

O problema deste número

Um jogo para a noite de Natal

O problema nº 51 foi o seguinte:

Num jogo participam 2 jogadores, que começam por colocar 12 pinhões em cima da mesa.

Cada jogador, na sua vez, pode tirar 1, 2 ou 3 pinhões.

Um jogador não pode tirar um número igual ao que adversário tirou na última jogada.

Ganha quem tirar o último pinhão ou deixar o adversário sem poder fazer uma jogada válida.

– Quem tem vantagem: o primeiro a jogar ou o segundo?

Desta vez, talvez por ser a análise de um jogo, o problema não entusiasmou os nossos leitores. Chegaram apenas cinco respostas: Ana Luisa Correia (Lisboa), António Amaral (via e-mail), António Ruiz Lozano (Lisboa), João Carlos Vieira (Coimbra), Vidal Minga (Carcavelos).

Como salienta o João Carlos, estamos perante uma variante do jogo de Nim ou de Marienbad. Mas o facto de não se poder repetir a jogada anterior do adversário introduz uma dificuldade na análise. Se assim não fosse, seria fácil: o segundo jogador (chamemos-

-lhe B) ganharia sempre. O que ele teria de fazer seria simplesmente tirar o complementar para 4: se A tirasse 1, ele tirava 3; se A tirasse 2, respondia também com 2; e a 3 do A contrapunha 1. Assim, após B jogar a primeira vez, teriam sido retirados 4 pinhões, após a segunda jogada estariam fora 8 pinhões e na sua terceira jogada completaria os 12 pinhões, ganhando. As posições-chave para o jogador B seria fazer com que na mesa ficassem, após a sua jogada, 4 ou 8 pinhões.

Apesar de a regra adicional complicar a situação, a estratégia vencedora não se afasta muito da anterior, tal como mostraram os nossos colegas, embora por vias diferentes: o António Lozano usou tabelas, a Ana Luisa seguiu pela teoria dos grafos, o António Amaral avançou pelo Visual Basic e o Vidal descreveu a estratégia.

O jogador B, para ganhar, tem de deixar na mesa, depois de jogar, 8 ou 4 pinhões (tal como na versão mais simples do jogo). Se isso não for possível, tira mais um pinhão (ficando na mesa 7 ou 3) e corrige esse excesso na jogada seguinte.

Vejamos, por exemplo, como seria a primeira jogada, em que primeiro está o número de pinhões retirados por A, depois os de B e entre parêntesis os que ficam na mesa:

1 – 3 (ficam 8)

2 – 3 (ficam 7)

3 – 1 (ficam 8)

No caso em que ficam 7, A só pode tirar 1 ou 2 e então B tira 2 ou 1, de modo que, após a segunda jogada, ficam 4 na mesa e B ganha de certeza na jogada seguinte.

No caso em que ficam 8 e se na segunda jogada A tirar 2, B tira 3. Ficam 3 na mesa mas A não os pode tirar todos e portanto B ganha.

Finalmente, se após a segunda jogada c com 4 pinhões na mesa, A tirar 2, B tira 1. Sobra um único pinhão mas A não o pode retirar e portanto perde.

Como diz a Ana Luisa:

Não quero ser o primeiro a jogar. Se for o segundo ganho com probabilidade 1.

José Paulo Viana
ES Vergílio Ferreira, Lisboa

Problema proposto

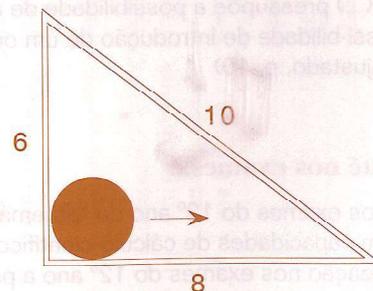
A esfera na caixa

Uma caixa triangular tem lá dentro uma esfera de raio 1 cm.

As medidas interiores dos lados da caixa são 6, 8 e 10 cm.

A esfera parte de um canto e rola sempre encostada às paredes da caixa.

Que distância percorre a esfera após dar uma volta completa à caixa?



(Respostas até 25 de Agosto)