

A tecnologia no currículo de Matemática: dez anos de investigação em Portugal

Paulo Abrantes

Nos últimos dez anos, no âmbito de teses ou de projectos colectivos, foram realizadas diversas investigações sobre a utilização da tecnologia nas aulas de Matemática, em contextos de inovação curricular. Uma análise dos estudos mais significativos mostra que o computador e a calculadora gráfica foram os recursos mais utilizados e que a geometria e as funções foram as áreas privilegiadas. Na maioria dos casos, foi adoptada uma perspectiva que valoriza os métodos de descoberta e, em especial, as actividades de natureza investigativa. Os resultados são muito prometedores e tendem a encorajar novas investigações num domínio em acelerada evolução.

Quando revemos a investigação produzida no domínio da educação matemática em Portugal nestes últimos dez anos, verificamos que uma parte muito significativa foi realizada em torno da utilização de recursos tecnológicos.

Este fenómeno deve-se, em grande parte, à intensa actividade do projecto Minerva e à expansão da APM no fim dos anos 80 e início dos anos 90. O desejo de mudança de muitos professores encontrava um ambiente favorável num período de reforma educativa e no enquadramento proporcionado por numerosas realizações — encontros, acções de formação, grupos de trabalho, publicações — muitas das quais incidiam no uso das novas tecnologias. A sua introdução nas escolas surgia como uma oportunidade de concretizar ideias de renovação pedagógica.

Numa reflexão sobre a utilização da tecnologia no ensino da Matemática, parece pertinente fazer um balanço do que têm sido os objectivos, as perspectivas e os resultados da investigação neste domínio. Por razões de tempo e de espaço, esse balanço será aqui limitado aos principais estudos que assumiram um cunho marcadamente curricular e que envolveram uma forte componente de experimentação nas aulas.

Do LOGO ao software dinâmico para o estudo da geometria

Uma primeira investigação formal sobre o uso da tecnologia foi desenvolvida por João Filipe Matos (1987) ao estudar o ambiente de aprendizagem criado pelo recurso à linguagem LOGO no ensino primário.

Nesta experiência, foram preparados dois tipos de tarefas: folhas de

trabalho, organizadas de modo a permitir a realização de tarefas complexas a partir de procedimentos simples; e projectos livres que as crianças preparavam, antes de irem para o computador, através de desenhos feitos em papel, acompanhados das instruções em LOGO. Os alunos mostraram uma preferência clara pelos projectos, tendendo a escolher as folhas de trabalho apenas na ausência de um projecto da sua autoria. Além disso, a persistência e responsabilidade que revelavam nos projectos estavam praticamente ausentes quando realizavam as outras tarefas. Estas tendiam a provocar intervenções mais directivas da professora e menos reflexão dos alunos. Nalgumas situações, geraram ideias para novos projectos mas isso apenas ocorreu quando os alunos já tinham um nível considerável de programação. Na fase final do estudo surgiram projectos livres de alguns "alunos especialistas" que pareciam corresponder a experiências que as crianças pretendiam fazer no computador "para ver o que dá".

O estudo conclui que as tarefas criativas baseadas na programação em LOGO se revelam fortemente adaptáveis a uma escola do 1º ciclo onde já se praticava uma pedagogia centrada na diversificação de actividades e recursos e na autonomia e responsabilização dos alunos.

O LOGO foi depois usado noutras investigações. Numa delas, Maria Augusta Neves (1988) estudou as suas potencialidades na recuperação de alunos do 9º ano marcados por um insucesso profundo em Matemática. Durante 15 aulas, metade de uma turma trabalhou com o computador com o apoio da investigadora enquanto os colegas tinham aula com a

professora. Textos de apoio e um conjunto de fichas foram postos à disposição dos alunos — bem como um computador para cada par — cobrindo diversos tópicos de geometria (ângulos, polígonos, circunferência, etc.). Predominavam as tarefas de construção numa “abordagem de descoberta dirigida”. Como meios de avaliação foram usados testes, cartas escritas pelos alunos e registos de observação. Nas 15 aulas seguintes, os dois grupos de alunos trocaram de ambiente, mas aqueles que utilizavam o computador trabalharam com um utilitário de desenho (GemPaint).

