

# A Matemática e a Feira Popular

Elisa Figueira

O método educacional mais importante é aquele em que o aluno é transportado para uma actividade real.

Albert Einstein (1936)

O projecto *Experimentação e Modelação Matemática* tem sido desenvolvido na Escola Secundária de Dona Luísa de Gusmão, em Lisboa, e apoiado pelo Programa Ciência Viva.

Na nossa escola, alguns professores e seus alunos têm desenvolvido este projecto, com o objectivo de melhorar o ensino da Matemática, revelar o seu carácter experimental, encorajar os estudantes a pensar matematicamente acerca do mundo que os rodeia. Assim, os alunos realizam experiências diversas, interpretam os fenómenos e tentam encontrar o modelo matemático que se ajusta aos dados recolhidos. O material usado varia de acordo com as experiências, desde materiais simples até às novas tecnologias de informação. As experiências realizam-se na escola ou no exterior. Neste artigo vamos falar de experiências realizadas fora do espaço escola.

## **Modellus — programa interactivo em modelação matemática**

Os dados recolhidos foram trabalhados com o apoio do programa *Modellus*. A versatilidade deste programa permite-nos utilizá-lo de diferentes modos:

- podemos explorar animações que simulam fenómenos e explorar tabelas e gráficos a partir de equações previamente definidas;

- a partir de simulações de situações reais, podemos compreender um fenómeno, estudar as propriedades e encontrar as equações que o modelam;
- é possível recolher dados de formas variadas e com o apoio do *Modellus* fazer o seu tratamento.

## **A Matemática e a Feira Popular**

Organizámos uma visita de estudo à Feira Popular para que os alunos observassem situações simples e complexas. Cada um dos grupos recolheu dados referentes à situação que queria modelar (roda gigante, tiro do canhão, barco do pirata, polvo,...). Após o trabalho de campo e já na sala de aula os alunos discutiram sobre o melhor caminho a seguir para encontrar o modelo matemático que interpretava o fenómeno. Nas situações mais complexas, sentiram necessidade de simplificar o problema de modo a compreenderem a questão essencial. Mais tarde introduziram novas variáveis de modo que o modelo interpretasse realisticamente o problema. Os estudantes envolveram-se activamente neste processo de modelação.

Vamos referir três situações tratadas: o tiro de canhão, a roda gigante e o polvo.

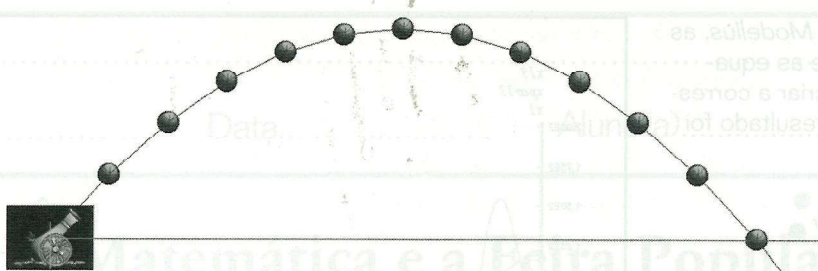
### **O tiro de canhão**

O grupo de alunos que tratou esta questão registou a posição da bola em cada instante e usou o *Modellus* para criar uma animação que se aproximasse da situação ocorrida. Criaram um modelo matemático e construíram uma animação do movimento. A figura presente na página seguinte representa a animação que regista a posição da bola nalguns instantes do seu percurso.

A Feira Popular é um bom lugar para modelação pois, a variedade de situações é grande, os alunos envolvem-se agradavelmente e podem aprender e pensar na matemática em contexto, aplicando-a de uma forma elementar ou formal.

O programa *Modellus* é uma poderosa ferramenta para estimular o pensamento matemático de professores e alunos pois permite que se criem modelos e sejam explorados interactivamente.

Escola .....  
 Ano/Turma .....  
 Data .....



Trajectória parabólica da bola lançada pelo "canhão"

**A grande roda gigante**

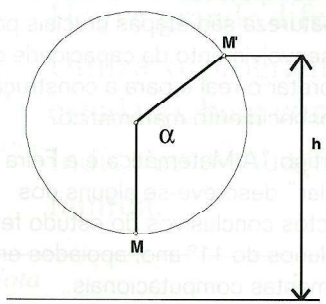
O grupo que abordou este problema colocou algumas questões:

- Qual a altura da roda gigante?
- Com que velocidade roda?
- Como varia a altura de uma cadeira da roda gigante com o tempo?
- Quanto tempo demora a roda gigante a dar uma volta completa?
- Como podemos modelar este movimento?

