

Carlota Simões

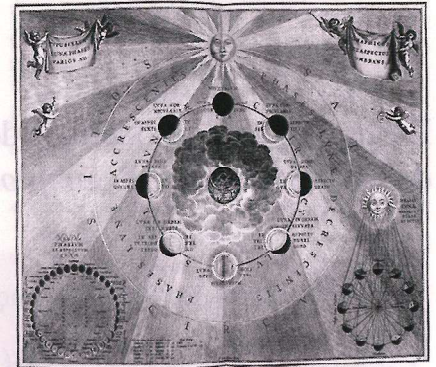


figura 1 – Andreas Cellarius, *Harmonia Macrocosmica*, Amsterdam, 1660. As fases da Lua explicadas de acordo com a sua posição em relação ao Sol e à Terra.

Atribui-se a Pitágoras a descoberta da base aritmética dos intervalos musicais, ou seja, a relação entre a frequência das vibrações e a altura dos sons. Aplicando esse conhecimento ao movimento dos astros e relacionando as distâncias entre as esferas celestes com os intervalos musicais, os gregos atribuíam notas musicais aos astros, tentando identificar a melodia associada à *música mundana*.

Introdução

Durante séculos, filósofos e artistas imaginaram o universo como um mecanismo perfeitamente organizado segundo regras que podiam ser apresentadas tanto matematicamente como musicalmente. As certezas da religião em relação a uma tal harmonia divina dificultaram a vida de pensadores como Galileu Galilei e Giordano Bruno. A procura de ligações entre as diversas áreas do pensamento atrasou muitas vezes o avanço da ciência, mas também foi o desejo de encontrar tais ligações que acabou por ser a base emocional que conduziu alguns cientistas a resultados importantes, como aconteceu com Johannes Kepler, ao tentar compreender a *música das esferas* a partir do movimento dos planetas.

Os sucessivos modelos para o nosso sistema solar

A natureza dá-nos três ciclos primários: os dias como rotação da Terra em torno de si própria, os meses como revoluções da Lua à volta da Terra, os anos como revoluções da Terra em volta do Sol. A existência de dois solstícios e dois equinócios leva ainda à divisão do ano em quatro períodos iguais, as estações do ano. A existência de tais ciclos aliada ao movimento aparente dos céus sempre intrigou e interessou o Homem.

O movimento da Lua e a explicação para as suas fases foram muito cedo compreendidos. Quanto ao movimento do Sol, pelo contrário, vários foram os modelos apresentados por astrólogos, filósofos e teólogos ao longo da história para o representar.

Aristarco de Samos (310-230 a.C.), astrónomo e matemático grego, foi o primeiro a afirmar que a Terra gira em

torno do Sol ao mesmo tempo que gira em torno de si mesma. No entanto, o sistema geocêntrico proposto por Ptolomeu (c. 85 - c. 160 d.C.), também astrónomo e matemático grego, foi adoptado pela religião e pela filosofia, dominou durante toda a Idade Média e só foi deposto no séc. XVI com Nicolau Copérnico (1473-1543), Galileu Galilei (1564-1642), Giordano Bruno (1548-1600) e Johannes Kepler (1571-1630).

No modelo geocêntrico de Ptolomeu, a Terra estava situada no centro do Universo e os astros giravam em torno dela, em movimento circular, presos a esferas transparentes de centro na Terra. Estas esferas etéreas de Ptolomeu, que na Idade Média se julgava serem feitas de cristal, são a razão por que ainda falamos na *música das esferas* e no sétimo céu. Existiam uma esfera ou céu para a Lua, outras para Mercúrio, para Vénus, para o Sol, para Marte, para Júpiter e para Saturno. A esfera mais excêntrica era a das estrelas, chamada "Primum Mobile" (*a primeira que se move*) porque, impelida pelo amor divino, era ela a origem do movimento de todas as outras esferas.

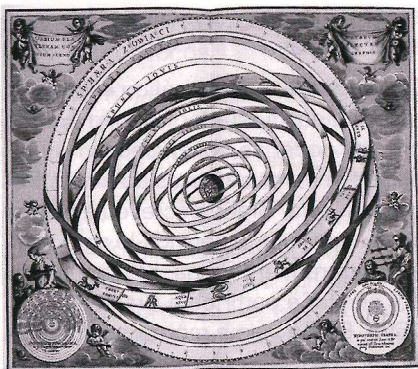


figura 2 – Andreas Cellarius, Harmonia Macrocosmica, Amsterdam, 1660. O modelo geocêntrico de Ptolomeu.

