Conhecendo e usando a história da matemática

Circe Mary Silva da Silva
Claudia A. C. de Araújo

Para muitos, a relevância da História da Matemática é atribuída à possibilidade de aplicação desse conhecimento em sala de aula, quer seja como uma fonte motivadora para introduzir novos conceitos, quer seja para despertar o interesse pela matéria ou para entender os obstáculos epistemológicos enfrentados pelos alunos.

Talvez um dos grandes inimigos do Homem seja ele mesmo, com seus conceitos e *preconceitos*, que o impedem de assumir novas posturas e de aceitar melhor novas ideias. Podemos perceber essa limitação humana ao longo da história, em particular, nas artes, nas religiões e também na matemática, que sofreu sua primeira grande crise com a descoberta das grandezas incomensuráveis, no século IV a.C., com a escola pitagórica, e viveu tantos outros conflitos devidos, por exemplo, à dificuldade de atribuir significado aos números negativos, aos números complexos ou às armadilhas do quinto postulado de Euclides, que levaram matemáticos do século XIX a construir novas geometrias.

Ao recorrermos à história, somos capazes de entender melhor as dificuldades vividas pelo aluno diante de cada novo conceito, com a vantagem de que, em se tratando de Matemática, o novo sempre vem esclarecer, completar ou transformar conhecimentos antigos, o que estabelece um elo entre o presente e o passado. Esse elo é composto não apenas por um mundo de números, figuras e símbolos, mas também por homens e mulheres que, aos poucos, vêm construindo essa ciência, que encanta e fascina tantas pessoas. Assim, a Matemática deixa de ser apenas uma ciência exacta para se tornar uma ciência humana (Silva, 1994).

Não devemos ignorar as contribuições dadas por homens e mulheres à Matemática ao longo da história nem tão pouco as dificuldades por eles vividas. Dessa forma, o ensino da Matemática poderá acontecer de maneira mais eficiente e prazerosa para o aluno.

Os cursos de formação de professores

Actualmente, têm ocorrido muitas discussões sobre as funções particulares da História da Matemática como disciplina ou actividade componente de um currículo de Matemática, visando a formação de professores. Esse não é um tema novo. No início do século, matemáticos reunidos em congressos internacionais debatiam e recomendavam a inclusão da História da Matemática nos cursos de formação de professores.

Uma visão um tanto ingénua sobre o papel da História da Matemática atribui a essa disciplina uma função quase mágica, como se o seu domínio ou a sua aplicação possibilitassem a resolução de todos os sérios problemas envolvidos no processo ensino-aprendizagem dessa ciência.

Assim, a proposta de inclusão da História da Matemática nos cursos de formação de professores merece uma reflexão mais profunda. Não basta incluir a História da Matemática nas propostas curriculares; precisamos, antes, responder à questão: quais são as funções particulares da História da Matemática num curso de formação de professores? A resposta a essa indagação está intimamente relacionada à nossa própria concepção de Matemática. Se a encararmos como uma ciência quase auto-suficiente, pronta e acabada, e acreditarmos que existem duas castas de pessoas, aquela que a domina e ensina e uma outra que é instruída pela primeira, dificilmente haverá espaço para a História da Matemática no processo ensino-aprendizagem. Se, por outro lado, encararmos a Matemática como apenas uma das muitas formas de conhecimento, ou ainda como um tipo de manifestação cultural ou de actividade humana mais geral, então, a história desse conhecimento se revestirá de significado e seu estudo se tornará uma forma de entender melhor as relações do Homem com o conhecimento matemático dentro de um certo contexto cultural.

Para muitos, a relevância da História da Matemática é atribuída à possibilidade de aplicação desse conhecimento em sala de aula, quer seja como uma fonte motivadora para introduzir novos conceitos, quer seja para despertar o interesse pela matéria ou para entender os obstáculos epistemológicos enfrentados pelos alunos.

O conhecimento da História da Matemática por si só não garante a eficácia da sua aplicação no ensino. Assim, é necessária uma certa preparação do futuro professor que deseja utilizá-la em sala de aula.

O futuro professor de Matemática está sempre preocupado com a sua prática. Como ele irá utilizar os conteúdos que está recebendo no quotidiano da sala de aula? Ele tem um interesse real na ligação entre teoria e prática. Por isso, deve vivenciar actividades que o preparem para essa prática. Um curso de História da Matemática deve, portanto, proporcionar aos futuros professores a aquisição de métodos e técnicas de ensino dessa disciplina em sala de aula. Sabemos que um dos grandes empecilhos para a utilização da história nas aulas de Matemática elementar é, justamente, a escassez de fontes acessíveis ao professor. Artigos de História da Matemática direccionados aos professores podem permitir que eles próprios desenvolvam seus métodos e técnicas para a aplicação da disciplina em sala de aula. Vamos exemplificar isso, mostrando, a partir do conhecimento da história das unidades de medida de ângulo, como tornar significativo o ensino desse conteúdo.

