

A discussão não está esgotada...

No último número da *Educação e Matemática* incluímos nesta secção um documento divulgado pela Direcção da APM, após a reunião do Conselho Nacional de 20 de Janeiro deste ano, e em que era expressa uma posição da APM sobre Tecnologias na Educação Matemática (<http://www.apm.pt/apm/revista/educ61/Tecnologias.pdf>). As recomendações da APM partem naturalmente do pressuposto que as ferramentas tecnológicas devem ser integradas de forma consistente nas actividades lectivas. Mas, também como é natural, dado o seu âmbito de documento de princípios, não é explicitada a extensão e profundidade recomendadas para essa integração, e é sabido como na nossa comunidade de professores de Matemática estamos longe de pensar todos o mesmo a esse respeito. Pareceu-nos portanto útil publicar um artigo de opinião saído no número de Fevereiro passado da *Mathematics Teacher* em que precisamente essa extensão e profundidade são postas em discussão. Propomos portanto aos nossos leitores que leiam e reajam a esta posição clara sobre o uso das tecnologias na educação matemática, continuando assim a discussão no seio da Associação, conforme é desejo da direcção da APM.

Algemética¹

Lin McMullin

Há alguns anos deparei com um anúncio de um conhecido programa de cálculo simbólico. Na página da esquerda eram exaltadas as qualidades do *software*, e na página da direita estavam listadas todas as coisas que o programa podia fazer. A lista tinha três colunas, ocupando cerca de dois terços da página. Ia desde a simples adição até ao cálculo de integrais múltiplos, passando pela aritmética de matrizes. De acordo com a minha estimativa, um aluno médio gasta seis anos dos ensinamentos básico e secundário e da universidade a aprender a executar o que estava listado naqueles dois terços de página.

A "Regra dos Quatro" está rapidamente a tornar-se a ideia orientadora em educação matemática. A Regra dos Quatro afirma que a Matemática deve ser estudada e ensinada a partir de quatro perspectivas: (1) numérica; (2) analítica, isto é, equações e símbolos com significado; (3) geométrica, ou gráfica; e (4) verbal. No passado, um gráfico ou um número era o resultado de um longo processo de trabalho com símbolos. O advento da tecnologia, em particular das calculadoras gráficas e dos programas de computador a baixo preço, altera-

ram esta sequência. Os gráficos e os números são o ponto de partida, não o resultado final. Testes nacionais² como o exame de cálculo no *Advanced Placement* partem do princípio que os alunos estão aptos a atacar problemas e a compreender conceitos sem terem símbolos ou equações com que trabalhar.

Penso que esta evolução é boa.

O uso desta tecnologia é controverso porque a manipulação de símbolos foi arredada da sua posição proeminente no currículo. As coisas continuam a mudar: os programas de computador e as calculadoras são capazes de efectuar manipulações de símbolos – factorizações, resolução de equações e sistemas, – além do traçado de gráficos. Estas calculadoras e estes programas estão já hoje disponíveis; não alimentem ilusões, eles não vão desaparecer. A Matemática e a pedagogia no currículo do secundário têm que mudar.

Penso que esta evolução é boa.

Esta evolução é boa porque permitirá aos alunos trabalhar com maior profundidade nas questões. Deixá-los-á ser mais criativos. Desenvolverá a sua curiosidade. Terá estes resultados principalmente porque eliminará o

tédio ligado às manipulações da álgebra e do cálculo.

Os professores têm que decidir exactamente quais destrezas na manipulação de símbolos – e em que grau – são necessárias. A manipulação de símbolos é o que faz a matemática funcionar. Nem são sem sentido nem desnecessárias. Os alunos precisam de ser capazes de usar, interpretar, ler, escrever e decifrar, e também manipular símbolos. Na realidade, não é possível fazer matemática sem esta capacidade, mas a matemática é muito mais do que símbolos.

Para muitas pessoas, a matemática, em particular a álgebra, é manipulação de símbolos. Porquê? A razão é óbvia: é o que se ensina no secundário; é o que vai para trabalho de casa; é o que está nos exercícios e nos testes e nos exames do fim do secundário³. Os alunos que sabem manipular símbolos obtêm boas classificações. Como professores de Matemática, é aquilo que passamos mais tempo a ensinar.

As pessoas pensam que todo o tipo de coisas horríveis resultarão se se gastar menos tempo a ensinar os alunos a praticar álgebra.



Por álgebra querem significar a manipulação de símbolos — factorizar, racionalizar denominadores, resolver equações, e assim por diante.

Não concordo.

As máquinas são capazes de fazer manipulações: então que as façam elas!