O modelo geocêntrico tornou-se muito popular. Foi adoptado pela religião cristã e publicitado por teólogos, filósofos, escritores e muitas foram as fantasias criadas a partir dele.

Dante Alighieri

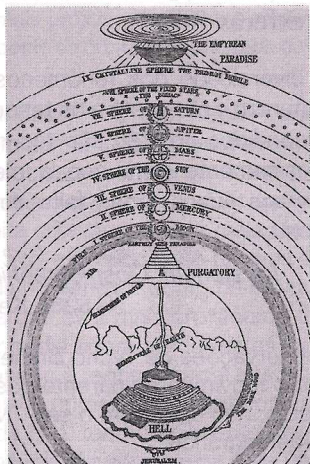


figura 3 – Michelangelo Cactani, La Materia della Divina Comedia di Dante Alighieri, 1855.

Na Divina Comédia de Dante (1265-1321), o Inferno encontra-se no interior da Terra. A alma, no seu caminho para Deus, deve subir através do Purgatório, das nove esferas dos planetas, das estrelas e da esfera de cristal, até chegar ao Paraíso.

Luis de Camões

Debaxo deste grande firmamento
Vês o ceo de Saturno, Deos antigo;
Jupiter logo faz o movimento,
E Marte abaxo, bellico inimigo;
O claro olho do ceo no quarto assento,
E Venus, que os amores traz consigo;
Mercurio, de eloquencia soberana:
Com tres rostos debaxo vai Diana.

Os Lusíadas, Canto Décimo, 89,
Camões (c. de 1524-1580).

A deusa Tétis mostra o universo a Vasco da Gama. O modelo descrito é o de Ptolomeu, visto de fora para dentro.

Apoiado pela Igreja durante toda a Idade Média, o modelo de Ptolomeu impediu o progresso da astronomia durante mais de um milénio. Somente em 1543, 1800 anos depois de Aristarco, o Sol voltou ao centro do universo. Nicolau Copérnico, um clérigo polaco, publicou uma nova hipótese explicativa do movimento aparente dos planetas: no centro do universo passava a estar o Sol, enquanto a Terra passava a ser apenas mais um dos planetas, o terceiro a contar do Sol, movendo-se numa órbita circular. Copérnico apresentou esta teoria na sua obra *De Revolutionibus Orbium Coelestium* em 1543, o ano da sua morte. Anos mais tarde, Galileu e Bruno viriam a ter graves problemas com a Inquisição precisamente por também adoptarem este modelo heliocêntrico.

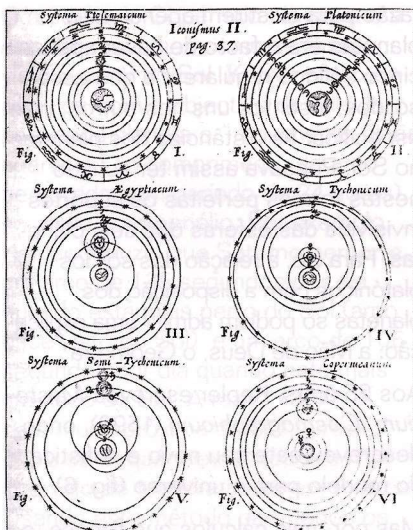


figura 4 – Athanasius Kircher, *Iter extaticum*, Roma, 1671.

I: O sistema de Ptolomeu (c. 85-160 d.C.) com a Terra no centro, cercada pelas sete esferas etéreas da Lua, Mercúrio, Vénus, Sol, Marte, Júpiter e Saturno. No plano superior fica a superfície imóvel das estrelas e dos signos do Zodíaco.

II: Platão (427-374 a.C.) colocava o Sol imediatamente a seguir à Lua.

III: No sistema pseudo-egípcio de Vitruvius, Mercúrio e Vénus descreviam um círculo à volta do Sol e este, por sua vez, tal como os restantes planetas, girava em torno da Terra.

IV+V: O sistema proposto em 1580 por Tycho Brahe (1546-1601) parte de dois centros: à volta da Terra, vista como um centro fixo, gira o Sol que por seu turno é o centro de outros planetas.

VI: Em 1543, 1800 anos após Aristarco, Copérnico (1473-1543) voltou a colocar o Sol no centro do universo³.

A Matemática e a Música

Desde Platão (427-347 a.C.) até à Idade Média, o conhecimento dividia-se em duas grandes áreas: o *Trivium* (constituído por gramática, dialéctica e retórica), e o *Quadrivium*, constituído pela música (disciplina da relação do número com o som), pela aritmética (disciplina das quantidades absolutas numeráveis), pela geometria (disciplina da magnitude imóvel das formas) e pela astronomia (disciplina do curso do movimento dos corpos celestes). Era assim natural relacionar a música com a astronomia ou a matemática, olhando para a escala de sete sons como um problema cósmico, ou para a astronomia como uma teoria da música celeste.

