



Para este número seleccionámos

Fim à aritmética de papel e lápis (conclusão)

Anthony Ralston

No último número da *Educação Matemática*, publicámos a 1ª parte de um artigo, da autoria de Anthony Ralston, do Imperial College, Londres e que foi originalmente publicado no *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, Vol. 18, nº 2, 1999, pp. 173-194. Nesta edição terminamos a sua publicação

Aritmética mental

Qualquer currículo alternativo que proponha acabar com a APL deve, necessariamente, ter um forte apoio da aritmética mental. Nesta secção, pretendo explicar não só porque é que a aritmética mental é tão importante num currículo sem APL, mas também como é que a aritmética mental pode fornecer os benefícios supostamente fornecidos, mas raramente obtidos, pela APL.

É óbvio que por motivos de eficiência, além de motivos cognitivos, alguém que não domine bem a APL deve ser capaz de efectuar uma quantidade significativa de aritmética mental. Seria muito maçador ser encorajado a puxar de uma calculadora para, por exemplo, somar 18 e 47. Assim, é bastante importante especificar que cálculos devem ser efectuados mentalmente num currículo sem APL. Muito mais importante que essa especificação, porém, é apercebermos dos benefícios que advêm se os alunos aprenderem a efectuar bastante mais aritmética mental do que aquilo que é comum actualmente.

Por vezes, a aritmética mental, tal como as tabuadas de adição e multiplicação, é vista simplesmente como uma passagem para a aprendizagem da APL (exemplo: [DFEE, 1998a, b]). No entanto, "a aritmética mental não é apenas uma passagem para os algoritmos tradicionais de cálculo, bem pelo contrário, é uma parte independente do currículo por direito próprio" [Verschaffel e De Corte, 1996].

Já mencionei que o ensino da APL redundante, vezes demais, em boas calculadoras (humanas) que

compreendem muito pouco daquilo que estão a fazer desenvolvendo, portanto, pouco sentido numérico: se é perfeitamente possível tornar-se um adepto da APL percebendo aquilo que se está a fazer, também é perfeitamente possível aprender APL mecanicamente. O resultado é que se perdem muitos alunos para a matemática no ensino secundário, porque, na essência, não aprenderam nada para além da mecanização da APL.

É possível aprender aritmética mental por mecanização? Sim, se por aritmética mental se entender tabuadas da adição e multiplicação, e, talvez, toda a subtracção e divisão de números com um dígito. Mas se, como eu, se entender muito mais do que isso, em particular, pelo menos toda a adição, subtracção e multiplicação com dois dígitos, então creio que não é possível argumentar que a aprendizagem pode ser mecânica. De facto, mesmo podendo — e devendo — aprender algoritmos mentais para efectuar aritmética multi-digital, a variedade de algoritmos pessoais necessários para se tornar uma calculadora mental eficaz exclui a aplicação mecânica desses algoritmos.

Consideremos, então, multiplicações de números com 2 dígitos efectuadas mentalmente. Espero que a reacção não seja a de que não é possível ensinar todas as crianças a fazê-lo. Como é que se sabe? Quase todos os que são a favor da argumentação *back-to-basis* creem que o currículo de matemática necessita de maior exigência e que as crianças que estudam matemática necessitam de trabalhar muito. E se aqueles que se encontram do outro lado da argumen-

tação são frequentemente acusados de pretender um currículo mais fraco, trata-se, efectivamente, de uma calúnia porque todos os que são a favor de um currículo forte em calculadora também acreditam num currículo de matemática exigente. Claro que muitas crianças com 10 ou 11 anos de idade achariam difícil a multiplicação mental de 46 por 83 e levariam muitos dias, semanas ou meses a aprender a efectuar tais cálculos com precisão. Mas algum leitor acredita que não é possível ensinar tantas crianças a fazê-lo quantas as que é possível ensinar a efectuar multiplicações de papel e lápis com números de 5 dígitos? (Seria simplesmente loucura tentar que alguém fosse eficiente na multiplicação de números com 5 dígitos: esses cálculos deveriam ser feitos *sempre* com calculadora.)

