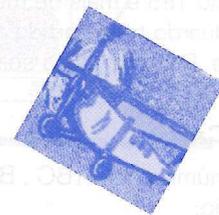


O problema do ProfMat 98



José Paulo Viana

Aos participantes no ProfMat 98 foi proposto um concurso com o problema "Eduardo, o aviador":

Pouco passava das 11 e meia da manhã quando o Eduardo se pôs aos comandos do seu avião e levantou voo do aeródromo de Guimarães, seguindo sempre na mesma direcção.

Ao meio dia registou o número de quilómetros percorridos. Era um número de três algarismos.

À 1 hora da tarde voltou a registar a distância percorrida até então. Por coincidência, este novo número era formado pelos mesmos três algarismos do anterior mas por outra ordem.

Exactamente às duas da tarde, o Eduardo aterrou no aeroporto de destino. E reparou na coincidência: a distância a que estava de Guimarães voltava a ser um número formado pelos mesmos três algarismos, embora por uma nova ordem. Quantos quilómetros andou o Eduardo? E a que horas partiu de Guimarães?

Houve 35 respostas. Algumas chegaram por meios um pouco inesperados: e-mail, correio, fax. E, para além dos participantes no encontro, apareceram soluções enviadas por um músico amante da matemática, por um leitor dos Desafios do Público, por um aluno do ensino secundário e, surpresa ainda maior, por um grupo de alunos do 8º ano turma A da Escola EB 2/3 D. Afonso Henriques.

A Iva e o Nuno Angelino começam com um lamento: *A primeira dificuldade que sentimos foi o facto de, após uma longa e exaustiva procura, não encontrámos o aeródromo de Guimarães e muito menos o Eduardo, para nos responder às questões. Então, eliminada a maneira mais fácil, rápida e cómoda de resolver o problema, não*

tivemos outra alternativa senão pôr mãos à obra.

Para resolver o problema era necessário, como salientou a Mária Cristina Almeida, admitir que a velocidade do avião é constante, que não há vento e que o referencial é a Terra.

É fácil verificar que os três algarismos, que se vão repetindo em cada leitura que o Eduardo faz, têm de ser diferentes.

Seja ABC o primeiro número.

O algarismo A só pode ser 1. Se fosse 2, isso queria dizer que em meia hora o avião percorria mais de 200 quilómetros, logo a última leitura seria um número de quatro algarismos.

Há agora dois casos a considerar.

1º Caso

Ao meio dia, o avião tinha andado 1BC quilómetros, à uma hora C1B e às duas BC1.

Como a velocidade é constante, as diferenças entre estes números têm de ser iguais:

$$C1B - 1BC = BC1 - C1B$$

Decompondo os números, vem:

$$\begin{aligned} 100C + 10 + B - 100 - 10B - C &= \\ = 100B + 10C + 1 - 100C - 10 - B & \\ 189C &= 108B + 81 \end{aligned}$$

$$C = \frac{4B + 3}{7}$$

Como B e C são algarismos diferentes, esta equação só tem uma solução:

$$B = 8 \text{ e } C = 5$$

Os números registados pelo Eduardo seriam: 185, 518 e 851.

A diferença entre números consecutivos é de 333, que corresponde à velocidade do avião em quilómetros por hora.

Participantes

Alan Guimarães
Anabela Marques
Atilio Braga
Augusto Taveira
Clara Moura Cruz
Cristina Brito
Daniela Pais
Francisco Aranda
Heitor Surrador
Helder Martins
Isabel Viana
José Artur Pinto
José Manuel Duarte
José Marques de Almeida
Luís Ferreira
Mária Cristina Almeida
Mª Graça Oliveira
Mª Helena Brás
Mª João Lopes
Paula Maduro
Paulo Correia
Paulo Jorge Dias
Pedro Torres
Rui Araújo Gomes
Sérgio Valente
Susana Cristina Fernandes
Susana Daniela Fernandes
Yolanda Lima

Equipas:

- Ana Cristina Esteves, Cláudia Santos, Vera Correia
- Ana Lebre, Célia Catulo, Celina Pereira, Isabel Sousa, Manuela Pires
- Carla Dias, Paulo Lameira
- Emanuel Martinho, Alexandra Afonso, Luís Moreira, Cristina Negra
- Iva Paula Angelino, Nuno Angelino
- Mónica Conde, Mª Matilde Rebelo
- Vítor Leite, André Casalta, Jorge Soares, Mª Luís Xavier, Rui Filipe Alves

Como 185 é mais de metade de 333, o Eduardo teria partido antes das 11 e meia. Portanto, esta solução não serve.

