



Para este número seleccionámos

## Fim à aritmética de papel e lápis

Anthony Ralston

Publicamos neste número a primeira parte da tradução de um artigo que tem causado muita polémica em torno da discussão do papel do cálculo de papel e lápis. A segunda parte será publicada no número seguinte da revista. Este artigo é da autoria de Anthony Ralston, do Imperial College, Londres e foi submetido para publicação no *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. O artigo propõe o fim do ensino da aritmética de papel e lápis (APL) no ensino elementar, substituindo-o por um currículo que enfatize, muito mais do que actualmente, a aritmética mental e no qual a calculadora seja utilizada para fins educativos em todos os níveis de ensino, incluindo o pré-escolar. O artigo analisa e refuta a argumentação apresentada pelos proponentes do *back-to-basics* contra o uso da calculadora e a favor da instrução tradicional nos algoritmos da aritmética de papel e lápis. É demonstrado o valor da aritmética mental na consecução de todos os objectivos – e mais – do currículo tradicional. Também é delineado um currículo de matemática do ensino elementar, sem aritmética de papel e lápis. É discutido, igualmente, o impacto de um tal currículo no ensino secundário e universitário. Finalmente, são avaliados os constrangimentos para atingir o que o artigo advoga.

É possível ser um matemático de primeira grandeza sem ser capaz de calcular.

É possível ser um grande calculador sem possuir a mínima noção de matemática.

Novalis (1772-1801)

### Back to basics

Nos EUA, as normas aprovadas pelo State Board of Education [Califórnia, 1998], versão revista das normas emitidas pela California Academic Standards Commission [Califórnia, 1997], mandam um regime exclusivo de APL no ensino elementar, banindo as calculadoras de todos os testes estaduais.

Na Grã-Bretanha, um relatório [DFEE, 1998a] encomendado pelo Ministro da Educação, David Plunkett, do governo trabalhista, desencoraja “tanto quanto possível a utilização de calculadoras” na instrução matemática de crianças até aos 11 anos de idade. Embora o relatório final [DFEE, 1998b] aperfeiçoe este conselho, face às críticas generalizadas ao relatório preliminar, ainda assim advoga pouco ou nenhum uso de calculadoras até aos anos finais da escolaridade elementar (10 ou 11 anos): o actual governo britânico, mais do que os seus antecessores, professa uma filosofia *back-to-basics*.

Apesar dos educadores matemáticos nos EUA terem condenado amplamente as normas da Califórnia e, de modo análogo, os educadores matemáticos na Grã-Bretanha serem quase todos (mas não todos - [Gardiner, 1998]) veementemente contra a posição governamental, muitas outras pessoas, em ambos os países, são apoiantes convictos do *back-to-basics*: os educadores não matemáticos, muitos encarregados de educação e a maioria dos políticos desde sempre deploraram que se metessem calculadoras nas mãos de crianças pequenas.

Talvez sejam os investigadores matemáticos que mais fortemente estão a favor das normas da Califórnia, incluindo muitos de instituições prestigiadas como Stanford e Berkeley. (Na Grã-Bretanha, essa comunidade tem estado relativamente silenciosa sobre [DFEE, 1998a e 1998b], mas uma parte significativa opõe-se claramente a que a calculadora desempenhe um papel não-trivial na matemática do ensino elementar, apesar de estudos respeitáveis [Shuard, 1991] mostrarem a eficácia desta abordagem.) A comunidade dos investigadores matemáticos tem bons motivos para estar preocupada com o estado da educação matemática pré-universitária nos EUA. Faço notar, simplesmente, que a comunidade americana dos investigadores mate-

máticos não tem entendido o impacto da tecnologia na matemática a nível universitário; por isso, dificilmente causa surpresa que, em geral, embora com honrosas excepções, tenha sido completamente incapaz de entender esse impacto no currículo da matemática pré-universitária. Na verdade, e em regra, os investigadores matemáticos pura e simplesmente não sabem daquilo que falam quando criticam o que acontece no ensino elementar [American, 1995-1997]. Diagnosticaram correctamente o problema – fraca preparação para a matemática universitária – mas não entendem nem as causas nem a cura.