Há vantagens significativas em aprender a efectuar aritmética mental multi-digital, para além da eficiência computacional. Muitas, provavelmente a maioria das crianças, achá-la-ão difícil mas, em caso de sucesso, terão aprendido mais do que uma destreza útil: melhoraram o sentido numérico e aprenderam a organizar mentalmente um processo de raciocínio não-trivial ("pensar com a cabeça" em vez de "na cabeça" [Sowder, 1992]), que deveria ter o benefício lateral de aumentar a duração do tempo de atenção. Desenvolver a capacidade da aritmética mental multi-digital requer precisamente o tipo de treino mental do raciocínio lógico, que os matemáticos sempre acreditaram ser uma das vantagens de se estudar a sua disciplina, à parte de qualquer rubrica que se aprenda. E como existe uma variedade de estratégias possí-



veis para executar cálculos aritméticos mentais, a aritmética mental incorpora, por inerência, processos de verificação dos cálculos, outra competência que os educadores matemáticos realçam.

Será razoável a esperança de ensinar aritmética mental multi-digital à generalidade das crianças? A intuição diz-me que a resposta é afirmativa. Mas também existem experiências que provam que tal é possível [Zhang, 1997]. Mais, há provas de que é possível ensinar não só adições e subtracções com dois dígitos, mas também com três dígitos, mesmo a alunos do terceiro ano [Selter, 1995]. Embora seja necessário investigar mais sobre quanta aritmética mental pode ser ensinada no ensino elementar, creio que já se conhece o suficiente para tirar a ilusão de aumentar amplamente a quantidade de aritmética mental que se ensina actualmente no ensino elementar.

Poder-se-à pensar que visando a aritmética mental em vez da APL corre-se o risco de perder a noção de algoritmo. Um professor de matemática exprimiu este receio, escrevendo que "os níveis básicos de competência aritmética [leia-se APL] [deveriam ser] requeridos independentemente da calculadora (de modo a haver alguma compreensão do que a calculadora faz)". Há alguma ironia nesta afirmação, dado que os algoritmos utilizados pelas calculadoras são muito diferentes dos algoritmos da APL. Mas a razão mais lata para as crianças aprenderem, o mais cedo possível, a natureza algorítmica da matemática é uma razão forte, particularmente para alguém como eu, que desde há muito reclama uma abordagem algorítmica em todos os níveis de matemática. Será que a APL clássica dá aos alunos uma perspectiva da noção de algoritmo e que a minha proposta deita isso a perder? De maneira nenhuma. Primeiro, é legítimo duvidar que o ensino da maioria da APL transmita um verdadeiro gosto por algoritmos. Segundo, à medida que as crianças aprendem a calcular mentalmente terão necessidade de desenvolver os seus próprios algoritmos para efectuar

aritmética multi-digital. Alguns deles (por exemplo, para as multiplicações com números de dois dígitos) serão bastante complexos. Pedir às crianças que escrevam e expliquem os seus métodos fornece uma oportunidade excelente para introduzir ideias de algoritmos. (Claro que é uma actividade difícil. Explicar o nosso processo de pensamento para qualquer tarefa não-trivial é difícil, mas fazê-lo é salutar e obriga a concretizar noções intuitivas.)

Devo dizer algo sobre a divisão. Apesar de já terem passado mais de 15 anos sobre a recomendação do Relatório Cockcroft [1982] de se deixar de ensinar divisões longas nas escolas britânicas, esta recomendação tem sido implementada com reservas. As normas do *California Board of Education* [California, 1998, p. 43] requeriam que os alunos dominassem a divisão longa. A única desculpa só pode ser que quem promulgou as normas da California acredita que a divisão longa faz bem ao espírito. Não só a capacidade de efectuar divisões longas não tem qualquer valor prático, como o tempo requerido para ensinar este algoritmo a alunos é de longe excessivo em relação a qualquer benefício que possa advir dessa aprendizagem. Claro que os alunos devem aprender o que é a divisão, quando aplicá-la, o que são restos e como resolver mentalmente problemas de divisões simples. Mas o ensino da divisão longa não é pertinente para nenhum destes objectivos; é tão disparatado como o ensino do algoritmo da raiz quadrada, um ponto de honra até há pouco tempo. Não posso deixar de acreditar que aqueles que são a favor do ensino da divisão longa no ensino elementar (incluindo alguns investigadores matemáticos [Klein, 1998]) estão iludidos acerca do que é importante e útil na matemática escolar.

