José Paulo Viana

Estratégia para descobrir o prémio

Num certo jogo, existe um tabuleiro de 7 x 7 casas.

Uma das casas dá direito a um prémio. O objectivo é descobrir essa casa e ganhar o prémio.

Em cada jogada, o concorrente indica uma casa à escolha e o organizador do jogo diz-lhe se ganhou, se está perto ou se está longe.

Por exemplo, imaginemos que o concorrente indicou a casa 4C. Se o prémio estiver em 4C, a resposta é "Ganhou". Se estiver numa das casas indicadas com uma bola, a resposta é "Preto". Se estiver em qualquer das outras casas a resposta é "Longe".

Escolhendo a melhor estratégia, qual é o mínimo de jogadas que nos garante o prémio de certeza absoluta?

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		O	O	O			
4		O	X	O			
5		O	O	O			
6							
7							

Respostas até 15 de Junho

Uma série para o ano 2000

No número 54 de *Educação e Matemática* propusemos este problema:

Eis a famosa série numérica de Fibonacci:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Numa série do tipo de Fibonacci, todos os termos são positivos e cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois anteriores.

Por exemplo: 55 = 21 + 34

Consideremos apenas as séries deste tipo que incluem o número 2000.

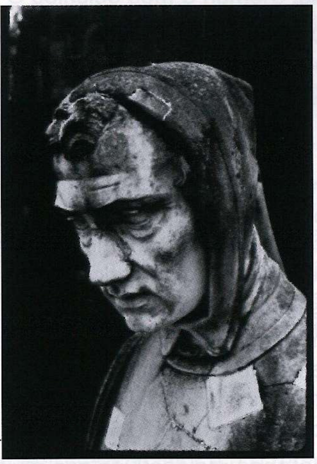
Um exemplo é aquela em que os primeiros termos são 16 e 144:

16, 144, 160, 304, 464, 768, 1232, 2000.

Como 2000 é o oitavo termo, diremos que a série tem comprimento 8.

Qual é a mais longa série de Fibonacci que inclui o termo 2000?

Chegaram respostas de António Amaral (Lamego), António Moura (Cascais), António Taveira (via e-mail), Carlos Andrade (Rio de Mouro), Fernando Macedo (Guimarães), José Manuel Oliveira (Amora), Luis Pato (Galizes), Mário Roque (Guimarães), Sílvia Carvalho (Felgueiras), Vidal Minga (Carcavelos) e ainda 11 alunos do 12º ano da Escola Secundária Francisco de Holanda, em Guimarães.


http://cedar.evansville.edu/~ck6/bstud/fibo.html

Foram diferentes (e muito variados) os processos de resolução, muitos deles fazendo apelo ao computador. No entanto, o método mais interessante, seguido por vários colegas e alunos, é procurar a sucessão do fim para o princípio. Por exemplo, se os dois últimos termos forem 2000 e 1260, basta ir fazendo subtracções para ir obtendo os termos seguintes:

2000 - 1260 - 740 - 520 - 220

A diferença seguinte é 300, superior a 220. Será aceitável? Bom, agora depende de se convencionar ou não que a sucessão tem de ser crescente. O enunciado nada diz sobre o assunto, pelo que podemos aceitar então 300 como primeiro termo. Obtivemos assim uma sucessão de comprimento 6.

E agora? Partindo de 2000, teremos de testar todas as possibilidades para o termo anterior?

Claro que podemos pôr o computador a fazer isso, mas passemos a palavra ao António Amaral:

São conhecidas algumas relações entre o número de ouro e a sucessão de Fibonacci. Em particular, sabemos que, quaisquer que sejam os dois primeiros termos de que se parta, a razão entre termos consecutivos tem por limite o número de ouro

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}61803398.$$

Quanto mais longa for a sucessão, mais é de esperar que a razão entre os dois últimos termos esteja perto do número de ouro.

Ora $\frac{2000}{\Phi} \approx 1236{,}067977$.

É portanto legítimo esperar que o termo anterior a 2000 seja 1236.

E realmente assim obtemos a maior sucessão, de comprimento 13:

2000 - 1236 - 764 - 472 - 292 - 180 - 112 - 68 - 44 - 24 - 20 - 4 - 16

O José Manuel Oliveira resolveu o problema por três processos: com um

(continua na pág. 30)

documento, da importância e da adequabilidade, às crianças mais novas, da utilização dos processos de recolha, organização, representação e interpretação de dados, na resolução de problemas do interesse das crianças e/ou para responder às questões, por elas próprias, colocadas.

