ciclo de modo mais conforme às necessidades dos alunos. "Claro que já podia ter feito esse contacto, mas sabem como nós, os professores, somos tão distraídos", comentou. Para ela, este contacto figura entre as mais-valias que já resultaram do Plano de Acção para a Matemática, lançado há dois anos pelo Ministério da Educação para melhorar o ensino da disciplina.

Principal conquista do PAM até ver, segundo ela e vários outros docentes: o trabalho em equipa entre professores. Desta colaboração recente resultaram muitos dos "exemplos de boas práticas" que mais de 140 escolas levaram ao CCB sob a forma de posters, onde dão conta do que estão a fazer, no âmbito daquele plano, para melhorar o ensino da

Desta colaboração recente resultaram muitos dos "exemplos de boas práticas" que mais de 140 escolas levaram ao CCB sob a forma de *posters*, onde dão conta do que estão a fazer

foram convidados como conferencistas vários dos autores dos programas em vigor. Teresa Cassiotti, da direcção da Sociedade Portuguesa de Matemática, que tem protagonizado as críticas aos actuais currículos, disse que a SPM não foi convidada. Joana Brocardo, coordenadora da conferência, garantiu o contrário.

"Fatalidade genética"

$$\begin{cases} x+3y=8 \\ 2x+y=1 \end{cases}$$

par $(-2, 10$

Jorge Pedreira, secretário de Estado adjunto e da Educação, defendeu ontem que é preciso "erradicar" a ideia, instalada em Portugal, de que os maus resultados a Matemática são quase "uma fatalidade genética". "Há problemas do ponto de vista curricular, há problemas do ponto de vista da formação de professores. Há muitos problemas de natureza diferente e para todos tem de haver respostas", afirmou.

Armando Machado, professor do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências de Lisboa, fortemente representada entre os conferencistas, apontou algumas opções do actual programa que, segundo ele, "parecem apontar para direcções menos correctas", que poderão estar a contribuir para "uma visão deformada, pouco organizada e empobrecida" da Matemática. Entre elas, figuram uma "perspectiva casuística dos conhecimentos matemáticos", a "abordagem de assuntos de forma incompleta" e a "frequente desvalorização do cálculo".

Para Henrique Guimarães, membro da equipa que elaborou o reajustamento do programa de Matemática para o ensino básico, que entrará em vigor em 2009, o novo currículo poderá vir marcar a diferença que falta. Pela primeira vez, haverá em Portugal uma articulação com o primeiro ciclo, justificou.

Uma boa conquista para a Matemática, segundo Arsélio Martins, Prémio Nacional de Professores 2007: as aulas de 90 minutos.

Experiência dos EUA narrada em Belém

Uma mau ensino é um acto de guerra

O postulado de que nenhum estudante pode ser deixado para trás parte deste princípio: o desenvolvimento do potencial de cada um faz parte dos seus direitos enquanto cidadãos e seres humanos. "É a nossa responsabilidade como educadores", diz Seely.

falam de mundos muito diferentes. Nos EUA, recordou Seely, em Belém, o primeiro sobressalto deu-se na década de 50, quando os soviéticos lan-

como um acto de guerra". Nessa altura, podia-se "concluir o Secundário apenas como conhecimentos elementares de Matemática. Mas hoje já não é assim", disse Seely. O que mudou? Estabeleceu-se uma "agenda para acção", fixaram-se critérios, estipulou-se que "nenhuma criança pode ficar de fora da Matemática" e isso "influenciou tudo o que se faz na escola". Por outro lado, na avaliação das escolas passou a pesar o seu desempenho.

O postulado de que nenhum estudante pode ser deixado para trás parte deste princípio: o desenvolvimento do potencial de cada um faz parte dos seus direitos enquanto cidadãos e seres humanos. "É a nossa responsabilidade como educadores", diz Seely.

In Público, 08 de Maio de 2008

Alice Carvalho e Isabel Rocha

Campeonato Nacional dos Jogos Matemáticos: um percurso até Braga

Ana Paula Cristina
Cristina Mota

"Mãe, hoje não vou almoçar a casa, estou nos Jogos Matemáticos" — esta foi a frase com a qual um aluno do 12° ano, participante no Campeonato de Jogos Matemáticos, a decorrer na Escola Secundária da Moita (ESM), atendeu um telefonema da sua mãe. São expressões entusiasmadas como esta que nos motivaram a participar e a investir na concretização, a nível de escola, dos Jogos Matemáticos.

O 4° Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos realizou-se no dia 29 de Fevereiro de 2008 com o apoio da Comissão Organizadora do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, em colaboração com a Associação de Professores de Matemática (APM), a Associação Ludus, a Universidade do Minho, o Museu de Ciência da Universidade de Lisboa, o Programa Ciência Viva e a Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM).

