O problema deste número

Uma matrícula "quadrada"

O problema nº 50 foi este:

Antigamente as matrículas dos automóveis eram formadas por duas letras, um número de dois algarismos e outro número de dois algarismos. Por exemplo:

RB - 49 - 64.

A matrícula do meu velho carro é extremamente curiosa (pelo menos para um matemático) porque:

- *o primeiro número é um quadrado perfeito,*
- *o segundo número é um quadrado perfeito,*
- *se juntarmos estes dois números num só obtemos um quadrado perfeito,*
- *se substituirmos as letras pelos números correspondentes à ordem que ocupam no alfabeto e as juntarmos ao número anterior obtemos ainda um quadrado perfeito.*

Nenhum dos números começa por 0.

Qual é a matrícula do meu velho automóvel?

Nota: se a matrícula fosse a do exemplo acima indicado, os três primeiros números seriam 49, 64 e 4964. Como R é a 18ª letra e B a 2ª, o último número seria 1824964. E todos teriam de ser quadrados perfeitos.

Desta vez, tivemos um bom número de respostas: 19. Foram enviadas por Alice Martins (Torres Novas), Ana Luisa Correia (via e-mail), António Amaral (via e-mail), António Ruiz Lozano (Lisboa), Carla Reis (Azambuja), Cristina Ramos (Damaia), Fernanda Melo (Rio de Mouro), Helena Rocha (Lisboa), Isabel Mateus (Celorico da Beira), Isabel Moreira (Vila do Conde), Iva e Nuno Angelino (V. F. Xira), J. Orlando Freitas e Egídio Pereira (Funchal), João Alves (Chaves), João Barata (Castelo Branco), Jorge Barata e Rosalina Santos (Alcains), Luis Vaz Pato e Ana Maria (Oliveira do Hospital), Tiago Martins (Braga), Tiago Osório (Galizes), Vidal Minga (Carcavelos).

Gostávamos de começar por transcrever parte de uma das resoluções:

> Eu sou o Tiago José Martins, tenho quase 9 anos e ando no 3º ano da Escola de S. Victor nº 7 - Braga.
> O meu pai é assinante da vossa revista há algum tempo.
> Tudo começou ao folhear a revista. Encontrei um problema curioso que

(Continua na página 40)

Problema proposto

O Tesouro dos Piratas

Há muitos anos, o pirata Barba-Ruiva resolveu enterrar o seu tesouro. Escolheu uma ilha onde a única praia tinha duas grandes rochas junto à água, a 100 metros uma da outra, e uma enorme palmeira entre as rochas mas a 80 metros da linha de água. Mandou um dos piratas do seu bando para cada uma das rochas e deu-lhes as seguintes instruções: olhar em direcção à palmeira, rodar 90° e andar uma distância igual à distância a que a respectiva rocha estava da palmeira. Nenhum dos piratas se molhou. Os dois piratas ficaram parados e o pirata Barba-Ruiva enterrou o tesouro exactamente a meio de caminho entre eles.

Por acaso , encontrámos o documento onde isto estava descrito e resolvemos ir até à ilha à procura do tesouro. Lá encontrámos as rochas junto à água mas infelizmente a palmeira tinha desaparecido, provavelmente derrubada por um furacão.

Como a praia agora é um destino turístico conhecido, não podemos andar a escavar por todo o lado. A única hipótese é aproveitar uma noite antes de amanhecer e fazer apenas um buraco.

Onde devemos escavar para termos boas hipóteses de descobrir o tesouro?

(Respostas até 30 de Junho)

(Continuação da página 39)

tinha como título "Uma matrícula quadrada".

Perguntei ao meu pai o que era um número quadrado perfeito.

Ele disse-me que era o resultado de uma multiplicação de um mesmo número duas vezes.

Li novamente o problema.

Para começar escrevi todos os quadrados perfeitos inferiores a 100 e superiores a 16.

Somei um número quadrado perfeito com outro, por exemplo 16+25=41.

Se desse um número superior a 81 ia ver à máquina de calcular a raiz quadrada desse número e se o resultado fosse um número sem vírgula, esse número era um quadrado perfeito, mas se o resultado tivesse vírgula não era.

Depois escrevi o alfabeto e numerei-o com os números ordinais por baixo.

Quando acabei, peguei na máquina de calcular e comecei a multiplicar um mesmo número duas vezes. O número tinha de acabar em 3664 ou em 6436.

