O problema deste número

Na pista de dança

E foram batidos todos os recordes! Recebemos 21 respostas ao problema proposto no número anterior da revista. E vieram de todo o lado:

Alberto Canelas (Queluz), Alice Bárrios e Francisco Estorninho (Lisboa), Ana Cristina Silva (Almeirim), Ana Luisa Albuquerque (Alcobaça), Ana Luisa Correia (via Internet), António Amaral (via Internet), António Moura (Cascais), António Ruiz Lozano (Lisboa), Armando Fernandes (Vila das Aves), Carlos Roque (Coimbra), Eduarda Pereira (via fax), Graça Oliveira (Feira), Heitor Surrador (via Internet), Isabel Viana (Porto), João António Alves (Chaves), Mário Lima (via Internet), Paulo Coelho (Câmara de Lobos), Paulo Correia (Portimão), Sandra Pires (Oliveira de Azeméis), Sérgio Macias Marques (Lisboa) e Vidal Minga (Carcavelos).

Era este o problema "Na pista de dança":

Outro dia fui a um clube de dança. Estavam lá sete pares a treinar para os próximos campeonatos de tango.

Cada um dos dançarinos tinha o seu número nas costas. Números todos diferentes, claro, e que iam de 1 a 14.

Na primeira dança reparei num facto curioso: em cada par, a soma dos dois números era um quadrado perfeito.

Para a segunda dança houve troca de pares e nova coincidência se deu. Todos os pares tinham uma soma que era um número primo. E mais: nos três pares que estavam do lado esquerdo a soma era a mesma, os três que estavam à direita tinham somas iguais, e o par que dançava ao centro tinha uma soma diferente das anteriores.

A Isabel tem o número 1 nas costas.

Quais são os números das outras seis dançarinas?

Uma primeira questão levantou algumas dúvidas em alguns colegas: na segunda dança, a soma dos pares do lado esquerdo era diferente da soma dos que estavam à direita? Ou podiam ser iguais? Bem, o problema foi pensado, e é mais interessante, para somas diferentes.

Houve vários processos de resolução, que passaram pela teoria de grafos e pelo programa Modellus, mas a mais simples (e maioritária) foi a que se apresenta.

Primeira dança

Com a soma a ser quadrado perfeito são possíveis estes pares:

Soma 4: (1+3)

Soma 9: (1+8), (2+7), (3+6), (4+5)

Soma 16: (2+14), (3+13), (4+12), (5+11), (6+10), (7+9)

Soma 25: (11+14), (12+13)

Os dançarinos 8, 9 e 10 só aparecem num caso, logo ficamos a conhecer três pares:

(1+8), (7+9) e (6+10)

Como os dançarinos 1, 7 e 6 já têm par, eliminamos os outros casos em que eles aparecem e ficamos a conhecer quem dançou com quem:

(1+8), (2+14), (3+13), (4+12), (5+11), (6+10), (7+9).

(continua na página 44)

Problema proposto

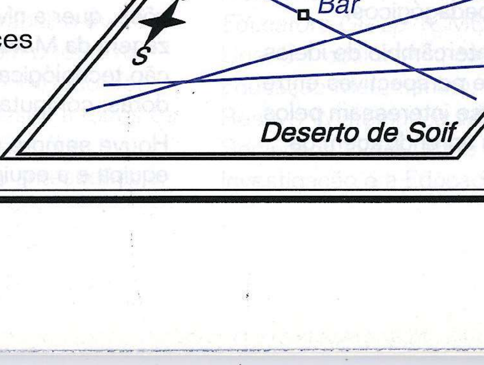
Os bares do deserto de Soif

O deserto de Soif é perfeitamente plano e é atravessado por três estradas em linha recta que se cruzam em pontos diferentes.

Existem apenas quatro bares onde os viajantes podem matar a sede e reabastecer os automóveis. Claro que em cada estrada há pelo menos um bar.

