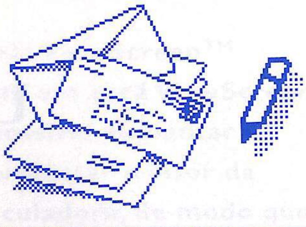
# Pontos de vista, reacções, ideias...



## Programação para a TI-83: fórmula resolvente para equações do 3º grau.

Após a aquisição de uma calculadora gráfica da Texas Instruments, versão TI-83, procurei criar uma série de programas que me auxiliassem ao longo das disciplinas de Matemática e Ciências Físico-Químicas do 11º ano de escolaridade.

No que diz respeito à Matemática, elaborei seis programas: conversão de graus em radianos; distância entre um ponto e uma recta; regra de Ruffini; resolução de equações biquadradas; fórmula resolvente para equações do 2º grau no qual é fornecida uma vasta gama de informações acerca da parábola; e fórmula resolvente para equações do 3º grau.

Neste texto, pretendo, somente, aludir à execução de um programa que permite o cálculo imediato das raízes de uma equação do terceiro grau na forma $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. Optei por designá-lo de FR3 (fórmula resolvente para equações do 3º grau).

Após ter solicitado à minha professora de Matemática, Dra. Isabel Margarida Garton, diversa informação sobre as equações cúbicas, efectuei várias leituras sobre os trabalhos de Scipione del Ferro (1465-1526), Niccolò Tartaglia (1500-1557) e Girolamo Cardano (1501-1576).

Como ponto de partida para elaborar o referido programa, percorri todos os passos descobertos pelo esforço concentrado destes três conceituados matemáticos. Muito sucintamente refiro que foi necessário passar da forma canónica $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ para uma outra: $y^3 + py + q = 0$. Isto é possível somente graças à substituição de *x* por (y+h) e de *h* por -b/3a.

No final, ficamos a saber que

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}$$

e que

$$q = \frac{2b^3 - 9abc + 27da^2}{27a^3}$$

Contudo, e uma vez que o processo de transformação implica a=1, há que dividir todos os termos por *a*, donde se conclui que

$$p = \frac{3f - e^2}{3}$$

e que

$$q = \frac{2e^3 - 9ef + 27g}{27}$$

sendo $e = \frac{b}{a}$ ; $f = \frac{c}{a}$ ; $g = \frac{d}{a}$ .

Em seguida, podemos extrair uma primeira raiz, R ("obrigatória", portanto real), através da fórmula:

$$R = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \frac{e}{3}.$$

Para o cálculo das outras duas raízes, S e T (que podem ser imaginárias), o processo canónico sugere que se proceda como está indicado na figura 1.

No entanto, preferi usar um outro processo para o cálculo de S e T. Para isso, após encontrada a raiz R, dividi o polinómio inicial $ax^3+bx^2+cx+d$ por R, usando a regra de Ruffini. Assim, como é óbvio, o resto obtido é igual a zero, enquanto que o quociente é um polinómio do 2º grau. Feitos os cálculos vem: $ax^2 + (b + aR)x + (c + bR + aR^2)$. Para os mais interessados, refira-se que, do mesmo modo, o resto é igual a: $aR^3 + bR^2 + cR + d$ que, por sua vez é nulo (no fundo, estamos a encontrar a imagem de um objecto que, à partida, sabemos tratar-se de uma raiz real).

Para encontrar S e T, a melhor maneira será então utilizar a fórmula resolvente das equações do 2º grau pela qual, as outras duas raízes assumem os seguintes valores reais ou imaginários:

$$S = \frac{-b - aR - \sqrt{b^2 - 2abR - 3a^2R^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T = \frac{-b - aR - \sqrt{b^2 - 2abR - 3a^2R^2 - 4ac}}{2a}$$

Naturalmente, nestas duas expressões já foram efectuadas todas as simplificações e reduções de termos semelhantes.

Como é evidente, este processo a que designei de Veríssimo/Ruffini, é muito mais fácil.

Para terminar, apresenta-se a seguir (ver página seguinte) as linhas de

$$S = \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[-\frac{1}{2}\left(-1 + i\sqrt{3}\right)\right]\right) + \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[-\frac{1}{2}\left(-1 + i\sqrt{3}\right)\right]\right) - \frac{e}{3}$$

$$T = \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{{}^{3}}{27}}} \times \left[-\frac{1}{2}\left(-1 + i\sqrt{3}\right)\right]\right) + \left(\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \times \left[-\frac{1}{2}\left(-1 + i\sqrt{3}\right)\right]\right) - \frac{e}{3}$$