Logo nos primeiros anos de escolaridade as crianças podem colocar questões para investigar, organizar as respostas e criar representações desses dados. Através dos dados das suas investigações, as crianças desenvolvem conceitos acerca da tomada de decisões. O principal objectivo da recolha de dados é responder a questões cujas respostas não são de imediato óbvias. As crianças, nestas idades, estão na fase dos "porquês" e a sua inclinação natural para colocar questões deve ser estimulada.

A referência neste documento de que: "a capacidade para recolher, organizar, representar e usar dados para responder a questões, é adequada para envolver todos os conceitos e processos que atravessam as outras normas", é uma visão aproximada da expressa no programa do 1° ciclo e anteriormente referida, de que "alguns meios e ferramentas (onde se incluem alguns processos do domínio da estatística) ajudarão os alunos a formar e a desenvolver as suas capacidades matemáticas ao longo do seu percurso e no contexto de todos os blocos de conteúdos".

Matemática, competências essenciais (documento de trabalho)

Muitas crianças, ao entrarem para a escola e para o 1.° ciclo, já têm experiências de organização de dados adquiridas em casa, quando, por exemplo, a mãe/pai explica a arrumação da sua roupa nas gavetas: nesta gaveta as camisolas e casacos, as meias ficam noutra,...Estas experiências informais ajudam a desenvolver a compreensão da organização de objectos "objectos que se colocam juntos" de acordo com um critério, com determinadas características.

A organização e representação dos dados pode ter lugar à medida que os dados são recolhidos, ou posteriormente, depende da questão. Por exemplo, para saber a cor das meias dos meninos da sala, pode, cada criança, ir representar/desenhar numa cartolina afixada no quadro uma meia e pintá-la com a "sua" cor. As outras crianças farão o mesmo, segundo o critério, por exemplo, de que as meias da mesma cor são desenhadas na mesma linha ou coluna. Posteriormente, as crianças contando as meias azuis, verdes,... que estão desenhadas podem responder à questão colocada inicialmente.

O mesmo exemplo, pode ser aproveitado, para uma ideia muito informal de população e amostra, ao aperceberem-se, as crianças, que as conclusões que tiraram, com certeza não se poderão aplicar na turma da sala ao lado e discutir porquê. Estas discussões informais serão uma boa iniciação para os processos, a usar em anos posteriores, associados à inferência estatística.

Concluindo, parece-me que seria desejável que alguns aspectos incluídos na competência matemática no domínio da Estatística, referidos no estudo "A Matemática na Educação Básica", fossem reforçados neste documento "Competências Essenciais" que foi posto à discussão, considerando-os como essenciais e específicos do 1.° ciclo, tais como:

- a aptidão para construir, ler e interpretar diferentes formas de apresentar dados (tabelas, gráficos pictóricos, gráficos de barras)
- a aptidão para recolher e organizar dados de problemas simples, relacionados com as suas vivências e interesses.

Referências

Ministério da Educação – DGEBS (1991). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.° ciclo.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação - DEB (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação - DEB (1999). *Matemática. Competências Essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação

NCTM (1998). *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft* (versão disponível na Internet). Reston, Va: NCTM.

Isabel Azevedo Rocha
Escola Superior de Educação de Leiria

O problema deste número

(continuação da pág. 28)

programa em Maplev 4, com um programa para a TI-83 e por fim analiticamente.

Considerando apenas sucessões crescentes de números inteiros, o Carlos Andrade investigou todas as séries do problema e mostrou que há apenas uma de comprimento 12, duas de comprimento 9, cinco de 8 e onze de 7.

Mas a sucessão tem de ser constituída por números inteiros? Embora isso aconteça na série original de Fibonacci e no exemplo apresentado, nada é dito sobre o assunto. O Mário Roque resolveu avançar nessa direcção e descobriu que se pode pode obter uma série de... qualquer comprimento, tudo depende da aproximação que se escolher para o penúltimo termo, obtido a partir de

$$\frac{2000}{\Phi} \approx 1236{,}067977...$$

Por exemplo, esta série tem comprimento 20:

2000 - 1236,068 - ... - 0,596 - 0,288 - 0,308

Usando 1236,067977 como termo anterior a 2000, a série tem comprimento 25.

Finalmente, se o penúltimo termo for exactamente $\frac{2000}{\Phi}$, então a série tem comprimento infinito. É que, neste caso, e andando de trás para a frente, cada termo obtém-se dividindo o anterior pelo número de ouro.

Ora, desta forma os termos vão ser cada vez menores mas sempre positivos e portanto a série nunca termina.