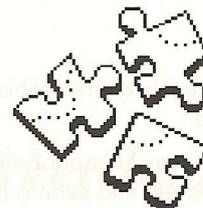


O problema deste número



Sobre os problemas anteriores

O problema do número 44

Viva o Norte! Depois da "ausência" no problema anterior, desta vez o Norte participou em força, de tal modo que se bateram os recordes desta secção com 17 respostas recebidas. É que, *quando nos provocam, resolvemos tudo e mais alguma coisa...* (Ana Maria Rodrigues).

O problema proposto na revista número 44 foi "O número do telefone do Luís":

O Luís mudou de casa e deu-me a sua nova morada.

– Quanto ao número de telefone, vais ter de o descobrir – disse-me ele. – É um número de cinco algarismos e, curiosamente, é divisível por 7, por 8 e por 9.

Não foi preciso pensar muito:

– Só com essas indicações não vou lá.

– Tens toda a razão, – retorquiu. – Mas vê tu que os dois primeiros algarismos, os da esquerda, coincidem com o número da minha porta.

Um minuto depois exclamei:

– Ótimo, agora já te posso telefonar!

Qual é o número do telefone do Luís?

As resoluções foram enviadas por Alice Bárrios e Francisco Estorninho (Lisboa), Ana Loureiro (Barcelos), Ana Rodrigues (Braga), Carla Reis (Azambuja), Carlos Moura (Santo André), Heitor Surrador (Aveiro), Helena Vaz (Tavira), Idália Pesquita (Venda do Pinheiro), Isabel Sá (Espinho), João Alves (Chaves), José António Alves (Portimão), Madalena Fernandes (Vieira do Minho), Pedro Serranho (Lisboa), Raquel Azevedo (Famalicão), Rui Simões (Reguengos de Monsaraz), Romeu Vieira da Silva (Beja), Susana Ribeiro (Braga) e Vidigal Minga (Paço de Arcos).

O raciocínio que está na base da resolução do problema é posto de forma muito clara e sintética pelo Heitor Surrador:

– Se o número é divisível por 7, 8 e 9 então é divisível pelo menor múltiplo comum destes números. Logo, será

múltiplo de $7 \times 8 \times 9 = 504$.

– Conhecendo os dois primeiros algarismos, bastaria ver quais os múltiplos de 504 que se situavam nesse milhar. Ora, como o amigo do Luís não teve dúvidas quando soube essa informação, é porque nesse milhar há apenas um múltiplo de 504.

Agora, utilizando o factor constante da calculadora podemos obter rapidamente os múltiplos de 504 (Isabel Sá) e procurar aquele que é único no seu milhar. Encontramos então o 62496.

No entanto, para quem não goste de ir procurar simplesmente o número numa listagem, pode continuar-se o raciocínio:

Temos de descobrir um múltiplo de 504 terminado entre 496 e 503, para que, somado com 504 "salte" para a casa dos milhares seguinte e subtraindo-lhe 504 "salte" para a casa dos milhares anteriores (Raquel Azevedo e Susana Ribeiro).

Para um número ser divisível por 8, o número formado pelos seus três últimos algarismos tem de ser múltiplo de 8. Ora, de 496 a 503, o único divisível por 8 é precisamente 496. Já sabemos então a terminação do telefone do Luís. Para se obter um múltiplo de 9, os dois primeiros algarismos têm de ser: 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80, 89 ou 98. Basta agora testar em que caso se obtém um número divisível por 7. O único nestas condições é o 62496.

Há quem queira levar a confirmação mais longe: *Será este o número de telefone do Luís? Fui verificar na minha agenda e garanto que não corresponde a nenhum Luís que conheça (Rui Simões). Mas há mais Luíses na Terra...*

Por fim, a Ana Maria Rodrigues, na

Problema proposto

Vida de cão

O casal Silva vai passear. Cada um deles quer levar o cão pela trela e como não chegam a acordo, decidem atar ao pobre animal duas trelas de 2 metros cada uma.

Quando chegam ao parque, caminham a 2 metros um do outro.

Qual é, em cada momento, a área em que o cão pode andar livremente?

(Respostas até 6 de Março)

sequência deste problema, propõe um outro:

"Pede ao Luís para me telefonar. Como ele não sabe o meu número, diz-lhe que tem 6 algarismos, sendo os três últimos um número primo cuja soma de algarismos é 10.

