

Modelação computacional em Ciências e Matemática

Vitor Duarte Teodoro

O mais importante desenvolvimento nos últimos anos na utilização de computadores nestas disciplinas corresponde à criação de *software* educacional que possibilita aos alunos a manipulação de conceitos formais, como são a maioria dos conceitos matemáticos e científicos, sem necessidade de recursos a complexas linguagens de programação. Esse *software* — *software* de modelação — pode facilitar a criação de poderosos ambientes de aprendizagem, em que a perspectiva construtivista seja dominante, apresentando simultaneamente potencialidades de abordagem integrada das ciências e da matemática.

Nos últimos anos assistiu-se a uma aceitação generalizada da importância da utilização do computador na educação científica e matemática. Desde a década passada que se reconhece que o computador pode melhorar significativamente as práticas pedagógicas nestas disciplinas, nomeadamente no laboratório e na representação de objectos matemáticos como, por exemplo, funções e figuras geométricas.

Modalidades de utilização dos computadores na educação científica e matemática

Neste breve artigo apresentam-se algumas ideias referentes ao mais importante desenvolvimento da utilização de computadores na educação científica e na educação matemática nos últimos anos — a utilização de *software* de modelação computacional. É hoje amplamente aceite que a utilização de computadores nestas áreas do currículo pode ter várias modalidades, a saber:

- Aquisição de dados e medida, utilizando sensores, interfaces e *software* de aquisição e tratamento de dados.
- Simulação de fenómenos naturais, com ou sem modelos matemáticos.
- Modelação computacional.
- Multimédia, livros interactivos e sistemas tutoriais.
- Aprendizagem cooperativa e utilização de redes computacionais.

Qualquer destas modalidades, com excepção da última, são amplamente referidas na literatura já na década passada [1]. Nos últimos anos assistiu-se à crescente utilização de redes computacionais, nomeadamen-

te da Internet, e à melhoria significativa dos ambientes multimédia. Não serão esses os desenvolvimentos que serão analisados neste artigo mas sim o desenvolvimento dos sistemas de modelação computacional e a sua relação com os currículos escolares, nomeadamente as perspectivas que oferecem de uma maior integração entre as ciências e a matemática.

A utilização de sistemas de aquisição de dados está actualmente a generalizar-se nas várias disciplinas de ciências e a iniciar um processo de difusão na educação matemática, em grande parte graças às calculadoras gráficas e aos sistemas de aquisição de dados ligados às calculadoras (os chamados CBL, Calculator-Based Labs).

O que é a modelação computacional

Criar e explorar um modelo de um fenómeno é uma experiência importante no processo de aprendizagem do modo como funciona a Natureza. Como diz Ogborn [2], a criação de modelos é o início do pensamento puramente teórico sobre o funcionamento das coisas.

Vejamus um exemplo simples da criação e exploração de um modelo matemático, numa perspectiva interdisciplinar. O *software* que se utiliza é o Modellus [3], vencedor do concurso de *software* da American Physical Society (1996). Suponhamos que se pretende investigar o lançamento vertical de uma bola, com uma certa velocidade inicial de módulo 20 m/s. Se considerarmos que o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s, e representarmos a coordenada vertical da bola por y , tem-se a seguinte equação para descrever

essa coordenada em função do tempo (todas as grandezas estão representadas em unidades do Sistema Internacional de Unidades):

$$y = 20t - 5t^2$$

Para estudar esta situação no Modellus, simplesmente escreve-se esta equação na janela «Model» cria-se uma animação na janela «Animation» em que se representa a posição da partícula num referencial, com uma certa escala, juntamente com um gráfico de y em função de t (figura 1).

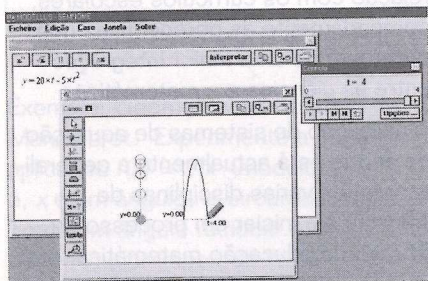


Fig. 1 Uma experiência com um modelo matemático representando um lançamento vertical de uma bola, com uma certa velocidade inicial.