Outra ilusão relativa à aritmética mental: pretender dar realce à aritmética mental no ensino elementar, implica desencorajar a utilização da calculadora. Em Assuntos de Numeracia [DFEE, 1998a] existe uma ênfase louvável do cálculo mental (tal como em [DFEE,

1998b]). Mas leva ao *non sequitur* "a importância do cálculo mental tem implicações inevitáveis num uso judicioso da calculadora" em que "judicioso" significa "desencorajar, tanto quanto possível, a utilização da calculadora" com crianças até aos 11 anos. Porque é que não é tão óbvio para todos, como o é para mim, que a aritmética mental é mais importante quando se usa a calculadora no currículo do que no caso contrário? Não é só pelas já apontadas razões de eficiência. Também é pelo seguinte: uma vez que, como todos sabemos, a probabilidade de erro quando se utiliza a calculadora (por causa de uma tecla seleccionada erroneamente) é maior do que com a APL, os utilizadores da calculadora devem ser capazes de estimar mentalmente os resultados dos seus cálculos. Um professor salientou que "a geração mais velha possui um sentido instintivo do número, capaz de farejar rapidamente uma solução disparatada; é uma capacidade que falta à geração mais jovem". Se for verdade, deve ser porque esta "geração mais nova" não aprendeu a ser uma boa calculadora mental e a usar essa capacidade para "farejar soluções disparatadas".

Matemática sem APL no ensino elementar

Acabar com a APL no ensino elementar pode soar radical mas, para aqueles que não conseguem abraçar esta ideia, o que é que acham do adiamento da instrução em APL até ao sexto ano? Também parece bastante radical. No entanto, é uma ideia antiga, experimentada com sucesso no final dos anos 20 pelo superintendente escolar de Manchester, New Hampshire, e registada num artigo que devia ser lido por todos os educadores matemáticos [Benezet, 1935-36; ver também Gleason]. A ideia de Benezet parece ter tido uma morte rápida mas talvez se concorde que um currículo sem APL não está assim tão afastado desta ideia com 70 anos de idade.

De qualquer modo, o que proponho para os primeiros, digamos, oito anos de escolaridade (K-7; implicitamente,



a álgebra deve ser um tema de 8º ano) é o seguinte:

1. Ênfase na aritmética mental a partir do momento em que é introduzida pela primeira vez uma ideia aritmética para além da contagem (por si só, uma actividade mental, claro). Isto significa que à medida que é apresentada uma operação aritmética, é de esperar que as crianças façam cálculos mentais com essa operação. Evidentemente, é de esperar que as crianças aprendam as tabuadas da adição e multiplicação na altura própria. Não tenho pretensões acerca da altura exacta para introduzir uma operação aritmética. Pode muito bem ser que, como Benezet sugeriu e Gleason apoiou, não haja um motivo forte para introduzir a aritmética tão cedo como agora é costume. Obviamente, as crianças deveriam ter muitas, variadas e substanciais experiências com números a partir do pré-escolar. Isso é muito mais importante do que a sua forma precisa.
2. A calculadora deveria não só ser permitida a partir do pré-escolar como encorajada a sua utilização. De facto, há todos os motivos para entrelaçar a utilização da calculadora com o ensino da aritmética mental, dado que a instrução de uma será reforçada pela utilização da outra. É óbvio que a parte do currículo relativa à aritmética mental deve ser avaliada num ambiente sem calculadora, tal como a aplicação da aritmética mental na resolução de problemas. Senão, a calculadora deveria ser universalmente autorizada, em todas as situações de teste. A finalidade da utilização da calculadora não deve ser o valor negativo de evitar a APL mas o valor positivo de fornecer exercícios e problemas que desenvolvam o sentido numérico e a compreensão da aritmética. Quando são apresentadas as fracções e as dízimas, a calculadora deveria servir para ilustrar a relação entre as duas, o que são dízimas infinitas, porque ocorrem, etc.
3. Nada do está dito tem a intenção de dar a entender que a aritmética mental e a calculadora devem ser as únicas ferramentas com as quais se ensina aritmética. Os materiais manipuláveis e outros modelos

