PROBLEMAS • IDEIAS • SUGESTÕES • PROBL

Há uma tendência generalizada para sobrevalorizar os conhecimentos e procedimentos aritméticos, quando, na verdade, a maioria das pessoas é constantemente confrontada com problemas geométricos. E isto, tanto no trabalho — pedreiros, arquitectos, estilistas — como noutras actividades do nosso quotidiano — arrumar o carro no parque de estacionamento, jogar ténis, etc.

De facto, o mundo físico é, essencialmente, geométrico e a sua compreensão requer o desenvolvimento da percepção espacial e da capacidade de representação desse mesmo mundo. Por outro lado, a geometria parece ser um domínio bastante rico para o desenvolvimento do pensamento heurístico.

Não se compreende, pois, que a geometria seja a «gata borralheira» na história da nossa prática docente — a maior parte das vezes banida, muitas vezes mal tratada. Não querendo, com isso, assumir o papel de «fada madrinha», aqui deixamos, hoje, algumas sugestões de actividades no campo geométrico.

Construção de um cone

Muitos objectos e construções representam no seu todo ou em alguma das suas partes um cone (ampulheta, foguetão, lápis, moinho, etc.). Constroi um modelo de cone.

Nível de escolaridade — secundário.

Notas metodológicas — Um problema sem dados cria à partida dificuldades na sua resolução, mas permite, por outro lado, maior liberdade na descoberta e grande diversidade de soluções.

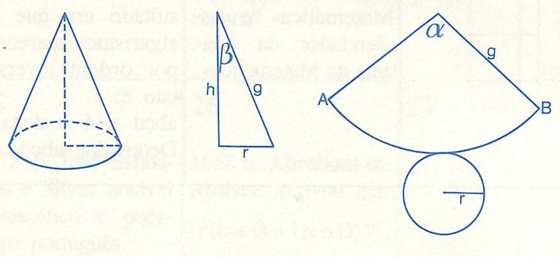
Por onde começar?

O ponto de partida terá de ser a análise de modelos em que facilmente se podem detectar as variáveis em jogo. É interessante verificar a dependência que existe entre essas variáveis, o que não permite fixar *a priori* todas elas.

O cone que queremos construir, obedecendo a certas condições (por exemplo: altura e raio da base, altura e abertura do cone) levar-nos-á a fixar algumas dessas variáveis e a partir delas determinar o valor de outras indispensáveis à construção.

Temos assim um problema de construção geométrica que recorre necessariamente à Análise

Proposta de resolução:



1.ª Fixando o raio da base e a altura do cone o problema será, feito o esboço de planificação, determinar a amplitude do ângulo do sectgor circular de forma que o comprimento de $\widehat{AB}$ seja igual ao perímetro da base.

O raio do sector circular, designado por g, obtém-se a partir da relação $g^2 = r^2 + h^2$.

$P_b = 2\pi r$

$C_{\widehat{AB}} = 2\pi g \ k$ com $k = \dfrac{\alpha}{360^o}$

Igualando as duas expressões obtém-se:

$$\frac{r}{g} = k \Longleftrightarrow \frac{r}{g} = \frac{\alpha}{360^o}$$

2.ª Uma outra forma de «pegar» no problema será relacionando os ângulos de amplitude α e β, em que β representa a abertura do cone.

$$\begin{cases} \dfrac{r}{g} = \text{sen } \beta \\[2ex] \dfrac{h}{g} = \cos \beta \end{cases} \qquad (1)$$

Como $\dfrac{r}{g} = \dfrac{\alpha}{360^o}$ pode concluir-se que

$$\alpha = 360^o \text{ sen } \beta \qquad (2)$$

As relações (1) e (2(permitem-nos obter todos os dados necessários à construção do cone dados a abertura β e a altura do cone ou o raio da base.