Pela primeira vez a ESM esteve presente neste campeonato, que decorreu na Universidade do Minho — Pólo de Braga. A equipa de alunos que acompanhamos a Braga, constituída pelos vencedores do torneio realizado a nível de escola, era formada pelos alunos Ricardo Ramos e Mauro Leite, ambos do 11° A2, e Clara Santos do 12°A1. Estes alunos merecem-nos uma palavra de apoio e estímulo pela prontidão, entusiasmo e disponibilidade demonstrados em todas as fases da competição e durante os dois dias da visita de estudo.

Mas retornemos ao longínquo dia 30 de Outubro de 2007, no qual, em reunião de Departamento, a Cristina propôs que se "realizassem" na escola os Jogos Nacionais. Com palavras de entusiasmo relembrou a sua experiência, no ano lectivo anterior, quando pela primeira vez participou nos Jogos em Évora: "Logo à chegada dava para sentir o *cheiro* e o *sabor* da Matemática no ar: ora um grupo treinava o jogo Amazonas, ora dois pequeninos debatiam entre si a melhor estratégia para serem vencedores. Um dos alunos que acompanhei reconheceu de imediato o adversário que o tinha eliminado no ano anterior e garantiu-me, ali mesmo, que, no presente ano, se jogasse com esse colega, seria ele o vencedor. O ambiente era óptimo e o facto dos alunos se integrarem de forma tão positiva num ambiente inicialmente estranho faz com que queira repetir a experiência este ano e daí o dar-vos a conhecer a minha experiência."

Logo nesse dia agendaram-se reuniões de trabalho entre professores para preparar, em conjunto, os jogos e outros materiais, e organizarmos os demais aspectos relacionados com a calendarização do campeonato de escola. No campeonato a nível nacional disputam-se seis jogos em que podem participar alunos dos três ciclos do Ensino Básico e ainda do Ensino Secundário. Cada escola pode inscrever somente um aluno por jogo e por nível de ensino.

Assim, e com o apoio do Departamento de Matemática, nós as duas ficámos responsáveis pela divulgação dos jogos, campanha de divulgação e organização das várias fases do campeonato a nível de escola, com o objectivo de serem seleccionados os três alunos que iriam representar a escola, pois apenas houve inscrições no Ensino Secundário.

No dia 11 de Dezembro, tivemos a presença na ESM do professor Jorge Nuno Silva, responsável da Associação Ludus, o qual amavelmente acedeu ao nosso convite para proferir uma palestra sobre "Jogos e Matemática: Uma Relação Complexa". O objectivo foi apresentar aos alunos o papel dos jogos como uma fonte de prazer, interesse e fascínio ao longo dos tempos. Esta sessão, cujo objectivo foi divulgar os jogos, apresentou uma característica especial: o aluno Mauro Leite, que na altura não suponhamos vir a ter o privilégio de acompanhar a Braga, foi premiado com uma calculadora gráfica pelo seu apuramento para a 2ª fase das Olimpíadas da Matemática. Agradecemos à *Casio* a amável contribuição pela oferta da calculadora.

Passados dois dias, dia 13 de Dezembro, realizaram-se na escola, durante todo o dia, actividades de divulgação e realização de jogos. Como podemos observar nas fotos, o interesse genuíno dos alunos manifestou-se na sua comparência maciça ao longo de todo o dia na sala onde se jogava.

No mês de Janeiro cada professor de Matemática ficou encarregue de preencher a ficha de inscrição dos alunos que pretendiam realizar a última fase do campeonato: selecção dos três alunos que iriam representar a escola. No dia 20 de Fevereiro, chegou o dia tão desejado por alguns. Às 8h30 iniciaram-se os jogos: Rastros — até às 10h30, Amazonas até às 12h e Hex até às 13h30. Foi uma manhã agitada, intensa, trabalhosa, mas sem dúvida muito estimulante para todos os que participaram.

Não podemos deixar de mencionar o imenso trabalho envolvido na preparação dos jogos: compra de alguns jogos na APM, plastificação de tabuleiros, compra de pedrinhas, elaboração de cartazes de divulgação e regras dos jogos, fichas de inscrição, pedidos de autorização, justificações de faltas dos alunos presentes nos jogos, o regulamento do campeonato, etc. Para não falar do, sempre presente e muitas vezes inultrapassável, problema económico. Nesse aspecto todos estamos em dívida para com a Cristina pois, devido aos seus muitos contactos e pedidos, nomeadamente, à Câmara Municipal da Moita, Junta de Freguesia da Moita, Caixa Geral de Depósitos, Porto Editora, Instituto Português da Juventude, Governo Civil de Setúbal, entre outras, foi possível obter o dinheiro necessário para a viagem em autocarro, a estadia no hotel e o jantar de dia 28 para os três alunos e para nós as duas.