Figura 1

comando de FR3 que ocupam a módica quantia de 488 *bytes* da TI-83. Note-se que as 13 primeiras linhas de comando se referem à animação inicial e às configurações necessárias para que o programa corra nas melhores condições; por outro lado, as últimas 29 estão relacionadas com o processamento do programa propriamente dito.

```
PRGM, NEW, 1, FR3 (Enter)
:ClrHome
:ClrDraw
:AxesOff
:Func
:FnOff
:a+bi
:Zstandard
:"X^3-2X^2-5X+6" → Y1
:GraphStyle(1,5)
:Text(10,1,"FORMULA RESOLVENTE GRAU 3")
:Text(30,1,"TRABALHO ELABORADO POR:")
:Text(50,20,"* CARLOS VERISSIMO")
:Pause
:Disp "AX^3+BX^2+CX+D=0"
:AxesOn
:Input "A=? " ,A
:Input "B=? " ,B
:Input "C=? " ,C
:Input "D=? " ,D
:B/A → E
:C/A → F
:D/A → G
:(3F-E^2)/3 → P
:(2E^3-9EF+27G)/27 → Q
: 3√(-Q/2+√(Q^2/4+P^3/27)) → U
: 3√(-Q/2 -√(Q^2/4+P^3/27)) → V
:U+V- E/3 → R
:(-B-AR- √(B^2-2ABR-3A^2R^2-4AC))/(2A) → S
:(-B-AR+√(B^2-2ABR-3A^2R^2-4AC))/(2A) → T
:ClrHome
:Disp "PROCESSO"
:Disp "VERISSIMO /"
:Disp "RUFFINI"
:Disp "****************"
:Disp "AS RAIZES SAO:"
:Disp R ►Frac
:Disp S ►Frac
:Disp T ►Frac
:Pause
:DispTable
:"AX^3+BX^2+CX+D" → Y1
:GraphStyle(1,2)
:DispGraph
```

Carlos Miguel Veríssimo
Aluno da APEL-Funchal (11ºano)

## Métodos Quantitativos

Afinal, o que vem a ser esta disciplina? Uma versão abreviada da Matemática? Para a disciplina de Matemática, várias pessoas têm proposto temas como Matemática Discreta. Em Métodos, não tenho lido ou ouvido propostas... Parece uma disciplina que existe porque alguém reconheceu a importância, para as ciências sociais e humanas, dos utensílios matemáticos, mas quem fez o programa não procurou (ou não soube) quais esses utensílios mais usados por essas ciências... Por exemplo, começando com a discussão da relação entre variáveis (que interessa às ditas ciências sociais e humanas) podia-se fazer muita coisa gira e muita matemática e até discutir, pôr a claro, alguma problemática que mesmo na Matemática fazia falta: uni ou multi-variável, determinístico ou probabilístico ou híbrido, etc. Ou será que os conteúdos de Métodos Quantitativos têm de ser um subconjunto dos conteúdos de Matemática porque a formação dos docentes assim implica? Mas...!

José Carlos Frias
Escola Secundária de Telheiras

## A fuga à Matemática

Conversando com um colega de Língua Portuguesa, dizia ele que gosta mais de dar Português a alunos de Ciências do que a alunos de Letras porque já sabe o que vai na cabeça ou na atitude daqueles. Em relação aos de Letras, não: muitos deles estão lá apenas porque fugiram à Matemática... Fica assim introduzida uma heterogeneidade de motivações, à primeira vista insuspeitada.

Em 1994/95, durante uma licença sabática, pude estudar numericamente o fenómeno da *fuga* à Matemática, quando os alunos passam do 9º para o 10º ano.

Não foi um estudo muito completo (não pude, por exemplo, seguir os mesmos alunos durante o 9º e 10º anos e não pude por isso medir a diferença entre a perspectiva quando estão no 9º ano e a realidade da escolha, quando se matriculam no 10º) mas, porque as amostras usadas tinham largas dezenas de efectivos, os dados que divulgo terão alguma representatividade. Uma grande percentagem de alunos assume que a sua escolha de agrupamento para o 10º ano está condicionada pela Matemática, declarando explicitamente a fuga ou uma opção contrariada.

FUGA – 9º ano

Explicitamente fugir: 27,8 %

Fugir + Contrariado: 37,7%

As mesmas questões colocadas a um conjunto de alunos do 10º ano (amostra não muito representativa) revela também resultados não muito diferentes.

FUGA – 10º ano

| Agrupamento | Explicitamente fugir | Fugir contrariado |
|---|---|---|
| Artes | 19,4% | 26,9 % |
| Ec.Soc. | 27,3% | 40,9% |
| Human. | 33,3% | 33,3% |

Vale a pena pensar nestes dados.

José Carlos Frias
Escola Secundária de Telheiras