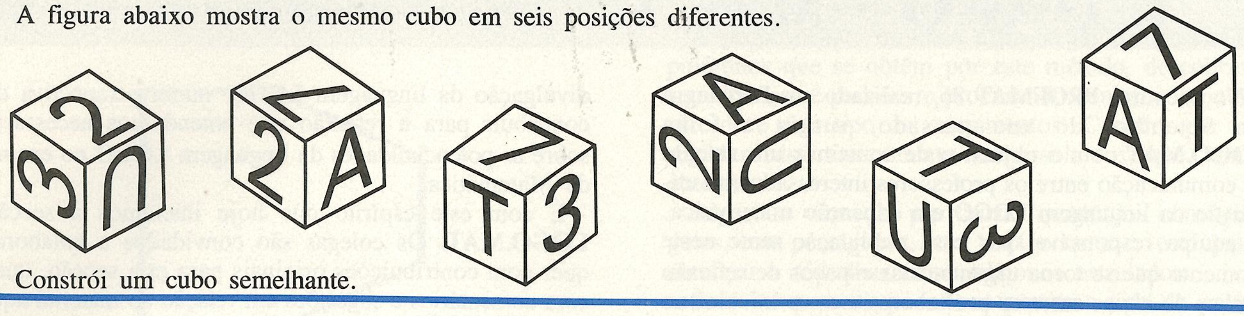
Em qualquer dos casos se deve referir que é necessário e suficiente fixar 2 dos 4 elementos considerados no triângulo gerador do cone para opbter uma solução única para o problema.

Em todo este problema considerou-se apenas a construção de um cone de revolução.

Desenvolvimento — Ao nível do complementar este problema pode sugerir outras propostas. Por exemplo, e tendo em vista a construção de um cone com uma dada geratriz, poder-se-á estudar a variação do volume do cone em função da altura.

Qual é o cubo, qual é ele?

A figura abaixo mostra o mesmo cubo em seis posições diferentes.



Constrói um cubo semelhante.

Nível de escolaridade — básico.

Material — cubos de madeira ou plástico e quadrados de papel com dimensões iguais às das faces dos cubos.

Notas metodológicas — é preferível que esta actividade seja realizada em grupos de dois alunos.

• À partida, poucas crianças deste nível de escolaridade poderão, por análise da figura, descobrir como se dispõem as faces dos cubos. Terão, por isso, de desenhar as «faces» nos quadrados de papel fornecidos e, por sucessivos ensaios, reproduzir o cubo original, colando as «faces» de papel sobre o cubo «em branco».

• Com alunos de 10-11 anos, um objectivo a perseguir é, realmente, que as crianças venham a constatar que são opostas as faces que não aparecem como adjacentes em nenhuma das perspectivas do cubo. Nesse sentido, deve-se propor-lhes o problema de desenvolvimento.

Desenvolvimento — (1) Construam um cubo em que cada face tenha cor (ou desenho) diferente das outras; (2) Desenhem o vosso cubo no menor número possível de posições, de forma a que outro grupo possa construir um cubo semelhante.

António Bernardes, Cristina Loureiro e Leonor Moreira

A propósito de mandarins, ladrões e peças de tecido

Passados 1132 anos havia na Escola Preparatória da Brandoa um grupo de alunos curiosos que depois de resolverem na aula e pelo método das tentativas o problema «Mandarim também tem exame», aparecido no número 1 de *Educação e Matemática* resolveram desafiar o computador a fazer o mesmo.

Depois de vários falhanços e alguma ajuda de «intérpretes» do Núcleo de Informática da escola conseguiram «dizer» à máquina o programa listado abaixo. Os limites inferiores dos intervalos de variação de p — número de peças — e de l — número de ladrões — decorreram da análise das condições do problema. Os limites superiores foram arbitrados, o que obrigou ao seu sucessivo aumento, pois as soluções não se achavam nos intervalos primeiramente definidos.

```
10 REM mandarim
20 FOR l=2 TO 10
30 FOR p=6 TO 30
40 IF (p-2)/l=4 AND (p+4)/l=5
THEN PRINT p, l
50 NEXT p
60 NEXT l
```

Verificaram, no final, que o computador também conseguia resolver o problema.

E se os mandarins já tivessem computadores como teriam resolvido o problema? Da forma atrás exposta ou assim:

```
10 REM mandarim
20 LET l=1
30 IF 4*l+2=5*l-4 THEN GO TO 60
40 LET l=l+1
50 GO TO 30
60 PRINT l, 4*l+2
70 STOP (ou GO TO 30)
```

Nota: A instrução 70 dependerá de se ter discutido ou não, previamente, a existência de uma só solução. Neste caso, STOP será a instrução conveniente.

Fernando Nunes

N. R. — Em reposta ao «convite» que fizemos, chegou-nos da E. P. da Brandoa o artigo de Fernando Nunes que agora publicamos. Esperamos que esta e outras formas de diálogo se aprofundem nos próximos números.