Materiais para a aula de Matemática

A proposta de trabalho apresentada está incluída na brochura do 10º ano sobre *Funções* (p. 88) e, tal como é referido no artigo desta revista *Avaliando investigações — contributos para a discussão*, foi proposta a alunos do 10º ano, no 2º período do ano lectivo 1997/98. Apresentamos agora alguns comentários sobre a tarefa.

Designando por x a medida de qualquer dos lados iguais e por y a medida da base, o principal objectivo da situação apresentada é a dedução da expressão da área do triângulo em função de x: $A = (25 - x)\sqrt{50x - 625}$ e, usando a calculadora gráfica, a descoberta das dimensões do triângulo de perímetro 50 que tem área máxima.

Dado o tipo de função envolvida, é um problema de optimização que, no 10º ano, só tem sentido ser resolvido com recurso à calculadora gráfica. Do trabalho realizado com os alunos parace-nos importante salientar alguns pontos críticos da resolução da tarefa.

Os intervalos de variação dos lados do triângulo

Embora os alunos definam com facilidade a medida da base em função da medida de qualquer dos lados iguais, $y = 50 - 2x$, ao representá-la graficamente (fig.1) são tentados a concluir que x varia no intervalo $]0\ ,\ 25[$ e que y varia entre 0 e 50, esquecendo-se da *desigualdade triangular*, ou seja, que qualquer dos lados tem que ser menor que a soma dos outros dois.

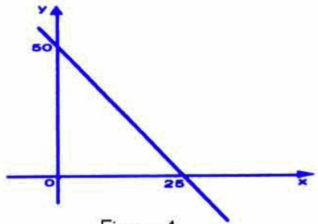
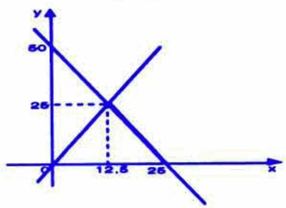


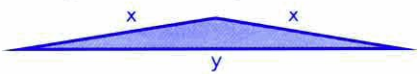
Figura 1

Há que conjugar a condição representada com a condição $y < 2x$. Obtém-se:

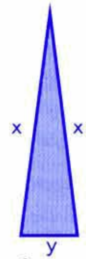


Assim vamos ter $12{,}5 < x < 25$ e $0 < y < 25$. Aliás o intervalo $]12{,}5\ ;\ 25[$ é precisamente o domínio da função área.

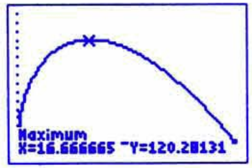
Quando x toma valores próximos de 12,5, y toma valores próximos de 25.



Quando x toma valores próximos de 25, y toma valores próximos de 0.



Esta discussão pode ser feita num plano puramente geométrico, fazendo uma aproximação aos "casos limite" (ver figuras seguintes).



Discussão da solução

Parece-nos importante que haja uma interpretação geométrica da solução obtida na alculadora. A área é máxima ($\approx 120{,}3$) para $x \approx 16{,}7$. Isto significa que o triângulo de perímetro 50 com área máxima é um triângulo equilátero. É de fazer notar que dividindo o perímetro por 3 obtém-se o valor da calculadora, $\frac{50}{3} = 16{,}(6)$.

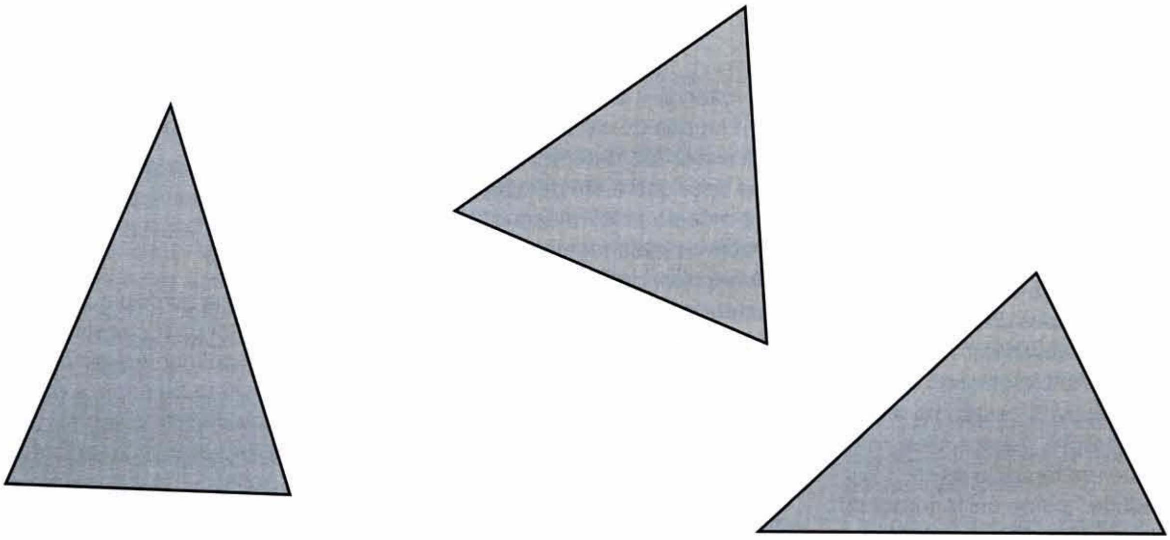
António Bernardes, Francisca Sousa,
Luís Barbosa, Teresa Colaço

Escola ....

Ano/Turma.................... Data........................ Aluno(a)..

Triângulos de perímetro igual

Pensa em todos os triângulos isósceles que têm perímetro igual a 50 cm.



Encontra a função que relaciona a medida do lado diferente com a medida de qualquer um dos outros lados.

Representa a função graficamente.

Entre que valores varia o lado diferente? E os lados iguais?

Representa o gráfico da função que nos dá a área de cada um dos triângulos em função da medida de um dos lados iguais.

Quais são as medidas do triângulo de área máxima?