Pitágoras (c. 572- c. 497 a.C.) distinguia entre três tipos de música, que se mantiveram durante toda a Idade Média. Eram a *música instrumentalis*, a música produzida por instrumentos musicais (a música cantada fazia parte desta classe, sendo as cordas vocais consideradas um instrumento musical); a *música humana*, a música inaudível produzida por cada ser humano, indicativa da ressonância entre corpo e alma, e ainda a *música mundana*, a música produzida pelo cosmos, mais tarde conhecida por *música das esferas*.

Atribui-se a Pitágoras a descoberta da base aritmética dos intervalos musicais, ou seja, a relação entre a frequência das vibrações e a altura dos sons. Aplicando esse conhecimento ao movimento dos astros e relacionando as distâncias entre as esferas celestes com os intervalos musicais, os gregos atribuíam notas musicais aos astros, tentando identificar a melodia associada à *música mundana*.

Para explicar porque razão não conseguimos ouvir a *música mundana*, Aristóteles argumentava dizendo que a ouvimos desde o momento do nascimento, nunca deixando de a ouvir, e que por esta razão não temos a capacidade de distinguir este som do seu oposto, o silêncio.

Que som é este, tão prodigioso e doce, que me enche os ouvidos? É o som que, ligado a espaços desiguais mas racionalmente divididos



numa proporção específica, é produzido pela vibração e pelo movimento das próprias esferas, e, combinando notas agudas e graves, gera diversas harmonias; com efeito, movimentos tão prodigiosos não podem ser impulsionados no silêncio. Assim, a órbita mais alta do céu, que contém a esfera estrelada, cuja rotação é mais rápida, move-se com um som agudo e agitado, enquanto a da Lua e a dos corpos inferiores se move com um som mais grave. Porque a Terra, a nona das esferas, estática, permanece fixa num lugar, no centro do universo³.

Cícero (séc. I a.C.)

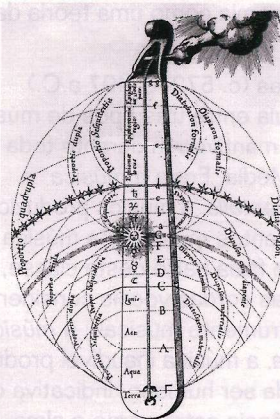


figura 5 – O Divino Monocórdio, de Robert Fludd.

No Divino Monocórdio de Fludd (1574-1637), filósofo inglês, a nota correspondente a cada planeta é associada a uma divisão da corda do monocórdio. Tal como na descrição de Cícero, também neste modelo o som associado a cada planeta é tanto mais agudo quanto maior for a distância do planeta à Terra.

A Teoria dos Poliedros no *Mysterium Cosmographicum* de Kepler

A geometria existia antes da criação. É tão eterna como o pensamento de Deus.

A geometria deu a Deus um modelo para a criação.

A geometria é o próprio Deus.

Kepler (1571-1630)

Johannes Kepler, astrólogo e astrónomo, nasceu na Alemanha protestante. De formação profundamente religiosa, Kepler via Deus como o poder criador do Cosmos. Descobrir os segredos do universo era para ele um jogo que jogava com Deus.

Durante os seus estudos na Universidade de Tübingen, foi confrontado com o modelo heliocêntrico de Copérnico. Apesar da sua fé, Kepler não achou que um universo heliocêntrico fosse uma heresia; pelo contrário, nesse modelo, o Sol parecia ser uma metáfora de Deus, à volta de quem tudo gira.

No tempo de Kepler só se conheciam seis planetas: Mercúrio, Vénus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno. Kepler perguntava a si mesmo porquê apenas seis, e porquê o espaçamento entre as suas órbitas, que Copérnico tinha calculado. Da geometria de Euclides, Kepler sabia que existiam apenas cinco sólidos regulares ou platónicos, cujas faces eram polígonos regulares todos iguais. Kepler achou que estes dois números tinham que estar relacionados, achando que a razão para existirem apenas seis planetas era o facto de haver apenas cinco sólidos regulares, e que esses sólidos, inscritos uns nos outros, iriam especificar as distâncias dos planetas ao Sol. Pensava assim ter achado nestas formas perfeitas os suportes invisíveis das esferas dos seis planetas. Para ele, a relação dos sólidos platónicos com a disposição dos planetas só podiam admitir uma explicação: a Mão de Deus, o Geómetra⁴.

