

Tecnologias na educação matemática



Sentimentos contraditórios...

Devo dizer que começo a trabalhar em mais esta edição da secção *Tecnologias na Educação Matemática* com sentimentos contraditórios.

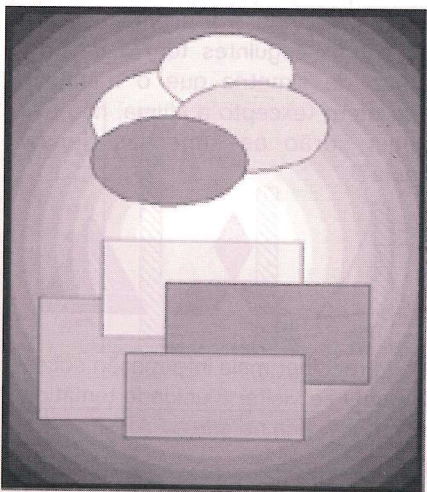
É certo que as duas notícias ou, se quiserem, as duas histórias que tenho para vos contar desta vez são muito animadoras. A primeira diz respeito a três alunas da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, futuras professoras de Matemática, que tiveram a sorte de encontrar um professor, na cadeira de Monografia, que percebe que os computadores são um instrumento útil de trabalho no ensino, e que além disso sabe utilizá-los de diversos modos, daí tendo resultado um conjunto de páginas Internet, da Cristina, da Rita e da Sandra, muito interessante e instrutivo. A segunda refere-se à saída, no mês passado, por ocasião do encontro nacional de professores organizado pelo NCTM, do *KaleidoMania*, um extraordinário programa de computador para a aprendizagem da geometria.

Porque razão então os sentimentos contraditórios? Porque é muito duvidoso que a Cristina, a Rita e a Sandra continuem a ter a mesma sorte no futuro. Para isso tinham que ir parar a uma escola que tivesse laboratórios de matemática, computadores disponíveis e ligados à Internet, em número suficiente para que os alunos os pudessem utilizar nos seus trabalhos e fora das aulas, que tivesse apenas um turno para que a escola fosse da Cristina, da Rita e da Sandra e dos seus alunos todo o dia e não apenas de manhã ou de tarde, e que a pressão dos exames do 12º ano, das provas globais ou das provas aferidas não fosse tão grande que permitisse às professoras e aos alunos manterem suficiente liberdade de espírito para prolongar a rica experiência que começaram este ano. É muita sorte junta! Sentimentos contraditórios também porque se é certo que o *KaleidoMania* é um ótimo programa, também o *Sketchpad* é um esplêndido programa e um auxiliar dir-se-ia que indispensável para a aprendizagem moderna da geometria, mas nem por isso, apesar das centenas de horas de cursos, sessões de iniciação, sensibilização, eu sei lá!, ele está a ser utilizado nas escolas de modo generalizado, em grande parte porque as condições que citámos, embora constantemente prometidas, estão por concretizar.

Devem por isso a Cristina, a Rita e a Sandra, e todos os outros futuros professores que passam por estas boas experiências (como a que relatámos do DEFCUL no número anterior) desanimar? Certamente que não. Se me é permitido falar desta forma, o que devem é tomar consciência de que o privilégio que tiveram na sua formação tem que corresponder a uma luta profissional mais forte pela obtenção de condições melhores de estudo para todos os seus alunos, em particular aqueles que não as têm em casa.

veloso@mail.telepac.pt

Futuras professoras fazem páginas interactivas de Matemática



Cristina, Rita e Sandra são três alunas da cadeira de Monografia na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Como me informou M. Arala Chaves, que está a orientar o trabalho destas alunas, nesta cadeira anual do 4º ano da licenciatura no ramo educacional cada aluno tem de escrever uma pequena monografia sobre um determinado assunto. A abordagem e os temas são os mais variados possíveis, dependendo do orientador e dos alunos. A diferença principal deste núcleo de alunas é que, além da

monografia, fizeram uma página WWW com alguns dos tópicos que figurarão no trabalho escrito. Neste momento (25.5.99), estão já acessíveis as páginas da Cristina e da Sandra (<http://www.fc.up.pt/machaves/Mono98>). Como as páginas ainda estão em fase de construção, e não foram revistas, podem apresentar ainda algumas gralhas ou vir a sofrer modificações. O que lá está, no entanto, é já bastante interessante. A Cristina aborda, na sua página, o problema da cobertura

de um conjunto convexo por cópias reduzidas do mesmo conjunto. Por exemplo, dado um círculo, quantos círculos de raio menor são necessários para o cobrir? Que lhe parece? Chegarão dois? Está claro que Cristina recorre ao *Sketchpad*, instrumento ideal para esta exploração. Convença-se das afirmações da Cristina explorando vários casos num *applet* em *JavaSketchpad*. E não deixe de ver o resto da página, em particular os dois *sketchs* de geometria no espaço (um octaedro interactivo em duas vistas e um óptimo *applet* mostrando as secções planas de um cone).