O problema parecia difícil de resolver, no entanto os alunos criaram um bom ambiente de trabalho e envolveram-se na discussão. Consideraram uma cadeira particular e observaram o seu movimento de tal modo que obtivessem resposta às perguntas:

- Quanto tempo é necessário decorrer para a cadeira descrever 1/4 de volta, meia volta, ...?
- Qual é a altura da cadeira em cada momento?
- Como será o gráfico deste movimento?

Começaram por registar em papel milimétrico os valores referentes às sucessivas posições da cadeira e representaram a variação da posição da cadeira como mostra a figura. A cadeira parte de M e após  $t$  segundos ocupa a posição M', tendo descrito um ângulo  $\alpha$ .



O grupo discutiu como variava a altura em função do tempo e do ângulo  $\alpha$ , usou o programa *Modellus*

para criar a animação e o gráfico que relacionasse a altura da cadeira com o tempo. O resultado obtido foi o seguinte:

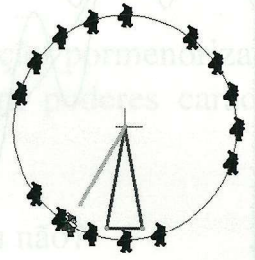
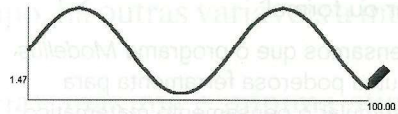


Gráfico de posição em relação ao tempo

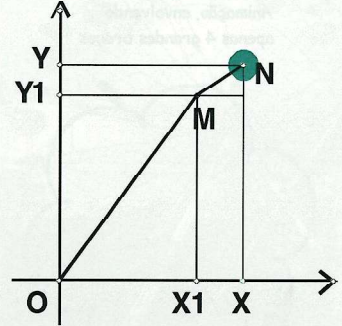


**O polvo**

O grupo que estudou este divertimento tinha pela frente um problema mais complexo, uma vez que, à primeira vista, as cadeiras em movimento mudavam de direcção em cada instante. O grupo concentrou-se no movimento e observou que havia um grande braço que rodava em torno de um eixo central com uma velocidade constante e, na extremidade deste braço, rodavam quatro pequenos braços que tinham fixos a si quatro cadeiras, cada uma delas numa extremidade.

Para o grupo foi fácil modelar o movimento do grande braço pois tratava-se de um movimento circular constante e de centro fixo. Definiram as equações que caracterizavam este movimento e observaram a animação criada. De seguida, prestaram atenção ao movimento dos pequenos braços. Observaram que as cadeiras rodavam com uma velocidade superior ao grande braço.

O diagrama seguinte mostra a posição da cadeira N após o grande braço ter descrito um ângulo  $\alpha$  e o pequeno braço ter feito um ângulo  $\beta$  com a horizontal.



OM - Raio do braço maior  
 MN - raio do braço menor  
 $\alpha = Wt$   
 $\beta = wt$

W - Velocidade angular do braço maior  
 w - Velocidade angular do braço menor

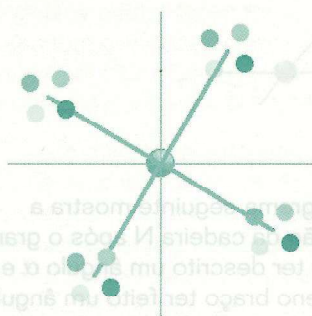
Os alunos compreenderam que se uma partícula roda a uma velocidade constante então:

- o tempo de duração de uma revolução é  $T=2\pi/w$ ;
- a expressão de X, Y, X1 e Y1, em função de  $w$  e  $t$ , é a seguinte:

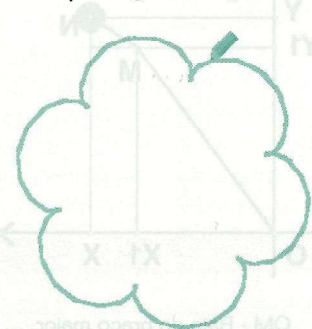
$X1=R\cos(Wt)$   
 $X=R\cos(Wt)+r\cos(wt)$   
 $Y1=R\sin(Wt)$   
 $Y=R\sin(Wt)+r\sin(wt)$

- a velocidade da partícula tem o valor  $rw$  e a direcção da velocidade é sempre tangente à circunferência nesse ponto (em constante mudança);
- o vector aceleração da partícula tem o valor  $rw^2$  e a sua direcção é perpendicular ao vector velocidade e dirigida para o centro da circunferência (em constante mudança).

