

## O problema do ProfMat 97

*José Paulo Viana*

Para o ProfMat da Figueira da Foz organizou-se o habitual concurso, que este ano consistia na resolução do problema "Presos na Torre":

*Em tempos que já lá vão havia dois matemáticos muito bons, capazes dos melhores raciocínios.*

*Uma vez, devido a uma vaga de repressão política, foram presos e levados para duas celas no alto de uma enorme torre. Através da sua janela, cada um deles conseguia ver metade da paisagem. No entanto, como as celas estavam em lados opostos da torre, no total, eles viam toda a paisagem. E lá ficaram incommunicáveis, tanto entre si como com o resto do mundo.*

*O responsável pela vaga de repressão também gostava de Matemática e resolveu dar-lhes uma hipótese de serem libertados. Por isso comunicou a cada um deles:*

*– A partir desta torre vêem-se 11 ou 12 aldeias. Se algum de vocês conseguir deduzir quantas são exactamente as aldeias, liberto*

*imediatamente os dois. Comecem a pensar, que a partir de amanhã já podem responder.*

*E todos os dias, à mesma hora, levava-lhes comida e perguntava se já tinham chegado a alguma conclusão.*

*No quinto dia, um dos matemáticos disse que já sabia a resposta e explicou porquê. E os dois homens partiram em liberdade.*

*Quantas aldeias se avistavam da torre?*

Para que um dos matemáticos consiga descobrir o número de aldeias, vai ter de raciocinar não só sobre aquilo que o outro pode estar a ver mas também sobre aquilo que o outro está a pensar. Como muito bem salientou o Jacinto Salgueiro, a chave do êxito estava na confiança que cada um depositava no raciocínio do outro.

Praticamente todos os concorrentes seguiram a mesma linha de resolução.

Vou colocar-me no papel de um dos matemáticos e analisar os vários casos possíveis.

A) Se avisto 12 aldeias da minha janela, é tudo fácil e não tenho qualquer dúvida. O outro matemático não pode estar a ver nenhuma e portanto há 12 no total. No primeiro dia comunico ao guarda que são 12.

B) Se não avisto nenhuma aldeia, também não é difícil. O meu colega pode estar a ver 11 ou 12 aldeias. Espero que passe um dia. Se forem 12, o outro faz o raciocínio que está em A) e sou libertado. Se não, no segundo dia comunico ao guarda que há 11 aldeias no total.

C) Se vejo 11 aldeias da minha janela, sei que o outro preso ou vê uma ou não vê nenhuma. Se ele não vê nenhuma, então vai fazer exactamente o mesmo raciocínio que eu fiz em B) e seremos libertados no segundo dia. Se isso não acontecer, fico a saber que ele está a ver uma aldeia e ao terceiro dia comunico ao guarda que são 12.

### PARTICIPANTES

Alberto Teixeira  
Augusto Taveira  
Braulino Salgueiro  
Carlos Moura  
Celeste Freire  
Fausto da Silva  
Heitor Surrador  
Helena Martinho  
Jacinto Salgueiro  
José Manuel Duarte  
Luis Ferreira  
Manuela Labrusco  
M<sup>o</sup> João Lagarto  
M<sup>a</sup> José Rocha Santos  
Miguel Gomes  
Miguel Mata  
Pedro Girão

#### Equipas:

- Alexandra Martinho, Emanuel Martinho e Margarida Pinto
- Ana Cristina Esteves e Cláudia Santos
- Ana Luisa Correia, João Afonso e Miguel Castro
- Anabela Magalhães e António Dias
- Isabel Brandão e João Rino
- Iva Angelino e Nuno Angelino

D) Se avisto 1 aldeia, sei que o outro preso está a ver 10 ou 11 aldeias. Se ele estiver a ver 11, então vai fazer exactamente o mesmo raciocínio que fiz até C) e seremos libertados no terceiro dia. Se isso não acontecer, posso concluir que ele está a ver 10 aldeias e ao quarto dia comunico ao guarda que são 11.

E) Se avisto 10 aldeias, sei que o outro vê uma ou duas. Se ele estiver a ver uma, então vai fazer exactamente os mesmos raciocínios que fiz até D) e seremos libertados no quarto dia. Se isso não acontecer, fico a saber que ele está a ver duas aldeias e ao quinto dia comunicamos ao guarda que são 12.

Ora, no nosso problema, um dos matemáticos falou no quinto dia. Portanto, o que disse ao guarda foi que o total de aldeias era de 12.

*(Continua na página 32)*

### PRÉMIOS

1<sup>o</sup> Ana Cristina Esteves e Cláudia Santos

Calculadora gráfica TI-92

2<sup>o</sup> Miguel Mata

Calculadora gráfica TI-86

3<sup>o</sup> Braulino Salgueiro

Calculadora gráfica TI-80

4<sup>o</sup> M<sup>a</sup> Helena Martinho

Livro "Desafios 6"

5<sup>o</sup> Ana L. Correia, João Afonso,

Miguel Castro

Livro "Desafios 6"

6<sup>o</sup> Pedro Girão

Livro "Desafios 6"

Os concorrentes devem contactar com a sede da APM a fim de receber os prémios.

Os prémios foram oferecidos pela Texas Instruments e pelas Edições Afrontamento.

Este instrumento de trabalho é extremamente importante pois ajuda quer o aluno quer o professor a aperceber-se onde residem as dificuldades.