aritméticos (por exemplo, o modelo da área para a multiplicação) devem continuar a desempenhar um papel importante. Da mesma forma, os professores podem usar os algoritmos da APL para ilustrar as operações aritméticas, como se afigurar útil e conveniente. E, em qualquer caso, o papel e lápis, como meio de registo e de experimentação, deveriam continuar a desempenhar um papel importante na matemática do ensino elementar (e secundário). Por exemplo, não deve haver objecções, em princípio, à multiplicação de números com dois dígitos, apontando dois produtos de 1 dígito por 2 dígitos, feitos mentalmente e, em seguida, adicionados mentalmente.

4. Para reiterar um ponto de vista anterior, é de esperar que as crianças trabalhem e pensem muito em toda a sua instrução matemática. Mesmo assim, creio que um regime mental aritmética-calculadora pode atingir todos os objectivos do mais imaginativo currículo de APL, com menos tempo total de instrução, dado que, apesar de ser necessário muitos exercícios para criar boas calculadoras mentais, o esforço envolvido é menor do que o habitual, hoje em dia, nos exercícios rotineiros de APL.

5. Uma das principais vantagens de acabar com a APL e substituí-la por um currículo mental aritmética-calculadora é o tempo adicional que se disponibilizaria para estudar outra matemática no ensino elementar. É evidente que isso já sucede: além da APL, ensina-se geometria, por exemplo. Porém, o domínio da APL no currículo do ensino elementar é tal que os outros tópicos têm apenas um tratamento superficial e as crianças raramente levam do ensino elementar competências ou conhecimentos matemáticos relevantes fora da APL. Naturalmente, além da geometria há outra matemática ao alcance dos alunos do ensino elementar: as probabilidades, uma introdução inicial a certos aspectos da álgebra, etc. A introdução destes temas prepararia muito melhor os alunos para a matemática do ensino secundário e poderia, com o tempo, calar as

críticas dos matemáticos universitários acerca dos conhecimentos matemáticos dos alunos que entram na universidade.

6. Uma crítica à extinção da APL é que ela fornece aos alunos uma introdução inicial à abstracção. Também a aritmética mental, embora duvide muito que as crianças percepcionem qualquer ideia de abstracção quando se introduz os números pela primeira vez. A abstracção é uma das ideias mais importantes em matemática e, de modo algum, fora do alcance dos alunos do ensino elementar, afirmação esta confirmada pela capacidade que muitos alunos desenvolvem na programação de computadores, onde a abstracção em forma de variáveis pode não ser evidente mas está, sem dúvida, implícita. Referi uma introdução inicial à álgebra na matemática do ensino elementar. Evidentemente, é possível no 5º ano, mais provavelmente no 6º e de certeza no 7º. Mesmo se tudo aquilo que a matemática do ensino elementar conseguisse fosse a noção mais básica de variável, não seria já uma entrada estupenda na matemática do ensino secundário?

O que está dito não é, nem tem a intenção de ser, um currículo completo de matemática do ensino elementar. É mais uma tentativa de convencer que é possível - e fácil, creio sinceramente - desenvolver um currículo sem APL, que prepararia bastante melhor os alunos para a matemática do ensino secundário, nos EUA e em qualquer lado (bastante melhor do que qualquer currículo proposto nos EUA). Além disso, creio que o faria sem a maçada que tantos alunos agora sentem no ensino elementar e que faz perder uma proporção chocante do talento matemático inato em alunos americanos, quando entram pela primeira vez na escola.

Matemática do ensino secundário e subsequente

Qual seria o impacto de um currículo de matemática do ensino elementar sem APL na matemática do ensino secundário e universitário? Como a



intenção é ter alunos mais bem preparados do que agora para essa matemática, o impacto seria totalmente positivo. Em particular, alunos bem preparados permitiriam introduzir no currículo do ensino secundário novos assuntos, mais úteis, sem abandonar os assuntos tradicionais — estatística, matemática discreta, etc. — como está a ser tentado noutros locais. Mas como é que o estilo da matemática proposta afectaria o que é ensinado e o modo de ensino da matemática no ensino secundário?