Tendo em conta o ponto de partida, os alunos (em qualquer dos dois grupos) realizaram progressos notáveis na aprendizagem e uma vincada evolução positiva na visão que tinham sobre a geometria.

Alguns anos mais tarde, Carlota Borges (1994) realizou um outro estudo sobre a utilização do LOGO no ensino de conceitos geométricos (como a igualdade de triângulos), no 7º ano. A experiência comparou duas turmas com idêntico rendimento inicial, depois de uma delas ter trabalhado com o LOGO na unidade de geometria. O grupo experimental obteve melhores resultados num teste de avaliação, não se verificando diferença na retenção de conhecimentos, mas revelando-se o ensino de conceitos com a utilização do computador “mais explícito e mais objectivo”. Por outro lado, tanto as professoras como os alunos apreciaram a experiência, reconhecendo-lhe um contributo significativo na melhoria do ambiente na sala de aula, na motivação dos alunos e nas atitudes destes face à Matemática.

A autora deste trabalho aponta o facto de os alunos terem passado mais tempo na construção das figuras como uma possível explicação para uma melhor consolidação dos conceitos. Os alunos que usavam o computador precisavam de mais tempo para “experimentar estratégias, procurar soluções e avaliar os resultados”.

No ensino secundário, a única investigação em torno de uma experiência

de inovação curricular no domínio da geometria foi conduzida por Manuel Saraiva (1991). Trabalhando com duas turmas do 10º ano, o programa Logo.Geometria foi usado no estudo da geometria vectorial e analítica, numa abordagem que destacava as actividades de exploração e descoberta. Ao longo de 10 semanas, os alunos trabalhavam com o computador na aula de duas horas enquanto nas restantes o professor explorava o trabalho realizado, fazia sínteses, propunha exercícios ou apresentava novos conceitos. No trabalho com o computador, os alunos estavam organizados em pequenos grupos, nos quais deviam discutir as actividades, havendo sempre um responsável (rotativo) pela elaboração de um relatório.

Uma avaliação baseada em registos de observações, nos relatórios dos grupos, nas respostas dos alunos a um questionário e em entrevistas aos professores mostrou que os alunos adquiriram e consolidaram muitos conceitos como consequência da necessidade de “exigir do computador construções e dados para resolver as situações”. Além disso, o programa constituiu um forte estímulo a que os alunos formulassem as suas próprias conjecturas e as testassem, assim como facilitou o aparecimento de diversas estratégias de resolução de problemas. A compreensão da importância das demonstrações revelou-se um processo mais difícil e lento, verificando-se inicialmente que os alunos se limitavam a testar as hipóteses para um ou dois casos. Contudo, a médio prazo, foi possível observar uma evolução em muitos alunos que o investigador considera só ter sido possível devido ao tipo de intervenção do professor, baseada em colocar dúvidas sistematicamente.

Um aspecto interessante deste estudo é que os alunos se aperceberam que, muitas vezes, estavam a fazer experiências cujas consequências não eram conhecidas sequer pelo professor mas que este se dispunha a analisar e discutir as resoluções propostas. Este facto terá contribuído para gerar discussões genuínas na

aula e para que a Matemática começasse a ser vista como uma disciplina em que há “vários caminhos para chegar à solução de um problema”.

Numa reflexão final sobre a organização escolar, o autor do estudo refere a limitação que podem representar as aulas de 50 minutos: “para quem participou neste trabalho não é difícil imaginar que uma sessão pudesse ter a duração de uma manhã”.