Assim, o professor poderá orientar o aluno, caso seja necessário, para algumas actividades de remediação que o ajudem a superar as dificuldades sentidas. Note-se que estes alunos não precisam de um apoio específico do professor. Estes necessitam, por vezes, só de uma orientação (do professor) e talvez da ajuda de um colega que não sinta dificuldades naquele tema específico.

O aspecto deste plano, no final do mês, é o de uma mancha verde, amarela ou vermelha, consoante as dificuldades sentidas, permitindo uma avaliação rápida do trabalho desenvolvido pelo aluno e o reconhecimento rápido das dificuldades sentidas. No verso deste documento o aluno faz um breve relatório sobre o seu trabalho registando as dificuldades que sentiu. Em "Observações" o professor orienta o trabalho para o

próximo mês, dando algumas ideias sobre que actividades deve desenvolver para que o aluno supere as dificuldades sentidas. Este plano também vai para o encarregado de educação tomar conhecimento do trabalho desenvolvido pelo aluno em cada mês<sup>1</sup>.

Espero que este relato sobre a minha experiência com as minhas turmas do 3º ciclo da Escola EB2,3/ES de Cunha Rivara, em Arraiolos, possa ajudar alguns colegas nesta árdua tarefa que é a de ensinar Matemática. Acima de tudo espero que sirva de ponto de partida para outras actividades mais enriquecedoras para os alunos.

Não basta tomarmos consciência que hoje a escola é de massas. É necessário transformá-la, é urgente mudarmos os métodos pedagógicos para que TODOS aprendam o que conseguem durante os nove anos de permanência obrigatória na escola. Todas estas mudanças estão consagradas na lei dando-nos 95 a 110 horas, em média uma hora por semana por disciplina, para trabalhar

mos de maneira diferente os currículos, diversificando os métodos (Despacho 142/ME/90 de 1 de Setembro — Plano de concretização da área escolar, seu modelo organizativo e sugestões de estrutura). Analisando, ainda, o Decreto-Lei 286/89 de 29 de Agosto, este define os três grandes conceitos inovadores a introduzir nos currículos de todos os ciclos de ensino:

- Dimensão Humana do Trabalho
- Domínio da Língua Materna
- Formação Pessoal e Social

Então, hoje todos nós, profissionais de educação, somos obrigados (por lei) a organizar o ensino de modo que todos aprendam. Quem só pensa que se pode fazer alguma coisa, é responsável por não se fazer nada ou pelo fracasso do que se faz.

<sup>1</sup> Neste documento aparecem espaços dedicados a "projectos", "questionários dos colegas" e "outras actividades". Estes fazem parte de uma outra experiência de trabalho, mas não dissociada desta, que poderei relatar numa próxima oportunidade.

José António Covêlo Vieira  
Escola EB2,3/ES de Cunha Rivara  
Arraiolos

### O problema do ProfMat 97 (continuação da página 28)

Ele via 10 da sua janela e concluiu que o outro preso via duas.

Claro que tudo isto só é possível porque cada um dos matemáticos sabe que o outro é capaz de fazer os melhores raciocínios lógicos. Se não fosse isso, o matemático que falou nada poderia concluir pelo facto de se terem passado quatro dias sem ter sido libertado.

A primeira conclusão é que a grande maioria dos nossos concorrentes, se tivesse sido presa nestas circunstâncias, teria conseguido a libertação. Ainda bem!

E surgiram aspectos e comentários bem curiosos.

*As aldeias são espaços físicos e como tal pode haver aldeias sobre a linha divisória do campo de visão dos matemáticos e portanto estes podem ver aldeias em comum (Luís Ferreira).* Mas tanto o Carlos Moura como o grupo da Ana Correia mostram que, se os presos se aperceberem disso, a

solução continua a ser a mesma.

A Celeste Freire levanta uma questão bem mais complexa e que tem a ver com geometria: não é possível, quaisquer que sejam a forma da torre e a posição das janelas, que os dois presos vejam toda a paisagem e não haja sobreposição! Para não haver sobreposição das zonas avistadas por cada um, é necessário que exista uma estreita faixa de terreno que nenhum vê.

Há quem não admita a hipótese de um prisioneiro estar a ver 12 aldeias. É que assim o problema não era problema (Isabel Brandão e João Rino). A Anabela e o António Dias acrescentam mesmo que o autor do problema gosta de ver os outros a pensar e por isso não apresentaria uma situação de resolução imediata (engano...!).

A M<sup>o</sup> João Lagarto apresenta a resposta na forma de um conto.

O Miguel Mata prolonga o raciocínio para além do 5º dia e imagina a

existência de um terceiro matemático que pode logo no primeiro dia informar as famílias dos presos que estes, na pior das hipóteses, serão libertados ao 13º dia.

A Alexandra, o Emanuel e a Margarida deram a resposta quase em código e com a identificação na forma de charada (mas eu não me atralhei...).

Há quem tenha alguma estranheza: *Um carcereiro a gostar de matemática... Mas enfim, como tentou libertar os prisioneiros, já não é de todo mau. Por tal facto, merece o benefício da dúvida* (Braulino Salgueiro)

Finalmente, os parabéns para a resolução da Ana Cristina Esteves e da Cláudia Santos. Absolutamente correcta e clara, é feita na forma de banda desenhada. Temos pena de não a podermos apresentar aqui.

José Paulo Viana  
Esc. Sec. Vergílio Ferreira  
Lisboa