Os matemáticos universitários que se opõem à utilização da calculadora no ensino elementar fazem-no principalmente porque partem da crença, que partilho, de que “não pode haver compreensão sem técnica”. Argumentei que, a nível da aritmética, a técnica e a consequente compreensão podem ser atingidas através da aritmética mental. Qual é a analogia relevante com a matemática do ensino secundário (e posterior)?

Da mesma maneira que sou a favor da plena utilização da tecnologia no ensino elementar, sou igualmente a favor do seu uso pleno nas escolas secundárias e universidades - calculadoras gráficas, calculadoras simbólicas e computadores. Então, como é que os alunos vão aprender a técnica - a técnica algébrica é crucial nesta altura - se for permitido o uso de calculadoras? Como Edward Effros referiu [1989]: “Afirmo categoricamente que se um aluno não sabe factorizar imediatamente x^2-9 é extremamente improvável que esse aluno passe a Cálculo. Concordo.” O caminho para a técnica algébrica num mundo de calculadoras é basicamente o mesmo que para a técnica aritmética, nomeadamente a álgebra mental. Certamente, não é descabido esperar que os alunos de álgebra efectuem uma quantidade razoável de álgebra polinomial mentalmente. Além disso, tarefas conhecidas, como completar um quadrado são essencialmente mentais, que usam o papel e lápis como meio de registo. Indo além de Effros, eu esperaria que os alunos fossem capazes de factorizar mentalmente vários polinómios de segundo grau com três termos. E, claro, tal

como na aritmética mental, deveria existir avaliação de álgebra mental sem calculadora.

Mais geralmente: tal como o objectivo fundamental do ensino da aritmética é a apreensão do sentido numérico, o objectivo fundamental da álgebra deveria ser o sentido simbólico. O sentido simbólico é mais difícil de definir do que o sentido numérico mas inclui coisas como ser capaz de prever a forma do resultado de um cálculo simbólico (qual é o grau do produto de dois polinómios?), de seleccionar a forma mais adequada de entre várias equivalentes (por exemplo, polinomial, quadrado completo ou forma factorizada de uma quadrática), ter sentido crítico sobre a razoabilidade de um resultado (se há seis vezes mais alunos que professores, escrevemos $6P = A$ ou $6A = P$?), desenvolver competência em expressões simbólicas (dados alguns pontos do plano, encontrar uma função algébrica ou trigonométrica que passe por todos ou perto de todos eles), etc. (Ver [Arcavi, 1994] para uma reflexão sobre o sentido simbólico). Os alunos que têm este sentido, seja qual for o uso que façam das calculadoras gráficas e simbólicas, estarão bem preparados para estudar cálculo.

Nos últimos anos, os matemáticos universitários começaram a usar a tecnologia no ensino, embora tenham levado mais tempo do que os seus colegas cientistas e engenheiros. Ainda há muitos que têm a mesma opinião sobre sistemas de matemática simbólica, tal como *Mathematica* e *Maple*, e calculadoras para os alunos do ensino elementar. Uma consequência, apesar da chamada reforma do cálculo, é que a finalidade da maioria dos cursos universitários de cálculo ainda parece ser a criação do aluno-máquina, alimentado com funções e produzindo derivadas e integrais, mesmo com o insucesso demonstrável destes cursos para produzir estudantes com mais do que conhecimentos mecanizados. Concorde-se ou não com a minha crença de longa data de que a matemática discreta devia ter um papel equivalente ao cálculo no currículo universitário [Ralston, 1981], já não pode haver desculpa para cursos de

cálculo que não façam pleno uso da tecnologia e que ensinem os estudantes a efectuar mentalmente muito daquilo que fazem agora mecanicamente.

A minha proposta pode resultar?