Analisemos este modelo do ponto de vista da matemática. Trata-se de uma função quadrática, em que a variável independente é t e a variável dependente é y . Esta função tem zeros para $t = 0$ e $t = 4$ e um máximo para $t = 2$. A concavidade é «negativa» porque o coeficiente do termo quadrático é negativo.

Modellus permite a investigação de modelos simples, como o apresentado, ou de modelos muito mais complexos e em muitas áreas das disciplinas científicas. Vejamos mais dois exemplos, que evidenciam importantes aspectos das potencialidades de uso interdisciplinar dos programas de modelação.

Na Figura 2 está representado um modelo de crescimento logístico de uma população. A variação da população é proporcional ao valor actual da população. A constante de proporcionalidade dessa relação depende da fracção que falta para se atingir o valor máximo da população.

Neste exemplo, estuda-se o comportamento do modelo para dois valores máximos possíveis da população (100 e 200). Como se pode observar no gráfico, a população tende em ambos os casos para o valor máximo respectivo. Este é um exemplo de um modelo iterativo: há pelo menos uma variável que é calculada por iteração a partir do valor anterior.

Vejamos agora um outro exemplo completamente diferente: o comportamento de um circuito LC, um dos tipos fundamentais de circuitos em estudos de corrente alternada — trata-se de um exemplo de um oscilador electromagnético. Utilizando as leis dos circuitos, é possível escrever uma equação diferencial que descreve o comportamento da intensidade da corrente e da carga eléctrica que circula no circuito. Estas equações estão indicadas na janela «Model» (Fig. 3). Na janela «Animation 1» representa-se o comportamento do circuito para valores iniciais e parâmetros típicos.

Os três exemplos apresentados mostram os três principais tipos de modelação computacional, numa perspectiva quantitativa:

- Modelação com funções (Figura 1).
- Modelação com iterações (Figura 2).
- Modelação com equações diferenciais (Figura 3).

Além destes tipos de modelos computacionais, podem considerar-se modelos «qualitativos», que têm sido

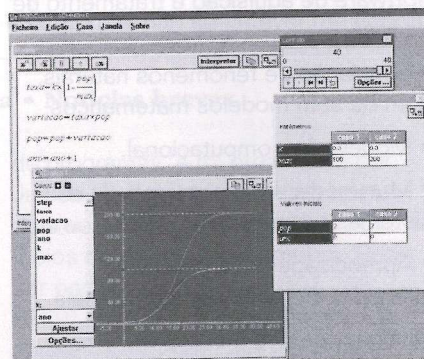


Figura 2. Investigando o comportamento de um modelo de crescimento de uma população quando se modifica o valor máximo que a população pode atingir (de 100 para 200, «Case 2»).

investigados por diversos autores [4]. Na modelação qualitativa, estabelecem-se relações «mais intensas» ou «menos intensas» entre variáveis (que podem ser de carácter qualitativo), estabelece-se o sentido da influência de uma variável noutra e verifica-se como evolui o modelo. A utilidade educativa deste tipo de modelos tem sido objecto de diversos estudos — ver, também, [4] — mas não há ainda conclusões seguras sobre a viabilidade do seu enquadramento curricular.

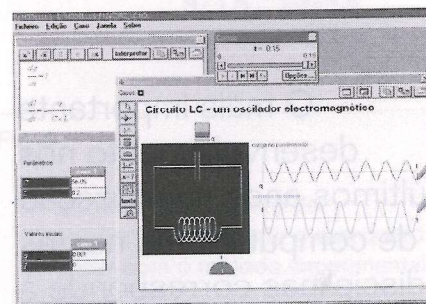


Figura 3. Comportamento de um circuito LC, um oscilador electromagnético.

Refiram-se ainda os modelos computacionais com base em autómatos celulares, isto é, modelos nos quais se define células no espaço, que podem ter certas propriedades e interactuarem com as células vizinhas [5]. Tal como no caso dos modelos qualitativos, a utilização curricular deste tipo de modelos não é ainda suficientemente clara.