2º Caso

Os números são 1BC, BC1, C1B.
Então:

$$BC1 - 1BC = C1B - BC1$$

o que, depois de simplificado e resolvido, como se fez no primeiro caso, dá:

$$B = \frac{3C + 4}{7}$$

Nas condições do problema, esta equação só tem uma solução:

$$B = 4 \text{ e } C = 8$$

Os números são então: 148, 481 e 814.

Também neste caso a velocidade do avião é de 333 quilómetros por hora. O tempo de voo até ao meio dia é

$$\frac{148}{333} = 0,444... = 26 \text{ min } 40 \text{ seg.}$$

Como este valor é inferior a meia hora, está encontrada a solução.

O Eduardo partiu 26 minutos e 40 segundos antes do meio dia, ou seja às 11 horas 33 minutos e 20 segundos. Os números que registou foram 148, 481 e 814.

Vários concorrentes encontraram as outras soluções que existiriam se o Eduardo partisse antes das 11 e meia: 259-592-925 e 296-629-962.

O Augusto Taveira e o grupo da Ana Lebre admitem a hipótese, dada a distância percorrida, de o Eduardo ter aterrado em Portimão para preparar o próximo ProfMat...

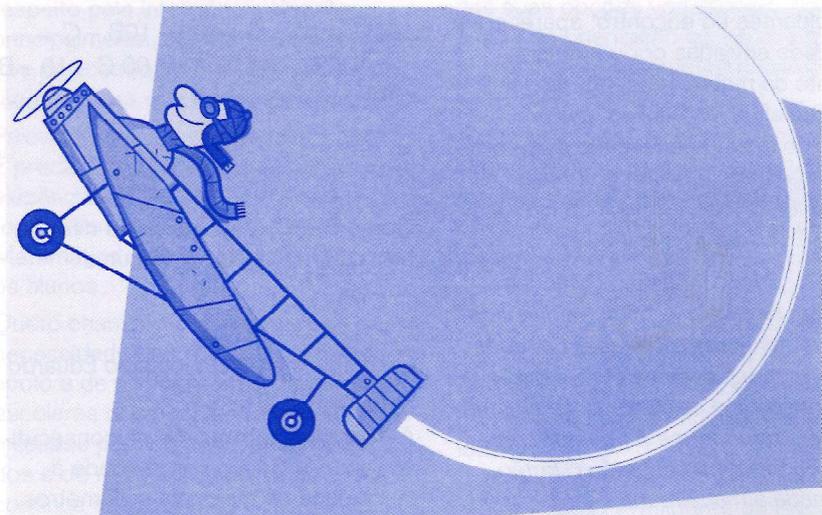
O Heitor Surrador considerou a extensão do problema a quatro registos com números de 4 algarismos, mas não encontrou nenhuma solução.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

Prémios

- 1º José Artur Pinto
Kit Zometool (703 peças), oferta G,C&C - Gab. de Criação e Comunicação
- 2º Heitor Surrador
Calculadora gráfica TI-89, oferta Texas Instruments
- 3º Paulo Correia
Calculadora gráfica Casio CFX-9950GV Plus, oferta Beltrão Coelho
- 4º Atílio Braga
Conjunto de Poliedros Areal, oferta Areal Editores
- 5º Sérgio Valente
Conjunto "Clix", oferta EducTrade
- 6º Ana Lebre, Célia Catulo, Celina Pereira, Isabel Sousa e Manuela Pires
Jogo Quivive Classic, oferta Ludomania
- 7º Vitor Leite, André Casalta, Jorge Soares, Mª Luísa Xavier e Rui F. Alves
Livro "O Diabo dos Números" de H. Enzensberger, oferta ASA Editores
- 8º Iva Paula Angelino e Nuno Angelino
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 9º Paulo Jorge Dias
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 10º Maria João Lopes
Livro "Desafios 6" de E. Veloso e J.P. Viana, oferta Edições Afrontamento
- 11º Clara Moura Cruz
Torre de Hanoi, oferta Eduardo Martins
- 12º Pedro Torres
"Grandes Enigmas do Pensamento Lateral" de P. Sloanes, oferta Gradiva

Os concorrentes devem contactar com a sede da APM a fim de receber os prémios.



Desenho de Cristina Sampaio, in Pública