Mais recentemente, uma outra investigação em que o computador foi usado no estudo da geometria foi realizada por Margarida Junqueira (1995), a qual recorreu à criação de um ambiente geométrico dinâmico proporcionado pelo programa Cabri-Géomètre. A experiência decorreu numa turma do 9º ano, incidindo na geometria do plano (mediatriz, bissetriz, circunferência) e compreendeu uma sequência de 19 aulas. As tarefas partiam de construções geométricas *resistentes* (isto é, em que as propriedades não mudam quando se modifica a figura por arrastamento de um ponto), e envolveram exploração de propriedades das figuras e justificação das construções. Duas horas semanais eram dedicadas ao trabalho (em pequenos grupos) com os computadores, enquanto as outras duas se destinavam à discussão das actividades e apresentação de novos conceitos.

Há evidência de que as aulas em que os alunos usavam o computador lhes despertaram muito mais interesse. Inicialmente, mostravam-se muito dependentes da professora e da investigadora para a realização das tarefas e revelavam falta de hábitos de trabalho em grupo. Como era de esperar, privilegiavam as actividades de construção, dando menos atenção às justificações. No entanto, verificou-se uma aquisição progressiva de alguma autonomia e o balanço final é francamente positivo. Com efeito, os resultados de um pré-teste e de um pós-teste, baseados nos níveis de van Hiele, registam uma evolução estatisticamente significativa. No fim, 70% dos alunos era capaz de reconhecer figuras geométricas em termos das

suas propriedades (nível 2) e não apenas da sua aparência (no início, apenas 35% se situavam acima do nível 1); além disso, alguns eram capazes de estabelecer relações entre essas propriedades e produzir ou acompanhar raciocínios dedutivos (nível 3), o que não se verificava com nenhum no início.

A autora deste trabalho recorreu ainda à análise de episódios de ensino gravados em vídeo. As conclusões confirmam que o tipo de *software* usado tem enormes potencialidades como apoio a actividades geométricas de natureza investigativa, estimulando a formulação e validação de conjecturas. Destaca-se o valor de uma abordagem baseada na "dialéctica da justificação e refutação": a procura de argumentos para convencer os outros contribui para que os alunos clarifiquem e aprofundem as suas ideias e as apresentem de uma forma cada vez mais organizada.

Um aspecto que também ressalta deste estudo é a importância do factor tempo, em especial quando se consideram objectivos complexos como a compreensão da importância de produzir justificações e provas. As actividades realizadas consumiram muito tempo mas correspondem a uma etapa que não poderia ter sido queimada. Além disso, a autora considera que, depois desta experiência, dever-se-ia passar a uma fase de trabalho com figuras e construções menos familiares envolvendo raciocínios mais complexos, sugerindo que este tipo de *software* seja acompanhado de materiais adequados que permitam o seu uso em momentos diversos ao longo de vários níveis de escolaridade.

A folha de cálculo e os conceitos numéricos

Uma outra linha de trabalho procurou explorar as potencialidades da folha de cálculo em actividades de resolução de problemas envolvendo conceitos numéricos dos currículos dos dois primeiros ciclos de escolaridade.

O primeiro estudo deste tipo foi realizado por Leonor Moreira (1989)

que trabalhou o conceito de proporcionalidade com duas turmas do 6º ano. Foram constituídos dois grupos de 18 alunos, equivalentes dos pontos de vista de sexo, idade e aproveitamento em Matemática, baseando-se o ensino, para ambos, na resolução e exploração de situações problemáticas e no trabalho em pequenos grupos ao longo de oito aulas. Num dos grupos, os alunos eram encorajados a usar a folha de cálculo.

Os alunos realizaram um pré-teste e um pós-teste com problemas sobre proporcionalidade e sobre outros tópicos. Os resultados melhoraram de um teste para o outro mas o crescimento é maior no grupo experimental e a diferença é estatisticamente significativa no conjunto das questões sobre proporcionalidade, não o sendo no das restantes questões. Além disso, dentro do grupo experimental, as diferenças entre alunos de distintos níveis de aproveitamento devem-se aos outros temas e não ao da proporcionalidade. Finalmente, não se verificam diferenças significativas entre raparigas e rapazes.

