

Apontamentos sobre a história da Matemática Recreativa

Eurico Nogueira

Não podemos considerar a Matemática Recreativa como sendo um ramo da Matemática geral, ao mesmo nível que a Álgebra ou a Análise, apesar de também tratar de números, figuras, conjuntos, funções e outros entes abstractos... Bem pelo contrário, ocupa-se de fenómenos aritméticos ou geométricos que, de alguma maneira, se podem considerar "marginais" relativamente à ciência que lhe serve de base (com isto pretendo dizer que, estes fenómenos, na sua maioria, ainda não encontraram modelos e teorias suficientemente ricos nos quais se enquadrem) e que simultaneamente, nos "divertem". É claro que para os verdadeiros cientistas esta definição está algo incorrecta dado que, para eles, toda a matemática é recreativa visto sentirem prazer em "mexer" em números, teorias, relações, axiomas, demonstrações: "A Álgebra não é toda um jogo!?" comentava recentemente o conhecido matemático britânico J. A. Green... Mas para o comum dos mortais é uma definição aceitável, pois como este normalmente não é apreciador deste tipo de deambulações mentais extremamente abstractas, fica agradavelmente surpreso quando, à custa de exemplos concretos, depara com estranhas e inesperadas relações numéricas (ou entre algarismos de um mesmo número), se apercebe das chamadas "figuras mágicas" (quadrados, triângulos, hexágonos formados pela disposição de números cuja soma nas linhas e nas colunas coincide) ou ainda com novas facetas das figuras geométricas, para citar apenas alguns exemplos.

Historicamente esta disciplina é extremamente antiga... Podemos até afirmar que a primeira forma de Matemática, alguma vez descoberta pelo Homem, foi a recreativa: logo

que descobriu os números começou de imediato a brincar com eles! Uma grande parte da história da humanidade foi por esta passada a "filtrar" as partes relevantes da Matemática Recreativa que ia criando, conferindo-lhes inicialmente um carácter religioso, posteriormente substituído pelo científico e, simultaneamente, autonomizando-as. Daí a criação da Matemática, a mais importante disciplina científica dos dias de hoje!

É interessante reparar que muitos dos primeiros resultados que esta ciência nos proporcionou foram surgindo de uma forma inesperada, como resultado de múltiplas experiências numéricas e geométricas: o famoso teorema de Pitágoras é disso exemplo concreto. Aliás os Gregos com as suas escolas filosóficas tiveram artes de impregnar os "entes" numéricos com um cariz místico-religioso, chegando ao ponto de criar um conceito de perfeição para o número¹. Só aceitavam os inteiros positivos (também designados por "naturais", considerando que os ímpares eram masculinos e limitados e os pares eram femininos e ilimitados)² recusando a existência dos irracionais; o fanatismo foi tal que chegaram a condenar pessoas à morte por crimes "contra o número"... Com efeito, Hippiasus da escola pitagórica foi afogado na sequência de uma traição: o seu crime consistiu em divulgar a irracionalidade de $\sqrt{2}$ facto este que provocou o afundamento da filosofia e da escola pitagórica. Estas estranhas práticas, no entanto, não nos devem fazer esquecer que esta comunidade, fundada por Pitágoras em Croton, colónia grega do sul da Itália, foi a que mais influenciou a matemática grega tendo constituído o primeiro grupo a encarar os conceitos matemáticos como abstracções. Note-se que,

Matemática Recreativa...

"De que trata? Em que consiste?" Muitos de entre nós já ouviram falar deste assunto sem terem bem a noção do que é. Afinal a Matemática não é composta só por teoremas difíceis, números estranhos e raciocínios complicados? Como é que tal coisa pode ser recreativa?

segundo a tradição, terá sido Pitágoras quem pronunciou a célebre frase: "Tudo é número."