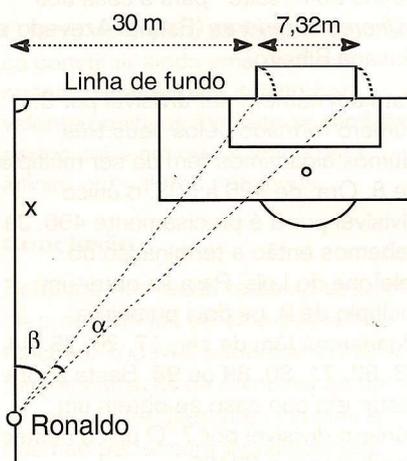
Curiosamente, a soma dos três primeiros também é 10 mas infelizmente o número por eles formado não é primo, embora seja múltiplo de um primo de três algarismos capicua.

Provavelmente o Luís vai dizer que os dados não chegam. Mas eu dou mais uma ajuda: os quatro primeiros algarismos são pares, não há repetição de algarismos e a soma dos dois ímpares não é 4."

Querem resolvê-lo?

O problema do número 45

Na anterior edição da revista, dedicada às novas tecnologias, o problema proposto foi "O remate do Ronaldo":



Ronaldo, o melhor avançado do mundo, corre com a bola nos pés ao longo da linha lateral do campo de futebol, perseguido de muito perto por um defesa da equipa adversária.

Ronaldo quer rematar à baliza mas claro que só vai fazê-lo quando estiver nas melhores condições, isto é, quando o ângulo com que vê a baliza seja o maior possível.

A que distância da linha de fundo vai ele rematar?

Escolhi este problema porque é um daqueles que pode ser facilmente resolvido com a ajuda das novas tecnologias. No entanto, com alguma surpresa minha, apareceram várias resoluções analíticas e até uma, completamente geométrica e extremamente interessante, que o Eduardo Veloso apresenta no artigo especial que fez para esta revista e que foi também a utilizada pelo Luis Pato.

Tivemos 15 respostas: Alice Bárrios e Francisco Estominho (Lisboa), Carlos Moura (Santo André), Cristina Viegas (Torres Vedras), Eduardo Veloso (Lisboa), Emídio Rodrigues (Amadora), Fernando Dias (Almodôvar), Isabel Sá (Espinho), Jaime Pinheiro Filipe (Barreiro), João Alves (Chaves), João Janeiro (Lisboa), José António Alves (Portimão), Luis Pato (Oliveira do Hospital), Mário Roque (Guimarães), Pedro Serranho (Lisboa) e Romeu Vieira da Silva (Beja).

O João Janeiro resolveu o problema com o programa de computador Sketchpad (ver artigo do Eduardo Veloso).

Mas outros processos existem de chegar à solução. Vamos chamar x à distância a que Ronaldo está da linha de fundo. Temos então

$$\alpha + \beta = \arctg \frac{37,32}{x}$$

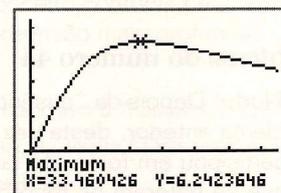
$$\beta = \arctg \frac{30}{x}$$

$$\alpha = \arctg \frac{37,32}{x} - \arctg \frac{30}{x}$$

Trata-se agora de encontrar o mínimo desta função, o que facilmente se consegue com uma calculadora gráfica.

```

P1ot1 P1ot2 P1ot3
\Y1Btan-1(37.32/X
)-tan-1(30/X)
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
    
```



Ronaldo tem de rematar quando está a 33,46 metros da linha de fundo, e o ângulo com que vê a baliza é de 6,24°.

Este resultado também pode ser obtido por via analítica desde que se saiba a derivada do arctg.

A Cristina Viegas, a Isabel Sá, o Mário Roque e o Pedro Serranho usam um processo ligeiramente diferente. Como α é um ângulo agudo, o ângulo com que o Ronaldo vê a baliza é o maior possível quando a tangente desse ângulo for máxima (Isabel Sá).

Fazendo $\tg \alpha = \tg [(\alpha + \beta) - \beta]$ e aplicando a fórmula da tangente da diferença, chega-se a

$$\tg \alpha = \frac{7,32x}{x^2 + 1119,6}$$

e o mínimo desta função facilmente se obtém por via analítica, derivando e igualando a 0 a expressão anterior. Ou então usa-se a calculadora gráfica.

O Mário Roque, depois de propor e discutir este problema com os seus alunos, levanta algumas questões interessantes: Será que, ao Ronaldo interessa apenas o ângulo com que vê a baliza? Não será a distância à baliza um factor importante para quem remata?

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira
Lisboa