### O valor da aprendizagem da APL

A força do movimento anti-calculadoras provém principalmente de dois factores:

1. Fraca colocação dos alunos americanos (e britânicos) em estudos comparativos internacionais [Schmidt et al. 1997].

Uma vez que tais comparações a nível do ensino elementar incidem na destreza em APL, então a justificação deve encontrar-se no insucesso em aprendê-la adequadamente. E que causa mais provável para este insucesso do que o crescente uso de calculadoras ao longo do último



quarto de século? Nos estudos comparativos do ensino secundário, a APL não representa um papel tão importante. Contudo, é frequente argumentar que o insucesso na APL durante o ensino elementar cria dificuldades ao aluno em todos os níveis posteriores de matemática.

2. Preparação cada vez mais fraca dos estudantes universitários do 1º ano para estudar matemática universitária.

Admitindo ser este o caso, então a causa desta fraca preparação não poderia ser a utilização de novas técnicas e novos materiais da moda – calculadoras, muitas vezes – no ensino da matemática escolar? As calculadoras também são frequentemente associadas à falta de rigor no ensino da matemática, enfraquecendo o currículo.

Pessoalmente, acredito que, apesar de estarem correctas as premissas de ambos os argumentos, as conclusões são completamente erradas e sem suporte factual ou verosímil. (Menciono, em particular, que, por ter ensinado matemática na universidade durante 30 anos, de 1965 a 1995, subscrevo plenamente a premissa do segundo argumento. Em geral, os meus alunos sabiam cada vez menos matemática ao entrar na universidade e, não menos importante, sabiam cada vez menos acerca do que é a matemática e de qual o seu valor.)

O meu raciocínio é o seguinte:

1. Em princípio, não parece haver motivo para que a mistura de APL e calculadora num currículo conduza, na globalidade, ao enfraquecimento da compreensão aritmética e do desempenho na APL. Afinal, os exercícios rotineiros de aritmética constituíram, durante muitos anos, a referência da matemática no ensino elementar praticamente em todo o lado, e ainda o constituem em muitos sítios, recolhendo um acordo quase unânime de que não proporcionam muita compreensão da aritmética, por muito que a consequência seja a mestria mecanizada. De facto, existem provas [Hiebert, 1986] de que muitos exercí-

cios rotineiros e a ênfase na precisão de cálculo fazem perder a mensagem com a razão de se fazer aritmética. No entanto, muitos professores acham que a utilização da calculadora na sala de aula torna ainda mais difícil a perícia na APL. Poder-se-ia argumentar que, assim sendo, o motivo é o uso inadequado ou prosaico das calculadoras em vez de uma utilização imaginativa. Talvez, mas a minha conclusão é que situações de compromisso são ineficazes: ou a aritmética do ensino elementar consiste em APL sem calculadoras ou em calculadoras sem APL.

Provavelmente, os únicos de acordo com esta proposição são as proponentes do *back-to-basics* fazendo, obviamente, uma escolha diferente da minha. Quase todos os que são a favor da utilização da calculadora na sala de aula, no ensino elementar, parecem crer, talvez em consequência de um desejo de não parecer muito radicais face à brigada *back-to-basics*, que ela deve ser um suplemento à APL ou, seja qual for o caso, que deve haver uma componente maioritária de APL na aritmética do ensino elementar [Kitchen, 1998]. O apoio ao ensino da APL e utilização da calculadora encontra-se em estudos que mostram, quase sem excepção, que a introdução da calculadora na sala de aula não impede a consecução de competências na APL e pode até favorecê-las [Hembree, 1986]. Mas grande parte (todos?) destes estudos fez-se com professores que se comprometeram a experimentar a calculadora e se sentiram à vontade na sua utilização. Isso não acontece com a maioria dos professores, que sentem que as calculadoras criam dispersão, embora reconheçam que é o que quase todos, em toda a parte (no mundo desenvolvido?) usam para fazer aritmética. Talvez o ponto crucial seja, de facto, que as crianças quase universalmente usam a calculadora para a aritmética fora da sala de aula, restando apenas uns testes vagos sobre APL como meio de persuasão para a prática de APL nos trabalhos da escola. É certo que a utilização da calculadora fora das aulas retarda e