Mas numa época em que as distinções entre as ciências ainda não estavam bem delineadas rapidamente esta escola sofreu fortes influências externas, essencialmente religiosas. E, de comunidade devotada ao estudo da filosofia, ciência e matemática, derivou rapidamente em grupo semi-religioso... Os seus membros, os quais acreditavam na transmigração das almas, passaram a considerar ser necessário purificar a alma e libertá-la da sua prisão corporal; para chegar a estes fins os pitagóricos mantinham-se celibatários e cumpriam diversas cerimónias e punições rituais. O carácter esotérico deste grupo e os seus cerimoniais secretos geraram a suspeita, a desconfiança e o desprezo por parte da população de Croton, que acabou por os expulsar e incendiar os seus edifícios. Posteriormente Pitágoras viria a fugir para Metapontum, no sul da Itália, onde veio a ser assassinado.

Foram também os gregos os primeiros a proporem enigmas matemáticos, regra geral, sob forma de desafio, fazendo, por vezes, intervir os deuses: é assim que Apolo, pela boca do seu oráculo, interroga os habitantes da ilha de Quios sobre o problema da duplicação do cubo³. E lá longe, no continente asiático, os grandes matemáticos indianos criavam problemas que actualmente podemos encontrar nas histórias de encantar desse povo, assim como num livro escrito pelo matemático indiano Báskara para a sua filha Lilawâti, no século XII.

A época romana e o início da Idade Média não trouxeram grandes avanços a esta ciência no seu geral... Merecem, no entanto, referência as figuras de Carlos Magno, um dos primeiros grandes entusiastas de enigmas matemáticos e que chegou a oferecer a enorme quantia de 1000 escudos (écus) a quem resolvesse o problema da quadratura do círculo, e do seu amigo teólogo Alcuin que lhe terá colocado o, actualmente famoso problema, do lobo, do coelho e da couve⁴...

O final da Idade Média assistiu a um

certo desenvolvimento das lides matemáticas, que se acentuou no período renascentista. Para tal foi preciso separar o que era científico do irrelevante... É de salientar que, nessa época, as universidades europeias ensinavam apenas aritmética, e geometria, consistindo a aritmética em cálculos simples e complexas superstições. Note-se que, nesta época, o principal papel desta ciência consistia em... fazer previsões astrológicas! E, por isso mesmo, eram então os astrólogos denominados *mathematicii*.

Nesses anos, repletos de muitas, variadas e algo estranhas crenças, acreditava-se que alguns números possuíam fortes poderes místicos: como o 13, que era considerado o número do azar, ou o 10 (*tetractys*) porque corresponde à soma das quatro dimensões geométricas então conhecidas (um ponto era o gerador das dimensões, dois pontos determinavam uma linha de dimensão um, três pontos não colineares determinavam um triângulo com área de dimensão dois e quatro pontos não complanares geravam um tetraedro com volume de dimensão três). E note-se que, nessas longínquas épocas, o 1 não era considerado um número, mas sim um "gerador de números"...

Analogamente as figuras geométricas, em particular, os polígonos regulares e os sólidos assumiram nessa época aos olhos do povo e de muitos conceituados cientistas, vastos poderes metafísicos: o grande astrónomo Johannes Kepler chegou ao ponto de tentar explicar o movimento dos planetas do Sistema Solar usando sólidos geométricos.

Os quadrados mágicos, conhecidos na Europa por intermédio dos árabes, também merecem especial referência devido ao importante papel que assumiram, durante a Idade Média, nas artes da astrologia e alquimia, e também por terem sido usados como talismãs contra a peste e outros perigos... Cornelius Agrippa (1486-1535) que se ocupava de ciências ocultas (foi condenado a um ano de prisão sob acusação de feitiçaria, pena que cumpriu em Bruxelas) construiu quadrados mágicos de ordens 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 os quais,

segundo ele, simbolizavam Saturno, Júpiter, Marte, o Sol, Vénus, Mercúrio e a Lua - os sete "planetas" então conhecidos. É daí que vem a expressão "quadrados planetários" ainda, por vezes, utilizada para designar os quadrados mágicos.