Achei o número 153664. (...)

Pensámos que valia a pena partilhar com os leitores de Educação e Matemática a belíssima descrição que o Tiago Martins faz do processo que seguiu para resolver o problema.

Repare-se que deu uma interpretação diferente ao enunciado do problema: admitiu que "juntar dois números num só" era somar os números, quando o que tínhamos em mente era formar um único número de quatro algarismos.

Os outros leitores seguiram esta segunda interpretação e, para resolver o problema, usaram vários processos, desde a folha de cálculo ou um pequeno programa de computador até à utilização das congruências (António Lozano).

Mas a maioria começou por pôr os quadrados perfeitos de dois algarismos:

16, 25, 36, 49, 64, 81

e agrupá-los dois a dois. Há 36 possibilidades, desde 1616 até 8181, que facilmente se testam com uma calculadora. O único quadrado perfeito é 1681.

Estão descobertos os algarismos. Faltam as letras. Para isso temos de descobrir um novo quadrado perfeito terminado precisamente em 1681.

Agora pode ajudar uma pequena pesquisa sobre as terminações dos quadrados perfeitos e o respectivo número base.

Para terminar em 1, os números base têm de terminar em 1 ou 9 e aparecem em duas séries, espaçados de 10 em 10:

1, 11, 21, 31, ... e 9, 19, 29, 39, ...

Para terminar em 81, os números base aparecem de 50 em 50:

41, 91, 141, ... e 9, 59, 109, ...

Para terminar em 681, aparecem de 250 em 250:

41, 291, 541, ... e 209, 459, 709, ...

Experimentando os quadrados destes números encontramos:

$1209^2 = 1461681$

$3791^2 = 14371681$

$4959^2 = 24591681$

$5041^2 = 25411681$

A única hipótese que serve é a primeira: 1461681.

146 corresponde às letras e só há uma possibilidade: 14–6.

A 6ª letra é o F mas qual é a 14ª?

João Barata esclarece todas as dúvidas:

Como antigamente a letra K não era incluída nas matrículas, a 14ª letra correspondia ao O.

A matrícula do velho carro é:

OF – 16 – 81

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira
Lisboa

A divisão e seus "dividendos" (continuação da pág. 38)

dividendo (agora sem aspas), d o divisor, q o quociente e r o resto, vemos que este último será dado por

$r = D - dq = 26324 - 7 \times 3760 = 4.$

Contrariamente ao problema 2, onde a igualdade fundamental da divisão embora útil, é dispensável, a resolução do problema 3 depende diretamente dela. Surgem assim, como "dividendos" através deste problema, os domínios euclidianos, que são as estruturas algébricas onde é possível falar nesta igualdade e nas suas consequências, tais como divisibilidade, MMC, MDC, elementos primos e primos entre si, etc. Os anéis mais gerais, onde esta igualdade não seja válida, também não deixam de ser "dividendos" que são mostrados por este problema.

O "dividendo" da impossibilidade do divisor nulo

Finalmente, a impossibilidade de dividir por zero, não obstante o fato de impôr uma enorme limitação a esta operação, termina por dar origem a um dos mais promissores de seus "dividendos", como veremos a seguir.

Um dos desdobramentos da proporcionalidade e, portanto, outro "dividendo" da divisão, que é a variação média de certos fenômenos precisa, em algumas situações, ser calculada com denominadores muito pequenos, tendentes a zero. É aí que entra o recurso do limite e contorna a impossibilidade aritmética da divisão por zero, criando a derivada, que com todos os seus desdobramentos surge como um "dividendo" da divisão que dá uma dimensão quase infinita à matemática.

Estes exemplos evidenciam bem como a operação divisão e os seus muitos desdobramentos são ricos em dividendos da maior relevância em importantes campos da Matemática.

Referências bibliográficas

Ávila, Geraldo, Grandezas Incomensuráveis e Números Irracionais, RPM, Vol. 5, pp. 6 a 11.

Lima, Elon, Grandezas Proporcionais, Meu professor de Matemática, pp. 127 a 141.

Valladares, Renato J.C., Intuição e Proporcionalidade, Bol. GEPEM nº 33, pp. 50 a 59.

Renato J. C. Valladares
Mestrado em Ed. Mat. da Univ. de Santa Úrsula