Aos 25 anos, Kepler escreveu *Mysterium Cosmographicum* (1596), onde descreveu este seu novo e sofisticado modelo para o universo (fig. 6)

Mas por mais cálculos que fizesse, os sólidos platónicos e as órbitas planetárias não concordavam completamente. Kepler acreditou então que

as observações que possuía deviam estar erradas.

Tycho Brahe, o matemático imperial da corte do imperador Rudolfo II, tinha em seu poder as observações planetárias mais exactas da altura. Por coincidência, Brahe escreveu a Kepler por essa altura, a convidá-lo para se encontrarem em Praga. Kepler acabou por aceitar e partir para Praga em 1598. Brahe veio a morrer subitamente em 1601, e Kepler foi então reconhecido como o matemático imperial da corte.

A partir desse momento, Kepler teve acesso absoluto às observações planetárias de Brahe. Mas os novos dados também não apoiaram a sua conjectura de que as órbitas dos planetas estão circunscritas pelos cinco sólidos platónicos.

As Leis de Kepler e a música das esferas

A diversidade dos fenómenos da Natureza é tão vasta e os tesouros escondidos no Céu são tão ricos precisamente para que a mente humana nunca tenha falta de alimentos.

Mysterium Cosmographicum (1596), Kepler

As observações de Tycho Brahe sobre o movimento aparente dos planetas, não apoiavam o seu "Mistério Cosmográfico".

No entanto permitiram a Kepler obter de modo empírico três leis gerais que descrevem o movimento dos planetas.

1ª Lei de Kepler: As órbitas dos



figura 6 – o Mistério Cosmográfico de Kepler.

A órbita da Terra é a medida de todas as coisas; circunscrita-se em torno dela um dodecaedro e o círculo que contém este será o de Marte; circunscrita-se em torno do círculo de Marte um tetraedro e o círculo contido nele será o de Júpiter; circunscrita-se em torno do círculo de Júpiter um cubo e o círculo contido nele será o de Saturno. Agora inscreva-se dentro da órbita da Terra um icosaedro e o círculo contido nele será o de Vénus; inscreva-se dentro da órbita de Vénus um octaedro e o círculo contido nele será o de Mercúrio. E desta forma obtemos a razão para o número de planetas.

Mysterium Cosmographicum (1596), Kepler



planetas são elipses, ocupando o Sol um dos seus focos.

2ª Lei de Kepler (ou lei das áreas): O raio vector que une o centro do Sol ao centro de cada planeta descreve áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

3ª Lei de Kepler: O quadrado do período de revolução T de cada planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo do comprimento do semi-eixo maior a da respectiva órbita (ou seja, $a^3/T^2 = \text{constante}$).

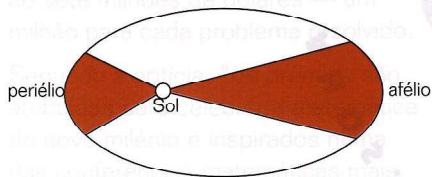


figura 7 – A lei das áreas.

Das 1ª e 2ª leis conclui-se que o movimento dos planetas não tem velocidade constante. A velocidade é máxima no periélio (ponto da órbita mais próximo do Sol) e é mínima no afélio (ponto da órbita mais afastado do Sol).

A partir das 1ª e 2ª leis, Kepler concluiu que o movimento dos planetas não tem velocidade constante. A velocidade mínima é atingida no afélio (ponto da órbita elíptica que está mais afastado do Sol) e a velocidade máxima é atingida no periélio (ponto da órbita elíptica que está mais próximo do Sol). Kepler podia agora aplicar estas novas conclusões à teoria musical das esferas. A primeira observação a fazer era a de que, tendo o planeta velocidade variável, não emitia uma nota única, sendo a nota mais aguda atingida no periélio e a mais grave no afélio. A partir da diferença entre as velocidades mínima e máxima, podia ainda calcular o intervalo musical definido pelas notas mais grave e mais aguda produzidas por cada planeta.

A partir da 3ª lei, podia relacionar os sons produzidos pelos diversos planetas. Concluindo que os planetas mais longínquos eram mais lentos, ele entendeu que os sons produzidos seriam mais graves à medida que a distância ao Sol aumentava.

Nesta teoria, os sons produzidos pelos diversos planetas são tanto mais graves quanto maior a distância ao Sol, o centro, ao contrário dos sistemas inspirados em Ptolomeu, nos quais o som se vai tornando mais agudo à medida que a distância ao centro do sistema, nesse caso a Terra, aumenta.

