Os professores e os erros dos alunos

Maria Alice Inácio

É muitas vezes necessário passar pelo erro para ser possível avançar no conhecimento. Tem sido assim a nível do desenvolvimento do conhecimento científico e é, em boa parte, assim a nível do desenvolvimento cognitivo individual.

A forma como os professores lidam com os erros dos alunos é um dos aspectos da relação professor-aluno que merece uma atenção especial. Efectivamente, ela vai moldar, em grande medida, a maneira como o aluno lida com os seus próprios erros e com o seu processo cognitivo.

Se considerarmos que o desenvolvimento cognitivo é, no fundamental, feito por auto-propulsão (Vygotsky, 1934, citado por Schneuwly, 1994), num processo de selecção natural dos procedimentos ajustados (Bickhard, a publicar), em interacção com o meio que cerca o sujeito, o erro tem, necessariamente, que ser visto como uma etapa natural.

Por vezes, deve mesmo ser encarado como indispensável ao desenvolvimento: quando o desenvolvimento se faz através de pequenas revoluções qualitativas — abandonando ideias pré-estabelecidas, relativizando conhecimentos antes considerados universais, por exemplo — é muitas vezes necessário passar pelo erro para ser possível avançar no conhecimento.

Tem sido assim a nível do desenvolvimento do conhecimento científico e é, em boa parte, assim a nível do desenvolvimento cognitivo individual (Bickhard, a publicar).

Ao procurar resolver uma situação problemática, o sujeito vai tentar mobilizar os conhecimentos/esquemas cognitivos que lhe pareçam isomórficos dessa situação. As condições em que esta tentativa se faz, são bastante diferentes na criança e no adulto: este tem o seu campo cognitivo bem organizado, em domínios com fronteiras relativamente estanques, e com relações organizadas entre os vários domínios.

Assim, ao pretender resolver um problema de decimais, irá mobilizar esquemas cognitivos próprios deste domínio. A criança ainda não tem estes domínios organizados, pelo que facilmente pode mobilizar conhecimentos não ajustados à situação em causa. Facilmente funciona, então, por deslizamento (Vergnaud, 1990), utilizando esquemas que se encontram mais activos do que os ajustados.

É o que se passa quando o aluno responde às questões que a seguir se apresentam, do modo indicado nos quadros 1, 2 e 3, na página seguinte (Inácio, 1997)[1]:

1° item (quadro1)

Assinala o valor que está mais próximo do resultado de 5,271 + 3,2.

2° item (quadro2)

Em cada um dos pares, diz qual é maior:

2.1	a) 6	b) 6 x 0,87
2.2	a) 6	b) 6 x 8,7
2.3	a) 6	b) 6 : 0,3
2.4	a) 6x 0,2	b) 6 : 0,2

3° item (quadro 3)

Diz qual é maior:

a) 6 – 0,7 ; b) 6 – 0,3

No item 3, o aluno interpreta o sinal " – " de uma forma válida em muitas situações da vida corrente, como sinal de ligação, e não como sinal de subtracção.

Nos restantes itens, o aluno mobiliza processos ajustados à resolução de exercícios semelhantes no campo dos inteiros, mas que conduzem ao erro no campo dos decimais.

Quadro 1 (%)

	Turma 1	Turma 2	Global
5,303	10	19	14
8,471	90	71	81
530,3	0	5	2
0,5303	0	5	2

Quadro 2 (%)

		Turma 1	Turma 2	Turma 3
1º Par	6	81	43	62
	6x0,87	14	57	36
2º Par	6	33	33	33
	6x8,7	62	67	64
3º Par	6	48	71	60
	6:0,3	48	29	38
4º Par	6x0,2	38	76	57
	6:0,2	52	19	36

Quadro 3 (%)

	Turma 1	Turma 2	Global
6 - 0,7	10	57	33
6 - 0,3	86	43	64

Noutros momentos, a integração incorrecta dos conhecimentos que o aluno vai adquirindo leva-o a "inventar" regras processuais que o levam ao erro, como no caso do seguinte:

4º item (quadros 4a e 4b)

Considera os números: 3,021; 3,2; 3,009; 3,25.

a) Qual é maior?

b) Qual é menor?