Na sua *História da Academia das Ciências* de 1705, Bove de Fontenelle (1687-1757) explica porque é que os quadrados mágicos continuaram a merecer atenção, mesmo depois de terem perdido aos olhos do povo o cariz esotérico que lhes estava associado:

O que começou por ser uma simples prática de adivinhos ou de vendedores de talismãs, tornou-se mais tarde um sério objecto de pesquisa para os matemáticos; não que eles acreditassem que os quadrados mágicos os pudessem conduzir a algo de útil e sólido; eles não podem ter nenhuma utilidade prática; não passam de um jogo de dificuldade variável que pode mostrar alguns aspectos sobre os números que os matemáticos não querem perder.

Aquilo que Fontenelle diz a respeito dos quadrados mágicos em particular, podemos nós afirmar sobre a Matemática Recreativa no seu global: apesar de parecer que os assuntos nela englobados não têm nenhuma utilidade prática podemos ter a certeza absoluta de que essa situação se manterá para sempre? E mesmo que a sua utilidade científica seja realmente nula o interesse lúdico que desperta é, só por si, suficiente para conservar o seu lugar no panteão das matérias relevantes para a humanidade.

Este ponto de vista teve, desde cedo, muitos adeptos... Na Renascença o interesse pelos jogos matemáticos, associado à descoberta da imprensa, traduziu-se na compilação de problemas e sua publicação em livro. Nicolas Chuquet em 1484 foi o precursor, sendo continuado nas décadas seguintes, por outros autores como Estienne de la Roche, Jacques Chauvet e Jean Trenchant... Note-se que no século XVI foram publicadas, em França, três obras de Matemática Recreativa que alcançaram grande sucesso: *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres* de Bachet de Meziriac,

Questions inouïes ou créations des savants por Marin Mersenne, e *Recréations mathématiques et physiques* de Jacques Ozanam.

No final desse século um professor de Louvain, Van Roomen, mais conhecido por Adrianus Romanus lançou a "todos os matemáticos do mundo" o desafio de resolver uma certa equação de grau 45 (!); François Viète conseguiu obter a solução exacta. Posteriormente Fermat, Pascal, Descartes, Mersenne, seguindo a moda de então, lançaram desafios matemáticos pela Europa toda. E é conveniente não esquecer que a obtenção das fórmulas resolventes das equações de 3º e 4º grau surgiu em consequência de problemas colocados em Itália, sob forma de desafio, durante o século XVI, e correctamente resolvidos por Cardan e Ferrari. Mas é possível que o desafio mais célebre da história da Matemática tenha sido o que foi lançado em 1816 e 1850 pela Academia das Ciências de Paris e, posteriormente, em 1908, pelo Königlische Gesellschaft der Wissenschaften (Göttingen, Alemanha)... Estas instituições ofereceram avultados prémios monetários a quem conseguisse demonstrar o famoso Teorema de Fermat: este último prémio só há poucos anos é que foi atribuído!

Nos séculos seguintes Leibniz, Euler, Lagrange, Bernoulli, Hamilton, Cayley mantiveram a tradição de lançar problemas de índole matemática sob forma de jogo. Mas a principal contribuição foi sem dúvida a do francês Édouard Lucas que, de 1881 a 1894 e após inúmeros estudos sobre a teoria dos números e as secções cónicas, publicou os quatro volumes das suas *Recréations Mathématiques*. Defendendo a temática dessa obra escreve no prefácio:

Não creio que aqueles que terão lido este livro o julgarão com tão pouco valor como aqueles que não terão lido senão o título; porque apesar de não passarem de jogos, cujo fim principal é divertir, é preciso muita subtilidade de espírito para os conseguir resolver e é preciso ter um mínimo de conhecimentos sobre a ciência dos números para entender as demonstrações apresentadas e para saber utilizar os

diversos métodos de resolução que acrescentei.