Modelação computacional e poderosos ambientes de aprendizagem

A filosofia pedagógica que está na base da utilização educativa da modelação computacional tem origem, em última análise, nas ideias pedagógicas de Papert [6]. Para Papert, era a criança que deveria programar o computador e não o computador que deveria «programar a criança». Papert tem razão quanto ao facto do computador dever ser considerado como uma ferramenta para utilizar nos processos de descoberta e construção do conhecimento. Mas não tem razão quando considera que a utilização de uma linguagem de

programação (Logo) é o principal modo da criança programar o computador. Com a criação de novos tipos de *software* nos últimos vinte anos, tornou-se evidente que há muitos outros processos de «programação» do computador. Estes novos tipos de *software*, desde as folhas de cálculo aos ambientes de construção de figuras geométricas, como é o caso do Cabri-Geometer [7], passando pelos ambientes do tipo do Mathematica [8], Mathcad [9], Genscope [10], Modellus, etc., permitem que o utilizador «programe» o computador praticamente sem recurso a linguagens de programação. Utiliza, pelo contrário, processos de representação muito mais próximos dos processos de representação com «papel e lápis», o que se revela fundamental na medida em que não exige o conhecimento de uma nova sintaxe e uma nova morfologia.

Apesar da prática dominante nos processos de ensino-aprendizagem ser ainda a que corresponde a um modelo de transmissão do conhecimento, há hoje um consenso generalizado na investigação em educação que é necessário substituir essa prática por outra que esteja mais de acordo com um modelo construtivista da aprendizagem [11]. De acordo com a perspectiva construtivista da aprendizagem, é fundamental reconhecer que o aluno constrói o seu próprio conhecimento, a partir do que já sabe e do que é capaz de fazer, inserido em contextos sociais, culturais e funcionais.

As práticas educativas de modelação computacional podem apresentar características de poderosos ambientes de aprendizagem, isto é, ambientes onde:

- O aluno tem oportunidade de utilizar o conhecimento em contextos específicos (por exemplo, uma função quadrática representa a coordenada vertical da bola; essa função tem zeros e máximo, num certo domínio).
- A interacção com os colegas pode ser permanentemente estimulada, originando discussões e sínteses (a utilização educativa de computadores é normalmente realizada em grupos, quer por escassez de recursos quer porque a maioria dos professores reconhece que a prática de actividades em grupo é fundamental para os alunos se apoiarem uns aos outros).
- O aluno tem oportunidade de manipular os objectos formais como entidades «reais» (por exemplo, uma função não é mais uma sequência de símbolos mais ou menos esotéricos; é, pelo contrário, um objecto com que se pensa e que pode servir para representar relações quantitativas em situações específicas).
- O aluno pode concentrar-se no significado dos objectos formais em vez de se concentrar nos processos mais ou menos complexos de resolução de relações entre variáveis (por exemplo, uma equação diferencial é algo que representa o modo como uma grandeza varia; o conhecimento do processo de resolução dessa equação não é absolutamente necessário para utilizar a equação).
- A manipulação directa de múltiplas representações facilita a construção de relações entre essas representações (por exemplo, uma função pode ser representada por uma equação ou por um gráfico, que estão relacionados).
- A sequência de actividades apresenta complexidade crescente, tendo cada passo uma exploração e análise pormenorizada.
- Se reforça o desenvolvimento de competências específicas antes de competências gerais (por exemplo, o que é uma função é algo que se formaliza com rigor apenas depois de se analisarem muitas situações em que a utilização de funções é objecto de uso específico).
- Se acentuam as motivações intrínsecas nos processos de aprendizagem (criar um modelo é, frequentemente, um desafio cognitivo).
- Se facilita a construção de narrativas sobre as representações formais (escrever sobre as características dos comportamentos dos modelos é um processo determinante na construção do conhecimento).

comportamentos dos modelos é um processo determinante na construção do conhecimento).