Quadro 4a (%)

	Turma 1	Turma 2	Global
Resp. certa (3,25)	76	12	48
Resp. errada esperada (3,021)	5	0	2
Outras resp. err.			
3,2	19	67	43
3,009	0	10	5
3,0009 e 3,21*	—	5	2
Não responde	0	0	0

Quadro 4b (%)

	Turma 1	Turma 2	Global
Resp. certa (3,009)	76	71	74
Resp. errada esperada (3,021)	14	15	14
Outras resp. err.			
3,021	10	5	7
3,25	0	5	5
3,2 e 3,25*	—	5	2
Não responde	0	0	0

* foi o mesmo aluno que deu estas respostas às alíneas a) e b).

Ao analisarmos as respostas a cada uma destas alíneas de forma independente, obtivemos o resultado incompreensível de a maioria dos alunos que erraram considerar 3,2 como sendo o maior e o menor número de entre os números dados! Resolvemos, então, analisar as respostas às duas alíneas conjugadamente (ver quadro 5).

Tornou-se, agora, claro que parte das crianças raciocinava com base na regra (1ª regra) *quanto mais dígitos tem o número decimal depois da vírgula, menor ele é* (respostas erradas tipo B), enquanto que outros raciocinavam com base na regra (2ª regra) *quanto menos dígitos tem o número decimal, menor ele é* (Respostas erradas tipo A).

Segundo a investigação de L. Resnick (1987), estes últimos alunos têm um conhecimento dos números decimais menos elaborado do que os que raciocinam com base na 1ª regra, pois que utilizam uma regra válida nos inteiros mas não nos decimais, enquanto que os outros integram já no seu raciocínio o conhecimento de que, quanto mais dígitos há depois da vírgula, mais pequena é cada uma das partes em que a unidade é dividida.

Evidentemente que, quando o aluno tiver o campo dos números decimais bem estruturado e bem clarificadas as relações existentes entre este campo e o dos números inteiros, estes erros deixarão de ocorrer. Como é que isto se consegue, é a pergunta que se impõe e é bastante questionável que a repetição de regras, a automatização de processos ou a repetição da introdução aos números decimais — mesmo que por processos bastante inovadores, do ponto de vista metodológico — sejam métodos que conduzam os alunos ao sucesso.

De acordo com Booker (1988), não chega construir um processo correcto ao lado do que o aluno costuma utilizar, é necessário que este seja destruído. Qual deve, então, ser a forma de os professores lidarem com estas situações? Uma resposta cabal a esta questão está longe, de poder ser dada - se é que uma questão como esta, relativa, ao fim e ao cabo, às relações interpessoais, pode, algum dia, ter uma resposta cabal. Parece, contudo, valer a pena chamar a atenção para alguns aspectos fundamentais.

Quadro 5

Tipo de resposta	Maior	Menor	Turma 1 (%)	Turma 2 (%)	Global (%)
Resp. certa	3,25	3,009	67	14	40
Resp. errada tipo A1	3,2	3,009	10	57	33
Resp. errada tipo A2	3,2	3,25	0	5	2
Resp. errada tipo A3	3,2	3,21	10	5	7
Resp. errada tipo B1	3,25	3,2	5	5	5
Resp. errada tipo B2	3,021	3,2	5	0	2
Resp. errada tipo B3	3,009	3,2	0	10	5
	3,025	3,2	5	0	2
	3,0009 e 3,021	3,2 e 3,25	0	5	2

Um primeiro aspecto é a necessidade de o professor se descentrar do campo matemático estruturado que, naturalmente, é o seu, por inerência da sua formação académica. O professor precisa colocar-se na posição do não-conhecedor, procurando perceber os seus processos e quais as suas possibilidades de sucesso. Para isto, será necessário que consciencialize a teoria da construção do conhecimento matemático que utiliza, de forma a melhor interpretar as dificuldades sentidas pelos alunos e a estruturar metodologias de intervenção na sala de aula coerentes com a sua teoria de ensino-aprendizagem.

Segundo Booker (1988), estas metodologias deverão ter em consideração os seguintes passos:

1. identificar a estratégia da criança;
2. determinar a origem da dificuldade da criança;
3. conduzir a criança a ver que a sua estratégia é inadequada;
4. guiar a criança para a estratégia apropriada;
5. proporcionar prática que leve à generalização desta estratégia para situações mais complicadas.

A finalidade é ajudar o aluno a consciencializar o seu processo cognitivo. O problema que, penso, se põe é como conseguir isto com crianças de 10 - 11 anos, ou menos.