Estes resultados e os registos de observação das aulas levam a investigadora a concluir que a folha de cálculo teve um papel positivo na construção dos conceitos de proporcionalidade e percentagem, bem como na capacidade de resolução de problemas, sendo o seu efeito extensivo aos alunos de menor aproveitamento escolar. A folha de cálculo revelou-se particularmente útil na descoberta de regularidades numéricas e na resolução de problemas por ensaio e erro sistemático. Por outro lado, é interessante notar que os alunos se limitaram a usar um número reduzido de funções e comandos, o que fizeram sem grande dificuldade, não tendo necessidade de um conhecimento aprofundado das potencialidades do programa.

O mesmo se passou, com alunos do 4º ano, num trabalho de Dárida Fernandes (1994). A investigadora considera que os alunos entenderam a estrutura da folha de cálculo mas que a aprendizagem de alguns

comandos deve ser feita de modo gradual, consoante as necessidades dos projectos e as motivações das crianças. O uso do computador contribuiu para que a turma se revelasse mais aberta à pesquisa e à resolução de problemas, tendo o professor reconhecido que a experiência lhe suscitou uma reflexão sobre a prática pedagógica e gerou oportunidades para actividades de natureza interdisciplinar. A autora do estudo defende que este tipo de trabalho deve ser acompanhado do uso de material manipulável e folhas de apoio que ajudem os alunos a compreender a localização cartesiana no espaço e no plano, e que as actividades devem basear-se em problemas e projectos de trabalho que visem a recolha de informação, a descoberta de relações entre os dados, a sistematização e a comunicação da informação.

A tecnologia gráfica e o ensino das funções

A partir de 1991, a maior parte destas investigações incide nas potencialidades gráficas dos computadores e das calculadoras no estudo das funções no ensino secundário.

Trabalhando a representação gráfica de funções com 5 turmas do 11º e 12º anos, Fernando Duarte (1991) comparou dois métodos de ensino: um método "tradicional", em que o professor explica a matéria e propõe exercícios de papel e lápis; e um método baseado no uso de um programa informático de gráficos (Estudfunc) em que os alunos trabalham em pequenos grupos e têm uma maior autonomia na exploração de situações. Cada turma foi dividida em dois grupos, com idêntica dimensão e nível de aproveitamento, funcionando um deles como grupo experimental. Qualquer dos grupos trabalhou naquela unidade durante oito aulas com o seu professor habitual.

Os registos de observação, os relatórios dos professores e as respostas dos alunos a um questionário mostram que o programa foi bem aceite e contribuiu para a criação de um bom ambiente de trabalho. Por

outro lado, os alunos realizaram (sem o computador) um pré-teste e um pós-teste, incluindo uma parte sobre funções e gráficos e outra sobre um tema distinto (sucessões). Os resultados do pré-teste são idênticos mas o progresso para o pós-teste é maior no grupo experimental e a diferença é estatisticamente significativa no conjunto de todas as questões e no bloco sobre funções e gráficos, não o sendo no bloco sobre sucessões. Estes resultados levam o autor a concluir que o uso do computador teve um efeito positivo na aprendizagem, embora observe que a motivação associada a uma nova experiência pode ter desempenhado um papel importante.

Alguns anos mais tarde, António Domingos (1994) estudou o modo como os alunos, com o auxílio de meios computacionais, compreendem o conceito de função e os processos de tradução entre diferentes representações. O estudo incidiu numa turma do 10º ano, na qual a unidade de funções foi desenvolvida ao longo de 26 aulas com o apoio do programa Funções. As tarefas eram propostas em fichas de trabalho e os alunos eram solicitados a elaborar relatórios sobre as actividades realizadas.

O estudo conclui que o conceito de função era compreendido em todas as representações e que os alunos desenvolveram a capacidade de "distinguir a mesma função em representações diferentes" e facilidade em criar imagens mentais que permitem utilizar as características das funções em situações novas. A resolução gráfica de equações e inequações revelou-se acessível. O uso do computador ajudou a que os alunos formulassem as suas próprias conjecturas e métodos de prova. A elaboração de relatórios sobre as actividades realizadas e a sua discussão ao nível da turma revelaram-se métodos úteis dos pontos de vista da aprendizagem, dos hábitos de trabalho e ainda da avaliação.