Os alunos definiram, no *Modellus*, as partículas, os vectores e as equações necessárias para criar a correspondente animação. O resultado foi o seguinte:



Animação, envolvendo apenas 4 grandes braços

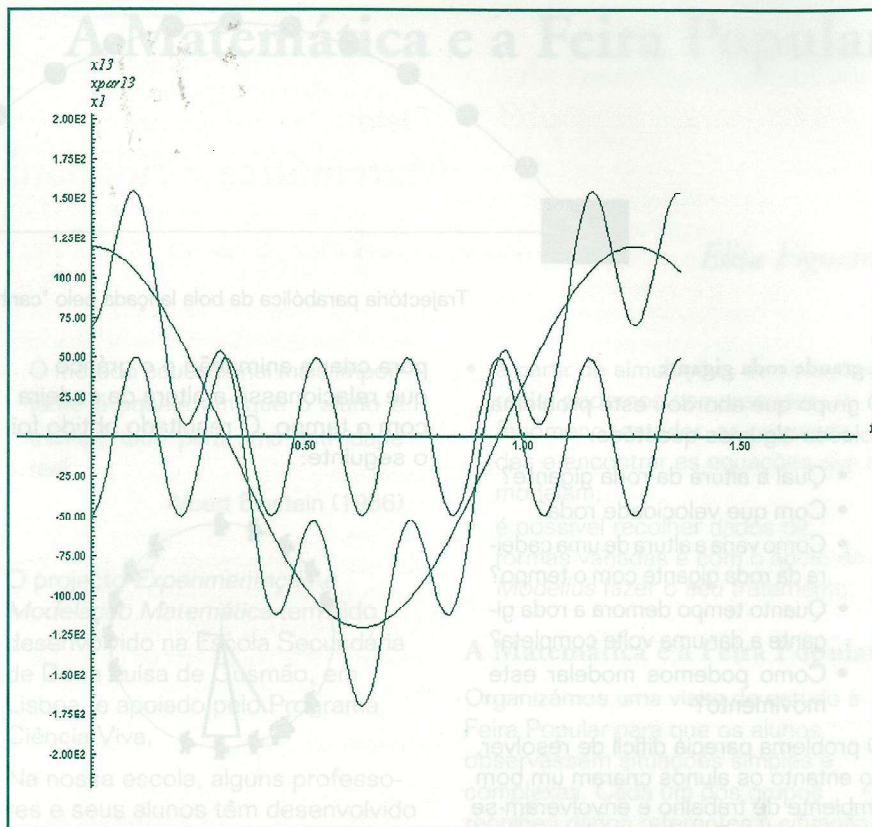


Movimento de um das cadeiras, descrevendo uma epiclóide.

Neste contexto, foi possível estudar graficamente as operações de funções, pois alguns dos gráficos obtidos levaram-nos a essa exploração. Na figura acima apresentada podemos observar 3 gráficos distintos, sendo um deles referente ao movimento do braço grande, outro ao movimento de um braço pequeno [MN] e finalmente outro que representa o movimento de uma cadeira.

### Conclusão

O projecto encarou este divertimento sob várias facetas: como um divertimento que é, como um problema real interdisciplinar e como um grande desafio aos alunos. A Feira Popular é um bom lugar para modelação pois, a variedade de situações é grande, os alunos envolvem-se agradavelmente e podem aprender e pensar na matemática em contexto, aplicando-a de uma forma elemen-



tar ou formal.

Pensamos que o programa *Modellus* é uma poderosa ferramenta para estimular o pensamento matemático de professores e alunos pois permite que se criem modelos e sejam explorados interactivamente.

Pensamos que estas tarefas

estimulam os alunos a investigar, argumentar, comunicar e promovem o trabalho interdisciplinar.

Nota

No site <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/> podem ser adquiridas cópias gratuitamente e informações sobre algumas actividades desenvolvidas com este *software*.

Elisa Figueira  
Esc. Sec. D. Luísa de Gusmão, Lisboa



### Materiais para a aula de Matemática

### A Matemática e a Feira Popular

A proposta de trabalho "A Matemática e a Feira Popular" é dirigida a alunos do ensino secundário.

Após ter visto algumas referências ao problema da roda gigante lembrei-me da Feira Popular. Os seus divertimentos bem variados fazem as delícias de muitos quando experimentados. As sensações agradáveis sentidas podem entusiasma-los a reflectir sobre o fenómeno e entendê-lo melhor. A observação de um movimento, o registo de dados fundamentais para o interpretar e

algumas hipóteses formuladas sobre a sua natureza são etapas cruciais para o desenvolvimento da capacidade de interpretar o real e para a construção do conhecimento matemático.

No artigo "A Matemática e a Feira Popular" descreve-se alguns dos aspectos conclusivos do estudo feito por alunos do 11º ano, apoiados em ferramentas computacionais.

Elisa Figueira  
Escola Secundária D. Luísa de Gusmão