Por coincidência, estes quatro bares estão nos vértices de um quadrado perfeito.

Quantas soluções existem? Como determiná-las?



(Respostas até 5 de Janeiro de 1999)

Dowling (Porquê a Sociologia da Educação Matemática?); (iv) Steve Lerman & Anna Tsatsaroni (Porque é que as Crianças Falham e o que é que os Estudos da Educação Matemática Podem Fazer. O Contributo/ Papel da Sociologia) e Alan Bishop (Conflitos Cognitivos e Mudança Social: Conceptualizando as Possibilidades e as Limitações da Educação Matemática).

Nas actividades da tarde (comunicações e Simpósio) a metodologia proposta também privilegiou a discussão tirando o máximo proveito de se ter tido acesso prévio e efectivo aos textos respectivos. Nas comunicações reflectiu-se e debateu-se a partir de trabalhos de investigação (já terminados ou em curso) relativos aos quatro temas da conferência. Os dois Simpósios realizados — Etnomatemática e a Matemática Crítica; Destradicionalizando a Matemática, Metodologia de Investigação e Justiça Social — revelaram-se igualmente momentos fortes de debate de ideias e auto-questionamento.

As refeições e os fins do dia não eram desperdiçados e por isso continuavam-se as discussões, estabeleciam-se contactos e bases

Mathematics Education and Society

de trabalho conjuntas mas também se saboreavam outras valências daquele espaço (o verde, o pub, a música).

Em suma, uma conferência em que nos encontrámos, confrontámos e ajudámos durante uma semana desafiadora, rica e "bonita". E não posso deixar de me lembrar da resposta de Sal Restivo (com o qual concordo plenamente) a um comentário de alguém sobre o que aprendemos nesta semana, *"Learning is a function of intimacy"*. Continuo a achar que é fundamental manter esta ideia presente no nosso dia a dia de professores.

Nota: Informações sobre este congresso, incluindo os textos das conferências, podem ser obtidos via Internet, no seguinte endereço: www.nottingham.ac.uk/csme/meas/meas3.html

P.S. A próxima conferência terá lugar em Fevereiro de 2000 em Portugal... Daremos notícias.

Madalena Pinto dos Santos
Escola Básica 2-3
Paço d' Arcos

O problema deste número (conclusão)

Segunda dança

As somas vão ser números primos e, à partida, as possibilidades são:

3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 e 23.

A listagem total dos pares possíveis para cada soma é enorme. Para evitar todo o trabalho que daria fazê-la e analisá-la podemos raciocinar da forma que se segue.

A soma de todos os números dos dançarinos é

$1 + 2 + \ldots + 13 + 14 = 105$

Seja E a soma de cada par do lado esquerdo, C a do par central e D a dos que estão à direita. Então:

$3E + C + 3D = 105$

O número 105 é divisível por 3, logo a soma $3E + C + 3D$ também. Para isso, C tem de ser múltiplo de 3, mas como é primo vem obrigatoriamente $C = 3$.

Então, o par central é (1+2).

Conclui-se ainda que

$3E + 3D = 102$ ou $E + D = 34$.

Dois números primos diferentes a somar 34, só podem ser 11 e 23.

Com soma 11 só há três pares possíveis: (3+8), (4+7) e (5+6).

E com soma 23 temos (9+14), (10+13 e (11+12).

Os pares da segunda dança são (1+2), (3+8), (4+7) e (5+6), (9+14), (10+13) e (11+12).

Quem são as raparigas?

A Isabel tem o nº1. Quem dançou com ela é rapaz: o 2 e o 8. Quem dançou com estes é rapariga: 14 e 3. E assim sucessivamente.

As raparigas tinham os números 1, 3, 5, 7, 10, 12 e 14.

Bom, esperamos que todos tenham a opinião da Sandra Pires: Este é um dos problemas que cativam qualquer pessoa logo após uma primeira leitura.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira
Lisboa