Nas suas páginas Sandra trata de outros temas matemáticos. O objectivo final é o teorema do ponto fixo de Brouwer. Para aí chegar, Sandra apresenta-nos alguns tópicos preliminares, sendo para mim particularmente interessante a parte relativa às coordenadas baricêntricas.

Os nossos leitores, que gostam de problemas e de soluções engenhosas, apreciarão certamente a solução do velho problema dos três copos (dados três copos de capacidades respectivamente 8, 5 e 3 decilitros, que transferências de líquido devo fazer até obter 4 decilitros?) feita por meio das coordenadas baricêntricas.

KaleidoMania™, simetria interactiva

Durante o encontro anual dos professores de Matemática dos Estados Unidos e do Canadá foi lançado pela Key Curriculum Press (a mesma empresa que produz o *Geometer's Sketchpad*) um novo software para o ensino da geometria, o *KaleidoMania*.

Este programa tem por objectivo ser um instrumento para os alunos explorarem e estudarem a matemática da simetria (ver *Simetria*, nesta página).

O que podem fazer alunos e professores com o *KaleidoMania*?

- Criar padrões coloridos, utilizando um dos 48 tipos diferentes de simetria;
- *rosáceas apenas com rotações de simetria*, ou seja, em que o grupo de simetria é um grupo cíclico;
- *rosáceas em que existem reflexões e rotações de simetria*, ou seja em que o grupo de simetria é um grupo diedro;
- *frisos*, sete tipos ou grupos de simetria diferentes;
- *padrões periódicos ou "papéis de parede"*, 17 tipos ou grupos de simetria diferentes;

- Escolher para motivo do padrão algum dos desenhos fornecidos pelo programa, ou um desenho importado de outro programa ou de uma fotografia digitalizada ou ainda um desenho feito pelo utilizador.

Podem ainda analisar detalhadamente a formação, por exemplo, de um padrão periódico a partir de um motivo, vendo como as sucessivas aplicações das transformações geométricas do grupo de simetria do padrão o vão construindo — podendo fazê-lo passo a passo, parar, voltar atrás, etc.

Este programa, acompanhado naturalmente de actividades com materiais manipuláveis, tornar-se-á rapidamente um auxiliar imprescindível no estudo moderno das isometrias e da simetria em geral.

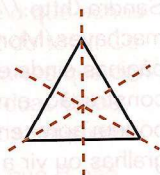
Para mais informações sobre o programa, ver o *site* da Key Curriculum Press:

http://www.keypress.com/product_info/kaleidomania.html

A APM está a tentar tornar-se distribuidora deste *software*, à semelhança do que já faz com o *Geometer's Sketchpad*.

Simetria

A simetria é um dos grandes temas da geometria. A simetria está intimamente ligada às transformações geométricas, nomeadamente às isometrias (transformações que conservam as distâncias). Recordemos que dada uma figura F do plano, se chama simetria de F toda a isometria do plano que deixa F invariante (isto é, a ocupar a mesma região do plano). Por exemplo, se considerarmos um triângulo equilátero, é fácil ver que as reflexões (isto é, simetrias axiais) em relação aos três eixos indicados são simetrias. O triângulo equilátero tem



ainda outras simetrias: as rotações de 120, 240 e 360 graus em torno do centro do triângulo também o deixam invariante. Por isso, dizemos que o triângulo tem 6 simetrias, três de reflexão e três de rotação. O conjunto destas seis transformações geométricas forma um grupo. Para o verificar, basta garantir que a composição (ou produto, como também se costuma dizer) de duas transformações daquele conjunto ainda é uma transformação do conjunto. O leitor pode verificar facilmente que assim é.

Podemos fazer corresponder a cada figura no plano o seu grupo de simetria (conjunto das isometrias que a deixam invariante).

Se duas figuras têm o mesmo grupo de simetria, embora pareçam diferentes, do ponto de vista matemático são muito parecidas. Por exemplo, todas as figuras seguintes têm o mesmo grupo de simetria que o triângulo equilátero (excepto a última, não é?; quais serão as simetrias dessa figura?).



Podem recolher mais informação sobre simetria se visitar a unidade temática sobre simetria no *site* da APM:

<http://www.apm.pt/apm/AeR/simetria.html>