retardará, inevitavelmente, a aquisição de competências em APL, fornecendo um argumento de peso contra o regime *back-to-basics*. A instrução clássica de APL está condenada ao insucesso num mundo onde a aritmética é feita quase universalmente com calculadoras e onde até a criança mais limitada percebe que ser competente em APL não tem quase valor nenhum em ocupações não-académicas.

Assim, o que está em causa não é tanto se o *back-to-basics* é uma boa ideia, mas antes se tem possibilidade de sucesso, por muito que se queira. Mesmo sendo verdade que "é preciso praticar tudo [em matemática] para compreender" [Saxon, 1990], pode tal prática ser bem sucedida, quando as crianças reconhecem que aquilo que estão a praticar não é uma competência útil no dia-a-dia?

2. Se a aprendizagem da APL não é uma competência útil no dia-a-dia, aprendê-la talvez seja útil para a matemática futura e para outras ocupações educacionais e profissionais. Ora, é evidente que a APL não é útil em nenhuma ocupação profissional. Apesar de alguns matemáticos profissionais precisarem de efectuar quantidades consideráveis de aritmética, usam quase sempre a calculadora ou o computador quando lidam com números com mais de um ou dois dígitos. E se cientistas, engenheiros e outros profissionais necessitam de muita aritmética, efectuam-na, quase sem excepção, com a calculadora e o computador.

A favor da aprendizagem da APL resta, ainda, o argumento da necessidade para a matemática subsequente. Se um aluno chegar a uma escola secundária incapaz de efectuar APL, estará esse aluno *ipso facto* em desvantagem com os alunos competentes na APL? Admito que não é a competência em APL por si só aquilo que os críticos da utilização das calculadoras consideram importante. Afinal, há pouca matemática no ensino secundário que exija muito cálculo *per se*. Importantes deverão ser os benefícios que resultam do desenvolvimento da destreza em APL. Habitua-



almente, são catalogados na numeracia ou sentido numérico e incluem, a par do óbvio conhecimento das tabuadas da adição e multiplicação, coisas como conhecer a operação aritmética a usar, possuir boa noção da grandeza de um número, conhecer estratégias de verificação das respostas às operações aritméticas. Tudo isto é importante, mas é algo que um currículo baseado na calculadora não possa proporcionar? Creio que a resposta é negativa.

O que muitos críticos à utilização da calculadora no ensino elementar deploram é a aparente perda da técnica, a capacidade de compreender e manipular símbolos. Geralmente, atribuem na ao uso crescente das calculadoras. É uma ironia porque, apesar da calculadora ser utilizada em algumas escolas elementares e bastante mais nas escolas secundárias, a utilização actual de calculadoras e computadores na matemática é bastante limitada. Então, este insucesso na técnica, que os meus colegas universitários e eu próprio reconhecemos e deploramos, deve ter outra origem. Seja qual for o caso, que fique assente que a técnica é de importância crucial. Como Wu [1996] afirma, "Não se pode aspirar à compreensão sem a técnica". Na transição da escola secundária para a universidade, Askey [1996] lamenta a "falta de competência em álgebra" o que torna a aprendizagem do cálculo difícil ou impossível. Mas não está em questão se a APL proporciona sentido numérico e, com ele, a técnica. Claro que pode proporcionar (embora se possa duvidar de quantas vezes é que o currículo tradicional realmente o faz). A questão está antes em saber se a técnica, assim como a numeracia, podem ser atingidas plenamente num currículo baseado na calculadora. Creio que o currículo discutido adiante o pode fazer tão bem quanto um currículo baseado em APL.