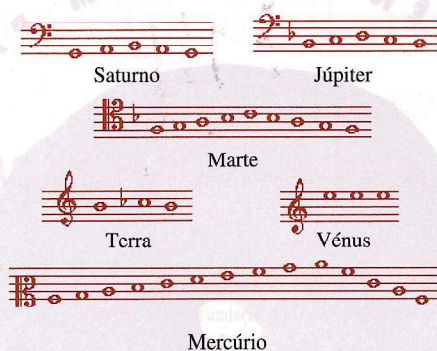


figura 8 – A música das esferas de Kepler. Kepler deduziu os intervalos musicais produzidos por cada planeta. Para ele, a melodia produzida por cada planeta não era uma sequência de notas distintas, mas sim um único som eterno, a variar continuamente entre o mais grave e o mais agudo, como o som produzido por um violinista deslocando continuamente o seu dedo, sem o levantar, sobre a corda do seu violino.

O modelo de Copérnico obrigava-o a estudar o cosmos como se fosse visto a partir do Sol. Kepler efectuou cálculos com o objectivo de calcular para cada planeta o "movimento diário aparente" (o comprimento de arco percorrido num período de 24 horas) no afélio e no periélio. Por exemplo, Kepler deduziu que Saturno percorre um arco de 135 segundos por dia quando está mais perto do Sol (arco esse visto do Sol) e um arco de 106 segundos por dia quando está mais afastado do Sol. A razão 135/106 está muito próxima de 5/4, a razão entre as frequências associadas ao intervalo de *terceira maior* em música. Usando este método para todos os planetas, ele descobriu que as razões periélio-afélio relacionadas com quaisquer dos seis planetas são todas muito semelhantes às razões associadas a intervalos musicais consonantes. Assim, para Júpiter a razão periélio-afélio seria aproximadamente 6/5 (uma *terceira menor*); para Marte seria 3/2, uma *quinta perfeita*; para a Terra, 16/15, um *meio-tom*; para Vénus, 25/24, um intervalo muito próximo da *coma pitagórica*; para Mercúrio, 12/5, uma *décima menor*².

Os movimentos dos céus não são mais que uma eterna polifonia.

Harmonices Mundi (1619), Kepler

Na sua obra *Harmonices Mundi* (1619), Kepler imaginou um coro no qual Mercúrio, a voz mais aguda, seria o Soprano, Vénus e Terra os Contraltos, Marte o Tenor, enquanto que

Júpiter e Saturno, as vozes mais graves, seriam os Baixos. Nesta sua teoria da música celestial, ao planeta Terra correspondia um intervalo musical de meio-tom, que ele associou ao modo eclesiástico de mi (modo frígio), levando-o a concluir que a melodia entoada pela Terra era "mi – fá – mi". Kepler fazia esta descoberta durante a Guerra dos Trinta Anos, o que o levou a pensar que a Terra produzia um lamento constante, em nome da *misere* e *fami* (miséria e fome) que reinavam na altura.

O fim da música das esferas

O Século XVII representa uma transição crítica na história do pensamento do homem, pois marca o momento da separação entre fé e dogma religioso por um lado, e a visão mecanicista da natureza por outro.

Fludd (1574-1637) e Kepler (1571-1630) parecem ter sido os últimos a propor uma relação real entre movimentos dos planetas e notas musicais específicas. Por outro lado, o mesmo Kepler que parecia estar a perder o seu tempo em busca da quimera da música das esferas, deve ter sido o primeiro a respeitar rigorosamente dados de observações, apesar de contradizerem uma sua primeira teoria. Afinal foi em busca dessa quimera que ele deduziu as suas três leis.

Algum tempo depois, Newton (1642-1727) mostrava ao mundo que leis matemáticas universais relativamente simples presidem a natureza, podendo mesmo deduzir a partir delas as leis que Kepler tinha encontrado empiricamente. Era o nascimento do pensamento científico, tal como hoje o conhecemos.

Referências bibliográficas

1. Joscelyn Godwin, *Music and the Occult*, University of Rochester Press, New York, 1995.
2. Jamie James, *The Music of the Spheres: music, science and the natural order of the universe*, Copernicus. Springer-Verlag, New York, 1993.
3. Alexander Roob, *Alquimia e Misticismo*, Taschen, Colónia, 1997.
4. Carl Sagan, *Cosmos*, Gradiva, Lisboa, 1984.
5. Bruce Stephenson, *The Music of the Heavens, Kepler's Harmoni Astronomy*, Princeton University Press, New Jersey, 1994.

Carlota Simões
Universidade de Coimbra