A modelação computacional dos fenómenos e processos tem como objectivo último facilitar a compreensão desses fenómenos e processos. Mas, note-se que compreender, um termo frequentemente utilizado por professores, é um conceito extremamente complexo de definir. Que significa compreender um conceito físico? E um modelo de um fenómeno físico? Compreender é uma questão de grau, de acordo com Nickerson [12]. Para este autor, há evidência de que se compreende um conceito, princípio, estrutura, processo, de um modo relativamente profundo, quando se é capaz de explicar claramente a um especialista reconhecido, aplicar o conhecimento em vários contextos, produzir representações qualitativas adequadas, fazer analogias com sentido, corrigir erros, prever a influência de variáveis.

A utilização de ambientes de modelação pode potenciar todas estas dimensões do acto de compreender, uma vez que um professor pode facilmente utilizá-los para, por exemplo:

- Solicitar aos alunos a análise do mesmo modelo em contextos diferentes (por exemplo, que outras situações pode uma função quadrática representar?).
- Descrever verbalmente os modelos.
- Identificar analogias (por exemplo, que analogia há entre um oscilador electromagnético e um oscilador mecânico?).
- Corrigir modelos incorrectos (por exemplo, porque razão não é possível representar a distância percorrida pela bola lançada verticalmente através da função $y = 20t - 5t^2$?).
- Prever a influência de variáveis num modelo (por exemplo, que sucede ao tempo que demora a atingir o valor máximo da população quando esse valor é aumentado?).

Por outro lado, a modelação computacional permite a familiarização do aluno com os aspectos formais dos processos e dos fenómenos. E, de acordo com Schank [13], a familiarização é um factor determinante nos processos de compreensão.

Modelação e simulação computacional: diferenças e semelhanças

A utilização de simulações computacionais na educação é frequentemente objecto de crítica porque, dizem os críticos, o que é importante é a observação directa dos fenómenos [14]. Esta crítica é relevante para certo tipo de situações de aprendizagem com simulações, principalmente quando estas são o único processo do aluno tomar contacto com os fenómenos. Pondo de parte a utilização exclusiva das simulações (com eventual excepção de situações que, ou por ocorrerem em escalas, no espaço e no tempo, diferentes das nossas, ou por representarem processos impossíveis de observar por razões de segurança ou outras), há que reconhecer que a utilização cuidadosa de simulações pode facilitar a compreensão dos fenómenos e, até, a realização das experiências reais. Num estudo em curso (feito com a colaboração do autor) e ainda não publicado, sobre utilização de simulações de reacções ácido-base, concluiu-se que as simulações facilitaram não apenas a compreensão dos aspectos formais deste tipo de reacções mas também os aspectos operacionais de manipulação do equipamento experimental.

Frequentemente confunde-se simulação e modelação. Na realidade, pode-se considerar um *continuum* de situações, desde uma situação de «modelação pura» até uma situação de «simulação pura». O que caracteriza a simulação é a representação visual de um processo ou fenómeno com maior ou menor fidelidade perceptual, sem manipulação do modelo formal do processo ou do fenómeno. Por seu lado, a modelação é a representação formal, através de expressões quantitativas (ou qualitati-

vas), de relações entre variáveis que descrevem o processo ou o fenómeno. Entre estas duas situações extremas há todo um conjunto de situações possíveis. A característica determinante da modelação é o acesso e a manipulação das expressões que traduzem as relações entre as variáveis.

Alguns programas de modelação, como é o caso do Modellus, podem ser utilizados para criar simulações e, até, situações de «simulação pura», na medida em que podem funcionar como linguagens de autor. Por exemplo, com o Modellus pode criar-se uma situação representando uma situação complexa, fechar a janela «Model», de modo a não ser visível pelo aluno, e proteger o acesso ao modelo com uma *password*. Obtém-se, assim, uma «simulação pura», que pode ter interesse pedagógico quando se quer apenas analisar a representação e não o modelo matemático que está por detrás dessa representação. Um exemplo é apresentado na Figura 4, onde se pode investigar o movimento do planeta Marte, visto da Terra (à direita) e visto de um ponto exterior ao Sistema Solar (à esquerda).

Uma nova visão dos objectos abstractos

Vimos já como a modelação computacional permite ao aluno realizar experiências com objectos formais, como são as grandezas físicas e outras quantidades. De acordo com Hebenstreit [15], o computador permite criar um novo tipo de objectos, que ele designa por objectos concreto-abstractos. Concretos porque existem no ecrã e podem ser directamente manipuláveis. Abstractos porque se trata de construtos mentais, de objectos formais.