Quase poderia ser implementada amanhã. Poder-se-ia desenvolver um currículo detalhado, escrever manuais, planificar lições, etc. Sejamos até optimistas de que seria possível convencer políticos, encarregados de educação, matemáticos - todos esses grupos antidiluvianos - do carácter correcto da abolição da APL. Mas estarão os próprios professores das escolas elementares preparados para tal currículo? Receio — mas ficaria muito feliz com prova em contrário — que mesmo os melhores professores das escolas elementares teriam sérias dificuldades em ensinar um currículo assim, principalmente porque a sua preparação para o ensino da matemática tem sido lastimavelmente insuficiente, compondo-se de pouco mais do que a clássica APL. Mas também por muitos (a maioria?) dos professores atraídos pelo ensino elementar estarem menos interessados na matemática do que noutros assuntos; de facto, é muito frequente professores do ensino elementar sofrerem de fobia à matemática.

Quantos professores do ensino elementar, por exemplo, estarão preparados para ensinar aritmética mental com dois dígitos? Quantos deles têm conhecimentos para ensinar os outros aspectos da matemática que seriam incluídos no currículo, se a APL fosse substituída por um currículo mental aritmética-calculadora, mais exigente mas consumindo menos tempo? Alguns destes problemas poderiam ser minimizados com o quadro actual de professores do ensino elementar, através de formação contínua adequada. Para os futuros professores seria necessária uma formação inicial ainda melhor — e mais intensiva — em educação matemática.

Mas enquanto a matemática ocupar um lugar baixo na escala de interesses dos professores actuais e futuros,



é pouco provável que se progrida muito desta maneira. As pessoas com talento e interesse em matemática dificilmente são atraídas pelo ensino elementar, uma vez que a maior parte do currículo envolve assuntos bascados na língua materna, inclusivamente as ciências, quase inteiramente descritivas.

Existe apenas uma solução: ter muita, senão toda, matemática do ensino elementar ensinada por professores especialistas, de modo semelhante às educações musical e visual. Algumas escolas têm feito tentativas neste sentido, nomeando um especialista em matemática, cuja função é a de aconselhar e ajudar todos os professores. Outra solução, parcial, é o ensino em equipa, em que o ensino da matemática é feito pelos professores que se sentem mais à-vontade na matemática. Ambas as ideias são boas, mas creio que não poderão ser totalmente eficazes na implementação do currículo descrito neste artigo. Mesmo os especialistas em matemática das escolas elementares raramente têm o treino e amplitude de conhecimentos e perspectivas matemáticas para ensinar ou aconselhar num currículo mental aritmética-calculadora.

Concluo que a única solução para modificar radicalmente o currículo são os professores especialistas em matemática que se encarreguem de todo o ensino da matemática do ensino elementar, a partir do terceiro ano ou ainda mais cedo. É evidentemente uma solução a longo prazo. No entanto, prevejo que não se verifiquem grandes progressos na educação matemática dos alunos americanos do ensino elementar (e, consequentemente, também, do secundário) enquanto esta solução não for implementada. Até lá, o desespero com o fraco desempenho dos alunos em comparações internacionais e o desapontamento dos professores universitários com a preparação matemática dos seus alunos, continuarão a ser fenómenos vigentes na cena educacional americana.

A investigação é necessária?

Claro que sim. Precisamos sempre de investigação. Mas a questão imediata é: alguma das propostas deste artigo

requer investigação antes ser levada à prática? Ou, por outras palavras, um princípio de inovação educacional deveria ser, como na medicina: sobretudo, não fazer mal. É possível que os alunos "privados" da oportunidade de aprender APL fiquem prejudicados com isso?

A minha resposta é negativa. Como já ninguém argumenta que o conhecimento de APL é uma competência útil na vida (ou na matemática), a questão é saber se tal "privação" pode deixar os alunos sem a compreensão e técnica necessárias para o estudo de matemática mais avançada. Pode ser que não saibamos quanta aritmética mental é razoável esperar que uma criança mediana aprenda - e devermos, com certeza, investigar - mas não vejo como é possível argumentar que um currículo construído em volta da aritmética mental e calculadora, exigente e que apresenta consideravelmente mais matemática fora da aritmética tradicional, pode prejudicar os alunos. De facto, um currículo que enfatize o sentido numérico neste contexto, dificilmente poderia deixar de preparar os alunos para a matemática do ensino secundário, pelo menos tão bem como este agora.