Outro argumento a favor de alguma APL é o facto de fornecer às crianças a "primeira introdução ao poder da matemática abstracta" [Ernest, 1998]. Em princípio, a APL pode fazê-lo; contudo, questiono se as crianças

aprendem bem a abstracção inerente aos números, a partir da aprendizagem das manipulações da APL. Em qualquer caso, mais uma vez argumento que este aspecto da APL não precisa de se perder num currículo baseado na calculadora.

Outro argumento é o de que a utilização da calculadora no ensino elementar está necessariamente associada à falta de atenção a outras partes tradicionais da aritmética, tais como valor de posição, fracções e proporções. Mas todos estes tópicos tradicionais – e importantes – podem e devem integrar um currículo do ensino elementar baseado na calculadora. Se é verdade ser frequente a redução de outros tópicos tradicionais quando as calculadoras são amplamente utilizadas, então a culpa é de quem concebe e ensina currículos baseados na calculadora, não é necessariamente uma consequência da utilização da calculadora.

Cabe-me ainda dirigir, se bem que sumariamente, ao seguinte argumento: se a APL tem sempre resultado, então porque não continuar a enfatizá-la? Porque nem sempre tem resultado – há muitas provas (tais como as de [Jonhson e Rising, 1967], referidas previamente) de que muitas crianças permaneceram basicamente "inumeradas" sob o currículo da APL clássica. De qualquer maneira, por muito bem que tenha funcionado em determinada altura, um currículo baseado na APL funciona de modo cada vez mais insuficiente num mundo em que quase todos usam calculadoras. Mesmo assim, se funcionou bem e ainda funciona, não há razão para não a substituir por algo melhor.

As três ideias sobre os quais assentam os argumentos da parte restante deste artigo são:

1. Não existe investigação que prove – bem pelo contrário – que a utilização da calculadora coloque dificuldades às crianças na compreensão da aritmética ou na aquisição da matemática subsequente.
2. A experiência, seja de indivíduos ou de professores de matemática, não fornece razões que apoiem a não

utilização da calculadora no ensino elementar. Tal como indiquei, as razões alegadas por professores e doutores não são susceptíveis de demonstração, nem poderia ser, creio eu, qualquer outra que se apresente. A propósito, o mais preocupante é que os matemáticos profissionais cujo *ethos* se baseia na demonstração, não só não tentam provar aquilo que afirmam (em assuntos educacionais é muito difícil arranjar uma demonstração reconhecida) como nem sequer oferecem uma cadeia significativa de argumentos que apoie as suas discordâncias. Ou então, insensatamente, incompatibilizam a utilização da calculadora com outros pontos fracos do currículo. Por exemplo, Klein [1998] critica as normas da California Commission porque "permite que os alunos usem a calculadora no terceiro ano, sub-enfatizam a álgebra na escola secundária e são imprecisos e arbitrários". Falta de ênfase na álgebra e imprecisão e arbitrariedade são argumentos válidos para uma crítica, mas nenhum está, de modo algum, relacionado com a utilização da calculadora no terceiro ano. Porque é que tal utilização da calculadora é má? Klein não diz: um motivo é porque não é possível alegar nenhum argumento sólido contra a utilização da calculadora no terceiro ano.

3. Não há sequer razões plausíveis para crer que a calculadora na escolaridade elementar tenha efeitos perniciosos na aprendizagem matemática das crianças. É claro que se a utilização da calculadora levar a que as crianças dependam totalmente dela no ensino elementar e secundário, tornam-se simples carregadores de teclas, com efeitos desastrosos. Mas não só não é obrigatório que tal aconteça, como não aconteceria no tipo de currículo apresentado neste artigo.

(continua na *Educação & Matemática* n.º 59)

Nota: As referências bibliográficas serão publicadas no final da segunda parte do artigo.

Traduzido por Luís Reis  
E. S. B. da Univ. Católica do Porto