E a Matemática Recreativa aproxima-se a passos largos dos tempos modernos: Sam Lloyd (inventor do *puzzle* 14-15), Henry Dudeney (charadista inglês do princípio do século), Lewis Carroll (autor de *Alice no país das maravilhas*), John Northrop (prémio Nobel da Química em 1946) e George Gamow (astrofísico americano de origem russa) deram valiosas contribuições a este tema, criando problemas e escrevendo livros nos quais a matemática nos surge de uma forma atraente e, por vezes, bastante surpreendente. As tentativas de ensinar matemática usando o jogo como ferramenta sucederam-se; e, antes da 2ª Grande Guerra, dois congressos de Matemática Recreativa propuseram a sua utilização de uma forma didáctica, em prol do ensino. A guerra interrompeu esse esforço não mais sendo retomado, pelo menos da forma proposta.

Nos dias de hoje e acompanhando o progresso da Matemática Pura, também a Recreativa alcança cumes cada dia mais altos. Depois de ter ganho como objectos os paradoxos da lógica (que posteriormente conduziriam à Teoria de Conjuntos), os números de Fibonacci, as capicuas, as simetrias, o cubo de Rubik, vê-se cada vez mais e mais "invadida" pela influência dos computadores. Lado a lado com o aperfeiçoamento de técnicas computacionais tem-se incrementado a aplicação destas máquinas tanto para fins lúdicos como para investigação na teoria dos números e visualização de imagens fractais.

Actualmente a Matemática Recreativa não é mais que uma faceta da matemática geral, a que muitas prestigiosas revistas consagram algumas páginas tais como *Science et Vie* da França, *Scientific American* e *Journal of Recreational Mathematics* dos Estados Unidos, etc., para além dos inúmeros artigos e livros que tratam de enigmas aritméticos. E talvez os autores mais prolíficos, cujos escritos tratam essencialmente de problemas aritméticos e geométricos sejam Malcolm Lines, Miguel de Guzmán, Pierre Berloquin, Jean-Michel Delahaye e principalmente Martin

Gardner que, durante vários anos, escreveu no *Scientific American* e tem sido um dos principais artesãos da popularização da Matemática Recreativa junto do grande público.

E quanto a Portugal? Até à década de 70, dois ou três livros - quase tudo traduções de obras estrangeiras - era tudo quanto existia sobre este tema... Mas nas décadas de 80 e 90 o panorama alterou-se: lado a lado com o incremento das *Olimpíadas da Matemática* e a publicação do *Jornal de Matemática Elementar*, várias editoras, lançaram-se na louvável tarefa de divulgarem a matemática lúdica junto do grande público!

Como atrás referi, muitos podem criticar esta disciplina dizendo que não tem nenhuma utilidade prática. Não partilho deste ponto de vista mas, caso se prove a sua veracidade, podemos afirmar que ela tem, pelo menos, o mérito de nos divertir enquanto desmistifica a Matemática.

Notas

¹ Número perfeito é aquele que é igual a soma de todos os seus divisores próprios mais o um.

² Os gregos acreditavam que o cinco era o número do casamento, o seis o da criação, o sete era identificado com a saúde, o oito com o amor e a amizade, o nove com a harmonia...

³ Foi preciso esperar cerca de dez séculos para que a comunidade matemática descobrisse que este problema (assim como o da duplicação do cubo) não tinha solução.

⁴ Um barqueiro tem de transportar um lobo, um coelho e uma couve de uma margem do rio para a outra. Quantas viagens tem de fazer sabendo que não pode deixar sozinho numa margem, o lobo com o coelho ou o coelho com a couve (pois caso tal suceda um come o outro)?

Bibliografia

- BOYER, Carl B. *A History of Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. 1968.
- KLINE, Morris. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. New York, Oxford University Press, 1972.
- LAND. "Les carrés magiques; créations mathématiques", publicado em *La Libre Belgique* de 28/29 de Abril de 1973.
- LUCAS, Édouard. *Recréations Mathématiques*, 1º volume, 1881.

Eurico Nogueira
Departamento de Matemática da
Universidade Nova de Lisboa