Muita da argumentação deste artigo foi feita *ex cathedra* mas não me desculpo por isso. Os meus argumentos são bem mais fundamentados na experiência e investigação do que os argumentos daqueles que querem sujeitar os alunos ao regime de APL. Sim senhor, mais investigação, mas não há motivo para que as ideias deste artigo não possam ser experimentadas antes de uma investigação posterior.

Vale também a pena notar que, nada neste artigo está em desacordo com qualquer investigação teórica, experimental ou prática, no ensino e aprendizagem da matemática (ver, por exemplo, Kamii [1985]). Na verdade, espero que muitos dos apoiantes de uma abordagem construtivista da matemática aplaudam um currículo que enfatize a construção, pelas próprias crianças, dos conhecimentos de aritmética através de cálculo mental.

Observações finais

A reforma da educação matemática é um tópico muito em debate actualmente, em particular nos EUA. Aquilo a que se chamou "as guerras da matemática" [Becker e Jacob, 1998; Jackson, 1997; Ross, 1998] coloca matemáticos, educadores matemáticos, outros educadores, encarregados de educação e políticos uns contra os outros, numa exibição desconcertante de contextos nos quais currículo, pedagogia, formação de professores, manuais e tecnologia são tudo assuntos de controvérsia. Uma ironia em tudo isto, na minha opinião, é a seguinte: enquanto que as decisões cruciais que têm de ser tomadas dizem respeito à temática do ensino elementar, os principais protagonistas são matemáticos profissionais, que raramente compreendem os assuntos da matemática do ensino elementar, e o NCTM que, embora seja um grupo cujos membros e interesses cobrem a matemática básica e secundária, é dominado por matemáticos universitários e professores do ensino secundário. O resultado é que nos debates sobre educação matemática a do ensino elementar é, muitas vezes, severamente castigada ou incompreendida, ou ainda pior.

É minha convicção que um currículo mental aritmética-calculadora ensinado por especialistas de matemática do ensino elementar seria um currículo melhor do que o ensinado agora (virtualmente) por todo o lado. Uma convicção mais forte é: a menos que seja adoptada esta abordagem para a matemática do ensino elementar, a existência de grandes melhorias no desempenho matemático dos alunos americanos da escolaridade elementar, secundária e universitária permanecerá uma quimera.

Referências bibliográficas

- American Mathematical Society (1995-97). Various articles and letters to the editor in the *Notices of the American Mathematical Society*.
- Arcavi, A. (1994). Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14, 24-35.
- Askey, R. (1996). In Views on High School Mathematics. *Notices Am. Math. Soc.*, 43, 866-873.



Becker, J. and Jacob, B. (1998). "Math War" Developments in the United States (California). *ICMI Bulletin*, 44, 16-25.

Benezet, L. P. (1935-36). The Story of an Experiment. *J. of the National Education Association*, 24, 241-244 and 301-303, 25, 7-8.

California Academic Standards Commission (1997). *Mathematics Content Standards (1 October)*. (<http://www.ca.gov/goldstandards>).

California Board of Education (1998). *Mathematics Framework for California Public Schools K-12 (10 December)*. (<http://www.cde.ca.gov/cilbranch/eltdiv/mathfw.htm>).

Cockcroft, W. H. et al. (1982). *Mathematics Counts*. London: HMSO.

Department for Education and Employment (UK) (1998a). *Numeracy Matters: Preliminary Report of the Numeracy Task Force*. London: DFEE.

Department for Education and Employment (UK) (1998b). *The Implementation of the National Numeracy Strategy: The Final Report of the Numeracy Task Force*. London: DFEE.

Dubinsky, E. (1998). Personal communication.
Effros, E. (1989). *Comentary in Education Week*, 12 April.

Ernest, P. (1998). Personal communication.

Gardiner, T. (1998). Back to the Blackboard. *The Times*, 8 May 1998.

Gelenter, D. (1998). Put Down That Calculator, Stupid!. *New York Post*, 21 May.

Gleason, A. (s/d). Delay the Teaching of Arithmetic?, Unpublished manuscript.