Vários autores (Meissner, 1986; Sierpinska, 1988) referem estudos com metodologias baseadas no conceito de conflito cognitivo: a ideia é pôr o aluno perante dois resultados contraditórios ou perante os limites dos seus próprios conceitos. Sierpinska chama a atenção para que só é possível tomar consciência de uma contradição se ela existir no campo cognitivo do sujeito, isto é, se o fundamental para ela deixar de existir já tiver sido alcançado; há, pois, todo um trabalho que tem que ser feito de forma a que o conhecimento tido pelo sujeito como absoluto seja relativizado. A autora descreve e analisa uma sua experiência sobre os conceitos de infinito, de infinitamente pequeno e de limite, com a finalidade de o aluno consciencializar a sua forma de ver estes conceitos, perceber que há outras formas de os olhar e quais são as consequências de uma ou de outra forma.

Borasi (1987, 1988) aponta para uma outra forma de olhar e explorar o erro na sala de aula, a partir da concepção de que todo o erro é relativo a um determinado quadro de referência :

$\frac{2}{3}+\frac{4}{7}$ é um cálculo errado no domínio das fracções, mas não o é no das razões. Segundo esta autora, esta perspectiva potencializa a possibilidade de se explorarem diferentes campos matemáticos e leva o aluno a olhar para o que faz de forma diferente – mais como o resultado do seu ponto de vista sobre o assunto do que como fruto de uma qualquer incapacidade sua.

Vergnaud (1981) considera fundamental que o professor saiba quais são os teoremas e conceitos em acto que o aluno precisa dominar de forma a adquirir o conhecimento visado e que os saiba tornar acessíveis aos alunos. Brissiaud (1994) mostra claramente como isto pode ser feito no que respeita à aprendizagem da resolução de problemas cujo enunciado fale de aumentos, mas cuja solução algébrica é uma subtracção, como sejam:

"O João tem 5 berlindes; comprou mais alguns e ficou com 13. Quantos comprou?" ou

"A Maria tem 13 cromos e a Ana tem 7. A Ana quer ter tantos cromos como a Maria. Quantos cromos deve a Ana comprar?".

Depois de analisar o problema, estudando vários trabalhos relativos ao grau de sucesso de crianças do Ensino Primário neste tipo de problemas e ao tipo de estratégias de resolução utilizadas, Brissiaud postula que um maior número de crianças conseguirá resolver este tipo de problemas com sucesso se:

1. não forem obrigadas a resolver este tipo de problemas utilizando uma operação aritmética;
2. lhes fôr permitida e valorizada a resolução com base em desenhos e/ou objectos;
3. forem "ensinadas" a resolver subtracções utilizando a estratégia "de avanço": a finalidade é conseguir que o Sistema de Representação e Processamento Aritmético da criança seja completo, incluindo, além do esquema de resolução de subtracções, conhecido como "estratégia de recuo" (para resolver 13 – 7, fazem: 13, tira-se 1, ficam 12, 11 — tirou-se 2 , ... , 6 – tirou-se 7, resposta 6), o esquema baseado numa "estratégia de avanço": para calcular 32 – 29, fazem: 29 mais 1, 30; mais 2, 31; mais 3, 32; resposta 3. Segundo Brissiaud, as crianças podem ser levadas a construir este último esquema se lhes forem propostos problemas de subtracção com números escolhidos de tal forma que as leve a vivenciar um conflito entre os custos de utilizar uma estratégia mais elaborada – a de "avanço" – e os de utilizar uma estratégia mais simples, porque mais natural, mas mais trabalhosa – a de "recuo".

Este trabalho parece-nos dar pistas muito importantes para o que pode ser um trabalho que efectivamente venha a contribuir para alterar em profundidade a situação do Ensino/Aprendizagem da Matemática.

[1] Estes resultados foram obtidos pela autora ao aplicar uma ficha sobre decimais a duas turmas de 6º Ano de escolaridade de uma escola dos arredores de Lisboa.