A história das medidas angulares

Em geral, tem-se atribuído grande ênfase ao grau, como unidade de medida de ângulo. Para muitos alunos, essa é a única unidade possível para medir ângulo. Nesse caso, a história pode ser um bom auxiliar para desmistificar essa crença.

O grau, como sabemos, é obtido pela divisão da circunferência em 360 partes iguais. Há quase unanimidade de opiniões entre os historiadores ao apontarem os antigos habitantes da Mesopotâmia como precursores na adoção dessa divisão. Na representação dos carros assírios, as rodas apareciam sempre com seis raios diametralmente opostos, formando ângulos centrais iguais. Tal facto sugere que o hexágono regular era conhecido desses povos e que eles sabiam dividir a circunferência em seis partes iguais. Como o sistema de numeração utilizado na região era sexagesimal, cada uma das seis partes da circunferência era possivelmente subdividida em sessenta partes também iguais, resultando daí a divisão total da circunferência em 360 partes iguais ou 360 graus (Thiré & Souza, 1933).

As vantagens obtidas com o uso de fracções sexagesimais fizeram com que astrónomos gregos, ainda na antiguidade, optassem pela divisão da circunferência em 360 partes. Na obra *Almagest*, de Ptolomeu (c. 125 d.C.), cada uma das 360 partes da circunferência foi dividida em sessenta *partes minutae primae*, cada uma das quais foi dividida em sessenta *partes minutae secundae*. As traduções desses termos latinos deram origem às conhecidas palavras *minutos* e *segundos*.

Ainda hoje um grande número de países adopta a divisão da circunferência em 360 graus. Sendo assim, o instrumento de medida de ângulos mais conhecido é o transferidor de 360° ou de 180°. Mas por que não utilizarmos um transferidor de 4 *graus*, de 100 *graus* ou de 400 *graus*?

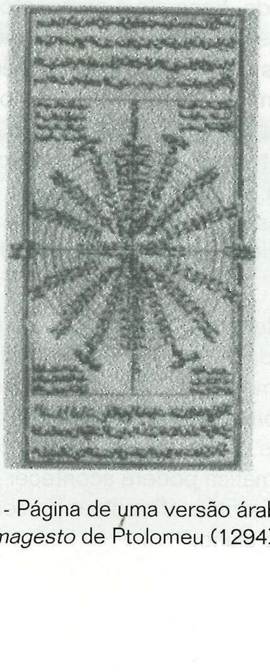

figura 1 - Página de uma versão árabe do *Almagesto* de Ptolomeu (1294)

No final do século XVIII, a comissão responsável pela reforma do sistema de pesos e medidas em França propôs que uma outra unidade fosse utilizada para medir os ângulos. Tal unidade, o *grado*, era obtida pela divisão do quadrante em 100 partes iguais e não mais em 90 partes. Aceitando essa nova divisão, poderíamos construir um novo transferidor, desta vez, de 400 graus.

Um bom argumento para a substituição do grau pelo grado era a maior coerência com o sistema decimal, proposto pela mesma comissão. Sobre a nova unidade, Legendre (1752-1833) escreve:

> Os sábios, a quem se deve a invenção do novo sistema de pesos e medidas, pensaram que seria muito vantajoso introduzir a divisão decimal na medida dos ângulos. Em consequência consideraram como unidade principal o quarto de circunferência ou o *quadrante*, medida do ângulo recto, e dividiram esta unidade em 100 partes iguais chamadas *graus*, o grau em 100 *minutos*, e o minuto em 100 *segundos*. (Legendre, 1809, p. 2).

Durante boa parte do século XIX, a Matemática francesa influenciou o ensino na América, inclusivé no Brasil (Boyer, 1974). Assim, encontramos em muitos livros brasileiros desse período a inclusão do *grado* como unidade angular, muito embora fosse feita geralmente em forma de notas de rodapé ou de observações, como se percebe na obra didáctica *Elementos de Geometria e Trigonometria Rectilínea*, de Cristiano Ottoni (1811-1896).

> Os reformadores francezes do fim do século passado propuzeram que se dividisse a circunferência em 400 partes, que para differençar dos gráos se poderiam chamar *grados* cada grado em 100 *minutos*, o minuto de grado em 100 *segundos*, etc. (Ottoni, 1904, p. 93).

O próprio Ottoni menciona em seu livro a pouca aceitação do novo sistema de medidas angulares. Nesse caso, a questão cultural parece ter vencido os argumentos da ciência.

No início do nosso século, encontramos no *Curso de Geometria*, do brasileiro Timotheo Pereira, uma nota sobre a *medida circular dos ângulos* (Araujo, 1999).

> Pode-se efectuar a medida dos ângulos tomando por unidade um ângulo invariável e que é o centro que corresponde a um arco cujo comprimento é igual ao raio do círculo. (Pereira, 1909, p. 424).

Pereira prossegue concluindo que a *medida angular* do citado ângulo é 57° 17'44,8". Ora, a definição acima nada mais é que a definição de ângulo de um radiano, introduzido em textos matemáticos europeus, no final do século XVIII.