Hembree, R. and Dessart, D. J. (1986). Effects of Hand-held Calculators in Precollege Mathematics Education: A Meta-analysis. *J. For Research in Math. Educ.*, 17, 83-99.

Hiebert, J. and Wearne, D. (1986). Procedures over Concepts: The Acquisition of Decimal Number Knowledge. *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case for Mathematics* (J. Hiebert, Ed.), Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Jackson, A. (1997). The Math Wars. Parts I and II, *Notices Am. Math. Soc.*, 44 (June/July and August), 619-702; 817-827.

Johnson, D. A. and Rising, G. R. (1967). *Guidelines for Teaching Mathematics*, Belmont, CA: Wadsworth.

Kamii, C. K. (with DeClark, G.). *Young Children Reinvent Arithmetic: Implication of Piaget's Theory*, Early Childhood Education Series.

Kitchen, A. (1998). Message on the email discussion list *Mathematics Education at Nottingham University*, UK, 12 January.

Klein, D. (1998). The State's Invisible Math

Colóquio

Ciência, Comunicação e Democracia, a formação de uma cultura científica

Este colóquio realizar-se-á nas instalações do Planetário do Porto, nos dias 23, 24 (dia nacional da cultura científica) e 25 de Novembro de 2000.

A organização está a cargo da Casa-Museu Abel Salazar, integrando a APM a Comissão Consultiva.

Os temas do colóquio são: o modo como o conhecimento científico se implica no exercício da cidadania; as diferentes vias pelas quais as ideias científicas se socializam; a inserção do trabalho científico nas práticas educativas; museus, herança que se transmite e condição da criatividade.

O programa do colóquio conta com a intervenção inaugural do ministro da Ciência e Tecnologia além de, entre outras sessões, conferências por Carlos Fiolhais, João Caraça e Nuno Grande.

Os associados da APM gozarão de condições especiais no preço de inscrição nesta iniciativa.

Para mais informações, contactar a Casa-Museu Abel Salazar, R. Dr. Abel Salazar, 4465-120 S. Mamede de Infesta, Tel/Fax: 229010827

Standards. *Los Angeles Times*, 3 May.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Ralston, A. (1981). Computer Science, Mathematics and the Undergraduate Curricula in Both. *Am. Math. Monthly*, 88, 472-485.

Ralston, A. (1997). A Zero-Based Curriculum: What It Is and How It Might Be Used. A Zero-Based Mathematics Curriculum: Proceedings of a Working Group at the Eighth International Conference on Mathematical Education, Seville, July 1996 (H. Neill and A. Ralston, Eds.) Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham.

Ross, K. (1998). Reality Check: At Baltimore Standards Forum, All Quiet Along "Math Wars" Front. *Focus, Newsletter of the Math. Assoc. of America*, 18 (May/June), 1, 4.

Saxon, J. (1990). Transcript of 60 Minutes, CBS News, 4 March.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C. and Raizen, S. A. (1997). *A Splintered Vision: An Investigation of US Science and Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Selter, C. (1995). From Teaching to Learning Mathematics, Keynote Lecture at Panama

Conference, Noordwijkerhout, The Netherlands.

Shuard, H. et al. (1991). *Children, Calculators and Mathematics*. London: National Curriculum Council.

Sowder, J. (1992). Estimation and Number Sense in *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (D. A. Grouws, Ed.). New York: MacMillan.

Verschaffel, L. and De Corte, E. (1996). Number and Arithmetic in *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Wu, H. (1996). The Mathematician and the Mathematics Education Reform. *Notices Am. Math. Soc.*, 43, 1531-1537.

Wu, H. (1998). Some Observation on the 1997 Battle of the Two Standards in the California Math War, Department of Mathematics, University of California at Berkeley.

Zhang, D. (1997). Some Characteristics of Mathematics Education in East Asia — An Overview from China in Proceedings of the Seventh Southeast Asian Conference on Mathematics Education (N. D. Tri et al., Eds.), Hanoi 1996, Hanoi: Vietnamese Mathematical Society.

Anthony Ralston
Imperial College, Londres
Traduzido por Luís Reis
E. S. B. da Univ. Católica do Porto