Para a viagem, entrámos em contacto com outras escolas e conseguimos juntar-nos com mais três escolas do Barreiro para efectuarmos a viajem para Braga. Quando entrámos no autocarro já os tabuleiros rolavam pelos bancos e depressa os pares que disputavam cada partida eram constituídos por alunos que não se conheciam. A viagem correu sobre rodas, em todos os sentidos, pois as cinco horas que nos separaram de Braga foram preenchidas por mini-torneios entre alunos e, por vezes, entre alunos e professores. Foi enriquecedora a troca de experiências entre os professores pertencentes às várias escolas. Em muitas das "histórias" que se contaram sobre a presença em anteriores campeonatos era bem visível o papel interveniente e decisivo do professor na deslocação dos respectivos alunos, em especial, nas situações em que a faixa etária era menor e as dificuldades económicas bem evidentes.

Mas, também aqui queremos manifestar que, depois de todo o trabalho envolvido e após alguns contratempos de última hora (há sempre contratempos — a vinte minutos da partida um aluno telefonou informando-nos de que não iria participar no Campeonato Nacional; conseguimos substitui-lo pelo aluno que ficou em 2º lugar e cuja mãe veio à escola trazer-lhe a roupa e respectiva autorização), a alegria e satisfação que obtivemos no dia 29 de Fevereiro, ao ver aquele enorme pavilhão coberto de jovens ansiosos por jogar, fez esquecer, sem dúvida, todo o aspecto menos positivo que tenha ocorrido.

Queremos salientar a utilidade das consultas que efectuámos ao site oficial dos CNJM, `http://ludicum.org`. Dele retiraram-se algumas das fotos relativas à final de 2008, onde aparecem os nossos alunos.

É certo que nenhum dos nossos alunos trouxe para casa qualquer um dos excelentes prémios concedidos aos vencedores: computadores portáteis, máquinas digitais e livros. Mas trouxeram outras coisas: a certeza de que a matemática pode ser fascinante e um desafio agradável ...

Aos que foram e aos que ficaram julgamos ter contribuído para melhor compreender a natureza desta ciência, a que chamamos Matemática, estimular o interesse e a confiança nela e promover a sua imagem social e sensibilizar os professores para a importância do jogo como experiência de aprendizagem significativa.

Ana Paula Silva
Cristina Mota
Escola Secundária da Moita

APM — 2008

Modalidades de associado, preços de quotas e de assinaturas das revistas

A Associação de Professores de Matemática (APM) é uma instituição de utilidade pública, sem fins lucrativos, ligada ao ensino da Matemática, de todos os níveis de escolaridade. Um dos objectivos principais é contribuir para a melhoria e renovação do ensino da Matemática, promovendo actividades de dinamização pedagógica, formação, investigação e intervenção na política educativa. A APM disponibiliza aos professores de Matemática e outros educadores uma grande diversidade de recursos, cuja divulgação e utilização pretendemos alargar cada vez mais.

Modalidades de associado e seus direitos

Publicações periódicas

Todos os associados têm direito aos cinco números anuais da revista *Educação e Matemática* e ao boletim informativo APM*informação*. Os @-sócios só poderão aceder aos ficheiros em formato PDF destas publicações no nosso portal, todos os outros terão direito também a receber pelo correio as edições impressas. Todos os associados poderão usufruir de preço especial na assinatura da revista *Quadrante*.

Preços especiais na loja

Todos os associados usufruem de um desconto entre 15 e 25% na aquisição de artigos na loja, quer seja na sede ou *on-line*.

Requisição de materiais, exposições ou outros recursos

Todos os associados poderão ainda requisitar materiais, publicações, exposições ou outros do Centro de Recursos.

Outros direitos dos associados individuais

Os associados individuais terão ainda acesso aos conteúdos privados do portal da APM na Internet, a beneficiar de descontos em encontros da APM ou de outras instituições com as quais a APM tem protocolos (Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, Associações da Federação Iberoamericana das Sociedades de Educação Matemática, e outras) ou noutros eventos em que a APM venha a colaborar, a participar da vida da associação através dos grupos de trabalho, dos núcleos regionais ou por outras formas e a divulgar o seu trabalho através da APM.

Associados institucionais

Os associados institucionais terão ainda direito a um exemplar das actas do ProfMat.

Preço da quota anual em 2008

Modalidades de associado individual	
Professor	50,00 €
Estudante s/vencimento	35,00 €
Aposentado	38,50 €
@-sócio	38,50 €
Residente no estrangeito	53,50 €

Modalidade de associado institucional	
Modalidade 1 [1 exemplar EeM]	50,00 €
Modalidade 2 [2 exemplares EeM]	70,70 €
Modalidade 1 + *Quadrante*	65,50 €
Modalidade 2 + *Quadrante*	86,20 €

Para efectuar a sua inscrição, ou da sua escola, como sócio da APM, faça *download* da ficha no endereço `http://www.apm.pt`

Assinaturas das revistas para 2008

		Educação e Matemática (inclui actas ProfMat)	*Quadrante*
Sócio individual	Portugal		11,50 €
	Estrangeiro		14,70 €
Instituições	Portugal	38,00 €	22,30 €
	Estrangeiro		26,70 €

índice

Editorial

Artigos

Secções