Num outro trabalho, Teresa Pimentel Cardoso (1995) estudou alguns aspectos da aprendizagem de concei-

tos de análise numa turma muito fraca do 11º ano, através de uma metodologia que privilegia o uso das calculadoras gráficas e o trabalho cooperativo. A unidade sobre derivadas desenvolveu-se em 27 aulas, compreendendo uma sequência de situações problemáticas e fichas de trabalho, um teste de grupo, um teste individual e um inquérito.

A autora indica que se conseguiu criar um ambiente de trabalho "muito dinâmico" para o qual contribuíram, em conjunto, o uso das calculadoras gráficas, o trabalho de grupo e a natureza das tarefas. Os alunos envolveram-se na aula muito mais do que era habitual e muitos tornaram-se mais activos e investigativos. A calculadora gráfica revelou-se "um instrumento de importância crucial num contexto educativo desfavorável", ajudando os alunos a adquirir uma "compreensão visual" de muitas funções, dando-lhes mais confiança para abordar os problemas e confirmar resultados, e permitindo que muitos destes problemas lidassem com situações realistas. O facto de cada aluno ter sempre uma calculadora disponível foi decisivo.

Os resultados do teste de grupo foram positivos. O mesmo não se passou em muitos casos no teste individual mas, curiosamente, não se verificou uma relação directa entre os resultados do teste de grupo e os dos melhores alunos de cada grupo no teste individual. No que diz respeito às atitudes face à Matemática, observou-se um progresso considerável. A autora sustenta que a evolução em termos de hábitos e atitudes é necessariamente lenta e que, no caso de alunos muito desinteressados, o recurso a metodologias activas é fundamental e deve ser feito mesmo com o eventual sacrifício de conteúdos. Contudo, deve corresponder a uma opção curricular clara e assumida como o programa adequado para esses alunos, a quem a Matemática deve ser apresentada como "uma disciplina atraente e com utilidade".

Outro estudo sobre a utilização das calculadoras gráficas foi desenvolvido

no âmbito de um projecto de formação por quatro professoras (Projecto GEM, 1994), envolvendo ao longo de um ano uma turma do 10º ano e seis do 11º ano de várias escolas. Foram criadas e utilizadas nas aulas diversas tarefas (de estatística e de funções), assumindo várias vezes a forma de pequenos projectos ou investigações.

A avaliação do trabalho, que recorreu à observação e a um questionário final, revelou uma boa aceitação generalizada da calculadora. Uma tarefa consistente em pedir um esboço rápido dos gráficos de oito funções dadas as respectivas expressões analíticas foi realizada no fim do ano e repetida no início do ano seguinte, tendo sido igualmente proposta nesta segunda ocasião em duas turmas exteriores ao projecto. Os resultados das turmas envolvidas na experiência foram superiores aos das outras nas duas ocasiões e melhoraram do primeiro momento para o segundo.

As autoras deste trabalho consideram que a utilização de tecnologia gráfica auxilia a compreensão de conceitos relativos às funções (monotonia, comportamentos locais, etc.) e contribui para melhorar as capacidades de ler, interpretar e esboçar gráficos e de relacionar as representações analítica e gráfica. Além disso, facilita a resolução de problemas, nomeadamente de aplicações realistas da Matemática, bem como um trabalho mais autónomo por parte dos alunos que tendem a encarar com naturalidade as actividades de exploração e investigação. No entanto, chamam a atenção para que o uso desta tecnologia pode reforçar resistências à utilização de procedimentos algébricos.

Como implicações curriculares, o relatório do projecto sustenta a necessidade de se equiparem as escolas com meios que permitam uma utilização generalizada da tecnologia gráfica nas aulas, bem como o seu uso nos exames.