O uso do radiano em medida de ângulos surgiu por volta de 1873, nos trabalhos do matemático Thomas Muir e do físico James O. Thomson (Jones, 1989). Eles reconheceram, em trabalhos independentes, a necessidade de uma nova unidade angular, mais natural que o grau. Juntos escolheram o nome *radian* (radiano), uma abreviatura de *radial angle* (ângulo radial), talvez pela analogia, percebida por Thomson, com a palavra *median* (mediana).

Apesar de conhecida essa nova unidade angular entre o anos 1880 e 1890, ainda havia quem usasse outros termos equivalentes ao radiano. Os professores Oliver, Wait e Jones da Universidade de Cornell expressavam a medida de um ângulo "em termos de π ", critério que eles próprios denominavam "medida-π", "medida circular" ou "medida do arco". Na obra *Trigonometria Plana* de Isaac Todhunter (1891), o termo utilizado foi o *radial.*

Embora nenhum desses autores tenha explicitado as razões para a escolha do radiano como unidade angular, supõe-se que elas repousem na considerável simplificação de certas fórmulas e resultados matemáticos e físicos, especialmente nas derivadas e integrais de funções trigonométricas e nas expressões para velocidades e acelerações em movimentos curvilíneos. Com efeito, a dedução da maioria dessas fórmulas baseia-se no $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{senx}{x}$

Se x é medido em graus, esse limite é $\dfrac{2\pi}{360}$ ou, aproximadamente, 0,01745. Se, entretanto, medimos x em radianos, obtemos $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{senx}{x} = 1$ (Swokowsky, 1983).

Duas perguntas precisam ser respondidas neste momento:

- Em que aspecto a medida dos ângulos em radianos pode ser interessante e significativa para o nosso aluno?
- Por que a divisão da circunferência em radianos é considerada "natural"?

Ora, construir um ângulo de um radiano, na prática, é muito simples. Primeiro, desenhamos uma circunferência. Com um barbante, medimos o raio dessa circunferência e, em seguida, cobrimos um arco da circunferência com o pedaço de barbante de medida igual à do raio. O arco coberto determina um ângulo central de um radiano.

Conclusões

Ao longo da história, outras unidades de medida, além de graus, grados e radianos, foram utilizadas para os ângulos. A utilização da história das medidas angulares em sala de aula pode propiciar ao aluno uma visão mais crítica quanto ao conhecimento matemático, mostrando, inclusivé, o lado instrumental da Matemática. A questão de medir é antes de tudo uma convenção. Os povos experimentaram várias maneiras de medir, e a Matemática formal optou por uma delas. Essa foi incorporada ao quotidiano, tornando-se para o aluno a única forma possível de medir.

O professor tem um papel decisivo e importante na sala de aula, uma vez que ele é quem conduz o processo ensino-aprendizagem. Assim, é necessário que ele não apenas conheça a história mas também saiba como introduzi-la em sala de aula, como

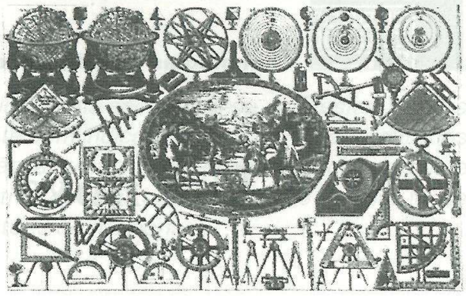

figura 2 - Dicionário de instrumentos matemáticos - 1701 (D. J. Bryden)

torná-la atraente e motivadora para os alunos. O exemplo apresentado é um ponto de partida para o professor, servindo mais como uma sugestão. Cabe a ele elaborar suas próprias actividades, tornando esse conhecimento vivo, na medida em que os seus alunos participem e sintam que ele está revestido de significado.

Referências bibliográficas

Araújo C. (1999). *O contexto de ângulo em livros-texto: uma abordagem histórica.* P. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Boyer, C. (1974). *História da Matemática.* Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgar Bluncher.

Jones, Philip S. (1989). Angular measure in the history of trigonometry. In: Edward S. Kennedy. *Historical topics for the mathematics classroom.* Washington, D. C.: NCTM.

Legendre, Adrien Marie (1809). *Tratado de Trigonometria*, Tradução de Manuel Ferreira de Araújo Guimarães. Rio de Janeiro: Impressão Régia.

Ottoni, Cristiano Benedito (1904). *Elementos de geometria e trigonometria rectilínea*, 10. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia, 1904.

Pereira, Timotheo (1909). *Curso de Geometria.* 5 ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves & Cia.

Silva, C. M. (1994). Por que estudar História da Matemática? In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática, III, 1994, Ijuí. Anais... Local: Orgão Promotor, 1991, v. p. 48-50.

Swokowsky, Earl W. (1983). *Cálculo com geometria analítica.* São Paulo: McGraw-Hill do Brasil.

Thiré, Cecil, Souza, Mello (1933). *Matemática, 2º ano*, 3. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves.

Circe Mary Silva da Silva,
Claudia A. C. de Araújo
Universidade Federal
do Espírito Santo, Brasil