Deixai-me inventar uma palavra. A palavra é *algemética*; rima com *aritmética*. *Algemética* significa toda a manipulação de símbolos que a Casio Algebra FX 2.0, HP38, HP48, TI-89, TI-92, *Derive*, *Mathematica*, *Maple*, *MathCad* e similares são capazes de fazer. *Algemética* não é toda a álgebra, mas é o que os alunos passam anos a aprender.

O ensino da Matemática deve incluir a manipulação de variáveis com lápis e papel. A finalidade não é tornar os alunos grandes "algeméticos" mas sim que fiquem a saber qual é a algemética que deve ser usada para resolver determinado problema ou investigar uma dada situação. Saber quando, onde e o que é apropriado é mais importante do que ter a capacidade de o fazer à mão. Por outras palavras, os alunos devem saber o que fazer, por que estão a fazê-lo, e quando fazê-lo, mas não têm que ser bons a fazê-lo.

Antes de reagir face a esta afirmação, considerem o seguinte:

- Quando fazem o balanço do vosso livro de cheques, usam a calculadora, não é verdade? Confessem que é assim. Embora tenham provavelmente a licenciatura em Matemáticas e possam fazer cálculos aritméticos mais rápida e rigorosamente do que a maior parte das pessoas, usam a calculadora quando é realmente importante — apesar de tudo, trata-se do vosso dinheiro.
- Quando apareceram as calculadoras científicas, fui obrigado durante muitos anos a ensinar o cálculo com logaritmos. Ainda estou a ver os alunos a somar logaritmos com as suas calculadoras científicas.

- A matemática na vida real é feita com tecnologia. Muito poucos, ou mesmo nenhuns, matemáticos profissionais e engenheiros fazem manipulações algébricas complicadas à mão. No mundo de hoje, não ensinar os alunos a utilizar a tecnologia é prestar-lhes um mau serviço.

As pessoas precisam mesmo assim de compreender o que estão as máquinas a fazer, o que significam os símbolos, como se aplicam ao problema em consideração, e assim por diante. As pessoas precisam mais do que nunca de compreender matemática, em particular a álgebra e o cálculo. Mas quando se trata de algemética, qual é o problema de deixar que as máquinas a façam? As máquinas são melhores, mais rápidas e mais rigorosas do que as pessoas. Quando alguém precisa de fazer um cálculo, resolver uma equação, fazer uma factorização, racionalizar um denominador, calcular uma derivada, multiplicar matrizes, ou mesmo somar alguns inteiros, qual é o mal em clicar em algumas teclas?

Logo no jardim escola, os alunos devem aprender a Regra dos Quatro. Colocar a ênfase na matemática, não na algemética. Ter como foco as ideias, as relações numéricas, analíticas, gráficas e verbais entre as ideias. Centrar-se na comunicação dessas ideias e relações.

Usar a tecnologia não como uma maneira rápida de chegar a uma resposta mas como uma ferramenta para a investigação. Usar a tecnologia para penetrar mais fundo no problema, não para ir directamente para a resposta. Usá-la como um meio de tomar como foco a matemática e não a algemética. Usar a tecnologia correctamente e em todas as suas possibilidades, e não apenas para somar logaritmos.

Estas mudanças, como toda a mudança, causam conflitos. As crenças e expectativas de vários grupos serão postas em causa. Aqueles que aprenderam "à maneira antiga" pensam que essa era a melhor maneira. Aqueles que ensinam "à

maneira antiga" resistirão à mudança, em parte porque tiveram sucesso com ela e em parte pela sua relutância a aprender as novas técnicas. E no entanto, os futuros empregadores dos seus alunos esperarão que eles sejam capazes de utilizar e compreender a tecnologia mais recente e de aprender a tecnologia emergente. A tecnologia deve estar presente na aula de Matemática desde o primeiro dia.

Voltemos ao anúncio que referimos no início: seis anos de trabalho reduzidos a menos de uma página! Pensem em todo esse tempo usado realmente a fazer matemática — todo esse tempo a investigar, a resolver problemas, a pensar, a discutir, a escrever sobre o que está a acontecer — certamente vale mais do que factorizar $x^2 - 4$ pela centésima vez.

Lin McMullin

Notas do tradutor

¹ Tradução para português e publicação autorizadas pelo NCTM do artigo *Algemetic*, *Mathematics Teacher*, vol.94, nº 2, Fevereiro de 2001, © NCTM.

² O autor refere-se aos Estados Unidos da América do Norte.