Uma outra investigação envolvendo funções e gráficos havia sido realizada por Susana Carreira (1992) com duas

turmas do 10º ano, no estudo da trigonometria. Os alunos foram encorajados a usar a folha de cálculo na exploração de problemas realistas, ao longo de 12 aulas. Os processos e os produtos de dois grupos foram analisados com pormenor, constituindo os resultados de um teste e as respostas a um questionário fontes de informação adicionais.

O estudo mostra como os alunos usaram o computador "na construção de modelos matemáticos da realidade" e no subsequente estudo de múltiplos aspectos dos problemas. A autora salienta que a folha de cálculo tem imersas as noções de variável e função, e torna claros os procedimentos de composição e inversão de funções. Além disso, permite tirar partido das traduções entre diferentes representações matemáticas de uma situação, ainda que tenda a sugerir a sequência fórmula-tabela-gráfico, o que deve ser compensado por tarefas que apelem a outras sequências.

A integração da tecnologia no currículo

O projecto MAT789 constitui um exemplo de utilização dos computadores ao longo de todo um ciclo de escolaridade (Abrantes, 1994; Abrantes, Leal, Teixeira e Veloso, 1997). Numa das turmas experimentais, as condições aproximaram-se das pretensões da equipa do projecto: existência de um computador na sala de aula e possibilidade de utilizar uma sala de computadores da escola quando necessário. Deste modo, foi possível recorrer ao computador numa grande variedade de situações e com diversos propósitos.

A apropriação progressiva dos recursos tecnológicos, num ambiente de grande flexibilidade curricular, foi um factor determinante da evolução dos alunos. Ao fim de três anos, todos adquiriram uma proficiência mínima na sua utilização e alguns tornaram-se verdadeiros especialistas de certos programas.

O modo de utilização dos computadores adequou-se fortemente ao estilo e objectivos do próprio currículo, em

especial à importância que este atribuía à resolução de problemas e à realização de projectos, e à ênfase que punha no desenvolvimento da autonomia e responsabilidade dos alunos. O computador contribuiu para que os alunos compreendessem a natureza do currículo e valorizassem as actividades mais abertas e criativas: "é como se fosse uma caneta ou um papel, é mais uma forma da gente tentar... em vez de s'tor a ensinar-nos"; "é um utensílio, ajuda a organizar, a fazer projectos".

Breve balanço

Nos estudos sobre o uso da tecnologia, o computador foi o instrumento central até começar a partilhar com as calculadoras gráficas a atenção dos investigadores. As referências a outros recursos são quase inexistentes e mesmo as calculadoras elementares, apesar de integradas nos programas oficiais e nas práticas, não suscitaram um interesse significativo, a não ser do ponto de vista da formação de professores. De facto, apenas uma experiência conduzida por Joana Porfírio (1993) no 7º ano estudou de forma explícita o papel da calculadora como apoio a actividades de resolução de problemas num ambiente de trabalho em pequenos grupos, com resultados muito positivos.

Na investigação relativa à tecnologia, identificam-se duas fases. Numa primeira, a maioria dos estudos realizou-se em torno de dois polos: por um lado, o recurso ao LOGO, nos vários ciclos do ensino básico, para criar ambientes favoráveis ao desenvolvimento de projectos e/ou à aprendizagem da geometria; por outro lado, a utilização da folha de cálculo como um suporte de actividades de resolução de problemas. Numa fase posterior, o uso de programas mais específicos tornou-se dominante, sendo privilegiados dois domínios: a geometria, em relação à qual o interesse parece ter-se voltado para o *software* dinâmico; e as funções, com uma ênfase no uso da tecnologia gráfica, incluindo programas de computador e os modelos recentes de calculadoras.

Quanto às perspectivas pedagógicas, esta investigação tem privilegiado os métodos de descoberta e, em particular, as actividades de natureza exploratória e investigativa. Neste quadro, os resultados são muito positivos, mostrando o grande potencial da tecnologia relativamente a objectivos como o desenvolvimento da autonomia e responsabilidade dos alunos e o seu envolvimento em actividades criativas, designadamente em tarefas de resolução de problemas. Há evidência de que a tecnologia pode constituir um suporte valioso para que os alunos se apropriem de ideias e processos fundamentais em áreas como a geometria e as funções. Muito provavelmente, este facto será extensivo a outros domínios, como a aritmética e a álgebra, mas nestes a investigação é ainda muito escassa.