De certo modo, o computador permite modificar o estatuto epistemológico de certos objectos: por exemplo, um vector não é mais um ser matemático que aparece apenas num desenho numa folha de papel, é um ser concreto-abstracto que aparece num ecrã de computador e pode ser directamente manipulado.

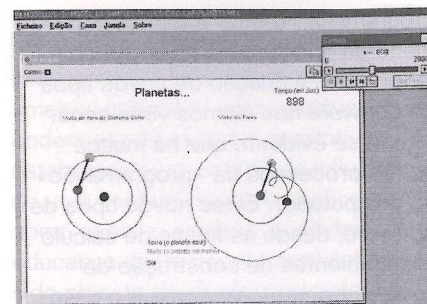


Figura 4. Uma simulação «pura» em Modellus do movimento de Marte, da Terra e do Sol. À esquerda, Terra e Marte orbitando em torno do Sol. À direita, Sol e Marte movendo-se em torno da Terra. O modelo matemático não está visível e não é acessível, excepto se se indicar uma *password*. Modellus pode funcionar, pois, como uma «linguagem de autor» para simulações.

Por exemplo, na Figura 5 mostra-se a construção de uma recta utilizando uma equação vectorial. O vector director da recta, v , pode ser directamente manipulado com o rato enquanto a construção está a decorrer. É evidente que se modificar a direcção do vector director, obtém-se uma recta diferente. Esta ideia pode ser directamente testada no computador, tal como se testam ideias com objectos físicos, que existem na realidade.

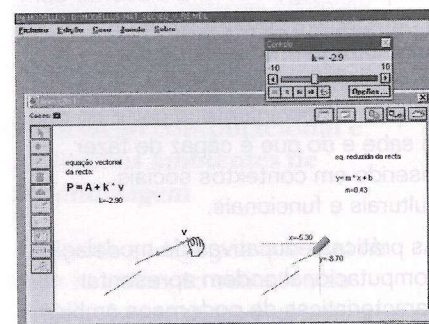


Figura 5. Uma experiência sobre a equação vectorial de uma recta. Modificando a direcção do vector director, v , modifica-se a direcção da recta.

A modificação do estatuto epistemológico dos objectos formais é uma das principais potencialidades dos sistemas computacionais. Não há ainda conhecimento seguro da influência que essa mudança tem nos processos de aprendizagem.

Computadores e reforma dos currículos e das práticas pedagógicas

O desenvolvimento de novas ferramentas computacionais é apenas uma das faces da inovação pedagógica a que a investigação sobre a utilização educativa dos computadores tem conduzido. A efectiva utilização dessas ferramentas e dos modelos pedagógicos a que elas estão associadas é uma tarefa gigantesca, uma tarefa de gerações, que envolve pelo menos três dimensões: organizacionais, curriculares e de formação e apoio aos professores.

As questões organizacionais não podem de modo algum ser subestimadas, como mostrou Cuban [16]. A criação de laboratórios computacionais, em que os alunos possam trabalhar em situação de aula, em grupo, pode revelar-se uma peça chave na criação de espaços escolares onde os alunos efectivamente se envolvam em actividades com os computadores. Esses laboratórios seriam utilizados por professores de ciências e de matemática, em situação de aula, e deveriam inclusivamente ter acesso à Internet, que pode ser utilizada como um recurso praticamente inesgotável para a criação de contextos de aprendizagem autêntica.

Tão importante como a criação de espaços nas escolas é a criação de currículos e materiais curriculares, nomeadamente livros escolares, em que o software seja parte integrante. Não é possível utilizar extensivamente um produto de software se ele não está profundamente integrado com os manuais escolares que são, sem dúvida, o suporte estruturador do processo de aprendizagem na escola. O autor está envolvido em projectos de desenvolvimento curricular com esta perspectiva que têm fornecido indicações encorajadoras. Note-se, no entanto, que o processo de desenvolvimento curricular para integração de software não é algo que se possa fazer para os professores. Faz-se, sim, com os professores, em interacção permanente. O aumento da dimensão interdisciplinar ciências-matemática é factor fundamental.