³ No original, o autor refere SAT — *Standard Ability Test*

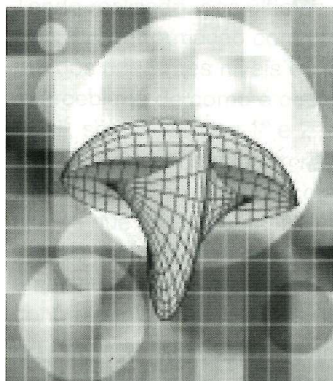
MIT vai colocar os seus cursos na Internet

O presidente do MIT (Massachusetts Institute of Technology) anunciou que esta prestigiada universidade americana vai colocar na Internet, sem qualquer custo para os utilizadores, a maior parte dos seus cursos (notas dos professores, bibliografias, trabalhos de alunos, etc.). Trata-se de uma iniciativa numa escala sem precedentes, mesmo nos E. U.

Na próxima edição da secção *Tecnologias na Educação Matemática* desenvolveremos esta notícia e gostaríamos de apresentar um *survey* das iniciativas que nas universidades portuguesas estão a ser feitas no mesmo sentido. Todas as informações podem ser enviadas para a secção, no e-mail apm@netcabo.pt.



Descobertas (mais ou menos recentes) de *sites* de Matemática na Internet



Geometrias

Um muito interessante *site* de Fernando Bensabat, professor de Geometria Descritiva. Como seria de esperar, muitas construções e explicações relativas à geometria descritiva, mas úteis para todos os professores de Matemática. Mas muitas outras coisas, em geral relativas à geometria. Veja-se para maior informação alguns dos temas tratados na subsecção Ciência:

- projecções: cónica, dupla projecção ortogonal, axonometrias, projecções cotadas;
- geometria plana: astróide, conchóide, ciclóide, elipse, espirais, pavimentações, estrofóide, lemniscata;
- formas geométricas: construção de diversos poliedros, superfícies de revolução, e muito mais.

E ainda lugares geométricos, geometria das transformações (inversão, homotetia, homologias, etc.), outras geometrias (geometria inversiva, geometria fractal), etc. etc.

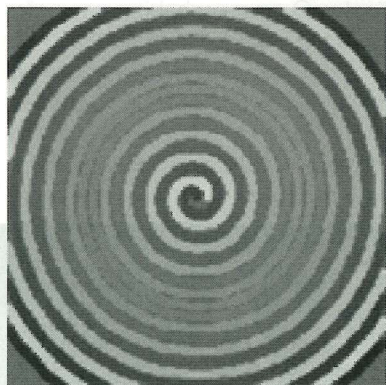
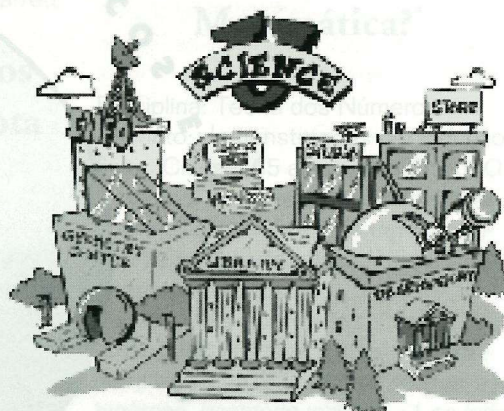
Bom, o que deve é fazer uma primeira (entre muitas) visita:

<http://www.terravista.pt/Guincho/7673/>

Science U/Geometry Center

Um dos *sites* mais famosos de matemática há alguns anos era o *Geometry Center*, da Universidade de Minnesota. Infelizmente o financiamento terminou e o *site* teve que acabar, embora ainda hoje muitas das suas ideias e produtos (por exemplo programas de visualização matemática) ainda persistam, mas dispersos em vários pontos da Internet. Alguns membros desse *Geometry Center* criaram um novo *site*, o Science U, que inclui não só geometria – formas, padrões e simetria – (no novo *Geometry Center*) mas também outros temas, como por exemplo astronomia. Não deixe de o visitar:

<http://www.ScienceU.com>



A visual dictionary of special plane curves

Sem qualquer dúvida o local de referência na Internet para a visualização das curvas planas especiais. Tem a vantagem de o seu autor o manter actualizado, e como está em construção desde 1996, é hoje extremamente rico e informativo. Para a apresentação das curvas e das suas propriedades, o autor Xah Lee utiliza *notebooks* do *Mathematica*, ficheiros *Sketchpad* e *Cabri II* e ainda filmes em *QuickTime*. No *site* existem explicações de como deve equipar e preparar o seu computador para poder visualizar toda a informação.

Como seria de esperar, são dadas indicações bibliográficas e existem *links* para outros *sites* dedicados ao mesmo tema.

A novidade importante é que está à venda um CD com todo o conteúdo do *site*, e ainda pode ser obtida a edição electrónica de um famoso livro sobre curvas, de Robert C. Yates, *Curves and their Properties*, há muito esgotado.

http://xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html