Implicações destes estudos dizem respeito à necessidade de um planeamento cuidadoso das tarefas e da sua organização na aula, à importância de todos os alunos terem realmente acesso à tecnologia e ainda ao papel desempenhado pelo factor tempo. Aspectos a repensar parecem ser a duração das aulas (períodos de 50 minutos podem ser inadequados) e o número de alunos com quem se trabalha em simultâneo (grupos de dois ou três tendem a ser uma opção natural).

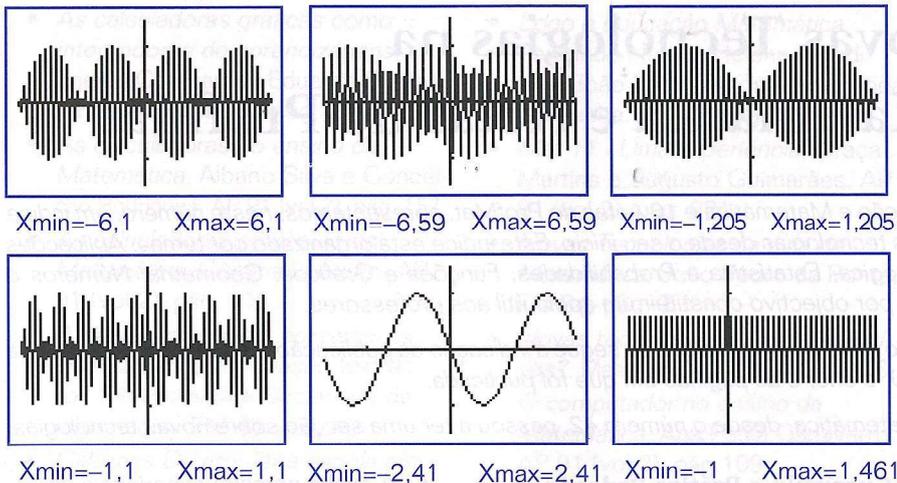
Por outro lado, é interessante verificar que os estudos realizados atravessam todos os níveis de ensino e abrangem escolas das diversas regiões do país e grupos de alunos muito diferenciados, em particular do ponto de vista do desempenho em Matemática.

Apesar de recente, esta investigação apresenta resultados muito prometedores e constitui um património valioso que deve ser estudado e tomado como base para futuros trabalhos, tanto individuais como a desenvolver por projectos colectivos.

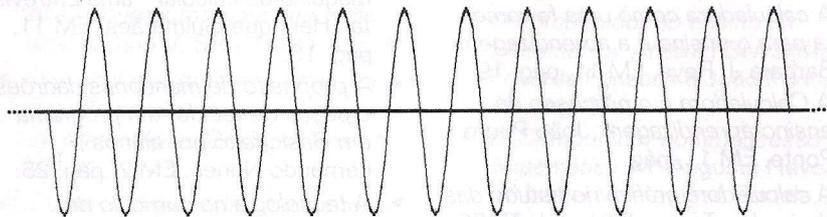
Referências

- Abrantes, Paulo (1994). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática: a experiência do Projecto MAT789*. Tese de doutoramento (Univ. Lisboa). APM.

(continua na pág. 63)

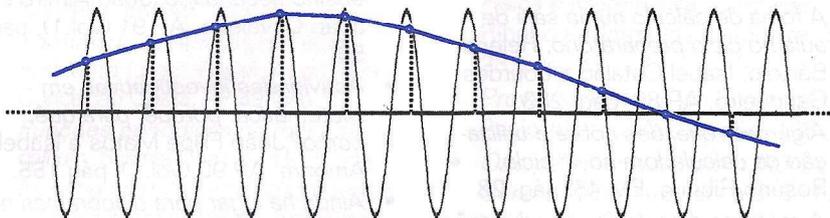


Bom, agora é preciso perceber por que motivo aparecem gráficos tão diferentes. Imaginemos o gráfico desta função num intervalo relativamente pequeno, onde ela tem no entanto uma série de máximos e mínimos:



Quando se pede à calculadora para traçar o gráfico num certo intervalo, ela não pode evidentemente calcular o valor da função em todos os pontos do intervalo, visto existir uma infinidade de pontos. Então, o que a máquina faz é dividir o intervalo em 94 partes iguais, calcular o valor da função para os 95 valores de x obtidos e unir os pontos correspondentes. Na maioria das funções, em que não há muitas variações no sentido de crescimento, não há problemas. Mas neste caso que estamos a estudar, há!

Veja-se o que pode acontecer: entre dois valores de x que a máquina calcula, a função tem sempre máximos ou mínimos. No entanto, a calculadora não sabe isso e limita-se a unir os dois pontos calculados por um segmento de recta. Repare-se na figura: a negro está o verdadeiro gráfico da função e a cores está o gráfico que a calculadora traça depois de efectuar os cálculos para os 11 pontos.



Assim, nesta pequena parte do gráfico, a função é uma senoide com 12 máximos mas a calculadora mostra uma senoide muito mais "aberta", com apenas um máximo.

Conclusão: no estudo de funções trigonométricas, sobretudo nas de período muito curto, é preciso grande cuidado na utilização da calculadora. A realidade pode ser bem diferente daquilo que o visor mostra.

José Paulo Viana
Coordenador do Projecto T³ Portugal

A tecnologia no currículo...

(cont. da pág. 31)

- Abrantes, P., Leal, L., Teixeira, P. & Veloso, E. (1997). *MAT789 — inovação curricular em Matemática*. Lisboa: Fundação Gulbenkian.
- Borges, Carlota (1994). *A linguagem LOGO no ensino-aprendizagem de conceitos geométricos no 7º ano de escolaridade*. Tese de mestrado (Univ. Aveiro).
- Cardoso, Maria Teresa P. (1995). *O papel da calculadora gráfica na aprendizagem de conceitos de análise matemática*. Tese de mestrado (Univ. Minho). APM.
- Carreira, Susana (1993). *A aprendizagem da Trigonometria num contexto de aplicações com recurso à Folha de Cálculo*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). APM.
- Domingos, António (1994). *A aprendizagem de funções num ambiente computacional com recurso a diferentes representações*. Tese de mestrado (Univ. Nova de Lisboa). APM.
- Duarte, Fernando (1991). *O computador e o programa "estdfunc" no estudo das funções*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). Projecto Minerva, pólo do DEFCUL.
- Fernandes, Dárida (1994). *Utilização da Folha de Cálculo no 4º ano de escolaridade: estudo de uma turma*. Tese de mestrado (Univ. Minho).
- Junqueira, Maria Margarida (1995). *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos: um estudo no 9º ano de escolaridade*. Tese de mestrado (Univ. Nova de Lisboa). APM.
- Matos, J. Filipe (1987). *A natureza do ambiente de aprendizagem criado com a utilização da linguagem LOGO no Ensino Primário e as suas implicações na construção do conceito de variável*. Projecto Minerva, DEFCUL.
- Moreira, Maria Leonor (1989). *A Folha de Cálculo na Educação Matemática: uma experiência com alunos do ensino preparatório*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). APM.
- Neves, Maria Augusta (1988). *O computador na recuperação em geometria de alunos do 9º ano*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). Projecto Minerva, DEFCUL.
- Porfírio, Joana (1993). *A resolução de problemas na aula de Matemática: uma experiência no 7º ano de escolaridade*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). APM.
- Projecto GEM (1994). *Calculadoras gráficas no ensino da Matemática — Relatório Final*. Centro de Formação da APM.
- Saraiva, Manuel (1991). *O computador na aprendizagem da geometria*. Tese de mestrado (Univ. Lisboa). APM.

Paulo Abrantes
Faculdade de Ciências
Universidade de Lisboa