Como se mostrou ao longo deste artigo, uma parte significativa dos temas que se abordam nas disciplinas científicas, em particular na física, mas também em química, biologia, electrónica, etc., tem uma dimensão matemática muito importante. Essa dimensão, que pode e deve ser abordada de modo integrado, exige currículos — em ciências e em matemática — cada vez mais relacionados, unificando os diversos discursos e criando contextos autênticos de aprendizagem.

Finalmente, mas não por último, a formação e o apoio aos professores é uma actividade fundamental nos processos de inovação curricular. Nas actividades de formação, os professores devem-se envolver directamente na resolução de problemas, tal como se pretende que os alunos se envolvam, interagindo e partilhando sucessos e dificuldades. Os modelos de formação devem ser modelos «espirais», intercalados com actividades nas escolas, e tendo permanentemente uma componente de suporte, nomeadamente através da Internet, além de suporte presencial, sempre que necessário e adequado.

Referências

- [1] Moreno, B. G. (1990). El microcomputador: versátil herramienta en los cursos de física. *Informática Educativa* 3, 2, 105-120.
- [2] Ogborn, J. (1992). Modelação com o Computador: Possibilidades e Perspectivas. In V. D. Teodoro e J. C. Freitas, *Educação e Computadores*, Lisboa: ME-DEPGEF.
- [3] Teodoro, V. D.; Vieira, J. P. D.; Clérigo, F. (1996). Introdução ao Modellus: Experiências com Modelos Matemáticos em Física-Química e Matemática. Monte de Caparica: Faculdade de Ciências e Tecnologia (para mais informações ver <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus> ou <http://www.krev.com>).
- [4] Mellor, H.; Bliss, J.; Boohan, R.; Ogborn, J., Tompsett, C. (1994). *Learning with Artificial Worlds: Computer Based Modelling in the Curriculum*. London: The Falmer Press.
- [5] Boohn, R. (1994). *Creating Worlds from Objects and Events*. In H. Mellor, J. Bliss, R. Boohan, J. Ogborn, C. Tompsett (1994). *Learning with Artificial Worlds: Computer Based Modelling in the Curriculum*. London: The Falmer Press.
- [6] Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas*. NY: Basic Books.

- [7] <http://www.cabri.imag.fr>.
- [8] <http://www.wolfram.com>.
- [9] <http://www.mathsoft.com>.
- [10] <http://copernicus.bbn.com/genscope>.
- [11] De Corte, E. (1992). Aprender na Escola com as Novas Tecnologias da Informação. In V. D. Teodoro e J. C. Freitas, *Educação e Computadores*, Lisboa: ME-DEPGEF.
- [12] Nickerson, R. S. (1995). Can Technology Help Teach for Understanding? In D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M. M. West e M. S. Wiske, *Software Goes to School, Teaching for Understanding with New Technologies*. NY: Oxford.
- [13] Shanck, R. C. (1986). *Explanation Patterns*.
- [14] Gago, M. (1990). *Manifesto para a Ciência em Portugal*. Lisboa: Gradiva.
- [15] Hebenstreit, J. (1987). *Simulation et Pédagogie, une Rencontre du Troisième Type*. Gif Sur Yvette: Ecole Supérieure d'Electricite.
- [16] Cuban, Larry (1986). *Teachers and Machines, The Classroom use of Technology Since 1920*. NY: Teachers College Press.

Vitor Duarte Teodoro
Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa

Tecnologias na Educação matemática • Notícias breves



A editora Kluwer, Academic Publishers lançou este ano uma nova revista: *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. A equipa editorial inclui nomes

conhecidos como Seymour Papert, Jere Confrey e Richard Noss. O tema central da revista diz respeito à influência dos computadores no ensino e aprendizagem da matemática, mas "o seu título deve ser interpretado de modo não estreito: os seus artigos não são apenas sobre computadores, e a matemática discutida não está limitada pelas actuais fronteiras da disciplina, nem pelas concepções correntes do currículo". A *homepage* da revista encontra-se a partir do endereço da Kluwer, (clique em *Journal Homepages* e depois em *Journals listed alphabetically*.)