Referências

Bickhard, M. H. (para publicação). Critical principles: on the negative side of rationality. In W. Herfel & C. A. Hooker (eds) *Beyond ruling reason: non formal approaches to rationality.*

Booker, G. (1988). The role of errors in the construction of mathematical knowledge. In CIEAEM(org.) *Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathématique.* Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

(continua na página 30)

podemos ficar apreensivos quanto às previsões que foram, feitas, não por terem sido excessivas, mas por terem ficado aquém da realidade. Se limitar a minha reflexão ao 3º ciclo do ensino do básico, ciclo em que a resolução do problema não deveria oferecer qualquer dificuldade, sei que uma grande parte dos alunos não corresponderia às expectativas, quer no domínio da Matemática, quer no domínio da Língua Portuguesa. Frases como:

"O meu resultado foi negativa ambos dois"

"Eu fiz sempre o tabalho de casa, mas copiei pelas soluções muito pouco"

"Fis quase sempre os trabalhos de casa ao primeiro copiei"

"Resultados dos testes —> insuficiente quase positiva 2 insuficiente eu desci correi-me mal"

"Ficha de auto avaliação — eu ás vezes a stora estava a por no quadro a escrever e eu não escrevia"

"Prenchi a ficha mas não me lembro do que lá puz. Porque esqueci-me dela"

"Os resultados dos meus testes não sei se são baixos ou altos mas apesar de tirar 2as negativas mas vou tentar me esforçar cada vez mais"

"tenho feito o trabalho de casa mas quando é raro não fazer peço ajuda a outra pessoa, que os tenha feito"

"o resultado dos textes não foram lá muito bons"

"acho que não foram mau de todo

são extraídas de algumas das auto-avaliações dos meus alunos. Nem sequer são das piores, mas chegam para mostrar o mau estado em que se encontra a língua portuguesa. Sei que a luta não é apenas dos professores de Língua Portuguesa. Todos nós, professores, devemos dar o nosso contributo para reduzir o insucesso escolar na língua materna. Cada batalha ganha é também uma vitória para os campos específicos que leccionamos.

Dilma Gomes
E.S. de Paços de Ferreira

A Redacção reserva-se o direito de editar os textos recebidos de modo a tornar comportável a inclusão das contribuições recebidas no espaço disponível na revista

IX Seminário de Investigação em Educação Matemática

Vai realizar-se antes do ProfMat, nos dias 9 e 10 de Novembro próximo mais um seminário de investigação. Irá decorrer na E. S. Francisco de Holanda em Guimarães e, como já foi divulgado, está previsto o tratamento de temas diversificados, nomeadamente, Pensamento matemático, Desenvolvimento profissional, Internet na educação e Funções semióticas. Como habitualmente constarão do programa sessões plenárias — conferências e um painel, este dedicado à divulgação de projectos de investigação a nível nacional — comunicações orais e em cartaz

As inscrições estão já a decorrer — embramos que o primeiro prazo de é até dia 31 de Julho — e são bem vindas todas as propostas de participação, em forma de comunicação oral eu em cartaz.

Para qualquer informação contactar:

José Portela ou Isabel Vale
Dep. de Matemática, Ciências e Tecnologia, Esc. Sup. de Educação
Apart. 513 - 4900 Viana do Castelo

Os professores e os erros dos alunos

(continuação da p. 21)

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics*, 7, 3, pp 2 – 8.

Borasi, R. (1988). Alternative perspectives on the educational use of errors. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) *Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathématique*. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Brissiaud, R. (1994). Teaching and development: solving "missing addend" problems using subtraction. *European journal of Psychology of Education*, vol. IX, 4, pp 343 – 365.

Inácio, M. A. (1997). *Como os professores lidam com os erros dos alunos*. Dissertação de Mestrado. Lisboa: ISPA.

Meissner, H. (1986). Cognitive conflicts in Mathematics learning. *Jornal europeu de Psicologia da Educação*, Vol. 1, n.º 2, pp 7 – 15.

Resnick, L. (1987). Constructing knowledge in school. In L. Liben (Ed.) *Development and Learning*. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Schneuwly, B. (1994). Contradiction and Development: Vygotsky and paedology. In *European Journal of Psychology of Education*, IX, 4, pp 281 – 291.

Sierpinska, A. (1988). Sur la relativité des erreurs. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) *Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathématique*. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Vergnaud, G. (1981). *L'Enfant, la Mathématique et la Réalité*. Berna: Peter Lang.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol 23, pp 133 – 170.

Vygotsky, L. S. (1934). Il problema della periodizzazione dello sviluppo infantile. In L. Mecacci (Ed.) *La psicologia sovietica* 1917 – 1936, pp 315 – 329. Roma: Riuniti, 1976.

Maria Alice Inácio
Esc. Sec. Eça de Queirós, Olivais