José Paulo Viana

Vinte quilos de café

O dono da "Cafeeira das Avenidas" recebeu um novo lote de 20 quilogramas de café arábica e quer embalá-lo em pacotes de 2 quilos cada. O problema é que só dispõe de uma balança de pratos e de dois pesos: um de 3 e outro de 7 quilos.

Qual é o mínimo de pesagens que tem de fazer?

Respostas até 15 de Dezembro

Estratégia para descobrir o prémio

No número 57 de E&M propusemos este problema:

Num certo jogo, existe um tabuleiro de 7 <–>7 casas.

Uma das casas dá direito a um prémio. O objectivo é descobrir essa casa e ganhar o prémio.

Em cada jogada, o concorrente indica uma casa à escolha e o organizador do jogo diz-lhe se ganhou, se está perto ou se está longe.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		O	O	O			
4		O	X	O			
5		O	O	O			
6							
7							

Por exemplo, imaginemos que o concorrente indicou a casa 4C.

Se o prémio estiver em 4C, a resposta é "Ganhou".

Se estiver numa das casas indicadas com uma bola, a resposta é "Perto".

Se estiver em qualquer das outras casas, a resposta é "Longe".

Escolhendo a melhor estratégia, qual é o mínimo de jogadas que nos garante o prémio de certeza absoluta?

Recebemos as resoluções de Augusto Taveira (via e-mail), Carlos Andrade (Lisboa), João Santos e Sousa (Paredes), José Manuel Oliveira (Amora) e Luis Mota (Lisboa).

As abordagens de João Sousa, José Manuel Oliveira e Luis Mota são parecidas. Vejamos uma das maneiras de resolver o problema, seguindo mais de perto a apresentada pelo Luis.

1ª Situação – As primeiras quatro jogadas serão as casas 2B, 2E, 5B e 5E. Se uma das resposta for "Certo" o jogo termina imediatamente com, no máximo, 4 jogadas. Logo que uma das resposta seja "Perto", interrompemos esta situação e passamos à 2ª. Se a resposta for sempre "Longe", passamos à 3ª situação.

2ª Situação – Entramos nesta situação com, no máximo, 4 jogadas. A casa premiada é uma das oito que envolve a casa jogada anteriormente. Admitamos que a jogada anterior foi 2B. Vão ser precisas agora, no máximo, mais 4 jogadas.

Começamos por jogar 1A. Se a resposta for "Perto" jogamos 1B e 2A e identificamos a casa premiada. Se a resposta for "Longe" jogamos 3C. Há duas casas "Perto" (3B e 2C) e duas "Longe" (1C e 3A) pelo que bastam mais duas jogadas para identificar a premiada.

	A	B	C
1			
2		X	
3			

Conclusão: Se entrarmos na situação 2, vão ser precisas, no máximo 8 jogadas: 4 da primeira e outras 4 da segunda.

3ª Situação – Entramos nesta situação com, no máximo, 4 jogadas. As jogadas a fazer, enquanto formos ouvindo "Longe", são 7F, 4G, 7C e 1G.

Vejamos o que fazer quando ouvirmos "Perto":

- Após a jogada 5, jogamos 7G e depois 6G ou 7E, conforme a resposta que ouvirmos for perto ou longe. Máximo: 8 jogadas.
- Após a jogada 6, jogamos 3G e, se não acertarmos, jogamos 5G. Máximo: 8 jogadas.
- Após a jogada 7, jogamos 7B e, se não acertarmos, jogamos 7D. Máximo: 9 jogadas.
- Após a jogada 8, se a resposta for "Perto" jogamos 2G , se a resposta for "Longe" jogamos 7A. Máximo: 9 jogadas.

	A	B	C	D	E	F	G
1							8
2							
3							
4							6
5							
6							
7			7			5	

Conclusão: na pior das hipóteses, o jogo termina ao fim de 9 jogadas.

O Augusto Taveira faz um comentário muito interessante sobre a optimização da estratégia:

> Claro que, conhecendo o organizador do jogo a nossa estratégia, para aumentarmos a probabilidade de acertar mais depressa devemos variar as sequências, quer das jogadas iniciais, quer das jogadas seguintes.

O Carlos Andrade avança com objectivos mais largos:

> Outra questão interessante que se pode levantar é a generalização deste problema: como é que tudo isto seria para um tabuleiro n<–>n?